

# Formes rítmiques a la barra del Trabucador: un model d'inestabilitat

A. Montoto,\* A. Falqués,† V. Iranzo‡ i M. Caballeria§

## Introducció

Com és sabut, les formacions deltaïques són sistemes dinàmics en contínua evolució. L'actual delta de l'Ebre ha estat progressant des de l'edat mitjana fins al primer terç del segle XX. El resultat ha estat la formació d'una plana en punta de fletxa, d'uns 350 km<sup>2</sup> de superfície, que penetra en el mar flanquejada, com és comú als deltes en què predomina l'acció fluvial sobre la marina, per lòbuls: al nord la península del Fangar, que delimita la badia del mateix nom, i al sud la península dels Alfacs, també coneguda com la Banya. Aquesta última connecta amb la plana deltaïca per un estret i llarg istme, la barra del Trabucador, de prop de 5 km de longitud i que actualment no arriba a superar els 200 m a les parts més estretes. El conjunt península-barra tanca pel S i pel SE l'àmplia badia dels Alfacs, d'aigües poc profundes, oberta a la Mediterrània pel SW i que rep pel N les aportacions de nombrosos canals (figura 1).

Des dels anys quaranta predomina la regressió del Delta. Aquesta inversió de tendència és deguda a diverses causes: l'avinguda de 1937, que provocà l'obertura de l'actual gola Nord i la pràctica inoperància de les altres més antigues; la construcció de pantans al riu, en especial Flix, Riba-roja i Mequinensa, amb el seu efecte laminador de les avingudes i de retenció dels sediments; finalment, la disminució de la pluviositat, que determina un menor cabal disponible pel transport. Predominen per tant els perfils litorals amb tendència al retrocés, amb algunes excepcions com les puntes del Fangar i dels Alfacs i la desembocadura, que creixen, i algunes zones estables com l'extrem nord del Trabucador. Especialment sensible a l'acció erosiva és la barra del Trabucador, en particular la zona central, que com que és la més estreta és també la més delicada i ja ha sofert algun trencament parcial motivat per forts temporals de lle-

vant. Recentment s'han realitzat treballs d'enginyeria destinats a consolidar la barra.

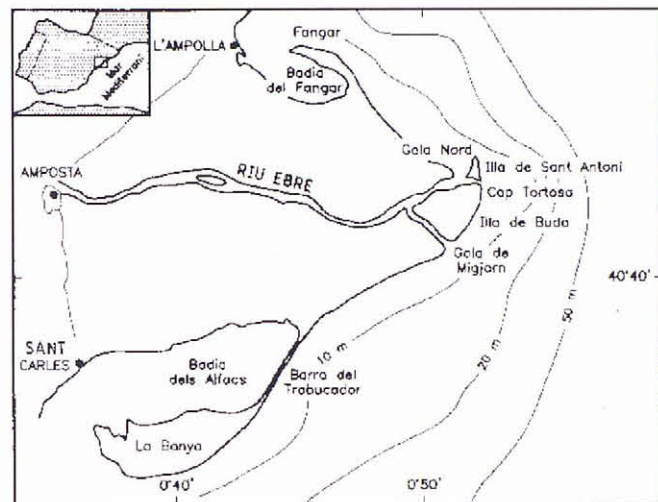


Figura 1: Mapa del delta de l'Ebre

Cal assenyalar que la badia dels Alfacs i els seus terrenys riberencs, protegits de l'acció del mar obert pel sistema format pel Trabucador i la Banya, constitueixen una zona econòmicament important (port de Sant Carles de la Ràpita, conreus litorals, muscleres, possible aqüicultura...). Aquesta protecció fa que l'onatge ordinari sigui molt petit a l'interior de la badia i produeix la sensació que els Alfacs són una zona morta, sense dinàmica. Però es comprova ràpidament que això no és cert i que, per contra, els Alfacs són una zona morfològicament molt activa a causa, probablement, dels corrents i de les ones de període llarg, juntament amb l'abundància de sediments molt fins. I és precisament aquesta absència de l'onatge del mar obert el que permet que una morfodinàmica, moderada en intensitat però molt rica i persistent, resulti preservada sense interferències destructives. Tot això fa dels Alfacs una mena de laboratori natural que ofereix la possibilitat d'investigar, sota condicions controlades, processos morfològics a petita escala així com els mecanismes físics responsables, dels quals es podrien inferir informacions fonamentals sobre fenòmens morfològics a escala molt més gran.

\*A. Montoto (Barcelona, 1944) és professor titular d'escola universitària a l'EUPVG, al Departament de Física i Enginyeria Nuclear, UPC.

†A. Falqués (Barcelona, 1951) és professor titular a l'ETSICCP, al Departament de Física Aplicada, UPC.

‡V. Iranzo (Madrid, 1943) és professor titular a l'ETSIT, al Departament de Física Aplicada, UPC.

§M. Caballeria (Manlleu, 1958) és professor del Departament de Física i Enginyeria Elèctrica, Estudis Universitaris de Vic.

## Morfodinàmica de platges

Es pot considerar que els elements bàsics que interveuen en l'evolució dinàmica de les formacions costaneres són, d'una banda, les *fonts d'energia*, que actuen com a element motriu, i, d'una altra, la *topografia bàsica*. La conjuminació d'aquests dos elements determina la *hidrodinàmica del sistema*, que és la que governa el flux de sediments que eventualment poden provocar *canvis morfològics*. Ara bé, per un procés de retroacció, aquests canvis, en alterar la topografia inicial, provoquen canvis en la hidrodinàmica que repercuteixen en els successius elements de la cadena que acabem d'esbossar (figura 2). El resultat és un sistema dinàmic altament complex, i encara poc conegut, en el qual resulta indispensable introduir simplificacions a fi d'intentar aïllar-ne els mecanismes bàsics i valorar-ne el pes en el comportament global del sistema (Carter, 1991).

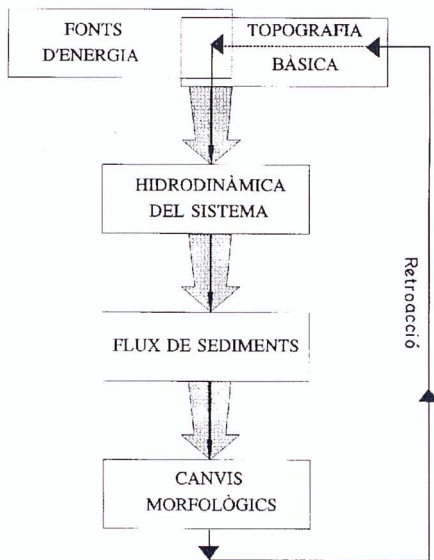


Figura 2: Esquema del funcionament de la morfodinàmica de platges

Pel que fa a la hidrodinàmica, comunament s'utilitza l'aproximació d'*aigües poc profundes*. En termes molt simples, aquesta consisteix en fer una mitjana vertical de les equacions i de les variables de les equacions de Navier-Stokes i de l'equació de continuïtat. Reduint així les equacions de Navier-Stokes i les variables de tres a dues. La condició de validesa de l'aproximació és que la profunditat  $H$  sigui molt petita respecte a la longitud característica  $\lambda$  de les pertorbacions de la superfície (onades), és a dir que  $H/\lambda \ll 1$ . Si a més s'introdueix una mitjana temporal sobre un temps de l'ordre del període de l'onatge l'aproximació d'*aigües poc profundes* incorpora un "filtratge", en el sentit que desapareixen elements com l'onatge bàsic, però no la seva contribució en quantitat de moviment i en energia.

Considerem un sistema d'eixos en el qual el  $y$  segueix

la línia de costa, suposada rectilínia, i el  $x$  està orientat mar endins (figura 3).

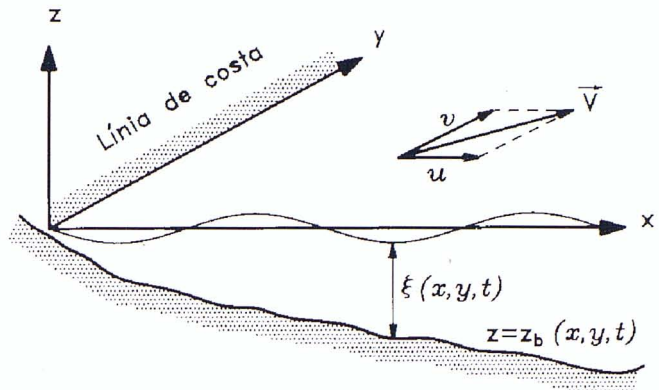


Figura 3: Sistema de coordenades i variables físiques

Denotem  $\vec{V} = (u, v)$  la velocitat horitzontal del fluid, i sigui  $z = z_b(x, y, t)$  el fons i  $\xi(x, y, t)$  l'altura de la columna líquida. En aquestes condicions, les equacions que governen el comportament del sistema són les següents: fent la mitjana en vertical a les equacions per al moment lineal

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \vec{f} \wedge \vec{V} + g \nabla (z_b + \xi) = \vec{F} - \frac{c_d}{\xi} |\vec{V}| \vec{V} + \vec{V}_{is}, \quad (1)$$

la mitjana en vertical de l'equació de conservació de la massa del fluid (equació de continuïtat per a densitat constant)

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi \vec{V}) = 0 \quad (2)$$

i l'equació de conservació de la massa de sediment

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0. \quad (3)$$

A l'equació (1),  $\vec{f}$  és el terme de Coriolis,  $c_d$  el paràmetre de fricció amb el fons,  $\vec{V}_{is}$  el terme corresponent a la viscositat turbulenta, i  $\vec{F}$  representa els *forçats*, és a dir, forces per unitat de massa que actuen exteriorment sobre el sistema.

A l'equació (3),  $\vec{q}$  representa la mitjana en vertical del flux volumètric de sediment, és a dir, el flux de sediment que passa en la unitat de temps a través de la unitat de longitud normal a la direcció del flux.

Independentment de les diverses aproximacions que es poden fer a partir d'aquestes equacions, algunes de les quals s'introduiran més endavant, i de l'elecció de la forma de  $\vec{q}$ , que constitueix per ella mateixa tot un camp de la recerca, el comportament d'un sistema queda determinat per l'elecció de les condicions de contorn i dels termes de forçat  $\vec{F}$ , l'expressió dels quals depèn dels mecanismes físics que hi interveuen. Aquests mecanismes

(ones de vora, inestabilitat del *set-up*, inestabilitat fons-corrent, etc.) tenen l'origen en les fonts d'energia que poden alimentar el sistema, que són les següents:

Ones

-alta freqüència (onades)  $T \sim 1 - 10$  segons

-baixa freqüència (*surf beat*)  $T \sim 1$  minut

Ones de molt baixa freqüència

-seixes (atmosfèriques, tsunamis...)  $T \sim 1$  hora

-marees  $T \sim 12$  hores

Vent

Descàrrega fluvial

Gradients de salinitat

Circulació general

Cadascuna de les possibles fonts pot originar més d'un mecanisme, i fonts diferents poden intervenir en un mateix mecanisme. Per tant, com ja s'ha dit, una etapa ineludible dels estudis morfodinàmics és la determinació del o dels mecanismes físics bàsics subjacents.

### Estructures rítmiques

Després de les permanents, les morfologies més simples són les que presenten una periodicitat espacial, temporal, o espacial i temporal alhora. A més de l'interès que desperten per elles mateixes, com que constitueixen un element senzill que aflora en una dinàmica en general molt complexa, la seva importància es veu augmentada pel fet que el seu estudi pot aportar informacions fonamentals i fer possible una valoració i selecció dels mecanismes bàsics determinants de l'evolució general del sistema.

Les estructures rítmiques en l'espai a les quals ens limitem aquí es poden classificar en dos grans grups: les cúspides (o punts cuspidals) i les formes del fons.



Figura 4: Punts cuspidals en una platja amb molt poc pendent; la longitud d'ona és d'uns 40 m (Carter, 1991)

Les *cúspides* són formacions circumscrites a la zona de batent o interlitoral. Consisteixen en un sistema d'entrants i sortints a la platja, amb la concavitat cap

al mar (figura 4). Presenten uns desnivells moderats (i en aquest sentit es poden qualificar d'estructures quasi bidimensionals), cosa que sovint fa que en molts casos pràcticament només siguin perceptibles pel patró que dibuixa l'aigua en el moviment de flux i reflux de les onades. El seu espaiat pot variar entre els decímetres i uns 70-80 metres, i es poden estendre al llarg de la línia de costa des de longituds de desenes de metres, les més curtes, fins a decenes de quilòmetres, les de major longitud d'ona, que, en ocasions, penetren en la zona infralitoral. Per la seva dimensió i mecanismes de formació alguns autors distingeixen entre cúspides de platja i cúspides gegants.



Figura 5: Ripples a la badia dels Alfaes, a una profunditat d'uns 10 cm

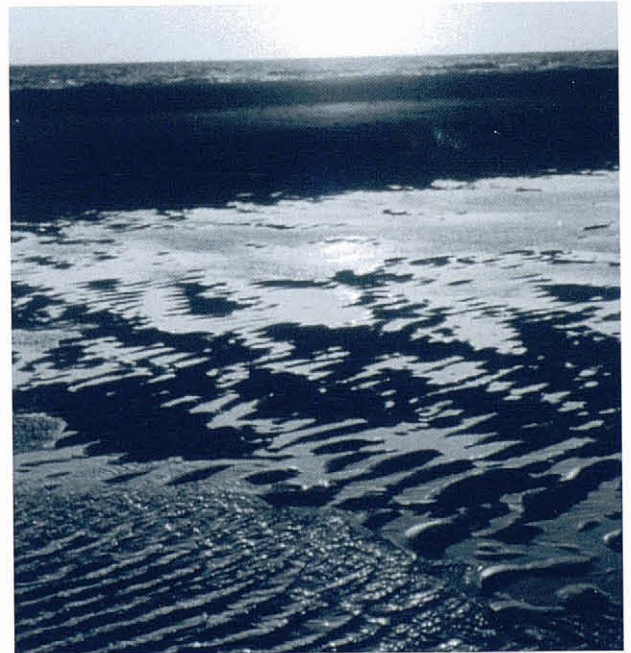


Figura 6: Megaripples en una platja de la costa holandesa (1993)

Les *formes del fons*, constituïdes per acumulacions de

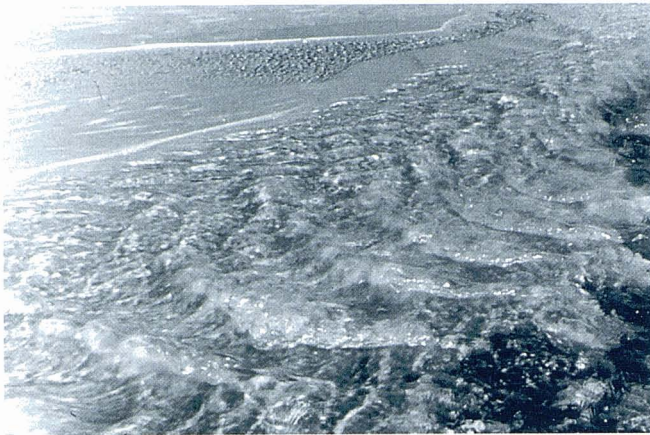


Figura 7: Antidunes fotografiades a la costa holandesa (1993). Les antidunes són dunes hidràuliques que es propaguen en sentit contrari al del corrent

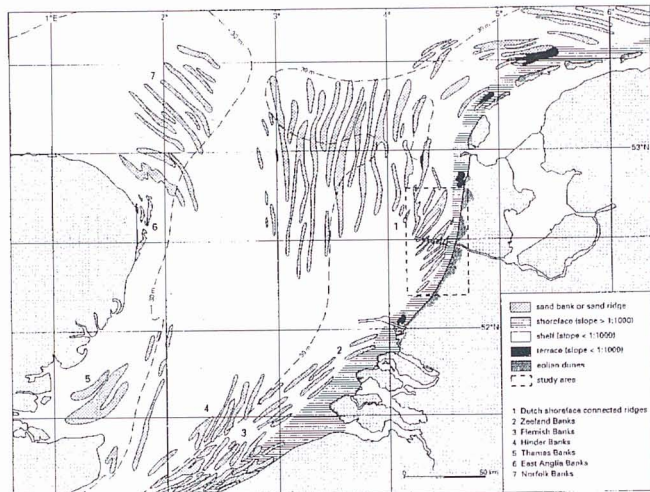


Figura 8: Barres i bancs de sorra al mar del Nord (segons Meene, 1994, pàg. 2)



Figura 9: Sistema de barres transversals a la barra del Trabucador fotografiades el desembre de 1993

sorra (entenen per sorra qualsevol material no consolidat, independentment de la seva granulometria), són formacions submergides netament tridimensionals en general allargades i associades a un solc o depressió. Hi ha una jerarquia pràcticament contínua de formes del fons a escala tant espacial com temporal, potser només interrompuda per un buit entre les més petites –els *ripples*– i els *megaripples* o dunes hidràuliques. A la bibliografia apareixen diversos sistemes de classificació i s’observa una certa ambigüitat terminològica determinada fonamentalment pels diversos enfocaments possibles en el seu estudi (sedimentologia, morfodinàmica...). La taula 1 presenta una caracterització de les formes del fons relativament ajustada a l’objecte d’aquest treball (Meene, 1994); cal precisar, en particular que sovint s’anomena genèricament a aquestes formacions ones de sorra (figures 5, 6, 7 i 8).

ESTRUCTURA	LONG.	ALT.	TEMPS
<i>Ripples</i>	< 1 m	≈ cm	segons-minuts
<i>Megaripples</i> (dunes i antidunes)	≈ 10 m	dm-m	hores-dies
Barres de sorra	≈ 1/2 km	≈ 5 m	anys-decennis
Bancs de sorra	≈ 10 km	≈ 50 m	decennis-segles

Taula 1: Una classificació de les formes del fons en funció de les seves escales espacials i temporals

Finalment, el terme *barra transversal* (figura 9) designa les estructures que neixen a la línia de costa, sovint associades als sortints de les cúspides, i que penetren mar endins; poden ser estrictament transversals (normals a la costa) o presentar una certa inclinació respecte a la costa (barres obliqües), i per la seva dimensió i persistència corresponen a les estructures dels tipus definits com a *megaripples* i barres de sorra a la taula 1.

## El Trabucador

### Morfologia

Les platges del delta de l’Ebre presenten una variada riquesa de formes rítmiques episòdiques o persistents: punts cuspidals al Fangar, barres transversals i cúspides a la gola Nord i al Trabucador. Especialment interessants, per la seva periodicitat espacial i notable persistència, són el tren d’ondulacions i el sistema de barres observables a la platja de la part interior de la barra del Trabucador, la banyada per les aigües dels Alfacs (Falqués, 1989). Les ondulacions de la línia de costa s’estenen sobre una longitud de quasi 4.000 m de platja i semblen assimilables a una estructura del tipus corresponent a les cúspides gegants. El 1973 la longitud d’ona  $\lambda$  o distància entre dues crestes consecutives variava bastant, entre uns 40 m i uns 160 m; la  $\lambda$  més freqüent era de 60 a 65 m (figura 10).

Observacions posteriors semblen indicar que superposada a l’estructura rítmica anterior hi ha una segona

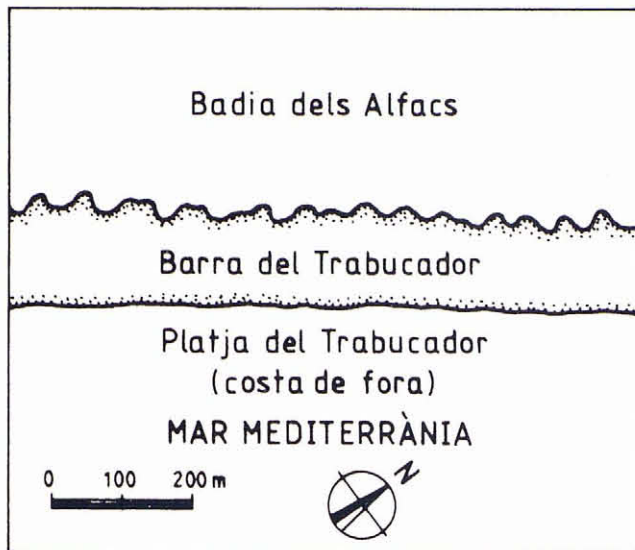


Figura 10: Ondulacions de la línia de costa a la riba interna d'una part de la barra del Trabucador reconstruïdes a partir d'un mapa del Ministerio de Obras Públicas

estructura a menor escala, amb  $\lambda \sim 12$  m.

A la zona submergida hi ha una multitud de barres transversals aproximadament paral·leles entre elles, la majoria de les quals arriben a la costa, a la qual es connecten constituint els sortints dels punts cuspidals. En condicions de marea baixa, les més petites queden emergides en gran part i resulten directament visibles, com es pot apreciar a la fotografia de la figura 11, en què dominen les distàncies entre barres emergides de l'ordre de 12 a 15 m. D'altra banda, a les fotografies aèries (Institut Cartogràfic de Catalunya) es comprova clarament que el sistema es prolonga aigües endins dels Alfacs fins a una distància d'uns 200 m mitjançant barres, o fragments de barres. A la zona immediata a la línia de costa



Figura 11: Barres transversals parcialment emergides a la platja del Trabucador (abril de 1994)

l'orientació de les barres és quasi transversal, amb una lleugera desviació de la perpendicular que pot arribar fins a uns  $25^\circ$  en direcció SW i una important inflexió a certa distància de la costa superior als  $45^\circ$ . La longitud de les barres pot variar entre uns pocs metres i més de 200 m, i la distància entre barres contigües, directament relacionada amb la seva longitud, presenta una estructura quasi periòdica complexa, compatible amb separacions que varien entre uns pocs metres i més de 100 m. També s'han mesurat ocasionalment desplaçaments de les barres amb velocitats estimades de l'ordre de 40 cm per dia (1988).

El conjunt d'aquestes dades porta a la conclusió que es tracta d'un sistema de barres transversals relacionat amb l'estructura cuspidal de la platja i format, en aquest cas, per la superposició de diverses famílies.

Tot i que no hi ha estudis sistemàtics i de prou durada, es poden apuntar algunes característiques de la zona interlitoral i infralitoral interna del Trabucador:

- La inclinació del fons és de l'ordre de l'1 %.
- Existeix una abundant disponibilitat de sediment, constituït per sorra fina (granulometria entre 0,15 i 0,30 mm), com evidencien els nombrosos bancs de sorra existents (el terme *alfac*, que dóna nom a la badia, designa precisament aquest tipus de bancs).
- Les aigües apareixen normalment netes i transparents, sense sediments en suspensió.
- L'energia de l'onatge és petita, amb una alçada de les ones generalment inferior a 10 cm.
- S'han estimat corrents longitudinals amb velocitats que arriben a uns  $30\text{--}35\text{ cm s}^{-1}$ .

### Mecanismes físics

A continuació es presenta una descripció dels mecanismes físics bàsics que es poden postular per a la formació del sistema de barres transversals observades al Trabucador. Cal assenyalar que en la pràctica algun dels mecanismes pot actuar com a iniciador d'altres o reforçar-ne l'acció i que, més en general, diversos dels mecanismes proposats podrien intervenir conjuntament.

a) *Revessegament* (over-wash). És un mecanisme que requereix l'existència d'una barra que separi dues zones de mar, el mar d'un llac interior, etc., com fa el Trabucador amb la Mediterrània i la badia dels Alfacs. En situacions d'onatge molt intens les onades provinents de mar obert poden superar aquesta barra i aportar abundant material sedimentari a la zona interna. En aquest cas, una eventual estructura rítmica de l'energia de l'onatge exterior, deguda per exemple a ones infragravitòries, podria manifestar-se en les aportacions sedimentàries. També pot donar-se que el mateix procés de revessegament estigui sotmès a alguna inestabilitat hidrodinàmica que generi una estructura rítmica transversal en el flux mitjà. És indubtable que aquest mecanisme ha tingut rellevància en el passat (Falqués, 1989), però actualment una duna artificial impedeix el

revessegament i això no obstant les barres continuen formant-se.

b) *Ones de vora*. Es tracta d'un mecanisme purament hidrodinàmic, en el sentit que el caràcter erosionable del fons no és l'essencial.

Les ones de vora són ones confinades en una zona immediatament pròxima a la línia de costa que es propaguen paral·lelament a ella; no es poden veure, com es veuen les onades, però la seva presència es pot detectar a través de mesures hidrodinàmiques i per la modulació de formes a la platja i al mateix onatge. Es tracta d'ones atrapades a prop de la costa per la refracció topogràfica deguda a la variació de la velocitat de fase de les ones de superfície amb la profunditat. Donat que és freqüent la formació de dos trens d'ones de vora que es propaguen en direccions contràries, eventualment es poden produir ones de vora estacionàries. En aquest cas, als ventres domina l'erosió, mentre que als nodes és predominant la deposició de sediments, cosa que constitueix un mecanisme que permet explicar la formació de cúspides. Superposicions més complexes d'ones de vora de diverses longituds d'ona permeten explicar la generació d'altres estructures, com ara les barres en forma de creixent, les obliqües i les transversals.

A causa de la desproporció entre la longitud d'ona de les onades incidents i la dimensió de les barres del Trabucador és improbable l'acció d'ones de vora generades per ressonància subharmònica. No obstant això, la interacció no lineal entre els trens d'ones i la pertorbació produïda pels nombrosos alfacs podrien generar ones de vora amb la longitud d'ona adequada. També és possible que ones de vora generades fora entrin a la badia del Alfacs, es reflecteixin i formin un sistema d'ones estacionàries al llarg del Trabucador.

c) *Inestabilitat fons-corrent*. Aquest mecanisme és el resultat de la interacció entre un corrent longitudinal i una pertorbació del fons produïda per qualsevol causa. Com a resultat de la pertorbació es produeix una reorganització del corrent i es modifica el transport de sediment; això provoca la modificació del fons, que al seu torn reverteix en la forma del corrent. Si la retroacció fons-corrent és positiva, el resultat és el creixement de la pertorbació inicial.

El signe de la retroacció depèn del desfasament que s'estableix entre la pertorbació del fons i la del corrent, i per tant entre la primera i el transport de sediment. Essencialment, si la deposició és màxima sobre o a prop dels màxims d'elevació del fons, la retroacció és positiva. En canvi, si és màxima sobre o a prop dels mínims, la retroacció és negativa. Més endavant es presenta una anàlisi teòrica d'aquest mecanisme i una breu discussió de la seva possible aplicació al Trabucador.

d) *Refracció topogràfica de l'onatge*. La presència de barres transversals refracta l'onatge incident i concentra damunt d'elles l'energia de les onades, produint un patró

rítmic en el transport de sediment que pot reforçar o destruir les mateixes barres segons que la retroacció sigui positiva o negativa. Aquest fenomen s'observa habitualment al Trabucador. Així, encara que no resulta evident que sigui l'iniciador de les barres, la seva rellevància és indiscutible un cop s'han iniciat les barres.

e) *Difracció de les onades*. Com l'anterior, és també un mecanisme purament hidrodinàmic. Les ones de l'onatge incident es poden difractar en bancs de sorra o estructures anàlogues més o menys longitudinals situades enfront de la platja, a una certa distància de la línia de costa. La difracció pot crear fronts d'ona que s'entrecreuen originant màxims i mínims de l'energia de l'onatge que es van alternant rítmicament al llarg de la platja i en modulen la morfologia.

f) *Inestabilitat del set-up*. De nou es tracta d'un mecanisme purament hidrodinàmic. El *set-up* és l'ascens del nivell de la superfície lliure de l'aigua a i en les proximitats de la línia de costa com a conseqüència, per exemple, de l'onatge incident o del vent; es pot considerar una transferència d'energia cinètica que s'acumula en forma d'energia potencial localitzada a la deformació de la superfície. Òbviament, aquesta elevació (o descens: *set-down*) constitueix una configuració inestable que tendeix a cedir quan disminueix l'aportació externa d'energia. Per exemple, als intervals en què l'amplitud de l'onatge incident, eventualment moderat per ones de vora, és menor. Això pot donar lloc a l'aparició, a intervals regulars, de corrents de retorn (*rip currents*), que poden assolir una considerable intensitat, separats per zones on l'aigua circula molt més pausadament i en sentit contrari, cap a la costa. Les diferències de velocitat de l'aigua determinen diferències en el transport del sediment que poden modular cúspides o l'aparició de sistemes de barres.

Aquest mecanisme, en el cas del Trabucador, podria ser important quan bufa un fort vent del NW, cosa bastant freqüent al delta de l'Ebre.

g) *Percolació*. Aquest mecanisme es pot presentar en una barra que separi dues zones marines, per exemple, del tipus de la citada en comentar el revessegament, si existeix una diferència de nivell de l'aigua entre ambdues bandes que origini un moviment global de transport de líquid per filtració a través del material de la barra. La superposició d'una inestabilitat longitudinal a aquest flux el pot reorganitzar en una successió periòdica d'estructures en forma d'embut, de manera que l'abocament es concentra en indrets més o menys regularment espaiats, separats per zones en què no hi ha transport o és molt petit. Els diferents nivells d'impregnació del terra es poden traduir aleshores en diferències de consolidació del material granular de la platja que afavoreixin o dificultin els processos erosius i de transport de sediment i siguin l'origen d'una estructura cuspidal o d'un sistema de barres transversals.

h) *Variació del punt de ruptura.* L'alteració de la fondària mitjana deguda a la presència d'un banc de sorra a la zona de romponents modifica el punt de trencament de les onades incidents. Així, una pertorbació topogràfica periòdica al llarg de la platja produeix una modulació en el terme de forçat de l'equació (1) de la qual en resulta un sistema de corrents i un patró rítmic de transport de sediments al llarg de la platja. Una vegada més, si la retroacció és positiva el sistema de barres tendirà a créixer (Christensen *et al.*, 1994).

## Model de barres transversals basat en la inestabilitat fons-corrent

En aquesta secció es presenta un model de formació de barres transversals basat en el mecanisme d'inestabilitat fons-corrent esmentat a l'apartat c) de la secció anterior (una exposició més detallada del model es pot veure a Falqués *et al.*, 1996).

Considerem una platja amb un material erosionable sotmesa a l'acció d'un corrent longitudinal. En l'aproximació d'aigües poc profundes, considerem les equacions (1), (2) i (3), negligint, a la (1), el terme de Coriolis,  $\vec{f} \wedge \vec{V}$ , ja que aquest model es limita només a la regió pròxima a la línia de costa, i la contribució de la viscositat  $\vec{V}_{is}$  (Schielen *et al.*, 1993).

El transport de sediment és un tema molt complex, en especial a la zona de rompent. No obstant això, amb la idea que la hidrodinàmica juga un paper dominant, considerem per al flux volumètric de sediment la llei estàndard senzilla

$$\vec{q} = \nu(|\vec{V}| - V_c)^m \left( \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} - \gamma \nabla h \right) \quad \text{si } |\vec{V}| > V_c \quad (4)$$

i

$$\vec{q} = 0 \quad \text{si } |\vec{V}| < V_c,$$

on  $V_c$  és una velocitat llindar per sota de la qual no hi ha transport,  $m \geq 2$  és un exponent adimensional i  $\nu$  una constant dimensional que depèn de les propietats del sediment. El terme  $\gamma \nabla h$ , on  $h(x, y, t)$  és qualsevol pertorbació de l'estat d'equilibri de  $z_b$ , descriu la tendència de la sorra a baixar pendent avall, i  $\gamma$  és una constant relacionada amb el coeficient dinàmic de fricció de Coulomb.

Considerem un estat bàsic del fons i el corrent donat per

$$\vec{V} = (0, V(x)), \quad \xi = \zeta(x), \quad z_b = -H(x), \quad (5)$$

és a dir, un fons i un corrent que són només funció de  $x$  i que per tant són uniformes al llarg de la costa, i una superfície lliure no pertorbada

$$z_s = \zeta(x) - H(x).$$

Cal retenir que en absència de *set-up/set-down* es tindrà  $z_s = 0$  i per tant  $\zeta = H(x)$ .

A partir de la (1) es pot escriure per al forçat corresponent a l'estat bàsic

$$\mathcal{F}_x = g \frac{d(\xi - H)}{dx}, \quad \mathcal{F}_y = \frac{c_d}{\xi} V^2. \quad (6)$$

Suposem ara una petita pertorbació superposada a l'estat bàsic

$$\vec{V} = (0, V(x)) + (u(x, y, t), v(x, y, t)) \quad (7a)$$

$$z_b = -H(x) + h(x, y, t), \quad \xi = \zeta(x) + \eta(x, y, t) - h(x, y, t), \quad (7b)$$

on  $h$  és la pertorbació del fons i  $\eta$  la pertorbació de la superfície lliure. Aquest nou estat pot suposar una modificació del forçat que designem amb el terme additiu  $\Delta \vec{\mathcal{F}}$ .

## Adimensionalització

Amb l'objecte de treballar amb variables adimensionals, introduïm una unitat de velocitat  $U$  i una unitat de longitud horitzontal  $L$  relacionades, com es precisarà més endavant, amb les característiques del corrent bàsic no pertorbat  $V(x)$ , i que per tant permeten definir una escala de temps relacionada amb la hidrodinàmica del sistema  $\tau_h = L/U$ . Introduïm també una unitat de longitud vertical  $l = \beta L$  on, qualsevol que sigui el seu perfil,  $\beta$  és una mesura del pendent mitjà del fons. Finalment, per al temps, introduïm una unitat  $\tau_m$  definida a partir de l'escala temporal dels canvis morfològics ( $\tau_m = \beta L^2 / \nu U^m$ , on  $\nu$  i  $m$  són paràmetres de l'expressió (4) del flux de sediment).

Amb aquestes unitats es defineixen les variables adimensionals:

$$V' = \frac{1}{U} V, \quad (x', y') = \frac{1}{L} (x, y), \quad t' = \frac{1}{\tau_m} t \quad (8a)$$

$$z'_b = \frac{1}{\beta L} z_b, \quad \zeta' = \frac{1}{\beta L} \zeta, \quad H' = \frac{1}{\beta L} H, \quad h' = \frac{1}{\beta L} h, \quad (8b)$$

mentre que per a la pertorbació de la superfície  $\eta$  s'introdueix l'adimensionalització habitual en teoria d'aigües poc profundes

$$\eta' = (U^2/g)^{-1} \eta \quad (8c)$$

## Filtratge

El passos següents són linealitzar les equacions (1), (2), (3) que governen el sistema i la (4), és a dir, suprimir els termes quadràtics i superiors a cop introduïdes les pertorbacions (7), que es consideren petites, substituir les variables per les corresponents adimensionalitzades definides a (8) i fer una sèrie d'hipòtesis addicionals que es poden considerar com a "filtratges" que determinaran el camp d'aplicació del model.

Els filtratges aplicats, a més de la linealització ja indicada, són els següents:

1) La supressió dels termes que contenen el factor  $\tau_h/\tau_m$ , justificada pel fet que el valor típic de l'escala de temps hidrodinàmica  $\tau_h$  és de l'ordre de segons-minuts, mentre que el de l'escala morfològica  $\tau_m$  és de l'ordre d'hores-dies. A la pràctica això es tradueix en la desaparició de les contribucions temporals de les equacions (1) i (2) i des del punt de vista físic equival a descartar les inestabilitats hidrodinàmiques i les ones de vora.

2) La identificació  $\zeta = H(x)$ , que físicament equival a negligir l'eventual presència de *set-up*.

3) L'aproximació  $\frac{1}{\zeta}(\vec{\mathcal{F}}_o + \Delta\mathcal{F}) \approx \frac{1}{\zeta}\vec{\mathcal{F}}_o$ , on  $\vec{\mathcal{F}}_o$  és el forçat corresponent a l'estat bàsic donat per les (6), que suposa suprimir les inestabilitats de la tensió de radiació, és a dir, les modificacions de l'onatge incident provocades pels canvis en la morfologia del fons.

El resultat és un model en què queda, com a mecanisme romanent, la generació de barres de sorra per efecte de la interacció entre la hidrodinàmica del sistema i la pertorbació del fons o *inestabilitat fons-corrent*. Amb aquestes hipòtesis, les equacions resultants, suprimint la ' per comoditat d'escriptura, són

$$V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + R \frac{Vu}{H + \eta} = 0, \quad (9a)$$

$$\frac{dV}{dx}u + V \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + 2R \frac{Vv}{H + \eta} - R \frac{V^2}{(H + \eta)^2}(F^2\eta - h) = 0, \quad (9b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(Hu) + H \frac{\partial v}{\partial y} + V \left( F^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0, \quad (9c)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0, \quad (9d)$$

amb

$$q_x = (V - V_c)^m \left( \frac{u}{V} - S \frac{\partial h}{\partial x} \right),$$

$$q_y = (V - V_c)^m \left( 1 - S \frac{\partial h}{\partial y} \right) + m(V - V_c)^{m-1}v \quad (9e)$$

si  $V(x) > V_c$  i  $q_x = q_y = 0$  en cas contrari, on  $F = U/\sqrt{g\beta L}$  és un nombre de Froude característic,  $R = c_d/\beta$  i  $S = \beta\gamma$ .

### Pertorbacions periòdiques

El pas següent és investigar solucions periòdiques en forma d'ones que es propaguen en la direcció de la línia de costa de la forma

$$(u, v, \eta, h) = (\hat{u}(x), \hat{v}(x), \hat{\eta}(x), \hat{h}(x)) e^{i(ky - \omega t)} \quad (10)$$

concretament en el cas de  $h$  això equival a

$$h(x, y, t) = \hat{h}(x) e^{\omega_i t} e^{i(ky - \omega_r t)} \quad (11)$$

en les quals  $\lambda = 2\pi/k > 0$  és la longitud d'ona de les formes del fons i  $\omega$  és la freqüència angular complexa:  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  i per tant  $\omega_r/k$  és la velocitat de fase, i  $\omega_i$

el ritme de creixement de les pertorbacions, de manera que  $\omega_i > 0$  implica inestabilitat (creixement de les pertorbacions),  $\omega_i < 0$  estabilitat (és a dir decreixement: les pertorbacions evolucionen cap al fons pla) i  $\omega_i = 0$  fons neutre.

Substituint (10) a les (9), i suprimint també l'accent circumflex ( $\hat{\cdot}$ ) per comoditat, de les (9a) i (9b) s'obté

$$u = -\frac{1}{d_1} \frac{\partial \eta}{\partial x},$$

$$v = \frac{1}{d_2} \left[ \frac{1}{d_1} \frac{dV}{dx} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left( RF^2 \frac{V^2}{H^2} - ik \right) \eta - R \frac{V^2}{H^2} h \right] \quad (12)$$

amb  $d_1 = ikV + RV/H$  i  $d_2 = ikV + 2RV/H$ . I substituint (12) a (9c) i (9d) s'obté finalment el problema de valors propis

$$\mathcal{A} \begin{pmatrix} \eta \\ h \end{pmatrix} = i\omega \mathcal{B} \begin{pmatrix} \eta \\ h \end{pmatrix} \quad (13)$$

on  $\mathcal{A}$  és un operador diferencial lineal de segon ordre en  $x$ , que depèn dels paràmetres  $R, S, F, m, V_c, \gamma$  i del nombre d'ona  $k$ , i  $\mathcal{B}$  és una matriu  $2 \times 2$  simplement numèrica.

El sistema (13) s'ha resolt numèricament mitjançant el mètode espectral de col·locació amb funcions racionals de Txebishev.

### Exploració numèrica. Resultats

Per a l'estat bàsic s'ha triat un fons pla de pendent  $\beta$ :

$$H(x) = \beta x,$$

i per a la velocitat, que se suposa produïda per l'onatge, un perfil relativament realista donat per

$$V(x) = a x e^{-bx}.$$

A partir d'aquests perfils es defineixen els factors d'escala introduïts a l'adimensionalització de manera que la unitat de velocitat  $U$  és el valor màxim de  $V(x)$ , i per tant  $U = a/eb$ , i la unitat de longitud  $L$  és la distància de la costa del punt en què  $V(x)$  és màxima (que correspondria aproximadament a la meitat de l'amplada de la zona de rompent de l'onatge), és a dir  $L = 1/b$ .

Amb aquestes unitats, la  $H$  i la  $V$  adimensionals de les equacions (9), (12) i (13) són

$$H'(x') = x' \quad , \quad V'(x') = e x' e^{-x'} ;$$

el nombre de Froude característic de l'adimensionalització és  $F^2 = a^2/e^2 g \beta b$  i es relaciona amb el nombre de Froude local màxim  $F_M$  del corrent per a  $F_M = \sqrt{e/2} F$ .

Pel que respecta als valors dels paràmetres, s'han adoptat els valors  $m = 2$ ,  $\gamma = 1$  i  $V_c = U/20$ . Un cop fixats aquests valors el problema queda en funció



del nombre d'ona  $k$ , i de la terna de paràmetres principals del model  $F_M$ ,  $R = c_d/\beta$  i  $S = \gamma\beta = \beta$ . En l'exploració numèrica s'han considerat els valors físicament raonables del nombre de Froude màxim  $F_M = 0,1, 0,3, 0,5$ , i del pendent de la platja  $\beta = 0,005, 0,01, 0,02$  (i ocasionalment  $\beta = 0,04$ ). Pel que fa a  $R$ , donat que els valors empírics de  $c_d$  se situen aproximadament entre  $10^{-2}$  i  $10^{-4}$ , podria variar en un ampli interval; no obstant això, si es té en compte que  $c_d$  i  $\beta$  no són estrictament independents (les platges constituïdes per sorra més fina i per tant de rugositat més petita tenen menys pendent), el seu valor típic no deu variar gaire més que l'interval  $0,1 - 1,0$ , a menys que existeixin formes del fons de menor escala (ripples), cas en què  $R$  podria ser significativament més elevat. En conseqüència s'han explorat valors de  $R$  corresponents a la successió  $2/\sqrt{2^n}$ , on  $n = 0, 1, 2, \dots, 10$ , i en alguns casos més extrems.

Per a cada conjunt de valors  $F_M$ ,  $\beta$ ,  $R$  i cada  $k$ , la versió de (13) discretitzada pel mètode descrit anteriorment dóna un espectre de valors propis  $\omega$  i de vectors propis  $(\eta, h)$ . Per a cada terna  $(F_M, \beta, R)$  s'ha explo-

rat el comportament de  $\omega$  variant d'entrada  $k$  de 0,5 en 0,5 des de 0,5 fins a 8 o més, i quan ha calgut a intervals de 0,1 o inferiors. Els resultats obtinguts són, succintament, els següents:

a) Per a cada conjunt  $(F_M, \beta, R)$  existeixen diverses famílies de solucions (*modes*), com es pot veure a la figura 12, i  $R$  apareix com el paràmetre determinant del comportament del sistema (els resultats que s'obtenen variant  $F_M$  i  $\beta$  per a un mateix  $R$  són qualitativament semblants).

Donat que el nombre de modes augmenta amb el nombre de punts de la discretització,  $N$ , sembla que hi ha un conjunt infinit de modes. Aquests s'han denotat  $n = 1, 2, 3, \dots$  sent el mode 1 la solució que apareix ja per a  $N$  baix i els següents les solucions que van apareixent en augmentar  $N$ .

b) En tots el casos existeixen solucions que corresponen a un fons inestable ( $\omega_i > 0$ ) per a un cert interval de  $k$  i aparentment sempre  $\omega_r > 0$ , és a dir les barres es desplacen corrent avall (figura 12). Per a  $R$  petits, els ritmes de creixement dels modes  $2, 3, \dots$  són negatius, mentre que el ritme de creixement del mode 1 sempre és positiu. Per tant, no existeix un valor crític de  $R$  per sota del qual el flux bàsic és estable. Des del punt de vista físic, això és irrellevant, donat que els ritmes de creixement són molt petits quan  $R$  és molt petit, però des del punt de vista matemàtic significa que no hi ha transició i que no es pot realitzar una anàlisi dèbilment no lineal estàndard.

c) Les corbes  $\omega_i - k$ , o *corbes d'inestabilitat*, de cada mode presenten un màxim absolut del ritme de creixement  $\omega_i$  per a un cert  $k$ , mentre que les *relacions de dispersió*  $\omega_r - k$  són, en l'interval explorat, monòtonament creixents.

Per a cada terna  $(F_M, \beta, R)$ , siguin  $\sigma^n$  el màxim absolut del ritme de creixement del mode  $n$  i  $k_M^n$  el nombre d'ona a què es produeix; en endavant s'entendrà com a *mode dominant*,  $\sigma_M$  aquell pel qual  $\sigma^i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) és màxim, i com a *nombre d'ona dominant*,  $k_M$  el corresponent  $k_M^i$ . Els nombres d'ona corresponents als ritmes màxims estan ordenats com  $k_M^1 < k_M^2 < k_M^3 \dots$ , però l'ordre dels ritmes de creixement pot variar amb  $R$  (per a  $F_M, \beta$  fixos). Per a  $R$  petit es troba  $\sigma^1 > \sigma^2 > \sigma^3 > \dots$  de manera que el mode 1 és el dominant, però per a  $R$  més grans passa a ser dominant el mode 2, etc.; de fet, per a  $R$  prou elevats, és possible que no existeixi un mode dominant, en el sentit que la seqüència  $\{\sigma^n, n = 1, 2, 3, \dots\}$  podria ser no acotada.

d) Cadascun dels modes correspon a una estructura del fons de complexitat creixent, com es pot veure a la figura 13, on s'han representat topogràficament les pertorbacions del fons,  $|h(x)|$ , de màxim ritme de creixement corresponents als modes 1, 2, 3 i 4 en el cas  $F_M = 0,3, \beta = 0,01$  i  $R = 1$ .

A la figura 14 es representa la pertorbació superpo-

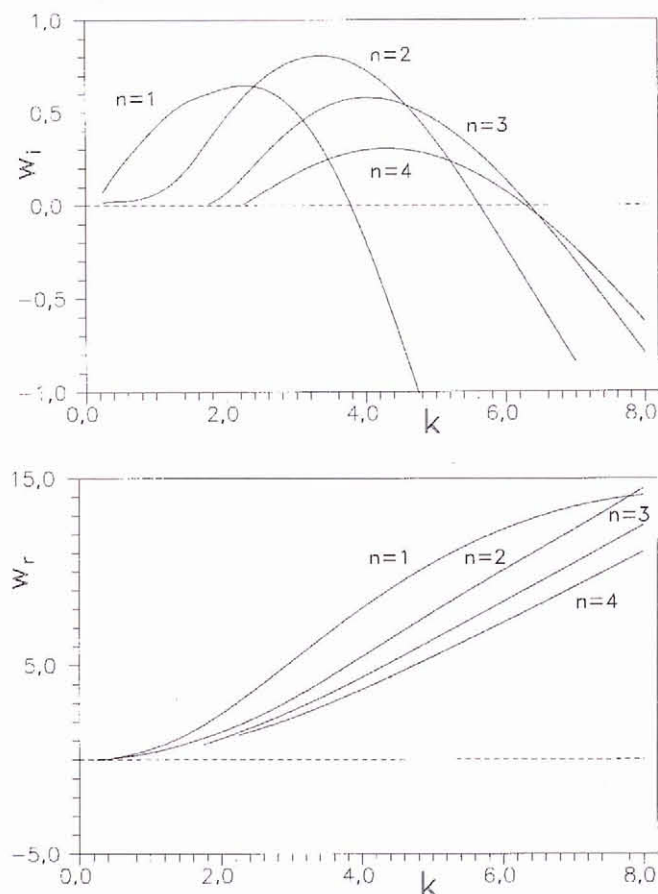


Figura 12: Famílies de solucions (*modes*) de  $\omega$  en funció de  $k$  per a  $F_M = 0,3, \beta = 0,01, R = 1,0$  ( $\omega_i - k$ : corbes d'inestabilitat;  $\omega_r - k$ : relacions de dispersió)

sada al fons bàsic (prenent una amplitud arbitrària per a la pertorbació). Les solucions del mode 1 corresponen a barres pràcticament transversals. Els modes més elevats donen lloc a una estructura de barres obliqües, desviades en el sentit del corrent i amb una inclinació creixent a mesura que augmenta el nombre del mode; la cresta d'aquestes barres -i els corresponents solcs entre elles- és sinuosa, amb un nombre creixent d'alfacs, que coincideix amb el nombre del mode, separats per suaus depressions.

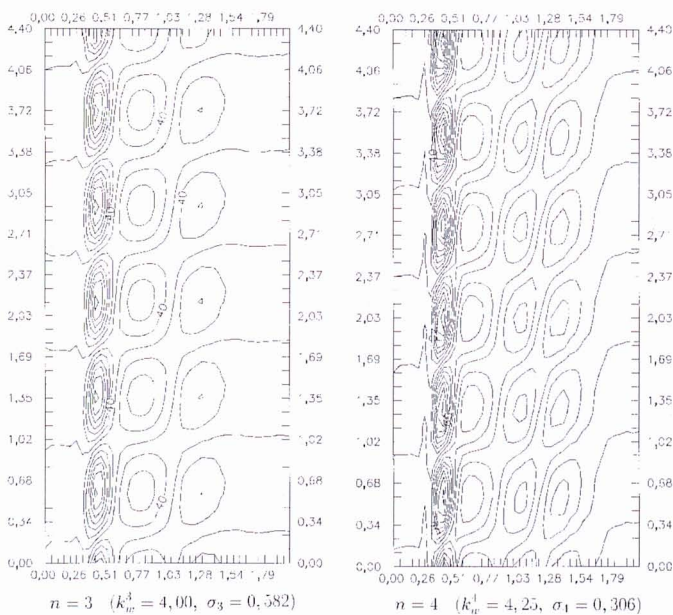
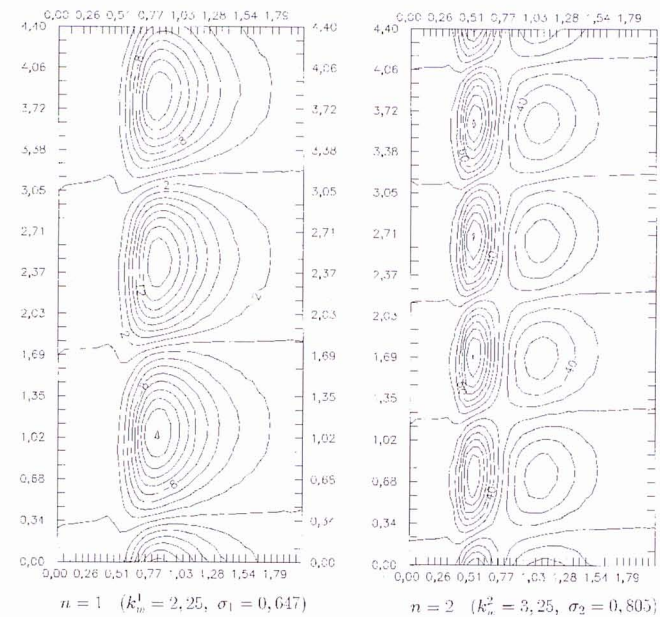


Figura 13: Línies de nivell de les pertorbacions del fons de màxim ritme de creixement; modes 1, 2, 3, 4, cas  $F_M = 0,3$ ,  $\beta = 0,01$ ,  $R = 1,0$  (amplitud arbitrària)

e) En la pràctica, les formes topogràfiques que hom pot esperar trobar a la natura són, per a una platja donada i per tant per a uns  $(F_M, \beta, R)$  donats, les que corresponen al mode dominant i a la seva corresponent longitud d'ona  $\lambda_M = 2\pi/k_M$ . Com es pot veure a la figura 15, fins a  $R \sim 0,7$  el mode dominant es l'1, però per a  $R$  més grans es presenten dues situacions: en el cas de platges de poc pendent, passen a ser dominants altres modes i  $\sigma_M$  augmenta amb  $R$ ; en platges pronunciades els ritmes de creixement dominants tendeixen a deprimir amb  $R$  i pot ser dominant el mode 1 o altres modes. La longitud d'ona de les formes, que comunament decreix amb  $R$ , està compresa aproximadament entre 2 i 8 vegades la distància a la costa del pic màxim del corrent longitudinal, cosa que correspon aproximadament a 1 a 4 vegades l'amplada d'aquest corrent bàsic.

f) Per a cada nombre de Froude màxim  $F_M$  i cada pendent de la platja  $\beta$ , si  $R$  és menor que un cert valor crític el mode dominant és el mode 1 (*règim baix*); per a  $R$  més grans poden ser dominants altres modes o no haver-hi un mode dominant (*règim alt*). Com es pot veure a la figura 16, el valor crític de  $R$  (que comunament correspon al punt d'intersecció de les corbes del mode 1 i el mode 2 als gràfics  $\sigma_M^n - R$ ) per a cada  $F_M$  augmenta regularment amb el pendent de la platja, i per al mateix  $\beta$  disminueix a mesura que augmenta el nombre de Froude màxim. Una platja natural de règim baix presentarà per tant un patró de formes senzill amb barres transversals espaiades entre 2 i 4 vegades l'amplada del corrent bàsic. En platges de règim alt es pot presentar una batimetria més complicada, amb barres transversals de cresta sinuosa espaiades entorn d'una vegada l'amplada del corrent. En aquest últim cas fins i tot es pot donar que dues estructures de diferent longitud d'ona tinguin ritmes de creixement idèntics o molt semblants, donant origen a un patró quasi periòdic de formes molt més complex.

## Discussió i conclusions

En el model proposat, com a conseqüència dels filtratges aplicats a les equacions que governen el flux s'ha seleccionat com a únic mecanisme la formació de barres de sorra deguda a un corrent longitudinal. Des del punt de vista matemàtic el model es pot considerar una extensió del model de formació de barres alternades a un canal (Schielen *et al.*, 1993), del qual es diferencia fonamentalment pel fet que, en el cas d'una platja, l'amplada del "canal" és infinita i tant la profunditat com el flux bàsic varien transversalment. El resultat és que un corrent longitudinal sobre un fons erosionable és inestable a causa de la retroacció positiva entre les pertorbacions topogràfiques i les pertorbacions del corrent, i en aquest sentit es tindria un mecanisme conceptualment similar al de creixement de dunes i antidunes a un canal. Però del fet que, com es demostra (Falqués *et al.*, 1996), la inestabilitat estigui directament relacionada amb la fricció amb el fons i amb l'estructura bidimensional del corrent,

es desprèn que la seva natura geomètrica és fonamentalment diferent. Per tant, l'analogia més adient es troba amb el model (Schielen *et al.*, 1993) de formació de barres alternades a un canal.

Una comparació directa del model amb dades experimentals no és fàcil per diverses raons. D'una banda, tot i que hi ha bastants treballs de camp sobre platges amb cúspides i formes rítmiques que informen sobre la separació espacial i el pendent mitjà, pràcticament no hi ha informació sobre el corrent longitudinal, el ritme de creixement de les formes i la seva velocitat de migració.

teòrica de cada possible mecanisme morfodinàmic individual facilita planejar futures campanyes de mesures de camp de manera que permetin determinar quin o quins són els mecanismes dominants en cada situació.

En concret, en el cas del Trabucador, assumint una altura de les onades d'uns 10 cm o lleugerament superior i un pendent de 0,01, l'amplada del corrent bàsic correspondria a uns 10–15 m. En el marc del model presentat això es traduiria en separacions entre barres també de l'ordre de 10 a 15 m en el cas d'un règim alt, i de fins a uns 40–60 m en règim baix. Evidentment, el fet que

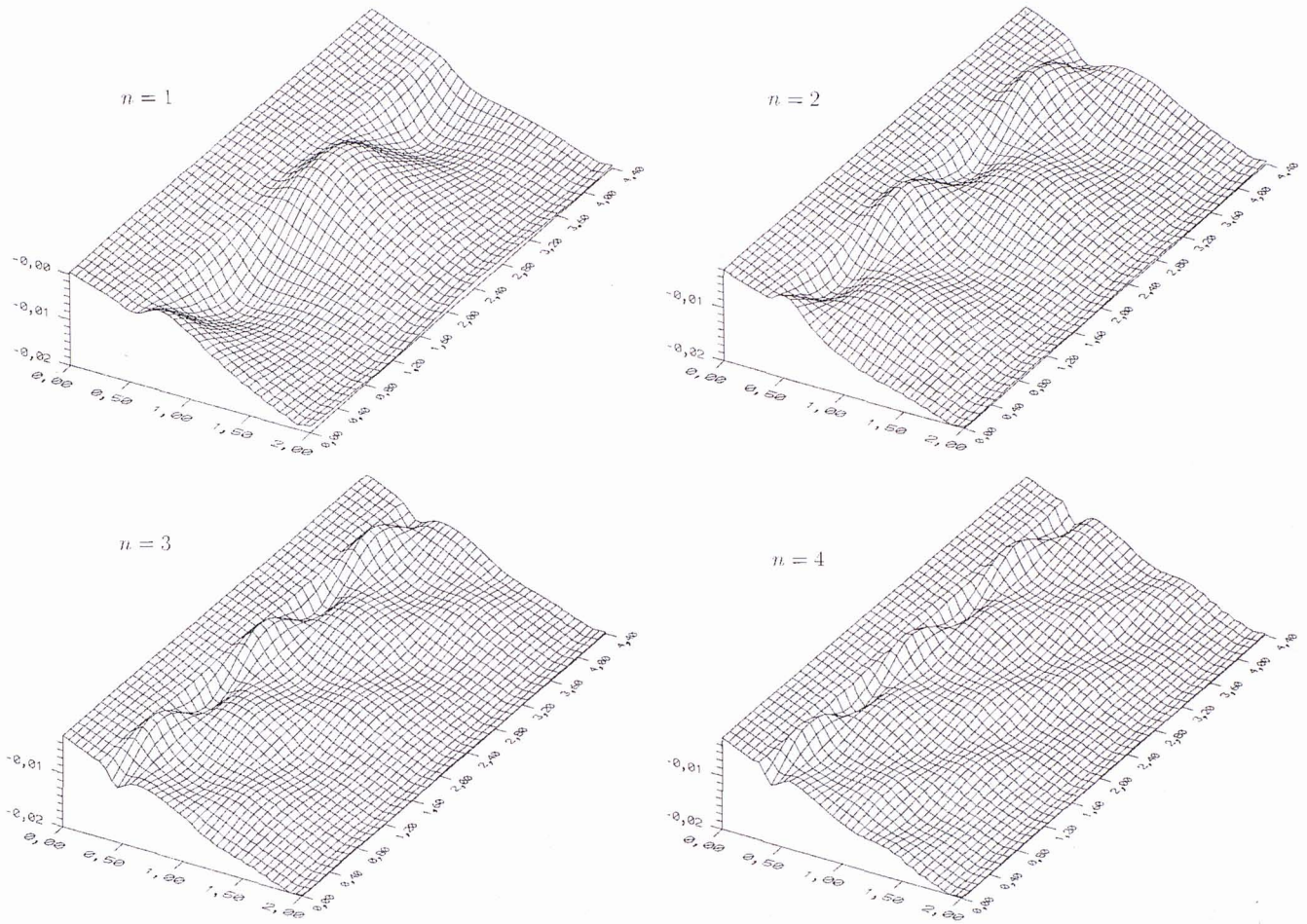


Figura 14: Estructura de les formes del fons corresponents a les solucions de màxim ritme de creixement dels modes 1, 2, 3, 4 en el cas  $F_M = 0,3$ ,  $\beta = 0,01$ ,  $R = 1,0$  (els nombres d'ona i els ritmes de creixement són els mateixos que els de la figura 13; l'amplitud de la pertorbació és arbitrària)

D'una altra, diversos mecanismes poden actuar conjuntament; a més de la inestabilitat fons-corrent, la pertorbació de la tensió de radiació de l'onatge deguda al creixement de les formes, la presència d'ones de vora, la refracció topogràfica, etc., poden influir en el desenvolupament de les formes del fons (Christensen *et al.*, 1995). En la pràctica això es tradueix en una diversitat d'enfocaments que condueixen a resultats similars, i en conseqüència un test directe del nostre model pot no ser fàcil. No obstant això, el disposar d'una anàlisi

aquests ordres de magnitud coincideixin amb els dos tipus de ritmicitat més freqüents detectats al Trabucador no suposa, per les raons anteriorment indicades, una validació indiscutible del model. Però en qualsevol cas resulten suficientment significatius i reforcen la necessitat d'una campanya que, durant un període suficientment llarg, inclogui mesures de la distribució dels corrents i de la possible existència d'ones de baixa freqüència, una anàlisi de Fourier de la distribució espacial de les barres, un seguiment dels seus ritmes de creixement i de

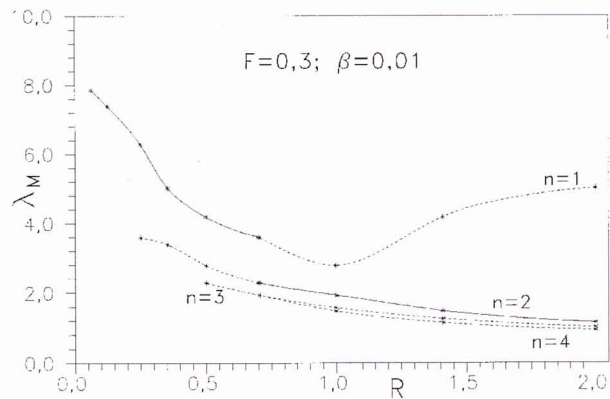
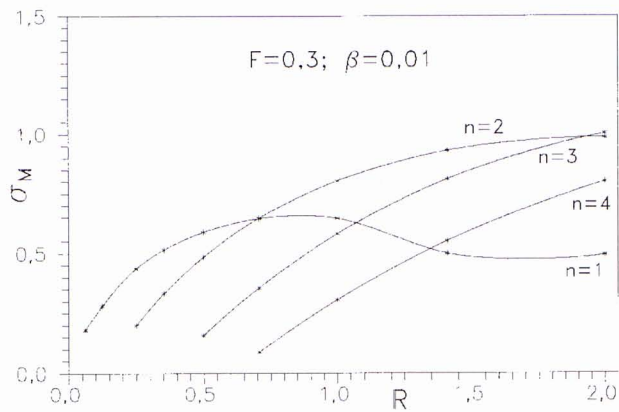


Figura 15: Màxim ritme de creixement de la inestabilitat i corresponent longitud d'ona en funció de  $R$  per a  $F_M = 0,3$  i  $\beta = 0,01$  (modes 1, 2, 3 i 4)

desplaçament, etc. La notable estabilitat temporal de

## Bibliografia

- CARTER, R. W. G., *Coastal Environments*, Academic Press (1991).
- CHRISTENSEN, E. D., DEIGAARD, R. i FREDSOE, J., *Sea bed stability on a long straight coast*, Proc. 24th Int. Conf. Coastal Engineering (ASCE), Kobe, Japó (1995).
- FALQUÉS, A., Formació de topografia rítmica en el delta del Ebro, *Rev. de Geofísica*, **45**, 143-156 (1989).
- FALQUÉS, A., MONTOTO, A. i IRANZO, V., Bed-Flow Instability of the Longshore Current, *Cont. Shelf Res.*, en premsa (1996)
- MEENE, J. W. H. van de, *The shoreface-connected ridges along de central Dutch coast*, tesi doctoral, *Nederlands Geographical Studies*, **174** (Utrecht, 1994).
- SCHIELEN, R., DOELMAN, A. i SWART, H. E. de, On the dynamics of free bars in straight channels, *J. Fluid Mech.*, **252**, 325-356 (1993).

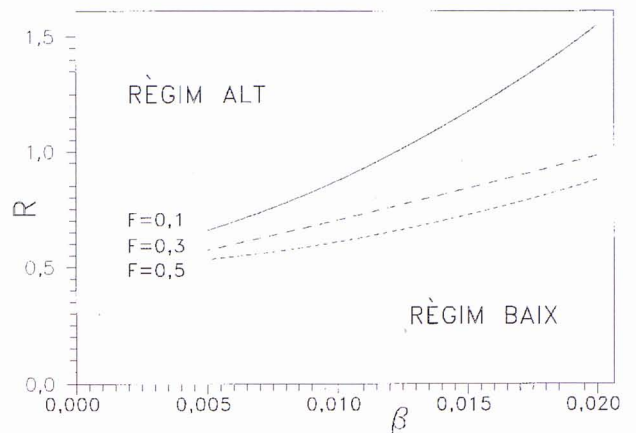


Figura 16: Línies de transició entre el règim baix (mode 1 dominant) i el règim alt en funció de  $R$  i  $\beta$  per a diferents valors del nombre de Froude màxim

l'estructura rítmica del Trabucador, que es remunta a no menys de quaranta anys i que no ha estat destruïda per les diverses obres recents de consolidació de l'istme, fa d'aquest lloc un laboratori natural de morfodinàmica que cal no desaproveitar.

## Agraïments

Agraïm als membres del Laboratori d'Enginyeria Marítima (LIM) de la UPC els seus comentaris i les valuoses dades de camp proporcionades. També agraïm als professors H. E. de Swart i M. Stive els seus útils i encoratjadors suggeriments i discussions. Aquest treball està integrat en el projecte PB91-0594 finançat per la DGYCIT.