

**УДК 624.01.4.046.3:62-192**

**МЕТОДИКА СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТОЧНОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗРАХУНКІВ ШПОНКОВИХ З'ЄДНАНЬ**

**МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТОЧНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ РАСЧЕТОВ ШПОНОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ**

**THE METHOD OF STATISTICAL ANALYSIS OF ACCURACY AND EFFICIENCY OF KEYED JOINTS CALCULATION**

**Пашинський В.А.**, д.т.н., професор, (Кіровоградський національний технічний університет), **Довженко О.О.**, к.т.н. доцент, **Рудченко В.І.**, магістрант (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка)

**Пашинський В.А.**, д.т.н., професор, (Кіровоградський національний технічний університет), **Довженко О.А.**, к.т.н. доцент, **Рудченко В.І.**, магістрант (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка)

**V.Pashynskiy, Professor, Doctor of Technical Science**, (Kirovograd National Technical University), **O. Dovzhenko, Candidate of Technical Science, Docent**, **V. Rudchenko master student** (Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University)

Запропонована імовірнісна методика аналізу розрахункових методів, яка базується на порівнянні результатів розрахунків та експерименту. Надійність розрахункового методу оцінюється за рівнем забезпеченості несучої здатності з'єднання відносно розрахункових значень, а ефективність – за величиною запасу несучої здатності. Розроблена методика проілюстрована прикладом порівняльного аналізу відомих методів розрахунку міцності бетонних шпонок.

Предложена вероятностная методика анализа расчетных методов, которая базируется на сравнении результатов расчета и эксперимента. Надежность расчетного метода оценивается по уровню обеспеченности несущей способности соединения относительно расчетных значений, а эффективность – по величине запаса несущей способности. Разработанная методика проиллюстрирована примером сравнительного анализа известных методов расчета прочности бетонных шпонок

We propose a probabilistic method of analysis of design methods, which is based on a comparison of calculated and experimental results. Reliability design method is evaluated for the level of security bearing capacity of the connection with regard design values and efficiency - for the value of stock of bearing capacity. The developed method is illustrated by an example of a comparative analysis of the known methods for the calculation of concrete keys.

**Постановка задачі.** Шпонкові з'єднання широко використовуються в сучасних конструкціях залізобетонних каркасів будівель та споруд різного призначення. Важливим питанням їх застосування є забезпечення належного рівня надійності при мінімальних витратах матеріалів і ресурсів. Цьому повинен сприяти вибір методу розрахунку, який забезпечує достатню надійність таких з'єднань при мінімальних надлишкових запасах.

**Аналіз останніх досліджень.** Відомі методи розрахунку шпонкових з'єднань [1 - 6] базуються на емпіричних залежностях і враховують опір бетону розтягу (формули 1 - 3, табл. 1) або стиску (формули 4 - 5, табл. 1) і площу зрізу. Розроблений у ПолтНТУ варіаційний метод розрахунку стиків [7] враховує обидві характеристики міцності бетону  $f_{ctd}$  і  $f_{cd}$ , а також співвідношення глибини шпонки до її висоти  $l_k/h_k$ .

Таблиця 1

Розрахункові залежності для визначення міцності бетонних шпонок при зрізі

№	Розрахункові залежності	Джерело
1	$V_{sh,c}^k = k f_{ctd} A_{sh},$ де $A_{sh} = h_k b_k$ – площа зрізу шпонки, $h_k$ – висота, $b_k$ – ширина шпонки, $k = 1,5$ – емпіричний коефіцієнт	ВСН 72-77 [1]
2	$V_{Rdi} = c f_{ctd} A_{sh} \leq 0,5 v f_{cd} A_{sh},$ де $c$ – коефіцієнт, для шпонкового профілю $0,5$ ; $v$ – коефіцієнт зниження міцності	Eurocode 2 [2], ДСТУ Б В.2.6 [3]
3	$V_{sh,c}^k = 2 f_{ctd} A_{sh}$	СП 52–117–2008 [4]
4	$V_{sh,c}^k = 2,1 A_{sh} \sqrt{f_{c,cube}},$ де $f_{c,cube}$ – в кгс/см <sup>2</sup>	Рохлін І.А. [5]
5	$V_{sh,c}^k = 1,7 A_{sh} \sqrt{f_{c,cube}}$	Коноводченко В.І. [6]

Точність розроблених методів розрахунку несучих конструкцій оцінюється шляхом статистичного аналізу відхилень отриманих за ними результатів від експериментальних даних. При цьому зазвичай порівнюються середні, а не розрахункові значення несучої здатності, що дозволяє оцінити збіжність у середньому, але не гарантує достатнього рівня надійності конструкцій, розрахованих цим методом.

**Мета дослідження** полягає в розробленні методики статистичного аналізу збіжності методів розрахунку несучих будівельних конструкцій з експериментальними даними, яка дозволяє комплексно оцінити як рівень надійності розрахункового методу, так і його ефективність, забезпечену мінімумом надлишкових запасів несучої здатності.

**Об'єктами дослідження** є 23 зразки бетонних шпонкових з'єднань, які були випробувані різними авторами та використані нами в якості бази експериментальних даних для обґрунтування імовірнісної методики порівняльного аналізу надійності та ефективності різних методів розрахунку. Для кожного із випробуваних зразків відомі його геометричні розміри та характеристики бетону, необхідні для визначення середніх і розрахункових значень несучої здатності.

Для порівняльного аналізу обрано шість методів розрахунку, які були описані вище. За кожним з цих методів виконані розрахунки усіх 23 випробуваних з'єднань з використанням середньої міцності та розрахункового опору бетону. Таким чином сформовані вибірки вихідних даних для аналізу надійності та ефективності методів розрахунку шпонкових з'єднань:

$X_e$  - експериментальні значення умовних напружень зрізу шпонки;

$X_c$  - теоретичні середні значення несучої здатності (умовні напруження зрізу, обчислені за обраним методом розрахунку з урахуванням середньої міцності бетону);

$X_p$  - теоретичні розрахункові значення несучої здатності (умовні напруження зрізу, обчислені за обраним методом розрахунку з урахуванням розрахункового опору бетону).

**Методика оцінювання якості розрахункового методу** базується на результатах статистичної обробки вибірок відносних відхилень середніх і розрахункових теоретичних значень несучої здатності від експериментальних:

$$\Delta_c = \frac{X_c - X_e}{X_e}; \quad \Delta_p = \frac{X_p - X_c}{X_e} \cdot \quad (1)$$

Додатні відхилення  $\Delta_c$  і  $\Delta_p$  відповідають небажаній ситуації, коли розрахунковий метод завищує несучу здатність конструкції. Відхилення зі знаком "мінус" означають наявність запасу надійності.

Статистична обробка отриманих вибірок відносних відхилень (2) виконується за відомою методикою [8] і зводиться до обчислення оцінок

математичного сподівання й стандарту та побудови гістограми розподілу. Математичне сподівання характеризує систематичну похибку розрахункового методу, а стандарт – випадкову її складову.

Показник надійності розрахункового методу (забезпеченість результатів розрахунку) дорівнює імовірності того, що відхилення розрахункових значень від експериментальних будуть від’ємними, тобто що розрахунок занижує несучу здатність порівняно з фактичними експериментальними даними:

$$P_p = \text{ІМОВ}\{\Delta_p < 0\}. \quad (2)$$

Цю імовірність можна визначити за таблицями нормального розподілу [8], або як функцію нормального розподілу в середовищі Microsoft Excel.

Якщо метод розрахунку не має систематичної похибки, то математичне сподівання відхилень середніх значень повинно наближатися до нуля  $\Delta_c \approx 0$ , а забезпеченість відхилень середніх значень має дорівнювати  $P_c \approx 0,5$ . Близька до одиниці забезпеченість відхилень розрахункових значень  $P_p \rightarrow 1$  свідчить про достатню надійність обраного методу розрахунку.

Надійний та ефективний метод розрахунку повинен мати незначну систематичну похибку, досить високий рівень забезпеченості  $P_p$  та невеликі запаси надійності, які можна оцінити за математичним сподіванням відхилень розрахункових значень  $M_{\Delta p}$ .

**В якості прикладу** розглянемо бетонні шпонки, розраховані за методом [1]. Фрагменти вибірок експериментальних  $X_e$  та теоретичних  $X_c$  і  $X_p$  значень несучої здатності, відхилень  $\Delta_c$  і  $\Delta_p$  для 23 випробуваних зразків, а також результати їх статистичної обробки наведені в табл. 2. На рис. 1 представлені гістограми розподілу відхилень та апроксимуючі їх криві густини нормального розподілу.

Таблиця 2

Порівняння теоретичних та експериментальних значень несучої здатності випробуваних зразків

№	$X_e$	$X_c$	$X_p$	$\Delta_c$	$\Delta_p$
1	3,49	2,85	1,236	-0,184	-0,646
2	3,24	2,85	1,236	-0,120	-0,619
...	...	...	...	...	...
22	3,92	2,265	1,4415	-0,422	-0,632
23	9,01	3,975	2,814	-0,559	-0,688
Математичне сподівання відхилень $M =$				-0,255	-0,641
Стандарт відхилень $S =$				0,160	0,074
Забезпеченості $P_c$ і $P_p$				0,945	1,000

Математичне сподівання середніх відхилень  $M_{\Delta c} = - 0,255$  вказує на те, що даний метод розрахунку має систематичну похибку в запас надійності,

тобто знижує несучу здатність шпонки на 25,5%. Тому забезпеченість середніх відхилень становить  $P_c = 0,945$  замість 0,5. Математичне сподівання відхилень розрахункових значень становить  $M_{\Delta p} = -0,641$ , а забезпеченість розрахункових відхилень  $P_p = 1,000$  можна вважати достатньою або навіть дещо завищеною.

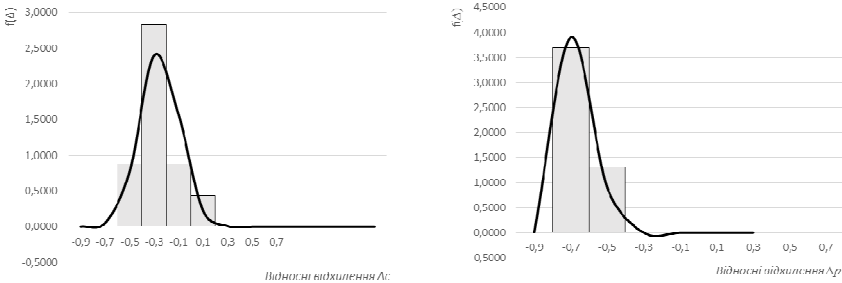


Рис. 1 – Гістограми розподілу відносних відхилень теоретичних значень несучої здатності від результатів випробування зразків

З рис. 1 видно, що криві нормального розподілу в цілому відображають характер дослідних гістограм і можуть використовуватися для наближеного опису випадкових величин відхилень  $\Delta_c$  і  $\Delta_p$ .

Розглянутий метод розрахунку шпонкових з'єднань ВСН 72-77 забезпечує запас міцності 34,719%, що свідчить про значні розходження теорії з результатами експерименту. Рівень забезпеченості  $P_p = 1,000$  вказує на те, що з 1000 зразків ні один не може зруйнуватися при дії розрахункового навантаження.

**Порівняння різних методів розрахунку** необхідно проводити за єдиним критерієм при рівності інших характеристик. В методі граничних станів [9] невизначеність розрахункового методу відносно несучої здатності конструкції враховується коефіцієнтом надійності розрахункової моделі  $\gamma_{rd}$ , на який слід ділити несучу здатність, обчислену за цим методом:

$$X_{CK} = X_C / \gamma_{rd}; \quad X_{PK} = X_P / \gamma_{rd} . \quad (3)$$

Головною і безумовно необхідною вимогою до будь-якого розрахунку несучих будівельних конструкцій є забезпечення достатнього рівня їх надійності. Тому відкориговані значення несучої здатності (3) повинні бути такими, щоб довести показник надійності розрахункового методу  $P_p$  до певної встановленої величини. В якості бажаного значення  $P_p$  доцільно прийняти встановлену нормами [9] забезпеченість розрахункового опору матеріалів  $P_p = 0,995$ . Для кожного з методів розрахунку шляхом чисельного розв'язання рівняння (2) знаходиться таке значення  $\gamma_{rd}$ , при якому

$P_p = 0,995$ . Тоді при однакових рівнях надійності розрахунку показником ефективності того чи іншого розрахункового методу можна вважати середній запас несучої здатності  $M_{\Delta p}$ . Кращим є той метод розрахунку, який дає менші запаси несучої здатності  $M_{\Delta p}$ .

**В умовах розглянутого вище прикладу** для досягнення показника надійності  $P_p = 0,995$  необхідно прийняти  $\gamma_{rd} = 0,551$ . Результати коригування значень несучої здатності за формулами (3), обчислення відхилень скоригованих середніх і розрахункових значень несучої здатності шпонок від експериментальних даних  $\Delta_{СК}$  і  $\Delta_{ПК}$  та статистичної обробки отриманих вибірок наведені в табл. 3, а гістограми розподілу відхилень  $\Delta_{СК}$  і  $\Delta_{ПК}$  зображені на рис. 2.

Таблиця 3

Відхилення теоретичних значень несучої здатності, скоригованих за рівнем надійності розрахункового методу, від експериментальних даних

№	$X_e$	$X_e/\gamma_{rd}$	$X_p/\gamma_{rd}$	$\Delta_{СК}$	$\Delta_{ПК}$
1	3,49	3,098	1,344	-0,113	-0,615
2	3,24	3,098	1,344	-0,044	-0,585
...	...	...	...	...	...
22	3,92	4,114	2,618	0,049	-0,332
23	9,01	7,219	5,111	-0,199	-0,433
Математичне сподівання відхилень $M=$				0,353	-0,347
Стандарт відхилень $S =$				0,290	0,135
Забезпеченості $P_C$ і $P_p$				0,112	0,995

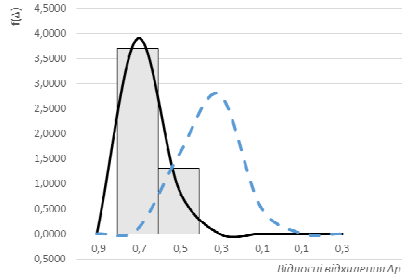
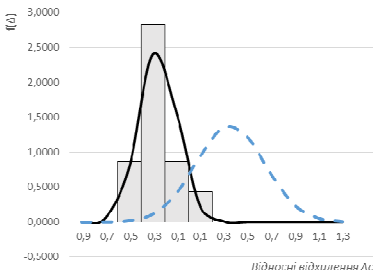


Рис. 2 – Гістограми розподілу відносних відхилень теоретичних значень несучої здатності, скоригованих за рівнем надійності розрахунку

З табл. 3 видно, що при коефіцієнті надійності моделі  $\gamma_{rd} = 0,551$  отримано заданий показник надійності розрахунку  $P_p = 0,995$ . При цьому криві

нормального розподілу скоригованих відхилень (зображені пунктиром) змістилися вправо, що й забезпечило зменшення надійності розрахунку до заданої величини. Математичне сподівання запасу розрахункових значень несучої здатності у результаті коригування зменшилося до  $M_p = - 0,347$  порівняно з початковим значенням  $M_p = - 0,641$ .

**Порівняння методів розрахунку шпонкових з'єднань** виконане за трьома узагальненими показниками, наведеними в табл. 3:

$M_0$  – математичне сподівання запасу розрахункового методу (у відсотках), отримане порівнянням середніх значень несучої здатності;

$P_0$  – початкова надійність розрахункового методу при коефіцієнті моделі  $\gamma_{rd}=1$ ;

$M_p$  – математичне сподівання запасу розрахункових значень (у відсотках), відкоригованих за заданим рівнем надійності, отримане порівнянням розрахункових значень несучої здатності.

Таблиця 4

Узагальнені параметри точності й надійності методів розрахунку шпонкових з'єднань

Метод розрахунку	$M_0$	$P_0$	$\gamma_{rd}$	$M_p$
ВСН 72-77	25,52	1,00	0,551	34,719
ДСТУ Б В.2.6	75,17	1,00	0,184	34,719
СП 52–117–2008	0,69	1,00	0,734	34,719
Рохлін І.А.	8,06	0,853	1,257	34,582
Коноводченко В.І.	25,58	0,993	1,018	34,582
Варіаційний метод	7,46	1,00	0,732	33,976

Аналіз табл. 4 показує, що найкращу збіжність середніх значень дає метод СП 52–117–2008, який має незначний запас 0,69%. Найвищу надійність, рівну одиниці, забезпечує метод ДСТУ Б В.2.6, але він дає дуже великий запас несучої здатності +75,17%.

Після коригування шляхом уведення коефіцієнтів надійності моделі  $\gamma_{rd}$ , значення яких вказані в табл. 4, усі розглянуті методи забезпечують заданий рівень надійності розрахунку  $P_p = 0,995$ . При цьому ефективність методів розрахунку оцінюється за величиною математичного сподівання запасу розрахункових значень  $M_p$ . Найнижчий середній запас  $M_p = 33,98\%$  дає варіаційний метод. Методи Рохліна І. А. та Коноводченко В. І. дають запас  $M_p = 34,58\%$ . У первісному вигляді ці методи базуються на однаковій формулі, яка відрізняється лише множником, а введення коефіцієнтів моделі ці множники вирівняло і звело їх до одного й того ж розрахунку. ВСН 72-77, ДСТУ Б В.2.6 та СП 52–117–2008 мають найвищий середній запас 34,72%.

Враховуючи отримані результати рекомендуємо варіаційний метод для розрахунку міцності шпонкових з'єднань.

### **Висновки за результатами досліджень:**

1. Запропонована методика дозволяє встановити відносні показники надійності та ефективності методів розрахунку несучих будівельних конструкцій на підставі статистичного аналізу відхилень теоретичних значень несучої здатності від експериментальних даних.

2. У випадку коригування методів розрахунку шляхом уведення коефіцієнтів надійності розрахункової моделі вибір найкращого методу здійснюється за мінімумом математичного сподівання запасів розрахункових значень, яке можна вважати показником ефективності розрахункового методу.

3. Розрахунки бетонних шпонок доцільно проводити варіаційним методом, який забезпечує мінімальні запаси при достатньому рівні надійності розрахунку.

1. Инструкция по проектированию конструкций панельных жилых зданий: ВСН 72-77. – М.: Стройиздат, 1978. – 177 с. 2. Eurocode 2, Part 1. Design of concrete structures. 1992. 3. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону: ДСТУ Б В.2.6. – К.: НДІБК, 2010. – 156 с. 4. Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть 1. Методы расчета и конструирование: СП 52-117-2008. – М., 2008. – 240 с. 5. Рохлин И.А. Исследование и расчет бессварочных шпоночных стыков тонкостенных железобетонных конструкций / И.А. Рохлин, В.А. Бондарев. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1968. – 34 с. 6. Коноводченко В.И. Прочность стыковых соединений сейсмостойких крупнопанельных зданий при сдвиге / В.И. Коноводченко, А.В. Черкашин, П.Н. Бобришев // Бетон и железобетон. – 1968, – №8. – С. 5–12. 7. Довженко О. О. Методика розрахунку шпоночних з'єднань залізобетонних елементів // О.О. Довженко, В. В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Вісник національного університету «Львівська політехніка». Серія «Теорія і практика будівництва». – Львів, 2013. – №755. – С. 111 – 117. 8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с. 9. ДБН В.1.2-14-2009. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – К.: Мінбуд України, 2009.