

Algunas transformaciones geométricas del plano

Jaime Fonseca Gonzalez

Profesor Universidad Pedagógica Nacional
jfgonzalez@pedagogica.edu.co

Brigitte Johanna Sánchez Robayo

Profesora Instituto Pedagógico Nacional
juanitasan82@msn.com

Resumen

Usando material concreto, en el taller se realizarán actividades que pretenderán guiar a los participantes, hacia la construcción de las nociones correspondientes a las isometrías del plano, así como deducir sus características y las estructuras algebraicas que estas conforman. Luego de tratar las isometrías del plano, se propondrán actividades que permitirán concluir de manera visual la transformación que resulta al componer dos isometrías, para luego ser formalizado. Finalmente, se presentarán los errores y las dificultades que surgen en la enseñanza y el aprendizaje de las isometrías a partir, de diversas investigaciones realizadas en este campo.

Presentación

La geometría transformacional es importante para encontrar regularidades y para describir situaciones concretas mediante entes matemáticos abstractos, actualmente, forma parte importante del currículo de matemáticas escolares y es indudable, que algunos profesores están en la búsqueda de mecanismos diferentes para atraer la atención de sus estudiantes hacia estas temáticas. Por tanto, el taller se centra en la enseñanza de las transformaciones rígidas del plano (traslaciones, reflexiones sobre puntos, rotaciones, reflexiones sobre rectas y composición) y en el tratamiento de problemas cuya solución, se relacione con esta temática. Las actividades presentadas en el taller, podrán ser replicadas por los profesores en sus aulas de clase además de proporcionar, una manera diferente de entender algunas de estas transformaciones.

Las actividades se plantean en módulos para la enseñanza de cada una de las transformaciones mencionadas; cada módulo parte de actividades y situaciones que permitirán a los asistentes, identificar y abstraer algunas de las propiedades de las transformaciones rígidas del plano y posteriormente avanzar en el grado de abstracción de

cada concepto, además de incluir objetos en los que las transformaciones rígidas están inmersos.

En cada módulo se realizan actividades con el objetivo de:

1. Reconocer invariantes de figuras por transformaciones rígidas del plano.
2. Reconocer y realizar los diferentes movimientos a partir propiedades o aspectos visuales de las transformaciones.
3. Caracterizar elementos de transformaciones tales como: centro de giro, centro de reflexión, eje de reflexión, ángulo dirigido, entre otros.
4. Identificar elementos de transformaciones a partir de imágenes y preimágenes.
5. Descubrir y emplear propiedades de transformaciones a partir de casos particulares.
6. Aplicar composición de transformaciones realizando movimientos sucesivos.
7. Descubrir propiedades de algunas subestructuras algebraicas del grupo de isometrías del plano
8. Comprender y utilizar la posibilidad de expresar transformaciones geométricas como composición de dos o tres reflexiones axiales
9. Resolver problemas en los que intervenga el uso de transformaciones geométricas.

Considerando que no solo el conocimiento matemático y algunas técnicas de enseñanza son suficientes para desarrollar satisfactoriamente los procesos de enseñanza y aprendizaje, se dará un espacio del taller, para exponer los errores y dificultades más frecuentes en los estudiantes, a partir de diversas investigaciones realizadas en este campo.

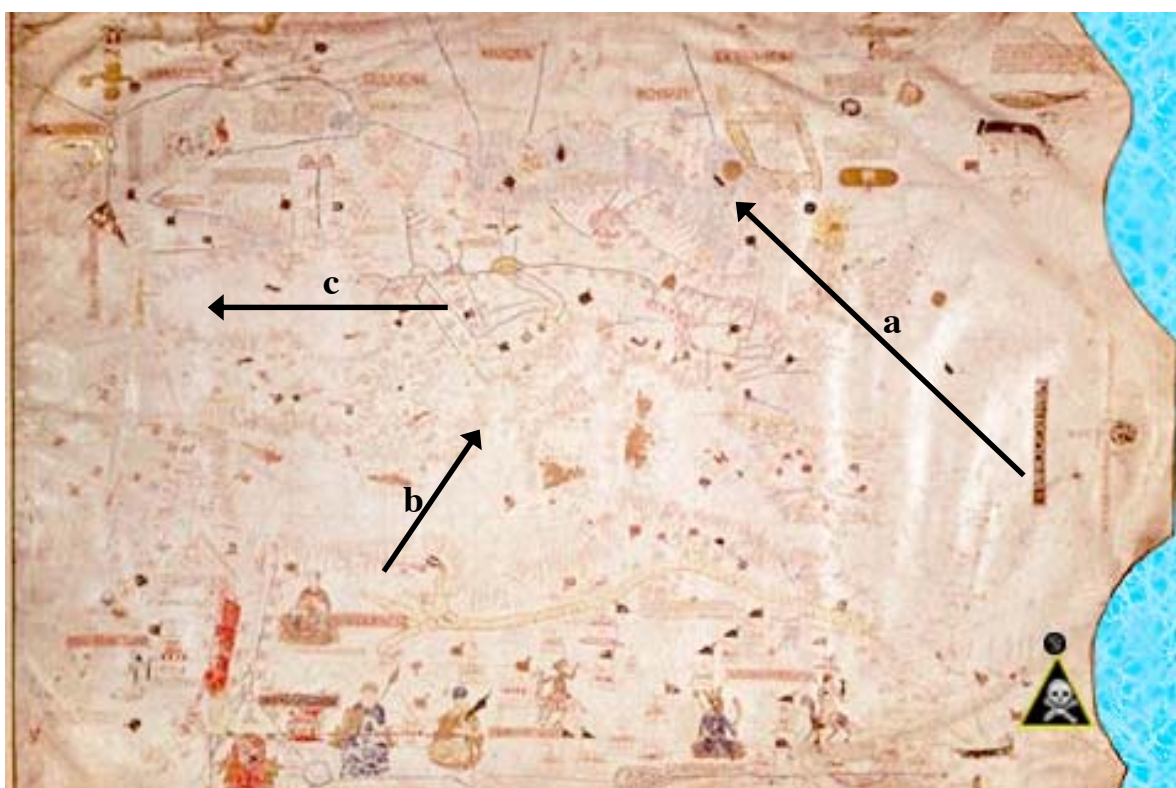
Actividades

Las actividades se encuentran agrupadas de acuerdo al tipo de isometría. Las actividades que a continuación se muestran, serán entregadas por medio escrito a los participantes, para que puedan solucionar las situaciones usando este material.

TALLER N°1. TRANSLACIONES Y REFLEXIONES CENTRALES

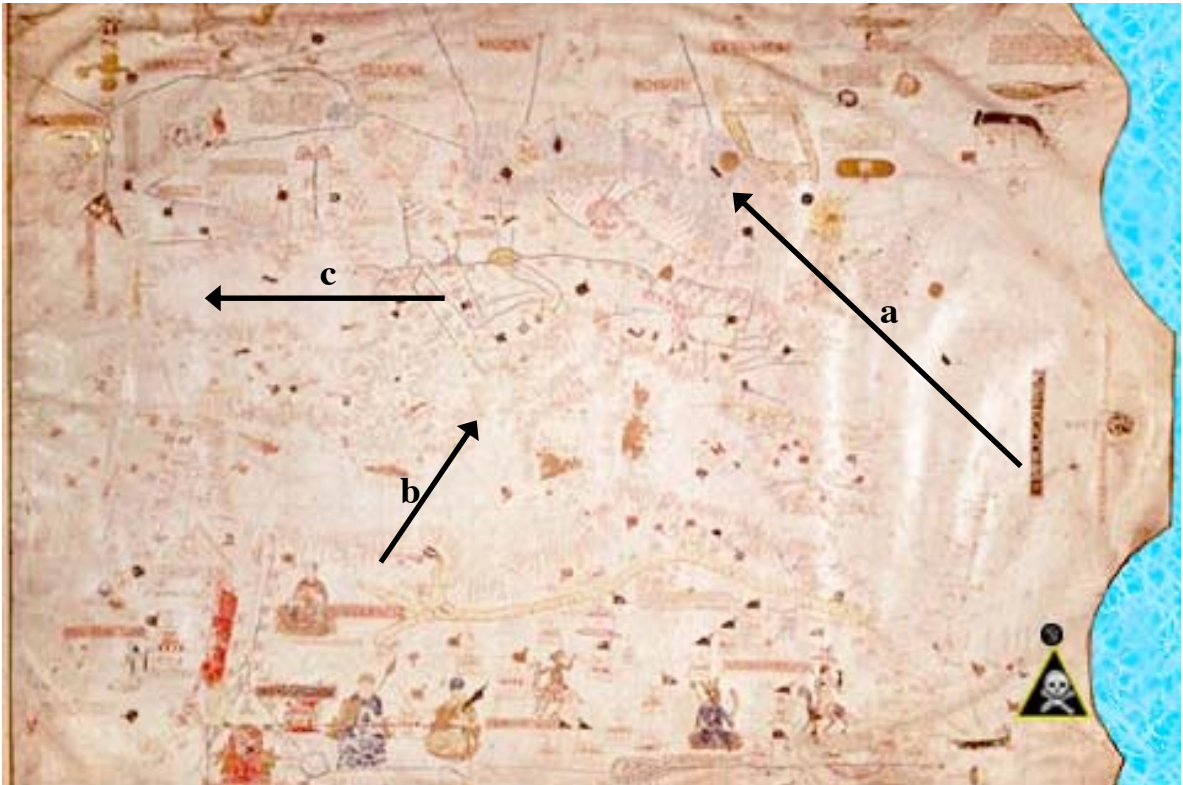
Actividad 1. En busca del tesoro perdido

Durante la búsqueda de un tesoro perdido, el pirata Barba Roja encontró un mapa en el que se señalaba un punto de partida y 3 movimientos representados con flechas, que debían realizarse para encontrar el tesoro.



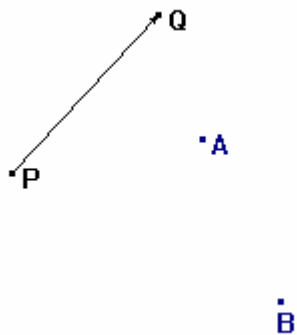
- Ayuda a Barba Roja a encontrar el tesoro señalando el punto dónde debe excavar y el camino que debe seguir desde el punto de partida hasta el punto de llegada.
- Si Barba Roja vuelve a enterrar el tesoro en el sitio donde lo encontró y quiere realizar un mapa en el cuál se señala el camino para llegar al tesoro a partir del mismo punto de partida, usando un solo movimiento. Dibuja en el mapa dado, la flecha que representa dicho movimiento.
- Empleando los tres movimientos sugeridos en el mapa, ¿Cuántos caminos distintos conducen al tesoro?
- Luego de encontrar el tesoro, Barba Roja se devuelve al punto de partida por el mismo camino que utilizó para llegar. En el siguiente mapa, copia la ubicación del

tesoro y dibuja las flechas que representan los movimientos que orientan el camino de vuelta.



Actividad 2. Regularidades entre objetos trasladados

Dada la traslación PQ representada por la flecha de P a Q , encuentra la imagen de los puntos A y B a través de PQ .

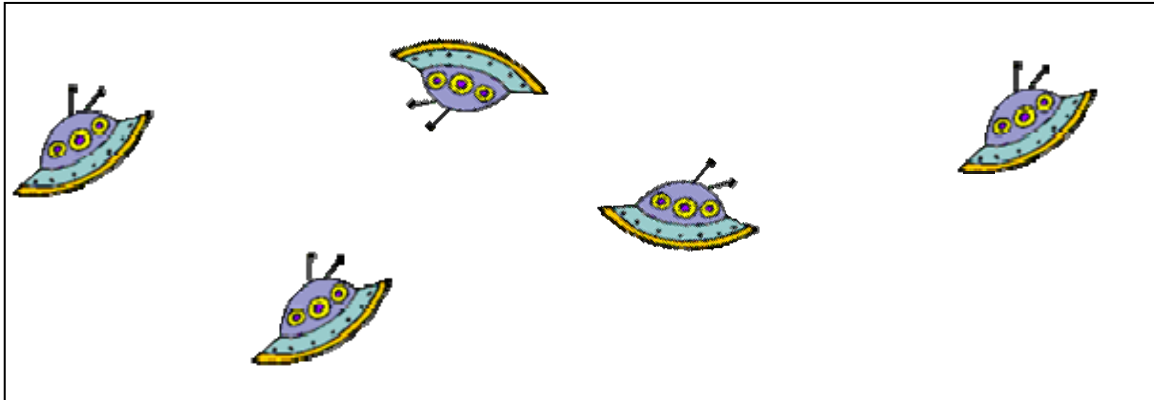


Si se nombran A' y B' la imagen de A y B por PQ respectivamente. ¿Qué características observas entre los segmentos $\overline{AA'}$ y $\overline{BB'}$?

Actividad 3. Identificando objetos trasladados

¿Cuáles de las siguientes figuras se pueden corresponder por una traslación?

a.



b.



Actividad 4. Uso de transformaciones en la solución de un problema matemático

Dados tres puntos X , A y C en el plano, encontrar un triángulo XYZ tal que A y C sean punto medio de dos de los lados del triángulo respectivamente.



Explica el procedimiento realizado para encontrar los vértices del triángulo.

Actividad 5. Simetría en algunas letras

Completa la figura 1 de tal manera que sea simétrica respecto al punto A , como se muestra en la figura 2.



Figura 1

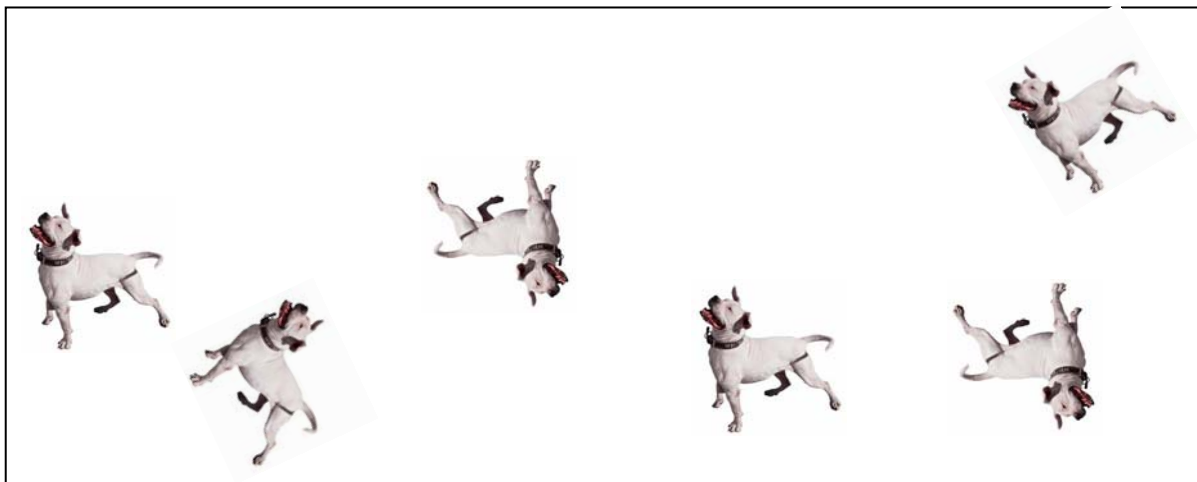


Figura 2

Actividad 6. Identificando figuras simétricas

¿Cuáles de las siguientes figuras se pueden corresponder por una reflexión central?

a.



Actividad 7. ¿Cerradura en el conjunto de las simetrías centrales?

Tomando dos puntos fijos X , Y y cualquier punto A del plano, obtenga los puntos A' y A'' tales que $[X](A) = A'$ y $[Y](A') = A''$. ¿Existe alguna transformación que permita obtener el punto A'' a partir de A ?

•X •A

•Y

TALLER N°2. ROTACIONES Y REFLEXIONES AXIALES

Actividad 8. Construcción de un engranaje



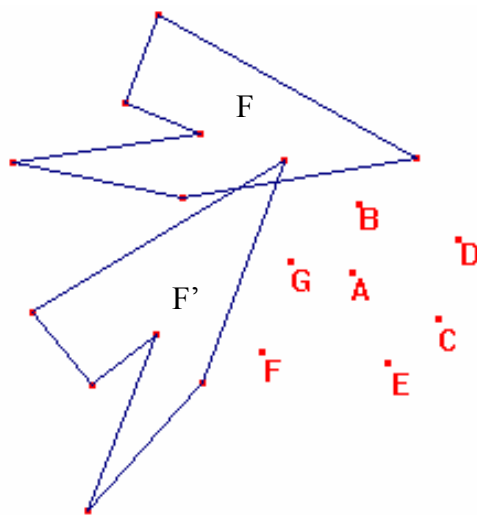
Una máquina emplea un engranaje para transmitir el movimiento a una banda transportadora como la que se muestra. Si el engranaje se debe incrustar en la barra circular cuyo centro se ha representado con el punto P . Realice un diseño del engranaje que permita el movimiento de la banda.



¿Qué procedimiento realizaste para construir el engranaje?

Actividad 9. ¿Cuál es el centro de giro?

El polígono F' es la imagen de F por alguna rotación. Determine la medida del ángulo de rotación y cuál de los puntos que se muestran en la figura, es el centro de rotación.

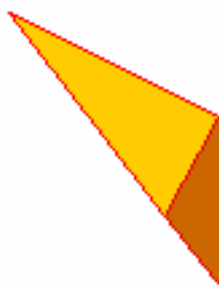


Actividad 10. Completando figuras.

Observe con detenimiento la siguiente figura.



Con base en la siguiente figura, construya una análoga a la anterior

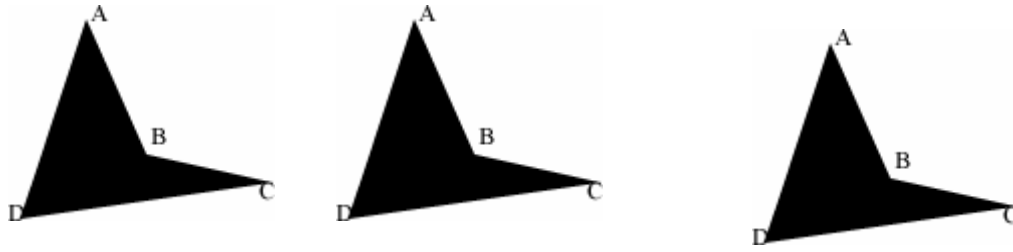


¿Cómo construiste la totalidad de la imagen?

Actividad 11. Composición de Reflexiones Axiales doblando papel. (Actividad orientada)

Sigue las instrucciones de la tallerista para realizar la composición de dos reflexiones axiales por usando papel doblado.

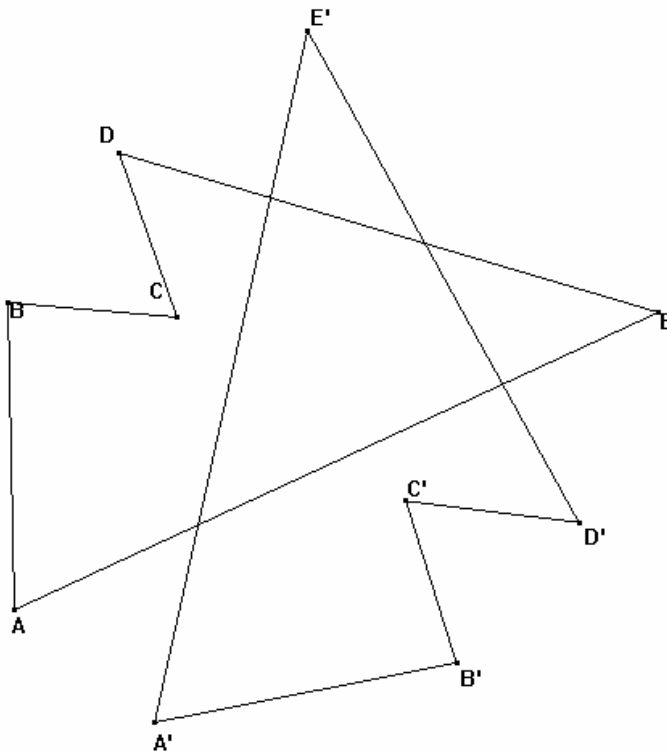
A cada hoja, se realizarán dos dobleces que corresponderán a la realización de dos reflexiones axiales, con la obtención de la figura final, se deducirá cuál es la transformación obtenida luego aplicar las dos reflexiones axiales a la figura. Son tres hojas diferentes, debido a las tres posibilidades de relación que se presentan entre los ejes de simetría (paralelos, perpendiculares, concurrentes no perpendiculares)



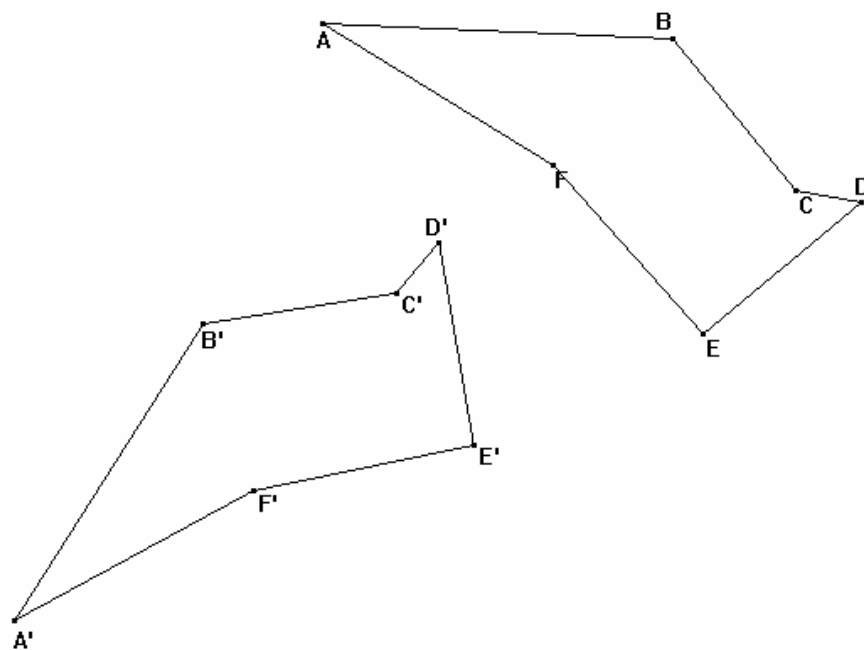
ACTIVIDAD 12. Identificando transformaciones

A continuación se muestran algunos polígonos con su imagen por una transformación, identifica cuál fue la transformación usada.

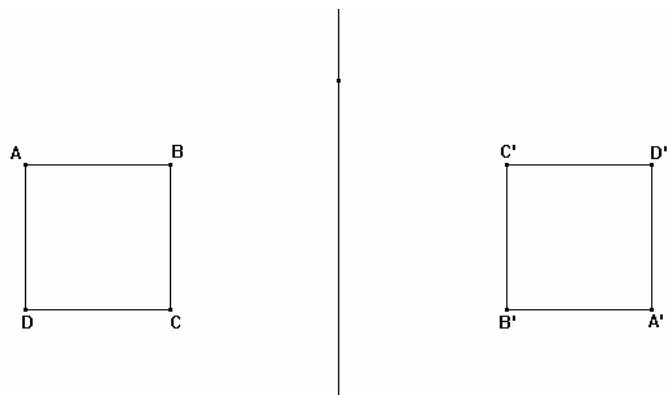
TRANSFORMACIÓN 1



TRANSFORMACIÓN 2



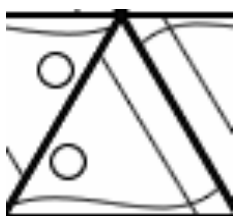
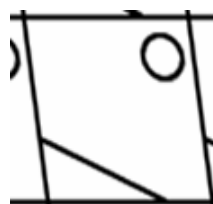
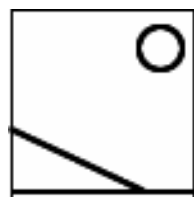
TRANSFORMACIÓN 3



ACTIVIDAD 13. Construcción de teselados. (Actividad orientada)

En esta actividad, deberás completar una sección de la hoja blanca o mesa de trabajo (representación del plano) usando los polígonos que han sido dados.

- Empieza por los cuadrados que no tienen gráfico alguno, ¿Qué transformaciones se usaron para completar llenar el plano?
- Continúa con los cuadrados que tienen la forma siguiente. ¿Qué transformaciones se usaron para completar el plano? ¿Se pueden usar las mismas transformaciones del punto anterior?
- Ahora, completa la representación del plano con los paralelogramos. ¿Qué transformaciones se usaron para completar el plano? ¿Se pueden usar las mismas transformaciones de los puntos anteriores?
- Usando los paralelogramos que tienen la forma siguiente, ¿Se pueden usar las mismas transformaciones de los puntos anteriores? ¿Qué transformaciones se usaron?
- Usando los pentágonos, ¿Es posible formar la tesela? ¿Porqué?



- Usando los triángulos equiláteros, ¿Qué transformaciones se usaron?
 - Usando los triángulos equiláteros que tienen la forma siguiente ¿Qué transformaciones se usaron?
- De esta manera, es posible visualizar diferentes maneras para construir teselas, en realidad, sólo existen 17 combinaciones posibles que se puedan usar para formar teselas.

Bibliografía

- Beber, k. Walter, O. *Algunas precisiones acerca de la resolución de problemas y de su implementación en el aula.* Universidad Nacional Abierta. Recuperado septiembre 03 de 2006.
- Charlay, R. (1993) *Aprender (por medio de) la resolución de problemas. Capítulo III.* Parra, C. Saiz, I. (Compiladoras). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Paidós.
- Fonseca, J. Sánchez, B.(2004) *Tutorial de presentación acerca de algunas aplicaciones de los grupos cociente.* Universidad Pedagógica Nacional.
- García, J. (2002) *Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas. N° 29.*
- Guggenheimer, H. (1967) *Plane Geometry and its groups.* Holden day.
- Gutierrez, A. Pastor, A. *El grupo de las isometrías del plano. Síntesis.*
- Kilpatrick, J. (1982). *¿Qué es un problema? Solución de Problemas.* (Traducido por H. C. Esteves para uso del CENAMEC, 2do Encuentro Nacional de Profesores de Didáctica de la Matemática de Institutos de Educación Superior, 1983)
- Nieto, J. (1993). *Problemas y soluciones. Divulgaciones Matemáticas.*
- Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas.* Trillas.
- Rico, L. (1988). *Didáctica activa para la resolución de problemas. Sociedad Andaluza Educación Matemática. Grupo EGB de Granada.*
- Tortosa, A. (1999). *Profesor versus maestro de primaria Investigación en el aula de Matemáticas. Universidad de Ganada. Dpto de Didáctica de la Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.*
- Yaglom, I. (1986) *Geometric Transformations.* Yale university. Panel.