

Aspectes termodinàmics dels forats negres

per Diego Pavón

En aquest article s'estudien la temperatura i l'entropia dels forats negres. Per a un forat negre clàssic, la temperatura és nul·la i l'entropia infinita. En tenir en compte efectes quàntics, la temperatura esdevé diferent de zero i l'entropia resta finita. Aquestes magnituds estan íntimament connectades amb la radiació de Hawking. L'interès d'aquest fenomen és que relaciona termodinàmica, teoria de la gravitació i física quàntica, i s'espera que pugui aportar algunes idees noves que permetin relacionar la gravetat amb els altres camps de forces de la natura.

Diego Pavón (Sevilla, 1947). És llicenciat en Ciències Físiques i actualment és professor de Barxillerat en un institut de St. Cugat i col·laborador del departament de termodinàmica de la Facultat de Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Introducció

En els darrers anys s'ha pogut apreciar un interès creixent vers els forats negres, compartit no tan sols per especialistes i investigadors sinó també pel públic en general. Potser pot servir d'anècdota indicativa la seva recent incorporació a la literatura de ciència-ficció. Efectivament, una creença cada vegada més ferma en l'existència dels forats negres fomenta l'esmentat interès. Aquesta creença recolza en tres punts: a) Qualsevol teoria raonable de la gravitació prediu l'existència de forats negres. b) Malgrat el seu caràcter molt exòtic, s'hi està edificant una teoria física cada vegada més coherent i completa en la qual participen gravitació, mecànica quàntica i termodinàmica, tres branques de la Física fins ara poc interconnectades. c) Si bé és difícil afirmar-ho rotundament, és creença majoritària entre els astrònoms l'existència d'un forat negre en la constel·lació del Cigne —associat a la font de raigs X Cygnis X1.

Tal com posarem de manifest més endavant, qualsevol forat negre queda completament caracteritzat per tan sols tres paràmetres: la massa M , el moment angular J i la càrrega elèctrica Q . Nosaltres, per raons de simplicitat, ens ocuparem exclusivament dels forats negres sense càrrega ni moment angular ($Q=0$, $J=0$), denominats de Schwarzschild. Aquesta limitació dràstica, encara que dolorosa, ens permetrà de presentar amb major facilitat els aspectes termodinàmics més interessants dels forats negres.

Formació d'un forat negre. Horitzó d'esveniments

Abans d'exposar un dels possibles mecanismes de formació dels forats negres convé recordar un resultat elemental de la física de Newton. Aquesta ens ensenya que la velocitat mínima necessària per escapar per complet de l'atracció gravitatòria d'un estel o d'un planeta de massa M i radi R (velocitat de fugida) és $\sqrt{2GM/R}$, on G és la constant de gravitació universal. En el cas de la Terra, aquesta velocitat val onze quilòmetres per segon, i en el del Sol, quatre-cents cinquanta quilòmetres per segon. Si per a un astre determinat aquesta velocitat igualés o àdhuc superés la de la llum ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$), ni tan sols la llum no podria escapar de l'esmentat astre. Tindriem doncs un cos capaç d'absorbir tota la matèria i radiació que li arriba, però incapaç d'emetre res; això és precisament un forat negre.

El procés de formació d'un forat negre tal com Cygni X1, esmentat més amunt, comença a partir d'un estel que ha exhaurit el seu combustible nuclear. Al seu interior no hi ha pressió capaç de suportar el propi pes (vegeu la figura 1), i així aquest es contrau a unes dimensions molt menors que les inicials. Si la seva massa és inferior a 1,4 vegades la del Sol (de valor $M_0 = 2 \times 10^{33}$ grams), la contracció pot quedar aturada per la pressió del gas degenerat d'electrons. L'estel resultant és un *nan blanc*, que pot romandre per sempre en aquesta situació. En canvi, si la seva massa supera aquest valor, la pressió del gas d'elec-

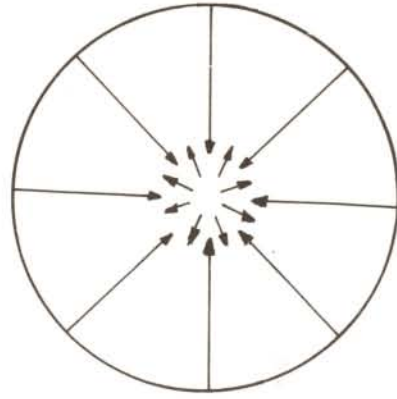
trons no podrà impedir que la contracció continuï fins a produir-se bé un estel de neutrons o bé un forat negre. Aquest es formarà ineluctablement en cas de tractar-se d'una massa més gran que el doble de la del Sol. Així, un forat negre pot originar-se mitjançant el col·lapse gravitatori d'un estel tot quedant la seva massa, M , circumscrita a un radi no superior al valor $R_s = 2GM/c^2$, conegut com a *radi de Schwarzschild*. Precisament, aquest radi és el que correspon a una velocitat de fugida igual a la velocitat de la llum, de forma que aquesta no pot fugir del seu interior. Un forat negre és doncs invisible; tanmateix, es pot tenir notícia de la seva existència per l'efecte del seu camp gravitatori sobre estels propers.

La superfície del forat negre rep el nom d'*horitzó d'esdeveniments*. En particular, la seva àrea, $A = 4\pi R_s^2$, i el valor de l'acceleració gravitatòria d'aquesta, GM/R_s^2 , fa un paper preponderant en el comportament termodinàmic dels forats negres. Es pot comprendre el caràcter singular de l'esmentat horitzó advertint que a través d'ell només pot passar matèria i radiació —informació— vers l'interior, però mai vers l'exterior. Així, aquest horitzó actua com una *membrana unidireccional*.

En la figura 2 es mostra la *història* —temps en funció de la coordenada radial— del col·lapse gravitatori d'un estel esfèric. En un determinat moment, la seva superfície es creua amb l'*horitzó d'esdeveniments*, originant-se així el forat negre. Els fotons emesos en l'interior de l'estel tenen oportunitat d'escapar vers l'infinit tan sols si arriben a la superfície abans de la formació de l'*horitzó d'esdeveniments*.

Fig. 1

Un cop exhaurit el combustible nuclear de l'estel, les forces de pressió interna (fletxes radials vers l'exterior) són incapaces de suportar el pes de l'estel (fletxes grans radials vers el centre). L'estel redueix enormement les seves dimensions.



Aquells que hi arriben just en aquest instant, romandran sempre sobre l'esmentat horitzó. La figura 3 (b) mostra l'evolució d'un front d'ones lluminoses produïdes per un esclat de llum en l'interior del forat negre, i per tant condemnades a no poder-ne escapar. Es pot observar que l'àrea de l'esmentat front creix al principi i que després d'arribar a un valor màxim disminueix inevitablement. La superfície d'aquest front és, amb tota raó, una superfície atrapada.

Potser el lector pensarà que un forat negre és necessàriament molt compacte —molt dens. En realitat no ha de ser forçosament així. La densitat a l'interior d'un forat negre és inversament proporcional al quadrat de la seva massa; si aquesta és, per exemple, de l'ordre de la massa del Sol, la densitat serà comparable a la del nucli atòmic, però si és de l'ordre de la massa de la nostra galàxia, $10^{11}M_{\odot}$, el valor corresponent a la seva densitat s'aproxima al de l'aire que respirem.

El col·lapse gravitatori no es veu frenat per la formació de l'horitzó d'esdeveniments. La superfície de l'estel es redueix cada cop més —línies AP i BP en la figura 2— fins a convertir-se en un punt. D'aquesta forma, tota la massa acaba per concentrar-se en una regió de radi nul. Es produeix així una singularitat. Naturalment, la densitat de massa i d'energia en aquesta zona tan peculiar esdevé infinita. Ningú no espera que en aquesta regió es compleixin les lleis de la Física tal com les coneixem habitualment a la Terra, les quals han estat formulades per a regions de l'univers de dimensions finites.

Observi's que l'horitzó d'esdeveniments s'origina amb antelació a la sin-

gularitat, de forma que aquesta romandrà eternament oculta a un observador extern. Avui és una opinió estesa entre els físics que tota singularitat produïda per col·lapse gravitatori romandrà oculta al món exterior mitjançant un horitzó d'esdeveniments. Aquesta hipòtesi, proposada per Penrose, no ha estat demostrada de forma general, però les recerques de De la Cruz, Chase i Israel, així com les de Wald, parlen a favor seu. Si no existís aquest horitzó, res no podria impedir que la il·limitada quantitat d'energia alliberada en formar-se la singularitat escapés vers el món exterior, però en aquest cas avui dia tindriem notícia observacional d'aquest fenomen, amb tota probabilitat.

És evident que si la matèria i la radiació només poden travessar l'horitzó d'esdeveniments vers l'interior, la massa, i per tant l'àrea, del forat negre no disminuirà. A més, Hawking aconseguí demostrar que l'àrea del forat negre resultant de la col·lisió de dos altres forats negres és sempre més gran que la suma de les àrees dels forats negres inicials, encara que la massa del resultant sigui menor que la suma de les masses dels inicials. Aquesta llei —coneguda com a llei de l'augment de l'àrea, $\Delta A \geq 0$ — té una notable semblança amb la segona llei de la termodinàmica. Segons aquesta llei, l'entropia d'un sistema aïllat no pot disminuir en el transcurs del temps. Es pot, doncs, establir un cert paral·lelisme entre l'àrea de l'horitzó dels forats negres i l'entropia dels sistemes aïllats. Bekenstein fou més audaç i assignà a cada forat negre una entropia, S_{fn} , proporcional a la seva àrea, o bé, dit de forma equivalent, proporcional al quadrat de la seva

massa.

Com que el forat negre és invisible, poc en podrà conèixer un observador extern. De fet, tot el que li és accessible es redueix a la seva massa, moment angular i càrrega elèctrica. Qualsevol altra propietat del forat negre no expressable en funció d'aquests tres paràmetres quedarà inevitablement oculta a l'esmentat observador. Aquest és en essència el contingut d'una sèrie de teoremes proposats per Israel, Carter, Robinson i Mazur, coneguts en el seu conjunt amb la frase: 'un forat negre no té pèls' (no hair theorems). En altres paraules: de l'estel originari, el forat negre tan sols en recorda la massa M , el moment angular J i la càrrega elèctrica Q que aquell posseïa just a l'instant de travessar l'horitzó d'esdeveniments.

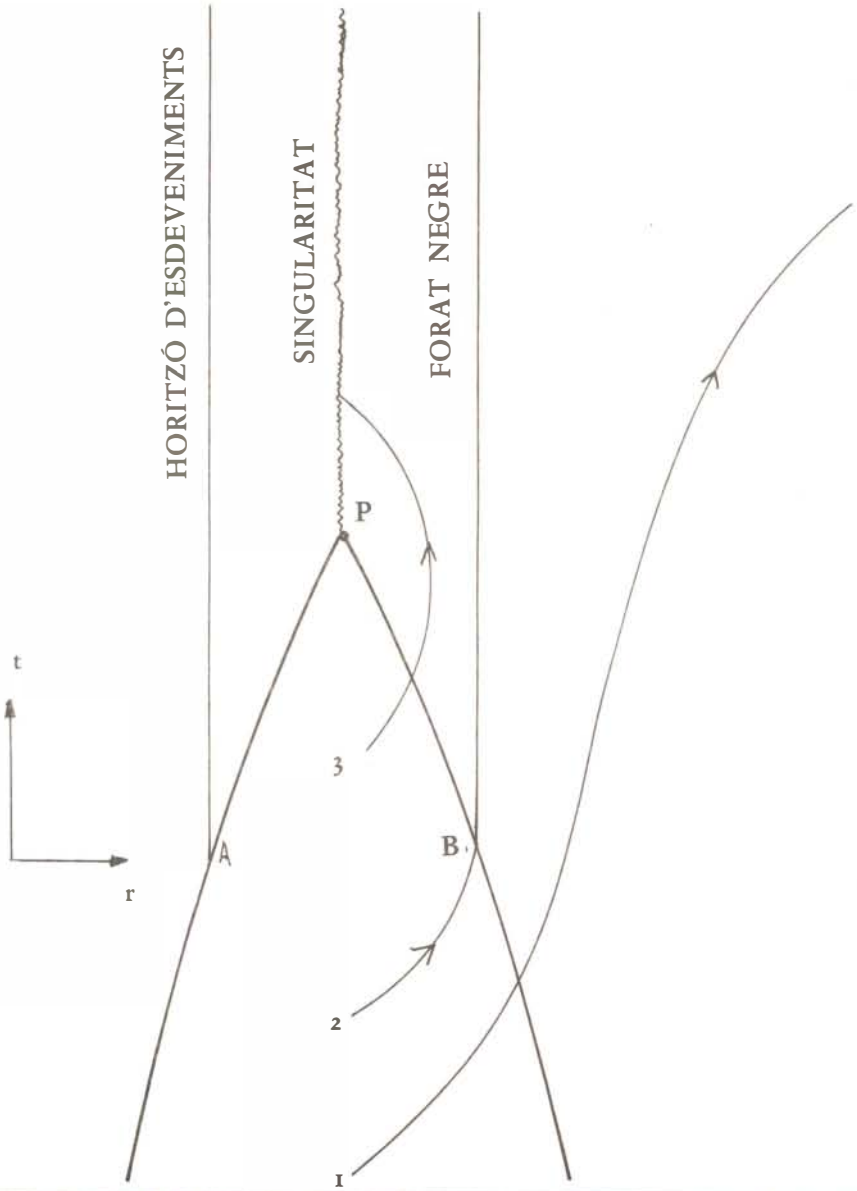
Una característica comuna a aquests tres paràmetres és la de ser cadascun d'ells font d'una força de llarg abast: gravitatòria, centrífuga i electrostàtica, respectivament. Qualsevol altra força de llarg abast que pugui exercir un forat negre és reduïble a una combinació d'aquestes tres.

Aproximació a l'entropia d'un forat negre

Del teorema anterior es pot extreure una primera conseqüència termodinàmica. Suposem dos estels de la mateixa massa, moment angular i càrrega elèctrica, però diferents en tota la resta; en particular, constituïda l'una per matèria i l'altra per antimatèria. Doncs bé: si ambdues sofreixen

Fig. 2

Diagrama espacio-temporal d'un estel esfèric amb formació d'un forat negre de Schwarzschild. La singularitat s'inicia en el punt P i roman oculta a l'exterior mitjançant l'horitzó d'esdeveniments. Les línies 1, 2 i 3 representen trajectòries seguides per fotons originats a l'interior de l'estel. El foto 1 aconsegueix escapar, ja que arriba a la superfície abans d'originar-se l'horitzó d'esdeveniments; el 2 formara part per sempre d'aquest horitzó i el 3 cau inevitablement en la singularitat.



un col·lapse gravitatori tot donant origen a sengles forats negres, per a un observador exterior no hi haurà cap diferència entre els forats negres resultants. Així, un únic macrostat caracteritzat per tres valors M , J i Q pot ser realitzat per un nombre enorme de microstats interiors del forat negre. Es pot concloure, doncs, que l'entropia d'un forat negre és molt gran.

Es ben sabut, des de la segona meitat del segle passat, que la superfície de qualsevol cos emet radiació amb intensitat proporcional a la quarta potència de la temperatura absoluta T de l'esmentada superfície. Com que un forat negre no emet res, se'n dedueix que la temperatura absoluta de la seva superfície, T_{in} , és nul·la.

A més, si es té en compte que l'entropia d'un sistema constitueix una mesura del nostre desconeixement del seu estat intern o, si es prefereix, de la informació perduda en originar-se, caldria acceptar que l'entropia d'un forat negre és infinita. Efectivament, suposem un forat negre de massa M . Aquest forat s'haurà format a partir d'un nombre N de partícules. Admetent que cadascuna d'elles aporta un bit d'informació, i que queda oculta darrera l'horitzó d'esdeveniments, l'entropia del forat negre haurà de ser proporcional a N . Però aquest nombre —i amb ell l'entropia— tendirà a infinit si es fa tendir a zero l'energia, ϵ , transportada per cada partícula ($N = MC^2/\epsilon$). Així, el forat negre tindrà entropia infinita.

Nogensmenys, tal com Bekenstein advertí, el resultat és ben diferent si es considera el caràcter quàntic de les partícules constituents del forat negre. Efectivament, perquè estiguin localitzades a l'interior del forat negre cal

que la longitud d'ona de De Broglie, associada a cadascuna d'elles, no excedeixi el diàmetre del forat negre. En conseqüència, el nombre màxim de partícules ja no serà arbitràriament elevat, sinó de l'ordre GM^2/ch , i l'entropia i temperatura associades seran proporcionals a kGM^2/ch i $c^3h/2kGM$, respectivament. Aquí, k és la constant de Boltzmann i h la de Planck. En el límit clàssic, h tendeix a zero, l'entropia es fa infinita i la temperatura s'anul·la.

Radiació de Hawking. Temperatura i entropia

Les consideracions que acabem d'exposar sobre la temperatura i l'entropia dels forats negres no haurien passat de ser merament acadèmiques si no s'hagués produït el descobriment de Hawking, segons el qual el

camp gravitatori de qualsevol forat negre crea i emet partícules i radiació amb la mateixa cadència amb què un cos negre emet radiació a temperatura

$$T_{in} = \frac{c^3h}{16\pi^2kGM}$$

En conseqüència, un observador extern, localitzat a l'infinit, veu un flux d'energia provinent del forat negre. D'acord amb el principi de conservació de l'energia, el forat negre perd massa de forma que, al cap d'un cert temps, acaba per evaporar-se completament. Idèntic resultat han obtingut altres investigadors (Parker, Wald, Davies Gerlach,...) a partir de diversos arguments, corroborant així la troballa de Hawking. En essència, el mecanisme de producció de partícules i de radiació consisteix en la interacció del camp gravitatori del forat negre amb el buit. Per entendre això, cal tenir present el caràcter quàntic del buit. El buit no és 'l'absoluta absència de matèria', sinó que està en contínua agitació, tot creant parells de partícules virtuals —l'una d'energia

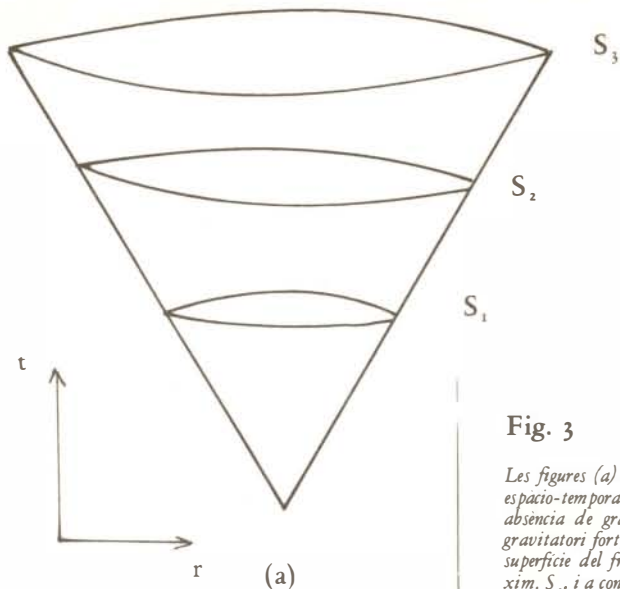
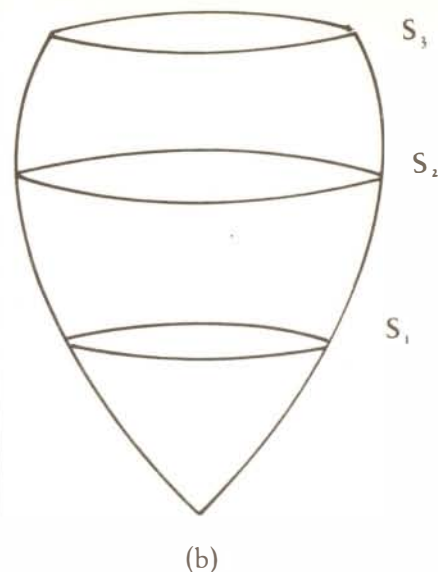


Fig. 3

Les figures (a) i (b) representen sengles diagrames espacio-temporals dels fronts d'ona (S_1 , S_2 i S_3) en absència de gravitació i en presència d'un camp gravitatori fort, respectivament. En el cas (b), la superfície del front d'ones arriba a un valor màxim, S_2 , i a continuació decreix.



positiva i l'altra d'energia negativa-, les quals s'anihilen quasi immediatament entre elles. El temps d'existència d'aquestes partícules és molt curt i, segons el principi d'incertesa, inversament proporcional a llur energia. La presència d'un fort camp gravitatori —el del forat negre— pot modificar aquesta situació, ja que és capaç d'allunyar una partícula de la seva parella, passant ambdues a la categoria de partícules reals. Com que a l'exterior d'un forat negre no poden existir partícules reals d'energia negativa, les partícules han d'elegir entre dues opcions: o bé recombinar-se amb la seva companya d'energia positiva (anihilació d'ambdues) o bé *submergir-se* en el forat negre, fent disminuir la seva massa. En aquest segon cas, la partícula d'energia positiva pot —en principi— escapar vers l'infinit entrant a formar part de la radiació de Hawking. A la figura 4 s'esquematitza aquest procés. La conseqüència és que la massa del forat negre disminueix (si no és que es veu compensada per l'absorció de nova matèria o radiació), i pot arribar a desaparèixer per complet —vegeu figura 5. És a dir, un forat negre aïllat acabarà per evaporar-se del tot en un temps que, com veurem més endavant, resulta ser en general molt llarg.

Observi's que en realitat cap partícula no travessa l'*horitzó d'esdeveniments* vers l'exterior. Tanmateix, l'observador extern és testimoni d'un flux d'energia positiva procedent del forat negre. Aquest flux satisfà, a més, la llei de Stefan-Boltzmann dels cossos negres, és a dir, resulta proporcional a la quarta potència de la temperatura T_{fn} de la superfície del forat negre, essent la constant de Stefan-Boltzmann

el terme de proporcionalitat.

L'entropia associada al forat negre resulta ser

$$s_{fn} = \frac{8\pi^3 kGM^2}{ch}$$

corroborant-se així la conjectura de Bekenstein, segons la qual l'entropia seria no tan sols finita, sinó proporcional a l'àrea de l'*horitzó d'esdeveniments*. Així doncs, gràcies al descobriment de Hawking, tant T_{fn} com S_{fn} transcendeixen llur caràcter inicial geomètric i adquireixen sentit físic.

Altres conseqüències de la radiació de Hawking

Les expressions de la temperatura i de l'entropia en funció de la massa del forat negre mereixen alguns comentaris. En primer lloc es pot veure que T_{fn} resulta numèricament molt petita per als forats negres de dimensions, diguem-ne, *ordinàries*. Concretament, la temperatura d'un forat negre la massa del qual fos la del Sol, seria la milionèsima part d'un grau Kelvin. És a dir, estaria en el límit del zero absolut. En canvi, per a forats negres de masses de l'ordre de 10^{15} grams (mil milions de tones), la temperatura corresponent arribaria a valors de l'ordre de 10^{12} Kelvin. En funció de la massa del Sol, la temperatura es pot expressar com a $10^{-6} M/M$ Kelvin, és a dir, un forat negre és més calent com menys massa té. Aquesta propietat posa de manifest que la calor específica del forat negre de Schwarzschild és sempre negativa, és a dir, a mesura que la seva energia

(Mc^2) disminueix, pel procés d'evaporació, la seva temperatura augmenta. Així doncs, si el forat no és alimentat per matèria ni radiació, no podrà atènyer l'equilibri termodinàmic.

Per altra banda, la radiació de Hawking du aparellada no tan sols la disminució de la massa del forat negre, sinó també la de l'àrea de l'horitzó d'esdeveniments —vegeu figura 5. Aquest fenomen s'oposa a la llei de creixement de l'àrea que hem enunciat abans, i sembla, a més, parlar en contra de la magnitud S_{fn} com a *veritable entropia* d'un forat negre. És ben sabut que la segona llei de la termodinàmica estableix que l'entropia d'un sistema aïllat no pot disminuir, i tanmateix S_{fn} disminueix contínuament a mesura que el forat negre s'evapora. La contradicció aparent es resol per una part assenyalant que en realitat el forat negre no està aïllat, sinó en comunicació amb l'exterior, el qual admet tota la matèria i la radiació que el forat li envia; per altra banda, advertint que la magnitud que no pot disminuir és la suma de S_{fn} més l'entropia de l'exterior, S_{ext} . En aquesta segona entropia s'ha d'incloure, naturalment, la de la matèria i la radiació emeses pel forat negre en el procés de radiació. Així doncs, l'expressió $\Delta S_{fn} + \Delta S_{ext} \geq 0$ resumeix la segona llei de la termodinàmica aplicada al comportament dels forats negres. Càlculs detallats permeten afirmar que aquesta llei ha estat sempre satisfeta per qualsevol procés proposat fins ara, en què participin forats negres i matèria ordinària.

Fins fa pocs anys, el principi d'augment d'entropia es reduïa a l'expressió $\Delta S_{ext} \geq 0$, ja que no es tenia en compte la possible participació dels forats negres en el *món termodinàmic*.

HORITZÓ D'ESDEVENIMENTS

SINGULARITAT

FORAT NEGRE

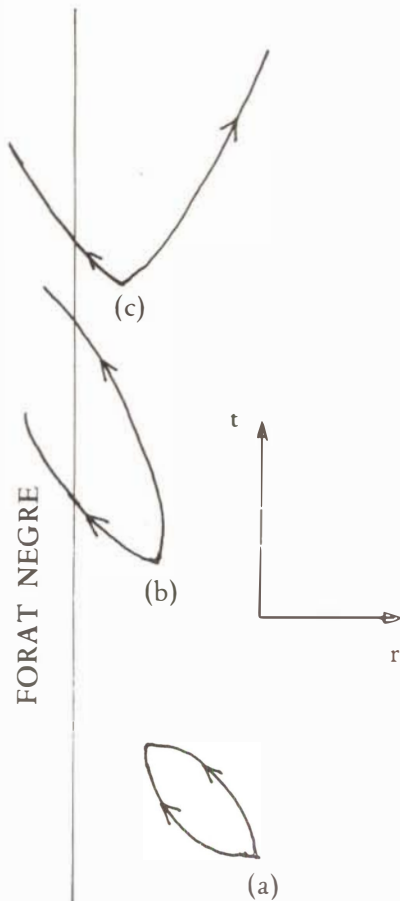


Fig. 4

El destí dels parells de partícules originades en presència del camp gravitatori d'un forat negre és diferent en els tres casos representats: (a) Ambdues partícules tornen a anibalar-se. (b) Les dues partícules són atrapades pel forat negre. (c) La partícula d'energia negativa cau a l'interior del forat negre mentre que la d'energia positiva té oportunitat d'escapar.

Es fàcil veure com, un cop admesa l'existència dels forats negres, aquesta llei *mutuada* resulta insatisfactòria. Suposem per un moment que els forats negres veritablement no poguessin emetre res —tal com es suposava abans del descobriment de Hawking. En aquest context, un forat negre submergit en un *bany de radiació*, al cap d'un temps més o menys llarg, acabaria per *engolir* tota aquesta radiació. La seva massa augmentaria, però no la seva entropia, que continuaria essent infinita com al principi, i la seva temperatura, que continuaria valent zero graus Kelvin. Tanmateix, l'entropia del món exterior hauria disminuït, $\Delta S_{\text{ext}} < 0$, en desaparèixer la radiació engolida pel forat negre. En conseqüència, la versió tradicional de la segona llei s'hauria violat, i resulta per tant necessari incloure l'entropia, finita, dels forats negres en la versió generalitzada del principi d'augment d'entropia. Efectivament, un cop admesa l'existència de la radiació de Hawking, es pot comprovar que la suma de l'augment d'entropia experimentat pel forat negre més la de la radiació emesa pel forat negre compensa amb escreix la disminució d'entropia del món exterior. Així, una vegada més es compleix l'aforisme: 'convé que quelcom canviï perquè tot

continui igual'.

Una propietat típica de l'entropia de la matèria ordinària és la de ser funció homogènia de primer grau de l'energia. En el cas d'un forat negre, això no es compleix: si la massa, M , es multiplica per un nombre n , S_{fn} no queda multiplicada per n , sinó per n^2 . Aquest resultat ens indica que un forat negre no és divisible en sistemes tals que l'entropia total coincideixi amb la suma de les entropies dels sistemes. Així, S_{fn} se'n presenta com una magnitud global lligada a l'horitzó d'esdeveniments, o, més concretament, a la seva àrea. Encara que en certa manera aquest comportament de la funció S_{fn} pugui semblar estrany, té una certa analogia amb l'entropia de la superfície de separació de dues fases. Així, una bombolla d'aigua en el si d'un bany de vapor està separada d'aquest per una superfície interfacial, l'entropia de la qual tampoc no és una funció homogènia de primer grau de l'energia. Tot i això, l'analogia no va gaire més lluny. En particular, l'àrea d'aquesta superfície no és una mesura del nombre de microstats interns accessibles a la gota d'aigua.

Convé doncs que el lector adverteixi que encara que la semblança entre l'entropia d'un forat negre i la de

la matèria ordinària sigui força notable, no arriba a ser completa. Tanmateix, sobrepassa de molt la mera semblança formal i se'n pot parlar com d'una veritable entropia, si més no pel que avui en sabem.

Es interessant comparar numèricament el valor de l'entropia de la matèria ordinària i la d'un forat negre. Amb aquesta finalitat, suposem un estel de massa igual a la del Sol. La seva entropia ($\approx k \times$ nombre de partícules) serà proporcional a la seva massa. Aquesta mateixa quantitat de matèria, si constituís un forat negre, posseiria una entropia proporcional a M^2 , vint ordres de magnitud superior a la de l'estel en qüestió. Se'n segueix, doncs, que a l'esmentat estel li resultarà entròpicament molt favorable sofrir un col·lapse gravitatori fins a formar el forat negre. En canvi, si la massa de l'estel inicial només fos d'uns 10^{14} grams —la d'un gran asteroide— la seva entropia seria de l'ordre de la d'un forat negre de la mateixa massa i superior a la d'aquest si la massa inicial fos encara inferior. Així, aquest estel no arribarà a un equilibri termodinàmic superior col·lapsant-se gravitatoriament a un forat negre. En el cas ja esmentat de l'estel, el salt d'entropia resulta enorme. Potser es podria argumentar que aquesta entropia no és una veritable entropia, és a dir, que l'entropia S_{fn} és fictícia, sobretot si es té en compte que la d'un estel de neutrons és menor que la d'un nan blanc d'igual massa, i la d'aquest és encara menor que la de l'estel original. Tot i això, observi's que en la formació d'un forat negre té lloc un fenomen completament divers als produïts en originar-se un nan blanc o un estel de neutrons, i és la formació d'un *horitzó*

Fig. 5

Diagrama espàcio-temporal de l'evaporació d'un forat negre. Les fletxes \longrightarrow indiquen flux d'energia negativa, mentre que les \longleftarrow indiquen flux d'energia positiva. La massa del forat negre disminueix, i, amb aquesta, la seva àrea. L'evaporació no respecta els nombres barionics ni leptònics.

d'esdeveniments —la membrana unidireccional. Així, el col·lapse gravitatori que empeny un estel ordinari a convertir-se en un forat negre es pot interpretar com un procés altament irreversible, semblant a una transició de fase en què l'horitzó d'esdeveniments faria el paper de superfície de separació ente ambdues interfases.

En els darrers anys, Bekenstein ha proposat una expressió que té una estreta relació amb el que acabem d'exposar. Segons conjectura aquest autor, el quocient entre l'entropia i l'energia total de qualsevol sistema físic és sempre menor o igual que una determinada combinació de constants, $4\pi^2 k/ch$, multiplicada pel radi de l'esfera —imaginària— que circumscriu el sistema. És a dir,

$$S/E \leq 4\pi^2 k/ch R.$$

Només els forats negres de Schwarzschild ($S = S_{fn}$, $E = Mc^2$, $R = R_s$) satisfan la igualtat. En tots els altres casos, tant si es tracta de forats negres dotats de càrrega elèctrica o de moment angular, com de sistemes ordinaris, preval el signe *menor que* —vegeu figura 6. Fins ara, la conjectura de Bekenstein no ha estat desmentida, ni cap contraexemple no ha aconseguit refutar-la de manera satisfactòria. Així, si aquesta conjectura fos certa, existiria un límit màxim de l'entropia que es pot *empaquetar* en un cos de massa i de radi prefixats. És precisament el forat negre de Schwarzschild que compleix aquest límit. El propi Bekenstein ha deduït recentment algunes conseqüències de l'esmentada relació. D'entre aquestes en destacarem dues. La primera suggereix que el nombre d'espècies distintes de partícules elementals —quarks, leptons, neutrins—

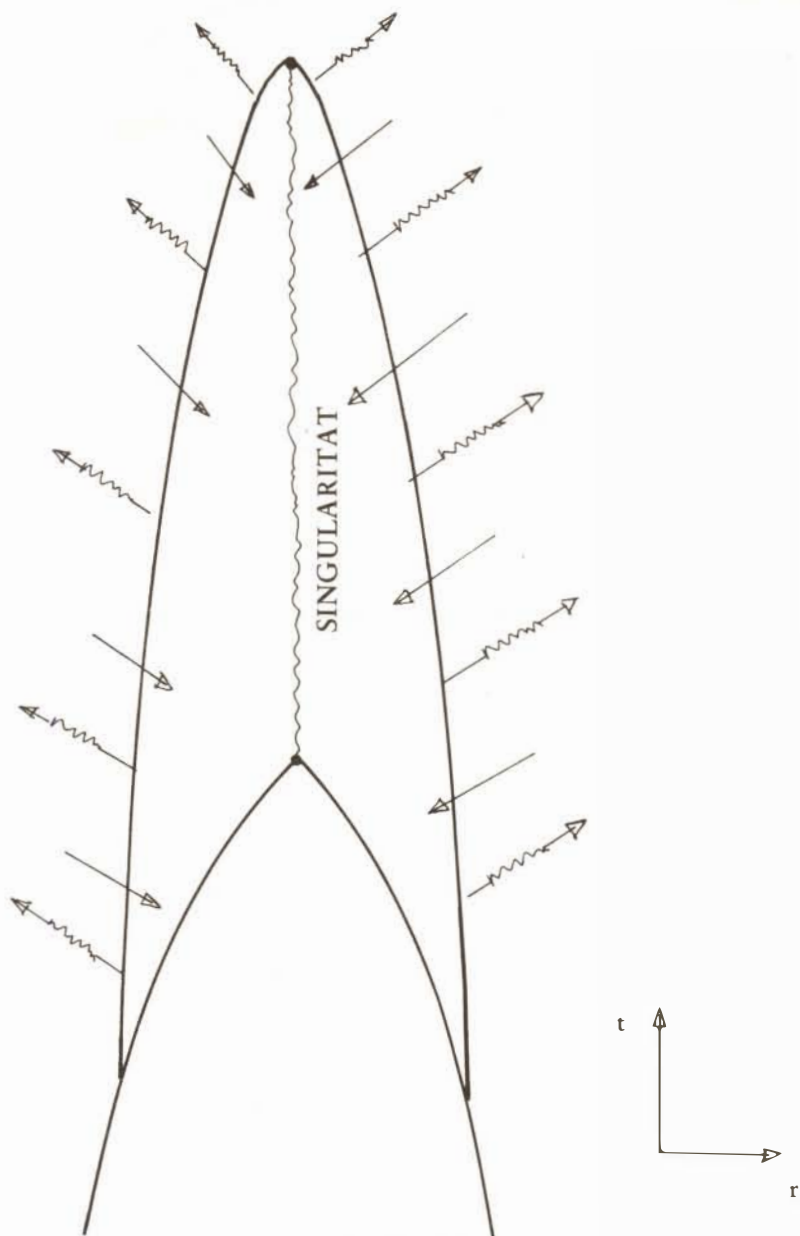
ha de ser no tan sols finita sinó un nombre relativament petit. La segona es refereix a la velocitat amb què un missatge d'energia E es pot transmetre. Aquesta velocitat no sobrepassarà el valor de $4\pi^2 E \ln 2/h$ bits per segon.

Evaporació

Tal com hem esmentat més amunt, l'evaporació d'un forat negre és un procés lent, si més no en les primeres etapes. S'ha avaluat en 10^{64} anys el temps necessari per a l'evaporació completa d'un forat negre de massa igual a la del Sol. Aquest temps és enorme, àdhuc comparat amb l'edat de l'univers, uns 10^{10} anys. Precisament, aquesta edat és el temps emprat en l'evaporació de forats negres de 10^{15} grams de massa, els quals

es pogueren formar —possiblement— a l'inici de l'univers, encara que no a partir de cap estel. Aquests forats negres estarien finalitzant llur evaporació justament en la nostra època.

¿Quin tipus de partícules emet un forat negre, i en quina proporció ho fa al llarg de la seva vida, és a dir, fins a la seva completa evaporació? Per contestar aquesta pregunta cal fer un parell de consideracions prèvies. L'energia total emesa ha de coincidir amb la massa inicial del forat negre. Per altra banda, la massa m de cada partícula emesa no pot ser qualsevol, sinó que està limitada per la condició $mc^2 \leq kT_{fn}$. Això és degut al fet que kT_{fn} ens dóna una idea de l'energia en les proximitats de l'horitzó d'esdeveniments i, segons la relació d'Einstein, l'energia necessària per formar una partícula de massa m és com a mínim mc^2 . Per tant, un forat negre de gran massa —molt baixa temperatura— només podrà produir partícules de



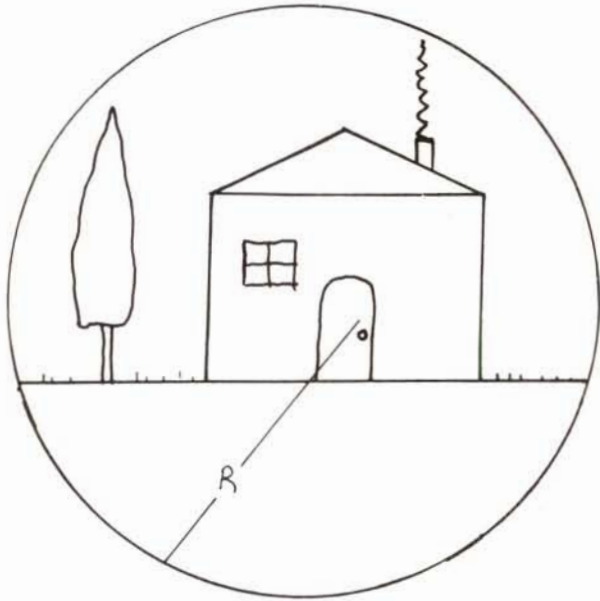


Fig. 6

Segons Bekenstein, qualsevol sistema físic —per exemple, una casa de camp— compleix que el quocient entre la seva entropia i la seva energia total és menor o igual que el producte d'una combinació de constants —vegeu el text— multiplicat pel radi R de l'esfera que el circumscriu.

massa nul·la: fotons, neutrins i gravitons. Per emetre parells electró-positró, T_{fn} ha de ser superior a 10^9 Kelvin, corresponent-li una massa inferior a 2×10^{-10} grams. És fàcil comprendre que un forat negre procedent del col·lapse d'un estel evaporarà la major part de la seva energia en forma de partícules sense massa. Els càlculs realitzats per Page permeten afirmar que qualsevol forat negre, la massa inicial del qual sigui superior a 10^{17} grams, dissiparà no menys del 99% de la massa en forma de neutrins, fotons i gravitons. Només una fracció del 1% restant serà emesa com a partícules amb massa.

Tot això ens porta a una conclusió inevitable: el procés de formació d'un forat negre seguit de la seva posterior evaporació no respecta la conservació dels nombres leptònics ni bariònics. Un estel com el Sol —amb un nombre de nucleons de l'ordre de 10^{57} —, després de sofrir un col·lapse gravitatori, convertint-se en un forat negre i evaporant-se a continuació, donarà lloc a una fracció molt petita d'aquest nombre inicial. No ens ha de sorprendre aquest resultat, ja que el forat negre no està obligat a reproduir magnituds que *no recorda*; d'acord amb els *no hair theorems*, el forat negre, al llarg de la seva evaporació completa, només reproduirà l'energia, la càrrega elèctrica i el moment angular de l'estel originari.

Finalment, ens podem preguntar per l'entropia generada pel forat negre en la seva evaporació. Aquesta qüestió ha estat estudiada per Zurek, que ha trobat que el seu valor és quatre terços de l'entropia inicial del forat negre. Es tracta novament, doncs, d'un procés clarament irreversible.

Comentaris finals

En finalitzar aquestes línies, el lector pot tenir la impressió que la física dels forats negres s'està desenvolupant sobretot a base de conjectures difícils de provar, però suficientment ben plantejades perquè llur refutació sigui almenys tan problemàtica com la seva comprovació, sobretot si no es té encara una completa seguretat d'haver observat l'existència d'algun forat negre. Tot i això, aquesta situació és típica en aquells camps de la recerca científica en els quals, per desgràcia, manquen dades, i, per si fos poc, no es disposa d'una teoria capaç de tractar amb suficient eficàcia els problemes plantejats. A això es deu que les conjectures —fruit de la intuïció i de la necessitat— tractin de paliar, encara que només sigui una mica, ambdues deficiències.

Aquí només hem pretès esbossar alguns dels aspectes termodinàmics dels forats negres. En particular, la limitació a forats de Schwarzschild ens ha impedit de realitzar un desenvolupament sistemàtic de les quatre lleis de la termodinàmica en aquests objectes. Tampoc no hem pogut exposar el fenomen de la superradiància, estretament lligat a la segona llei. Tanmateix hem ressaltat com els forats negres manifesten propietats termodinàmiques tals com temperatura i entropia, no fictícies ni merament geomètriques. Per altra banda, la seva analogia amb els forats negres, més profunda que no pas formal, ha estat assenyalada per mitjà de la radiació de Hawking.

Aquesta analogia es presenta també en el pla històric. Efectivament, Planck, guiat per raonaments de tipus termodinàmic, en estudiar l'espectre de radiació del cos negre, introduí la seva famosa hipòtesi —una arriscada conjectura en aquell moment—, relacionant així termodinàmica i mecànica quàntica. Anàlogament, en aquests darrers anys, Hawking, en la seva anàlisi dels forats negres troba una inesperada relació entre termodinàmica, física quàntica i gravitació. Potser aquest és el tret més valuós de la física d'aquests objectes, justament pel fet de mostrar-nos una extraordinària connexió entre aquestes tres branques de la Física. Connexió no encara prou explorada i que, per descomptat, es situa en aquella línia d'avenç de la Física que té per objectiu últim la unificació de tots els seus camps. No obstant això, el camí que queda per recórrer és encara molt llarg.

Diego Pavón

Materials de lectura

R. Penrose, "Black holes", *Scientific American*, 1972, Maig, p. 38.

R.M. Wald, "Space, time and gravity", *The University of Chicago Press*, 1977.

S.W. Hawking, "The quantum mechanics of black holes", *Scientific American*, 1977, Gener, p. 36.

R. Penrose, "Gravitational collapse: The role of general relativity", *Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 1, 1969, p. 252.

J.D. Bekenstein, "Black hole thermodynamics", *Physics Today*, 1980, Gener, p. 24.

W. Israel, "Black holes", *Science Progress*, 1983 (per publicar).