



PROBLEMES EMPAQUETATS. MOVIMENT.

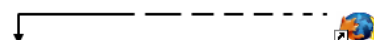
Octavi Plana

Aquests problemes empaquetats us proposen un seguit de problemes de «moviment» referits a cada un dels continguts del currículum de batxillerat i aplicats a situacions ben variades, que esperem que us suggereixin noves aproximacions a aquest tema i nous recursos per a utilitzar.

Introducció

La cinemàtica té una reconeguda fama de tema àrid i desmotivador. Posicions, temps, velocitats i acceleracions, en una o diverses dimensions, en trajectòries rectes, circulars, parabòliques... s'apliquen a mòbils puntuals i del tot abstractes, en una aproximació necessàriament matemàtica, però que no hauria de separar-se de les situacions físiques.

Aquests problemes empaquetats us proposen un seguit de problemes de «moviment» referits a cada un dels continguts del currículum de batxillerat i aplicats a situacions ben variades, que esperem que us suggereixin noves aproximacions a aquest tema i nous recursos per utilitzar.



Full de l'alumnat

Els problemes

El moviment 1: Anàlisi de moviments reals, uniformes o no, utilitzant equips de captació de dades, programes d'anàlisi de vídeo digital o altres procediments experimentals. Coneixement de les magnituds del moviment: sistema de referència, posició, desplaçament, velocitat i acceleració (en una i dues dimensions) en contextos reals.

1. Un estudiant (vegeu la figura 2) va recollir dades sobre les caigudes d'objectes de diferents formes per fer un treball de recerca sobre l'aerodinàmica dels cossos en caiguda lliure. Va filmar les caigudes i en va analitzar les dades a partir de les gravacions. Les dades recollides es presenten en aquest gràfic.

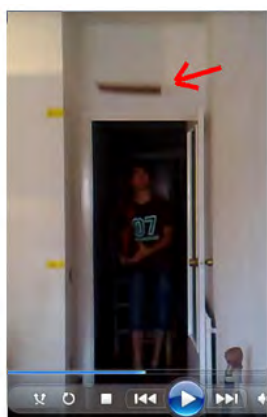


Fig. 1: Fotograma de la gravació feta per Albert Fuentemilla

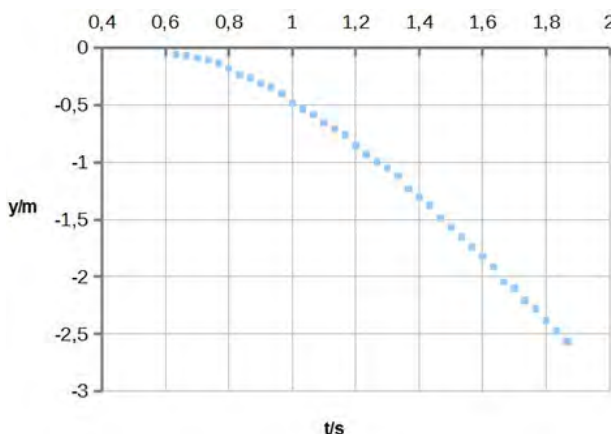


Fig. 2:

- Indica la durada i el desplaçament de la caiguda enregistrada i la velocitat mitjana.
- On va situar l'estudiant l'origen de coordenades? I l'origen dels temps?
- Es tracta d'un moviment uniforme o d'un moviment accelerat? Detalla la resposta (pots incloure dades sobre la velocitat i/o l'acceleració).

El moviment 2: Anàlisi quantitativa de moviments rectilinis amb velocitat o amb acceleració constant. La caiguda lliure com a cas particular de moviment rectilini amb acceleració constant. Anàlisi de moviments circulars uniformes emprant algun programa de simulació (arc recorregut, angle girat, velocitat angular, període i freqüència, relació entre velocitat angular i lineal, i acceleració centripeta).

2. A la Universitat de Bremen hi ha la ZARM Drop Tower, una torre de 146 metres d'altura. Els investigadors deixen caure «càpsules de caiguda» equipades amb càmeres i tota mena de sensors per un tub d'acer sense aire dins de la torre. Mentre dura la caiguda lliure dins de la càpsula es realitzen experiments de microgravetat.

a) A causa de limitacions tècniques, la caiguda lliure és «només» de 120 m. Calcula de quant temps disposem per a cada experiment quan deixem caure una càpsula

b) A quina velocitat arriba la càpsula al final de la caiguda lliure?

c) La base del tub de caiguda està dissenyada per amortir l'impacte. Tot i això, la càpsula experimenta una desceleració de 50 g. Calcula la distància de frenada.

Dada: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



Fig. 3: ZARM Drop Tower i càpsula de caiguda, extrets de <http://www.esa.int/Education/> [The ZARM drop tower](http://www.esa.int/Education/The_ZARM_drop_tower)

3. A la pàgina web <http://science.nasa.gov/iSat> podeu trobar la situació de moltíssims satèl·lits. Els podeu seleccionar pel nom o clicant la figura. A la imatge del costat es veu la pantalla que correspon a un dels satèl·lits Galileo PRN E12 (el nom és *Natalia*), amb una òrbita pràcticament circular. Amb les dades que apareixen al requadre i sabent que el radi de la Terra és de 6.378,1 km

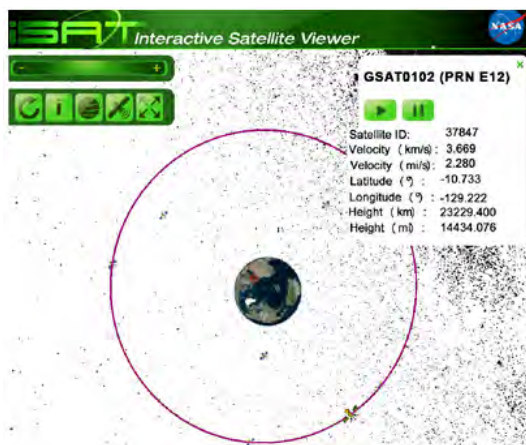


Fig. 4

a) Calcula la velocitat angular i el període del moviment d'aquest satèl·lit.

b) L'acceleració centrípeta del satèl·lit equival a la gravetat a l'altura a la qual es mou. Calcula-la.

c) *Natalia* va ser llançat el 21 d'octubre de 2011. Quantes voltes ha fet fins ara?

d) Busca un altre satèl·lit, amb una òrbita circular, però que vagi a menys altura. Anota'n les dades rellevants i argumenta, sense fer càlculs, si la seva velocitat angular i el seu període són més grans, més petits o iguals que el del Galileo PRN E12.

El moviment 3: Estudi experimental d'un moviment parabòlic. Els moviments en dues dimensions com a composició de dos moviments.

4. Les puces són reconegudes per la seva gran capacitat per fer salts. Tot i la seva mida reduïda (uns 2 mm) i l'absència d'ales, la seva supervivència depèn dels salts que fan d'hoste en hoste. Les puces de gos poden saltar fins a una altura de 25 cm i les puces de gat fins a 17 cm.



Fig. 5

a) Considera que aconsegueixen la màxima altura saltant verticalment. Quina és la velocitat màxima de sortida en el seu salt?

Si situem les puces sobre una superfície horitzontal i les fem saltar amb la mateixa velocitat inicial que has calculat a l'apartat anterior, però en un angle de 45°,

b) Quant temps durarà el seu salt (en cada cas)?

c) Quina serà la màxima altura assolida?

d) Calculeu l'abast del seu salt.

S'ha dit que si els humans tinguéssim la mateixa capacitat «saltadora» que les puces podríem fer salts de centenars de metres de llargada.

e) Quin abast tindria el salt d'una persona amb la mateixa velocitat de sortida que una puça?

f) Quina o quines magnituds de les següents són molt més grans en el salt d'una puça que en el d'una persona?

- abast
- altura màxima
- temps de vol
- acceleració en l'etapa de propulsió

Per saber-ne més:

- <http://blogs.hoy.es/ciencia-facil/2013/02/26/pulqas-olimpicas/>

5. Estem dissenyant un petit videojoc i volem fer els salts realistes, de manera que segueixin les lleis del moviment en dues dimensions.

El nostre personatge salta de plataforma en plataforma, amb una velocitat de sortida variable pel que fa a mòdul i a angle (l'angle pot variar entre 0° i 60°). Hi ha 3 nivells de plataformes situades a 1, 2 i 3 metres d'altura.

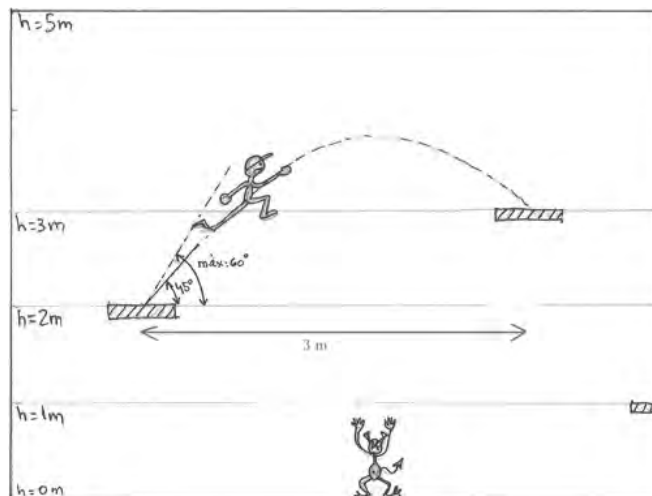


Fig. 6

- Volem limitar el mòdul de la velocitat perquè el personatge mai no desaparegui per l'extrem superior de la pantalla (en cap moment no ha de superar els 5 metres d'altura). Quina ha de ser la velocitat màxima?
- Volem que el nostre personatge salti de la primera a la segona plataforma (vegeu l'esquema) sortint amb un angle de 45° . Quina velocitat de sortida ha de tenir?
- Un personatge «malvat» de $0,80$ m d'altura salta verticalment des del nivell $h = 0$. Volem que «just no arribi» a tocar el nostre personatge en el punt més alt del seu salt. Amb quina velocitat ha d'iniciar el seu salt el petit dimoni?
- En un nivell avançat hi ha el mode «sense gravetat». Com han de ser els mòduls i les direccions de la velocitat per saltar d'una plataforma a l'altra en aquest nivell? Què li passarà al dimoniet quan salti?

El moviment 4: Representació del moviment a través de llenguatge gràfic, verbal i matemàtic, i relació entre les diferents representacions. Interpretació de les diferents representacions del moviment (gràfica, verbal, matemàtica) i utilització d'aquestes representacions per resoldre problemes. Comunicació dels resultats dels experiments de manera ordenada i utilitzant el vocabulari específic i les eines informàtiques (fulls de càlcul, generadors de gràfics, processadors de textos, etc.) adients.

6. Bloodhound és el nom d'un prototip de cotxe supersònic dissenyat per superar la velocitat de 1000 mi/h en pista (mi = milla). Està equipat d'un motor a

reacció que li donarà un primer impuls i un coet que l'accelerará fins a la velocitat màxima. També són importants els diferents sistemes de frenada.

Hem consultat les dades del prototip a:

- <http://www.bloodhoundssc.com/project/facts-and-figures>

d'on hem copiat aquesta taula (compte, els anglesos fan un ús dels punts i les comes diferent del que fem nosaltres!).



Fig. 7

Design speed	1,690 km/h 469 m/s	1,050 mph 1,540 fps mach 1.4	more detail
0-1000 mph	55 seconds (using latest calculation)		more detail
Wheels rpm	10,000		more detail
Lenght of track	19 km	12 miles	

Taula 1: mph = milles/ hora. rpm = revolucions/ minut.

Amb aquestes dades:

- Calcula la distància que recorre mentre accelera fins a 1690 km/h i compara-la amb la longitud de la pista (suposa que accelera uniformement).
- Els diferents sistemes de frenada actuen des del moment en què s'ha assolit la velocitat màxima, de manera que l'acceleració de frenada sigui aproximadament constant i que el vehicle s'aturi al final de la pista. Quant temps tardarà a frenar?
- Fes un gràfic $x-t$ i un gràfic $v-t$ del moviment.
- Quin deu ser el radi de les rodes? Calcula l'acceleració centrípeta als punts exteriors de les rodes.

Dada : 1 mi=1 milla = 1609 m

7. Els *smartphones* (telèfons intel·ligents) porten incorporat un sensor d'acceleració o acceleròmetre, útil per a aplicacions en les quals l'orientació o el moviment del telèfon és important. És fàcil

trobar aplicacions que ens permeten conèixer les lectures d'aquests acceleròmetres i mesurar les acceleracions.

Amb una d'aquestes apps instal·lada en un *smartphone*, uns estudiants han pujat a un autobús i, amb molta cura perquè el mòbil estigui ben horitzontal i alineat amb l'eix de l'autobús, han recollit les dades del sensor, començant quan el bus estava aturat en una parada i acabant quan s'aturava en un semàfor. Les dades, passades a un full de càlcul, els han donat aquest gràfic.

- Describeix el moviment de l'autobús a partir d'aquestes dades. Fes-ho dividint el moviment en diferents etapes. Pots començar, per exemple: «Etapa A: durant els primeres 25 segons l'autobús està parat...».

Amb les dades al full de càlcul, i sabent que la velocitat inicial era zero, han calculat les velocitats. Al costat es veu un fragment del full de càlcul.

	A	B	C
1	Accelerometer Data File		
2	2015-07-07 11:49:25		
3			
4	Time (s)	Ax* (m/s ²)	Vx (m/s)
5	0	0	0
6	0,25	0,0068182	0
7	0,726	0,01783336	0,003245463
8	1,4260001	0,0240834	0,015728817
9	2,1260002	0,0069091	0,032587199

Taula 2

- Quina fórmula han utilitzat per calcular les velocitats en el full de càlcul?
- Amb la nova columna del full de càlcul s'obté el gràfic $v-t$. Identifica en aquest gràfic cada una de les etapes que has utilitzat en la descripció a l'apartat a.

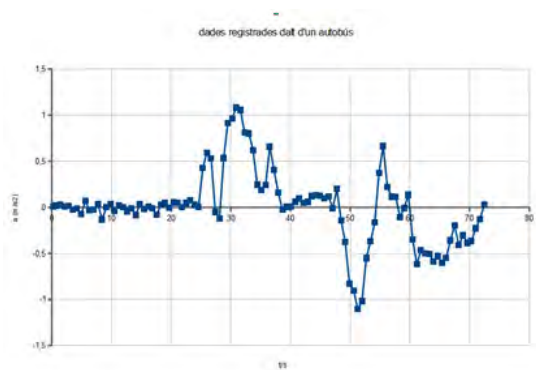


Fig. 8

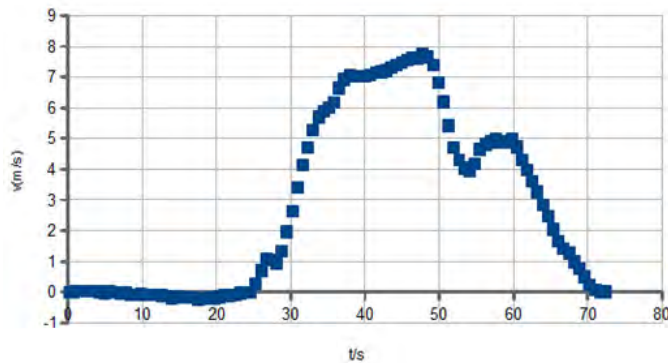
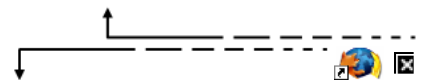


Fig. 9

d) (Extra) Com hauria de ser la fórmula per calcular les posicions en una nova columna? Fes una predicció aproximada de la forma del gràfic $x-t$ que en resultaria.



Solucions

Els problemes

1. Un estudiant (vegeu la figura 2) va recollir dades sobre les caigudes d'objectes de diferents formes per a fer un treball de recerca sobre l'aerodinàmica dels cossos en caiguda lliure. Va filmar les caigudes i en va analitzar les dades a partir de les gravacions. Les dades recollides es presenten en aquest gràfic.

a) Indica la durada i el desplaçament de la caiguda enregistrada i la velocitat mitjana.

$$t \sim 1,23 \text{ s} ; \Delta y = -2,5 \text{ m} ; v_m \sim -2,05 \text{ m/s}$$

b) On va situar l'estudiant l'origen de coordenades? I l'origen dels temps?

Origen coordenades: on l'estudiant va deixar caure el cartró (a dalt). Origen dels temps: 0,63 segons abans de començar la caiguda.

c) Es tracta d'un moviment uniforme o d'un moviment accelerat? Detalla la resposta (pots incloure dades sobre la velocitat i/o l'acceleració).

Al principi és accelerat i al final és uniforme. L'acceleració va disminuint, per exemple entre 0,63 i 1,00 s $a_m = -6,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. L'acceleració segueix disminuint (el valor absolut) fins que entre 1,4 s i el final el moviment és pràcticament uniforme $v = -2,7 \text{ m/s}$ (aproximadament).

2. A la Universitat de Bremen hi ha la ZARM Drop Tower, una torre de 146 metres d'altura. Els investigadors deixen caure «càpsules de caiguda» equipades amb càmeres i tota mena de sensors per un tub d'acer sense aire dins de la torre. Mentre dura la caiguda lliure dins de la càpsula es realitzen experiments de microgravetat.

a) A causa de limitacions tècniques, la caiguda lliure és «només» de 120 m. Calcula de quant temps disposem per a cada experiment quan deixem caure una càpsula

$$4,95 \text{ s}$$

b) A quina velocitat arriba la càpsula al final de la caiguda lliure?

$$48,5 \text{ m/s (cap avall)}$$

c) La base del tub de caiguda està dissenyada per amortir l'impacte. Tot i això la càpsula experimenta una desacceleració de 50 g. Calcula la distància de frenada.

$$48,5 \text{ m/s (cap amunt)} ; 9,89 \text{ s}$$

3. A la pàgina web <http://science.nasa.gov/Sat> podeu trobar la situació de moltíssims satèl·lits. Els podeu seleccionar pel nom o clicant la figura. A la imatge del costat es veu la pantalla que correspon a un dels satèl·lits Galileo PRN E12 (el nom és *Natalia*), amb una òrbita pràcticament circular. Amb les dades que apareixen al requadre i sabent que el radi de la Terra és de 6.378,1 km

a) Calcula la velocitat angular i el període del moviment d'aquest satèl·lit.

$$1,24 \times 10^{-4} \text{ rad/s} ; 50,7 \times 10^3 \text{ s}$$

b) L'acceleració centrípeta del satèl·lit equival a la gravetat a l'altura a la que es mou. Calcula-la.

$$0,455 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) Natalia va ser llançat el 21 d'octubre de 2011. Quantes voltes ha fet fins ara?

Depèn de quan es contesti: per al 21 d'octubre de 2015, 2490 voltes

d) Busca un altre satèl·lit, amb una òrbita circular, però que vagi a menys altura. Anota'n les dades rellevants i argumenta, sense fer càlculs, si la seva velocitat angular i el seu període són més grans, més petits o iguals que el del Galileo PRN E12..

Qualsevol satèl·lit d'òrbita circular amb $h < h_{\text{Natalia}}$ (i, per tant, $R < R_{\text{Natalia}}$) la velocitat és $v < v_{\text{Natalia}}$. Com que $\omega = v/R$, necessàriament $\omega > \omega_{\text{Natalia}}$. Com que $T = 2\pi/\omega$, del resultat anterior es dedueix que $T < T_{\text{Natalia}}$

4. Les puces són reconegudes per la seva gran capacitat per fer salts. Tot i la seva mida reduïda (uns 2 mm) i l'absència d'ales, la seva supervivència depèn dels salts que fan d'hoste en hoste. Les puces de gos poden saltar fins a una altura de 25 cm i les puces de gat fins a 17 cm.

a) Considera que aconseguen la màxima altura saltant verticalment. Quina és la velocitat màxima de sortida en el seu salt?

p.gos: 2,21 m/s; p.gat: 1,83 m/s

Si situem les puces sobre una superfície horitzontal i les fem saltar amb la mateixa velocitat inicial que has calculat a l'apartat anterior, però en un angle de 45°:

b) Quant temps durarà el seu salt (en cada cas)?

p. gos 0,319 s; p. gat: 0,264 s

c) Quina serà la màxima altura assolida?

p. gos: 12,5 cm; p. gat: 8,5 cm

d) Calculeu l'abast del seu salt.

p. gos: 50 cm; p. gat: 34 cm

S'ha dit que si els humans tinguéssim la mateixa capacitat «saltadora» que les puces podríem fer salts de centenars de metres de llargada.

e) Quin abast tindria el salt d'una persona amb la mateixa velocitat de sortida que una puça?

El mateix que la puça

f) Quina o quines magnituds de les següents són molt més grans en el salt d'una puça que en el d'una persona?

- abast
- altura màxima
- temps de vol
- acceleració en l'etapa de propulsió

Acceleració en l'etapa de propulsió (ja que les seves potes són molt més curtes)

5. Estem dissenyant un petit videojoc i volem fer els salts realistes, de manera que segueixin les lleis del moviment en dues dimensions.

El nostre personatge salta de plataforma en plataforma, amb una velocitat de sortida variable pel que fa a mòdul i a angle (l'angle pot variar entre 0° i 60°). Hi ha 3 nivells de plataformes situades a 1, 2 i 3 metres d'altura.

a) Volem limitar el mòdul de la velocitat perquè el personatge mai no desaparegui per l'extrem superior de la pantalla (en cap moment no ha de superar els 5 metres d'altura). Quina ha de ser la velocitat màxima?

$$|v|_{\text{max}} = 7,23 \text{ m/s}$$

b) Volem que el nostre personatge salti de la primera a la segona plataforma (vegeu l'esquema) sortint amb un angle de 45°. Quina velocitat de sortida ha de tenir?

$$|v| = 6,64 \text{ m/s} \text{ o bé } v_x = 4,70 \text{ m/s}; v_y = 4,70 \text{ m/s}$$

c) Un personatge «malvat» de 0,80 m d'altura salta verticalment des del nivell $h = 0$. Volem que «just no arribi» a tocar el nostre personatge en el punt més alt del seu salt. Amb quina velocitat ha d'iniciar el seu salt el petit dimoni?

$$v < 6,7 \text{ m/s}$$

d) En un nivell avançat hi ha el mode «sense gravetat». Com han de ser els mòduls i les direccions de la velocitat per a saltar d'una plataforma a l'altra en aquest nivell? Què li passarà al dimoniet quan salti?

Els mòduls no importen. Només importen les direccions (el personatge anirà en línia recta). En el cas de les plataformes de la figura, un angle de 18,4° estarà bé. El dimoniet saltarà cap amunt amb velocitat constant i desapareixerà per dalt després del primer salt si no ha agafat l'intrèpid protagonista.

6. Bloodhound és el nom d'un prototip de cotxe supersònic dissenyat per superar la velocitat de 1000 mi/h en pista (mi=milla). Està equipat d'un motor a reacció que li donarà un primer impuls i un coet que l'accelerarà fins a la velocitat màxima. També són importants els diferents sistemes de frenada.

Hem consultat les dades del prototip a:

- <http://www.bloodhoundssc.com/project/facts-and-figures>

d'on hem copiat aquesta taula (compte, els anglesos fan un ús dels punts i les comes diferent del que fem nosaltres!).

Design speed	1,690 km/h 469 m/s	1,050 mph 1,540 fps mach 1.4	more detail
0-1000 mph	55 seconds (using latest calculation)		more detail
Wheels rpm	10,000		more detail
Lenght of track	19 km	12 miles	

Taula 1: mph=milles/ hora. rpm=revolucions/ minut.

Amb aquestes dades:

- a)** Calcula la distància que recorre mentre accelera fins a 1690 km/h i compara-la amb la longitud de la pista (suposa que accelera uniformement).

13,56 km (representa el 71% del total de la pista)

- b)** Els diferents sistemes de frenada actuen des del moment en què s'ha assolit la velocitat màxima, de manera que l'acceleració de frenada sigui aproximadament constant i que el vehicle s'aturi al final de la pista. Quant temps tardarà a frenar?

23,2 s

- c)** Fes un gràfic $x-t$ i un gràfic $v-t$ del moviment.

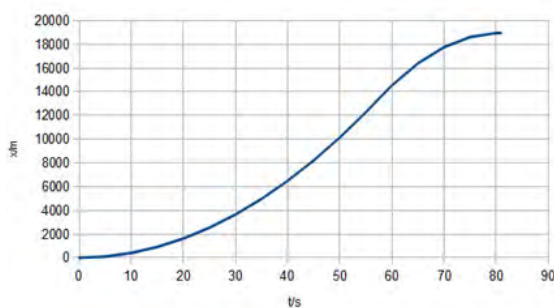


Fig. 10

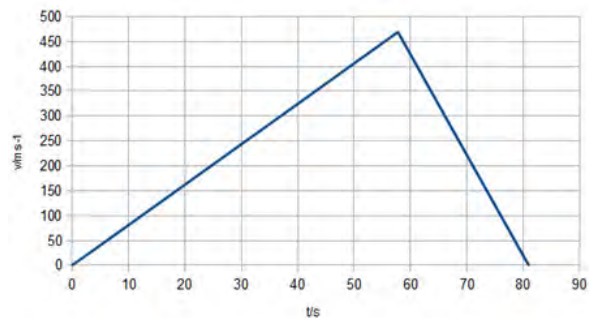


Fig. 11

- d)** Quin deu ser el radi de les rodes? Calcula l'acceleració centrípeta als punts exteriors de les rodes.

$R = 448 \text{ mm}$; $4,91 \times 10^5 \text{ m/s}^2$ (~ 50000 g!)

7. Els *smartphones* (telèfons intel·ligents) porten incorporat un sensor d'acceleració o acceleròmetre, útil per a aplicacions en les quals l'orientació o el moviment del telèfon és important. És fàcil trobar aplicacions que ens permeten conèixer les lectures d'aquests acceleròmetres i mesurar les acceleracions. Amb una d'aquestes apps instal·lada en un *smartphone*, uns estudiants han pujat a un autobús i, amb molta cura perquè el mòbil estigui ben horitzontal i alineat amb l'eix de l'autobús, han recollit les dades del sensor, començant quan el bus estava aturat en una parada i acabant quan s'aturava en un semàfor. Les dades, passades a un full de càlcul, els han donat aquest gràfic.

- a)** Descrui el moviment de l'autobús a partir d'aquestes dades. Fes-ho dividint el moviment en diferents etapes. Pots començar, per exemple: «Etapa A: durant els primeres 25 segons l'autobús està parat...».

Etapa A: durant els primeres 25 segons l'autobús està parat (enunciat). **Etapa B:** entre $t = 25 \text{ s}$ i $t = 39 \text{ s}$ l'autobús accelera a sotragades (en fa 3, la segona la més important). **Etapa C:** entre $t = 39 \text{ s}$ i $t = 48 \text{ s}$ avança amb velocitat gairebé constant (amb una acceleració positiva molt petita). **Etapa D:** entre $t = 48 \text{ s}$ i $t = 54 \text{ s}$ fa una frenada relativament forta. **Etapa E:** entre $t = 54 \text{ s}$ i $t = 60 \text{ s}$ torna a augmentar la velocitat una mica. **Etapa F:** entre $t = 60 \text{ s}$ i $t = 72 \text{ s}$ frena suaument fins a (segons l'enunciat) quedar-se parat.

Amb les dades al full de càlcul, i sabent que la velocitat inicial era zero, han calculat les velocitats. Al costat es veu un fragment del full de càlcul.

- b)** Quina fórmula han utilitzat per a calcular les velocitats en el full de càlcul?

En C5 ... «0»; en C6, «=C5+B5*(A6-A5)», i totes les altres velocitats copiant la fórmula de C6 (pot discutir-se si s'utilitza B5 o B6 com a valor de l'acceleració en el càlcul de C6 o la mitjana de tots dos, però la diferència de resultats és molt petita).

c) Amb la nova columna del full de càlcul s'obté el gràfic v-t. Identifica en aquest gràfic cada una de les etapes que has utilitzat en la descripció a l'apartat a.

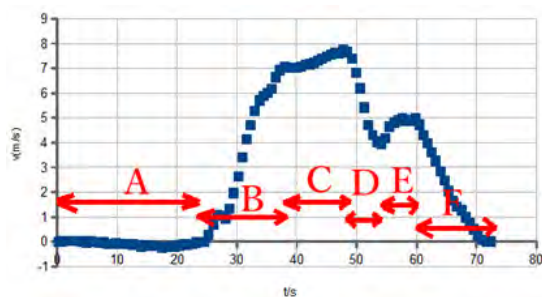


Fig. 12

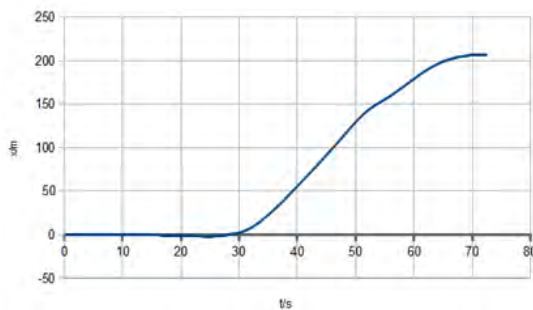


Fig. 13

d) (Extra) Com hauria de ser la fórmula per calcular les posicions en una nova columna? Fes una predicció aproximada de la forma del gràfic x-t que en resultaria.

A la columna D s'hauria d'afegir una fórmula, com ara $D5 = 0$
 $D6 = D5 + C5 * (A6-A5) + 0,5 * (A6-A5)^2$
 i copiar-la a les següents.

Sumari

[Inici](#)

[Com podeu col·laborar?](#)

[Subscripció](#)

ISSN: 1988-7930 DL: B-31773-2012 Adreça a la xarxa: www.RRFisica.cat Adreça electrònica: redaccio@rrfisica.cat difusio@rrfisica.cat
 Comitè de redacció: Josep Armetlla, Octavi Casellas, Xavier Jaén, Gemma Montanyà, Octavi Plana, Jaume Pont.

Treballam conjuntament: Societat Catalana de Física, Associació de Professores i Professors de Física i Química de Catalunya, XTEC, Universitat Politècnica de Catalunya, Universitat de Barcelona



Aquesta obra està subjecta a una [Llicència de Creative Commons](#)



Programació web: Xavier Jaén i Daniel Zaragoza.

Correcció lingüística: Serveis Lingüístics de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Recursos de Física col·labora amb [la baldufa](#) i també amb [ciències](#) Revista del Professorat de Ciències de Primària i Secundària (Edita: CRECIM-UAB)