SOBRE LES TEORIES ESPECIAL I GENERAL DE LA RELATIVITAT

Albert Einstein

Amb aquest escrit del 1917, Einstein volia proporcionar "una perspectiva de la teoria de la relativitat als que hi estan interessats tant des d'un punt de vista científic com filosòfic i que no dominen l'aparell matemàtic de la física teòrica".

§ 30. DIFICULTATS COSMOLÒGIQUES DE LA TEORIA NEWTONIANA

Deixant de banda el problema exposat al § 21, la mecànica clàssica presenta una segona dificultat teòrica que, segons que en tinc notícia, fou analitzada per primera vegada amb deteniment per l'astrònom Seeliger. Si hom reflexiona sobre la qüestió de com cal imaginar l'univers (món) com un tot, la resposta serà, ben segur, aquesta: el món és infinit en l'espai (i en el temps); existeixen estrelles pertot, de manera que, tot i que la densitat de la matèria serà, per a indrets específics, molt variable, segons la mitjana la matèria es trobarà pertot arreu. Expressant-ho d'una altra manera: a tots els indrets que hom viatgés de l'univers, trobaríem un munt d'estrelles fixes, d'aproximadament el mateix tipus i la mateixa densitat.

Aquesta concepció és irreconciliable amb la teoria newtoniana. Aquesta darrera exigeix, més aviat, que l'univers tingui una mena de centre en el qual la densitat estel.lar assoleixi un màxim i que aquesta densitat minvi a mesura que hom se n'allunya cap enfora, per trobar-nos finalment i molt més enllà amb un buit infinit. El món estel.lar hauria de formar una illa finita enmig d'un oceà infinit d'espai.[1]

Aquesta representació és, de fet, poc satisfactòria. Però ho resulta encara menys quan arribem a la conclusió que la llum emesa per les estrelles, i també algunes de les estrelles del sistema estel.lar, migren constantment devers l'infinit, sense tornar mai més ni entrar tampoc en interacció amb d'altres objectes de la natura. El món de la matèria aplegada, per tant, en un espai finit, aniria empobrint-se progressivament.

Per defugir aquestes consideracions, Seeliger va modificar la llei de Newton en el sentit de suposar que, a distàncies molt grans, l'atracció de dues massses minva molt més ràpidament que no ho faria segons la llei de

$$\frac{1}{r^2}$$

així s'aconsegueix que la densitat mitjana de la matèria esdevingui constant per a tots els punts fins a l'infinit, sense que es generin camps gravitatoris infinitament grans. D'aquesta manera, aconseguí de deslliurar-se de la idea gens seductora que el món material hauria de tenir una mena de centre. Certament no podem solucionar les dificultats esmentades sense modificar i complicar la llei de Newton, cosa que, d'altra banda, no veiem justificada ni per raons experimentals ni teòriques. Hom pot imaginar un gran nombre de possibles lleis que ens permetin d'arribar a la mateixa conclusió; no podem donar, però, un argument suficient per preferir-ne una en especial, atès que, per a la llei de Newton mateixa, cap d'aquestes lleis no es fonamenta en principis generals de caire teòric.

§ 31. LA POSSIBILITAT D'UN UNIVERS FINIT I, TOT I AIXÍ, NO LIMITAT

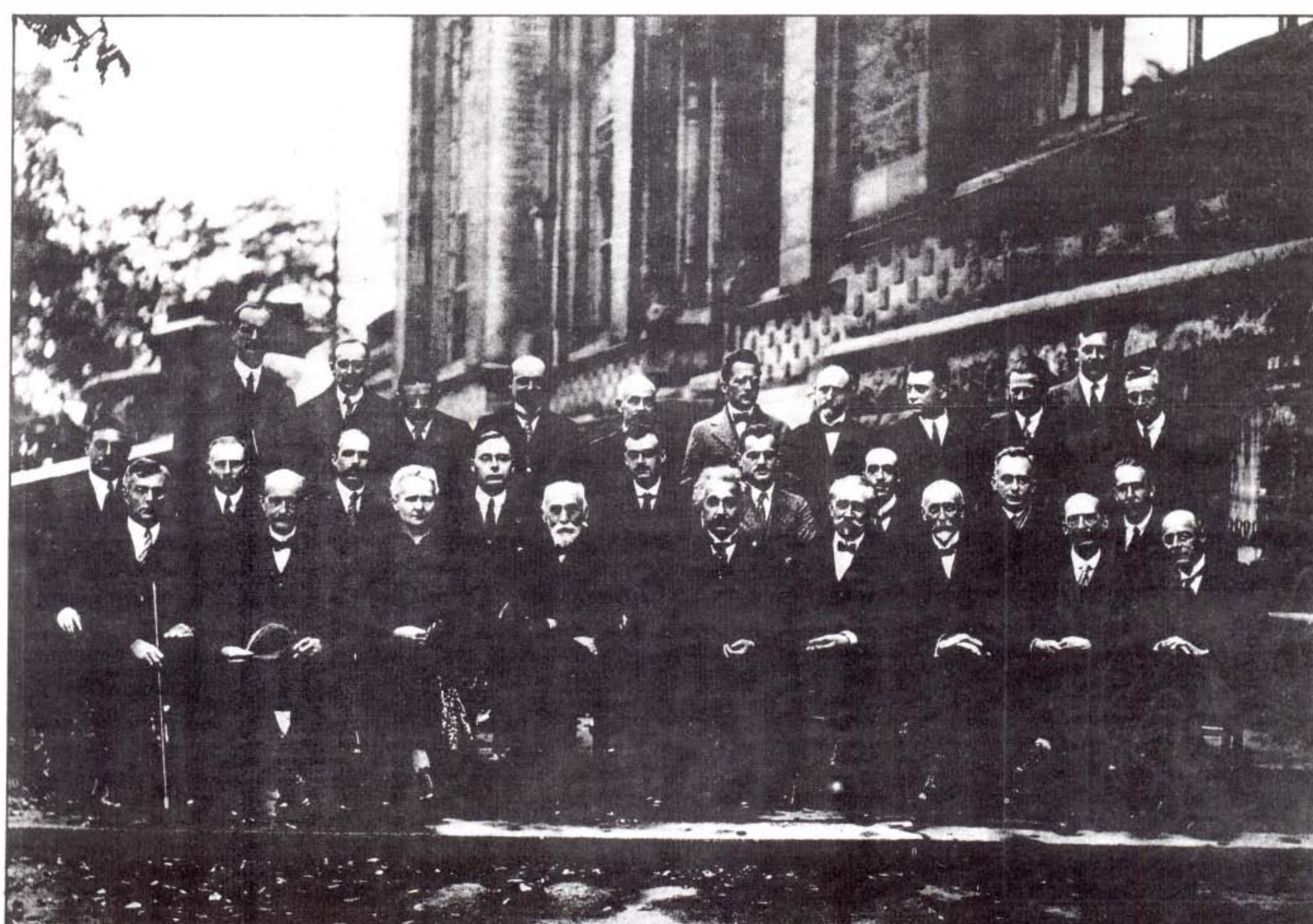
Les especulacions entorn de l'estructura de l'univers varen prendre també una direcció molt diferent. Efectivament, el desenvolupament de la geometria no euclidiana va fer dubtar del concepte d'*infinit* del nostre espai, sense entrar en contradicció ni amb les lleis del pensament ni amb el fet experimental (Riemann, Helmholtz). Aquestes qüestions ja varen ser aclarides, amb tot detall, per Helmholtz i Poincaré, i jo solament em limitaré a esmentar-les breument.

Imaginem-nos, primerament, un esdeveniment bidimensional. Suposem que uns éssers plans disposen d'eines planes i, en particular, de petits regles plans i rígids; i que poden moure's lliurement damunt d'un *pla*. Fora d'aquest pla no existeix res per a ells, de manera que la causa de tot esdeveniment queda circumscrita a ells mateixos i a llurs objectes plans. En particular, poden fer les construccions amb bastonets que corresponen a la geometria plana euclidiana, per exemple, la construcció en xarxa sobre una taula que hem vist al § 24.

El món d'aquests éssers, a diferència del nostre món, és bidimensional, però, com el nostre, és d'extensió infinita. Hi caben infinits quadrats idèntics construïts amb bastonets, és a dir, el volum (superfície) d'aquests quadrats és infinit. Si aquests éssers diuen que llur món és "pla", aquesta afirmació no deixarà de tenir sentit, ja que poden construir, amb els bastonets i d'acord amb la geometria euclidiana del pla, estructures equivalents que servaran entre elles, independentment de llur posició, distàncies sempre idèntiques.

Imaginem-nos novament un esdeveniment bidimensional, situat ara, no en un pla, sinó en la superfície d'una esfera. Els éssers plans, amb llurs regles de mesura i llurs objectes, estan adaptats específicament a aquest tipus de superfície i no poden abandonar-la, i tot llur món observable queda, únicament i de manera exclusiva, reduït a la superfície de l'esfera. ¿Poden aquests éssers considerar la geometria de llur món com una geometria euclidiana de dues dimensions i, conseqüentment, llurs bastonets com la realització d'una "recta"? No ho poden fer. Perquè quan intentin fer una recta, obtindran una corba que nosaltres, "éssers de tres dimensions", designem com a cercle màxim, és a dir, una corba closa de longitud determinada i finita, la qual podem mesurar mitjançant un regle. Aquest món també posseeix una superfície finita que podríem comparar a la que forma un quadrat fet amb bastonets. L'encant d'aquest raonament resideix a assabentar-nos del següent: *el món d'aquests éssers és finit i, tot i així, sense límits.*

Ara bé, els éssers esfèrics no necessiten emprendre cap viatge per llur món per tal d'adonar-se que no viuen en un món euclidià. Poden apercebre's d'aquest fet a qualsevol indret no massa reduït de l'esfera. Serà suficient que descriguin, des d'un punt, "segments rectes" (arcs de circumferència, si ho veiem tridimensionalment) de la mateixa longitud i en totes les direccions.

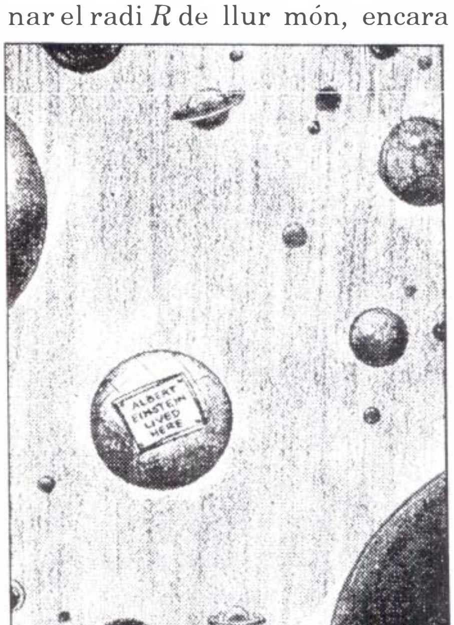


A la pàg. anterior, participants al Congrés Solvay (1927) que va reunir els més grans fisics de l'època.
A la dreta, Einstein a Pasadena, en 1932, explicant les equacions del camp gravitatori.
A baix, una caricatura: "Einstein va viure aquí".

La unió dels extrems lliures dels segments, l'anomenaran "circumferència". La relació entre el perímetre de la circumferència, mesurada amb un bastonet, i el seu diàmetre, és igual, segons la geometria euclidiana del pla, a una constant anomenada π, la qual és independent del diàmetre del cercle. Damunt de la superficie de l'esfera, els nostres éssers trobarien que el valor d'aquesta relació és:

$$\pi \frac{\sin\left(\frac{r}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)}$$

És a dir, un valor més petit que π i, aquest, més reduït com més gran sigui el radi de la circumferència en comparació amb el radi R del "món esfèric". A partir d'aquesta relació, els éssers esfèrics poden determinar el radi R de llur món, encara



que solament tinguin a l'abast una petita part de l'esfera per a fer-hi mesuraments. Si aquesta part, però, és massa reduïda no podran constatar que es troben damunt d'un món esfèric i no damunt d'un pla euclidià, ja que un fragment petit d'una superfície esfèrica difereix sensiblement molt poc d'un fragment de pla de la mateixa mida.

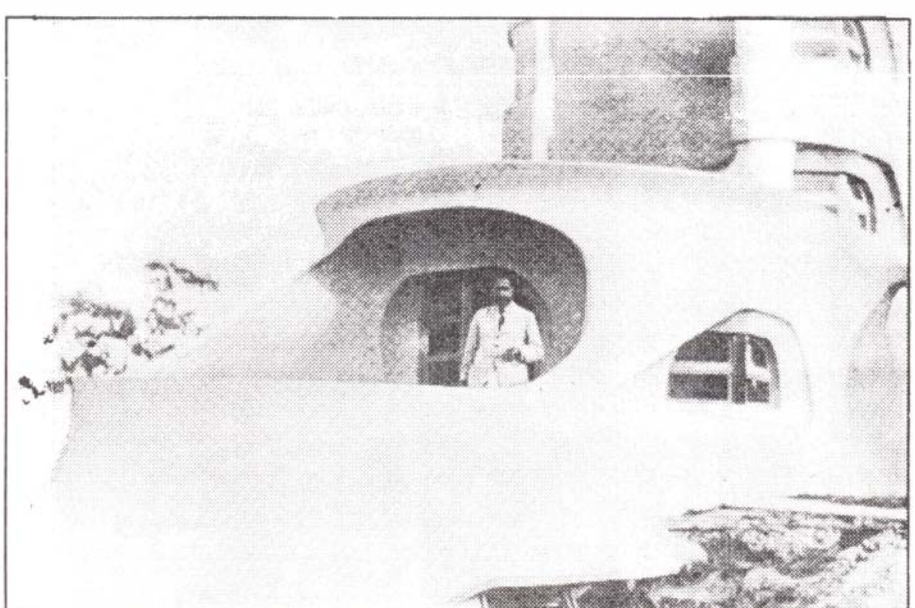
Conseqüentment, si els nostres éssers esfèrics viuen en un planeta el sistema solar del qual omple solament una ínfima part de l'univers esfèric, no tindran possibilitat d'assabentar-se si viuen en un món finit o infinit, atès que la part de món que pot abastar llur experiència és, en ambdós casos, pràcticament plana o euclidiana. Aquest raonament ens mostra, d'una manera òbvia, que per als nostres éssers esfèrics el perímetre de la circumferència creix inicialment amb el radi fins a assolir el "perímetre de l'univers", i, més endavant, en créixer el radi, minva fins a zero. La superfície del cercle creix progressivament fins a assolir, a l'últim, la superfície total del món esfèric.

Possiblement resulti estrany al lector el fet que hàgim col.locat els nostres éssers precisament damunt d'una altra esfera i no damunt d'una altra superfície closa. Això, però, queda justificat, atès que la superfície esfèrica es caracteritza, enfront de la resta de superfícies closes, pel fet que tots els seus punts gaudeixen de la propietat d'ésser equivalents. És cert que la relació entre el perímetre p d'una circumferència i el seu radi depèn de r, però, un cop definit aquest, és igual per a tots els punts del món esfèric. El món esfèric és una "superfície de curvatura constant".

Aquest món esfèric bidimensional té el seu homòleg en les tres dimensions: l'espai esfèric tridimen- sional que fou descobert per Riemann. Els punts d'aquest espai també són equivalents. El volum n'és finit i és determinat pel seu "radi" R ($2\pi^2R^3$). Podem imaginar-nos un espai esfèric? Imaginar-nos un espai no vol dir altra cosa que imaginar un model experimental "espacial", és a dir, imaginar-nos experiències obtingudes movent cossos "rígids". És en aquest sentit que ens representem un espai esfèric.

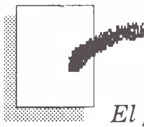
Tracem línies rectes des d'un punt i en totes les direccions, i a cadascuna d'elles hi marquem un segment r amb l'ajut d'un regle de mesura. Tots els extrems lliures d'aquests segments es troben situats damunt d'una superfície esfèrica. L'àrea (A), podem mesurar-la amb un quadrat construït amb regles. Si es tracta d'un món euclidià, tindrem $A = 4\pi r^2$, i si aquest és esfèric, tindrem que A serà sempre menor que $4\pi r^2$.

En augmentar A amb r des de zero, A assoleix un valor màxim determinat pel "radi de l'univers" i que minva novament fins a zero a mesura que creix el radi r de l'esfera. Les rectes radials que surten del punt d'origen s'allunyen al començament cada vegada més les unes respecte de les altres, fins arribar a un punt a partir del qual comencen a apropar-se cada vegada més fins que convergeixen finalment en un "punt oposat" al de llur origen. Es pot comprovar fàcilment que l'espai esfèric tridimensional és completament anàleg a l'espai bidimensional (superfície esfèrica), que és, tanmateix, finit (és a dir, de volum finit) i que no té límits.



Voldríem també assenyalar que existeix una varietat de l'espai esfèric: el "espai el.líptic". Cal concebre aquest com un espai esfèric en el qual els "punts oposats" són idèntics (no diferenciables). Així doncs, cal considerar el món el.líptic en certa mesura com un món esfèric simètric en el centre.

De tot el que hem dit fins ara, podem deduir que ens és possible d'imaginar espais closos sense límits. D'entre aquests sobresurt, a



El físic alemany Max Planck (1858-1947).
A baix, Einstein a la Torre Einstein.
A la pàg. següent, Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment, *l'article que Einstein va publicar el 1905 als* Annalen der Physik, *on va introduir per primer cop les idees de la relativitat.*

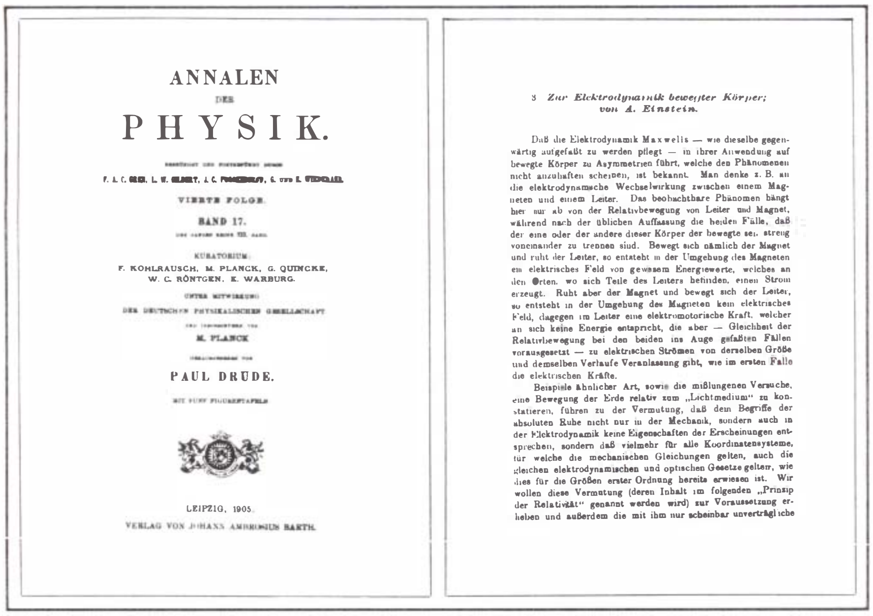
causa de la seva senzillesa, l'espai esfèric (o el.líptic), tots els punts del qual són equivalents. Els astrònoms i els físics extreuen d'això que hem dit una qüestió de gran interès: la possibilitat que el món en què vivim sigui de caire no finit o bé que es tracti d'un món finit de tipus esfèric. La nostra experiència no és ni de bon tros suficient per a respondre a aquesta qüestió. De tota manera, la teoria de la relativitat general permet de respondre-hi amb prou seguretat i, de passada, permet de resoldre la dificultat que hem exposat al § 30.

§ 32. L'ESTRUCTURA DE L'ESPAI SEGONS LA TEORIA DE LA RELATIVITAT GENERAL

Segons la teoria de la relativitat general, les propietats geomètriques de l'espai no són independents, sinó que estan condicionades per la matèria. Per aquesta rao, solament és possible de concioure quelcom sobre l'estructura geomètrica del món quan el raonament es fonamenta en el coneixement de l'estat de la matèria.

Sabem, gràcies a l'experiència i a una elecció adient del sistema de coordenades, que les velocitats de les estrelles són petites en relació amb la velocitat de propagació de la llum; aquest fet ens permet, si considerem la matèria en repòs, de conèixer l'estructura de l'univers en una primera aproximació.

Basant-nos en d'altres raonaments anteriors, sabem que el



ANNALEN

DER

PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 17.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE, W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

M. PLANCK

PAUL DRUDE.

LEIPZIG, 1905.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;*
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium" zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität" genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

comportament dels regles de mesura i dels rellotges és influït pels camps de gravitació, és a dir, per la distribució de la matèria. A partir d'aquest fet, ja sabem que en cap cas no es pot considerar com a exacta la validesa de la geometria d'Euclides.

De tota manera, sí que pdem concebre que el nostre món es diferencia ben poc del món euclidià, fet confirmat pels càlculs que mostren que fins i tot masses semblants, en grandària, a la del nostre sol influeixen de manera mínima en la mètrica de l'espai que ens envolta. Podríem imaginar-nos que el nostre món es comporta anàlogament, des d'un punt de vista geomètric, a una superfície guerxa de forma irregular, la qual, però, no s'allunya en cap punt de manera significativa d'un pla; quelcom de semblant al que succeeix, per exemple, en la superfície d'un estany arrissat d'ones febles.

Un món d'aquesta natura, podríem anomenar-lo, amb tota propietat, món quasi-euclidià, i fóra infinit en l'espai.

Nogensmenys, els càlculs assenyalen que en un món quasi-euclidià la densitat mitjana de la matèria hauria d'ésser nul.la. Conseqüentment, un món semblant no podria contenir matèria pertot arreu i ens donaria el resultat insatisfactori que hem descrit al § 30.

D'altra banda, si la densitat mitjana de matèria en el món no és nul.la (encara que s'apropi molt a zero), en aquest cas el món no és quasi-euclidià. Si suposem que la matèria es troba distribuïda uniformement, els càlculs assenyalen més aviat que aquest hauria d'ésser necessàriament esfèric (o el.líptic).

Com que la matèria es troba realment distribuïda localment i de manera no uniforme, el món real diferirà també ben poc localment del comportament esfèric, és a dir, serà quasi-esfèric. D'altra banda, haurà de ser necessàriament finit. La teoria ens proporciona fins i tot una relació[2] senzilla entre l'extensió espacial del món i la densitat mitjana de la matèria que conté. ■

NOTES

1. Argumentació. Segons la teoria de Newton, en una massa m moren un nombre determinat de "línies de força", les quals provenen de l'infinit i el nombre de les quals és proporcional a la massa m. Si és ρ_0 la densitat de la massa de l'univers i aquesta és d'un valor mitjà constant, en aquest cas una esfera de volum V inclou una mitjana de massa equivalent a $\rho_0 V$. El nombre de línes de força que travessen una unitat de superficie A de l'esfera és per tant proporcional a $\rho_0 V$. Per unitat de superficie de l'esfera hi ha doncs un nombre de línes de força que és proporcional a $\rho_0 V/A$ o $\rho_0 R$. La intensitat del camp en la superfície esdevindria infinita en créixer el radi R de l'esfera, cosa que és impossible.

2. El "radi" R de l'univers, l'obtenim segons l'equació

$$R^2 = \frac{2}{\kappa\rho}$$

Emprant el sistema CGS tenim que

$$\frac{2}{\kappa} = 1{,}08 \cdot 10^{27}$$

essent ρ la densitat mitjana de la matèria.

Firma d'Einstein