

EDUCACIÓN ESTADÍSTICA EN LATINOAMÉRICA: SOBRE EL PENSAMIENTO INFERENCIAL

José Armando Albert Huerta, Blanca Ruiz Hernández, Ingrith Álvarez Alfonso, Enrique Hugues Galindo

Tecnológico de Monterrey (México), Universidad Pedagógica Nacional (Colombia), Universidad de Sonora (México)
albert@itesm.mx, bruiz@itesm.mx, ialvarez@pedagogica.edu.co, ehugues@mat.uson.mx

Palabras clave: Educación estadística, razonamiento inferencial

Key words: Education statistics, inferential reasoning

RESUMEN: Nuestro Grupo de discusión busca dar continuidad a una iniciativa que surgió en RELME 27 de constituir una Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE). Con más de 40 profesores asociados actualmente, la RELIEE busca impulsar la investigación estadística, su difusión y formación de grupos de trabajo en Latinoamérica. El grupo de discusión ofreció una oportunidad de interacción entre profesores e investigadores, así como difundir algunas de las acciones que se están haciendo para el impulsar el razonamiento inferencial en nuestros estudiantes. En particular, se mostró un estudio sobre investigaciones doctorales concluidas, dentro de educación estadística, y proyectos a nivel universitario que se están desarrollando. El grupo de discusión también fue importante porque despertó entusiasmo en hacer otras iniciativas para mantener la comunicación y discusión de manera continuada.

ABSTRACT: Our discussion group seeks to continue an initiative that emerged in RELME 27. There a Latin American Research Network on Education Statistics (RELIEE) was established. With over 40 teachers currently associated, the RELIEE aims to promote statistical research, dissemination and formation of working groups in Latin America. The group discussion provided an opportunity for interaction between teachers and researchers, and disseminate some of the actions that are being made to boost our students inferential reasoning. In particular, we show a study about concluded doctoral research in statistical education and university-level projects that are being developed. The discussion group was also important because it awakened enthusiasm in making other efforts to maintain communication and discussion continuously.

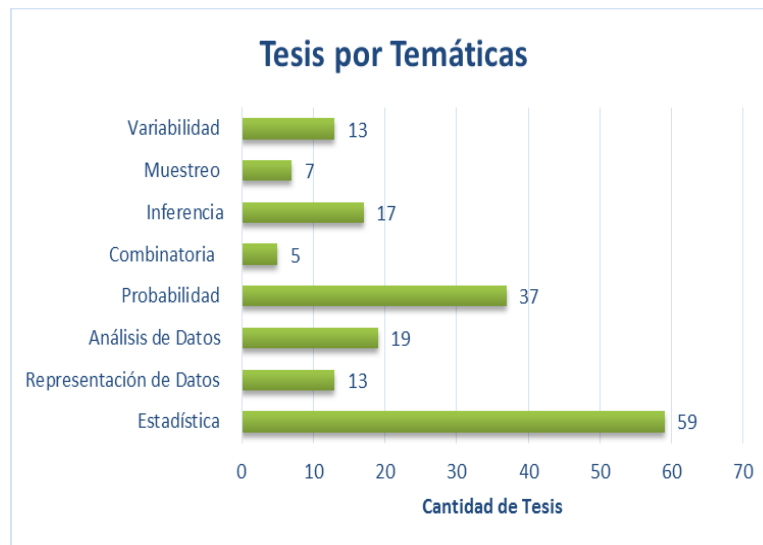
■ INTRODUCCIÓN

Nuestro grupo de discusión en RELME 29 se basó en el reconocimiento de que el pensamiento probabilístico y estadístico ha tomado cada vez mayor importancia no sólo en el contexto de la ciencia, ingeniería y negocios, sino también en la vida cotidiana de todo ciudadano. Aprender a hacer una revisión crítica de la información cuantitativa es parte importante de la formación de todo ciudadano y profesionalista. Nuestra comunidad educativa latinoamericana es consciente de ello y por eso ha iniciado un movimiento, en particular desde el grupo de discusión de RELME 27, Buenos Aires, Argentina, al que se le llamó *Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística* (RELIEE) (Albert, Rodríguez, Hernández, Torres y Alvarado, 2014). Los primeros esfuerzos tuvieron continuidad en RELME 28 en el mismo espacio, así como en Panamá, RELME 29, también a través de un grupo de discusión, con énfasis, en esta ocasión, en la inferencia estadística. La mecánica del grupo consistió en la participación de cuatro especialistas y un espacio de discusión administrado por un moderador. Se inició con Ingrith Álvarez, de la Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Ella abordó una panorámica de la producción científica en Didáctica de la Estadística en Latinoamérica a través de un estudio sobre tesis doctorales en el área. Después Enrique Hugues, de la Universidad de Sonora, México, mostró los avances de la implementación de un proyecto de inferencia informal en estudiantes de ciencias sociales en la universidad, también se tuvo la oportunidad de conocer un proyecto que se está llevando a cabo en de innovación en educación estadística basada. Posteriormente, Armando Albert y Blanca Ruiz mostraron los avances de su proyecto Novus Transformando la Educación estadística desde un enfoque inferencial. Destacó también la participación de Jesús Pinto de la Universidad Autónoma de Yucatán, mostrando su proyecto de formación de profesores en Educación estadística para bachillerato. Al término de las exposiciones se abrió un espacio a la discusión. Entre las intervenciones destacadas estuvieron las de Carmen Batanero y Juan Godino que mostraron entusiasmo por darle continuidad a este tipo de iniciativas y de la necesidad de impulsar una red de profesores e investigadores en Educación estadística, moción a la que todos los asistentes (más de 20 profesores) estuvimos de acuerdo. A continuación se muestran las principales ideas de los participantes.

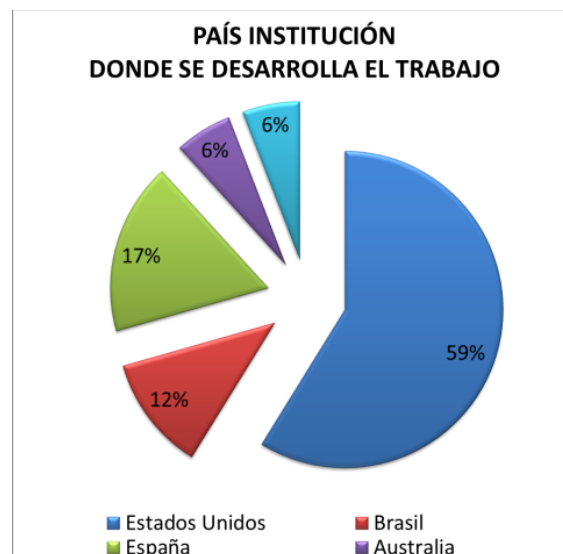
■ UNA PANORÁMICA DE LA PRODUCCIÓN DOCTORAL RESPECTO A INFERENCIA

Como parte del trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación titulado *Panorama de la investigación en Educación Estadística* (Fernández, Andrade y Álvarez, 2015) que tiene como propósito establecer derroteros para orientar el desarrollo de la Línea de Educación Estadística de la Universidad Pedagógica Nacional y su agenda de trabajo e investigación, se acopiaron 170 trabajos de grado doctorales relacionados con el campo de la Educación Estadística, los cuales fueron clasificados a partir de tres categorías propuestas: Enfoque Conceptuales, Propósito y Temática (Gráfica 1) y por país (Gráfica 2).

Gráfica 1. Se muestra una distribución temática de los trabajos de tesis doctorales.



Gráfica 2. Países de mayor producción de tesis doctorales.



Así, la categoría de Enfoques Conceptuales ha posibilitado caracterizar los trabajos doctorales desde la perspectiva teórica escogida por los autores como marco o fundamento para el trabajo investigativo, los cuales fueron agrupados en dos niveles (principios teóricos considerados en la Educación Matemática en general, y los particulares para la Educación Estadística). La categoría Propósitos permite identificar sobre qué población (individuos u objetos) se hace el estudio, mirar si la atención se centra en formación de profesores, formación de otros profesionales en el área de la estocástica o formación de estudiantes de colegio; en la revisión de textos escolares o universitarios; en el uso de la tecnología como herramienta de enseñanza y aprendizaje; o si el estudio tiene como núcleo asuntos de corte epistemológico o histórico. En la categoría Temáticas

se consideran los conceptos de la estocástica que son objeto de estudio en los trabajos doctorales, agrupados en subcategorías según el campo de dicha disciplina al que hacen referencia.

De esta manera y centrando la atención en la categoría Temáticas, se evidencia que de las 170 tesis finalmente contempladas como marco muestral (trabajos desarrollados entre el 2000 y 2014), solo 17 de ellas están ubicadas en la subcategoría *Inferencia*, la cual contempla temáticas específicas como: Intervalos de confianza, Pruebas de hipótesis, Teorema del límite central, De inferencia informal a inferencia formal y Modelos de regresión.

Dichos trabajos se han desarrollado mayoritariamente en universidades de Estados Unidos, dos de ellos en universidades de México y 2 en España, centrándose en Enfoques Conceptuales específicos tales como la *Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento estadístico* (6 de los 17 trabajos); anudando esfuerzos por procurar información, principalmente en relación con la *Formación de otros profesionales en el área de la estocástica*.

Una breve mirada a estos 17 trabajos, devela un interés generalizado de introducir de manera paulatina conceptos que sirvan de base para una posterior enseñanza de la inferencia formal. Así, por ejemplo se han generado investigaciones centradas en abordar temas relacionados con el muestreo, variación entre muestra y conceptos de probabilidad, fundamentos para encaminar la transición entre lo informal y lo formal de la inferencia. Especialmente dichas investigaciones han sido centradas en la formación de otros profesionales en el área de la Estadística y unas cuantas (4 de las 17) en la formación de estudiantes de colegio.

Lo anterior presenta no solo una panorámica frente a la importante producción científica en el campo de la Inferencia como parte esencial de la Educación Estadística, sino también oportunidades de investigación, profundización en el tema y trabajo conjunto que se posibilita a partir de la ausencia de trabajos asociados a determinados enfoques y propósito. Así, se abre una veta para desarrollar investigaciones bajo enfoques tales como la Educación Estadística Crítica, Comunidades de práctica, Práctica reflexiva y Resolución de problemas; con propósitos como la Formación inicial y continuada de profesores, el estudio epistemológico e histórico de los conceptos y la formulación de estados del arte en relación con la temática en cuestión. Lo que devela una gran oportunidad de trabajo para la comunidad Latinoamericana, en pro de desarrollar investigaciones que atiendan, el desarrollo del pensamiento aleatorio a partir del desarrollo de ideas tempranas sobre inferencia, pues como se evidencia, hasta el momento solamente Brasil hace una aparición en el escenario con un par de tesis sobre estas temáticas.

Por otra parte, se dejan cuestionamientos abiertos específicamente sobre los niveles de internacionalización y globalización de los enfoques teóricos usados; esto es, se debe revisar si enfoques como el de *alfabetización, razonamiento y pensamiento* han logrado un nivel de aceptación y consolidación internacional; asunto que se puede estudiar con cada uno de los enfoques identificados y su nivel de globalización dentro de la comunidad de educadores estadísticos.

■ RAZONAMIENTO INFERENCIAL DE UNIVERSITARIOS EN CIENCIAS SOCIALES

Reconociendo una problemática especial en la formación estadística prevista para las carreras de ciencias sociales (CCS), el grupo de educación estadística de la Universidad de Sonora, México, se

encuentra trabajando en la valoración del razonamiento inferencial en estudiantes de dichas carreras y de los esfuerzos que realizan los profesores de estadística para desarrollarlo.

Esta universidad cuenta con siete CCS, cuyo plan de estudios incluyen un curso común llamado Estadística Descriptiva y, para dos de ellas, existe otro llamado Estadística Inferencial, dando por resultado que un gran número de estudiantes en estas carreras no recibe una instrucción formal en inferencia estadística, situación que resulta preocupante pues no tendrán oportunidad alguna de llegar a emprender o comprender los análisis de datos y la toma de decisiones presentes en estudios estadísticos en su campo.

Ciertamente que el primer curso, aun contando con un contenido tradicional, se propone no sólo que el estudiante sea capaz de descripciones básicas de los datos (distribuciones empíricas) sino también capacidades hacia la caracterización de variables y poblaciones, por lo menos conjeturalmente. En esto se percibe un esfuerzo encaminado a proporcionar al estudiante una vía que le dé sentido a lo que estudia y, para los que continúan su formación con un segundo curso, una preparación para iniciar un estudio formal de la inferencia estadística. De hecho la labor encomendada al profesor incluye: "Propiciar las condiciones para que los estudiantes, generalicen, abstraigan y sinteticen en términos de conceptos y propiedades de los objetos estadísticos" (UNISON, 2004), lo cual es identificado como componente necesaria de la inferencia estadística, que en un sentido amplio aquí se denomina razonamiento inferencial.

Precisamente, en conexión con estos señalamientos es que surgen interrogantes sobre las que el grupo de educación estadística de la Universidad de Sonora está trabajando en estos momentos: ¿Qué capacidades en razonamiento inferencial están siendo desarrolladas por los estudiantes? y ¿Qué hacen los profesores para promover el desarrollo del razonamiento inferencial de sus estudiantes?; en el contexto del curso de Estadística Descriptiva en CCS, en el cual no se ponen en juego herramientas de la inferencia estadística.

En relación con la primera de las preguntas una referencia central ha venido siendo un artículo de Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008) acerca de lo que llaman razonamiento inferencial informal descrito como el uso del conocimiento estadístico para argumentar inferencias de las muestras a las poblaciones sin echar mano de herramientas propias de la Estadística Inferencial. Así, siguiendo a estos autores, se han diseñado y explorado en estudiantes de CCS cuestiones requiriéndoles:

1. Hacer juicios, afirmaciones, o predicciones acerca de las poblaciones basados en muestras, pero sin utilizar procedimientos y métodos estadísticos formales (por ejemplo, p-valor, prueba t);
2. Recurrir, utilizar e integrar el conocimiento previo (por ejemplo, conocimiento formal acerca de conceptos fundamentales, tales como distribución o media; conocimiento informal sobre inferencia tal como el reconocimiento de que una muestra puede ser sorprendente dada una pretensión en particular; uso del lenguaje estadístico), en la medida que este conocimiento sea requerido; y
3. Articular evidencia basada en argumentos para juicios, afirmaciones o predicciones sobre poblaciones basados en muestras. (Zieffler et al., 2008, pág. 46-47)

En cuanto a la segunda de las preguntas, se ha tenido un acercamiento a la forma en que los profesores conciben su trabajo en el salón de clases a través de un cuestionario y un guion de entrevista, valorando particularmente la atención que los profesores otorgan al razonamiento estadístico y a cada uno de los componentes del proceso estadístico: Formular preguntas, Recolectar datos, Analizar datos e Interpretar datos; que son utilizados metodológicamente como categorías de análisis (Newton, Dietiker y Horvath, 2011)

■ SOBRE PENSAMIENTO INFERENCIAL EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Un factor que agrava el problema de la enseñanza de la Estadística a nivel universitario es tener un programa denso en contenidos ha cubrirse en corto tiempo. Y, al ser la inferencia uno de los temas tradicionalmente vistos hasta el final, muchas de sus ideas centrales de la inferencia no alcanzan a madurar en los estudiantes, o ni siquiera ser atendidas en los tiempos didácticos asignados. Aunado a ese problema, la inferencia tiene en sí misma sus propias dificultades que investigadores vienen señalando desde antaño a la fecha (Vallecillos, 1999; Rodriguez, Albert y Agnelli, 2011; Batanero 2013; Albert y Ruiz, 2014).

Es por eso que han surgido iniciativas que no esperan hasta el final del curso para avanzar en el razonamiento inferencial. Una de ellas surgió en la Universidad de Michigan con Aliaga y Gunderson (2006). Retomamos su aportación y pretendimos darle continuidad a través de otra propuesta que desarrolle el pensamiento inferencial a lo largo de todo el curso, así como graduar qué ideas del razonamiento inferencial son posibles incorporar paralelamente al desarrollo del curso. Estamos en la etapa de evaluación de resultados. Entre las primeras cosas que pudimos observar al implementar nuestra propuesta con estudiantes de ingeniería que llevan el curso de Probabilidad y Estadística es que es posible introducir la idea de Hipótesis, necesidad de datos para argumentar a su favor o en contra, toma de decisiones, errores que se pueden cometer al tomar una decisión sobre la Hipótesis, razonamiento sobre dato atípico, muestra aleatoria y población, parámetro y estadístico, entre otros. Para luego abordar resultado significativo en distribuciones, particularmente en distribuciones muestrales donde es posible abordar las ideas centrales de la inferencia estadística, para finalmente formalizar el tema cuando se estudia con ellos la unidad de Inferencia estadística. A continuación se expresa esto a través de la Tabla 1:

Tabla 1. Momentos clave de inserción del razonamiento inferencial

| Tema | Ideas tempranas |
|-------------------------|---|
| Estadística descriptiva | Hipótesis nula e hipótesis alternativa Muestra aleatoria, Muestra determinística Error tipo I, Error tipo II Valor atípico |
| Probabilidad | Probabilidad Error tipo I y Error Tipo II en aplicaciones del Teorema de Bayes |
| Distribuciones | Resultado significativo en Distribución Binomial y Distribución Normal Nivel de significación en Distribuciones del muestreo |
| Inferencia | Intervalos de confianza Pruebas de hipótesis |

En conclusión, podemos decir, por los primeros resultados que obtuvimos, que se favorece a los estudiantes notablemente introducir a lo largo del curso el razonamiento inferencial, aunque faltaría revisar el estado de otros problemas como la comprensión del concepto distribución del muestreo o el de parámetro como constante y como variable, así como también si se mantienen las dificultades ya reportadas alrededor de la Inferencia estadística tal como el papel del parámetro y los estadísticos en los ensayos de hipótesis y los errores de interpretación del valor p .

■ CONCLUSIÓN

A través de este grupo de discusión se mostró que nuestra comunidad está haciendo esfuerzos por retomar las aportaciones de otros países, adaptar y también mejorar las propuestas. En particular, hay una importante contribución de trabajos doctorales recientes con interés en educación estadística ya presentados y que debemos conocer y difundir. Por otra parte, se mostró el esfuerzo que se está haciendo por incorporar ideas de inferencia informal en estudiantes de ciencias sociales y de ideas tempranas de la inferencia estadística en estudiantes de ingeniería.

La comunidad reunida coincidió por unanimidad en la importancia de estos espacios que ofrece RELME para impulsar la investigación en educación estadística y difundir lo que se está haciendo. También se acordó buscar impulsar la red formada en RELME 27 y darle continuidad al grupo en el próximo evento de RELME.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albert, J. A.; Rodríguez, M.I.; Hernández, S.; Torres J.L. y Alvarado H. (2014). Red de colaboración en investigación de la educación estadística. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27*, 389-398. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Albert, J. A. y Ruiz, B. (2014). Dificultades en estudiantes universitarios del estadístico como variable aleatoria en la distribución del muestreo de medias. 27o. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. CLAME: Buenos Aires, Argentina.
- Aliaga, M. and Gunderson, B. (2006). *Interactive Statistics* (3rd Edition). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 149-156.
- Fernández, F., Andrade, L. y Álvarez (2015). *Panorama de la investigación en educación estadística*. Proyecto de Investigación en desarrollo financiado por la Universidad Pedagógica Nacional [DMA-412-15]. Bogotá, Colombia.
- Newton, J., Dietiker, L., Horvath, A. (2011). Statistics Education in the United States: Statistical Reasoning and the Statistical Process. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading (Eds.) *Teaching Statistics in School Mathematics – Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 9-13). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

Rodríguez, M. I., Albert, J. A. y Agnelli, H. (2011). Controversias sobre las pruebas de hipótesis: sus implicaciones para su enseñanza. *Contribuciones a la Enseñanza y Aprendizaje de la Probabilidad y la Estadística 2011*. Puebla, México: BUAP.

UNISON (2004) *Programas de Estudio de Cursos de Matemáticas en la División de Ciencias Sociales de la Universidad de Sonora*. Recuperado el 9 de enero de 2015 de <http://www.mat.uson.mx/sitio/docenciaDCS.php>

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-Second Session of the International Statistical Institute*, 201-204.

Zieffler, A., Garfield, J., Delmas, R., y Reading, C. (2008). A Framework to Support research on Informal Inferential Reasoning. (P. Petocz, y T. Short, Edits.) *International Association for Statistical Education (IASE/ISI)*, VII(2), 40-58.