
PROGRAMACIÓN DEL FIXTURE DE LA SEGUNDA DIVISIÓN DEL FÚTBOL DE CHILE MEDIANTE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

GUILLERMO DURÁN*

MARIO GUAJARDO**

RODRIGO WOLF-YADLIN***

Resumen

Presentamos en este trabajo la aplicación de técnicas de Investigación de Operaciones a la programación del fixture de la Segunda División del fútbol de Chile. Este fixture debe cumplir una serie de condiciones solicitadas por la Asociación Nacional de Fútbol Profesional (ANFP), entidad que organiza el torneo. El criterio geográfico es particularmente importante, debido a que la disposición de algunos equipos en lugares extremos del país implica largos desplazamientos, a menudo realizados por vía terrestre. Abordamos el problema mediante un modelo de programación lineal entera que define cuándo y dónde se juega cada partido del torneo, sujeto a que todas las condiciones se cumplen. Para las instancias más difíciles, desarrollamos un modelo adicional también de programación lineal entera que genera patrones de localías y los asigna a los equipos, previo a la ejecución del modelo que define la programación de los partidos. Los fixtures así generados han sido exitosamente utilizados en los cinco torneos de Segunda División que se han disputado entre 2007 y 2010, reemplazando la metodología aleatoria que la ANFP utilizaba anteriormente. Durante este período, el tipo de torneo ha sufrido diversas modificaciones, incluyendo un cuádruple *round-robin* y un torneo en dos etapas que considera fases regionales y nacionales. Hemos debido entonces adaptar nuestros modelos temporada tras temporada, según el tipo de torneo. Esta aplicación marca un nuevo avance en el uso de Investigación de Operaciones para la gestión del fútbol chileno, que se suma a otros proyectos desarrollados en la misma línea en los últimos años.

Palabras Clave: Fútbol, Patrones de Localías, Programación Entera, Programación en Deportes.

*Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile y Departamento de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires.

**Department of Finance and Management Science, Norwegian School of Economics and Business Administration.

***Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile.

1. Introducción

La aplicación de técnicas de optimización a la programación de ligas deportivas ha recibido atención durante, al menos, las últimas cuatro décadas. El interés práctico y la difícil resolución a instancias de tamaño real de los problemas de programación en deportes han cautivado la atención de académicos en Investigación de Operaciones (IO) y áreas relacionadas. En fútbol, uno de los deportes más populares del mundo, la literatura que reporta el uso de técnicas de programación en deportes en ligas del mundo real es relativamente reciente. La primera aplicación es reportada en [17], donde se muestra la programación de la liga de fútbol de Holanda en la temporada 1989/1990. Esta liga constaba de 18 equipos, que se enfrentaban todos contra todos una vez, i.e., en un torneo *round robin*. Diferentes condiciones fueron consideradas, abarcando aspectos comerciales, deportivos y de organización. Las restricciones son divididas en duras, que deben cumplirse obligatoriamente, y blandas, que deseablemente deben cumplirse, a las cuales se asigna un peso que representa su importancia. La función objetivo busca maximizar el peso total que logra la solución. El problema es abordado mediante la implementación de una heurística constructiva. La solución encontrada cumple el 80 % de las condiciones requeridas para el torneo de la temporada 1989/1990.

Una aplicación a la liga de fútbol de Argentina fue realizada por E. Dubuc en 1995 (documentada en [13]), pero fue utilizada sólo en el campeonato de ese año. El tipo de torneo era un *round robin* de 20 equipos y el objetivo fue cumplir con los requerimientos de la TV. El esquema de solución consistió de la implementación de una heurística basada en *simulated annealing*.

Bartsch et al. programaron las ligas de fútbol profesional de Alemania y Austria [2]. La liga alemana consideraba 18 equipos, que jugaban un torneo doble *round robin* espejado (la segunda mitad del torneo es equivalente a la primera, invirtiendo las localías). La liga de Austria consideraba 10 equipos, que jugaban un torneo cuádruple *round robin*, no espejado. Para ambas ligas, varias condiciones fueron requeridas, incluyendo criterios de atractivo para el público, de equidad deportiva y organizativos. Estas restricciones son clasificadas en duras y blandas. La función objetivo busca minimizar el costo de penalización de restricciones violadas. La metodología de solución para generar los fixtures consiste de la implementación de una heurística. La liga alemana usó esta solución en la temporada 1997/1998, y la liga de Austria la empleó en seis oportunidades, entre 1997 y 2003.

Durán et al. reportan la programación del campeonato de Primera División del fútbol profesional chileno desde 2005 a 2007 mediante el uso de técnicas de IO [4] (posterior a la publicación de dicho artículo, los autores han seguido

programando todos los torneos de la liga hasta la actualidad). La Primera División constaba entonces de 20 equipos, divididos en cuatro grupos de cinco equipos cada uno. El torneo se componía de dos fases. La primera fase estaba organizada como un *round robin*, es decir los 20 equipos jugaban todos contra todos una vez. A la segunda fase avanzaban los dos mejores equipos de cada grupo, en total ocho equipos, que se enfrentaban en series de *playoffs* para determinar al campeón. Las condiciones que el fixture debía cumplir incluían distintos aspectos, tales como restricciones geográficas, atractivo para los simpatizantes y requerimientos de la TV. El enfoque de resolución se basa en programación lineal entera y procedimientos básicos para la asignación de patrones de localías a los equipos.

Rasmussen programó la principal liga de fútbol de Dinamarca en la temporada 2006/2007 [14]. La liga consistía de 12 equipos, que se enfrentaban entre sí tres veces, constituyendo así un torneo triple *round robin*. Una variedad de condiciones fueron consideradas, tales como requerimientos geográficos y restricciones asociadas a los equipos principales. Estas condiciones son divididas en duras y blandas. La función objetivo busca minimizar las penalizaciones de no cumplir ciertas restricciones. El enfoque de solución usa descomposición de Benders y técnicas de generación de columnas, y conduce a soluciones buenas en poca cantidad de tiempo.

Goossens and Spieksma programaron la principal liga de fútbol de Bélgica en la temporada 2007/2008 [8]. El torneo consistió de 18 equipos que jugaron un doble *round robin* espejado. El número total de *breaks* (repetición de la condición de local o visitante de un equipo en fechas consecutivas) debía ser mínimo. Varias condiciones más fueron consideradas, tales como requerimientos de la TV y balance de los efectos de *carry-over* (un equipo i recibe una unidad de efecto *carry-over* del equipo j , si i juega en la fecha $k + 1$ contra el mismo rival que j enfrentó en la fecha k). Las restricciones del problema son clasificadas en grupos de acuerdo a su nivel de prioridad, asignando penalizaciones. El enfoque de solución utiliza un modelo de programación entera mixta que asigna equipos a un fixture canónico preestablecido (generado para balancear los efectos de *carry-over*), satisfaciendo las restricciones de fixture espejado y minimizando el número de *breaks*. Luego, procedimientos de búsqueda local son utilizados para mejorar la solución, en términos de minimizar la penalidad total de las restricciones violadas.

Más recientemente, otros dos casos de aplicaciones han sido reportados. Flatberg et al. programaron la liga de fútbol de Noruega usando un modelo de programación entera [6], que considera en su objetivo los efectos de *carry-over*. Esta liga juega un doble *round robin* no espejado de 14 equipos. Ribeiro y Urrutia programaron la liga de fútbol de Brasil en 2009 [16], utilizando también un enfoque de programación entera que busca maximizar el número de partidos atractivos entre equipos de elite que pueden ser transmitidos por

televisión abierta. La liga de Brasil está compuesta de 20 equipos que juegan un torneo doble *round robin* espejado.

Hasta lo que conocemos, los trabajos citados en los párrafos anteriores son las únicas aplicaciones reportadas en la literatura que han sido usadas en la práctica en ligas de fútbol del mundo real. Hay otros artículos contextualizados en ligas de fútbol, pero que han permanecido a nivel teórico. También suponemos que hay otras aplicaciones en el mundo real que no han sido reportadas en artículos académicos. Mediante comunicación personal, sabemos que técnicas de optimización han sido utilizadas en la programación de ligas de fútbol en República Checa, desde la temporada 2002/2003 a la fecha [7]; Polonia, en las temporadas 2007/2008 y 2008/2009 [11]; y Honduras, en el torneo 2010 [5].

Existe también una extensa literatura en la programación de torneos en otros deportes. Para una revisión extensa a la literatura, incluyendo aspectos teóricos y prácticos, referimos al lector a un par de artículos recientes ([15], [10]). Instancias de prueba para distintos torneos del mundo real pueden encontrarse en [12].

Las aplicaciones de IO a la programación de torneos de fútbol parecen ser pocas, considerando que actualmente asociaciones de 208 países están afiliadas a la Federación Internacional de Fútbol Asociado (FIFA). Es presumible entonces que el uso de técnicas manuales aún impera en la programación de muchas ligas alrededor del mundo. En este artículo, reportamos un nuevo caso de aplicación: la Segunda División del fútbol chileno. Esta liga, al igual que la de Primera División, está organizada por la Asociación Nacional de Fútbol Profesional (ANFP).

La utilización de técnicas de programación en deportes en el fútbol chileno comenzó en el torneo de Primera División 2005. Debido a los buenos resultados obtenidos, dos años más tarde la ANFP nos solicitó apoyar también la programación del torneo de Segunda División. De este modo, hemos programado los cinco torneos de Segunda División que se han jugado desde 2007 hasta la actualidad.

Las características del torneo de Segunda son diferentes al de Primera División. Aun más, el campeonato de Segunda División ha sufrido diversas modificaciones en los últimos cuatro años. De este modo, los modelos y metodologías de resolución que utilizábamos para el campeonato de Primera División no fueron suficientes para programar el de Segunda. Además de adaptar la modelación para la asignación de partidos, hemos debido explorar más profundamente la generación de los patrones de localías. Para las instancias más difíciles del torneo de Segunda División hemos entonces desarrollado dos modelos de programación lineal entera que se resuelven en etapas sucesivas: primero, un modelo para generar los patrones de localías de los equipos y posteriormente, un modelo que decide la asignación de partidos. Este procedimiento permite

resolver rápidamente todas las instancias en que hemos trabajado.

La aplicación de nuestros modelos en el torneo de Segunda División ha sido un nuevo paso adelante en el uso de técnicas de IO para la gestión del fútbol chileno, logrando impactos cualitativos y cuantitativos importantes, que han satisfecho plenamente las expectativas de las autoridades de la ANFP y de los clubes. En la práctica, el uso de técnicas de IO ha reemplazado la metodología básica que anteriormente utilizaba la ANFP para programar el torneo y su impacto positivo ha hecho que su uso perdure hasta nuestros días.

Consideramos que las principales contribuciones de este trabajo son tres: la expansión del uso de IO en la gestión del fútbol chileno; la generación de un mecanismo de solución en dos etapas que permite resolver rápidamente las instancias más difíciles de la programación de la Segunda División y que incluso pudo ser adaptado para resolver de manera más eficiente el fixture de Primera; y, por último, la versatilidad de los modelos que han permitido resolver los distintos tipos de campeonato que ha tenido la Segunda División en los últimos años.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se describe la organización del fútbol en Chile. En la Sección 3 se muestran las condiciones genéricas y los distintos tipos de torneo de Segunda División que se han disputado en los últimos años. En la Sección 4 se describen los métodos de resolución del problema, mientras que la última Sección está dedicada al impacto y las conclusiones.

2. El fútbol profesional chileno

El fútbol profesional chileno consta de dos ligas: la Primera División, en la que actualmente participan los 18 mejores equipos, y la Segunda División, compuesta por otros 14 equipos. Estas son las únicas ligas de fútbol profesional en Chile. Anualmente, los dos mejores equipos de la Segunda División son promovidos al torneo de Primera División del año siguiente, mientras que los dos últimos de la Primera División son relegados a la Segunda División. Adicionalmente, cada fin de año los equipos que obtuvieron el tercer y el cuarto lugar de la Segunda División disputan una Promoción en series de *playoffs* con los equipos en las posiciones 16 y 15 de la Primera División, respectivamente. Los dos vencedores de estos enfrentamientos juegan en Primera División al año siguiente, mientras que los dos equipos perdedores juegan en la Segunda División.

Lógicamente, todos los equipos aspiran a jugar en Primera División, que es la más popular entre los simpatizantes y, por lo tanto, la más atractiva para los auspiciantes y la TV. No obstante, la Segunda División es muy relevante debido al dinamismo que imprimen las posibilidades de ascenso a la Primera

División de un año a otro. Además, en la Segunda División la gran mayoría de los equipos son de fuera de Santiago, representando a ciudades en las cuales el fútbol suele jugar un rol protagónico en el panorama de actividades de entretenimiento. Luego, estos equipos se vuelven fuertemente populares entre sus habitantes, generando un sentimiento de identificación especial, y despiertan el interés de auspiciadores privados regionales. De hecho, los 14 equipos que actualmente componen la Segunda División son de ciudades distintas a Santiago, mientras que los 7 equipos profesionales de Santiago juegan en la Primera División. El atractivo del torneo ha progresivamente cautivado el interés de la TV, que durante los últimos torneos ha transmitido también algunos partidos de la Segunda División.

Una de las tareas de la ANFP es la programación del fixture de cada torneo de la Primera y Segunda División. Previamente a 2005, la ANFP utilizaba un fixture canónico en la programación de todos sus torneos. Este fixture es una asignación predeterminada de tantos números como equipos en una planilla que determina en qué orden se enfrentan. La ANFP aleatoriamente asignaba equipos a estos números, generando así el fixture utilizado en los torneos. Esta modalidad les permitía realizar una programación que cumplía los requerimientos básicos del torneo, pero no permitía considerar una serie de otros criterios, lo que conllevaba a múltiples quejas de parte de los equipos.

Para el torneo de la Primera División 2005 las autoridades de la ANFP solicitaron a investigadores de la Universidad de Chile, entre los que se encontraban los autores de este artículo, apoyar la programación del fixture mediante técnicas de IO. Se desarrolló entonces un modelo de programación lineal entera, que incorporó requerimientos de la ANFP, de los clubes y de la TV. Las condiciones consideradas integraron múltiples aspectos tales como geográficos, económicos, de equidad deportiva y de atractivo para el público. El resultado fue exitoso, causando impacto positivo en todos estos aspectos.

Debido a los buenos resultados obtenidos en la Primera División, la ANFP nos solicitó apoyar la programación del fixture del torneo de Segunda División en 2007. Naturalmente, un enfoque similar al que utilizamos para abordar el problema de la Primera División nos permitió encarar el problema de Segunda, aunque las diferentes características de los torneos y de los requerimientos de los equipos nos obligaron a generar nuevos modelos que capturaran la nueva problemática. Más aun, la modalidad del campeonato de Segunda División ha ido variando temporada a temporada. En todos los casos, hemos generado el fixture del torneo usando modelos de programación lineal entera, adaptando nuestra modelación y metodología de resolución según el tipo de torneo, la cantidad de equipos y los requerimientos de la ANFP. En las siguientes secciones describiremos las características más importantes de la aplicación y su evolución a lo largo de los años.

3. Programación de la Segunda División

La temporada de la Segunda División del fútbol chileno parte en febrero de cada año. La programación del torneo se prepara con un par de meses de anticipación. La ANFP fija de antemano las fechas calendario en que se debe disputar cada ronda (o fecha) del torneo. Generalmente cada ronda se disputa los fines de semana (de viernes a domingo), aunque a veces puede ser fijada para mitad de semana (de martes a jueves). Posteriormente, nosotros generamos una propuesta de asignación de los partidos a las fechas, considerando una serie de restricciones. Algunas condiciones son solicitadas por los equipos a la ANFP, otras son determinadas directamente por la ANFP y otras atienden a características propias de cada tipo de torneo.

3.1. Condiciones genéricas

A continuación describiremos aquellas condiciones que se han repetido en prácticamente todos los torneos de la Segunda División desde 2007 a 2010, con mínimas variaciones, y por eso las llamamos *condiciones genéricas*.

- **Restricciones básicas**

1. Cada equipo juega un partido en cada fecha.
2. Cada par de equipos se enfrenta entre sí un cierto número m de veces, que depende del tipo de torneo.

- **Restricciones sobre breaks**

Decimos que un equipo tiene un *break* en la fecha k si en las fechas $(k-1)$ y k juega en ambas de local o en ambas de visita.

3. Cada equipo puede jugar a lo más un cierto número l_{home} *breaks* de local y l_{away} *breaks* de visita.
4. En determinadas fechas, ningún equipo puede tener un *break*. Esta condición generalmente se impone sobre la segunda y la última fecha del torneo, por una razón de equidad deportiva (no es deseable que los equipos partan o terminen el torneo con dos partidos consecutivos de local o de visita).



Figura 1: Ubicación geográfica de los 14 equipos de la temporada 2010 de la Segunda División del fútbol profesional de Chile.

■ Restricciones geográficas

Chile es el país más largo del mundo, con una longitud de poco más de 4,300 kilómetros. El equipo San Marcos de Arica, de la zona norte del país, debe desplazarse, por ejemplo, 2,250 kms. al sur para jugar de visita contra Curicó Unido, un equipo de la zona central, y 3,080 kms para jugar de visita contra Puerto Montt. El mapa de la Figura 1 muestra la ubicación geográfica de los equipos participantes en la temporada 2010.

Debido a que sus recursos son limitados, los equipos de la Segunda División generalmente no pueden viajar en avión, un medio de transporte altamente más costoso que viajar por vía terrestre. Por lo tanto, a pesar de las largas distancias, los equipos suelen desplazarse en bus para disputar sus partidos de visita (las personas que viajan son en total alrededor de 25, incluyendo jugadores, cuerpo técnico, cuerpo médico y dirigentes). En la práctica, todos los equipos vuelven a casa inmediatamente después de jugar un partido de visita, si es que la próxima fecha se disputará el fin de semana siguiente. Si es que la próxima fecha es en tres días más (por ejemplo, de domingo a miércoles) y el equipo tiene un *break* de visita, el mismo puede preferir quedarse afuera de casa

para esperar el partido siguiente, si es que económicamente le resulta conveniente. Generalmente, esos equipos son los de lugares extremos del país. En la generación del fixture de la Segunda División es entonces sumamente importante considerar restricciones geográficas. Algunas de las que hemos utilizado en los torneos son las siguientes:

5. Balancear a lo largo del torneo el número de viajes que un equipo dado realiza a zonas relativamente *alejadas*. Para ello, definimos clusters de equipos según su locación geográfica. La confección de estos clusters depende, por supuesto, de los equipos participantes en cada torneo, pero generalmente consideramos tres: Norte, Centro y Sur. Luego, imponemos cotas $t_{low}^{a,b}$ y $t_{up}^{a,b}$ para el número mínimo y máximo de veces que un equipo de un cluster puede jugar en otro cluster en un cierto número s de fechas consecutivas del torneo.
6. Programar *buenos* viajes cuando hay fechas a mitad de semana. Un viaje bueno ocurre cuando un equipo visita en 2 fechas consecutivas, siendo una de estas entre semana, zonas lejanas de su ciudad. Por ejemplo, cuando un equipo del Norte (Sur) juega dos partidos de visita consecutivos, uno de estos es un día miércoles en el Centro y el otro es en el Sur (Norte) el fin de semana inmediatamente anterior o posterior. De esta manera, los equipos aprovechan de realizar dos visitas en zonas lejanas en un mismo viaje, pues el costo de alojamiento fuera de casa mientras esto ocurre es menor al ahorro generado en concepto de transporte.
7. Evitar viajes largos seguidos cuando un equipo debe jugar dos partidos consecutivos de visita. Para ello, imponemos que si un equipo juega dos partidos de visita consecutivos, al menos uno de estos debe jugarlo contra un equipo de su cluster. Excepciones a esta regla pueden ocurrir cuando hay fechas a mitad de semana, según mencionamos en la condición anterior.

■ Restricciones de complementariedad

8. Pares de equipos complementarios son definidos para equipos que se requiere jueguen en secuencias de localía complementarias (si uno juega de local en una fecha dada, el otro juega de visita en dicha fecha, y viceversa). Este requerimiento se debe o bien a que los equipos utilizan de local un mismo estadio, a razones de seguridad (para evitar que los simpatizantes de equipos de una misma ciudad estén jugando de local la misma fecha), o a que es deseable mantener actividad futbolística todos los fines de semana en una misma zona.

■ Restricciones de localía-visita

9. Fijación de algunas localías, debido a peticiones particulares de los equipos. Por ejemplo, cuando un equipo está de aniversario puede preferir jugar el partido correspondiente a esa fecha como local, para atraer a más simpatizantes al estadio y así generar mayores ingresos.
10. Fijación de algunas visitas, debido a peticiones particulares de los equipos. Por ejemplo, cuando un equipo no tiene disponible su estadio porque el mismo está en reparación o debido a algún evento, puede solicitar jugar el partido correspondiente a esa fecha como visita.

■ Restricciones sobre partidos atractivos

11. Fijación de algunos partidos en fechas determinadas, según requerimientos de la ANFP. Esto puede deberse, por ejemplo, a la rivalidad histórica de algunos equipos, que cuando se enfrentan juegan los llamados partidos “clásicos”. Debido al especial atractivo que despiertan en los simpatizantes estos partidos, la ANFP prefiere programarlos para el final del torneo, cuando posiblemente serán definitorios.

■ Restricciones sobre patrones de localías

12. Si un equipo juega un número par de partidos en un torneo, se requiere que la mitad de ellos sea de local y la mitad de visita. (Si el número de partidos que un equipo juega por torneo es impar, entonces el número de partidos que juega de local y de visita difieren sólo en uno.)
13. Ningún equipo puede jugar más de dos partidos de visita en tres partidos consecutivos.
14. Ningún equipo puede jugar más de dos partidos de local en tres partidos consecutivos.

3.2. Tipos de torneos

En 2007 la dirigencia de la ANFP, elegida cada cuatro años mediante una elección en que votan los presidentes de los clubes profesionales, experimentó un cambio importante. El torneo de la Segunda División ha sufrido desde entonces diversas modificaciones, en pos de alcanzar un sistema de torneo que

sea atractivo y a la vez permita el financiamiento de los clubes. Actualmente, la dispersión de los equipos a lo largo del país y su presupuesto limitado ha terminado por condicionar la modalidad en que se juega el torneo. En los últimos cuatro años, dos tipos de torneos, con ciertas variaciones, han sido utilizados: un cuádruple *round robin* y un torneo en dos etapas de distinto tipo, separando a los equipos en la primera etapa por razones geográficas. Estos tipos de torneo difieren de lo que se hace en la Primera División del fútbol de Chile (que actualmente disputa un único torneo doble *round robin* a lo largo del año), y de lo que la literatura ha reportado para torneos de fútbol, según revisamos en la Sección 1.

A continuación revisaremos brevemente las características particulares más relevantes de los torneos de cada temporada.

Temporada 2007. En 2007, la Segunda División del fútbol chileno se componía de 11 equipos. El Torneo se dividió en cuatro cuartos. En cada cuarto, cada par de equipos se enfrentó entre sí exactamente una vez. Dado el número impar de equipos, en cada fecha un equipo debía quedar libre. El segundo cuarto es el espejo del primer cuarto, i.e., si el equipo i jugó de local contra el equipo j en la n -ésima fecha del primer cuarto, el equipo j debe jugar de local contra el equipo i en la n -ésima fecha del segundo cuarto. Análogamente, si el equipo i quedó libre en la n -ésima fecha del primer cuarto, el mismo equipo i debe quedar libre en la n -ésima fecha del segundo cuarto. Una condición de simetría establece que el tercer cuarto debe ser igual al primer cuarto, y el cuarto cuarto es igual al segundo. El torneo conforma entonces un tipo de torneo que denominamos cuádruple *round robin* doblemente espejado con un número impar de equipos. En total, se jugaron 220 partidos en un total de 44 fechas.

Temporada 2008. El Torneo 2008 fue muy similar al de 2007. La diferencia principal es que participaron 12 equipos, por lo tanto, ningún equipo quedó libre en ninguna fecha. En total, se jugaron 264 partidos en un total de 44 fechas.

Temporada 2009. La temporada 2009 constó de 14 equipos y se dividió en 2 torneos: el de Apertura y el de Clausura, siendo uno el espejo del otro. El campeón del Apertura y el campeón del Clausura jugaron un *playoff* cuyo ganador ascendió a la Primera División. El perdedor de esta serie accedió a la Promoción para jugar por un lugar en Primera. Además, el equipo que sumó más puntos en toda la temporada, incluyendo ambos torneos, también ascendió a Primera División, mientras que el segundo también accedió a la Promoción.

Cada torneo (Apertura y Clausura) constó de dos fases. En primer lugar se jugó la Fase Zonal y luego la Nacional. En la Fase Zonal, los 14 equipos que componen la Segunda División fueron divididos en dos grupos de siete equipos, de acuerdo a las proximidades geográficas existentes entre ellos. Se

generó así un *Grupo Norte* y un *Grupo Sur*. En cada grupo se jugó un torneo *round robin* con un número de localías balanceado para todos los equipos. Como el número de equipos en cada grupo fue impar, un equipo de cada grupo debía quedar libre en cada fecha. Por su parte, la Fase Nacional fue un torneo *round robin* en el cual se enfrentaron entre sí los 14 equipos, acumulando el puntaje obtenido en los grupos..

Como restricción adicional, la ANFP nos solicitó invertir localías entre la Fase Zonal y Nacional, esto es, si un equipo i es local contra el j en la Fase Zonal, el j debe ser local contra el i en la Fase Nacional. En la práctica, esta restricción dificultó la resolución del problema en comparación a los torneos de las otras temporadas, según comentaremos en la Sección 4. En total, durante el año 2009 se jugaron 266 partidos en un total de 40 fechas.

Temporada 2010. En la temporada 2010 se ha vuelto a jugar un solo torneo en el año, rescatando algunos elementos de los dos tipos de torneo utilizados en los años previos. El torneo se divide en dos etapas: una primera Fase Zonal y luego una Fase Final. En la Fase Zonal los 14 equipos son divididos en dos grupos (Norte y Sur) de siete equipos cada uno, de acuerdo a su proximidad geográfica. En cada grupo se disputa un cuádruple *round robin* doblemente espejado con un número impar de equipos. Luego los cuatro primeros equipos de cada grupo pasan a jugar la Fase Final del torneo que consiste en un doble *round robin* espejado de ocho equipos. Los puntos obtenidos en la Fase Zonal son borrados al iniciarse la Fase Final (o sea, los 8 equipos empiezan esta fase con 0 puntos). Para la Fase Final, si bien no se sabe qué equipos la disputarán, ya que depende del resultado de la fase anterior, sí se conoce que serán los cuatro primeros de ambos grupos. Esto permite generar de antemano un fixture que incorpora, entre otras, restricciones de carácter geográfico. La razón por la cual la ANFP solicita hacer también esta programación antes de iniciar todo el torneo es que la Fase Final comienza unos pocos días después de finalizadas las fases zonales.

Una condición adicional que la ANFP nos solicitó en este torneo fue que las fechas en que algunos equipos juegan de local o visita dependían del fixture de partidos de los equipos de Primera División que juegan en las mismas ciudades, con el fin de que hubiese un balance de localías en ellas. Esta finalidad es similar a lo que buscan las restricciones de complementariedad, aunque en este caso es importante notar que el fixture de Primera División es programado antes y en forma independiente del de Segunda División. En total, en la temporada 2010 se juegan 224 partidos en un total de 42 fechas.

Para todas las temporadas entre 2007 y 2010, la meta del proyecto ha sido encontrar un fixture que satisfaga todas las restricciones requeridas. El problema principal es entonces netamente de factibilidad. En el Torneo 2010, además de satisfacer las condiciones, la ANFP nos solicitó como medida deseable que

en la Fase Final concentráramos el mayor número posible de *partidos atractivos* en las tres últimas fechas del torneo, entendiendo por partido atractivo a uno que enfrente a los equipos que salieron primeros o segundos en cada Grupo Zonal. Para efectos de la modelación, en el Torneo 2010 incorporamos entonces como función objetivo maximizar la cantidad de partidos atractivos en las tres últimas fechas.

4. Métodos de resolución

Abordamos el problema mediante un modelo de programación lineal entera, que llamaremos *Match Scheduling Model* (MS-Model). La variable de decisión principal es una variable binaria $x_{i,j,k}$ que toma el valor 1 si el equipo i juega de local contra el equipo j en la fecha k . Su implementación y resolución las hemos realizado año a año utilizando el solver de ILOG, CPLEX.

En la práctica, la programación de los torneos cuádruple *round robin* doblemente espejados en 2007 y 2008 no fue particularmente difícil. Mediante una corrida del MS-Model encontramos una solución factible en sólo un par de minutos, lo que creemos se explica por dos razones. Primero, el número de equipos (once o doce) es relativamente bajo, y por lo tanto el tamaño del problema es reducido. Segundo, las condiciones de espejado y simetría reducen significativamente el espacio de búsqueda. En efecto, es posible separar el problema, de tal manera que generar un fixture para el primer cuarto es suficiente para determinar el fixture del torneo completo. Por ejemplo, una condición para una fecha k_2 del segundo cuarto puede ser expresada en términos de su fecha correspondiente en el espejo del primer cuarto, digamos k_1 , teniendo en cuenta que, debido a la condición de espejado, $x_{i,j,k_1} = x_{j,i,k_2}$. A su vez, una condición en una fecha k_3 del tercer cuarto puede ser expresada en términos de su fecha análoga en el primer cuarto, teniendo en cuenta que, debido a las condiciones de simetría, $x_{i,j,k_1} = x_{i,j,k_3}$ (la relación es análoga para fechas en el segundo y cuarto cuarto).

La programación del torneo 2010 tampoco fue difícil de lograr. El tipo de torneo permite separar la programación de la Fase Zonal en dos sub-problemas independientes cuya dimensión es relativamente baja (hay sólo siete equipos en cada grupo). La programación de la Fase Final fue programada en forma independiente de la Fase Zonal y es menos restricta, dado que los equipos que la juegan no se conocen *a priori*. Su dimensión es también relativamente baja (la juegan ocho equipos). La resolución a optimalidad con la función objetivo definida en la sección anterior (o sea, con la programación de la mayor cantidad de partidos considerados atractivos en las 3 últimas fechas), se consigue en cuestión de segundos.

En cambio, los dos torneos de 2009 fueron más difíciles de programar, debido a la dependencia entre la Fase Zonal y la Fase Nacional. Consideramos distintas alternativas de abordar el problema.

Una primera alternativa es dividir el problema en dos sub-problemas, uno para resolver la Fase Zonal y otro para resolver la Fase Nacional por separado. La ventaja de esta división es que tenemos que abordar problemas más pequeños. El problema de la Fase Zonal a su vez puede ser descompuesto en dos, según los grupos en que se dividen los equipos. Para cada grupo, el MS-Model tiene alrededor de 500 variables binarias y 500 restricciones, mientras que el problema de la Fase Nacional tiene alrededor de 3,000 variables binarias y 1,500 restricciones. El inconveniente de este enfoque es que los sub-problemas no son independientes, hay que conectarlos, debido a la restricción de invertir localías para los partidos entre equipos i y j que se enfrentan en ambas fases; a la condición que indica el máximo número de *breaks* por equipo (notar que un *break* de visita, por ejemplo, puede ocurrir cuando un equipo juega de visita la última fecha de la Fase Zonal y la primera fecha de la Fase Nacional); y a la condición de no jugar 3 partidos de local o visita consecutivos (como en el caso anterior, podría pasar por ejemplo que un equipo termine la Fase Zonal con un *break* de local y empiece la Fase Nacional nuevamente como local). En esta alternativa de dividir el problema en dos sub-problemas, debemos optar por resolver primero la Zonal y luego la Nacional, o al revés. Una solución para una de las fases podría llevar a infactibilidad para la otra, sin que necesariamente el problema completo sea infactible.

Una segunda alternativa es resolver la Fase Zonal y la Fase Nacional al mismo tiempo. La dimensión del modelo entero en este caso es bastante más grande, con alrededor de 5,000 variables binarias y 2,500 restricciones. Sin embargo, la ventaja de esta alternativa es que, si encontramos una solución factible, es una solución para el problema completo, sin necesidad de tener que conectar soluciones de dos sub-problemas.

Para ninguna de las dos alternativas logramos encontrar soluciones factibles utilizando directamente la formulación del MS-Model por sí solo, ni con los procedimientos básicos de asignación de patrones que utilizábamos para el torneo de Primera División (ver la sección de “computational solution” de [4]).

En este trabajo para la Segunda División desarrollamos entonces otro modelo de programación lineal entera, mediante el cual generamos los patrones de localía. Lo denotamos como *Pattern Generating Model* (PG-Model).

La programación del torneo la realizamos entonces en base a dos modelos que se resuelven en etapas sucesivas. Primero, el PG-Model construye y asigna los patrones de localías de cada equipo, considerando parcialmente las restricciones del problema. Luego, el MS-Model decide qué equipos se enfrentan en cada fecha, considerando que todas las restricciones del problema se cumplan.

Para esta segunda etapa, condiciones como las restricciones de complementariedad y las de patrones de localías ya están aseguradas por la resolución del PG-Model, por lo tanto, las corridas del MS-Model pueden ser simplificadas omitiendo estas restricciones. Este tipo de descomposición en etapas es común en los problemas de programación en deportes, aunque las metodologías para su implementación utilizadas en la literatura son variadas (una revisión profunda a este respecto puede ser encontrada en la sección 4 de [15]).

Cuando implementamos ambos modelos logramos encontrar soluciones factibles para ambas alternativas de enfoque del problema de la Temporada 2009. Para la alternativa de resolver las Fases por separado, obtener soluciones para la Fase Zonal usando el MS-Model, se logra en cuestión de segundos. Luego resolvimos la Fase Nacional usando la asignación de patrones obtenida al resolver el PG-Model, y después aplicando una versión simplificada del MS-Model sólo con las restricciones aún no aseguradas por la asignación de patrones lograda a través del PG-Model. De este modo, encontramos una solución factible para la Fase Nacional en alrededor de 30 minutos. Esta solución de la Fase Nacional conectada con las soluciones previas de las Fases Zonales constituyen el fixture final del torneo. Creemos interesante comentar que mediante el proceso inverso no conseguimos buenos resultados. Es decir, cuando resolvimos primero la Fase Nacional (también usando el PG-Model), y luego intentamos buscar soluciones a la Fase Zonal que invirtiera las localías de la solución que obteníamos para la Fase Nacional, no conseguimos una solución factible. La razón de esto probablemente sea que el fijar la solución encontrada para la Fase Nacional (que es la más grande) restringía exageradamente el espacio de búsqueda para la Fase Zonal, a tal punto que no logramos conseguir soluciones factibles por este mecanismo.

Para la alternativa de resolver la Fase Zonal y Nacional simultáneamente, la implementación del PG-Model y del MS-Model nos condujeron a encontrar soluciones factibles en alrededor de 10 minutos. En la práctica, este tiempo de resolución ha sido funcional y, por lo tanto, este es el mecanismo que utilizamos para generar los distintos fixtures que se le propusieron a la ANFP para el torneo de 2009. Notar que en la programación del fixture para un torneo dado realizamos un proceso de iteración con la ANFP que dura al menos un par de semanas. En este proceso, surgen una serie de condiciones que originalmente ni ellos ni los equipos tenían consideradas, por lo que la construcción del fixture envuelve varias corridas de los modelos.

A partir del PG-Model que implementamos para poder resolver el problema de la Segunda División 2009, desarrollamos una versión similar para programar el fixture de Primera División, obteniendo significativas mejoras en los tiempos de las corridas. De este modo, esta metodología de resolución por medio de la aplicación de dos modelos sucesivos está en uso en el fixture de la Primera División desde 2010.

5. Impacto y conclusiones

Los fixtures generados mediante la metodología presentada en este artículo han sido utilizados en los cinco torneos de Segunda División del fútbol chileno que se han disputado entre 2007 y 2010. La aplicación ha generado un impacto positivo tanto a nivel cuantitativo como cualitativo.

A pesar de que la medición del impacto cuantitativo no es directo y es prácticamente imposible aislarlo de efectos exógenos, algunas observaciones pueden ser realizadas. Un factor relevante, que ha significado ahorros para los equipos debido a un mejor fixture, ha sido la inclusión de viajes buenos para los equipos de los extremos del país. En cada torneo hubo alrededor de cinco viajes buenos, excepto en 2009 en que todas las rondas se jugaron en fines de semana. Según estimaciones de la ANFP, cada viaje bueno significa a un equipo ahorrar aproximadamente US\$4,000. Este ahorro es cerca del 13% de la planilla mensual de un equipo de Segunda División, que ronda los US\$30,000, y del 5% de la recaudación anual por concepto entradas de equipos como Puerto Montt, del extremo sur del país, que en sus partidos de local percibe en promedio unos US\$75,000 por año.

Por su parte, el balance de los viajes a lo largo del torneo permite a los equipos una mejor organización de sus gastos a través del año. El distanciamiento de viajes largos es un aporte a la distribución mensual de los recursos de los equipos, sobre todo para aquellos cuyo presupuesto es más ajustado y dependiente de ingresos por partido de local y contratos de auspicios cuyo pago se concreta mensualmente.

Los cambios realizados por la ANFP al tipo de torneo en los últimos dos años han sido diseñados para que, a la vez de ofrecer un torneo atractivo para los simpatizantes, los equipos realicen menos viajes de un extremo del país al otro, ahorrando costos y permitiendo que los jugadores se desgasten menos. El apoyo a la generación del fixture mediante el uso de modelos de IO han facilitado la introducción de dichos cambios.

Un estudio interesante sobre formatos de ligas de fútbol ha sido reportado en [9], en el contexto de la liga de fútbol belga. En el caso de Chile, los sucesivos cambios al formato del torneo de Segunda División pueden abrir una buena oportunidad de estudio, dado que la ANFP aún no está convencida de cuál es el formato ideal. Al menos en lo que respecta a la programación del torneo, para nosotros ha resultado desafiante enfrentarnos a un nuevo formato de torneo cada año.

Nos parece pertinente comentar que la temporada de Segunda División 2007, primer torneo programado con nuestro apoyo, vio un aumento en la

asistencia de público promedio por partido de aproximadamente 10 % sobre la temporada 2006, cuando la ANFP aún utilizaba su metodología tradicional de programación aleatoria. No podemos atribuir la plenitud de este aumento a un mejor fixture, pero creemos que sí contribuye a explicarlo. Por ejemplo, en el Torneo 2007 un importante partido clásico de la Segunda División disputado por los equipos Rangers de Talca y Curicó Unido, fue programado para la última fecha de cada cuarto. Esta solicitud nos la realizó la ANFP pensando que el atractivo de este partido sería mayor si se jugaba en una fecha avanzada del torneo, en que podría tornarse decisivo. En efecto, sucedió que Rangers disputó de local el último partido del torneo 2007 con buenas chances de ascender a Primera División y lograrlo frente a su rival más clásico imprimió un sabor especial al partido. A dicho partido asistieron 10,006 simpatizantes, muy por sobre la asistencia promedio de ese año que Rangers tuvo como local (2,761 simpatizantes/partido, sin contar este último encuentro). La recaudación correspondiente a este partido fue de US\$57,600, más de siete veces los US\$8,000 promedio por partido que Rangers recaudó como local en esa temporada. Aun más, este fue el segundo partido de mayor recaudación de toda la liga. La situación de Rangers en el campeonato fue causa importante de estos números, pero creemos que también lo fue el rival clásico que tenía que enfrentar. Difícilmente la asignación aleatoria de antaño hubiera contribuido al espectáculo y a las finanzas de esta manera.

Por otro lado, el impacto cualitativo del proyecto se ha manifestado en varios aspectos. Debido a que los requerimientos incorporados son conocidos por todos los equipos, el proceso de generación del fixture es más *transparente*. Como la ANFP considera peticiones de todos los equipos para incorporarlas a la programación, el sistema es *justo*. La adaptación de nuestros modelos a los distintos cambios de los torneos organizados por la Segunda División desde 2007, da cuenta de la *flexibilidad* de nuestro enfoque. La programación apropiada de los partidos también genera un mayor *atractivo* de los torneos, lo cual es bien percibido por los simpatizantes. Los partidos clásicos programados en fechas apropiadas otorgan una motivación adicional no sólo a los simpatizantes, sino también a los jugadores. También la metodología contribuye a la *seguridad*, incorporando aspectos como que un equipo juegue de visita en una fecha en que hay otros eventos masivos en su ciudad. Por ejemplo, la cuarta fecha del Torneo 2009 coincidió con el festival musical en Viña del Mar, cuya seguridad demanda una alto volumen de dotación policial en la zona. Consideramos en las restricciones de localía-visita entonces como condición que los cuatro equipos que juegan en la zona de influencia de esa ciudad no fueran programados para jugar de local en dicha fecha.

En general, los gerentes de la ANFP y de los equipos, los simpatizantes y la prensa han recibido positivamente esta aplicación, por lo cual nuestra metodología goza de credibilidad en el medio futbolístico. Desde que las técni-

cas de IO han sido aplicadas al torneo de Segunda División en 2007, la ANFP no recibe quejas de los equipos sobre el fixture.

En la realización de este trabajo ha sido crucial nuestra alianza con los gerentes de la ANFP. Durante la ejecución del proyecto, antes de cada torneo, la inclusión de condiciones al modelo es realizada en un trabajo muy cercano a ellos. Durante estos años han entendido perfectamente que un modelo de Investigación de Operaciones es un apoyo a la toma de decisiones sobre la programación del fixture, cuyo uso no les hace perder control sobre la programación de partidos; todo lo contrario, les permite incorporar condiciones que de acuerdo a su metodología anterior no podían considerar. Este entendimiento ha sido un aspecto clave para el éxito del proyecto y su perduración en el tiempo. Creemos que este es uno de los factores más difíciles de lograr en la puesta en uso de un modelo de programación en deportes, quizás aun más complicado que la resolución de los problemas técnicos propiamente tal. En acercamientos preliminares que hemos tenido con otras asociaciones deportivas, la predisposición negativa al cambio por parte de los tomadores de decisiones es la principal barrera a la incorporación de nuevas metodologías. Por el contrario, los gerentes de la ANFP nos han comentado que actualmente no se imaginan realizar el fixture de sus torneos sin el apoyo de modelos de IO.

Esta aplicación en la Segunda División surgió como extensión natural del exitoso desarrollo que hemos estado realizando junto a la ANFP para el fixture de la Primera División, para la cual hemos programado los fixtures de los 12 torneos disputados entre 2005 y 2010. “Nuestra satisfacción con estos modelos que apoyan la programación de nuestros partidos es altísima; esperamos en el futuro continuar con la utilización de estos sistemas para ambos campeonatos, Primera y Segunda División”, expresa Harold Mayne-Nicholls, Presidente de la ANFP.

Destacamos que el uso de técnicas de IO se ha extendido a lo largo de los últimos años a distintas áreas de la gestión del fútbol chileno. A la programación de ambos campeonatos profesionales mediante técnicas de programación en deportes, se suma el uso de herramientas similares para la generación del fixture de tres torneos juveniles entre 2005 y 2010, y para la propuesta de fixture para la Eliminatoria Sudamericana del Mundial 2010 que la ANFP llevó a la Confederación Sudamericana de Fútbol (CONMEBOL) en 2007. Los buenos resultados obtenidos en estos proyectos nos han llevado recientemente a trabajar junto a la ANFP en el desarrollo de un modelo de optimización para una asignación más justa y eficiente de árbitros a los partidos de fútbol, que está siendo testeado en el torneo de Segunda División y en los torneos juveniles de 2010 [1], con la idea de aplicarlo a futuro también en la Primera División.

Asimismo, la experiencia en programación en deportes en Chile nos permi-

tió extender su aplicación a Argentina. Desde 2007 se ha programado la liga profesional de vóley de Argentina utilizando herramientas similares [3], mientras que ya se han iniciado conversaciones con las asociaciones respectivas de dicho país para programar las ligas de fútbol y basquet.

Agradecimientos: Agradecemos a la Asociación Nacional de Fútbol Profesional de Chile, y en particular a su Presidente Harold Mayne-Nicholls y su gerente de competiciones René Rosas. Este proyecto no hubiera sido posible sin su apoyo. Agradecemos también a Andrés Weintraub, quien nos motivó a escribir este artículo y a Fernando Alarcón, por sus interesantes comentarios que permitieron mejorar este trabajo. Este proyecto está parcialmente financiado por el Instituto Milenio Sistemas Complejos de Ingeniería. El primer autor es parcialmente apoyado por los subsidios ANPCyT PICT-2007-00518 y UBACyT X069 (Argentina); y por el subsidio FONDECyT 1080286 (Chile).

Referencias

- [1] Alarcón, F., G. Durán, M. Guajardo. 2009. Un modelo de asignación de árbitros para el torneo de fútbol chileno y un enfoque de resolución en base a patrones. *Revista Ingeniería de Sistemas* 23:125–143.
- [2] Bartsch, T., A. Drexler, S. Kroger. 2006. Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany. *Computers and Operations Research* 33(7):1907–1937.
- [3] Bonomo, F., A. Cardemil, G. Durán, J. Marengo, D. Saban. 2010. Scheduling the Argentine volleyball league: A real-world application of the Traveling Tournament Problem with couples of teams. Submitted to *Interfaces*.
- [4] Durán, G., M. Guajardo, J. Miranda, D. Sauré, S. Souyris, A. Weintraub, R. Wolf. 2007. Scheduling the Chilean Soccer League by Integer Programming. *Interfaces* 37(6):539-552.
- [5] Fiallos, J., M. Licona, J. Pérez, F. Sabillón. 2010. Personal communication.
- [6] Flatberg, T., E. J. Nilssen, M. Stlevik. 2009. Scheduling the topmost football leagues of Norway. *23rd European Conference on Operational Research, Book of Abstracts*. Bonn, Germany, p.240.
- [7] Froncek, D., M. Meszka. 2010. Personal communication.
- [8] Goossens, D., F. Spieksma. 2009. Scheduling the Belgian Soccer League. *Interfaces* 39(2):109–118.

- [9] Goossens, D., J. Belin, F. Spieksma. 2008. Comparing league formats with respect to match unimportance in Belgian football. *Proceedings of the 7th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT)*. Montreal, Canada.
- [10] Kendall, G., S. Knust, C. C. Ribeiro, S. Urrutia. 2009. Scheduling in sports: An annotated bibliography. *Computers and Operations Research* 37(1):1–19.
- [11] Meszka, M. 2010. Personal communication.
- [12] Nurmi K., T. Bartsch, F. Bonomo, D. Briskorn, G. Durán, D. Goossens, J. Kyngas, J. Marenco, C. Ribeiro, F. Spieksma, S. Urrutia, R. Wolf. 2010. A Framework for a Highly Constrained Sports Scheduling Problem. *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2010 Vol III, IMECS 2010, March 17-19, Hong Kong, 1991-1997*.
- [13] Paenza, A. 2006. Matemática...Estás Ahí? Episodio 2 *Siglo XXI*, Buenos Aires, Argentina, 194-206.
- [14] Rasmussen, R. V. 2008. Scheduling a triple round robin tournament for the best Danish soccer league. *European Journal of Operational Research* 185(2):795–810.
- [15] Rasmussen, R. V., M. A. Trick. 2008. Round robin scheduling - a survey. *European Journal of Operational Research* 188(3):617-636.
- [16] Ribeiro, C., S. Urrutia. 2009. Scheduling the Brazilian soccer tournament by integer programming maximizing audience shares under fairness constraints. *23rd European Conference on Operational Research, Book of Abstracts*. Bonn, Germany, p.240.
- [17] Schreuder, J. 1992. Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues. *Discrete Applied Mathematics* 35:301–312.