

## Medidas de localización y dispersión

Felipe Fernández  
Nubia Soler  
Benjamín Sarmiento

Profesores Universidad Pedagógica Nacional  
fffernandez@pedagogica.edu.co,  
nsoler@pedagogica.edu.co,  
bsarmiento@pedagogica.edu.co

### Resumen

Este taller tiene el propósito de que los participantes vivan una experiencia que ilustre formas de trabajar temas de la estadística con los estudiantes diferentes a las usuales. Queremos que vean que la estadística implica la consideración de diversos aspectos que van más allá de la aplicación de fórmulas y la realización de cálculos y que es posible aproximarse a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística a través de explorar, conjeturar, y utilizar la intuición apoyados en el uso de la calculadora especializada.

Este taller es una de las propuestas producto de las reflexiones del “Grupo de Estadística” del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional como respuesta a las necesidades de formación de profesores de educación estadística que se evidencian en indagaciones realizadas por el Grupo (ver por ejemplo: Fernández y Soler (2006) y Fernández, Soler y Sarmiento (2006)). La primera versión de este taller fue implementada en el contexto de un Seminario sobre Educación Estadística con calculadoras, realizado en 2002 por “una empresa docente”. También fue implementado en un módulo de la Especialización en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional.

### Primera actividad

La actividad que se propone a continuación tiene el propósito de dar la oportunidad para tratar las medidas de tendencia central y dispersión y algunos tipos de gráficas. Concretamente se quiere: mencionarlas; discutir su significado; verlas como herramientas cuya elección depende del objetivo, del contexto y de los propios datos; establecer diferencias y comparaciones entre ellas; y establecer la necesidad de las mismas. Además, queremos aprovechar la actividad para introducir el manejo básico de la calculadora.

## Tarea 1. Algunas herramientas básicas de la estadística descriptiva

A continuación se presenta la información dada por diez estudiantes con respecto a la distancia, medida en cuadras, del lugar en donde ellos viven, al colegio en donde estudian

40      50      30      45      45      48      35      60      36      10

¿Con qué medidas estadísticas se puede resumir la distancia que tiene que recorrer *un* estudiante para ir de su hogar al colegio? ¿Alguna de esas medidas es más apropiada? Explique.

¿Con base en qué medida estadística se puede resumir la variabilidad de las distancias recorridas por los estudiantes? ¿Alguna de esas medidas es más apropiada? Explique.

¿Qué representaciones gráficas se podrían utilizar para ilustrar la situación? ¿Alguna de esas representaciones gráficas es más apropiada? Explique.

## Tarea 2. Medidas de tendencia central

La siguiente información presenta los datos en miles de pesos de los salarios de secretarías que trabajan en cuatro empresas diferentes:

1: Empresa      350      400      350      2100

2: Empresa      350      400      350      400      550

3: Empresa      350      350      350      350      1300

4: Empresa      300      400      500      600      700      800

Con qué medida estadística de tendencia central sería apropiado resumir el comportamiento de los salarios de las secretarías de cada una de las empresas anteriores?

## Segunda actividad

Las tareas que se proponen a continuación tienen, entre otros, siguientes propósitos: dar la oportunidad para explorar la noción de dispersión: ver que la dispersión se puede relacionar con la cantidad, el valor mismo de los datos y con los datos extremos (el máximo y el mínimo); notar que se puede hablar de dispersión con relación a una referencia (cuartiles, media, mediana); discutir la elección de una medida para concretar el significado

de dispersión; puntualizar las definiciones (las fórmulas) de la desviación estándar y de la desviación media absoluta y la utilidad de ambas como unidades de medida; establecer similitudes y diferencias entre las diferentes medidas de dispersión; dar la oportunidad para explorar propiedades de las medidas de dispersión y para seguir explorando propiedades de las medidas de tendencia central; dar la oportunidad para visualizar la relación entre el promedio y la desviación estándar con el conjunto de datos; promover una forma de trabajo de indagación que incluye conjeturar y verificar las conjeturas, en la que la calculadora juega un papel de apoyo. A continuación presentamos una serie de tareas para explorar el significado de la desviación estándar. La idea, en general, de estas tareas es primero hacer una conjetura con respecto a los resultados que se podrían obtener, fundamentarla, utilizar la calculadora para explorar su validez, y en caso de detectar que la exploración genera resultados contradictorios, revisar la conjetura.

### **Tarea 1. Construcción de conjuntos de datos**

Los datos de esta tarea están relacionados con los datos que se consideran en el tarea 1 de la primera actividad.

Construya un conjunto de diez datos que tenga un promedio de 39.9 y una desviación estándar de 0.

¿Qué debería sucederle al valor de la desviación estándar si el dato 10 se cambiara por 1 y el dato 60 se cambiara por 69?

¿Qué debería sucederle al valor de la desviación estándar si el dato 10 se cambiara por 20 y el dato 60 se cambiara por 50?

Construya un conjunto de diez datos con las siguientes características: promedio 39.9; que todos los datos sean diferentes; y que la distancia entre cualquier par de datos contiguos, una vez ordenados de manera ascendente o descendente, sea la misma. Con respecto al valor de la desviación estándar que se obtuvo con los datos iniciales del ejercicio 1, ¿Qué relación de orden espera encontrar entre las desviaciones estándar correspondientes a la distribución del ejercicio 1 y a la que acaba de construir? ¿Qué efecto puede tener sobre la desviación el aumentar o disminuir la distancia entre los datos?

Construya un conjunto de diez datos con las siguientes tres características: promedio de 39.9; que los datos contengan sólo dos valores diferentes, y tal que los dos valores diferentes ocurran con distinta frecuencia. Bajo las condiciones anteriores, intente establecer una relación entre los dos valores de frecuencias de los datos y las dos distancias de los datos al promedio.

Construya un conjunto de diez datos con las siguientes tres características: promedio de 39.9; que los datos contengan sólo dos valores diferentes, y tal que los dos valores diferentes ocurran con igual frecuencia.

Repita el proceso anterior tantas veces como necesite hasta que pueda identificar un patrón de relación entre la desviación estándar y el rango.

## Tarea 2. Otras construcciones de conjuntos de datos

A continuación se presenta la representación gráfica de un par de distribuciones:



¿Cuál de las dos distribuciones le parece que es más dispersa? ¿Qué efecto puede tener sobre los valores de las medidas de dispersión, el que las frecuencias de los valores de las distribuciones anteriores se cambien pero manteniéndose la misma relación de 3 a 1 que se insinúa en las gráficas?

Construya dos nuevos conjuntos de datos  $U$  y  $V$ , que satisfagan simultáneamente las siguientes condiciones<sup>7</sup>: la desviación estándar de los elementos de  $U$  debe ser mayor que la desviación estándar de los elementos de  $V$ , el rango de los elementos de  $U$  debe ser menor que el rango de los elementos de  $V$ .

Tarea 3: algunas propiedades del promedio y la desviación

A continuación se propone una actividad para explorar que le sucede a la media y a la desviación estándar de un conjunto de datos, cuando usted adiciona o multiplica por el mismo valor, cada miembro del conjunto de datos.

Establezca un conjunto de diez números que sean todos diferentes y encuentre la media y la desviación estándar.

Seleccione un número diferente de cero y adiciónelo a cada miembro del conjunto. Encuentre de nuevo la media y la desviación estándar del nuevo conjunto de datos y relaciónelo con el resultado encontrado en el punto anterior.

Repita el proceso sugerido en el punto anterior hasta que usted pueda detectar un patrón, y entonces explique el patrón.

Siga un proceso similar al indicado en los puntos anteriores para el caso en que multiplica cada elemento del conjunto por un mismo número diferente de cero.

---

7. Este problema y la tarea siguiente sobre algunas propiedades del promedio y la desviación (tarea 3), son adaptaciones de tareas presentadas en: Fendel, D. Resek, D. Alper, L. y Fraser, S. (1997). *The Pit and the Pendulum. Teacher's Guide*. Berkeley: Key Curriculum Press. (pag. 90).

Construya un conjunto de datos para cada una de las siguientes pares de condiciones: promedio 6 y desviación estándar 1; promedio 10 y desviación estándar 1; promedio 7 y desviación estándar 2.

## Referencias

*Fernández, F., Soler, N. y Sarmiento, B. (2006). La Educación Estadística en instituciones donde realizan prácticas de enseñanza estudiantes de la Universidad Pedagógica Nacional. Ponencia presentada en el XXII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística.*

*Fernández, F., Soler, N. (2006). An approximation to the state of art of statistics education in colombian schools. Ponencia presentada en la 7ª International Conference of Statistical Education.*