Observacions a l'article del Sr. Quintana i Marí

DUES SOLUCIONS GRAFIQUES INTERESSANTS

En el treball esmentat s'exposa una construcció que fa possible mitjançant el regle i el compàs la duplicació gràfica del cub, i no tan sols per aproximació, sinó d'una manera matemàticament exacta. Tant mateix, C. F. Gauss ha palesat ja fa temps que no es pot donar una solució al problema utilitzant només el regle i el compàs, sinó que cal emprar les corbes especials. No obstant, és possible donar una solució aproximada. Per això la solució que indica el Sr. Quintana no es pot considerar matemàticament exacta, i com a màxim, pot ésser, només, una aproximació. I que això és realment així ho comprovarem utilitzant la mateixa fig. 2 i les deduccions de les pàgs. 343 i 344.

La demostració que en fa el Sr. Quintana, es fonamenta en l'equació de la pàg. 344, ratlla 10: $G'D = CD$. Aquesta equació, en realitat, no existeix, perquè tenim d'una banda:

$$\begin{aligned} \overline{CD}^2 &= 2\,\overline{BC}^2 \text{ (Pythagoras)} \\ &= 2\,AB.\,BV \text{ (p. 343)} \\ &= 2\,JK^3 \end{aligned}$$

o: $$(1) \quad CD = JK.\ \sqrt{2.JK}$$

Si fem $JK = 3$, tal com es suposava, aleshores tindrem: $CD = 3\sqrt{6}$

D'altra banda tenim

$$\overline{G'D}^2 = \overline{MN}^3 = AD.\ \sqrt{AD}$$

Però tenim:

$$\begin{aligned} AD &= AB + BD \\ &= AB + BC \\ &= \overline{JK}^2 + JK\,\sqrt{JK} \text{ (pàg. 343)} \end{aligned}$$

Segueix:

$$\overline{GD}^2 = (\overline{JK}^2 + JK\sqrt{\overline{JK}}).\sqrt{\overline{JK}^2\ JK\sqrt{JK}}$$

$$\overline{G{\cdot}D} = \sqrt{(\overline{JK}^2 + JK\sqrt{\overline{JK}})\sqrt{\overline{JK}^2 + JK.\sqrt{JK}}}$$

$$\overline{GD} = \sqrt{(9 + 3\sqrt{3})\sqrt{9 + 3.\sqrt{3}}}$$

Segons es veu, CD i $G'D$ no són iguals, i totes les deduccions que es treguin d'això no tenen validesa. Especialment $2\overline{JK}^3$ no és igual a $\overline{MN}^3$, sinó que per la relació entre JK i MN valdrà (pàg. 344, ratlla 9):

$$\overline{MN}^3 = AD\sqrt{AD}$$

o segons el que ha estat dit abans

$$(3)\quad \overline{MN}^3 = (\overline{JK}^2 + JK\sqrt{\overline{JK}})\sqrt{\overline{JK}^2 + JK\sqrt{JK}}$$

Si es fa $JK=3$, en aquest cas $2.JK^3=54$ i $MN^3=53{,}5$, vol dir que de la construcció en resulta una solució aproximativa que és satisfactòria. Per a $JK=4$ segueix $2\ \overline{JK}^3=128$ i en canvi $\overline{MN}^3=117{,}6$. Tal com es veu, l'exactitud en aquest cas és força més petita i així successivament. No obstant, renunciem ara a una discussió més aprofundida.

DR. EBERHARD LIESS

NOTA DEL SR. A. QUINTANA I MARÍ

Ens assabentem de les observacions del Dr. Eberhard LIESS *al nostre article publicat al número* 40 *de* CIENCIA, *quan estan ja a punt d'imprimir-se els exemplars; aquesta precipitació ens priva, per manca d'espai i de temps, de fer els corresponents comentaris. Sí, però, tenim de manifestar que contra ço que sembla haver interpretat l'esmentat Dr.* LIESS, *no som nosaltres els autors de la demostració de la duplicació del cub, sinó que en nostre citat treball ens limitem—tal com ja indicàvem—a transcriure la demostració que d'aquest problema pretenia donar el Sr.* H. JOULOUSE. *Amb tot i això, ens plaurà tornar un altre dia sobre aquesta interessant qüestió.*