Abducción y razonamiento por defecto

Ángel Nepomuceno Fernández y Fernando Soler Toscano
(Universidad de Sevilla)

1. Introducción.

El interés por la inferencia abductiva propuesta por Peirce se ha acrecentado con el desarrollo de la Inteligencia Artificial y la filosofía de la ciencia que ésta ha inspirado. De las distintas formas de abducción nos interesa especialmente la abducción simple o propuesta de hipótesis explicativa de una posible conclusión a partir de postulados que no contienen plenamente la información necesaria. Ello presupone un razonamiento incompleto, del que conocemos sólo algunas premisas y la conclusión, y la inferencia abductiva proporciona el postulado necesario para completar el conjunto de las premisas. El razonamiento presupuesto puede ser clásico, aunque también interesa la abducción en contextos inferenciales en los cuales la relación de consecuencia en cuestión no es la estudiada por la lógica clásica. En este trabajo estudiamos la abducción en relación con las lógicas por defecto.

2. Nociones preliminares

Sea L un lenguaje formal de primer orden. MOD(L) representa la clase de estructuras interpretativas de L ó L-estructuras a cuyos miembros llamaremos “L-modelos” o simplemente “modelos”. $\models$ y $\vdash$ tienen el sentido habitual. $\Theta \subset L$ es una *teoría base* si y sólo si (en adelante, syss) $\Theta \neq \emptyset$ y es un conjunto finito y consistente, por lo que la clase de los modelos que satisfacen Θ no es $\emptyset$. Dada la clase no vacía $K \subset$ MOD(L), $\Gamma \subset L$, $\Gamma \models\!\cong_K \beta$ syss para todo $M \in K$, si $M \models \Gamma$, entonces $M \models \beta$.

Sea Θ una teoría base y una clase no vacía $K \subset$ MOD(L), alguno de cuyos miembreos satisface $Ob_K(\Theta) = \{\beta \in L \mid \Theta \models\!\cong_K \beta\}$, mientras que

$Cn(\Theta) = \{\beta \in L \mid \Theta \vdash \beta\}$;

si tenemos en cuenta la corrección y completud de los sistemas clásicos,

$\{\beta \in L \mid \Theta \vdash \beta\} = \{\beta \in L \mid \Theta \models \beta\}$,

por lo que $Cn(\Theta) = \{\beta \in L \mid \Theta \models \beta\}$.

Dada una teoría base Θ, si K es una clase de modelos tal que todos sus miembros satisfacen las fórmulas de Θ, entonces decimos que Θ *es una teoría de* K. Sea Θ una teoría de K y $\varphi \in Ob_K(\Theta)$; un *problema abductivo*, expresado como $<\Theta, \varphi>$, es el de hallar $\alpha \in L$, tal que φ se infiera de Θ y α. A partir de una teoría base, la explicación de un “hecho” se plantea como un problema abductivo.

Definimos una *teoría de razonamiento por defecto* (abreviadamente, TRD) como el par (Σ, D), donde Σ es una teoría base y D un conjunto de reglas tal que si $d \in D$, entonces $d=[\alpha:\Diamond\beta/\gamma]$, para $\alpha,\beta,\gamma \in L$, denominadas respectivamente prerrequisito, justificación y consecuente de la regla, abreviadamente pre(d), just(d) y cons(d) –pre(D), just(D) y cons(D) representan los conjuntos de todos los prerrequisitos, justificaciones y consecuentes de reglas de D–, mientras que $\Diamond\beta$ expresa que "es consistente asumir β en el momento de aplicar la regla".

3. Teorías abductivas

Sean Θ una teoría de K y (Θ, *D*) una TRD; dado un conjunto de fórmulas $\Delta \subset L$, se define $Th_K(\Delta)$ como el más pequeño conjunto de fórmulas de *L* que verifica

$\Theta \subseteq Th_K(\Delta)$,

Si $\Delta \vdash \varphi$, entonces $\varphi \in Th_K(\Delta)$,

Para toda $d = [\alpha:\Diamond\beta/\gamma] \in D$, si $\alpha \in Th_K(\Delta)$ y $\neg\beta \notin Th_K(\Delta)$, entonces $\gamma \in Th_K(\Delta)$.

Δ es *una extensión de* (Θ, D) syss $\Delta = Th_K(\Delta)$.

Teorema 1: *Dada una teoría* Θ *de* K, *es definible una TRD* (Θ, *D*) *tal que* $Ob_K(\Theta) \cup Cn(\Theta) = Th_K(\Theta)$.

En efecto, sea Θ una teoría de K. Definimos $D = \{d_\beta = [\alpha: \Diamond\beta/\beta] \mid \beta \in Ob_K(\Theta)\}$, para cada α tal que $\Theta \models_{\cong K} \alpha$. Entonces ($\Theta$, *D*) es una teoría normal (en la que los consecuentes de cada regla coinciden con su justificación). Para cualquier

$\varphi \in Ob_K(\Theta) \cup Cn(\Theta)$, $\varphi \in Ob_K(\Theta)$ o bien $\varphi \in Cn(\Theta)$;

en el primer caso, por la definición y la cláusula 3, $\varphi \in Th_K(\Theta)$; en el segundo, de acuerdo con la cláusula 2, asimismo $\varphi \in Th_K(\Theta)$. Por otra parte, si $\varphi \in Th_K(\Theta)$, entonces (i) $\varphi \in \Theta$, o (ii) $\Theta \vdash \varphi$, o (iii) $\varphi \in$ cons(D) (es consecuente de alguna regla); en los casos (i) y (ii), $\varphi \in Cn(\Theta)$, en el caso (iii), $\Theta \models_{\cong K} \varphi$, es decir $\varphi \in Th_K(\Theta)$. Así pues, $Ob_K(\Theta) \cup Cn(\Theta) = Th_K(\Theta)$.♦

Como hemos visto, a partir de una teoría Θ de K podemos obtener la TRD (Θ, D) y su extensión $Th_K(\Theta)$. Dada una TRD (Θ, D), establecemos la relación $|\!\sim_K$ de *demostración* a partir de la teoría de K: para cada $\varphi \in L$, $(\Theta, D) |\!\sim_K \varphi$ syss $\varphi \in Th_K(\Theta)$.

Dada una teoría base Θ y la clase K de modelos, tales que Θ es una teoría de K, se puede plantear un problema abductivo $<\Theta, \varphi>$, para $\varphi \notin \Theta$. La búsqueda de solución abductiva se puede plantear como el proceso de obtener una extensión de la teoría, por el cual se determina que φ es demostrable, es decir que $\varphi \in Th_K(\Theta)$. Una vez obtenido el conjunto $Th_K(\Theta)$, si $\alpha \notin Cn(\Theta)$, $\alpha \in Th_K(\Theta)$ y $\alpha \neq \varphi$, entonces α es una solución abductiva. Si la teoría contiene la regla de Peirce: [Θ: $\Diamond(\Theta\wedge\alpha\rightarrow\varphi)$, $\Diamond\varphi/\alpha$], para $\alpha\notin Cn(\Theta)$, $\alpha \neq \varphi$, entonces se trata de una teoría abductiva.

Teorema 2: *Para cada problema abductivo* <Θ, φ>*, donde* Θ *es una teoría de* K*, es definible una teoría abductiva* (Θ, D) *tal que se hallan fórmulas* α *como solución abductiva y* $\varphi\in Th_K(\Theta)$.

El resultado se obtiene definiendo una TRD (Θ, D), tal que D contenga la regla de Peirce respecto de α, es decir, que contenga [Θ: $\Diamond(\Theta\wedge\alpha\rightarrow\varphi)$, $\Diamond\varphi/\alpha$]. De este modo, se obtendrán .♦

Bibliografía

ALISEDA, A. 1997: *Seeking Explanations: Abduction in Logic, Philosophy of Science and Artificial Intelligence*. ILLC, Amsterdam.

REITER, R. 1980: “A logic for Default Reasoning”, *Artificial Intelligence*, 13: 81-132.

NEPOMUCENO, A. 2000: “Un enfoque no monótono de explicación lingüística”, *Lógica, Lenguaje e Información (Actas de las Primeras Jornadas sobre Lógica y Lenguaje)*, Ed. Kronos: 217-224.

NEPOMUCENO, A. 2003: *El método de las tablas semánticas*. Ed. Kronos, Sevilla.