

ÁLGEBRA BÁSICA: UM ESTUDO SOBRE A RELAÇÃO INSTITUCIONAL PARA SEU ENSINO NO BRASIL E NA ESPANHA

Marlene Alves Dias, Miriam do Rocio Guadagnini, Valdir Bezerra dos Santos Júnior

UNIAN, UNIPE, UFPE (Brasil)

alvesdias@iq.com.br, miriamguadagnini@hotmail.com, valdir.bezerra@gmail.com

Palavras chave: álgebra; relações institucionais; estudo comparado

Key words: algebra; institutional relationship; comparative study

RESUMO: As dificuldades dos estudantes brasileiros em relação às noções básicas de álgebra nos fizeram considerar que elas estão associadas às expectativas institucionais esperadas e existentes para sua introdução e desenvolvimento. Assim, decidimos analisar as expectativas institucionais de outros países, iniciando pela Espanha, na tentativa de compreender as regularidades e diferenças existentes. Para atingir nosso objetivo, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático como referencial teórico central. Analisamos documentos oficiais e livros didáticos do Brasil e da Espanha. O resultado das análises permitiu encontrar novas configurações de trabalho que podem ajudar os estudantes a compreenderem as noções básicas de álgebra.

ABSTRACT: The difficulties of Brazilian students in relation to the basic notions of algebra made us believe that such difficulties are associated with existing institutional expectations for the introduction and development of algebra. Being so, we have decided to analyze the institutional expectations of other countries, beginning with Spain, in an attempt to understand the existing regularities and differences. To achieve our goal, we use the Anthropological Theory of Didactics as central theoretical framework. We have analyzed official documents and textbooks in Brazil and Spain. The results of the analyses allowed us to find new work settings that can help students understand the basics of algebra.

■ INTRODUÇÃO

A introdução das noções básicas de álgebra parece ser um dos momentos mais difíceis para o desenvolvimento da matemática escolar nas instituições de ensino brasileiras, passível de observação, por meio dos resultados dos estudantes do Ensino Fundamental em relação às macroavaliações. Em particular, citamos os estudantes de São Paulo que, segundo o relatório anual da Secretaria de Educação desse estado, São Paulo (2013), parecem estagnar sua aprendizagem a partir da introdução dessas noções (estudantes entre 12 e 14 anos).

Em razão dessa constatação, tal problema nos parece estar associado às expectativas institucionais esperadas e existentes para a introdução da álgebra básica nas escolas brasileiras.

A partir dessa hipótese, nós colocamos como questão: “Quais as regularidades e diferenças existentes na forma de abordar a álgebra básica em outros países?”

Essa questão foi considerada a partir das reflexões de Artigue (2004) sobre a transição entre Ensino Secundário e Superior, as quais nos conduziram a identificar problemas como: a proposta da educação básica obrigatória para todos, as dificuldades dos professores com as novas propostas curriculares, a pouca influência das pesquisas na sala de aula, o número cada vez maior de alunos que não se interessam pelas Ciências Exatas, bem como as dificuldades de implementação das novas tecnologias.

Assim, nosso objetivo é analisar as expectativas institucionais e existentes para a introdução da álgebra na Educação Básica no Brasil e em outros países. Neste trabalho, estudamos essas expectativas para os casos do Brasil e da Espanha, uma vez que, em ambos os países, a escolha pedagógica para o desenvolvimento das disciplinas nas escolas é o modelo fundamentado no estudo sobre as noções de capacidade e competência respectivamente.

Para atingir o objetivo acima, consideramos como referencial teórico central a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard (1992, 1994, 1997, 1998, 2002), mais particularmente, as ideias de relação institucional e pessoal, praxeologias, ostensivos e não ostensivos, momentos didáticos e níveis de codeterminação, e como referencial teórico de apoio, a noção de quadro, conforme definição de Douady (1992) e níveis de conhecimento esperado dos estudantes, segundo definição de Robert (1998).

■ REFERENCIAL TEÓRICO

Iniciamos apresentando as noções da Teoria Antropológica do Didático que retivemos para desenvolver nossa pesquisa.

Segundo Chevallard (2002), a relação pessoal com um determinado objeto do saber depende da relação institucional ou relações institucionais a que uma pessoa se submete.

Dessa forma, a aprendizagem é considerada como o acesso a essa relação pessoal, ou seja, a diversidade de relações institucionais a que o sujeito se submete. Assim, as diferentes relações institucionais permitem considerar o estudo como uma modificação das relações pessoais e o ensinar, como uma ajuda ao estudo, ou seja, ajuda dada ao estudante no sentido de que ele possa estabelecer uma relação com o saber, modificando-o de modo a torná-lo adequado às expectativas apresentadas em uma determinada relação institucional.

Conforme Chevallard (1998), as instituições são obras de um tipo particular, ou seja, parte de um complexo de organizações praxeológicas e, mais especificamente, podem ser somente um componente material como um livro, uma mesa, um *data show*. Assim, uma instituição é um dispositivo social “total”, que pode ter somente uma extensão reduzida no espaço social, o que supõe inclusive a existência de microinstituições.

Dessa forma, para Chevallard (1992, 1998), uma instituição é que permite e impõe a seus sujeitos, isto é, às pessoas que vêm a ocupar diferentes posições nela oferecidas, suas maneiras próprias de fazer, e mais amplamente, adotando praxeologias determinadas, as quais definimos na sequência.

Assim, dados um objeto (o), uma instituição (I) e uma posição (p) em (I), denominamos relação institucional $a(o)$ em posição(p), e indicamos $R_i(p, o)$, a relação com o objeto(o) que deveria ser, idealmente, aquela dos sujeitos de (I) em posição (p). Portanto, dizer que (x) é um bom sujeito de (I) em posição (p), é o mesmo que afirmar que a relação pessoal do indivíduo (x) está em conformidade ou é adequada à relação institucional em posição (p).

Deste modo, por exemplo, um livro didático é uma obra e a classe que viabiliza a utilização desse livro é uma instituição, em que as duas posições essenciais são as do professor e de estudante, da mesma forma que o estabelecimento, onde aparecem outras posições, também é uma instituição englobante e que fusiona diversas posições que constituem o sistema educativo.

Consideramos ainda a noção de praxeologia, pois segundo Chevallard (1998), todas as atividades humanas são organizadas por meio de praxeologias. Essa organização é constituída por: tipos de tarefas e técnicas que formam o bloco do saber fazer e um discurso tecnológico-teórico que forma o bloco do saber. As tecnologias justificam racionalmente a técnica, ou seja, a explicam e a tornam inteligível, enquanto a teoria é a tecnologia da tecnologia, ou seja, ela justifica, explica e torna inteligível a tecnologia.

Para levar em conta as representações externas e internas introduzidas quando da análise das praxeologias, consideramos as noções de objetos ostensivos e não ostensivos, sendo os ostensivos definidos por Chevallard (1994) como aqueles que têm para nós uma forma material, sensível, podendo assim ser manipulados, já os não ostensivos, denominados usualmente de noções, conceitos, ideias etc, só podem ser evocados através da manipulação dos ostensivos associados, o que, segundo Chevallard, conduz à existência de uma dialética necessária entre eles.

Na sequência, consideramos a definição de momentos didáticos ou momentos de estudo, que, de acordo com Chevallard (1997), são os gestos didáticos que devem ser cumpridos em determinada organização didática.

Observamos que Chevallard (1997) distingue sete momentos, explicitando que eles podem repetir-se várias vezes em uma mesma organização didática. Os sete momentos são:

- O *primeiro momento de estudo*, ou seja, aquele do primeiro encontro com a organização matemática estudada.
- O *momento de exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica* que corresponde ao estudo e à realização de um problema de determinado tipo, que acompanha sempre a

constituição de um embrião de técnica, a partir da qual uma técnica mais desenvolvida poderá eventualmente emergir.

- O *momento de elaboração tecnológico-teórica relativa a uma técnica* corresponde a um momento que tem relação estreita com os outros momentos.
- O *momento de trabalho da técnica* que deve aperfeiçoar a técnica, tornando-a mais eficaz e mais confiável, além de aumentar o domínio que dela temos.
- O *momento da institucionalização*, que é aquele em que o objeto de estudo é especificado, o que corresponde exatamente à elaboração da organização matemática.
- O *momento da avaliação* que se articula com o momento da institucionalização.

Consideramos ainda a noção de níveis de codeterminação introduzida por Chevallard (2002), segundo o qual, o problema de fazer funcionar organizações didáticas concebidas segundo um ponto de vista conduz a enfrentar restrições que distorcem a estrutura e eliminam as funções, quando deixam de ser apenas um mundo no papel.

Assim, Chevallard (2002) define a seguinte escala dos níveis de codeterminação: tópicos ↔ temas ↔ setores ↔ domínios ↔ disciplinas ↔ pedagogia ↔ escola ↔ sociedade ↔ civilização, observando que no processo de difusão das praxeologias, as condições e restrições são cultivadas e centralizadas com a ajuda da escala desses níveis, de modo que essas condições e restrições podem situar-se em um determinado nível da escala e se exprimir em outro, o que não permite isolar o que se passa na classe do conjunto do sistema de ensino.

Os níveis de codeterminação são interligados, ou seja, se modificamos as condições e restrições de um determinado nível, teremos repercussões sobre os outros níveis.

Após considerar a escala acima, Chevallard (2002) explicita que as restrições para fazer funcionar as organizações didáticas, quando associadas às diferentes hierarquias dos níveis de codeterminação, propiciam mostrar que o interesse desses níveis é permitir a triagem das restrições que dirigem o estudo escolar e a escolha daquelas que serão consideradas de maneira a evitar um desequilíbrio muito flagrante.

Ainda consoante Chevallard (2002), os níveis de codeterminação possibilitam identificar a ecologia das organizações matemáticas e didáticas, ou seja, verificar como os saberes vivem nas instituições. Como exemplo, ele considera o caso da ausência da associação do tópico ou tema com os níveis superiores setores e domínios e da própria disciplina, o que, segundo o autor, torna impossível pensar a relação de motivação entre os tipos de tarefas, pois a organização do estudo de um tópico ou tema conduz a considerar os níveis superiores da hierarquia de codeterminação matemática.

Chevallard (2002) explicita, para este exemplo, que se os professores ficam confinados aos níveis, temas e tópicos, as diferentes esferas da *noosfera* cuidam dos níveis superiores – setores, domínios e disciplinas, o que conduz a transferir o controle de determinados domínios da Matemática a instâncias de capital científico e político.

Após esta breve apresentação dos elementos da TAD que retivemos para nossa pesquisa, apresentamos a noção de quadro, segundo Douady (1992), que nos auxilia a compreender melhor

os diferentes quadros e as mudanças de quadros necessárias, quando do desenvolvimento do domínio da álgebra.

A noção de quadro, conforme Douady (1992):

[...] constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do domínio. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas (Douady, 1992, p.135).

Consideramos ainda a noção de três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, conforme Robert (1998), a saber:

O *nível técnico* corresponde a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado principalmente às ferramentas e definições utilizadas em uma determinada tarefa. Por exemplo: Resolva a equação $x^2 + 1 = 10$.

O *nível mobilizável* corresponde a um início de justaposição de saberes de certo domínio, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O caráter ferramenta e objeto do conceito estão em jogo, mas o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado, se estiver acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Por exemplo: No Brasil, a temperatura é medida em graus Celsius. Nos Estados Unidos, em graus Fahrenheit. A temperatura em graus Fahrenheit (f) pode ser transformada em graus Celsius (c) pela fórmula $c = \frac{5(f - 32)}{9}$. Calcule a temperatura em Fahrenheit correspondente a 30°C.

O *nível disponível* corresponde a saber responder corretamente o que é proposto sem indicações; de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou criar), mudar de quadro (fazer relações), aplicar métodos não previstos.

Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas por parte do estudante (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Pode funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos. Por exemplo: No Brasil, a temperatura é medida em graus Celsius. Nos Estados Unidos, em graus Fahrenheit. Calcule a temperatura em Fahrenheit correspondente a 30°C.

■ METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia utilizada é a análise documental, conforme Lüdke e André (1986), que corresponde a uma técnica da pesquisa qualitativa que permite complementar informações obtidas por outras técnicas e/ou desvendar aspectos de um tema ou problema.

Os documentos analisados são as propostas de ensino da Espanha e do Brasil, que estão associadas às relações institucionais esperadas. Já as relações institucionais existentes são analisadas via livros didáticos, Tudo é Matemática de Dante (2009) para estudantes brasileiros e Matemáticas Nou Vèrtex de Palenzuela (2014) para estudantes espanhóis, ambos direcionados para crianças com idades entre 12 – 13 anos.

A análise das propostas institucionais foi realizada por meio dos documentos oficiais, dando-se ênfase ao momento em que se introduz a álgebra, e a análise das relações institucionais existentes foi efetuada por meio da análise de um livro didático para cada país, indicados acima, para os quais desenvolvemos uma análise geral da obra por meio de um organograma, que segue modelo utilizado por Tavignot (1991), o qual permite compreender a articulação das noções desenvolvidas no conjunto da obra.

O organograma de Tavignot (1991) corresponde a identificar os diferentes setores relacionados aos domínios propostos, para serem desenvolvidos num determinado ano escolar. Estes setores serão associados aos temas propostos por meio de um verbo que indica, por exemplo, definir e/ou representar e/ou aplicar um objeto matemático, suas propriedades. Quanto aos setores identificados, estes são articulados por meio de um verbo que indica a relação entre eles.

Fizemos na sequência uma análise das praxeologias matemáticas e didáticas existentes, utilizando uma grade de análise construída para esse fim, na qual identificamos as praxeologias propostas, assim como os ostensivos e não ostensivos usados nas tarefas, as mudanças de quadros e o nível de conhecimento esperados dos estudantes em relação às noções em jogo nas tarefas que lhe são propostas.

■ RESULTADOS DAS ANÁLISES

A análise das relações institucionais esperadas via documentos oficiais nos proporcionou identificar que a proposta brasileira foi construída em conjunto com educadores de todo o País, sendo que seus objetivos foram definidos em termos de capacidades associadas aos respectivos conteúdos que devem ser tratados por meio de conexões intra e extramatemáticas. A metodologia de resolução de problemas é considerada apenas como ponto de partida e é proposta ainda a introdução da história da matemática, das novas tecnologias e do jogo.

Quanto à proposta espanhola, observamos que o documento segue as metas da união europeia, mas cada departamento espanhol pode exercer autonomia pedagógica a partir de uma estrutura curricular definida. No documento da Catalunha, foi possível identificar que os objetivos estão associados às competências básicas e estas aos conteúdos, sendo que o método de ensino privilegiado é a resolução de problemas.

Ambos os documentos dão apenas orientações para o desenvolvimento da Matemática, a maior diferença entre eles é que um considera a questão da capacidade e outro, das competências.

A análise das relações institucionais existentes foi feita por meio do estudo de um livro didático para cada país, sendo que em ambos os países, os conteúdos apresentados são praticamente os mesmos. A maior diferença está na divisão e articulação dos conteúdos, uma vez que no livro espanhol, eles são introduzidos, revisitados e articulados com novos conhecimentos, sendo tratados por meio de problemas intra e extramatemáticos, ou seja, enquanto o livro espanhol

desenvolve um trabalho gradativo, no qual os diferentes momentos didáticos aparecem continuamente. O livro brasileiro introduz todas as noções relativas a um determinado conteúdo num mesmo momento, ficando a cargo de professores e alunos identificarem as articulações propostas.

As praxeologias encontradas tanto no livro de Dante (2009) quanto no livro de Palenzuela (2014) dão ênfase à introdução das técnicas de resolução de equações de primeiro e segundo grau e sistemas de equações lineares que são utilizadas na resolução de problemas. Dante (2009) considera aplicações sobre ângulos e triângulos e determinação de perímetros de quadriláteros. Em Palenzuela (2014), após cada setor, são propostos problemas, o que está em conformidade com a proposta de enfatizar a resolução de problemas. Além disso, os autores ampliam o estudo das equações e sistemas de equações para as equações fracionárias e sistemas de equações fracionárias, o que pode ser considerado como o momento de elaboração tecnológico-teórica relativa a uma técnica.

Observamos ainda que sempre que possível, Dante (2009) e Palenzuela (2014) articulam quadro algébrico com o quadro da geometria e com situações extramatemáticas, em particular, as que correspondem às aplicações das outras ciências. Assim, os três níveis de conhecimento são considerados e os estudantes têm a oportunidade de se apropriar das técnicas e de aplicá-las em diferentes tipos de tarefas.

Ambos os livros seguem as orientações dos documentos oficiais, o que precisa ser visto pelos professores como um material auxiliar para o desenvolvimento de suas aulas, mas não deve ser tratado como um receituário, que deve ser seguido sem considerar as condições específicas de cada grupo de estudantes.

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim, o estudo das relações institucionais esperadas e existentes mostra como duas propostas muito próximas podem ser trabalhadas de formas bastante diferentes, o que nos auxilia a encontrar novas configurações de trabalho que permitam retomar os diferentes momentos didáticos, o que pode ajudar os estudantes a compreenderem as noções básicas de álgebra e a aplicá-las quando necessário.

As propostas institucionais apresentadas nos dois documentos colocam em evidência que os professores têm a possibilidade de atuar sobre os níveis setor e domínio, em particular, para o documento brasileiro, que deixa a cargo de cada escola construir o seu projeto de estudo. Certamente, este projeto tem características indicadas pela noosfera disciplinar e pela política, pois, para os níveis disciplina, pedagogia e escola, existem indicações explícitas sobre as expectativas de trabalho.

Ressaltamos aqui que ambos os documentos consideram para o nível escola: uma lista de capacidades para serem desenvolvidas, quando consideramos o documento brasileiro e uma lista de competências, se consideramos o documento espanhol, ou seja, a escola brasileira e a escola espanhola utilizam dois pontos de vista próximos, mas diferentes, o que, na ótica de Chevallard (2002), não cria as mesmas condições para desenvolver um mesmo tópico de estudo, mas é justamente esta diferença que nos auxilia na identificação de novas formas de trabalho que

precisam ser estudadas e compreendidas, se queremos utilizá-las e integrá-las no desenvolvimento de um determinado domínio; no nosso estudo, no domínio da álgebra.

Assim, o estudo de diferentes propostas, que correspondem a pontos de vista

distintos, pode nos auxiliar a levar os professores a refletirem sobre como articular esses pontos de vista, o que pode favorecer a que eles ultrapassem os níveis temas e tópicos e procurem nas diferentes propostas como domínios e setores são desenvolvidos, permitindo-lhes fazer escolhas mais conscientes sobre o como trabalhar determinados temas e tópicos sem ficar confinados a seguir as indicações do livro didático ou outros materiais como se fossem receitas a serem utilizadas, sem ponderar se podem ou não ser eficazes para o grupo de estudantes com os quais se pretende desenvolvê-las.

■ REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (2004). *Le défi de la transition secondaire-supérieur. Que peuvent nous apporter les recherches en didactique des mathématiques?*. Acesso em 13 de fevereiro de 2015 de http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/liaisons/post_bac/informations/colltoulouse.pdf

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* 12(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Acesso em 20 de janeiro de 2015 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125

Chevallard, Y. (1997). *Familière et problématique, la figure du professeur*. Acesso em 15 de setembro de 2015 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=24

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. Acesso em 10 setembro de 2015 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27

Chevallard, Y. (2002). *Organiser l'étude 3 : Ecologie e Régulation*. Acesso em 17 de fevereiro de 2015 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=53

Dante, L. R. (2009). *Tudo é Matemática*. São Paulo: Ática.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. Repères IREM, n. 6.

Lüdke, M. e André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

Palenzuela, L. P. (2014). *Matemáticas Nou Vèrtex 1, ESO*. Barcelona: Vicens-Vives Editorial.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(2), 139-190.

São Paulo (2013). *Relatório Pedagógico: SARESP 2012 – Matemática*. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Tavignot, P. (1991). *L'analyse du processus de transposition didactique, l'exemple de la symétrie orthogonale au collège*. Tese de Doutorado, Université René Descartes. França.