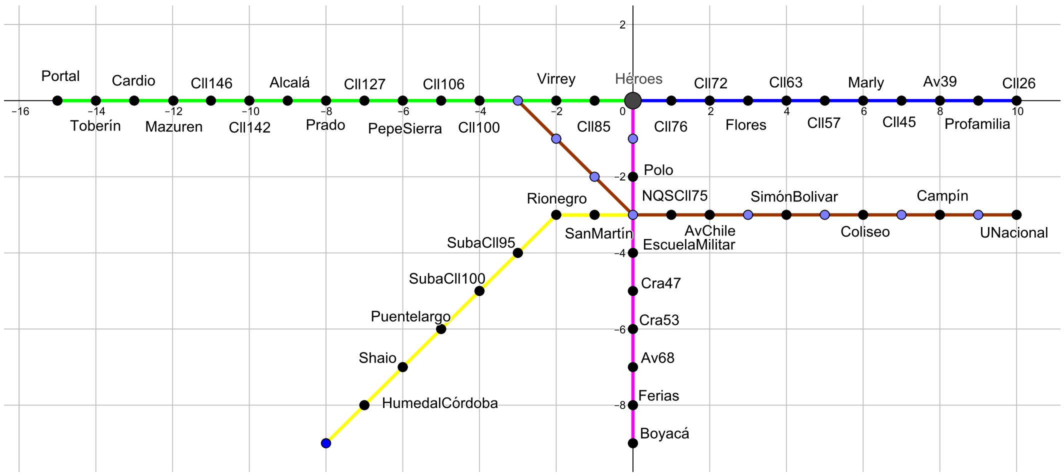
TAREA DIAGNÓSTICA

A. En la siguiente imagen se muestran algunos tramos del mapa del sistema de transporte TransMilenio de Bogotá, ubicado en un plano cartesiano.



A continuación, podrás observar la información de algunas rutas.

Ruta B28

Univ. Nacional → Simón Bolivar → Av. Chile → La Castellan a → Calle 106 → Pepe Sierra → Prado → Portal Norte

Ruta H20

Boyacá → Ferias → Av. 68 → Polo → Calle 45 → Calle 26

Ruta B27

Marly → Calle 63 → Flores → Calle 72 → Calle 76 → Calle 85 → Virrey → Portal Norte

Ruta H15

Humedal Córdoba → Puente largo → Escuela Militar → Calle 76 → Marly → Calle 45 → Av. 39

Resuelve las siguientes situaciones.

1. Se desea construir una estación nueva en la coordenada (5,-3) que se llamará *Los novios*. Ubica y marca en el mapa la posición de la nueva estación.

2. Teniendo en cuenta la ruta B28, identifica dos estaciones que tengan mayor distancia que la que hay entre las estaciones Pepe Sierra y Prado.

3. Para la ruta H20, organiza de mayor a menor las paradas entre estaciones de acuerdo con la distancia entre ellas.

4. Si estás en la estación Humedal Córdoba y quieres ir hasta el Portal Norte, indica cuál debe ser tu recorrido utilizando las rutas B28, H20, B27 y H15.

5. ¿Cuáles son las coordenadas de las estaciones La Castellana, Av. 68 y Calle 106?

6. ¿Cuál es la estación que queda en el punto medio entre las estaciones Calle 45 y Flores? y ¿entre las estaciones Av Chile y Universidad Nacional?

7. Se observa que, cuando la ruta B27 hace sus paradas entre los paraderos en Marly, Calle 63 y Flores, la suma de las distancias entre ellas es de tres unidades. Encuentra tres estaciones dentro de la misma ruta que mantengan la misma relación entre las distancias que las separan.

8. Escribe las coordenadas inicial y final de una persona que empieza su recorrido en la estación Calle 100 y lo termina en la estación Calle 63. ¿Qué diferencias observas en esas coordenadas?

9. Los administradores del sistema TransMilenio quieren implementar la nueva ruta 6, que se detiene en todas las estaciones desde la Boyacá hasta la Calle 26. Traza de otro color el recorrido de la ruta 6 y marca el lugar en que esta ruta forma un recorrido perpendicular a la ruta B28.

10. ¿En qué estación está ubicado el origen del plano cartesiano?

11. Si una unidad en el plano cartesiano equivale a 4 cuadras, ¿cuántas cuadras recorrió un bus de TransMilenio en cada una de las rutas B28, H20, B27, H15 y la ruta 6?

B. En un plano cartesiano, resuelve los siguientes puntos.

1. Grafica un triángulo rectángulo cualquiera de modo que su ángulo recto coincida con el origen del plano cartesiano y halla el valor de la hipotenusa que forma. Luego, determina la ecuación de la recta que contiene la hipotenusa.

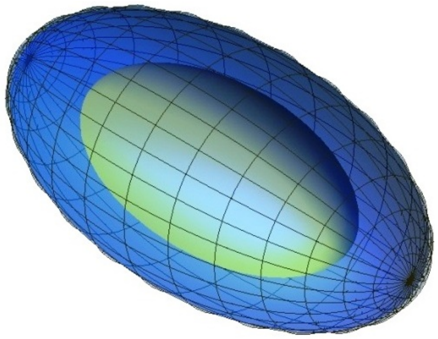
2. En la función cuadrática $y = 2x^2 + 5x - 3$, reemplaza en x los siguientes valores $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2$ y halla el vértice de la función. Luego, grafica la función.

C. Utiliza el cono de Apolonio y calca las cónicas que se generan. Asígnales su respectivo nombre (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola).

D. De las siguientes imágenes[1], selecciona cuáles se asemejan a elipsoides:_________________

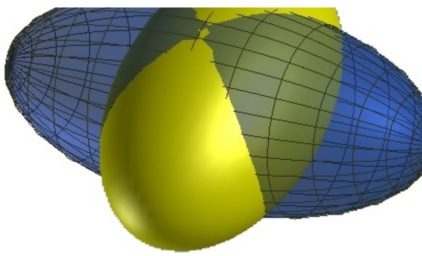
[1] Imágenes tomadas de https://bit.ly/2HQsLhj; https://bit.ly/2lUM4pB; https://bit.ly/2lThVqs; https://bit.ly/2Gw7Uur; https://bit.ly/2k7rSTc. Todas estas figuras tienen permiso de reutilización.

a.



b.

c.



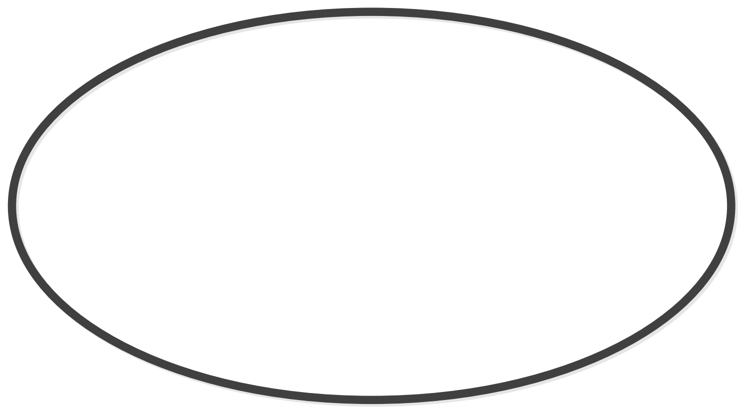
d.

e.

f.

TAREA T1.1 CONSTRUCCIÓN DE UNA PISCINA

Pedro y sus dos hijas María y Juana, grafican en el piso del patio de su casa la forma que tendrá una piscina que desean construir. María y Juana, se ubican a cierta distancia en los puntos donde se colocarán los desagües de la piscina. Ellas tendrán una cinta métrica no elástica atada a sus pies mientras su padre realiza un procedimiento que le ayuda a obtener la forma de la piscina que se muestra en la siguiente figura.



En grupos de tres personas, diríjanse al patio del colegio y resuelvan los siguientes puntos.

1. Discutan en grupo sobre cuál pudo ser el procedimiento que realizó Pedro. Luego, con la cinta métrica y la tiza apliquen el procedimiento que dedujeron para dibujar en el piso del patio la figura obtenida por Pedro para el diseño de la piscina.

2. Describan los pasos que han seguido para dibujar la forma de la piscina

____

____

____

3. Presenten ante sus compañeros del curso su propuesta para la construcción del diseño de la piscina.

4. ¿Cuál o cuáles figuras del diseño de la piscina propuestas por todos los grupos son similares a la que construyeron Pedro y sus hijas? y ¿cuáles no?

____

____

____

5. ¿Cuál fue el proceso seguido por los estudiantes que hicieron la figura similar a la construida por Pedro y sus hijas para el diseño de la piscina?

____

____

____

6. ¿Qué sucede con la gráfica del diseño de la piscina si Pedro reduce la longitud de la cinta métrica que se amarra a los pies de Juana y María? ¿Qué sucede si Pedro aumenta la longitud de la cinta métrica?

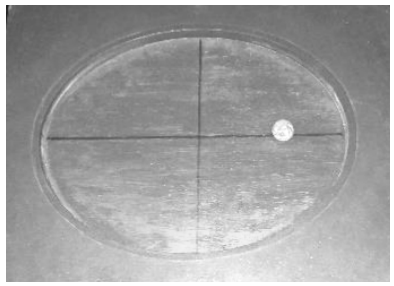
____
____
____

7. ¿Qué relación tiene la cinta métrica amarrada a los pies de Juana y María con la figura del diseño de la piscina?

____
____
____

TAREA T1.2 MESA DE BILLAR

Una mesa de billar elíptica como la que se muestra en la figura, tiene el siguiente funcionamiento. Si ponemos la bola de billar en el punto F de la mesa y la golpeamos en cualquier dirección, la bola rebotará en la banda una vez y caerá en el agujero F´. Es de aclarar que el golpe dado a la bola debe ser en su centro para no generar efectos que desvíen su trayectoria.



Utilicen la mini-mesa elíptica, una pelota de caucho que cumplirá el papel de bola de billar y una tiza para realizar marcaciones. Respondan los siguientes puntos.

1. Encuentren y marquen con la tiza el punto en el que es posible colocar la pelota para que, al lanzarla contra el borde de la mesa, rebote justo hacia el punto F' u orificio. Para encontrar el punto, utilicen características marcadas de la mesa y escriban la estrategia utilizada.

____
____
____

2. Realiza un lanzamiento directo desde el punto marcado hasta el orificio, ¿la distancia recorrida por la pelota en ese lanzamiento sería mayor o menor que un lanzamiento que toque la banda?

____
____
____

3. ¿Tiene que ver la información hallada en los puntos 1 y 2 con la forma de la mesa? Justifiquen su respuesta

____
____
____

4. Con la tiza, marquen el punto de la banda donde toca la pelota en cinco lanzamientos acertados y midan los desplazamientos seguidos por la pelota. Registren estos resultados en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que la Distancia 1 es la longitud del desplazamiento de la pelota desde el punto inicial hasta el golpe en la banda, y la Distancia 2 es la longitud de su desplazamiento desde el golpe en la banda hasta el orificio.

Tabla: *Registro de medidas*

LANZAMIENTOS (L_i)	DISTANCIA 1	DISTANCIA 2	SUMA DE DISTANCIAS
L_1			
L_2			
L_3			
L_4			
L_5			

5. ¿Qué relación existe entre las sumas de las distancias de todos los lanzamientos acertados?

____

____

____

6. Si se ampliara el tamaño de la mesa, ¿qué creen que ocurre con la suma de las distancias?

____

____

____

7. Teniendo en cuenta los resultados de las sumas de las distancias de la tabla del punto 4, ¿qué relación tienen las medidas de los desplazamientos de varios lanzamientos de la pelota con la forma del borde de la mesa?

____

____

____

8. ¿Por qué los lanzamientos acertados se logran únicamente desde el punto hallado en el numeral 1?

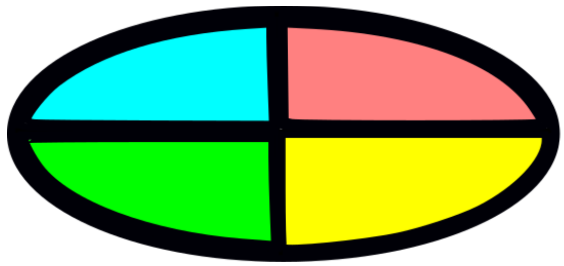
____

____

____

TAREA T2.1 VITRALES ELÍPTICOS

Un arquitecto decide decorar un centro comercial con vitrales horizontales de diferentes medidas. Para ello, pide a un vidriero que corte tres vidrios de modo que su forma sea elíptica pero tengan diferente tamaño. El arquitecto quiere pintar los vidrios de cuatro colores diferentes tales que dividan el vitral en cuatro partes exactamente iguales como se muestra en la figura.



Para colgar los vitrales en la pared del centro comercial, el arquitecto le entrega al vidriero cadenas para que las corte de la misma longitud que el ancho de cada vitral, y así la puntilla donde se colgará, permanezca en el borde de cada vitral.

Para realizar este trabajo, el vidriero utiliza un artefacto llamado compás de Arquímedes que le permitirá generar los vitrales elípticos.

Ubíquense en la mesa asignada por su profesor en los grupos establecidos y desarrollen las siguientes preguntas haciendo uso del compás de Arquímedes.

1. Tracen dos rectas perpendiculares sobre el cartón paja para determinar la forma en que quedaran divididos los vitrales.

2. Ubiquen el compás de Arquímedes, de modo que su centro coincida con la intersección de las rectas y sus divisiones coincidan con las rectas perpendiculares.

3. Elijan cualquier orificio en cada brazo del compás de Arquímedes y tracen la elipse. Luego, recorten el vitral que se generó.

4. Marquen los puntos del vitral donde se deben ubicar los extremos de la cinta para que éste quede completamente horizontal.

5. ¿Qué función cumplen las medidas del ancho y alto del vitral en la elipse trazada?

____
____
____

6. El arquitecto quiere colocar el logo del centro comercial en el centro de cada vitral, ¿de qué forma puede determinar el vidriero este punto?

____
____
____

7. Utilicen la cinta y los chinches para colgar el vitral en la pared. Luego de que el arquitecto ubicara los vitrales en la pared del centro comercial, un visitante mueve uno de los vitrales y observa que la puntilla que lo sostiene continúa ubicada en el borde del vitral ¿cuál podría ser la razón de este suceso? Verifiquen este caso con el vitral construido por el grupo.

____

____

____

TAREA T2.2 SOLSTICIOS Y EQUINOCCIOS

En la traslación de la tierra alrededor del sol, se determinan cuatro posiciones que establecen las estaciones climáticas. Estas posiciones son llamadas solsticios y equinoccios. Los solsticios determinan las estaciones de invierno y verano. Los equinoccios determinan la primavera y el otoño. El sol se encuentra sobre la línea de los solsticios. En la figura mostrada en el aplicativo "solsticios y equinoccios" en GeoGebra, puedes apreciar las posiciones de la tierra a una escala reducida. Si mueves el punto TIERRA, podrás observar sus coordenadas en la parte inferior de la pantalla.

De acuerdo con la información anterior, responde los siguientes puntos.

1. Además de los solsticios y equinoccios, ¿qué otros puntos marcados en la gráfica, corresponden a posiciones de la tierra? En el aplicativo, mueve la tierra sobre esos puntos para determinar sus coordenadas.

____
____
____

2. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de la gráfica que corresponde al corte de la línea que une las posiciones anteriores con la línea de los solsticios?

____

¿Qué característica tiene ese punto?

____
____

3. Determina la distancia que hay del centro de la trayectoria a la tierra, cuando ésta se encuentra ubicada en los puntos K, J y los solsticios.

____
____
____

4. La ecuación que determina el movimiento elíptico de la tierra alrededor del sol es $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$, y aparece en la pantalla del aplicativo con el título Elipse. ¿Cómo relacionas las medidas que hallaste en el numeral 3 con la ecuación mostrada en el aplicativo?

____
____
____

5. En el aplicativo, ubica la tierra en un punto cualquiera de la trayectoria elíptica., reemplaza sus coordenadas (dadas en color azul) en la ecuación, para verificar la igualdad. Para ello, utiliza el siguiente espacio.

____
____
____

6. ¿Lo anterior se cumple para todas las posiciones de la tierra?, ¿Por qué?

7. Ubica el punto que, junto con el sol, generan la forma elíptica de la trayectoria de la tierra. Luego, traza y mide los segmentos que unen estos puntos con el punto de la Tierra. Con esas medidas, halla la constante de la trayectoria.

Determina la distancia que hay entre los solsticios. ¿Esta medida se relaciona con el valor de la constante que genera la órbita elíptica de la tierra? Justifica tu respuesta.

TAREA T3.1 PUENTE DE ARCO[2]

El arco de un túnel con forma de semielipse tiene una altura máxima de 45 metros y la mayor distancia horizontal es de 150 metros.

1. Representen la gráfica del arco del túnel, de tal forma que el punto donde la altura es perpendicular a la base sea el centro de la base de la semielipse.

2. Comparen la gráfica obtenida con otro grupo de compañeros y socialicen con su profesor las similitudes y diferencias entre sus gráficas.

3. ¿Cuáles son los valores en el puente correspondientes a los parámetros *a* y *b* o semiejes de la elipse?

____
____

4. Determinen la ubicación de los focos y la distancia que hay entre ellos. ________________

5. Encuentren la distancia a la que se deben colocar dos soportes verticales, de manera que dividan la base en tres espacios iguales y ubíquenlos en el gráfico. ¿Los soportes verticales se ubican en el mismo sitio de los focos?

____
____
____

6. Haciendo uso de la ecuación de la elipse horizontal $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, determinen la ecuación que representa la elipse a la que pertenece la forma del arco.

____
____
____

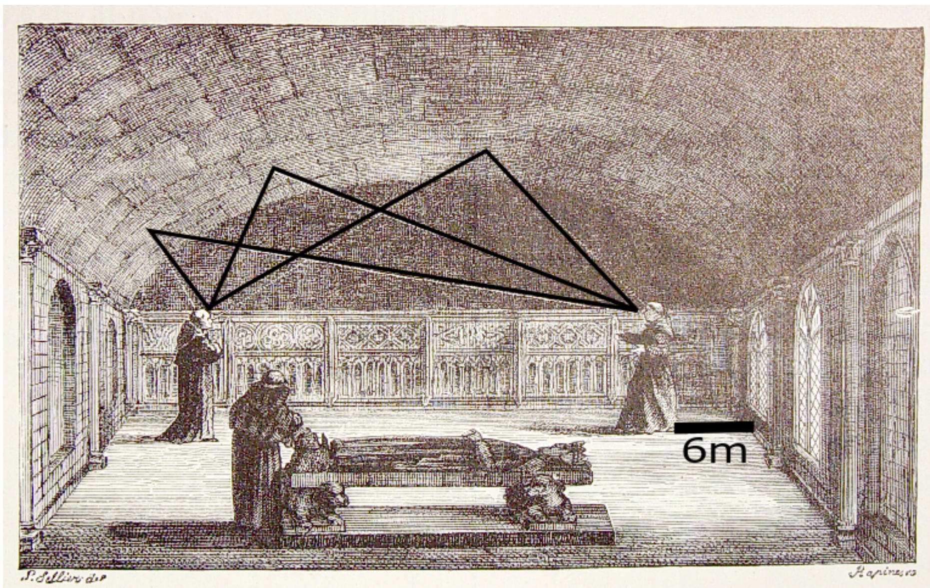
7. Determinen la altura de los dos soportes verticales y escriban el procedimiento realizado.

____
____
____

[2] Adaptado de gauss.acatlan.unam.mx/mod/url/view.php?id=436

TAREA T3.2 GALERÍA DE MURMULLOS

Dos amigos se encuentran dentro de una galería de murmullos, que es una sala con techo en forma de semielipsoide, lo que permite que se pueda murmurar desde un foco y ser escuchado perfectamente en el otro foco. Los amigos están ubicados sobre los focos a una distancia de 100 metros, conversando entre ellos sin que nadie más los escuche. La siguiente figura ilustra este suceso.



Galería de Murmullos[3]

Sabiendo que uno de los amigos se encuentra a 6 metros de la pared más cercana, responde las siguientes preguntas.

1. Representa las medidas dadas en la situación sobre la imagen de la galería.

2. Determina el ancho que debe tener el piso de la galería.

____

____

3. ¿Cuál es la altura máxima del techo de la galería?

____

____

4. Utiliza las medidas obtenidas para hallar la ecuación de la elipse que corresponde a la forma del techo de la galería de murmullos (recuerda que la ecuación es de la forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$).

---

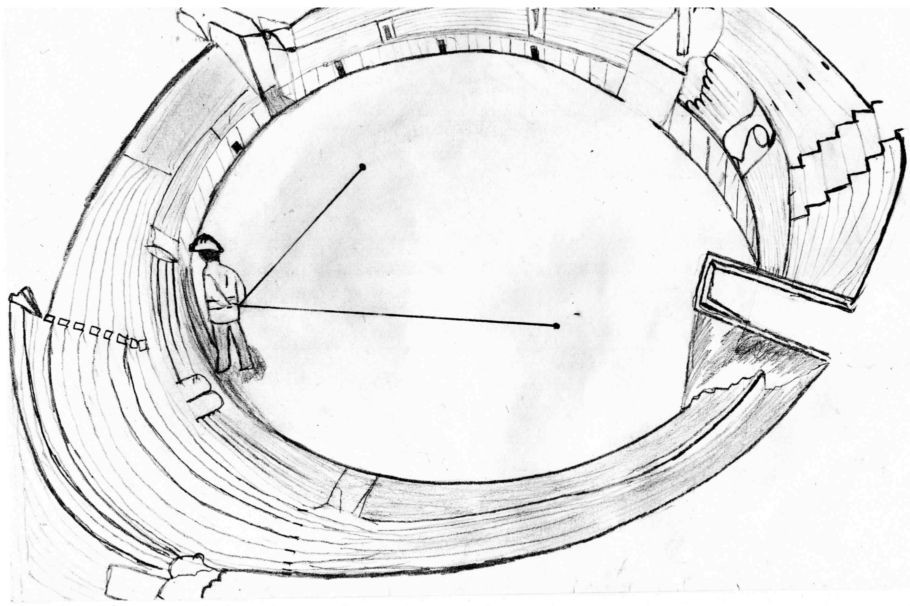
[3] Imagen con permiso de reutilización con modificaciones de https://bit.ly/2lceEiD

5. Comprueba que la ecuación obtenida se cumple para cualquier punto del techo de la galería. Justifica tu respuesta.

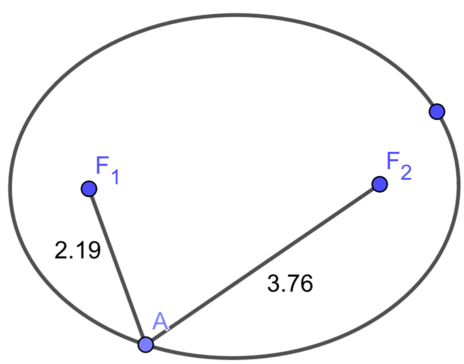
Examen final

Tarea de evaluación 1: Coliseo romano

Un arquitecto quiere construir una réplica del ruedo elíptico del coliseo romano que mantenga sus características. Para ello, visita el coliseo y observa que hay dos estacas clavadas al interior del ruedo. El arquitecto decide utilizar dos cintas métricas atadas a las estacas para verificar que el coliseo tiene forma de elipse y, así, poder construir la réplica (ver la figura).



Luego, el arquitecto generó un aplicativo en el programa GeoGebra, en el que representa las medidas que tomó con las cintas métricas, como se muestra en la siguiente figura.



Los puntos F_1 y F_2 representan el lugar en el que se encuentran las estacas y el punto A representa al arquitecto quien camina por el borde del ruedo.

Utiliza el aplicativo para situar al arquitecto en tres lugares diferentes del borde el ruedo (A_1, A_2, A_3). En la siguiente tabla, registra y suma las distancias que aparecen en la pantalla del aplicativo para cada uno de los puntos donde ubicaste al arquitecto.

Registro de medidas

POSICIÓN DEL ARQUITECTO	DISTANCIA HASTA F_1	DISTANCIA HASTA F_2	SUMA DE DISTANCIAS
A_1			
A_2			
A_3			

De acuerdo con los resultados de la tabla anterior, responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué puedes afirmar al comparar los resultados de las sumas obtenidas para cada posición del arquitecto?

____
____
____

2. ¿Qué crees que debe ocurrir con las longitudes de las cintas métricas para que el arquitecto permanezca en el borde del ruedo?

____
____
____

3. Si el arquitecto desea ampliar o reducir el tamaño de la réplica del ruedo del coliseo, pero mantener su forma, ¿qué elementos utilizados para hacer la forma elíptica del ruedo propones que deberían cambiar y cuáles deben mantenerse?

____
____
____

4. Con lo anterior, escribe una conclusión que defina la manera de construir figuras que tengan la forma del ruedo del coliseo romano.

____
____
____

Tarea de evaluación 2. El satélite

Un transbordador espacial llevó un satélite de comunicaciones al espacio. El satélite recorre una órbita elíptica alrededor de la tierra. La máxima distancia horizontal entre el satélite y la

Tierra es de 800 km. La expresión que determina la posición del satélite en su órbita es $\frac{x^2}{250000} + \frac{y^2}{160000} = 1$. Con la información anterior, responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál es la distancia más larga desde el satélite hasta el centro de la trayectoria elíptica?, ¿y cuál es la distancia más corta?

____
____

2. Representa las medidas anteriores en una hoja milimetrada de forma que 1 centímetro equivalga a 50 kilómetros de la gráfica. Nombra V_1 a la posición del satélite cuando se encuentra en la máxima distancia a la Tierra y V_2 a su posición más cercana a la Tierra.

3. Ubica el otro foco (F) para que el satélite mantenga la misma trayectoria.

4. Representa gráficamente el movimiento del satélite. Ten en cuenta que V_3 y V_4 son las posiciones más cercanas del satélite al centro de la trayectoria elíptica.

5. Utiliza las distancias que hay desde alguna de las posiciones V_1, V_2, V_3 y V_4 a la tierra y al punto F, para determinar la constante de la elipse.

____
____

6. Halla las distancias entre las posiciones V_1 y V_2, y entre V_3 y V_4. ¿Qué podrías concluir al comparar estas distancias con la constante del lugar geométrico de la elipse?

____
____
____

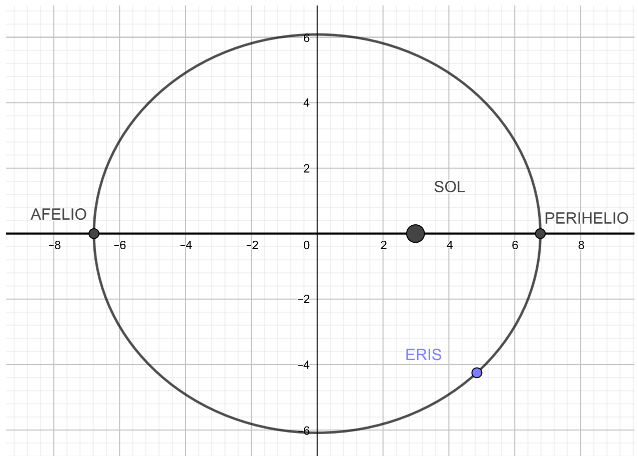
Tarea de evaluación 3: Eris

Hasta 2005, si te hubieras preguntado ¿cuántos planetas hay en el sistema solar?, habrías dicho que nueve: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno y Plutón. No había motivos para poner en duda esa clasificación. Y todo habría seguido así de no ser por la aparición de un planeta enano que, a priori, parecía más grande que Plutón: Eris. Su descubrimiento fue tan importante que provocó que se reconsiderara la definición de planeta y se creara la definición de *planeta enano*.

Se sabe que una Unidad Astronómica (UA) es la distancia promedio de la Tierra al Sol. En la órbita de Eris, la longitud del sol al perihelio (punto más cercano del planeta al sol) es de 37.91 UA y la longitud del sol al afelio (punto más lejano del planeta al sol) es de 97.65 UA.[4]

Un científico hace la siguiente gráfica que muestra la órbita del planeta Eris en una escala de 1 cm por cada 10 UA. Con esta gráfica, quiere comprobar que Eris se mueve en la misma forma que los demás planetas del sistema solar.

[4] Modificado de https://bit.ly/2IcxMB1



1. Determina la longitud del sol al perihelio y al afelio en centímetros.

____
____

2. El sol es uno de los focos que determina la trayectoria elíptica de Eris, ubica el otro foco. ¿Cómo lo hiciste?

____
____
____

3. Ubica en la gráfica el punto medio (P) entre el afelio y el perihelio. ¿Cuál es la distancia de este punto al perihelio? ¿cuál es su distancia a un punto del planeta sobre el eje y? y ¿cuál es su distancia al sol?

____
____

4. ¿Qué relación tiene la longitud que hallaste en el primer numeral con la forma de la órbita del planeta?

____
____
____

5. Determina la ecuación de la trayectoria elíptica del planeta Eris. Recuerda que la ecuación canónica de la elipse horizontal es de la forma $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

____
____
____

6. Teniendo en cuenta los puntos anteriores, responde ¿qué tuvo que hacer el científico para comprobar que el planeta Eris se mueve sobre la órbita mostrada en la gráfica que realizó?