

Una aproximación a la Historia de las matemáticas y al conocimiento histórico de las Matemáticas¹³

Edgar Alberto Guacaneme Suárez

Profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación, Énfasis en Educación Matemática. Universidad del Valle.

Resumen

La caracterización del conocimiento histórico de las matemáticas es esencial para perfilar su articulación al conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Para ello, se hace necesario establecer el carácter de la Historia de las Matemáticas y de la labor investigativa del historiador; la reflexión sobre esta última permite reconocer tres tareas (recopilación, análisis y divulgación) en las que un variado conjunto de decisiones del historiador, entre otros factores, imprime un aspecto de relatividad que condicionan el valor *científico* del relato histórico resultante. Esta reflexión permite reconocer que el conocimiento histórico se puede ubicar en varios intervalos o tendencias, y por tanto no tiene una única definición o caracterización; sin embargo, también cuestiona la disponibilidad real de documentos históricos que atiendan a los intereses de formación histórica de los profesores de matemáticas.

Introducción

En el proceso de construcción del proyecto de tesis denominado inicialmente *El conocimiento histórico en la formación integral de un profesor de matemáticas: Estudio del caso de la proporcionalidad* se ha considerado importante esclarecer algunos aspectos que caracterizan al conocimiento de la Historia de las Matemáticas en tanto que se presupone que ello permita reconocer posibles y potenciales conexiones con el conocimiento profesional del profesor de matemáticas. En cierto sentido se trabaja con la idea de que se requiere conocer qué tipo de conocimiento es el proveniente de la Historia de las Matemáticas para establecer de qué manera éste se incorpora en, o articula con, lo que hoy en día se conoce como conocimiento profesional de un educador matemático.

En lo que sigue, inicialmente se presentará una reflexión acerca de lo que podría ser la labor investigativa en la Historia de las Matemáticas —ilustrada mediante ejemplos relacionados con la historia de la proporcionalidad— y luego, a partir de ésta se intentarán presentar algunos aspectos o tendencias de la caracterización del conocimiento proveniente de la Historia de las Matemáticas. En el apartado final se

¹³ Resumen del ensayo presentado como requisito del Seminario de Educación y Pedagogía, dirigido por el doctor Carlos Eduardo Vasco en el segundo semestre de 2006, en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación (Sede Universidad del Valle).

desarrollarán brevemente algunas reflexiones generadas a partir de lo discutido en las dos primeras partes.

La Historia de las Matemáticas y la labor de investigación histórica

Reconozcamos inicialmente que la Historia es una disciplina que intenta dar cuenta de los sucesos humanos acaecidos en un pasado conocido a través de fuentes documentales e incluso —para algunos— ofrece predicciones de hechos por ocurrir. En ese sentido los investigadores (historiadores) asumen las tareas de recopilar/seleccionar, analizar/interpretar y presentar/divulgar la información disponible sobre tales sucesos. Desde esta perspectiva básica, la Historia de las Matemáticas puede verse como una disciplina que estudia los sucesos humanos ligados a la actividad matemática del pasado, la actual e incluso la futura, lo cual indiscutiblemente implica el conocimiento de las obras matemáticas resultantes de tal actividad, entendiendo que éstas son parte constitutiva de las prácticas matemáticas de los matemáticos.

Recopilación/selección de fuentes documentales

Para el desarrollo de tal estudio —y particularmente para la ejecución de la tarea de recopilación/selección de información— los historiadores de las matemáticas, una vez han determinado el objeto de estudio, deben identificar las fuentes documentales que permitirán construir una historia del objeto en cuestión. Igualmente, los historiadores recurren a documentos y conocimiento histórico que versa sobre las condiciones políticas, sociales, económicas, etc., que configuraban el contexto en el que se daba la actividad matemática objeto de estudio y sin duda los documentos que dan cuenta del pensamiento filosófico y religioso coetáneo constituyen cada vez más un recurso documental importante en la indagación histórica. También, pueden disponer de las biografías de los actores y constructores de las obras matemáticas objeto de estudio. Al parecer una fuente menos usada son los relatos, las leyendas o los testimonios transmitidos oralmente o las vivencias propias del historiador.

La identificación de las fuentes puede ser una empresa bastante complicada de realizar. De un lado, puede contarse con un alto número de fuentes disponibles o una muy escasa cantidad de las mismas. En efecto, la ubicación temporal de la obra matemática objeto de estudio puede darse en un momento específico, en largos periodos de tiempo o en varios lapsos. Si la obra se ubica en una cultura muy antigua o en una comunidad con poca tradición de elaboración de registros escritos, el número de fuentes puede ser muy reducido e incluso nulo. De otro lado, es probable que las fuentes de consulta no sean los originales o una copia fiel de éstos, que de lo que se disponga sean traducciones, ediciones o comentarios de la obra, o que las fuentes aborden de manera colateral el objeto de estudio. También, es frecuente que, cuando el tiempo de procedencia es considerablemente dilatado, las obras estén escritas en lenguajes e idiomas no contemporáneos con los usados por el investigador. Por ejemplo, si el objeto de estudio fuera la proporcionalidad, se tendría un amplio intervalo temporal en el cual ubicar fuentes documentales, pues se sabe que dicha temática fue tratada por los griegos clásicos y ha sido utilizada durante muchos siglos por científicos y matemáticos; ante la imposibilidad de estudiar tal espectro el historiador tendría que seleccionar al menos una serie de momentos en que ésta tiene un papel fundamental en el desarrollo de las matemáticas. Así, por ejemplo, entre otros momentos, se tendrían que identificar fuentes documentales en: la época de la escuela pitagórica para determinar cuál era la teoría de las proporciones que allí se trabajada; la época de los griegos (fundamentalmente de Eudoxo, Euclides y Apolonio) para determinar la creación de la teoría de la proporcionalidad, su adaptación a la versión axiomática

deductiva y su uso en la descripción de curvas geométricas; la época del surgimiento de lo que hoy se llama álgebra para identificar el uso de la teoría de las proporciones en la solución de problemas geométricos a través de procedimientos analíticos y en la creación de nuevas magnitudes físicas; la época de creación del Cálculo para reconocer cómo el lenguaje de las funciones sustituye el clásico lenguaje de las proporciones empleados por varios siglos; y, las épocas de desarrollo de los trabajos del matemático y filósofo alemán Gottlob Frege y del matemático alemán Julius W. R. Dedekind relativo a la construcción del conjunto de los números reales para determinar el rol jugado por la definición euclidiana de proporción.

Antes de concluir este apartado es necesario plantear que es indiscutible que la disponibilidad y elección de las fuentes determina sustancialmente la historia que se relate. Para ilustrar ello en el contexto de la historia de la proporcionalidad basta atender a lo comentado por Acerbi (2003) al referirse a la necesidad de hacer tratamientos separados para las traducciones de los *Elementos* provenientes de la tradición griega y la árabe-latina, particularmente al abordar el estudio de la generalidad a través de lo propuesto en la proposición 8 del Libro V.

Análisis/Interpretación del contenido de las fuentes documentales

No obstante el disponer de las fuentes documentales y de haber realizado una selección atendiendo a la potencial pertinencia de las mismas en el marco de la investigación, el historiador se enfrenta a la tarea de intentar identificar y describir un hecho (o varios) a partir de *sombras* del mismo, no siempre establecidas con el ánimo de documentar el hecho en cuestión, no siempre fieles al hecho mismo. Por ejemplo, a partir de la presentación de la teoría de la proporcionalidad para algunas magnitudes geométricas reportada en el Libro V de los *Elementos* y de otros trabajos de la edad dorada griega, el investigador debe construir y describir un hecho que dé cuenta de, entre otros aspectos, el proceso de creación de la teoría, la problemática que enfrentaba la teoría que sustituye, el tipo de magnitudes no consideradas, el autor de la teoría o de apartes de ella.

Vale la pena resaltar que para el investigador, así como para los potenciales lectores y estudiosos del resultado del trabajo investigativo, debe ser claro que el evento y su relato no pueden ser lo mismo (ver, Grunetti y Rogers, 2000, pp. 41-42). A partir del conjunto de fuentes disponibles el investigador debe entonces construir un hecho, de tal suerte que atienda de manera detallada y coherente a la información de éstas y sobretodo las articule de manera adecuada. Así, la descripción que realiza no sólo es un recuento del listado de la información disponible, sino que incorpora de manera importante una apuesta del historiador acerca de la posible articulación de tal información. Volviendo brevemente al caso de la proporcionalidad, encontramos un ejemplo de la dificultad de la posible articulación de información, incluso cuando proviene aparentemente del mismo autor: en las obras euclidianas donde se trabaja la idea de razón, no parece nada evidente la articulación entre la definición 2, la proposición 1 de los *Data* y la definición 3 del Libro V de los *Elementos*, respectivamente, que aluden a ella.

Quizá de manera simultánea a la creación del hecho, el investigador debe ir configurando un análisis de dicha descripción desde la perspectiva que haya elegido y que orienta la intencionalidad del estudio histórico mismo. La perspectiva del análisis puede enfatizar en aspectos: (i) filosóficos acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos implicados en la obra matemática, (ii) lógicos en torno al tratamiento de tales objetos, (iii) axiológicos de la obra misma, (iv) matemáticos propiamente dichos, (v) psicológicos en torno al pensamiento matemático implicado en la constitución de la obra, (vi) biográficos o (vii) sociológicos. Así, a manera de ejemplo, para el caso de la proporcionalidad se puede identificar una aproximación de análisis lógico en los planteamientos de Gardies (2004, pp. 9-26.) acerca de las

definiciones 5 y 7 del Libro V de los *Elementos*; una aproximación filosófica y matemática tanto en los análisis hechos por Heath (1956) y Puertas (1994) y registrados en las notas a pie de página en sus publicaciones, como en el breve documento de Fine (1917) relativo a la teoría de la proporción. La aproximación axiológica es una propuesta expresada por el Doctor Alan Bishop y está en concordancia con su trabajo del último decenio en torno a la identificación de valores (ideológicos, sentimentales y sociológicos) en la actividad matemática.

La realización del análisis y su incorporación en el documento que da cuenta del trabajo histórico parece ser el aspecto medular de la actividad investigativa, reconociendo que la construcción del hecho puede concebirse como el aspecto vertebral de ésta. En este sentido se entiende que los hechos son los cimientos y materia prima sobre los que se elabora la *interpretación* histórica. Así, el investigador da cuenta de *su* interpretación histórica de los hechos convincente e intelectualmente satisfactoria, en la que ha respetado lo reportado en las fuentes documentales, articulado la información de éstas y realizado un análisis desde la perspectiva escogida. Tal interpretación está entonces respaldada en un principio de *honestidad* histórica, el cual no garantiza la *veracidad* histórica. Ello se da fundamentalmente porque, de manera similar a como sucede en las ciencias naturales (en donde los resultados de la observación y experimentación suministran la evidencia para una teoría científica, pero no pueden demostrar que la teoría es correcta), en la Historia se pueden tener una cantidad suficiente de información de muy buena calidad, pero toda historia que se estructure a partir de ella no podrá mostrar en sí misma que es correcta; pero sí, que es coherente con la evidencia disponible.

Presentación/divulgación de las historias construidas

Muy probablemente el informe de investigación del historiador incluya el relato histórico, las categorías de análisis y los resultados de su interpretación, pero como sucede en la mayoría de las investigaciones dicho informe no es publicable en su cabal extensión. En consecuencia, el investigador debe hacer adaptaciones que puedan ser publicadas en artículos, libros, reseñas, cuentos, etc., dirigidas a divulgar los resultados de investigación con intenciones y públicos diversos, lo cual de seguro implica estilos textuales diversos. Así, un investigador puede estar interesado en que su relato sea apropiado por la comunidad de matemáticos y en ese sentido su relato seguramente incorporará una descripción y discusión de aspectos técnicos de la obra matemática y la lectura e interpretación que haya hecho está dirigida a una lectura moderna de un pasado. Quizá la intención sea divulgar los hallazgos históricos a una población que no posea sino un conocimiento básico de los tecnicismos matemáticos; así su lenguaje será menos técnico y profundizará en detalles anecdóticos, en ciertos sentidos novelescos, que puedan ser atractivos para los lectores. Tal vez la intención del relato histórico sea simplemente capturar a algunas personas que puedan estar no muy interesados por la matemática y ello implique incluso una historia en donde las matemáticas parezcan ausentes.

Ligado con las intenciones y población potencial a la que se dirija el relato histórico aparece el estilo del escrito mismo. Para el caso de la historia de las matemáticas la descripción que se realiza generalmente implica un relato literario en prosa, impregnado de algunos asuntos técnicos de la obra matemática en cuestión, que puede no ser ni literatura, ni matemáticas. Hay, pues, intenciones estéticas e intelectuales en la escritura de la historia. Las primeras tienen que ver con la generación de condiciones que recreen de manera fiel y permitan una inmersión en el contexto histórico, lo cual muy probablemente requiera no sólo recrear el ámbito sociocultural y filosófico en el que se ubique la obra, sino que también demande excluir cualquier referencia a los conceptos, lenguaje e interpretaciones modernas. Así, por ejemplo, el historiador debería ubicar como prólogo a la historia de la proporcionalidad euclidiana los

planteamientos de Platón y Aristóteles acerca de, entre otras nociones, la magnitud y el número, al igual que la dinámica de la empresa *demostrativa* de la Grecia coetánea a Euclides, para con ello procurar que el lector se familiarice con el contexto natural de la obra y pueda desde allí construir un sentido. Las intenciones intelectuales aluden a que más que una historieta, el relato histórico debe dar cuenta de la obra matemática, es decir, debe comunicar al lector los aspectos matemáticos, filosóficos, lógicos, o axiológicos de la obra en sí. En esta dirección es muy probable que el relato implique la inclusión de aspectos técnicos de la obra en sí y, por supuesto, la inclusión de un lenguaje matemático operativo.

En suma, es menester reconocer que las historias de las matemáticas pueden emplear una gama de estilos que atienden a pretensiones subjetivas del historiador y no específicamente a las características filosóficas, lógicas, axiológicas, etc. de la obra matemática misma, aspecto que niega la posibilidad de caracterizar de manera única al conocimiento histórico y le asigna un valor agregado al relativismo del mismo.

Algunas características del conocimiento histórico

Luego de hacer una reflexión sobre la actividad investigativa del historiador, como la reportada en la anterior sección, la difícil tarea de establecer las características que definan y determinen al conocimiento histórico de las matemáticas se facilita un poco. Sin embargo, a diferencia de lo que se puede pensar antes de tal reflexión, la caracterización no muestra unos valores específicos para las características sino sendos intervalos de variación para los diferentes aspectos considerados o tendencias en la investigación histórica.

De esta manera un primer intervalo establece como tendencias extremas las miradas *internalista* y *externalista* de las matemáticas. Desde la primera, “se considera que el objeto de la Historia de las Ciencias, es la ciencia misma” (Anacona, 2003, p. 31); desde la segunda “se considera que las explicaciones sobre los acontecimientos científicos se pueden obtener primordialmente desde el ámbito social” (*ibid*, p. 3); en esta dirección, la Historia de las Matemáticas estudia la dinámica de constitución de una obra matemática, dejando de lado o incluyendo los aspectos *no matemáticos* de la obra misma. En los extremos de tal intervalo estaría, entonces, la obra matemática casi siempre en su presentación formal ubicada en un momento cronológico específico, y los aspectos sociales ligados con la constitución de la obra, pero sin la obra misma.

De manera quizá paralela o con cierto grado de correspondencia con el intervalo anterior, pero ahora considerando el estilo de escritura en el relato, se reconoce que éste puede ir desde uno de carácter historiográfico a uno de carácter eminentemente matemático. La ausencia o presencia de un lenguaje técnico en el relato literario puede ser un rasgo distintivo de la tendencia hacia uno u otro extremo, respectivamente.

En cuanto al análisis de los hechos históricos se resaltó antes la existencia de diversos enfoques (v.g., filosófico, axiológico, lógico, matemático, psicológico, biográfico, sociológico), no necesariamente disjuntos. Estos enfoques no se pueden ubicar como extremos antípodos de intervalos, sino más bien como tendencias diversas de la interpretación histórica. Sin embargo, quizá una tendencia matemática y filosófica pueda estar más cercana a una postura internalista, en tanto que una tendencia axiológica, psicológica, biográfica o sociológica se encuentre más aledaña a una posición externalista.

Un intervalo adicional es el planteado a través de dos tendencias, denominadas *historia* y *herencia*, presentadas a partir de una distinción del conocimiento histórico de las matemáticas. Esta clasificación a

dos columnas —propuesta por Grattan–Guinness (2004a, 2004b)— no pretende inclinar la balanza hacia ninguna de las tendencias, pues se reconoce la legitimidad de ambas maneras de aprehender la matemática del pasado, pero afirma que no es legítimo confundir tales tendencias. Al mirar con cierto detalle la propuesta de Grattan–Guinness se reconoce que estas dos tendencias aluden de manera esencial a diferencias en el contenido del relato histórico y, con ello, a una distinción frente a la intención de éste. En cierto sentido, se podría afirmar que el relato de la *Historia* permite reconocer la imperfección humana y cuestionar la idea de progreso acumulativo de las matemáticas, con lo cual se obtiene una ganancia en el reconocimiento de la matemática como actividad humana y social. A este respecto, el caso de la *Herencia* parece permitir reconocer lo opuesto.

Finalmente, en la intención de caracterización del conocimiento histórico de las matemáticas es necesario reconocer que el discurso histórico sobre las matemáticas no es Matemática, pero sí versa sobre las matemáticas. Su verdad se deposita en la ética y el poder intelectual del historiador. En efecto, no es posible que el relato histórico de cuenta de su nivel de verdad, aunque sí se desearía que la información suministrada y los análisis realizados fueran suficientemente completos y coherentes, así como que el historiador hubiera precisado los asuntos que no tienen soporte íntegro en evidencias y las interpretaciones en las que existan razones para cuestionarlas.

A modo de cierre

Inicialmente, hay que reconocer que las ideas anteriores constituyen tan sólo una primera aproximación a la caracterización de la actividad investigativa y del conocimiento histórico de las matemáticas y, por ahora, no pretenden ser más que eso. No obstante este carácter preliminar, desde ésta se comienzan a entrever algunos posibles derroteros y retos para abordar con suficiente propiedad el problema de la articulación entre el conocimiento histórico y el conocimiento profesional del profesor de matemáticas. De manera general, se abre la posibilidad de cuestionar estados o posiciones —en los intervalos o tendencias citados— que podrían privilegiarse al momento de configurar un conocimiento profesional del profesor de matemáticas permeable suficientemente por la Historia de las Matemáticas.

De manera particular, en primer lugar, se puede expresar la pregunta acerca de qué tipo de visión histórica (internalista, externalista o intermedia) es más conveniente para articular como parte del conocimiento profesional del profesor de matemáticas. En segundo lugar, surge la pregunta acerca de cuál tipo de estilo de escritura es el deseable que contengan los relatos históricos que sean objeto de estudio por parte de los profesores, pues recuérdese que éste se puede ubicar en un intervalo que va desde uno de carácter historiográfico a uno de carácter eminentemente matemático. En tercer lugar, se puede cuestionar el tipo de enfoque histórico (v.g., filosófico, axiológico, lógico, matemático, psicológico, biográfico, sociológico) deseable y primordial de las historias objeto de estudio del profesor. Una variante de este cuestionamiento, atendiendo a la poca disponibilidad de documentación histórica dirigida específicamente a los profesores, podría ser cuestionarse por el tipo de preguntas que conviene hacer a la Historia de las Matemáticas o, si se quiere, por la utilidad explícita que tendría hacer preguntas desde los diferentes enfoques. En cuarto lugar, surge el cuestionamiento acerca de cuál de las tendencias (*historia* y *herencia*) estaría más cercana a las necesidades de formación histórica de un profesor de matemáticas. A este respecto, y atendiendo a la posibilidad de la *historia* de brindar una mirada más humana y social de las matemáticas, la balanza se inclina favorablemente hacia ésta.

Referencias

- Acerbi, F. (2003). *Drowning by Multiples. Remarks on the Fifth Book of Euclid's Elements, with Special Emphasis on Prop. 8. Archive for History of Exact Sciences* 57, 175-242.
- Álvarez, C. (sin fecha). *Razones y variaciones. El papel de la teoría de proporciones en el estudio Galileano del movimiento. Departamento de matemáticas. Facultad de Ciencias, UNAM. México, D. F.*
- Anaconda, M. (2003). *La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática* 8 (1), 30-46.
- Fine, H. (1917). *Ratio, Proportion and Measurement in the Elements of Euclid. The Annals of Mathematics, 2nd Ser.,* 19 (1), 70-76.
- Gardies, J. (2004). *Du mode d'existence des objets de la mathématique. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin.*
- Grattan-Guinness, I. (2004a). *History or Heritage? An important distinction in Mathematics and for Mathematics Education. The American Mathematical Monthly,* 111, 1-12.
- Grattan-Guinness, I. (2004b). *The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. Historia Mathematica,* 31, 163-185.
- Grugnetti, L. & Rogers, L. (2000) *Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. En J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), History in Mathematics Education. The ICMI Study. (pp. 39-62). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.*
- Heath, T. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements. New York: Dover Publications, Inc.*
- McDowell, G. & Sokolik, M. (1993). *The Data of Euclides. Baltimore, MD: Union Square Press.*
- Puertas, M. (1994). *Elementos. Libros V–IX. Madrid: Editorial Gredos.*