

*CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL
FORMADOR DE PROFESORES EN DIDÁCTICA DE LAS
MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE UN ESTUDIO DE CASO*

*ANDREA MILENA BELTRÁN BELTRÁN
WILMAN FERNANDO LÁZARO LUNA*

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D. C.
2014

*CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL
FORMADOR DE PROFESORES EN DIDÁCTICA DE LAS
MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE UN ESTUDIO DE CASO*

ANDREA MILENA BELTRÁN BELTRÁN
WILMAN FERNANDO LÁZARO LUNA

Trabajo de grado presentado ante el departamento de Matemáticas de
la Universidad Pedagógica Nacional para optar al título de Magister en
Docencia de la Matemática.

Directora
LYDA CONSTANZA MORA MENDIETA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D. C.
2014



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de Educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado "Caracterización del conocimiento del formador de profesores en Didáctica de las Matemáticas a través de un estudio de caso" Presentado por los estudiantes:

Andrea Milena Beltrán Beltrán - 2012185002
Wilman Fernando Lázaro Luna - 2012185013

Como requisito parcial para optar al título de **Magister en Docencia de la Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado con 48 Puntos**.

Observaciones:

En constancia se firma a los 26 días del mes de febrero de 2014.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a)

Lyda Constanza Mora
LYDA CONSTANZA MORA

Jurados:

Profesor(a)

Judith A. Hernández
JUDITH HERNÁNDEZ

Profesor (a)

Edgar P. Guacaneme
EDGAR ALBERTO GUACANEME

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, se han dado los respectivos créditos.

A mis padres FLOR ALBA LUNA CORTÉS Y FERNANDO LÁZARO BASABE, por el esfuerzo que hacen día a día para apoyar los proyectos de sus hijos, por las miles de madrugadas para brindarme un desayuno antes de salir a trabajar y por la paciencia que me tienen en mis momentos de desespero.

A mis hermanas Andrea, Bibiana y Diana, porque gracias al apoyo de ellas tuve más tiempo para dedicar a mi estudio, y además conté siempre con ropa limpia, con deliciosos almuerzos y con un cuarto ordenado aún sin tener tiempo para hacerlo.

A mi sobrino MimosK por distraer mi mente en las jornadas dedicadas al estudio y por darme un respiro cuando me sentía agotado.

A toda mi familia, por soportarme, y por el apoyo incondicional durante mi proceso de formación.

Al 2 de Noviembre, por lo que ha significado, por lo que significa y por lo que significará para mí. Por alumbrar los momentos de oscuridad en mi vida, por darme ánimo cuando sentí decaer, por alegrar mis días y por estar conmigo aún sin estar.

A mis amigos, quienes con el buen sentido del humor que los caracteriza me animaron en muchos momentos.

A Andrea Milena Beltrán Beltrán, compa, gracias por acompañarme durante este caminar, gracias por ser mi pareja, sabes que con esto termina nuestra relación pero permanecerán los recuerdos de las aventuras por Colombia y el mundo.

Y como dice mi mami, “como se dice”

GRACIAS, MIL Y MIL GRACIAS A TODOS

WILMAN FERNANDO LÁZARO LUNA.

A mis padres MARÍA EUNICE BELTRÁN CANTOR y LUIS ALFONSO BELTRÁN CALDERÓN, quienes en su momento lo hicieron todo, y aún lo hacen, para que cada uno de nosotros, sus hijos, logremos nuestros sueños. Gracias por su apoyo y motivación, a ustedes por siempre mi corazón y agradecimiento.

A mis hermanos, DANIEL y LEYDI, por su paciencia en aquellos momentos donde las cosas no pintaban nada bien.

A mis sobrinos, MÍA y FEDERICO, quienes desde su llegada han iluminado mi casa con su presencia y llanto, logrando así distraerme por un rato de mis obligaciones y darme un tiempo con mi familia.

A mi amiga, compañera de trabajo y de choco-aventuras, VIOLETA SUÁREZ, por su apoyo incondicional, por aguantarme el mal genio, por soportar y lidiar con mis peleas, pero sobretodo por ser la persona que es y que siempre ha estado a mi lado buscando lo mejor para mí... Gracias de Corazón.

A ese ser especial, quien con su apoyo, cariño y amor ha llenado mi vida y mi corazón de muchas cosas buenas. A ti por ser la fuente de inspiración y uno de los motivos más fuertes para levantarme cada día y seguir adelante. Gracias a ti, a tu paciencia, comprensión y todo lo que me brindas, hoy soy una mejor persona y esta meta que parecía esquiva está a punto de culminar... TAM...

A FERNANDO LÁZARO, mi compañero de tesis, quien con su sentido del humor siempre estuvo ahí dispuesto a animarme y no dejarme desfallecer. Compa gracias por sus palabras de aliento como "Hakuna Matata" que nunca olvidaré.

Y a todos los que de una y otra forma aportaron a la realización de este trabajo, muchas, muchas GRACIAS...

Andrea Milena Beltrán Beltrán

AGRADECIMIENTOS

El primer gesto de gratitud va dirigido a quien hace posible lo imposible, a la principal fuente de fortaleza espiritual para nuestras vidas, a quien nos permitió la concreción de este estudio y por supuesto la obtención de una meta grande en nuestras vidas profesionales; gracias Dios por estar presente en nosotros.

Es claro que la consecución de este logro no hubiese sido posible sin la colaboración y el apoyo de muchas personas, cuya buena disposición aportó grandes aprendizajes para nuestras vidas profesionales y por supuesto para la consolidación de este estudio, por esto agradecemos a todas esas maravillosas personas que compartieron su tiempo y sus enseñanzas con nosotros, este es un agradecimiento para todo el cuerpo docente y personal administrativo que hace parte del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. A la profesora Leonor Camargo por ser esa mezcla perfecta entre exigencia y comprensión, a la profesora Gloria García quien con su frase *“profes hay que estudiar”* nos invita a superarnos cada día; al profesor Edgar Guacaneme, gracias por tantas enseñanzas, entre esas a *“no barrer con la aspiradora”*, esperamos lo estemos haciendo bien; al profesor Hernan Díaz, quien con su sabiduría, alegría y simpatía ratifica que las Matemáticas no son aburridas como muchos las imaginan.

Queremos agradecer de manera muy especial a la profesora Lyda Constanza Mora Mendieta, asesora, por el compromiso y la dedicación que tuvo en todo el proceso del estudio, por orientarnos y apoyarnos en todo momento, porque con sus consejos y su experiencia nos aportó no solamente a la formación profesional, también a la formación como personas, a ella nuestros más sinceros agradecimientos.

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Biblioteca Central. Universidad Pedagógica Nacional
Título del documento	Caracterización del conocimiento del formador de profesores en Didáctica de las Matemáticas a través de un estudio de caso.
Autor(es)	BELTRÁN BELTRÁN, Andrea Milena LÁZARO LUNA, Wilman Fernando
Director(a)	Lyda Constanza Mora Mendieta
Publicación	Bogotá, D.C., 2014
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras claves	Conocimiento del profesor de Matemáticas, Formación de profesores de Matemáticas, Conocimiento Didáctico del Contenido, Conocimiento disciplinar, Conocimiento curricular, Conocimiento práctico.

2. Descripción
<p>En este documento se presenta un reporte del trabajo de grado realizado en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática, trabajo centrado en el estudio del Conocimiento del formador de profesores de Matemáticas, con el cual se proponen algunos elementos que permiten caracterizar el conocimiento del formador, a partir de la propuesta de Shulman (1996) y la de Mingorance y Elbaz (1981) sobre el conocimiento del profesor, a través del análisis de las actuaciones de una formadora de profesores de Matemáticas encargada del espacio académico <i>Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra</i> (EAAA), espacio que hace parte del proyecto curricular Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, siendo este el caso en el cual se basó este trabajo. El informe contiene: el contexto, los objetivos y el campo de estudio, así como el marco de referencia que sirve como fundamento del trabajo, la</p>

metodología utilizada para la recolección y el tratamiento de los datos y los resultados que emergen de la interpretación de la información.

3. Fuentes

Para la realización de este estudio se consultaron diferentes documentos, a saber; un *handbook*, doce (12) tesis, de las cuales una (1) es de pregrado, tres (3) son de maestría y ocho (8) son tesis de doctorado; de igual forma se revisaron cincuenta y tres (53) artículos de revistas y veinte (20) libros¹, y otras fuentes de internet. A continuación se mencionan las principales fuentes bibliográficas:

Ball, D., H. Hill, & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 14-22.

Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y Didácticas específicas. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-39.

Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. *Revista iberoamericana de educación Matemática*, 20, 13-31.

Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación. Departamento de Didáctica de la Matemática y de las ciencias experimentales Universidad de Salamanca.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Simon, M. y M. Flores (2010). En qué consiste el conocimiento matemático para la enseñanza de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 87-113 Santillana Distrito Federal, México.

4. Contenidos

El informe que se presenta está estructurado en cinco capítulos. En el *Capítulo 1* se aborda el contexto y campo de estudio en el que se sitúa este trabajo, así como la justificación y motivaciones que impulsaron la realización del mismo; además se plantea el problema y las preguntas que guían el estudio, a su vez se definen los objetivos a desarrollar.

¹ La cantidad de libros que se reportan aquí, están distribuidos en libros completos y capítulos de libros.

En el **capítulo 2** se da una visión general sobre el conocimiento del profesor y se describen los siguientes núcleos temáticos: el conocimiento profesional del profesor y el conocimiento del profesor de Matemáticas, para con ello hacer una propuesta que permita describir el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas encargado de la formación de la Didáctica de las Matemáticas; para esto se describen y caracterizan cuatro categorías que se consideran constituyen el conocimiento profesional del formador de profesores de Matemáticas, a saber: *Conocimiento Práctico*, *Conocimiento Disciplinar*, *Conocimiento Didáctico del Contenido* y *Conocimiento Curricular*. Convirtiéndose este apartado en el marco de referencia en el cual se circunscribe el estudio.

En el **capítulo 3** se explicitan los fundamentos metodológicos del estudio, luego se realiza la descripción del proceso de recolección, codificación y sistematización de datos y las técnicas de análisis de los mismos con el uso del software Atlas.ti; para tal fin se desglosa el capítulo en dos apartados: la caracterización del estudio y las fases para el tratamiento de los datos; este último se divide en recolección de datos y análisis experimental, sistematización, elaboración y aplicación de una entrevista semi-estructurada.

En el **capítulo 4** se exponen los resultados obtenidos. Primero se dan a conocer los resultados que emergen del análisis de los videos de las clases, a la luz de la teoría expuesta en el capítulo 2, y luego los resultados que se extraen de la entrevista realizada a la formadora quien dirige el espacio académico EAAA. El análisis de la información se basó en los componentes del Conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas descritos en el capítulo 2, los cuales se constituyeron en las unidades de análisis de primer orden.

Finalmente, en el **capítulo 5** se describen las conclusiones relativas al proceso de estudio, los objetivos del mismo y algunas cuestiones abiertas que pueden servir de ideas iniciales para futuros trabajos relacionados con este.

5. Metodología

El trabajo se enmarca en el campo de investigación sobre la Educación del Profesor de Matemáticas (EPM), más exactamente en la línea de investigación sobre la educación de los formadores de profesores. Se trata de un estudio cualitativo de corte descriptivo. Es cualitativo ya que responde a las prácticas de explorar e interpretar las palabras de las personas investigadas, sus acciones y toda una gama de representaciones en forma de observaciones y a partir de dichas

observaciones, analizar los datos recolectados en la investigación (Ortega, 2009; Taylor y Bogdan, 1987). Es descriptiva, ya que los datos emergen de la observación y análisis de un conjunto de grabaciones audiovisuales, en donde los registros cobran importancia ya que de la descripción de estos surgirán los datos que serán organizados sistemáticamente para el surgimiento de conclusiones válidas y coherentes.

Por otra parte, el tratamiento de los datos está dividido en tres fases, a saber: 1) Recolección de datos y análisis experimental, 2) Sistematización y 3) Elaboración y aplicación de una entrevista semi-estructurada. En la primera fase se cuenta con 100 videos del curso EAAA llevado a cabo en el primer semestre del 2013.

En la segunda fase, se hace una sistematización de la información recolectada en la fase anterior con ayuda del programa ATLAS.ti, esto con un doble propósito: primero, facilitar y agilizar el proceso de análisis, combinándolo con las herramientas que el programa computacional ofrece, y segundo, codificar y establecer posibles conexiones entre las unidades y subunidades de análisis, planteadas con anterioridad.

La tercera fase consiste en la realización de una entrevista semi-estructurada dirigida a la formadora, con el propósito de obtener información sobre los antecedentes a su formación, años de experiencia en la formación de profesores y tiempo que lleva dedicada a la educación; esto con el fin de lograr una identificación más detallada de la formadora y además clarificar y resolver algunos interrogantes que fueron surgiendo a medida que avanzaba el proceso de análisis de los videos y que no pudieron ser resueltos a partir de la observación de las videograbaciones.

6. Conclusiones

A continuación se presenta un resumen de las conclusiones a las cuales se llegó durante el avance y culminación de este trabajo.

La unidad de análisis primaria que tuvo mayor presencia en el desarrollo del espacio académico fue el Conocimiento Disciplinar. Se aclara que este era un resultado esperado, ya que por un lado, la formadora es ante todo profesora y por ende uno de sus fuertes debe ser la disciplina que enseña, en este caso, la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra; por otro lado, esta unidad de análisis está conformada por el Conocimiento del Profesor de Matemáticas (CPM), por tanto cualquier aparición del conocimiento disciplinar, didáctico o curricular del Profesor de

Matemáticas estaría incluida en esta unidad.

Se advierte que la formadora tiene un gusto especial por la Historia de las Matemáticas y además considera que la comprensión de una actividad o tarea Matemática se puede mejorar haciendo uso del conocimiento histórico, y es por ello por lo que en la mayoría de las sesiones de clase se destaca en mayor medida el uso de dicho conocimiento.

El Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) del formador de profesores de Matemáticas encargado de la formación en Didáctica, se comporta de forma análoga al CDC del profesor de Matemáticas, sin embargo su estructura se modifica al cambiar los sujetos y los objetos que intervienen en el ejercicio dialógico del aula.

La mayor parte de las preguntas realizadas por la formadora tienden a indagar sobre las concepciones y creencias de los docentes en formación, por lo que se enmarcan dentro del Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CDC_FPM-D) y en especial en el conocimiento Sobre los Maestros en Formación (SMF).

Fue natural encontrar episodios de clase que pertenecen a la unidad de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas (CDC_PM), ya que la manifestación y el desarrollo de este conocimiento es uno de los propósitos del curso.

En relación a la metodología la realización de una entrevista semiestructurada a la formadora, posterior al análisis, con el propósito de indagar sobre las conductas, actuaciones ejecutadas o afirmaciones realizadas durante el espacio académico, permitió analizar el grado en que el profesor es consciente de su conocimiento; también permitió identificar si sus intenciones educativas coinciden con las inferidas en nuestro análisis de la clase y por supuesto con el marco establecido como referencia para este trabajo.

El trabajo aquí presentado, sobre el Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CP_FPM-D) por su densidad, se presta para continuarlo analizando en algunos de sus componentes puntuales, quizás manteniendo las orientaciones dadas en el marco de referencia; en este sentido valdría la pena profundizar en los siguientes aspectos:

i. Hacer una sistematización de los ejemplos presentes en las sesiones de clase, con el ánimo de

extraer los ejemplos potentes del discurso didáctico de la Didáctica de las Matemáticas.

ii. Profundizar en las relaciones existentes entre los diferentes tipos de conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (FPM-D), particularmente estudiar la forma en que se relaciona el conocimiento disciplinar del Formador con el CDC del profesor de Matemáticas.

iii. Caracterizar el conocimiento de un formador de profesores de Matemáticas, destinado a la formación disciplinar en Matemáticas, y establecer coincidencias y diferencias frente al conocimiento necesario en formación en Didáctica de la Matemática (DM).

Elaborado por	Andrea Milena Beltrán Beltrán y Wilman Fernando Lázaro Luna
Revisado por	Lyda Constanza Mora Mendieta

Fecha de elaboración del resumen	13	01	2014
---	----	----	------

TABLA DE CONTENIDO

1	MOTIVACIONES, CONTEXTO Y CAMPO DE ESTUDIO.....	1
1.1	MOTIVACIONES.....	1
1.2	CONTEXTO DE ESTUDIO.....	2
1.3	JUSTIFICACIÓN	4
1.4	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1.4.1	Hipótesis:.....	7
1.5	OBJETIVO GENERAL.....	8
1.5.1	Objetivos específicos	8
2	MARCO DE REFERENCIA	9
2.1	PRESENTACIÓN	9
2.2	CONOCIMIENTO DEL PROFESOR	10
2.3	CONOCIMIENTO PRÁCTICO DEL FPM-D	12
2.3.1	Conocimiento experiencial (Exp)	14
2.3.2	Conocimiento personal (Pers).....	14
2.3.3	Conocimiento grupal (Grup).....	14
2.4	EL CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO DISCIPLINAR (CD)	15
2.4.1	Conocimiento disciplinar general	15
2.4.2	Conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas	16
2.5	CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO (CDC)	19
2.5.1	Conocimiento Didáctico del Contenido del profesor de Matemáticas (CDC-PM).....	20
2.6	CONOCIMIENTO CURRICULAR (CC)	20
2.6.1	Conocimiento curricular del profesor de Matemáticas (CC-PM)	21

2.7	CONOCIMIENTO DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS	22
2.7.1	Conocimiento disciplinar del formador de profesores de Matemáticas (CD_FPM)	23
2.7.2	Conocimiento didáctico del contenido del formador de profesores de Matemáticas (CDC_FPM)	28
2.7.3	Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas (CC_FPM)	47
3	METODOLOGÍA.....	55
3.1	CARACTERIZACIÓN DEL ESTUDIO	55
3.1.1	Estudio de caso	56
3.2	Fases para el tratamiento de los datos.....	59
3.2.1	Descripción del proceso.....	59
3.2.2	Fase 1: recolección de datos y análisis experimental	60
3.2.3	Fase 2: sistematización	62
3.2.4	Fase 3: elaboración y aplicación de una entrevista semi-estructurada	68
4	ANÁLISIS DE RESULTADOS	70
4.1	El Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CP_FPM-D)	71
4.2	Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CDC_FPM-D)	74
4.2.1	Conocimiento sobre los maestros en formación (SMF)	75
4.2.2	Conocimiento sobre las metodologías para la formación de profesores de Matemáticas (S_Met_FPM).....	80
4.3	Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente didáctico (CPRA_FPM-D).....	88
4.3.1	Conocimiento experiencial (Exp)	89
4.3.2	Conocimiento personal (Pers).....	90

4.3.3	Conocimiento grupal (Grup).....	92
4.4	Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CC_FPM-D)	92
4.5	Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CD_FPM-D)	96
5	CONCLUSIONES.....	109
5.1	Conclusiones relativas a los objetivos planteados	109
5.2	Conclusiones relativas al proceso de investigación y la metodología	113
5.3	Conclusiones propias del estudio realizado	114
5.4	Conclusiones generales y cuestiones abiertas.....	115
6	BIBLIOGRAFÍA	118
7	ANEXOS	i
7.1	Anexo 1 Tareas de aula en la formación docente Watson y Sullivan (2008). iii	
7.2	Anexo2: Ejemplos como herramientas en la formación de profesores.....	iv
7.3	Anexo 3 La regla de la divisibilidad por 9	v
7.4	Anexo 4 Tareas y el uso de artefactos en la formación de profesores	vi
7.5	Anexo 5 Resolución 5443 del 30 de Junio del 2010.....	vii
7.6	Anexo 6 Programas de Licenciatura en Matemáticas en Colombia	viii
7.7	Anexo 7 Códigos de las unidades de análisis de segundo nivel	x
7.8	Anexo 8 Códigos de las unidades de análisis de tercer nivel.....	xi
7.9	Anexo 9 Relaciones de pertenencia entre los diferentes niveles de las unidades de análisis	xiii
7.10	Anexo 10 ingreso de códigos y creación de redes en el software Atlas.ti xiv	
7.10.1	Análisis de videos con el software Atlas.ti	xvi
7.11	Anexo 11 Entrevista	xviii
7.11.1	Preguntas sobre datos biográficos:	xviii
7.11.2	Preguntas sobre dimensión Didáctica	xviii

7.11.3	Preguntas sobre maestros en formación	xix
7.11.4	Preguntas sobre disciplina.....	xx
7.11.5	Preguntas sobre metodología.....	xx
7.11.6	Preguntas sobre las creencias	xxi

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Enfoques de la DM	28
Tabla 2	Instrumento inicial para sistematizar los datos	62
Tabla 3	Códigos de las unidades de análisis de primer nivel	64
Tabla 4	Resumen del CP observado sesión a sesión	72
Tabla 5	Actividades con el uso de material concreto.....	85
Tabla 6	Ejemplo de cuadro sinóptico.....	86
Tabla 7	Programas de Licenciatura en Matemáticas en Colombia.....	ix
Tabla 8	Códigos de las unidades de análisis de segundo nivel.....	x
Tabla 9	Códigos de las unidades de análisis de tercer nivel	xii
Tabla 10	Relaciones de pertenencia entre los diferentes niveles de las unidades de análisis	xiii

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1	Relaciones entre las unidades de primer y segundo nivel	65
Ilustración 2	Proceso de categorización sobre el documento escrito	66
Ilustración 3	Red estructural de la familia del CD_FPM-D.....	67
Ilustración 4	Ejemplo usado en la narrativa	81
Ilustración 5	Desarrollo del ejemplo de la narrativa	81
Ilustración 6	Micro-enseñanzas	83
Ilustración 7	Tarea de elaboración de mapas conceptuales.....	86
Ilustración 8	Interfaz inicial de Atlas.ti.....	xiv

Ilustración 9 Menús para la creación de códigos en Atlas.ti	xiv
Ilustración 10 Tipos de relaciones en Atlas.ti.....	xv
Ilustración 11 Pasos para establecer relaciones entre códigos	xv
Ilustración 12 Pasos para la creación de redes	xvi
Ilustración 13 Proceso de categorización, sobre los videos	xvi

ÍNDICE DE MAPAS

Mapa 1 Esquema general del CP-FPM_D.....	71
Mapa 2 Esquema general del CDC_FPM-D.....	75
Mapa 3 Esquema general del CPRA_FPM-D.....	88
Mapa 4 Esquema general del CC_FPM-D	93
Mapa 5 Esquema general del CD_FPM-D	97
Mapa 6 Esquema general del CD-PM	100
Mapa 7 Esquema general del CDC_PM.....	103
Mapa 8 Esquema general del CC_PM	105
Mapa 9 Esquema general del conocimiento DE del FPM-D.....	107
Mapa 10 Relaciones entre CDC y CH	111
Mapa 11 Modelo de conocimiento del FPM-D.....	112

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1 Frecuencia del CP observado en cada sesión	73
Gráfica 2 Frecuencias del CDC_FPM-D.....	74
Gráfica 3 Frecuencias del C_PRA_FPM-D.....	91
Gráfica 4 Frecuencias del CC_FPM-D	95
Gráfica 5 Frecuencias del CD_FPM-D	97
Gráfica 6 Frecuencias del CD-PM	98
Gráfica 7 Frecuencias del CDC-PM	101
Gráfica 8 Frecuencias del CC-PM	103

Gráfica 9 Frecuencias del conocimiento DE_FPM-D	106
Gráfica 10 Frecuencias del CPG y DG del FPM-D.....	107

ÍNDICE DE SIGLAS Y ABREVIACIONES

Car_Ese:	Conocimiento de las Características Esenciales de un concepto
Car_Ese-D:	Conocimiento de las Características Esenciales de un concepto de Didáctica
CC_FPM-D:	Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CC_PM:	Conocimiento Curricular del Profesor de Matemáticas
CD_FPM-D:	Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CD_PM:	Conocimiento Disciplinar del Profesor de Matemáticas
CDC_FPM-D:	Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CDC_PM:	Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas
CH-D:	Conocimiento de la Historia de la Didáctica
CHM:	Conocimiento de la Historia de las Matemáticas
CPG:	Conocimiento Pedagógico General
CPRA_FPM-D:	Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
Cptos:	Comprensión de Conceptos
Cptos-D:	Comprensión de Conceptos de Didáctica
Cur_Disc:	Conocimiento del Currículo de otras Disciplinas
CyC_Cpto:	Conocimiento y Comprensión del Concepto
CyC_Cpto-D:	Conocimiento y Comprensión del Concepto en Didáctica
D_E:	Didáctica Específica
DG:	Didáctica General
Dif_Repr:	Conocimiento de las Diferentes Representaciones de un concepto

Dif_Repr-D:	Conocimiento de las Diferentes Representaciones de un concepto de Didáctica
Dis_Imp_New:	Conocimiento del Diseño e Implementación de Nuevos Materiales.
Discp_Ens:	Conocimiento de la Disciplina para Enseñar
Discp_Ens-D:	Conocimiento de la Disciplina Didáctica para Enseñar
EFilo:	Conocimiento de Escuelas Filosóficas
EFilo-D:	Conocimiento de Escuelas Filosóficas de Didáctica
EtyVal:	Conocimiento de la Ética y los Valores morales de la disciplina
EtyVal-D:	Conocimiento de la Ética y los Valores morales de la Didáctica
Exp:	Experiencial
F_Cpto:	Conocimiento de la Fuerza del Concepto
F_Cpto-D:	Conocimiento de la Fuerza del Concepto en Didáctica
For_Alter:	Conocimiento de las Formas Alternativas de aproximación al concepto
For_Alter-D:	Conocimiento de las Formas Alternativas de aproximación al concepto en Didáctica
Grup:	Conocimiento grupal
Id_Ens:	Conocimiento de las Ideas importantes para Enseñar un tópico
Just_Az:	Conocimiento de las Justificaciones para Aprender un tema
Mat_Ins:	Conocimiento de los Materiales para la Instrucción
PCE:	Sobre el Proyecto Curricular Específico
PCG:	Sobre el Proyecto Curricular General
Pers:	Conocimiento personal
Plan_Ens:	Conocimiento sobre la Planificación de la Enseñanza
Prer:	Conocimiento de los Prerrequisitos
Proced:	Conocimiento de los Procedimientos
Proced-D:	Conocimiento de los Procedimientos de Didáctica
Prop_Ens:	Conocimiento de los Propósitos de la Enseñanza

Prop_FPM:	Sobre los Propósitos en la Formación de Profesores de Matemáticas
PT:	Conocimiento de los Problemas Típicos
Rep_Bas:	Conocimiento del Repertorio Básico
Rep_Bas-D:	Conocimiento del Repertorio Básico en Didáctica
S_Mat:	Sobre las Matemáticas
S_Met_FPM:	Sobre Metodologías en la Formación de Profesores de Matemáticas
SE:	Sobre los Estudiantes
SMF:	Sobre los Maestros en Formación
Text:	Conocimiento del tratamiento y evaluación de los Textos

1 MOTIVACIONES, CONTEXTO Y CAMPO DE ESTUDIO

En este capítulo se presentan las motivaciones que llevaron a desarrollar el presente trabajo, junto con el planteamiento implícito de las necesidades existentes en el campo de la Educación que contribuyeron a la consolidación inicial del propósito de estudio. Posteriormente se describe el contexto espacio-temporal, seguido del planteamiento de la pregunta que guió el desarrollo y realización del presente trabajo así como los objetivos planteados.

1.1 MOTIVACIONES

La motivación inicial del estudio radica en las inquietudes profesionales, de los autores, frente al conocimiento del profesor de Matemáticas. A pesar de la corta experiencia profesional como docentes, reconocemos la importancia del uso de los conocimientos puestos en juego por los profesores en los procesos de enseñanza y la incidencia de estos en los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Estas inquietudes e interrogantes alrededor del conocimiento de los profesores son también compartidas, desde hace tiempo, por investigadores como Shulman (1986, 1987), Zamudio (2003) Ball, Hill y Bass (2005), Ponte y Chapman (2006) y Pinto (2010), entre otros.

Como se mencionó, el conocimiento del profesor de Matemáticas era motivo de interés para los autores, pero era necesario ir un poco más atrás, es decir, preguntarse por esas tareas, actividades y formación en general, que le permiten al profesor desempeñarse con “éxito” dentro y fuera del aula de clase en el ejercicio de su profesión; esto permitió ubicar el estudio en el campo de la Educación del Profesor de Matemáticas (EPM), más exactamente interesaba la formación de profesores; dicho interés fue cambiando a medida que los autores iniciaban su proceso de formación en la maestría en *Docencia de la Matemática*, ofertada por la UPN, ya que en el espacio académico: *seminario de investigación e innovación*, perteneciente a este programa, se evidenció la poca literatura en torno al conocimiento profesional del Formador de Profesores de Matemáticas (FPM), una cuestión aún incipiente en la investigación en Educación Matemática, como lo afirman Pinto y González (2008) de la cual se encuentran muy pocos resultados debido a su poca acogida, según lo ratifica Rico (1996 citado en Cardeñoso, Flores, & Azcarate, 1998).

El tema resultó muy llamativo, pues representaba la oportunidad de “hacer algo nuevo”, de indagar sobre los formadores de profesores en relación con su importancia en la formación profesional de los futuros profesores, ya que más allá de formarlos, ellos realizan tareas diversas, no sólo en formación inicial y permanente de docentes, sino también en planes de innovación,

asesoramiento, planificación y ejecución de proyectos en áreas de educación formal, no formal e informal (Vaillant, 2002).

Es precisamente esa importancia y el reto que esto representaba lo que finalmente dio origen al trabajo de grado que se presenta en este documento; cabe aclarar que la decisión de centrarse en el conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas (FPM) encargado del componente didáctico se debió por un lado, a la existencia de las videograbaciones de un curso de Didáctica, más específicamente del espacio académico denominado “Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra”, grabaciones realizadas con el objetivo de ser analizadas y servir como fuente de información de futuros estudios. Y por el otro, a la importancia que tiene la Didáctica de las Matemáticas en los procesos de formación de profesores de Matemáticas; se dice que es importante porque como se evidencia en los reportes del III encuentro de programas de formación inicial de profesores de Matemáticas², todos los currículos de las universidades participantes del evento incluyen la formación en Didáctica, por tanto se considera importante estudiar el conocimiento del formador encargado de preparar a los futuros profesores de Matemáticas en dicho componente.

1.2 CONTEXTO DE ESTUDIO

El estudio que se reporta en este documento es sobre el Conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente didáctico (CFPM-D), para ello, se hace un estudio de caso tomando como referencia las actuaciones de la Formadora de Profesores de Matemáticas (FPM) que guía el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra (EAAA) dicho espacio hace parte del programa de formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), y se encuentra en la finalización del ciclo de fundamentación en la línea del Álgebra. De igual forma hace parte del Ambiente de Formación de Pedagogía y Didáctica, permitiendo así, por su estructura, preparar a los futuros docentes en procesos prácticos de enseñanza y aprendizaje, en tanto que pretende brindar espacios de reflexión sobre constructos fundamentales de la educación, y su relación con cuestiones del contenido matemático.

Es preciso señalar que el currículo del espacio académico EAAA fue diseñado y desarrollado teniendo en cuenta las directrices propuestas para este tipo de espacios académicos, las cuales

² El Tercer Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas, se realizó en Bogotá el 24 y 25 de abril de 2008. En las memorias del evento se encuentran los programas académicos de formación de profesores de Matemáticas ofrecidos por las universidades participantes.

fueron planteadas por un grupo de profesores del Departamento de Matemáticas de la UPN. Una de estas directrices desemboca en los propósitos formativos del curso, los cuales se condensan en el siguiente párrafo:

El espacio académico EAAA busca fundamentar de manera teórica y práctica, en términos de Shulman, el conocimiento didáctico del contenido, necesario para el maestro en formación sobre aspectos referidos a la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos de la Aritmética y el Álgebra como: número (natural, racional, entero, irracional y real) y ecuación, y procesos como contar, simbolizar y generalizar. El propósito es aportar al futuro profesor de Matemáticas elementos necesarios para hacer propuestas innovadoras, generar ambientes de enseñanza propicios para el aprendizaje de estas dos áreas propias de las Matemáticas y reconocer las dificultades y potencialidades que surgen cuando se asume cierto modelo de enseñanza o se trata algún concepto, proceso o procedimiento aritmético o algebraico con ciertos énfasis didácticos (como representaciones o tipos de problemas) (Mora, 2013, p. 1).

En el espacio académico EAAA se aborda la Didáctica de la Aritmética y del Álgebra desde los enfoques epistemológico, curricular y cognitivo, como lo menciona la formadora del estudio de caso que aquí se presenta; en las orientaciones para el programa de este espacio:

Se contemplará tres frentes de trabajo: (i) la reflexión sobre la naturaleza de los objetos aritméticos y algebraicos, (ii) los aspectos curriculares sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra hasta ahora reconocidos y (iii) el estudio de propuestas de enseñanza o elementos a tener en cuenta en la enseñanza, en donde se incluye la identificación de materiales y recursos para el aula; y procesos propios del aprendizaje de algunos conceptos aritméticos o algebraicos (Mora, 2009, p. 3)

Cabe aclarar que la formadora ha estado a cargo del curso de manera interrumpida desde el segundo semestre del año 2010, lo cual se constituye en una razón de peso para la escogencia de este estudio de caso, agregado a ello, en su trayectoria académica cuenta con los estudios correspondientes a la Licenciatura en Matemáticas (2000) y la Maestría en Docencia de la Matemática (2004) cursados en la UPN. Actualmente es coordinadora de la Licenciatura en Matemáticas de esta universidad; no solo ha estado a cargo del curso de Aritmética en repetidas ocasiones, sino que también hizo parte del diseño y consolidación de la propuesta de los cursos de Aritmética y de Sistemas numéricos, ya que formó parte del grupo de investigación que los generó, por consiguiente cuenta con un amplio conocimiento de estos cursos, lo cual contribuye al manejo y trato que se le dan a las unidades de trabajo establecidas en el programa curricular del espacio de EAAA³, ya que como se ha mencionado, dicho espacio es la culminación del ciclo de fundamentación en la línea del Álgebra.

³ Las unidades de trabajo reportadas en el programa del espacio académico EAAA, son las siguientes (Mora, 2011b): Naturaleza de la Aritmética y el Álgebra, aspectos curriculares sobre la Aritmética y el Álgebra, enseñanza y aprendizaje de Sistemas Numéricos, La Generalización, la Simbolización, Ecuaciones.

1.3 JUSTIFICACIÓN

En los últimos años varios investigadores en Educación (Ball et al., 2005; Bolívar, 1993, 2005; Callejo, Llinares, & Valls, 2007; Cardeñoso et al., 1998; Godino, 2009; Pinto & González, 2008; Ponte & Chapman, 2006; Shulman, 1987) han concentrado sus intereses en el estudio del conocimiento del profesor. De hecho, con el pasar del tiempo este interés ha tomado varios giros. Por ejemplo, en las décadas de los ochenta y noventa, parte de la investigación se centró primero en el “conocimiento del profesor” y, poco después, en lo que “deben saber y saber hacer los profesores” o dicho de otra forma, en determinar los componentes del conocimiento base que debe tener un profesor para la enseñanza de su disciplina (Shulman, 1987). De este modo, se dio una nueva orientación a la formación del profesorado, en particular en torno a las Didácticas específicas destinadas a la formación de profesores.

Cabe aclarar, que si bien es cierto que la formación de profesores se ha constituido en un tema de investigación y de estudio en las últimas décadas, se ha especializado en relación con las disciplinas propias de la enseñanza (Ciencias y Matemáticas, por ejemplo), poco se ha cuestionado sobre el formador de profesores, lo cual hace necesario preguntarse por el conocimiento de estos formadores, ya que son ellos los encargados de la enseñanza de los futuros profesores, en este caso particular es de total interés el formador de profesores de Matemáticas, en este sentido se hace pertinente resaltar que uno de los aspectos más significativos de la profesionalización del profesor es que disponga de unas competencias específicas, basadas en unos conocimientos y unas destrezas adecuadas a su tarea profesional. Por consiguiente se espera que el formador de profesores de Matemáticas, al ser ante todo un profesor posea dichas competencias. Pero ¿cuáles son esas competencias específicas del profesor de Matemáticas? ¿Cuáles las del formador de profesores de Matemáticas? ¿Cómo podemos caracterizar el conocimiento profesional del formador de profesores de Matemáticas? ¿Cuáles son las componentes de dicho conocimiento? ¿Los mismos componentes reconocidos para la formación de profesores aplican para los formadores de profesores? ¿Dependen estos de la disciplina específica?

Con el fin de dar respuesta a las anteriores preguntas, surge este trabajo, en el que se pretende ilustrar en primer lugar, algunas de las principales propuestas existentes en torno al Conocimiento Profesional del Profesor (CPP) y de este modo plantear de forma análoga una propuesta en relación a los componentes del Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (en adelante CP_FPM-D). En segundo lugar,

se tiene como objetivo realizar una caracterización sobre los conocimientos que un FPM-D pone en juego en la clase, a partir del estudio de caso del espacio académico EAAA. En tercer lugar, se busca analizar las características comunes entre las propuestas teóricas y lo que se encuentre en el estudio de caso.

Las razones por las cuales se escoge el curso de EAAA son: i) la existencia de un material audiovisual, el cual consistía en las grabaciones de este espacio académico a lo largo de diferentes semestres. Para este estudio se eligieron los registros del primer semestre de 2013 y ii) la docente que orienta dicho curso cuenta con varios semestres de experiencia en él, es decir, es ella la encargada de orientar el espacio académico desde hace varios años, agregado a esto, hizo parte del grupo de profesores de la UPN que dio las orientaciones para esos cursos. Todo esto permite suponer que la elección del caso fue apropiada y que se podrán encontrar buenos elementos de trabajo.

Este estudio resulta importante, ya que contempla el conocimiento del FPM-D, desde la formación Matemática y la formación en Didáctica de las Matemáticas, disciplinas que influyen en el futuro profesor. Además, con este trabajo se pretende formular una propuesta en relación a los conocimientos requeridos por un formador de profesores de Matemáticas que tenga a su cargo la orientación de este tipo de espacios, es decir, cursos de Didáctica de las Matemáticas, lo cual se considera representativo e importante para la comunidad, ya que sería resultado de un trabajo investigativo alrededor del conocimiento profesional del formador de profesores, tema poco investigado en la Educación Matemática como lo asegura Rico (1996 citado por Cardeñoso et al., 1998). En esta medida, los resultados emergentes de este estudio, como lo son las dificultades que presentan los maestros en formación en cuanto al aprendizaje de los contenidos propios de la Didáctica, también aportan a la línea de investigación sobre el conocimiento del formador de profesores y por ende al campo de investigación sobre la EPM, adscrito al Departamento de Matemáticas de la UPN.

Respecto a nuestra formación docente, este trabajo se constituye en un espacio que permite por un lado, adquirir ciertos hábitos investigativos, que posiblemente se vean reflejados en un mejor desempeño docente por parte de los autores, o quizás logren cultivarse de tal manera que puedan aportar a la comunidad de Educación Matemática en un futuro próximo; por otro lado, este trabajo es un espacio propicio para la reflexión en torno a la importancia de los elementos (conocimiento, actividades, recursos, etc.,) que se ponen en juego a la hora de dar una clase, ya sea un profesor o un formador quien la dirija, claro está, manteniendo las diferencias y especificidades de cada caso.

En síntesis, la importancia y relevancia de esta propuesta radica en la necesidad de dar a conocer a los diferentes sectores de la comunidad educativa de la UPN, a quienes interesa, los resultados derivados del estudio, ya que como se expone en el planteamiento del problema, tanto el campo de investigación sobre la educación del profesor de Matemáticas, como las investigaciones en Educación Matemática, hacen implícitamente manifiesta la necesidad de abordar estudios que involucren el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas, lo cual ratifica la pertinencia de este trabajo para la UPN, ya que puede ser considerado como una fuente más de información sobre el desarrollo del espacio académico EAAA y al mismo tiempo dar paso a la reflexión, por parte de la formadora, en relación a sus actuaciones dentro del aula de clase y su correspondencia con el conocimiento que exhibe; de igual forma este puede ser visto como los lineamientos preliminares entorno al perfil profesional del formador de profesores que imparte este tipo de cursos.

1.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es innegable que todo profesional posee determinados conocimientos que le permiten desenvolverse en el campo en el que trabaja, y el profesor, al ser un profesional, no está excluido de esto. Pues bien, las investigaciones en Educación en países como Inglaterra, Noruega y Estados Unidos, se han orientado, en las últimas décadas, a estudiar dicho conocimiento, como lo afirma Simon y Flores (2010); dentro de esos estudios han surgido propuestas que pretenden categorizar los conocimientos que tiene o debería tener un profesor, entre estas se destacan Ball et al. (2005); Grossman (1990); Schön (1987); Shulman (1986); Tamir (2005); Zamudio (2003). La propuesta que realiza Shulman en el 86, para caracterizar el CPP, es considerada como una de las investigaciones pioneras en el campo del conocimiento del profesor (Godino, 2009), por consiguiente esta es catalogada como un pilar casi obligatorio para la mayoría de los estudios relacionados con este tema, o por lo menos un referente necesario.

Si bien se encuentran numerosos estudios referidos al conocimiento del profesor, y particularmente otros dedicados al estudio del conocimiento del profesor de Matemáticas, no se cuenta, o por lo menos no se encontraron hallazgos en la búsqueda realizada para este estudio, investigaciones frente al conocimiento del FPM y menos aún para el FPM dedicado a la formación del componente didáctico. Según Rico (1996 citado en Cardeñoso et al., 1998), el estudio del conocimiento, creencias y concepciones de los formadores de profesores, no ha tenido gran acogida en la comunidad de investigadores en educación, valdría la pena preguntarse por el porqué de este hecho, pero a decir verdad en este momento no se cuenta con una respuesta para ello, no obstante sí es pertinente cuestionarse sobre la importancia de este tipo de investigaciones, es decir, ¿son necesarias las

investigaciones en torno al conocimiento del FPM? la respuesta al anterior interrogante, pareciese muy obvia, Sí, pero ¿Por qué? según Gámez (2007), el formador de profesores es el profesional de la formación relacionada con el mundo del trabajo, es decir, los formadores son los encargados de guiar y preparar a los maestros en formación, por el camino que los conducirá a desempeñarse como profesionales de la educación el día de mañana.

Es lógico pensar que la preparación de los futuros profesores requiere del formador ciertas habilidades y destrezas relacionadas con la disciplina propia, en este caso las Matemáticas, pero ¿Cuáles son esas habilidades y destrezas? ¿Qué conocimientos debe poseer un formador de profesores de Matemáticas?, ahora bien, si no solo se habla de un FPM si no que se discute sobre los FPM-D, ¿en qué cambian las cosas? para dar respuesta a estas preguntas y teniendo en cuenta que en el campo de investigación de la Educación del Profesor de Matemáticas, una de sus líneas es el desarrollo profesional de los profesores de Matemáticas, y parte del trabajo aquí expuesto, se enfoca en asuntos relacionados con el CPP (Sánchez, 2011), surge la pregunta a la cual se pretende dar contestación con el desarrollo de este trabajo: ¿Cuáles son los componentes de los conocimientos puestos en juego por un formador de profesores de Didáctica de las Matemáticas en las clases, y cómo se evidencian?

1.4.1 Hipótesis:

Todo formador de profesores, posee conocimientos que se manifiestan en el desarrollo de las clases de manera implícita o explícita, dichos conocimientos son susceptibles de caracterizar según sus particularidades, adaptando propuestas de categorías de análisis del conocimiento del profesor, como las establecidas por Shulman (1986). Los conocimientos exhibidos por el formador de profesores en espacios académicos de Didáctica, que hacen parte de la formación de profesores, son diversos y difieren a los requeridos para la formación disciplinar del profesor.

Cabe aclarar que nuestro objeto de estudio, en este caso, el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas, no es en un sentido estricto un profesor de Matemáticas, sino un profesor de Didáctica de las Matemáticas, que también presenta en sus clases un discurso matemático que contribuye de manera sustancial a la formación de los futuros profesores de Matemáticas.

Gracias a lo anterior, es posible afirmar que los resultados obtenidos de este trabajo apuntarán en dos direcciones: 1) existe una similitud entre el CPP de Matemáticas y el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas, por tanto su caracterización no debe ser muy diferente de

las propuestas ya conocidas para el caso del Profesor de Matemáticas (PM) y 2) deben existir conocimientos propios del formador que sobrepasan los conocimientos del PM, y más aún si ese formador es el encargado del componente didáctico, ya que él tiene que enseñar cómo enseñar Matemáticas.

1.5 OBJETIVO GENERAL

Plantear una propuesta en relación a los componentes del conocimiento del formador de profesores de Matemáticas, encargado del ambiente didáctico.

1.5.1 Objetivos específicos

Identificar cuáles son los tipos de conocimiento más sobresalientes manifestados por un formador de profesores de Matemáticas a través de videos de un curso, el espacio académico de *enseñanza y aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra*.

Establecer relaciones entre los tipos de conocimiento identificados en un formador de profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.

Identificar y describir el conocimiento que posee el formador de profesores encargado del componente didáctico.

Proponer un modelo de conocimiento del formador de profesores, para el desarrollo de un espacio académico del componente didáctico, que hace parte del currículo correspondiente a la formación inicial del profesor de Matemáticas.

Analizar y establecer las relaciones existentes entre el conocimiento descrito para el formador de profesores y el conocimiento teórico sobre el profesor de Matemáticas.

Ejemplificar los tipos de conocimiento del formador de profesores de Matemáticas a través de episodios seleccionados de los videos observados.

Participar de un proceso que permita adquirir una serie de hábitos investigativos y nuevos enfoques educativos.

2 MARCO DE REFERENCIA

2.1 PRESENTACIÓN

Teniendo en cuenta que el objeto de este estudio es el conocimiento de un FPM, y reconociendo que dicho conocimiento debe incluir el conocimiento del Profesor de Matemáticas, ya que es el formador el encargado de la preparación de los profesores de Matemáticas, surge la necesidad de describir y puntualizar algunos aspectos referentes al objeto de investigación, así como aspectos referentes al desarrollo del CPP como línea de investigación, ya que esto servirá de base para la consolidación de la propuesta aquí presentada que se enmarca en la línea del conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas.

En este capítulo se presentan algunas ideas que dieron origen a la investigación acerca del CPP, posteriormente se describen algunas propuestas investigativas alrededor de este objeto, particularizándolo para el profesor de Matemáticas, incorporando algunos elementos que desde la teoría constituyen dicho conocimiento, para finalmente hacer una analogía del conocimiento del profesor de Matemáticas con lo que aquí se plantea como el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas.

En el presente trabajo se toman como referentes principales a Elbaz (1981 y 1983), Mingorance (1989) y Shulman (1986), considerados pioneros en la investigación sobre el conocimiento del profesor (Godino, 2009; Nieto, Jiménez, & Macías, 1995), y quienes presentan diferentes propuestas alrededor de este asunto. Los primeros, abarcando lo relacionado con el conocimiento práctico del profesor y Shulman, investigando acerca de los componentes del conocimiento base para la enseñanza que un profesor debería tener. Para este estudio, se asumirá como punto de partida las tres categorías propuestas por Shulman, en los trabajos desarrollados en 1986, a saber: Conocimiento Disciplinar (CD), el Conocimiento Curricular (CC) y Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC)⁴, y se propone una categoría del Conocimiento Práctico, atendiendo a algunas de las características encontradas en las propuestas de Elbaz (1981 y 1983) y Mingorance (1989) frente a dicho conocimiento, creando así la categoría de Conocimiento Práctico, como una composición de estas dos.

Dichos componentes del conocimiento del profesor han sido utilizados como referente para trabajos relacionados con el CPP, (Bolívar, 1993; Ruhama Even & DinaTirosh, 2002; Fennema &

⁴ Se aclara que para el presente estudio se llama Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) al constructo llevado bajo este nombre a los países hispanohablantes según traducción sugerida por Marcelo (1993 citado en Bolívar (2005)), pero que es conocido en los países de habla inglesa como PCK según sus siglas en inglés (Pedagogical Content Knowledge).

Franke, 1992; Hill & Ball, 2004; Lin, 2002; Nieto et al., 1995; Pinto, 2010; Pinto & González, 2008; Zamudio, 2003, entre otras); algunos de ellos estudiando a profesores de Matemáticas (Hill & Ball, 2004; Ponte & Chapman, 2006; Simon & Flores, 2010). Con base en estos cuatro componentes y en la tesis doctoral desarrollada por Pinto (2010), en este trabajo se hace una propuesta para lo que se puede considerar el Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas (en adelante CPFPM), específicamente de aquel profesor que enseña Didáctica de las Matemáticas.

Este trabajo se basa en los componentes antes mencionados, sin desconocer que en el ámbito de la Formación de Profesores de Matemáticas han surgido enfoques particulares para el análisis del Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas (en adelante CPPM), como son las propuestas de Rico (2004), Ball (2008), Stacey (2008) y Godino (2009), principalmente. Simplemente se han adoptado las propuestas de Elbaz (1983), Mingorance (1989) y Shulman (1986) ya que, como se mencionó anteriormente, son propuestas pioneras en el estudio del conocimiento del profesor y muchos de los actuales estudios, frente a esta problemática, han tenido como punto de partida dichas propuestas. Otra razón de la elección de estas propuestas es el carácter genérico de las mismas, ya que si bien emergieron de estudios particulares de profesores de Inglés, Biología, Matemáticas, entre otros, son propuestas que se pueden adaptar a un docente sin importar la disciplina a la que atiende. Además, las propuestas encontradas están centradas en el conocimiento matemático, lo cual difiere del objeto de este trabajo, pues en el CPFPM-D se incluye el conocimiento matemático pero no es el único, como se verá más adelante.

2.2 CONOCIMIENTO DEL PROFESOR

La propuesta de Shulman (1986) se origina como respuesta a las preocupaciones por los resultados desfavorables en el desarrollo de habilidades cognitivas en los estudiantes de secundaria, en exámenes nacionales e internacionales, buscando determinar el conocimiento base para la enseñanza y con ello rediseñar los currículos para la formación del profesorado (Bolívar, 1993). La investigación se desarrolla en el ámbito de una reforma educativa, la reforma de la enseñanza en Estados Unidos, donde se explicita la necesidad de elevar la enseñanza a la categoría de una ocupación más respetada partiendo de un supuesto básico, la existencia de una base de conocimiento para enseñar (Pinto & González, 2008).

El estudio de Shulman (1986) se desarrolla a partir de una revisión de documentos sobre los reportes educativos del Estado de California; en el estudio se muestra cómo durante el siglo XIX, existían

alrededor de 20 categorías con las cuales evaluaban a los profesores, entre ellas estaban disciplinas como Gramática, Aritmética, Geografía, Historia, etc. siendo estas el 95% de las categorías evaluadas, mostrando así que tan solo un 5% correspondía a la evaluación del componente pedagógico (Garritz & Trinidad, 2004). Shulman revela que dichos aspectos evaluativos, ponían en manifiesto el énfasis de las evaluaciones sobre el contenido disciplinar, particularmente sobre los contenidos que enseñaban los profesores, y se menospreciaban muchos de los elementos que se constituyen como conocimiento en la actividad docente, como el componente didáctico, el conocimiento de los contextos, entre otros. Las investigaciones referidas al conocimiento del profesor presentan un cambio de enfoque en la década de los ochenta, como lo reporta Shulman, en donde no solo está el interés por lo que debe saber un profesor sino por lo que debe saber hacer y determinar los componentes del conocimiento base que debe tener un profesor para la enseñanza (Shulman, 1987). De este modo la investigación dirigió su mirada al desarrollo del CPP (Abell, 2007, citado en Acevedo, 2009) del mismo modo en que la perspectiva investigativa tomaba un nuevo rumbo, aparecían nuevas teorías que conducían a buscar la mejora de prácticas docentes, como la teoría de la *Transposición Didáctica* de los contenidos propuesta por Chevallard (1985 citado por Bolívar, 2005), la cual, según Bolívar (2005) se corresponde con el CDC propuesto por Shulman⁵.

La propuesta de Shulman (1986), del conocimiento base para la enseñanza, tiene sus cimientos en describir tres categorías de conocimiento que deben ser parte del conocimiento del profesor, CD, CC y CDC. En relación con el problema que se aborda en este trabajo y a partir de los anteriores planteamientos se genera el siguiente cuestionamiento, ¿Los elementos que constituyen cada una de las categorías del CPPM, son los mismos en el formador de profesores de Matemáticas? Si la respuesta a la anterior pregunta es negativa, como se considera lo es, por la naturaleza del conocimiento a enseñar, surgen otras preguntas, como: ¿Qué elementos deberían considerarse en cada uno de tales componentes?, en particular ¿qué elementos incluiría el Conocimiento Práctico, el Conocimiento Disciplinar del formador de profesores de Matemáticas, el Conocimiento Didáctico y el Conocimiento Curricular? ¿Debería haber diferencia entre el CPFPM encargado del componente matemático y el del formador encargado del componente didáctico? Desde las revisiones en la literatura no se encuentran respuestas explícitas a estos interrogantes y no es alcance de este trabajo dar respuesta a todos ellos; solo será de interés dar respuesta a aquellos

⁵ Se destaca que la propuesta de Shulman (1986) corresponde a una investigación documental, basada en revisiones bibliográficas y no a una investigación con un proceso de sistematización de información de experiencias de profesores. En ella, Shulman brinda las bases de la línea de investigación Conocimiento del Profesor, que luego es transformada en CPP.

cuestionamientos que involucren al Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (FPM-D).

Para empezar, es importante destacar que se considera natural que el CFPM incluya el conocimiento del profesor de Matemáticas; en este sentido, se hace necesario hacer claridad sobre los elementos que se involucran en cada uno de los componentes del Conocimiento del Profesor de Matemáticas, desde las categorías propuestas por Shulman (1986), para con ello intentar determinar el Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CPFPM-D), con el objeto de establecer sus elementos constituyentes; así que en los siguientes apartados se puntualiza sobre cada una de las cuatro categorías generales explicitadas con anterioridad: CP, CD, CC, y CDC, y luego se centra la atención en el CPFPM-D, a partir de lo anterior.

2.3 CONOCIMIENTO PRÁCTICO DEL FPM-D

Reconociendo que CFPM-D es multiforme, es decir, que se conforma de una gama de conocimientos que van más allá de la disciplina que se enseña, se hace pertinente indicar que para este estudio se consideran diferentes categorías de conocimiento, que engloban el abanico de saberes que debe tener un FPM-D. El conocimiento práctico, que por su naturaleza es común para todo profesor, se asume como una categoría del conocimiento del FPM-D, ya que al ser el Formador de Profesores de Matemáticas un profesor, debe poseer dicho conocimiento.

Este tipo de conocimiento es la concreción consciente e inconsciente del formador sobre sus propias prácticas formativas, es decir el conocimiento generado de la reflexión que el docente hace de su quehacer, de las vivencias y de las situaciones experimentadas (Clandinin 1992 citado en Cruz, 2011), generalmente motivado por fracasos o problemas en torno a la enseñanza o a la gestión de la clase, o los conocimientos que desarrolla partiendo del saber implícito, empírico, artístico que el profesor construye en su desempeño diario dentro y fuera del salón de clase.

El conocimiento práctico es el que le permite al docente saber cómo actuar educativamente, es decir, cómo actuar para potenciar y motivar a los estudiantes, cómo actuar para transmitir esos conocimientos que pretende producir en él, cómo modificar la realidad existente con base en un proyecto intencionado; este conocimiento implica un método y una finalidad, fundamentado principalmente en el desarrollo de su práctica. Puede entenderse este conocimiento como “la reserva de información y habilidades que guía y conforma la conducta de una persona” (Tamir, 2005, p. 2)

Dicho conocimiento se puede caracterizar en cuatro aspectos fundamentales como lo afirma Mingorance (1989 en Nieto et al., 1995)

“... es **experiencial**, ya que el profesor se encuentra con los problemas cotidianos del aula, y día a día va perfilando las estrategias necesarias para su solución; **personal**, puesto que el bagaje de creencias, valores, actitudes y sentimientos es diferente para cada persona; **grupal**, dado que la permanencia con un grupo de compañeros, que viven y participan de una tarea común, les sirve para contrastar las propias ideas, y **contextual**, ya que la experiencia tiene lugar en un contexto social determinado.” (Nieto et al., 1995, p. 428)

En este mismo enfoque del estudio del conocimiento práctico, Elbaz (1983), quien fuera uno de los pioneros en la conceptualización de este tipo de conocimiento de los profesores (Zamudio, 2003), diferencia algunas categorías que se incluyen en el conocimiento práctico de los profesores a saber:

Conocimiento de sí mismo, que se refiere a los valores, las actitudes, las creencias y sentimientos personales del profesor. **Conocimiento del medio**, indica los diversos contextos en los que se desenvuelve el profesor: aula, escuela, comunidad, etc.; y la manera cómo influyen en la mentalidad y actividad del docente. **Conocimiento de la asignatura**, representa el conjunto de saberes teóricos y los procedimientos que el profesor emplea en la enseñanza. **Conocimiento del curriculum**. Se refiere a los diferentes elementos que incluye el proceso de enseñanza-aprendizaje. **Conocimiento de la instrucción**. Indica el enfoque de enseñanza e incluye las creencias y teorías sobre el aprendizaje que ha interiorizado el profesor. (Zamudio, 2003, p. 92)

Considerando las descripciones anteriores frente al conocimiento práctico, se puede concluir que este se compone de creencias, experiencias, valores, actitudes, estrategias, saberes teóricos, saberes frente a la enseñanza y el aprendizaje etc. Una gama bastante amplia de conocimientos; sin embargo, por cuestiones de claridad y para evitar solapamientos en los planteamientos que se presentarán en posteriores apartados del estudio, se consideran solo algunos de los elementos que consolidan el conocimiento práctico, y que se convertirán en unidades de análisis para el estudio, a saber: Conocimiento Experiencial, Conocimiento Personal y Conocimiento Grupal.

Las anteriores tipologías de conocimiento práctico, revelan muchas de las características de las propuestas de sus autores (Elbaz, 1983; Mingorance, 1989), sin embargo son una construcción propia de los autores del presente estudio, con base en los planteamientos y las características de las propuestas, descritas con anterioridad. En otras palabras se puede considerar una composición entre la propuesta de Elbaz (1983), la de Mingorance (1989) y la postura personal de los autores de este estudio.

2.3.1 Conocimiento experiencial (Exp)

Para Cruz (2011), a pesar de no considerar este conocimiento como una unidad separada dentro del conocimiento práctico, el conocimiento experiencial es aquel que utiliza el profesor para reelaborar el conocimiento formal que posee; es un conocimiento que le permite adaptarse a las diversas situaciones del aula y generar estrategias para enfrentar los posibles impases que se le presente y está orientado hacia las acciones de enseñanza, hacia situaciones prácticas; es un conocimiento con el que se busca intervenir en una realidad para modificarla. Además, es un conocimiento dinámico, que permanentemente se modifica, debido a su naturaleza, ya que está construido a partir de las experiencias, fructuosas y fallidas, y de la interacción en la práctica.

2.3.2 Conocimiento personal (Pers)

Como lo muestra el estudio de Clandinin y Connelly (1988) la idea de un conocimiento práctico personal se evidencia en el proceso de enseñanza y está integrado por la historia personal del docente. Incluye elementos propios de la profesión como: metas futuras, principios y creencias frente a su profesión, etc. Elementos que están fuertemente permeados por las creencias, valores, actitudes, sentimientos, emociones y toda la gama de cualidades intangibles propias de los seres humanos.

Además, como lo aseveran algunos autores (Elbaz, 1981; Clandinin & Connelly, 1988; Tamir, 2005; Zamudio, 2003), el conocimiento práctico personal, por su mismo carácter, será diferente en cada ser, por tanto, la intención de generalizar los resultados encontrados dentro de este tipo de conocimiento y generar un modelo de conocimiento personal sobre las prácticas de un Formador de Profesores de Matemáticas, quizá se vea menospreciada debido a la naturaleza misma de este conocimiento.

2.3.3 Conocimiento grupal (Grup)

Si bien se afirma que el conocimiento práctico es personal, se aclara que eso no significa que sea individual. De hecho, se reconoce que es una construcción social y cultural, que se construye en contacto con otros (Rodrigo, Rodríguez, & Marrero, 1993), con profesores, con alumnos, con grupos de práctica etc. Está constituido por representaciones individuales construidas sobre la base de experiencias adquiridas en el entorno social (Nieto et al., 1995). Con el objeto de diferenciar y evitar confusiones con el conocimiento experiencial, se consideran experiencias grupales, para efectos de este estudio, las generadas fuera del aula de clase, ya que el conocimiento emergente de la práctica en aula hace parte del conocimiento experiencial.

El conocimiento grupal será entonces aquel que emerge de las relaciones sociales compartidas con la comunidad docente, al igual que los conocimientos compartidos con un grupo en común, como lo son los grupos de investigación, los equipos de trabajo de área, los encuentros con pares, entre otros. Entonces se puede hablar de una cultura o unos principios comunes de los docentes, o de unos principios institucionales que rigen sus prácticas. A diferencia de los anteriores tipos de conocimiento, que hacen parte del conocimiento práctico, este tipo de conocimiento es de carácter declarativo, es decir, que si bien se puede evidenciar en la práctica, se hace necesario explicitar el origen del mismo para identificar el carácter grupal en su naturaleza.

2.4 EL CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO DISCIPLINAR (CD)

En este apartado se describe en qué consiste el Conocimiento del Contenido Disciplinar (CD) propuesto por Shulman (1986), a partir de lo cual se considera la pregunta ¿Cuál es el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas? Al intentar dar respuesta, surgen, de manera natural, algunos elementos que pueden incluirse en tal conocimiento, y con el fin de establecer dichos componentes, se describen a continuación las características del CD de manera general, posteriormente el CD del Profesor de Matemáticas, para posteriormente exponer el CD del Formador de Profesores de Matemáticas (FPM) y específicamente, el CD del FPM-D.

2.4.1 Conocimiento disciplinar general

Shulman (1986) presenta el conocimiento disciplinar necesario para la enseñanza como “... *la cantidad y organización de conocimiento per se en la mente del profesor*” (p. 9 de la traducción en Castellano, 2005). En otras palabras son los conocimientos de la materia que se va a enseñar. Además dentro de la presentación que hace del conocimiento disciplinar, Shulman afirma que:

El profesor necesita no únicamente conocer o comprender qué, sino además saber por qué esto es así, sobre qué supuestos estas justificaciones pueden ser ciertas y bajo qué circunstancias nuestras creencias en estas justificaciones pueden ser débiles y aún denegada (Shulman, 1986, p. 9 de la versión original en inglés; p. 12 de la traducción en Castellano, 2005)

Se plantea entonces la necesidad del conocimiento profundo de la disciplina objeto de enseñanza por parte del docente; esta postura es respaldada por varios investigadores (López, 1999 ; Llinares, 1993; Shulman, 1986; Valbuena, 2007) quienes consideran que un amplio conocimiento de la materia posibilita el incremento de actividades en el salón de clase, e incide notablemente en la enseñanza. Sin embargo, afirman que el conocimiento de la materia a enseñar es una condición necesaria pero no suficiente para la enseñanza y el aprendizaje del contenido.

Por otro lado Grossman (1990) concibe el conocimiento disciplinar como *“el conocimiento del contenido de una área temática, así como el conocimiento de las estructuras sustantivas y el conocimiento de las estructuras sintácticas de la disciplina”* (Grossman, 1990, p. 6), entendidas las estructuras sustantivas de una disciplina como los diferentes paradigmas que dentro de un campo afectan su organización y a las preguntas que guían la indagación posterior, y afirma que las estructuras sintácticas de una disciplina *“incluyen una comprensión de los cánones de evidencia y demostración dentro de la disciplina o una comprensión de cómo se evalúan las proposiciones, por los miembros de la disciplina.”* (Guacaneme, 2009, p. 4). Al respecto Valbuena (2007), menciona que los contenidos disciplinares *“...comprenden factores, conceptos, principios y procedimientos propios de la disciplina... corresponde a las interrelaciones que se establecen a nivel del conocimiento conceptual, esto implica una organización determinada...”* (2007, p. 74).

En relación con las generalidades del conocimiento disciplinar presentadas anteriormente, se evidencia la presencia de los contenidos de la disciplina, pero además, la incorporación de la compleja gama de relaciones que al interior de esta se manifiestan, y que permiten la organización y validación de la disciplina en sí.

En lo que sigue se intenta caracterizar el conocimiento disciplinar de las Matemáticas, para realizar una analogía posterior con lo que se podría considerar como conocimiento disciplinar de la Didáctica de las Matemáticas. Se hace con el objetivo de crear posteriormente un modelo del CP_FPM-D, modelo no reportado en las investigaciones.

2.4.2 Conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas

El estudio sobre el conocimiento disciplinar en la enseñanza de las Matemáticas ha tenido gran acogida por varios investigadores (Ball & Bass, 2000; Ball et al., 2005; Godino, 2009; Guacaneme, 2009; Llinares, 1995; Simon & Flores, 2010), tal conocimiento es considerado por algunos de estos autores (Ball et al., 2005) como una composición de conocimientos, y para definirlo, lo hacen a partir de las características de sus componentes, de tal forma que lo subdividen en: conocimiento común del contenido y conocimiento especializado del contenido.

Para Ball et al. (2005) el conocimiento común del contenido es el conjunto de habilidades que se espera tenga cualquier adulto formado en la disciplina, ya sea un matemático, un educador matemático, o profesionales de otras ramas como ingenieros, arquitectos, etc. Este se relaciona con el conocimiento del contenido que posee cualquier individuo con formación Matemática, pero un

conocimiento tratado como herramienta, sin que el individuo sepa necesariamente explicar el porqué del origen de lo que hace, es decir un conocimiento de saber hacer algo con las Matemáticas.

En este sentido Ball et al. (2005) mencionan las siguientes habilidades que debe poseer un profesor de Matemáticas, en tanto que posea este conocimiento: i) reconocer respuestas erradas e identificar definiciones inexactas en libros de texto, ii) utilizar correctamente la notación y iii) tener la capacidad de resolver las tareas que le propone a los estudiantes. Mientras que el conocimiento especializado, lo definen como las habilidades Matemáticas que el profesor requiere para su profesión, es decir un conocimiento que solo es necesario para el profesor, y que debe superar las habilidades del adulto con formación Matemática. Involucra, además de las anteriores habilidades, la de reconocer una variedad de representaciones Matemáticas, escoger alternativas en las explicaciones y reconocer los errores matemáticos de los estudiantes para tomar decisiones en cuanto a la enseñanza. Es decir, es un conocimiento relacionado con el saber cómo enseñar a hacer.

En relación con el conocimiento del contenido matemático, el profesor también deberá poseer un conocimiento de las relaciones existentes entre los distintos temas matemáticos y la manera en que evolucionan los aprendizajes de un mismo tema a lo largo de la escolaridad. Al respecto Simon y Flores (2010) definen el conocimiento disciplinar en términos de conocimiento matemático para la instrucción, conocimiento matemático común y conocimiento matemático especializado. El primero se basa en un entendimiento instrumental o procedimental de las Matemáticas, mientras que el conocimiento matemático especializado, además de incluir el conocimiento común, se basa en un entendimiento relacional de los conceptos.

Tanto en los trabajos desarrollados por Ball et al., como en los presentados por Simon y Flores, se deja ver cómo no solamente se hace necesario un conocimiento sobre procedimientos matemáticos para la enseñanza de esta disciplina. Además resaltan la existencia de otro tipo de conocimiento que involucra a los profesores y que se hace exclusivo de ellos, permitiéndole atender las necesidades propias de su profesión.

Para precisar un poco más, Pinto (2010) propone, (con base en Tamir (1988), Marks (1989), Even (1990), López (1999), Llinares (1993) y Baturo y Nason, (1996)), los siguientes componentes del conocimiento disciplinar en Matemáticas:

- (a) Conocimientos sobre la actividad Matemática general

- i. conocimiento de la historia de la disciplina, evolución, principales problemas y cambios en las nociones o conceptos, la naturaleza de las explicaciones, de la heurística y de los valores histórico-filosóficos,
- ii. conocimiento de las diferentes posturas o escuelas filosóficas en relación a cómo se crea y se construye el saber científico básico,
- iii. comprensión de aquellos conceptos, principios, hechos y teorías principales de la disciplina en cuestión, así como las posibles interrelaciones que pueden establecerse entre los mismos,
- iv. conocimiento del conjunto de procedimientos que sirven de base para que el conocimiento de los mismos progrese y avance, principales perspectivas o escuelas en el campo, cómo el campo se ha desarrollado a través del tiempo y quiénes han contribuido a ese desarrollo,
- v. conocimiento de la disciplina para enseñar a otras personas, desde una perspectiva sociocultural, de las diferentes materias que componen el currículo escolar,
- vi. conocimientos de la ética y valores morales y estéticos del contenido a enseñar, acerca de la cultura Matemática y sociedad.

(b) Conocimientos por tópico específico matemático

- i. características esenciales (correspondencia entre idea mental y concepto matemático, imagen del concepto, atributos críticos del concepto, ejemplos prototipos, distinción entre ejemplos concretos y no-ejemplos, actualización del cambio en el concepto),
- ii. diferentes representaciones (comprender los conceptos en diferentes representaciones, trasladar y formar conexiones entre estos),
- iii. formas alternativas de aproximación (familiarización con las principales alternativas de aproximación del concepto, sus usos en las diferentes ramas de la Matemática, en otras disciplinas y en la vida diaria, así como el estudio de las posibles adecuaciones de estas aproximaciones a ciertas situaciones),
- iv. la fuerza del concepto (nuevas oportunidades que originan nuevos conceptos, características únicas y propiedades relevantes del concepto, relación con otros conceptos, subtópicos o subcomponentes, visto desde una manera multidireccional e integral),
- v. repertorio básico (conocer y tener fácil acceso a familias de ejemplos específicos, ejemplos potentes que ilustran principios importantes, propiedades, teoremas, etc., aspectos prácticos en la escuela que se incluyen en el currículo),
- vi. conocimiento y comprensión del concepto, (conocimiento conceptual y procedimental del concepto, y las relaciones de éstos),
- vii. conocimiento acerca de las Matemáticas (conocimiento acerca de la naturaleza de las Matemáticas, formas del significado y procesos).(Pinto, 2010, pp. 23, 24)

En este sentido, los autores citados profundizan en el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas, y lo definen a partir de la conformación de componentes, unos apuntando a la parte procedimental, y otros a la parte conceptual, enfatizando en el establecimiento de relaciones dentro de las mismas Matemáticas, no solo en el entendimiento del cómo, sino en el porqué.

2.5 CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO (CDC)

El CDC hoy en día, y desde hace un par de décadas, se ha venido posicionando como uno de los focos de mayor atención en el campo de investigación de la Educación del Profesor, o por lo menos eso es lo que dejan ver las investigaciones que se han desarrollado alrededor de este tema o lo han empleado como fundamento teórico (Acevedo, 2009; Ball et al., 2005; Bolívar, 2005; Garritz & Trinidad, 2004; Grossman, 1990; Pinto, 2010; Pinto & González, 2008; Schön, 1987; Shulman, 1986; Valbuena, 2007), pero ¿qué es el CDC? Para Shulman (1987, p. 8 de la versión original en inglés; p. 11 de la traducción en Castellano, 2005), el CDC representa:

“... la mezcla entre el contenido y la Didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses de los alumnos, y se exponen para la enseñanza.” (p.11)

Esto, dicho en otras palabras, es la combinación entre el conocimiento de la materia a enseñar, junto con el conocimiento pedagógico y conocimiento Didáctico relativos a la enseñanza de dicha materia, para lo cual se hace necesario disponer de diversas formas de presentación y formulación de la materia, para que esta sea comprensible a los demás, es decir, el profesor debe disponer de representaciones útiles, analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y las demostraciones más poderosas de los temas tratados, incluyendo la comprensión de lo que hace que el aprendizaje de un tema determinado sea fácil o difícil, al igual que el conocimiento de las concepciones y preconceptos que los estudiantes (de diferentes edades, contextos y experiencias) traen consigo al aprender dichos temas (Shulman, 1986).

Aunque lo anterior pareciese de fácil comprensión, el CDC es un concepto complejo no solo por todo lo que implica sino por las diferentes interpretaciones que con el tiempo se han hecho (Abd-El-Khalick, 2006; Berry, Loughran y Van Driel, 2008). Al inicio, Shulman distinguió dos componentes del CDC: el conocimiento que tiene un profesor con relación a: (i) los estudiantes como aprendices y (ii) la enseñanza de temas concretos.

El conocimiento de los estudiantes como aprendices incluye el conocimiento detallado sobre las ideas previas de los estudiantes con relación a un tema, las dificultades que surgen en la construcción de ciertos contenidos y por ende en el aprendizaje de los mismos, así como el interés y la motivación que pueden despertar dichos contenidos en los aprendices. Un buen conocimiento de los estudiantes permite al profesor interpretar mejor sus ideas y acciones, con el objetivo de mejorar la organización de la enseñanza y enfocar las estrategias Didácticas hacia mejores representaciones del contenido.

El conocimiento detallado de la enseñanza de un tema le permite al profesor anticipar los componentes y las relaciones entre los contenidos que pueden presentar más problemas para su comprensión (Shulman, 1987). En este orden de ideas, el tener un buen conocimiento sobre la asignatura que se imparte implica saber que algo es así, comprender por qué lo es y saber bajo qué circunstancias es válido.

2.5.1 Conocimiento Didáctico del Contenido del profesor de Matemáticas (CDC-PM)

Teniendo en cuenta lo anterior, en este apartado se pretende particularizar el Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas (en adelante CDC-PM). El estudio de este conocimiento se constituye hoy en día en una línea de investigación que se orienta a analizar su naturaleza conceptual y epistemológica, sus componentes, características y el grado de conocimiento matemático (genérico o específico) que tienen o deben poseer los profesores; así como sus relaciones con la enseñanza y el aprendizaje y con otros dominios de conocimiento. Como ya se mencionó, el CDC, según Shulman, contempla dos componentes, los cuales se especifican teniendo como base las implicaciones para el profesor de Matemáticas:

Conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, esto es, conocimiento del contenido de las Matemáticas. Muchos expertos (por ejemplo, Even (1990); Llinares (1993); García (1997); López (1999)) opinan que los profesores necesitan tener un sólido conocimiento matemático para la enseñanza. Conocer bien el contenido de una lección incrementa la capacidad del profesor para realizar actividades diferentes en el aula, coordinar y dirigir las intervenciones y preguntas de los estudiantes, generar un cúmulo de estrategias de enseñanza vinculadas con el contenido y profundizar en el porqué y el para qué de las Matemáticas.

Conocimiento de los estudiantes, hace referencia al conocimiento de los procesos de aprendizaje del estudiante con relación al contenido que se enseña; para ello hay quienes señalan que el profesor además de conocer los procesos psicológicos de aprendizaje, debe también conocer cómo aprende un alumno a estudiar un contenido específico. Esto implica conocer el origen y evolución del proceso cognitivo del estudiante según su edad, experiencia y escolaridad, las motivaciones, las expectativas, las maneras de aprender, las concepciones y dificultades relativas al aprendizaje.

2.6 CONOCIMIENTO CURRICULAR (CC)

En el presente apartado se presenta lo que en la literatura se encuentra como CC y de manera más específica, dicho conocimiento para el caso del profesor de Matemáticas.

El CC, según Shulman (1986)

“... está representado por el abanico completo de programas diseñados para la enseñanza de temas particulares que se encuentra disponible en relación con estos programas, al igual que el conjunto de características que sirven tanto como indicaciones como contraindicaciones para el uso de currículos particulares o materiales de programas en circunstancias particulares” (citado en Garritz & Trinidad, 2004, p. 2).

Como se observa, el CC estará constituido por el conocimiento de materiales instruccionales para enseñar diversos contenidos, por ejemplo: los programas, libros de texto, manuales, *software* diseñados para la enseñanza, que sirven de herramientas al profesor para presentar el contenido, también el conocimiento de materiales manipulativos que ayuden a representar ideas y conceptos propios de la disciplina. Además, incluye el conocimiento de los objetivos, contenidos, orientaciones curriculares y recursos disponibles para la enseñanza, que permiten al profesor guiar su práctica y seleccionar las tareas *adecuadas* para el aprendizaje.

El conocimiento curricular es importante según Valbuena (2007) ya que permite a los profesores conocer alternativas para afrontar los procesos de enseñanza y aprendizaje, alternativas referentes a las materias que cursan los alumnos, los materiales y recursos disponibles para afrontar la enseñanza, etc.

2.6.1 Conocimiento curricular del profesor de Matemáticas (CC-PM)

En lo que compete al CC del Profesor de Matemáticas, y con base en los planteamientos de Shulman, se puede establecer que está constituido por el conocimiento de materiales como los estándares internacionales de Matemáticas y la política educativa para la educación en Matemáticas propia de cada región, y para contenidos específicos de las Matemáticas, los libros de texto válidos para enseñar diversos conceptos. También incluirá el conocimiento de los programas (planes de área) y materiales manipulativos (como geoplano, polígonos encajables, tangram, teselados, poliminós, cubosomas), al igual que *software* (como Cabri-Geometre, Geogebra, Derive entre otros programas) que ayudan a representar ideas Matemáticas.

En este sentido, Pinto (2010) presenta el CC del profesor de Matemáticas en dos niveles: por un lado, hace referencia a los propósitos y fines de la enseñanza de las Matemáticas, en determinados niveles de escolaridad, y por otro a los programas curriculares y materiales para la enseñanza de un contenido específico. Además, en dicha propuesta, el CC no solo es un conocimiento estático, sino que involucra la selección, secuenciación y transformación de los conceptos para convertirlos en conocimiento escolar. Para Pinto el CC del profesor de Matemáticas incluye:

- i. conocimiento de los propósitos de la instrucción Matemática en general, para referirse principalmente a tres aspectos: la importancia de las Matemáticas en la escuela, el significado de aprenderla y el valor de cada uno de los contenidos dentro del ámbito escolar,
- ii. conocimiento de las justificaciones para aprender un tópico dado, que consiste en conocer y utilizar una variedad de formas específicas para la materia, para justificar los tópicos específicos y con ello motivar a los estudiantes para aprender,
- iii. conocimiento de las ideas importantes para enseñar un tópico dado, que son aquellas que los alumnos necesitan aprender acerca de estos tópicos, como son los procesos, conceptos del currículo, la capacidad y esfuerzo del estudiante, formas intuitivas de representación y otros,
- iv. conocimiento de los prerrequisitos de conocimiento para un tópico dado, en los diferentes momentos del ciclo didáctico y estudio del tópico (ej. tópico dentro del mismo currículo, tópico y herramientas conceptuales y procedimentales previas, experiencia en el manejo del tópico o concepto y experiencia en procesos de pensamiento similares),
- v. conocimiento de los problemas típicos de la “escuela Matemática”, que muestre una familiaridad con problemas típicamente encontrados en la instrucción Matemática
- vi. conocimiento de los materiales para la instrucción del contenido matemático o para una determinada noción, sus características, los textos y materiales básicos y alternativos, software, calculadoras, programas específicos, problemas, ejercicios, guías, proyectos, ilustraciones, casos, materiales visuales, películas de y sobre conceptos o tópicos, demostraciones en laboratorios, programas o simuladores on-line, recursos en Internet, etc., y de los materiales curriculares que los estudiantes tienen en otras materias;
- vii. conocimiento del tratamiento y evaluación de los textos y materiales de la materia en cuestión, su organización razonada de tópicos, las actividades y problemas que presentan, sus efectos en el aprendizaje del estudiante, de la relación con el contenido y las estrategias instruccionales que proponen y sobre los criterios de uso, selección y adecuación para la enseñanza o aprendizaje de un tópico matemático.
- viii. conocimiento sobre la planificación de la enseñanza del contenido matemático, que incluye el conocimiento del diseño, evaluación y modificación del programa escolar, de las características del currículo matemático (según el grado y nivel de enseñanza), de las relaciones con otros contenidos matemáticos y de las tendencias curriculares específicas de la educación Matemática;
- ix. conocimiento del currículo de otras disciplinas escolares, que incluye la revisión de programas, textos, materiales y recursos con el objeto de establecer con éstas una mayor vinculación con la Matemática y el tópico específico que se trate;
- x. conocimiento del diseño e implementación de nuevos materiales de la materia en cuestión, que implica el conocimiento teórico y práctico del estudio del diseño y evaluación de materiales curriculares de contenido matemático. (Pinto, 2010, p. 30)

Hasta aquí se ha descrito el conocimiento del profesor en general y en particular del profesor de Matemáticas, pero como el objeto de este estudio es el CPFPM-D, es necesario presentar los elementos que se van a considerar como constituyentes de tal conocimiento.

2.7 CONOCIMIENTO DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

En este apartado se establecen los elementos propios del CFPM-D dentro de las cuatro unidades de análisis que se toman como referente para el estudio, y se propone un estudio análogo al presentado anteriormente para el profesor en general y para el de Matemáticas en particular en

esta propuesta es de interés el CPFPM-D, ya que se considera existe una diferencia entre el conocimiento que exhibe un formador de profesores encargado del componente matemático y el encargado del componente didáctico, diferencia que se asume se da por la naturaleza de la disciplina a enseñar.

Se parte del hecho que estos profesionales (los formadores de profesores de Matemáticas encargados de la enseñanza del componente didáctico, como gestores principales de la enseñanza, al igual que los profesores de Matemáticas) también deben poseer un conocimiento que los hace profesionales en su campo, y que les permite tener múltiples herramientas para la enseñanza de su disciplina, la Didáctica de las Matemáticas. Además dicho conocimiento es particular y diferente al que posee un profesor de Matemáticas, se sustenta este argumento en dos hechos principales: (i) el contexto en el que se desenvuelve el FPM-D difiere al del profesor de Matemáticas, así que debe poseer una particular mirada acerca de las Matemáticas mismas y de su Didáctica, de su enseñanza y aprendizaje. También debe poseer una concepción diferente sobre los alumnos (los docentes en formación), sobre los objetivos de su labor, las políticas educativas propias de la formación de profesores, etc. todo lo que involucra su rol docente. (ii), la disciplina misma que está enseñando (para el caso del profesor de Matemáticas la disciplina son las Matemáticas y para el caso del FPM-D la disciplina es la Didáctica de las Matemáticas), respecto a este argumento, cabe señalar que el FPM-D, a pesar de no tener como meta principal enseñar Matemáticas, los aspectos teóricos de contenidos didácticos están referidos a contenidos matemáticos, por lo que se hace necesario incluir dentro de los componentes del conocimiento profesional, el conocimiento matemático.

Se advierte que la investigación centrada específicamente en los formadores de profesores en general es escasa (como han señalado C. Smith (2003), Van Velzen y Volman (2009) y Laure (2007)) y más escasa aun lo es para los formadores de profesores de Matemáticas y naturalmente, casi nula cuando la especificidad es el Formador en Didáctica de las Matemáticas. Por tal razón muchos de los elementos que componen cada una de las categorías de análisis, que se presentan a continuación, son el resultado de un desarrollo análogo a las propuestas consideradas en los apartados anteriores y una construcción inédita de los autores de este trabajo.

2.7.1 Conocimiento disciplinar del formador de profesores de Matemáticas (CD_FPM)

Para iniciar este apartado se hace necesario esclarecer algunas cuestiones que emergen alrededor del FPM-D: ¿Qué características tiene el FPM-D? ¿Qué conocimientos se espera posea

con relación a la disciplina que enseña? ¿Su conocimiento disciplinar incluye sólo conocimiento de la Didáctica de las Matemáticas? ¿Incluye otros conocimientos? Si bien ya se hizo explícito que el CPFPM-D debía incluir el conocimiento del profesor de Matemáticas, en esta sección se argumenta por qué esto debe ser así, además de postular que el conocimiento del profesor de Matemáticas está incluido, particularmente, en el conocimiento disciplinar del FPM-D.

Atendiendo a lo anterior y reconociendo que el formador es considerado como el responsable de proporcionar a los futuros docentes bases sólidas de conocimiento, e instrumentos para su desarrollo; (como lo asegura K. Smith (2005) los formadores de profesores no solo apoyan a los estudiantes de profesorado en el aprender a enseñar, sino que sirven de guía y modelo) cabe cuestionarse ¿Qué aspectos son comunes y cuáles se diferencian, en el sistema didáctico del profesor de Matemáticas y el del formador de profesores de Matemáticas? Uno de los aspectos que se considera marca la diferencia es el conocimiento que se emplea en uno y otro proceso de enseñanza. Mientras en el profesor de Matemáticas el conocimiento a enseñar pertenece a las Matemáticas y en particular a las Matemáticas escolares y su conocimiento profesional gira en torno a este, en la formación de profesores de Matemáticas, además de intervenir esos mismos conocimientos, se están introduciendo conocimientos didácticos relacionados con la enseñanza de las Matemáticas en temas particulares y aspectos didácticos para la enseñanza de dichos conocimientos didácticos, lo que constituye algo que se podría llamar la *Didáctica de la Didáctica*.

Bajo esta mirada se infiere y asume, para el presente estudio, que todos los componentes de conocimiento que debe poseer un profesor de Matemáticas, estarán incluidos en el Conocimiento Disciplinar del FPM-D, dado que el formador de profesores debe contribuir a los docentes en formación inicial a comenzar su proceso de aprender a enseñar y acrecentar su conocimiento profesional. Por tanto si su propósito es tal, el FPM-D deberá tener, como mínimo, el conocimiento presupuestado para quien será sujeto de formación, y hará parte del Conocimiento Disciplinar ya que será sobre estos componentes sobre los que se formará al futuro profesor. En este sentido, también incluirá un Conocimiento Pedagógico General (CPG), descrito en el siguiente apartado.

2.7.1.1 Conocimiento Pedagógico General (CPG)

Además de contemplar dentro del CD_FPM-D, los conocimientos propios del profesor de Matemáticas, se incluye el Conocimiento Pedagógico General (CPG), que como lo señala Pinto (2010), ya había sido reconocido por Shulman como un componente de la teoría del conocimiento base para la enseñanza, pero no lo hace de manera explícita como con los tres componentes antes

descritos, propuestos por él en 1986. Sin embargo, en posteriores propuestas (Shulman, 1987) incluye el CPG y lo describe como el conocimiento referido especialmente a aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase que posee un educador *per se*. Es el conocimiento de métodos de enseñanza que posee un educador sin importar la disciplina a la que atiende.

El CPG comprende las habilidades, estrategias y principios que utilizan los profesores para dirigir sus clases. Shulman considera que este componente del conocimiento “... *incorpora las capacidades más genéricas para la planificación de las lecciones y unidades, la organización y dirección de las clases, las técnicas de enseñanza, la evaluación y calificación del estudiante, etc.*” (1987, p. 11). Es entonces, un tipo de conocimiento particular que los profesores en general poseen, ya que, trasciende la asignatura, el nivel del curso y otras condiciones del contexto. En otras palabras este conocimiento es el que identifica a los profesionales de la educación, sin importar cuál sea el nivel de escolaridad en el que se desempeñe. Debido a sus cualidades genéricas, el CPG servirá en este trabajo como categoría de análisis sobre la comprensión y utilización de dicho conocimiento por parte del FPM, quien, como se ha venido reiterando, también es un profesor, por tanto se considera debe poseer este dentro de sus conocimientos.

Hasta aquí se ha destacado que dentro del conocimiento disciplinar del FPM-D, se incorpora el CPPM, pero ¿son estos elementos los únicos que comprenden este conocimiento? Se considera que no es así. Al hacer referencia a la Didáctica de las Matemáticas (DM), es claro que el conocimiento que está en juego debe incluir elementos propios de esta disciplina ya que algunos aspectos propios de la DM serán el objeto de enseñanza en el curso estudiado. Con base en lo anterior se describe entonces, lo que el FPM-D debería conocer respecto a la disciplina a enseñar.

De acuerdo con Pinto (2010) (quien afirma que como parte del conocimiento de la materia, el profesor debe conocer las teorías, modelos, conceptos, hechos y formas, significados y procesos; comprensión y conocimiento de todos los niveles de la materia a enseñar) se puede señalar entonces que el FPM-D deberá conocer, de la Didáctica de las Matemáticas, sus teorías, modelos, conceptos y todos los aspectos anteriores que se nombran para el caso del profesor de Matemáticas, por tanto es necesario precisar qué se entiende acá por Didáctica de las Matemáticas, para ello se destacan sus principales enfoques teóricos⁶, personajes y términos en el siguiente apartado.

⁶ Se asume por “teoría” en el presente estudio “... una estructura conceptual de variables y relaciones entre ellas que comprende los aspectos esenciales de un conjunto de fenómenos. Tiene un carácter descriptivo y productivo y es

2.7.1.2 Enfoques de la Didáctica de las Matemáticas

Teniendo en cuenta que el campo de acción del FPM-D, es fundamentalmente la Didáctica de las Matemáticas (DM), se presenta enseguida un cuadro (Tabla 1) en donde se recopilan las principales teorías de la DM que reconocen los autores de este trabajo, donde se exponen los aportes de dichas teorías, algunas de sus ideas centrales, los términos que cada una de ellas introduce como propios de su desarrollo y algunos de sus principales exponentes⁷.

<i>Teorías</i>	<i>Algunos términos</i>	<i>Hipótesis / idea</i>	<i>Personajes</i>
<i>Teoría de las situaciones Didácticas (TSD)</i>	<i>Situación, Situaciones Didácticas, Situaciones a-Didácticas, sentido, devolución, variable Didáctica, institucionalización. (Guzmán, 2005)</i>	<i>El conocimiento construido o usado en una situación es definido por las restricciones de dicha situación, por tanto, creando ciertas restricciones artificiales el profesor es capaz de provocar que los estudiantes construyan un cierto tipo de conocimiento.</i>	<i>Brousseau, Chevallard</i>
<i>Teoría antropológico de lo Didáctico</i>	<i>Praxeología, Prácticas, Saber hacer, Equipamiento praxeológico</i>	<i>La TAD introduce una conceptualización unitaria sencilla en términos de praxeologías para referir a cualquier estructura posible de actividad y conocimiento. Se parte del postulado que toda actividad humana se puede describir como la activación de praxeologías, asumiendo así que, en la perspectiva antropológica adoptada, toda práctica o “saber hacer” aparece siempre acompañada de un discurso o “saber” (un logos) es decir una descripción, explicación o racionalidad mínima sobre lo que se hace, el cómo se hace y el porqué de lo que se hace.</i>	<i>Gascón, Chevallard</i>
<i>Educación Matemática Realista (EMR)</i>	<i>Matematización, reinención guiada, heterogeneidad cognitiva, fenomenología Didáctica, principio de actividad, principio de realidad, principio de reinención, principio de niveles. (Bressan, Zolkower, & Gallego, 2004)</i>	<i>Para Freudenthal el aprendizaje y la enseñanza se basa en la noción de “reinención-guiada”, que no es otra cosa que “un balance sutil entre la libertad de aprender y la fuerza de guiar”. La idea no es transmitir la Matemática como un conocimiento acabado y hecho por otros, sino guiar a los estudiantes en la matematización de situaciones “realistas” que se les presenten para ser organizadas por medios matemáticos. “Realista” no</i>	<i>Freudenthal</i>

completa dentro de un dominio bien delimitado. Se trata, por tanto, de modelos analíticos que tratan de explicar un rango amplio de fenómenos en términos de unos pocos conceptos básicos.” (Godino, 1991, p. 6)

⁷ Las referencias empleadas en la elaboración de esta cuadro son: Godino (2010), Reyes (2009), Castillo (2004), Carrera (2001), Vergnaud (1990), entre otros.

		<i>implica aquello que existe necesariamente, sino más bien lo realizable, es decir, situaciones que los estudiantes puedan imaginar, pensar y actuar por sí mismos.</i>	
<i>Teoría de la Educación Matemática Crítica (EMC)</i>	<i>Escenario de aprendizaje, ambientes de aprendizaje, modelo matemático, comunicación crítica, instrumentos de reflexión crítica, El pensamiento crítico, Entorno social, democracia, racionalidad, subjetividad</i>	<i>La Teoría Crítica de la Educación busca una coherencia entre las formas de entender el mundo, la sociedad, el sujeto... que sirva de referente en el quehacer educativo cotidiano, en el proceso de transmisión de conocimientos, en las formas en las que se concretan las actuaciones del profesor. Conseguir "teorías sociales, no sólo en el sentido que reflejan la historia de las sociedades en que aparecen, sino también en el que encierran ideas sobre el cambio social, y en particular, sobre el papel de la educación en la reproducción y transformación de la sociedad"</i>	<i>Skovsmose</i>
<i>Enfoque Sociocultural</i>	<i>Aspectos socioculturales, constructivismo social,</i>	<i>Surge del énfasis en una concepción del conocimiento matemático como proceso social y cultural.</i>	<i>Sierpinska, Kilpatrick Radford</i>
<i>Teoría de los campos conceptuales</i>	<i>Filiación, ruptura, significados, significantes, concepto, esquema, automatización</i>	<i>Su principal finalidad es la de proporcionar un marco que permita comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos, entendiendo por "conocimientos" tanto los saber-hacer como los saberes expresados. Un concepto no puede ser reducido a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza. A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el niño.</i>	<i>Vergnaud</i>
<i>Enfoque ontosemiotico(E Os)</i>	<i>Objeto, concepción, significado, significado institucional de un objeto matemático, significado personal de un objeto matemático, práctica Matemática, configuraciones y trayectorias Didácticas, (Godino, 2012)</i>	<i>La problemática inicial abordada por el EOS tiene una cuestión epistemológica de base (precisar y explicitar la naturaleza del objeto matemático y su emergencia a partir de las prácticas Matemáticas), y un problema cognitivo (caracterizar el conocimiento desde el punto de vista subjetivo), que se abordan simultáneamente y en relación dialéctica. Posteriormente se abordará la elaboración de una ontología Matemática explícita (tipos de objetos y procesos matemáticos) que permita describir en términos operativos el significado del objeto matemático, tanto desde el punto de vista institucional como personal.</i>	<i>Godino, Chevallard</i>
<i>Teoría de las representaciones</i>	<i>Representación, modelo, representaciones semióticas</i>	<i>Las representaciones sirven a las personas tanto como estímulos para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales, como para la comunicación con otros, y la objetivación o validación hacia sí mismo de comprensiones (imágenes mentales y concepciones). En Matemáticas, las representaciones no sólo</i>	<i>Duval</i>

		<i>son indispensables para los fines de comunicación, sino que también son necesarias para la propia actividad Matemática, ya que la posibilidad de efectuar tratamientos sobre los objetos matemáticos se realiza a través de las transformaciones ejercidas sobre sus representaciones.</i>	
<i>EtnoMatemática</i>	<i>EtnoMatemática, Matemática de las etnias, oficios artesanales, culturas locales.</i>	<i>La EtnoMatemática nace de estudios antropológicos que se enfocan en cómo manejan los conceptos matemáticos algunos grupos culturales determinados, generalmente pueblos originarios aislados o con escasos contactos con la sociedad 'occidental'. Los antropólogos descubrieron que algunos grupos culturales, tanto pueblos indígenas como también gremios, utilizaban unas Matemáticas que parecían muy distintas de las que estamos acostumbrados a entender comúnmente y a ver en la escuela.</i>	<i>D'ambrosio Bishop</i>

Tabla 1 Enfoques de la DM

Con esta breve presentación de los principales enfoques de la DM, se quiere visibilizar, de forma concreta, cuáles son las ideas o hipótesis centrales de cada una de ellas, pues se considera importante que todo ello haga parte de los conocimientos de un Formador de Profesores de Matemáticas, y más aún si dicho formador tiene a su cargo cursos de Didáctica de las Matemáticas.

2.7.2 Conocimiento didáctico del contenido del formador de profesores de Matemáticas (CDC_FPM)

En este punto nos adentramos en uno de los temas más sustanciales y que puede generar mayor interés a nivel investigativo. Se propone lo que se considera, para los autores, es el CDC del FPM-D. Se dice que es sustancial ya que este componente del conocimiento del profesor ha sido altamente desarrollado en numerosas investigaciones (Acevedo, 2009; Bolívar, 2005; Garritz & Trinidad, 2004; Pinto & González, 2008; Shulman, 1986; Valbuena, 2007) y como lo reporta Rivera (2010) los estudios sobre dicho componente han venido creciendo de manera exponencial en el campo de la formación universitaria en general; por otra parte se considera de interés en el campo de la formación de profesores, ya que en el proceso de búsqueda de referentes fueron escasos los estudios⁸ cuyo objeto fuera el CDC del Formador de Profesores de Matemáticas

⁸ Uno de estos estudios es: El Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores. (Blanco, Mellado, & Ruiz, 1995).

(FPM) y no se encontraron estudios frente al CDC del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (FPM-D).

Por tanto, se considera que la propuesta que en este punto se realizará, es uno de los mayores aportes de este trabajo a la línea en la que se inscribe. Ya que al hacer una propuesta análoga a la sustentada por Shulman (1986) y a la descrita en el apartado anterior de la propuesta sugerida por Pinto (2010), para el FPM-D emerge un constructo que se puede denotar el Conocimiento Didáctico de la Didáctica, algo que de entrada genera polémica por sus implicaciones en la investigación del conocimiento del profesor, pero que sin duda puede servir como punto de partida en la investigación.

No obstante, en este apartado, se consideran los mismos dos componentes manifestados por Shulman (1986): i) conocimiento sobre los estudiantes, en este caso los maestros en formación inicial y ii) conocimiento sobre la disciplina, es decir, la referida a la Didáctica de la Didáctica de las Matemáticas y en particular la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra.

2.7.2.1 Conocimiento sobre los maestros en formación (SMF)

Haciendo una analogía con el conocimiento sobre los estudiantes, contemplado en el CDC propuesto por Shulman (1986) y el conocimiento sobre los docentes en formación que debería tener un FPM-D, se considera que parte de este conocimiento lo constituyen las concepciones, creencias y experiencias de los maestros en formación con relación a las Matemáticas y a la Didáctica de las Matemáticas, específicamente la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra. Por otro lado, conocer cuáles son las dificultades que se presentan en el aprendizaje de objetos didácticos, al igual que sus procesos formativos, puede contribuir a la reorganización de las prácticas de enseñanza.

Con el ánimo de puntualizar estos asuntos, se ha decidido documentar un poco dichas ideas, para ello es necesario centrar la atención en las investigaciones que se han realizado alrededor de los maestros en formación, docentes en formación o estudiantes para profesor⁹, pues es allí donde se han formulado algunas conclusiones al respecto, que bien podrían ser atendidas por el formador de profesores como posibles ideas, imaginarios, concepciones y creencias que pueden estar en los maestros en formación.

⁹ Para este estudio estos tres términos se consideran indistintos.

2.7.2.1.1 Concepciones, creencias y experiencias en torno a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas

Diversos autores (Blanco et al., 1995; Carrillo, 1998; Contreras & Carrillo, 1995; Ponte, 1992; Thompson, 1992) afirman que es de gran importancia identificar y reconocer las concepciones de los maestros en formación, con relación a: las Matemáticas, los estudiantes, los procesos de enseñanza y aprendizaje, entre otros, pues dichas concepciones influyen en sus comportamientos o acciones como profesores y en el ambiente de la clase que generarán.

Según Ponte (1994), las creencias y concepciones forman parte del conocimiento. Él define las creencias como “verdades” personales indiscutibles derivables de la experiencia o fantasía, con un fuerte componente evaluativo y afectivo, mientras que las concepciones son los marcos organizadores implícitos de conceptos, cuya naturaleza es esencialmente cognitiva y por tanto condiciona la forma de abordar las tareas.

Por otro lado, hay quienes consideran (Barrantes & Blanco, 2004) que las concepciones se van creando de forma gradual en los docentes en formación desde la etapa escolar, es decir, poco a poco van haciendo parte de sus sistemas de creencias y entre más tiempo lleven allí, más estables son. En su mayoría, las concepciones son implícitas y producto de su experiencia como estudiantes de escuela primaria y secundaria, razón por la cual en la formación inicial de profesores, se hace necesario tener en cuenta los antecedentes escolares de dichos maestros, con la finalidad de analizar sus concepciones sobre las Matemáticas escolares (hacerlas explícitas y permitirles reflexionar sobre ellas) sobre la naturaleza del contenido que aprenden y que en un futuro impartirán, al igual que su papel como estudiantes y como futuros profesores. A continuación se describen algunas de las concepciones de los futuros profesores que han sido estudiadas y reportadas desde la investigación.

2.7.2.1.1.1 Concepciones sobre las Matemáticas

Para el formador de profesores debería ser importante reconocer las concepciones que tienen los maestros en formación acerca de las Matemáticas, ya que a partir de este saber puede hacer conciencia de: i) La concepción de Matemáticas que tiene cada maestro en formación, ii) La existencia de otras concepciones distintas a la suya y válidas también y, iii) Las implicaciones que tienen tales concepciones en la enseñanza de las Matemáticas.

Ernest (1988 citado en Thompson, 1992), distingue tres concepciones principales de las Matemáticas, a saber: i) El punto de vista de las Matemáticas como resolución de problemas, ii) La concepción platónica de las Matemáticas, iii) La concepción instrumentalista de las Matemáticas.

Según Carrillo (1998), en la primera de estas concepciones, la Matemática es vista como un campo en continua expansión, producto de la invención humana; por lo tanto es un conocimiento sometido a una revisión constante, que depende del contexto social, cultural y científico. En segundo lugar, está el punto de vista platónico en el que se consideran como: un grupo de conocimientos preexistente dotado de una estructura lógica. El conocimiento matemático se concibe como preexistente al individuo, el cual está sujeto a su posible descubrimiento, no a su creación. Finalmente, está la concepción instrumentalista de las Matemáticas, donde estas son un conjunto de resultados de carácter utilitario, cuya veracidad y existencia no están sujetas a discusión o revisión. Los elementos que conforman su núcleo son los resultados, entendidos como un conjunto de herramientas las cuales están conformadas por la acumulación de hechos, reglas y destrezas para ser usadas.

2.7.2.1.1.2 Concepciones sobre la programación y planificación

Para el formador de profesores es importante identificar cuáles son las ideas que tienen los maestros en formación en torno a la programación y planificación de las actividades que se desarrollan dentro y fuera de un aula de clase, ya que esto le permite hacerlos consciente de su rol en el desarrollo de estas actividades propias del quehacer docente, al igual que la pertinencia o no de seguir un orden predeterminado (por políticas académicas a nivel nacional o internacional) en la planificación de dicho trabajo.

Algunos investigadores como Zapata et al. (2008), reportan lo siguiente con relación a la planificación: Para los futuros profesores, la programación de área se puede entender como: (i) un documento elaborado por el conjunto de profesores que pertenecen a dicha área, pues son ellos los encargados de determinar el orden y la dosificación de los contenidos y (ii) un instrumento que manifiesta con anterioridad lo que se piensa hacer, evitando en lo posible la improvisación, es decir, la programación predice cómo realizar las actividades de aprendizaje, lo que el profesor debe hacer y lo que se espera alcanzar con la asignatura, así los objetivos de la materia pasan a ser indicadores de lo que se quiere conseguir, de las metas que se quieren alcanzar con dicha planeación.

2.7.2.1.1.3 Concepciones sobre la metodología

En palabras de Zapata et al. (2008), los maestros en formación se refieren a la metodología como el conjunto de estrategias, técnicas, métodos y recursos, que hacen más fácil la enseñanza de las Matemáticas. Los recursos y materiales deben ser utilizados para explicar, motivar, reforzar, fijar aprendizajes y conseguir el cambio de un pensamiento concreto a un pensamiento abstracto.

2.7.2.1.1.4 Concepciones sobre el rol del Profesor y del Estudiante

Los docentes en formación manifiestan que el trabajo que deben realizar los estudiantes es de dos tipos, individual y en grupos; el primero le da la posibilidad de enfrentarse a sí mismo, reconocer sus debilidades y fortalezas, y el segundo desarrolla capacidades en ellos como: el trabajo en equipo, la colaboración, el respeto por la diferencias, etc., pero de una forma u otra, los estudiantes deben participar en el aula realizando las actividades propuestas por el profesor, tomando nota de los contenidos más importantes y prestando atención a las explicaciones. Los maestros en formación consideran que el profesor debe ser un guía, su función es orientar el aprendizaje usando diversas estrategias y técnicas. Los profesores deben tener un estilo adecuado de enseñanza y dominar su materia (Zapata et al., 2008).

2.7.2.1.1.5 Concepciones sobre el aprendizaje

Existen diferencias entre las concepciones de los futuros profesores con relación a la obtención del aprendizaje, pero según los documentos consultados (Llinares (1989); Rico y Gutierrez (1994)), es posible clasificarlas en tres grupos. En primer lugar, están quienes afirman que el mejor aprendizaje se obtiene cuando el profesor explica correctamente, es decir, de manera clara y ordenada. Para el segundo grupo, las experiencias que vive el estudiante son fundamentales para fijar el aprendizaje, ya que este debe ir descubriendo de manera activa los conceptos que debe aprender. Y en tercer lugar están quienes mezclan los dos anteriores, esto es, los que afirman que los estudiantes deben aprender por medio de la explicación del profesor y luego complementar lo que se les ha enseñado, pero descubriendo los nuevos contenidos.

2.7.2.1.1.6 Concepciones sobre la evaluación

Para los maestros en formación la evaluación es un proceso que permite recoger información, la cual permite tomar decisiones a la hora de reorientar el proceso de enseñanza, y por consiguiente esta debe ser de varios tipos, es decir, inicial, procesual y final. Lo anterior implica

que los profesores deben utilizar diferentes instrumentos de evaluación, como los de tipo cuantitativo y cualitativo (Zapata et al., 2008).

2.7.2.2 Conocimiento de las dificultades en el aprendizaje de los objetos didácticos

No es un secreto el hecho que los errores y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas son un problema que se ha venido estudiando desde hace tiempo. Es el caso de Socas (1994), Caputo y Soto (2002), Franchi y Hernández (2004) etc., quienes han centrado parte de su atención en ello. Pero ¿cuáles son los errores y dificultades que se presentan en los futuros profesores en el aprendizaje de los objetos didácticos? dar respuesta concreta a este interrogante no es posible desde el punto de vista documental, ya que no se halló documentación al respecto.

2.7.2.3 Conocimiento sobre la Didáctica de la Didáctica de las Matemáticas

El conocimiento didáctico de la disciplina a enseñar, es el segundo componente que propone Shulman (1986) para el análisis del CDC, por consiguiente y para el caso del FPM-D, se centra esta parte del estudio en la generación de estrategias o implementación de metodologías de aprendizaje utilizadas en la formación de profesores de Matemáticas.

2.7.2.3.1 Metodologías de aprendizaje para la formación de PM¹⁰

Es indiscutible el papel del profesorado como uno de los elementos determinantes en la calidad de la educación, ya que por un lado, es él quien se encarga en la mayoría de los casos de dirigir y ejecutar las reformas que se promueven desde la administración educativa, y por otro, lo que hace en el salón de clase se constituye en un ejemplo a seguir por sus estudiantes, y más si se trata de un formador de profesores, puesto que los futuros maestros generalmente están en busca de modelos a seguir, de actividades que les permitan experimentar y evidenciar los vínculos existentes entre teoría didáctico-pedagógica y la práctica, al igual que vivenciar prácticas en el aula de clase que les brinden la posibilidad de aprender lo relacionado con el ser profesor.

Por consiguiente, se hace indispensable que el formador de profesores conozca diversas metodologías de aprendizaje que pueda utilizar en la formación de los futuros profesores, con las cuales los maestros en formación fortalezcan o generen su vocación, comprendan las temáticas tratadas y porque no

¹⁰ En adelante la sigla PM será utilizada para denotar al Profesor de Matemáticas

decirlo, también puedan extraer métodos y formas de trabajo adecuadas para enseñar a sus futuros estudiantes.

2.7.2.3.1.1 Herramientas y procesos en la educación del PM

La elección de una herramienta para emplearla con un fin específico es una decisión importante, sin embargo, el proceso, es decir, la forma particular en la que se utiliza, no lo es menos, ya que la eficacia de esta depende principalmente de la forma específica en la que se aplica. Conocer y ser consciente tanto del alcance como de las limitaciones de la herramienta es fundamental para quien la está utilizando.

Por esta razón se describen a continuación, una serie de herramientas que se utilizan en la formación de profesores de Matemáticas, tanto en la inicial como en la continuada; dichas herramientas tienen como fin facilitar el desarrollo de competencias diversas y necesarias para la enseñanza de esta disciplina, en los profesores o futuros profesores. Gran parte de esta sección, está sustentada principalmente en el documento “*Tools and processes in mathematics teacher education*” (Tirosh & Wood, 2008)¹¹, donde se reportan tipos de tareas o herramientas utilizadas para la formación de PM.

2.7.2.3.1.2 Estudios de caso, en la formación del PM

Antes de entrar a mirar la forma en la que se emplean los estudios de caso en la formación de profesores, es pertinente indicar brevemente, lo que es un estudio de caso; en ese orden de ideas se cita la siguiente definición:

El estudio de casos es el examen de un ejemplo en acción. El estudio de hechos específicos y la recogida selectiva de información de carácter biográfico, de personalidad, intenciones y valores, permite al que lo realiza, captar y reflejar los elementos de una situación que le dan significado... (Existe en el estudio de casos) una cierta dedicación al conocimiento y descripción de lo idiosincrásico y específico, como legítimo en sí mismo. (Walker, 1983, p. 45).

Los casos en la formación de profesores de Matemáticas varían en muchos aspectos como: el público al que van dirigidos (formación primaria, formación secundaria), el contenido matemático (ideas Matemáticas específicas, estructuras generales), el contenido pedagógico (los estudiantes, el razonamiento y las formas de pensamiento, las normas socio-Matemáticas, normas de explicación y justificación, etc.), los de medios de comunicación (narrativo, video), la autoría (experiencias propias o de un tercero) y la autenticidad (hechos reales o situaciones imaginarias). Cuatro de los más empleados

¹¹ Documentos del handbook *Tools and processes in mathematics teacher education*. The international handbook of mathematics teacher education (Tirosh & Wood, 2008)

en la formación de profesores son: las narrativas, la discusión de casos matemáticos, las video grabaciones y los estudios de lección (Tirosh, 2008).

2.7.2.3.1.2.1 Las narrativas o relatos

Chapman (2008) expone el uso de las narrativas en la formación de PM, según ella, la narrativa es la clave para que los individuos se conozcan a sí mismos, recreen sus vidas y den sentido a sus experiencias, así, son escritos elaborados por los mismos docentes en formación sobre diversos temas como sus creencias, sus conocimientos, sus preocupaciones, las reflexiones que hacen sobre sus prácticas, etc. Según Chapman (2008) su uso en el campo de la educación es visto como:

- i.* Un método de investigación en el que el proceso y el producto implican relatos de las experiencias de profesores e investigadores.
- ii.* Una herramienta para recoger datos sobre los conocimientos, creencias, actitudes, historias de vida, prácticas, etc. de los profesores o futuros profesores.
- iii.* Un objeto de análisis en el estudio de la enseñanza, ya que por medio de un relato se puede llegar a ejemplificar algún concepto, los errores y dificultades que se presentan a la hora de enseñar o aprender un determinado tema.
- iv.* Una herramienta para el desarrollo profesional del profesor o la formación del profesor cuya base es el pensamiento reflexivo.

Las narrativas son consideradas como potentes caminos a través de los cuales los docentes en formación no solamente recuerdan sus experiencias personales pasadas, sino que reconstruyen sus propias historias, sus significados y redefinen su identidad tanto personal como profesional, lo que permite vincular la naturaleza del conocimiento de los profesores con sus narrativas (Cortazzi, 1993). Según Cortazzi, las narrativas de los profesores pueden construirse a través de:

- i.* Anécdotas, episodios que contemplan relatos de los profesores sobre acontecimientos de sus clases, o bien sus historias como aprendices.
- ii.* Historias del currículo, descripciones realizadas por los profesores relativas a sus clases y la forma que tienen sus estudiantes para hablar de las mismas.

iii. Autobiografía, auto-reconstrucción consciente y reflexiva de distintos aspectos de la vida personal y profesional del docente.

iv. Indagación narrativa, consiste en la obtención de significados de una experiencia específica durante la descripción de una historia con la colaboración de los participantes, y es una vía de construcción de la historia de los profesores.

En relación con el aprendizaje de los profesores, las narrativas, al ser una práctica reflexiva intencional, en la cual los maestros escriben o cuentan las historias de los demás, permite cuestionar sus experiencias pasadas sobre la enseñanza de algún tema particular, convirtiendo estas historias en un medio de aprendizaje. Por consiguiente, estas prácticas no solo ofrecen la oportunidad a los futuros profesores de compartir lo que saben, sino que también pueden proporcionar los medios necesarios para el cambio y el desarrollo de conocimientos, es decir, ayudan a los profesores a construir y reconstruir sus conocimientos. Estas pueden utilizarse para fomentar el pensamiento reflexivo, una habilidad importante para el aprendizaje y la enseñanza.

2.7.2.3.1.2.2 La discusión de casos matemáticos

El uso de casos en la educación de profesores inicia en 1986 cuando Shulman propone el caso del conocimiento (*case knowledge*) como un componente del conocimiento de los maestros (*teacher knowledge*) (Merseeth, 2003). Desde entonces, su uso en diversos campos ha venido creciendo, dando lugar a diferentes clases y tipos. Según Herried (1997) los casos son historias con un mensaje, no simplemente narraciones para el entretenimiento, son historias para educar. Por lo tanto, un caso en el ámbito de la formación docente se define como "cualquier descripción de un episodio que se puede interpretar y conectar a la base de conocimientos para la enseñanza..." (Carter, 1999, p. 174). Para Merseeth (2003) un buen caso debe llevar un trozo de realidad al aula de clase para ser examinado, estudiado y utilizado como una ventana en la práctica.

Los casos, generalmente escritos por terceras personas, se pueden dividir en dos grandes categorías: los ejemplos y las situaciones problema (Carter, 1999). Por una parte, los ejemplos se pueden utilizar para ilustrar una práctica o poner en práctica una teoría, proporcionando imágenes nítidas de los profesores en las aulas de clase, de cómo las ideas abstractas se relacionan con el contenido y la pedagogía, o dicho de otra forma, son relatos que retratan un episodio de instrucción, destacando las acciones e interacciones del profesor y sus estudiantes. Por otro lado, las situaciones problema son

escenarios cortos que se pueden utilizar para examinar la complejidad de la enseñanza y los aspectos problemáticos del desempeño de los profesores.

2.7.2.3.1.2.3 Las video-grabaciones

La discusión sobre el uso de video grabaciones como herramienta pedagógica es puesta en marcha por Maher (2008) ella muestra que dichos videos proporcionan a los futuros profesores la oportunidad de observar de cerca los procesos de sus estudiantes, es decir, los videos en comparación con otras pruebas de aprendizaje como las explicaciones verbales, los trabajos escritos, entre otros, pueden capturar los movimientos que se hacen los estudiantes y por tanto ofrecen la oportunidad de indagar y analizar los detalles sutiles de la evolución de cada sujeto en su propio aprendizaje.

2.7.2.3.1.2.4 Estudios de clase

Para Yoshida (2008) *el estudio de clase* (proceso de aprendizaje originado en Japón) consiste en formar grupos de trabajo de profesores de la misma área de conocimiento, para diseñar una clase. Paso seguido, uno de los integrantes del equipo la lleva a cabo con un grupo de estudiantes, mientras los demás observan y toman nota de lo que ven, de los errores y aciertos en la gestión de clase por parte del profesor, luego se reúnen nuevamente, hacen explícitas sus observaciones y entre todos corrigen el diseño de la clase; este proceso se repite hasta obtener la “clase ideal”.

Existen tres tipos de actividades que constituyen el estudio de la clase: i) el establecimiento de un objetivo del estudio, ii) participar en un ciclo de estudio para el desarrollo, aplicación y observación sobre las lecciones de investigación, y ii) reflexionar sobre el proceso de enseñanza mediante la producción de un informe escrito.

De las cuatro herramientas expuestas anteriormente se puede deducir que uno de sus principales objetivos es la reflexión que el profesor o el maestro en formación puede hacer en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje propios y de sus estudiantes.

2.7.2.3.1.3 Tareas en la formación de profesores de Matemáticas

Uno de los ámbitos de la Educación Matemática en los que la investigación y la práctica están íntimamente ligadas es la formación de profesores. Un ejemplo de ello son las reflexiones sobre el diseño, implementación y análisis de tareas en los programas de formación. Con estas

tareas se busca que los docentes en formación o en ejercicio adquieran el conocimiento y desarrollen las destrezas necesarias para la enseñanza de las Matemáticas (Llinares, 2011).

Por tal razón el cuestionamiento a responder en esta parte de la sección es: ¿Qué tareas han sido importantes para el aprendizaje y el desarrollo de los profesores o futuros profesores de Matemáticas? Antes de responder a ello, vale la pena destacar que de un tiempo para acá dichas reflexiones se están presentando de manera cada vez más explícita (Brophy, 2004; Clarke, Grevholm, & Millman, 2009; Laborde, 2011; Llinares & Olivero, 2008; Tirosh & Wood, 2008; Zalavsky & Sullivan, 2011) y han ido adoptando perspectivas teóricas diferentes como el ámbito del diseño instruccional o el uso de recursos específicos (Brophy, 2004). Estos aportes han puesto de manifiesto la diversidad de aproximaciones adoptadas y la riqueza de los materiales mostrando de manera implícita que no existen respuestas uniformes en esta cuestión (Llinares, 2011).

Las tareas en la formación de profesores son vistas como instrumentos empleados por los formadores para que los docentes en formación, por un lado, desarrollen el conocimiento y destrezas necesarias para la enseñanza de las Matemáticas y por el otro empiecen a generar habilidades que les permita seguir aprendiendo a lo largo de la vida profesional. Los tipos de tareas propuestos en la formación de profesores van desde el uso de herramientas como las anteriormente presentadas, los videos, los casos (procedentes de situaciones de enseñanza-aprendizaje y problemas matemáticos planteados como procesos investigativos), al igual que el uso de herramientas textuales (temas escritos y ejemplos) y físicas (manipulables y máquinas).

Un ejemplo de una tarea propia de la formación de profesores es seleccionar, analizar o diseñar algunas tareas Matemáticas para sus estudiantes a partir de un libro de texto y determinar en qué medida los problemas o la manera de organizar el contenido propuesta en el libro es adecuada para sus objetivos. En este caso el análisis de las tareas (problemas, ejercicios o actividades) que aparecen en libros de texto es una actividad característica de la práctica de enseñar Matemáticas (C. Fernández, 2011).

Según Llinares (2011), las tareas Matemáticas en los programas de formación de maestros deben cumplir tres objetivos. Por un lado, deben permitir que los docentes en formación re-examinen su comprensión de las ideas Matemáticas para que puedan llegar a cuestionar su propio conocimiento de las Matemáticas escolares. En segundo lugar, deben permitirles ampliar su comprensión de algunos contenidos matemáticos. Y finalmente, deben proporcionar la posibilidad que los maestros en formación reflexionen sobre sus creencias en relación a la naturaleza de la actividad

Matemática. Todo esto con el ánimo que los futuros profesores sean sensibles a las Matemáticas de sus estudiantes y así poder ayudarles en su aprendizaje.

En relación a lo anterior, Watson y Sullivan (2008) analizan las tareas de aula, destacando los múltiples efectos de dichas tareas en la formación docente y el compromiso de los formadores para con ellas, haciendo alusión a los tres objetivos mencionados anteriormente. Los maestros en formación puedan aprender, por ejemplo, cómo el tipo de tarea desconocida proporciona diferentes maneras de atraer con las Matemáticas o cómo diferentes estudiantes responden a los tipos de tareas. Dicho aprendizaje puede ser matemático, pedagógico o una mezcla de los dos, eso depende de las metas de la tarea, la discusión y la reflexión que en torno a ella estén estructuradas en la sesión de enseñanza.

En el anexo 1, se muestra una tarea propia de la formación de profesores de Matemáticas con su respectivo análisis; dicha tarea busca la comprensión de los conceptos matemáticos, de las operaciones y las relaciones que se puedan gestar entre ellos. Concluyendo de esta que una enseñanza eficaz de las Matemáticas requiere del engranaje de una variedad de factores complejos, entonces, lo ideal en la formación de profesores de Matemáticas sería preparar a los futuros docentes para abordar cada uno de dichos factores. Es así como los maestros en formación pueden beneficiarse del estudio de las tareas de aula, al ver sus ventajas, limitaciones, propósitos y la forma en que estas pueden ser incorporadas en sus clases.

En segundo lugar, Zazkis (2008) propone el estudio de los ejemplos como herramientas en la formación de profesores de Matemáticas, los cuales emplea con dos objetivos: i) Mejorar y aumentar en los profesores la comprensión personal de las Matemáticas y ii) Examinar y presentar a los profesores la variedad de interpretaciones o posibles malentendidos de los estudiantes sobre las Matemáticas.

Watson y Mason (2005) listan una amplia variedad de significados para la palabra “*ejemplo*”, atribuyéndola así, a la representación de cualquier cosa, desde la cual un estudiante pueda generalizar. Ellos en especial utilizan los ejemplos como demostración de técnicas específicas y situaciones en contextos particulares que pueden tratarse como casos para motivar el aprendizaje de las Matemáticas; es precisamente esta última interpretación la que se le va a dar a la palabra ejemplo en este apartado.

De hecho todos aquellos que de una manera u otra han tenido contacto con las Matemáticas saben que el empleo de ejemplos en las clases es casi indispensable. Bills et al. (2006) proporcionan una amplia visión del papel que juegan los ejemplos en la Didáctica de la Matemática, destacando lo siguiente: en

la enseñanza de las Matemáticas, los ejemplos pueden servir como herramientas para la introducción de las ideas, de técnicas de modelado y como herramientas para verificar o refutar conjeturas, para dar inicio a la investigación, experimentación e impugnación de una intuición o perspectiva.

Gracias a lo anterior se hace necesario reconocer la importancia de los ejemplos en la educación Matemática, pero Rowland (2008) encontró curiosamente que la referencia a la función de ejemplos en la enseñanza de las Matemáticas y su importancia pedagógica, ha estado sorprendentemente ausente de la literatura de la formación del profesorado. Sin embargo algunos autores (Zalavsky & Lavie, 2005; Zhu & Simon, 1987) destacan una conexión entre la investigación sobre el uso de ejemplos con la investigación en la formación del profesorado de Matemáticas. Dicha conexión se puede interpretar de dos maneras: i) Centrarse en la práctica docente, examinar los ejemplos didácticos utilizados por los docentes guiados hacia las Matemáticas o los que resultan pedagógicamente más apropiados. ii) Centrarse en los profesores como los alumnos y examinar qué ejemplos didácticos (utilizados por los educadores de Matemáticas) puede ser beneficiosos para el desarrollo profesional.

El trabajo de Zazkis está basado en los ejemplos vistos como herramientas para examinar los supuestos básicos que guían la actividad Matemática. Al decir *supuestos básicos* se refiere a los supuestos relacionados con el contenido matemático, más que los relacionados con la naturaleza de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, por tal razón ella distingue tres diferentes tipos de supuestos: i) los formados por las convenciones Matemáticas, ii) los que son conocimientos compartidos y iii) los que presentan dificultades o limitaciones no deseadas a la resolución de problemas.

Zazkis (2008) propone algunos ejemplos de estos supuestos (ver anexo 2) de los cuales se concluye, que los ejemplos no solo extienden el espacio del profesor sino que también actúan, por medio de la creación de desequilibrio, como catalizadores para la construcción de esquemas cognitivos más ricos y relevantes para el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas.

En tercer lugar Nuhrenborger y Steinbring (2008) analizan el uso de manipulables y para ello proponen un doble papel de estos en la formación del profesorado: (i) como objeto de aprendizaje de los futuros profesores, ya que los manipulables pueden ser usados para promover su propio aprendizaje y entendimiento de las Matemáticas, y (ii) los futuros profesores deben adquirir conocimientos prácticos sobre el uso de ellos en la enseñanza de las Matemáticas, por ejemplo, saber qué manipulables usar para cada grado, la forma de emplearlo, como analizar y diagnosticar los procesos de aprendizaje de sus estudiantes al emplearlos, es decir, qué conocimientos ponen

en juego, qué y cómo relacionan lo que hacen y encuentran con sus preconcepciones, cómo dan solución a las situaciones que se les plantean, etc.

Por consiguiente, si se quiere centrar la atención en los objetivos, las necesidades y limitaciones en la educación de los futuros profesores, con relación al uso de los manipulables en la enseñanza de las Matemáticas, hay que tener en cuenta de forma particular la siguiente dualidad. Por un lado, los futuros profesores tienen sus propias concepciones, implícitas y explícitas, unas imaginarias y otras son elementos de conocimiento sobre la relación entre “Manipulables y conocimiento matemático”, es decir, a partir de su propia experiencia como estudiantes de escuela tienen en su memoria algunos manipulables, similares o diferentes a los de hoy en día. Además tienen experiencias particulares en el uso de estos con base en sus propios procesos de aprendizaje matemático.

Es así como las experiencias previas y opiniones subjetivas sobre los manipulables pueden predefinir las opiniones de los maestros en formación sobre su uso. Ellos a menudo atribuyen a los manipulables un efecto positivo muy simple y directo en el aprendizaje de las Matemáticas abstractas (Ball, 1992) también creen, erróneamente, que los materiales concretos tienen que ser coloridos y visualmente estimulantes para trabajar bien con los estudiantes. Se dice que es erróneo ya que no son requisitos indispensables para desarrollar una actividad Matemática. Estas opiniones ingenuas sobre el efecto de manipulables en el aprendizaje de las Matemáticas están tan arraigadas de forma inconsciente en el interior de los futuros profesores que resulta difícil ponerlos en tela de juicio.

Lo anterior deja ver la necesidad del otro lado de la doble función que requiere el uso de los manipulables en la formación del profesorado. Frente a las concepciones subjetivas e individuales sobre la relación entre “Manipulables y conocimiento matemático”, es necesario que en la formación de los futuros profesores se preste especial atención a los aspectos teóricos con relación al uso de los manipulables (material físico) con el fin de provocar un conflicto cognitivo y así promover cambios en las concepciones subjetivas existentes y estimular nuevos avances.

Con el ánimo de aclarar lo anterior se incluye un ejemplo (ver anexo 3) de una actividad que un profesor puede realizar con sus estudiantes, en la cual lo importante no es la actividad en sí, sino lo que se puede extraer de ella y del uso que se hace del material, para la formación de los futuros maestros de Matemáticas.

Las posibles interpretaciones teóricas de los manipulables, junto con lo que los futuros profesores pueden aprender de forma autónoma cuando se trabaja en el ejemplo son:

i. Las fichas no representan los números de forma directa e inmediata, pero moviendo las fichas entre los lugares de valor posicional los números representados por las fichas cambian.

ii. El material concreto como las fichas, que se trabajan activamente con el tacto, el movimiento, etc., no simplemente tienen una función como material concreto: el uso, así como las acciones concretas con el material tienen que ser interpretados activamente por el estudiante con respecto a sus representaciones simbólicas.

iii. Los cambios realizados con el material no son más que eso, algo "concreto" y una actual confirmación de la divisibilidad del número 3681, pero este trabajo contiene el núcleo de las relaciones y estructuras para la prueba general de la regla de nueve (Müller & Wittmann, 1988) (anexo 3).

De esto es posible concluir que los manipulables y las Matemáticas están inicialmente separados y una relación entre ellos solo puede ser productiva si su construcción está basada en las interpretaciones que los futuros profesores, estudiantes o profesores hacen sobre dichas relaciones, por tanto el valor de un manipulable en la educación Matemática y en la formación del profesorado depende de las relaciones entre el objeto (instrumento), las Matemáticas y las estructuras que este representa.

Por último, María Bartolini Bussi y Michela Maschietto (2008), centran su atención en las máquinas como herramientas para la formación de profesores, en especial los profesores de Matemáticas. Las máquinas a las que se hace referencia en este apartado son todos aquellos aparatos que carecen de tecnología para su funcionamiento, es decir, máquinas que requieren habilidades motoras para su manejo, como por ejemplo: el compás, el ábaco, la regla, el transportador, la escuadra, etc. Un ejemplo que ilustra la relación entre las tareas que se les propone a los futuros profesores y el uso de estos artefactos en su solución se encuentra en el anexo 4.

Bartolini y Maschietto (2008) argumentan que es un reto para los profesores usar efectivamente estos aparatos en sus clases, ya que su implementación requiere de competencias profesionales específicas que no se pueden desconocer, y agregado a ello está el hecho de que su uso en la enseñanza de las Matemáticas, este tipo de tareas son cada vez menos frecuentes ya que a menudo son sustituidos por las TIC, lo cual hace que el reto sea aún más complicado.

2.7.2.3.1.4 La investigación en la enseñanza de las Matemáticas como herramientas en la formación del profesorado de Matemáticas

En este apartado se describen tres herramientas que se pueden usar en la formación de profesores: (i) La investigación como herramienta en la formación de profesores de Matemáticas,

(ii) aprender a escuchar las Matemáticas de los estudiantes (iii) la Educación Matemática Realista (EMR), teoría y la formación del profesorado de Matemáticas. A continuación se incluye una breve descripción de cada una de ellas esperando lograr mayor claridad:

2.7.2.3.1.4.1 La investigación como herramienta en la formación de profesores de Matemáticas

Tsamir (2008) sugiere varias formas en las que la investigación en la formación del profesorado de Matemáticas contribuye al desarrollo de herramientas y procesos, para ello plantea las siguientes preguntas que acompañan el diseño de los programas de educación en Matemáticas i) ¿Qué es lo que deben incluir las teorías o investigaciones empleadas en la formación de profesores? ii) ¿En qué etapa (formación inicial o profesores en ejercicio) se deben incluir estas investigaciones o teorías? ¿las teorías deben ser las mismas en estas etapas? iii) ¿Cómo evaluar el impacto de la familiaridad de los profesores con las teorías sobre su profesionalismo?

La formulación de las anteriores preguntas tiene como propósito examinar si las teorías pueden servir como herramientas para promover en los futuros profesores y en la práctica docente: i) el conocimiento matemático, ii) el conocimiento sobre el razonamiento matemático de los estudiantes y iii) el conocimiento acerca de la formulación y secuenciación de tareas; dado que uno de los objetivos de la formación de profesores es proporcionar a los futuros docentes oportunidades de aprendizaje para ayudar a sus estudiantes a tener éxito en el aprendizaje de las Matemáticas.

2.7.2.3.1.4.2 Aprender a escuchar las Matemáticas de los estudiantes

Empson y Jacobs (2008) centran sus intereses en las concepciones de los estudiantes, sus formas de pensar y en el saber escuchar e identificar el pensamiento matemático que utilizan para resolver problemas, crear representaciones y argumentos. Ellos citan investigaciones que muestran que el escuchar al estudiante durante el desarrollo de las instrucciones tiene beneficios como: i) mejorar la comprensión en los estudiantes, ii) proporcionar un medio de evaluación permanente y iii) manifestar los conocimientos matemáticos puestos en juego, lo cual hace necesario seguir o desarrollar un patrón de interacción conversacional en lugar del tradicional: iniciación – respuesta – evaluación.

Ellos proponen tres tipos de escucha de los futuros profesores: directa, observacional y sensible, y tres tipos de experiencias de aprendizaje fundamentales para el desarrollo de la respuesta de la

escucha: i) discusiones por escrito del trabajo de los niños, ii) discusiones grabadas de las interacciones de los niños y iii) oportunidades de interacción del profesor con los niños.

2.7.2.3.1.4.3 La Educación Matemática Realista (EMR), teoría y la formación del profesorado de Matemáticas

Gravemeijer (2008) se centra en la teoría de la EMR. Sostiene que es complejo diseñar secuencias de enseñanza acordes a esta teoría, y por tanto los profesores no tienen ninguna expectativa frente al diseño de este tipo de secuencias instruccionales; sin embargo, es posible identificar tres etapas importantes que hacen referencia a las funciones y a las competencias necesarias para la enseñanza acorde con esta teoría: i) preocupaciones de planificación y diseño de actividades de enseñanza y las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, ii) la cultura del aula y iii) la organización del proceso de reinención colectiva. Siguiendo estos tres pasos, no se garantiza el éxito en la formulación de tareas acordes con esta teoría, pero sí se disminuye el riesgo de fracaso.

2.7.2.3.1.5 Diseño de instrumentos técnicos en la formación de maestros: los casos

Se describe a continuación el uso de casos como diseño de instrumentos técnicos en la formación de maestros, lo cual pretende dar respuesta de alguna manera a los siguientes cuestionamientos: (i) ¿Qué conocimiento necesario para enseñar puede ser generado fuera de las situaciones reales de enseñanza?; y (ii) ¿Cuál es la naturaleza del conocimiento generado en la Universidad con relación al conocimiento necesario para enseñar Matemáticas en las aulas de Primaria? (Grimmet & Mackinnon, 1992)

Por esta razón, es necesario adoptar una perspectiva analítica en relación al diseño de oportunidades para que los futuros profesores aprendan de y sobre la práctica a través de “actividades auténticas”, es decir, ayudar a los estudiantes para maestro a construir conocimiento necesario para enseñar Matemáticas en el contexto de la práctica (M. García, Escudero, Llinares, & Sanchez, 1994; Llinares, 1994a, 1994b).

Esta perspectiva permite suponer que aprender a enseñar Matemáticas es considerado por los futuros profesores como la generación y caracterización de una serie de instrumentos técnicos y conceptuales, por tanto el desafío para los formadores es diseñar entornos de aprendizaje que permitan a los maestros en formación construir conocimiento y desarrollar formas de generarlo, sin dejar de lado lo importante que es para ellos tener acceso constante a lo que ya les es conocido, asumido y usado. Es decir, las ideas y nociones filtradas desde: (i) la Didáctica de la Matemática como dominio científico y (ii) la

perspectiva de la relación entre el conocimiento teórico y el práctico, es decir, entre el uso del conocimiento y la generación de nuevo conocimiento.

En todo proceso de formación de profesores es usual percibir que los procesos de dotar de significado, están determinados por lo que ya conocen y creen sobre la enseñanza y el aprendizaje. Es así como expresiones como esta: "*Uno ve lo que puede ver*" está determinada por las referencias previas de los individuos. En el proceso de aprender a enseñar Matemáticas esta característica del proceso de aprendizaje se aborda potenciando la capacidad de los futuros profesores de llegar a problematizar las situaciones para que así lleguen a cuestionarse lo que inicialmente asumían como evidente.

Pero, ¿cómo se utilizan los casos en los programas de formación del profesorado? las respuestas a este cuestionamiento son diversas y dependen de las decisiones que se adopten en dichos programas. Por ejemplo, si se acepta que aprender a enseñar se apoya en la interacción entre los estudiantes para maestro para dotar de significado a las situaciones planteadas, analizando e interpretando los procesos de aprendizaje de los estudiantes y diseñando perspectivas de acción, esta suposición previa debe determinar la forma de uso de las tareas (Brown, Collins, & Duguid, 1989).

Los casos se conciben como el "medio" para que los futuros profesores analicen e interpreten los procesos de aprendizaje matemático de los estudiantes, como un aspecto de su futura labor profesional. En los casos, establecer diferencias entre las creencias y el uso de conocimiento por parte de los maestros en formación puede llegar a constituirse en dinamizadores del aprender a enseñar (Llinares, 1999). El proceso de análisis e interpretación conjunta del caso, la elaboración de informes relativos al análisis del caso y las posibles perspectivas de acción fundamentadas en el conocimiento conceptual, se constituyen en referencias para el aprendizaje vinculados a la práctica de enseñar Matemáticas (Llinares, 1994a). El entorno de aprendizaje así concebido puede ayudar a que los docentes en formación aprendan a plantear e interpretar cuestiones y problemas desde la práctica, en particular en relación al aprendizaje matemático de sus estudiantes.

A continuación se incluye un ejemplo de caso, empleado en la formación de profesores e implementado con estudiantes de primaria y su respectivo análisis.

Caso: "He estado mucho tiempo enseñando en segundo y tercer curso de enseñanza Primaria y siempre he tenido dificultades en ayudar a mis alumnos a que relacionaran sus procedimientos informales de resolución de problemas aritméticos elementales de estructura multiplicativa con la Aritmética formal. Yo había introducido la idea de multiplicación como suma de sumandos iguales. Uno de los ejemplos que había utilizado era "si tengo tres bolsas y en cada bolsa hay cinco caramelos. ¿Cuántos caramelos tengo en total?". Mis alumnos eran bastante efectivos resolviendo "problemas de multiplicar con esta misma estructura". Yo pensaba que ellos "sabían resolver problemas de multiplicación". Además, habíamos estado haciendo muchas cuentas de multiplicar con dos números de un dígito y la mayoría de la clase no

tenía excesivas dificultades. Sin embargo, este año estando en cuarto, a principio de curso puse en la pizarra el siguiente problema:

"Tengo 3 camisas y 4 pantalones. ¿De cuántas maneras diferentes puedo vestirme?"

Mientras el resto de la clase lo estaba resolviendo me acerqué a Santiago, me senté junto a él, y le pregunté cómo estaba haciendo el problema:

S: ...una camisa con ...

M: Puedes dibujarlo si tú quieres.

S: Cuatro (contestando al mismo tiempo que se le indicaba que podía hacer dibujos).

M: Puedes hacer un dibujo.

S: (realiza el siguiente dibujo)...cuatro.

M: (...pidiéndole que se lo explique)

S: Tienes esa camisa (señalando la camisa dibujada), y si tienes 4 pantalones, ese pantalón te puedes poner con otra camisa...

Dejé a Santiago pensando su problema. Por la tarde, estaba en una clase de quinto y le propuse a José Manuel el mismo problema que había puesto en mi clase por la mañana. Le pregunté cómo resolvía el problema y me contestó dibujando lo siguiente:



Luego contó las líneas que unían las camisas y los pantalones y respondió 12.

-¿Por qué parecía que Santiago tenía dificultades en resolver el problema?

-¿Por qué, si había estado haciendo cuentas con números más grandes de manera correcta, tenían dificultades en resolver esta situación?

-¿José Manuel veía este problema como un problema de multiplicar? (Llinares, 1994b, pp. 286 - 287)

Un aspecto de este caso lo constituye la relación entre el aprendizaje de las "cuentas" y el proceso de resolución de problemas en la enseñanza de la Aritmética. Para nadie es un secreto que la experiencia de los futuros profesores como aprendices de Matemáticas en la escuela, normalmente está ligada al énfasis sobre las cuentas y que el significado que se le da a la resolución de problemas es el de aplicación de los algoritmos para las cuentas previamente aprendidas. Este caso proporciona oportunidades a los maestros en formación para ayudar a superar estas creencias previas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Aritmética, para ampliar su comprensión de las estructuras de los

problemas aritméticos elementales, de los procesos de resolución, y estudiar el papel que diferentes sistemas de símbolos desempeñan en el proceso de resolución de problemas (Llinares, 2011).

2.7.3 Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas (CC_FPM)

Entendiendo el currículo como un plan de formación, y situándonos en el contexto de la formación de profesores de Matemáticas, el conocimiento curricular del FPM-D se referirá al conocimiento sobre los programas diseñados para la formación inicial de los profesores de Matemáticas, en Colombia, los programas curriculares de Licenciatura en Matemáticas. En este sentido, el FPM-D debería conocer y manejar con destreza los programas curriculares de la formación de profesores de Matemáticas, y los propósitos de los programas a nivel local, nacional y los requerimientos y lineamientos internacionales para dicha formación, así como nociones del funcionamiento del proyecto de formación en el que se encuentra inscrito.

Identificando los elementos que constituyen el conocimiento curricular del FPM-D, se divide esta sección en dos partes, una en la que se muestran los propósitos y fines de la formación de profesores de Matemáticas y otra en la que se resumen los programas de formación de profesores de Matemáticas en Colombia, para luego particularizar el currículo de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN).

2.7.3.1 Propósitos de la Formación de Profesores de Matemáticas (Prop)

Según el reporte de Doerer y Wood (2004) del PME (2004)¹² uno de los debates giró en torno a: ¿Cuál era la naturaleza del conocimiento matemático necesario para la enseñanza secundaria? La respuesta a este interrogante aún no es clara, pero sí lo es el hecho que esta respuesta debería ser, en parte, brindada por los programas de formación de profesores de Matemáticas; por consiguiente y en aras de responder a ello, se incluyen a continuación los puntos de vista de los participantes en dicho debate. Estos aportes se pueden agrupar en las siguientes dos grandes conclusiones, a saber:

La preparación del profesor: Actualmente hay consenso en que la preparación del profesor exige algo más que un conocimiento avanzado de Matemáticas. En los futuros profesores la competencia Matemática es necesaria y al mismo tiempo es importante la adquisición de “diferentes”

¹² El PME es uno de los congresos más importantes de la Educación Matemática en el ámbito mundial, la reunión anual conjunta del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática. En la versión 28 los aspectos sociales de la investigación en Educación Matemática fueron el tema central de la mayoría de las presentaciones plenas.

conocimientos de las Matemáticas. Sin embargo, no existe claridad sobre cuál debería ser este conocimiento en la formación de profesores de Matemáticas. Este conocimiento se define como conocimiento de la Matemática escolar, donde los “contenidos” o temas se perciben de forma distinta a los contenidos” o temas de las Matemáticas para matemáticos (o investigadores matemáticos).

En segundo lugar está el desarrollo del conocimiento matemático para la práctica, es decir, los futuros profesores deben saber cómo y cuándo usar ciertos artefactos que les permitan ayudar a sus futuros estudiantes a alcanzar los aprendizajes esperados. Actualmente se cuenta con un marco teórico amplio con relación al uso didáctico e incorporación de las nuevas tecnologías en las clases de Matemáticas, pues existe un reconocimiento de diversas herramientas como soporte práctico del profesor. Esto implica que en los programas de formación de profesores se deben incorporar las nuevas tecnologías en las clases de Matemáticas, pues, entre otros aspectos, le serán útiles para el desarrollo del conocimiento matemático de sus futuros estudiantes.

Además de las consideraciones generadas en el PME (2004), se deben tener en cuenta, en los procesos de formación inicial del profesor de Matemáticas, lo siguiente:

- i.* Una de las fases de la formación del profesorado debe estar ligada a las tareas de diseño, es decir, se les debe brindar un espacio a los maestros en formación para que aprendan a formular desde una pregunta hasta planear una clase.
- ii.* La formación de profesores debe estar plenamente vinculada con la práctica. Esta etapa de práctica va después de la de diseño y es allí donde se pone en juego lo que se hizo anteriormente. Se le debe permitir a los maestros en formación vivenciar de alguna manera lo que será su campo de desarrollo profesional.
- iii.* La consideración de las Matemáticas escolares como objeto de enseñanza y aprendizaje debe estar sustentado sobre su Didáctica.
- iv.* La formación inicial del profesorado está vinculada a objetivos, algunos de ellos apuntan al desarrollo de competencias profesionales, las cuales a su vez desempeñan un papel central en la definición del plan de formación.
- v.* La profesión docente es una actividad social y por tanto el trabajo en equipo es elemento imprescindible en todas las fases del periodo de formación. Un equipo de trabajo importante es el que se puede formar entre los profesores y los investigadores ya que los “proyectos” trabajados de forma

conjunta, no sólo aportan nuevos elementos para la mejora de la práctica sino que contribuyen de forma significativa al desarrollo profesional de ambas partes.

Además se considera que el principal propósito de la formación es preparar al individuo que inicia su trabajo en el mundo de la educación para la consideración coherente y tratamiento coordinado de las múltiples tareas que requiere la actividad docente.

2.7.3.2 Competencias del PM

La Subcomisión Española de Educación Matemática de la International Commission on Mathematics Education en el Simposio del 2004 estableció por un lado, las competencias generales para la formación inicial del profesor de Matemáticas de secundaria:

- i.* Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva Matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza – aprendizaje.
- ii.* Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.
- iii.* Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los estudiantes a través de sus actuaciones y producciones Matemáticas.
- iv.* Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula y fuera de ella.

Y por el otro, propuso las siguientes diez competencias específicas:

- i.* Conectar los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria con los fenómenos que los originan, reconociendo los aspectos formales implicados junto con su presencia en situaciones cotidianas y aquellas otras que procedan de ámbitos multidisciplinares (Física, Economía, etc.).
- ii.* Conocer diversas teorías de aprendizaje del conocimiento matemático.
- iii.* Analizar críticamente, evaluar propuestas y organizaciones curriculares.
- iv.* Reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los orienten, diagnosticar sus errores, y proponer los correspondientes procesos de intervención.
- v.* Seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar; analizar los diversos problemas que surgen en situaciones de aprendizaje.

- vi. Diseñar, seleccionar y analizar unidades Didácticas, textos y recursos.
- vii. Disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático.
- viii. Conocer recursos y materiales (computacionales, audiovisuales, manuales, bibliográficos, etc.), y emplearlos adecuadamente en la enseñanza de las Matemáticas.
- ix. Utilizar técnicas de comunicación para dotar de significado los conceptos matemáticos.
- x. Favorecer las potencialidades Matemáticas de los estudiantes y promover en la sociedad actitudes positivas hacia las Matemáticas.

2.7.3.2.1 Objetivos de la formación de profesores y los contenidos fundamentales de su dominio

El profesor de secundaria transmite conceptos, destrezas, procedimientos y estrategias específicas, por consiguiente necesita el dominio de los métodos y técnicas propias de las distintas ramas de su disciplina, en este caso de las Matemáticas. Por otro lado, requiere conocer la Historia, la Filosofía y la Epistemología de las Matemáticas con cierto grado de detalle, sobre todo en aquellos temas y contenidos que están vinculados al currículo de secundaria y los problemas derivados de su enseñanza, es decir, los errores, dificultades y obstáculos que se pueden llegar a presentar por parte de sus estudiantes. Así mismo, el profesor de secundaria necesita también de conocimientos teóricos y prácticos, relativos a la enseñanza y aprendizaje de su disciplina, a los fundamentos y bases teóricas del currículo de la materia, precisos para su diseño, desarrollo y evaluación.

Por otra parte, el contexto inmediato para la formación inicial del profesorado es el aula, por tanto esta no puede llevarse a cabo sin el trabajo que se realiza en ella, la cual es el ámbito natural del ejercicio de la profesión docente. Las funciones del profesor y los niveles de decisión, la organización de los espacios y del tiempo, la dinámica de trabajo junto con las técnicas de comunicación, deben ser objeto de reflexión y aprendizaje; este trabajo se desarrolla mediante un periodo de prácticas tutelado. El profesor que comienza su camino profesional debe tener un conocimiento de las normas que regulan la administración de los centros y de las instituciones en que se organiza.

La delimitación de las competencias antes mencionadas permite establecer los siguientes objetivos de la formación de profesores, enunciados en términos de capacidades, según lo reporta la *International Commission on Mathematics Education* en el Simposio del 2004:

- i. Capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de Matemáticas de secundaria y post secundaria.
- ii. Capacidad para analizar desde un punto de vista superior los contenidos de las Matemáticas escolares.
- iii. Habilidad para organizar y secuenciar la estructura de objetivos y contenidos del currículo de Matemáticas en la educación secundaria y post secundaria.
- iv. Capacidad para analizar los procesos de pensamiento matemático, diagnosticar errores de comprensión de los escolares y proponer tareas para su tratamiento.
- v. Habilidad para diseñar instrumentos para la evaluación de los conceptos y procedimientos matemáticos en la educación secundaria y post secundaria.
- vi. Capacidad para realizar el análisis didáctico de los temas de las Matemáticas escolares.
- vii. Habilidad para diseñar unidades Didácticas relativas a tópicos de Matemáticas de secundaria y post secundaria.
- viii. Capacidad para observar sistemáticamente los procesos de aprendizaje de los alumnos.
- ix. Capacidad para analizar y evaluar propuestas y materiales curriculares en el aula de Matemáticas.
- x. Habilidad para establecer normas prácticas en la implementación de unidades Didácticas.
- xi. Habilidad para utilizar los nuevos recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas de secundaria
- xii. Habilidad para desarrollar destrezas para el trabajo en el aula de Matemáticas.

2.7.3.3 Programas de formación de profesores de Matemáticas en Colombia

Como se mencionó anteriormente la idea de este apartado es presentar de forma resumida algunos de los programas de formación de profesores de Matemáticas a nivel de Colombia,

particularmente el de la UPN. Pero antes de entrar a mirar cada uno de estos programas se hace necesario reportar parte de la legislación existente hoy en día que regula los programas de formación profesional en educación, tal y como lo es el caso de la *Resolución 5443 del 30 de Junio del 2010* (ver anexo 5).

Dicha resolución es muy reciente, razón por la cual se considera necesario introducir información relacionada en la estructura de los programas de formación de profesores, lo cual da paso al siguiente apartado.

2.7.3.3.1 Estructura de la Formación de Profesores de Matemáticas en Colombia

El Decreto 272 de 1998, entre otras cosas, hace referencia a cuatro núcleos del saber pedagógico que en el Artículo 4 se proponen como organizadores de los programas de formación de profesores, lo cuales se pueden enunciar de la siguiente manera: *educabilidad, enseñabilidad, estructura histórica y epistemológica de la pedagogía, y las realidades sociales y educativas*. Cada programa de formación inicial, o por lo menos la mayoría de ellos, adaptaron sus esquemas curriculares de tal forma que correspondieran con la interpretación o descripción de estos núcleos¹³. No obstante y como se observó con el paso de los años, casi ninguno de los equipos de profesores encontró en dichos núcleos un referente satisfactorio en donde sus reflexiones sobre la educación de los profesores encaje plena y coherentemente (Guacaneme, Obando, Garzón, & Villa-Ochoa, 2013).

Lo anterior se puede verificar con cierta facilidad, ya que la mayoría de los programas de formación contienen una estructura que se relaciona con los componentes de la formación del profesor; así, es usual encontrar una línea curricular de formación en Matemáticas, una línea de formación en el conocimiento curricular y el conocimiento didáctico de las Matemáticas (en donde se articula la formación relativa al conocimiento práctico), una línea que desarrolla el conocimiento pedagógico general, y una línea centrada en aspectos comunicativos respecto a la lectura, la escritura y el discurso oral; eventualmente, aparece una línea de formación adicional en asuntos relacionados con la Física o con la Informática (Guacaneme et al., 2013).

¹³ Resultados presentados en el año 2008 en el marco del Tercer Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas, evento liderado en sus cuatro versiones por el Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

De manera general y a modo de ejemplo, en los programas de formación en Matemáticas se agrupan una serie de cursos de: Cálculo (diferencial, integral, sucesiones y series, en varias variables y análisis), Aritmética y Álgebra (Sistemas numéricos, Teoría de números, Álgebra lineal y Álgebra abstracta), Geometría (plana o euclidiana, del espacio, analítica, Topología, no euclidiana) y de Estadística y Probabilidad. La línea de formación en el conocimiento curricular y el conocimiento didáctico tiene diversas aproximaciones, una de las cuales admite una cierta correspondencia con los pensamientos o sistemas matemáticos expuestos en los Lineamientos y Estándares (Colombia, 1998, 2006).

En general, en el sistema educativo colombiano, según Castrillón y Solís (2009), los programas para la formación inicial de profesores se ofrecen con diferentes énfasis, como tendencia dominante se registra la formación en Ciencias Naturales, Educación Matemática, y Educación en Ciencias del Lenguaje. En el caso de los programas de Licenciatura en Educación con énfasis en Matemática y Matemáticas - Física se identificaron 76 programas, distribuidos de la siguiente manera: 34 a la Educación Media, 40 a la Educación Básica y 2 a otros niveles del sistema sin identificar.

Por otra parte, y con relación a *la formación inicial de profesores* en el campo de la Educación Matemática, cabe mencionar que hoy en día se cuenta con una diversidad de propuestas de formación en los programas de: Licenciatura en Matemáticas, Licenciatura en Matemáticas y Física, Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, en relación con los componentes privilegiados en los programas (Bautista & Salazar, 2008); algunos de estos componentes pueden ser: las finalidades del programa, la estructura curricular, las prácticas y el investigativo. Todo esto deja ver que no basta con la formación disciplinar del profesor de Matemáticas, se requiere del profesor conocimientos profesionales (como los didácticos) que le permitan entender la complejidad de sus prácticas profesionales y cualificar su ejercicio profesional acorde a las condiciones socioculturales del país.

A manera de síntesis se elaboró un cuadro comparativo (ver anexo 6), donde se muestran algunas características particulares de diferentes programas de formación de profesores de Matemáticas del país, en relación a sus objetivos, los propósitos de formación, el perfil del egresado (competencias) y la organización curricular. Allí se puede apreciar cuáles de estos aspectos son comunes en todos los programas considerados, por ejemplo: la existencia de cursos de Matemáticas dentro de las mallas curriculares, algo que pareciese lógico, pues se está hablando de

las licenciaturas en Matemáticas y afines¹⁴; lo realmente interesante es que en cada uno de estos programas existen las “líneas” del Cálculo, Geometría, Estadística y Álgebra. Por otra parte, se encuentran aquellos aspectos en los que se diferencian unos programas de otros, como por ejemplo: la formulación de algunos objetivos, los propósitos de formación, el perfil del egresado, entre otros.

En relación a lo descrito en dicha síntesis, se puede decir que la mayoría de los programas de formación de profesores de Matemáticas del país, están acorde con lo que estipula la legislación en torno a la educación de los futuros profesores, aunque cabe aclarar que al parecer cada programa ha hecho su propia interpretación de la misma, es decir, dicha legislación dice de una u otra manera lo que hay que hacer, pero no dice la forma en que hay que hacerlo, razón por la cual cada institución de Educación Superior destinada a la formación de maestros puede formular sus propios objetivos, perfil profesional, misión, visión, entre otros, claro está, atendiendo a las necesidades de su contexto, y es precisamente esto último, el contexto, lo que hace que un programa de formación de profesores de Matemáticas se diferencie de los otros.

¹⁴ Licenciaturas en Matemáticas y física, licenciatura en Matemáticas y estadística y la licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas.

3 METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta la metodología utilizada en este trabajo para cumplir con los propósitos establecidos. En primer lugar se aborda el tipo de estudio, con sus fundamentos teóricos; luego se realiza la descripción del proceso que se llevó a cabo para la recolección de información. También, se detallan las técnicas y las herramientas utilizadas en el proceso de análisis de dicha información y la consolidación de los datos.

3.1 CARACTERIZACIÓN DEL ESTUDIO

Este estudio se cataloga como una investigación cualitativa de corte descriptivo. Es cualitativa porque responde a las prácticas de explorar e interpretar las palabras de las personas investigadas, sus acciones y toda una gama de representaciones en forma de observaciones; a partir de dichas observaciones y con el uso de ciertos referentes, recolectados y establecidos previamente, se analizan los datos recolectados en la investigación (Ortega, 2009; Taylor & Bogdan, 1987) y es descriptiva, ya que estos emergen de la observación y análisis de un conjunto de grabaciones audiovisuales, convirtiéndose en un proceso riguroso, en donde los registros cobran importancia ya que de la descripción de estos surgieron los datos que fueron organizados sistemáticamente para el establecimiento de conclusiones.

Gracias a lo anterior y teniendo en cuenta que en este trabajo el objeto de estudio es el Conocimiento del Formador de Profesores evidenciado por medio de las acciones de una formadora de profesores de Matemáticas en el desarrollo de algunas de sus sesiones de clase referidas al componente didáctico, y que el propósito principal es establecer unidades de análisis que permitan categorizar dicho conocimiento con base en un caso particular, donde se describen ciertas actuaciones y que a partir de los datos se presentan posibles generalizaciones o conclusiones, se puede afirmar que la metodología más apropiada para el presente trabajo es la de estudio de caso.

El estudio de caso es considerado como una herramienta valiosa de la investigación, ya que sirve para obtener un conocimiento más amplio del fenómeno estudiado y para generar nuevas teorías, así como para descartar hipótesis planteadas en las investigaciones. Su mayor fortaleza radica en que a través de la misma se mide y registran las acciones de las personas involucradas en dicho fenómeno. Además de ello, en este método los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes, tanto cualitativas como cuantitativas, a saber; documentos, registros de archivos, entrevistas directas, observación directa e indirecta de los participantes e instalaciones u objetos

(Chetty, 1996). Para este trabajo la información recolectada con el objeto de ser analizada posteriormente, se obtuvo a partir de: registros video gráficos de las clases, entrevista directa y observación indirecta de las actuaciones de la profesora del curso, coincidiendo así con los métodos de recolección de información usuales en la metodología de estudio de caso.

Antes de continuar con el desarrollo del trabajo, el análisis y tratamiento de los datos, se hace necesario precisar ¿qué es el método estudio de caso?, ¿en qué consiste?, ¿cuáles son sus características? y sobretodo ¿cómo se va a emplear esta metodología en el presente estudio? Para ello se incluyen a continuación algunos aspectos de corte teórico que contribuyen a responder a los anteriores cuestionamientos y que a su vez permitieron guiar el desarrollo de este trabajo.

3.1.1 Estudio de caso

Hay quienes piensan (Bowen, Harry, & Wiersema, 1999; Rouse & Daellenbach, 1999; Stoeker, 1991; Venkatraman & Grant, 1986) que el método de estudio de caso no es una buena herramienta a la hora de hacer una investigación, pues no son estudios rigurosos y confiables, pero no es así, puesto que existen estudios que requieren de un análisis que permita conocer lo idiosincrático, lo particular y lo único, frente a lo común y lo uniforme. Es aquí donde tiene cabida el estudio de caso, ya que permite hacer este tipo de análisis, al centrar la atención de quien investiga, en lo que concretamente se puede aprender de un caso particular; al mismo tiempo, ofrece la posibilidad de ir más allá de la experiencia descrita, ya que al documentar la especificidad conecta con la experiencia de la audiencia a la que va dirigida el escrito (Walker, 1983).

El estudio de caso es una metodología cualitativa descriptiva, se emplea como una herramienta para estudiar algo específico dentro de un fenómeno o situación compleja. El “caso” es comprendido como un sistema integrado y en funcionamiento, por lo que requiere un análisis que logre interpretar y reconstruir dicho sistema.

Los estudios de caso, por un lado, permiten elaborar generalizaciones y, por el otro, admiten la producción de interpretaciones. Las interpretaciones que elabora el estudio de caso, como metodología, se obtienen a través de un proceso progresivo de definición de temas relevantes, recolección de datos, interpretación, validación y redacción del caso. Asimismo, los estudios de caso dentro de su metodología definen un conjunto de temas a los que se les llama relevantes y son los que

orientan el estudio. Es decir, el objetivo central es el que orienta el camino de lo que se va a investigar y los temas relevantes, el marco sobre el que se va a elaborar la información.

En otras palabras, un estudio de caso puede ser entendido como un método de aprendizaje acerca de una situación compleja (como el aula en un centro escolar); se basa en el entendimiento comprensivo de dicha situación, que se obtiene a través de la descripción y análisis de la situación tomada como un conjunto y dentro de su contexto. Por consiguiente implica por parte de quien investiga, un entendimiento comprensivo, una descripción extensiva y el análisis de la situación.

En suma, el estudio de caso es un “método de investigación de gran relevancia para las ciencias humanas y sociales que implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno, entendido estos como entidades sociales o entidades educativas únicas” (Bisquerra, 2009, p. 7)

Stake (1995) dice que los casos pueden ser de tipo: intrínseco, instrumental o colectivo:

i. Los casos intrínsecos: son aquellos en los que el caso viene dado por el objeto, la problemática o el ámbito de indagación; como cuando un docente decide estudiar los problemas de relación que uno de sus alumnos tiene con sus compañeros, o cuando un investigador ha de evaluar un programa. Aquí el interés se centra exclusivamente en el caso a la mano, en lo que se pueda aprender de su análisis; sin relación con otros casos o con otros problemas generales.

ii. Los instrumentales: se definen en razón del interés por conocer y comprender un problema más amplio a través del conocimiento de un caso particular. El caso es la vía para la comprensión de algo que está más allá de él mismo, para iluminar un problema o unas condiciones que afectan no solo al caso seleccionado sino a otros. El estudio de las dificultades que afronta un docente novato en su primer año de docencia, por ejemplo, permite acceder a la problemática mucho más amplia de la socialización y la práctica de dicho grupo de docentes. Aunque aquí también es importante identificar qué ocurre con el docente seleccionado, es dicho conocimiento particular el que ayuda a captar y comprender lo que acontece a este grupo particular de docentes.

iii. Los colectivos: al igual que los anteriores, poseen un cierto grado de instrumentalidad, con la diferencia que en lugar de seleccionar un solo caso, se estudia y elige una colectividad de entre los posibles. Cada uno es el instrumento para aprender del problema que en conjunto representan.

Atendiendo a lo mencionado por Stake (1995), este trabajo de grado corresponde a un estudio de caso de tipo instrumental, ya que, aunque el propósito base del estudio es caracterizar el conocimiento que

pone en juego un formador de profesores en un curso del ambiente de formación de Didáctica de las Matemáticas, como es el de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra, la intención es establecer los componentes propios del formador de profesores de Matemáticas –en este caso, encargado de la Didáctica de las Matemáticas-. Dicho de otra forma, el estudio de este caso particular se constituirá en la vía para la “comprensión”, “definición” y caracterización del CFPD-D.

3.1.1.1 Características del método estudio de Caso

En la actualidad se cuenta con diversos listados de características que describen los estudios de caso, entre ellos se destaca el propuesto por Pérez (1994), quien enfatiza en las siguientes características sobre la metodología empleada en el estudio de casos:

i. Particularista: orientada a comprender profundamente la realidad singular (un individuo, un grupo, una situación social o una comunidad). Interesa la comprensión del caso, y esta característica es útil para descubrir y analizar situaciones únicas.

ii. Descriptivo: El producto final es obtener una rica descripción. La descripción es contextualizada, es decir, que la descripción final implica siempre la “consideración del contexto” y las variables que definen la situación.

iii. Heurístico: Ilumina la comprensión del lector, pretende ampliar o confirmar lo que ya sabe. Se constituye una estrategia encaminada a la toma de decisiones que luego sirven para proponer iniciativas de acción.

iv. Inductivo: Se basa en el razonamiento inductivo o razonamiento no deductivo (obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares. Por ejemplo, de la observación repetida de objetos o acontecimientos de la misma índole se establece una conclusión para todos los objetos o eventos de dicha naturaleza) para generar hipótesis y descubrir relaciones y conceptos.

En este sentido, este trabajo es un estudio de caso por cuanto cumple con las anteriores características, a saber:

i. Particularista: el estudio se centra en una situación particular o fenómeno, como es el Conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico, en una clase de Didáctica de la Aritmética y el Álgebra.

ii. Descriptivo: para el análisis de los datos se hace necesario describir o resumir los segmentos de video en donde hay intervención de la docente y existe evidencia de alguna de las unidades de análisis.

iii. Heurístico: el marco de referencia con el que se cuenta, tiene como objetivo brindarle al lector los elementos necesarios para comprender el cómo y el para qué de la categorización sobre el conocimiento del FPM-D que aquí se presenta. Por otro lado, y durante el proceso de análisis, se han ampliado y reafirmado algunas ideas iniciales que a partir de lo exhibido por la formadora en las videograbaciones, esto a partir de la realización de una entrevista para corroborar o descartar tales interpretaciones.

iv. Inductivo: A partir de la observación de los videos y de centrar la atención en las intervenciones de la docente del curso, e identificar las que se repiten con cierta frecuencia, es posible concluir, por lo menos de forma tentativa, que dichas intervenciones tienen la misma intencionalidad.

3.2 Fases para el tratamiento de los datos

3.2.1 Descripción del proceso

Se realizó la observación de 22 sesiones de clase del curso Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra (EAAA), disponibles en video grabaciones, espacio académico que pertenece al programa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional UPN, ubicado en VI semestre (de X posibles) y que se llevó a cabo en el primer semestre del año 2013. Las sesiones fueron grabadas en formato audiovisual y se eligieron esas 22 debido a que pertenecen a una de las dos etapas que se trabajan durante el curso, particularmente corresponden a la etapa de estudio de la Didáctica del Álgebra¹⁵.

Al revisar los videos, se centró la atención en las actuaciones de la formadora de profesores, atendiendo a los propósitos de este trabajo. El tiempo programado para cada una de las clases es de 2 horas; sin embargo, dados los espacios de introducción a la clase (saludo, comentarios evaluativos, entre otros aspectos propios de la profesión), las sesiones tienen duración de aproximadamente 1 hora y 45 minutos.

15 En las sesiones se abordó lo siguiente: Naturaleza, objetos de estudio, Historia, aspectos curriculares sobre la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra, concepciones curriculares del Álgebra, sentido algebraico, el Álgebra en: los estándares del NCTM, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y Estándares Básicos de Competencias Matemáticas nacionales; los procesos de generalización y visualización, errores y dificultades en la generalización, el proceso de simbolizar, utilidad de los símbolos, simbología visual y verbal, y el Álgebra geométrica.

La formadora de profesores orientadora del espacio académico en mención, cuenta con una experiencia de 13 años como formadora de profesores y 21 años dedicada a la docencia, pues se formó como bachiller pedagógico, como lo manifiesta en una entrevista realizada: “...dedicada a la docencia, creo que desde que hice mi primera práctica... hace 21 años... pues en el colegio teníamos al menos cuatro prácticas al año... Pero además daba clases particulares en mi casa... como desde octavo... de hecho, cuando estudiaba en la UPN, daba clases de inglés, de español, de Matemáticas...”¹⁶ La docente tiene una formación universitaria en Licenciatura en Matemáticas y un posgrado como Magister en Docencia de la Matemática. Actualmente se desempeña como formadora de docentes en la UPN.

3.2.2 Fase 1: recolección de datos y análisis experimental

Las 100 videograbaciones¹⁷ correspondientes a las 22 sesiones de clase analizadas, fue una información recolectada por parte del grupo de investigación RE-MATE¹⁸ (Research on Mathematics Teacher), adscrito al Departamento de Matemáticas de la UPN, quienes aportaron los registros con el fin de ser analizados y con esto contribuir al fortalecimiento de una de sus líneas de investigación, particularmente la línea del Conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas.

Las videograbaciones se realizaron a través de la observación no participante, es decir que la persona encargada de realizarlas no intervenía en las actividades desarrolladas en el salón de clase y por supuesto del trabajo de la formadora. Dichas observaciones se grabaron buscando captar, con mayor atención, las actuaciones del profesor, sin que este trabajo interrumpiera en el desarrollo normal de las actividades.

Después de obtenidas las grabaciones se dio inicio al análisis con la observación de la grabación de la primera sesión de clase. Dicha observación tenía como propósito identificar si en las intervenciones realizadas por la docente, se hacían presentes algunas o todas las categorías establecidas con anterioridad, como parte importante del CP_FPM-D. Al observar el registro video gráfico de la clase y ver que efectivamente iban surgiendo evidencias de los componentes del conocimiento del formador

16 Corresponde a un fragmento de la entrevista realizada a la formadora

17 Si bien son 22 sesiones de clase las observadas, en su mayoría cuentan con varios videos que corresponden a cortes realizados debido a la dinámica del trabajo, por ejemplo se detenían las grabaciones en momentos de preparación de las actividades por parte de los estudiantes.

18 Éste pertenece a los grupos de investigación de la Universidad Pedagógica Nacional registrados en el sistema de información ScienTI de Colciencias, según se reporta en la siguiente página:

http://www.pedagogica.edu.co/admin/UserFiles/ANEXO_15%20GRUPOS_DE_INVESTIGACION.pdf mayo 2013

de profesores expuesto en el capítulo 2, se decidió generar un instrumento que permitiera sistematizar la información recolectada, no solo de esta sino de las demás sesiones.

Cabe aclarar que algunos de los episodios han sido transcritos de forma textual, mientras que otros han sido parafraseados; una de las razones para tomar textuales algunas de las afirmaciones de la docente es que dichas afirmaciones no se lograron ubicar en las unidades o subunidades de análisis de manera certera, al menos, en primera instancia, lo cual hizo necesario hacer una entrevista semi-estructurada, dirigida a la docente, con el objetivo de aclarar los aspectos necesarios de los episodios identificados y que permitiera hacer la ubicación correspondiente, así como validar o refutar las interpretaciones se habían hecho.

El instrumento elaborado fue una tabla en la cual se registraban los siguientes aspectos:

- i. Número de la sesión de clase y número de video, esto último gracias a que la mayoría de las sesiones tienen como mínimo dos registros.
- ii. Evidencias o breves descripciones de los segmentos de clase que exponían presencia de cada uno de las cuatro unidades de análisis correspondientes a los componentes del conocimiento que se habían considerado, deben hacer parte del conocimiento de un Formador de Profesores de Matemáticas, en el marco de referencia, a saber: i) Conocimiento Práctico (C-Pra), ii) Conocimiento Disciplinar (CD), iii) Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) y iv) Conocimiento Curricular (CC). Estos componentes del conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas, se constituyeron en las Unidades de Análisis principales del estudio, y estarán conformadas por subunidades, que son los códigos que se presentan en la tabla 8 (anexo 7), los cuales se precisarán más adelante.

Además, se incluye el intervalo de tiempo que ocupa el segmento del video correspondiente a cada episodio de clase. Esto se ilustra a continuación con un fragmento del instrumento realizado y diligenciado.

N° de sesión	CONOCIMIENTOS DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS ENCARGADO DEL COMPONENTE DIDÁCTICO			
	C-Pra	CD	CDC	CC
S.5.2			SMF: 6:25-6:37; <i>“Ustedes como profesores observadores ¿qué recomendaciones (cosas a mejorar o continuar) harían a su compañero?”</i>	PCE: 30:21-31:13; <i>Aquí en la licenciatura todo el trabajo que se hace con las funciones y el análisis del cambio, se hace desde el punto de vista del análisis, de la línea del Cálculo, de hecho el tratamiento de funciones en la escuela</i>

			<p>En este apartado de clase la formadora pasa un maestro en formación (voluntario) al tablero para que explique un ejercicio de los que habían quedado en la clase anterior, luego de la explicación, se dirige al resto de la clase y hace la pregunta que referimos en este apartado.</p>	<p><i>no se aborda aquí, sino se aborda en el curso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo. Cuando se define un proyecto curricular hay que definir dónde se ubica cada uno de estos elementos.</i></p> <p>En este episodio la formadora exhibe un conocimiento sobre algunas de las orientaciones de los cursos de Matemáticas del programa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad.</p>
--	--	--	--	---

Tabla 2 Instrumento inicial para sistematizar los datos

Para ubicar un episodio de clase o parte de él en alguna de las columnas que indican el tipo de conocimiento al que se está haciendo alusión y mencionando a qué en específico se hace referencia (para el caso que se muestra en la tabla, SE quiere decir, Sobre los Estudiantes), se consideraron los siguientes aspectos: (i) que la intervención fuera de la formadora y (ii) cuál es el objeto sobre el cual trataba dicho episodio; de forma particular en el conocimiento disciplinar se identificaba si el objeto es escolar o de la formación de profesores, dada la diferenciación establecida en el marco de referencia entre el conocimiento del Profesor de Matemáticas y el conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas.

3.2.3 Fase 2: sistematización

Desde un inicio se tuvo el propósito de ingresar la información recolectada con la observación de las videgrabaciones y sistematizada, en el anterior formato, al programa ATLAS.ti, esto con un doble propósito: primero, facilitar y agilizar el proceso de análisis, combinándolo con las herramientas que el programa computacional (ATLAS.ti) ofrece, y segundo, codificar y establecer posibles conexiones entre las unidades y subunidades de análisis, planteadas con anterioridad.

3.2.3.1 Análisis con Atlas.ti

El proceso de sistematización de la información con el apoyo del software Atlas.ti se desarrolló en tres fases: Codificación, categorización y creación de redes. Etapas que entraremos a describir brevemente.

3.2.3.2 Codificación

Como lo señalan Rubin y Rubin (1995 citado en L. Fernández, 2006) codificar es el proceso mediante el cual se agrupa la información obtenida en categorías o unidades que concentran las

ideas o los temas que guardan características similares. Los códigos son etiquetas que permiten asignar unidades de significado a la información descriptiva recopilada durante un estudio. En otras palabras, son recursos utilizados para identificar los temas específicos en un texto, un video una fotografía u otro documento.

Según lo expuesto en el capítulo 2, Marco de referencia, las unidades de análisis consideradas para este trabajo corresponden a los cuatro conocimientos básicos para la enseñanza presentados allí, tres de estos, adoptados a partir de la propuesta de Shulman (1986), para la formación de profesores en general y otro enmarcado dentro de las propuesta de Mingorance (1989 en Nieto et al., 1995) y Elbaz (1983 citado en Zamudio, 2003), a saber: *Conocimiento Disciplinar*, *Conocimiento Didáctico del Contenido*, *Conocimiento Curricular*, desde la idea de Shulman y *Conocimiento Práctico*, que constituyen una adaptación de las propuesta de Mingorance y Elbaz. Cada uno de estos conocimientos son las unidades de análisis de primer orden, y como se menciona en su momento, están conformados por unas sub-unidades, que a su vez se componen de otros conocimientos específicos, teniendo entonces, unidades de primer, segundo y tercer orden, lo cual se detallará más adelante.

En relación con la creación de los códigos, L. Fernández (2006) sugiere que estos usualmente deben ser palabras, que el investigador encuentre más fácil de recordar y aplicar, puede ser una parte del concepto o una sigla que identifique al concepto. Atendiendo a las sugerencias de L. Fernández (2006) y Miles y Huberman (1994)¹⁹ y después de tener establecidas las unidades de análisis para el estudio, se procedió a codificarlas.

Para las unidades de análisis de primer nivel, que son las que permiten valorar de forma global los episodios de clase analizados, se adoptaron como códigos las siglas comúnmente halladas en la literatura, agregando a cada una de ellas las siglas FPM (Formador de Profesores de Matemáticas) o PM (Profesor de Matemáticas), esto para diferenciar los episodios de clase que ponen en evidencia algún conocimiento propio del PM y que según lo establecido en el capítulo 2, hace parte del conocimiento disciplinar del FPM, de los episodios que pertenecen a las otras tres unidades de análisis.

Para las unidades de segundo y tercer nivel, se adoptaron como códigos las siglas, en algunos casos y en otros las primeras letras de la palabra, por ejemplo, para codificar la unidad de Diferentes Representaciones se eligió el código Dif_Repr, código que nos lleva a pensar inmediatamente a la unidad de análisis correspondiente y que genera recordación al momento de hacer el análisis.

¹⁹ Los nombres deben ser lo más cercano posible al concepto que se describe, esto con el objetivo que tanto el investigador como los lectores sean capaces de regresar al concepto original tan rápido como sea posible, sin tener que traducir el código (Miles & Huberman, 1994).

Siguiendo entonces estos lineamientos, se obtuvo una lista de códigos, la cual se organizó según la jerarquía de la unidad (primer, segundo o tercer nivel), a modo de ejemplo se presenta los códigos de primer nivel.

Código	Unidad de análisis de primer nivel
CD_FPM-D	Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CDC_FPM-D	Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CC_FPM-D	Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
CPRA_FPM-D	Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.

Tabla 3 Códigos de las unidades de análisis de primer nivel

La codificación de las unidades de análisis de segundo y tercer nivel se ilustra en los anexos 7 y 8, respectivamente, los cuales se organizan según la unidad de análisis de orden superior a la que pertenecen y que están fundamentadas en el marco de referencia presentado. De igual forma se muestra la totalidad de los códigos generados para el análisis de los episodios de clase (ver anexo 9), buscando evidenciar las relaciones de pertenencia entre los diferentes niveles, con una segunda intención de contribuir a la comprensión de la siguiente etapa de categorización.

Teniendo ya la lista de códigos y contando con la herramienta Atlas.ti, se procedió a ingresarlos en el software, para, con posterioridad, comenzar el proceso de categorización de los diversos episodios (ver anexo 10). Luego de la culminación de este proceso, se inicia con la creación de redes o “*network*”, que se obtienen a partir de las relaciones entre los diferentes códigos y los episodios asociados (anexo 10).

El sistema automáticamente genera una red con las relaciones establecidas²⁰. A manera de ejemplo se muestra la red de las relaciones generales entre las unidades de análisis de primer y segundo nivel:

20 Si bien el programa genera las redes, no lo hace de forma organizada, convirtiéndose en una desventaja a la hora de presentar los resultados, ya que se hace necesario organizarlos para hacerlos agradables a la vista y desde luego

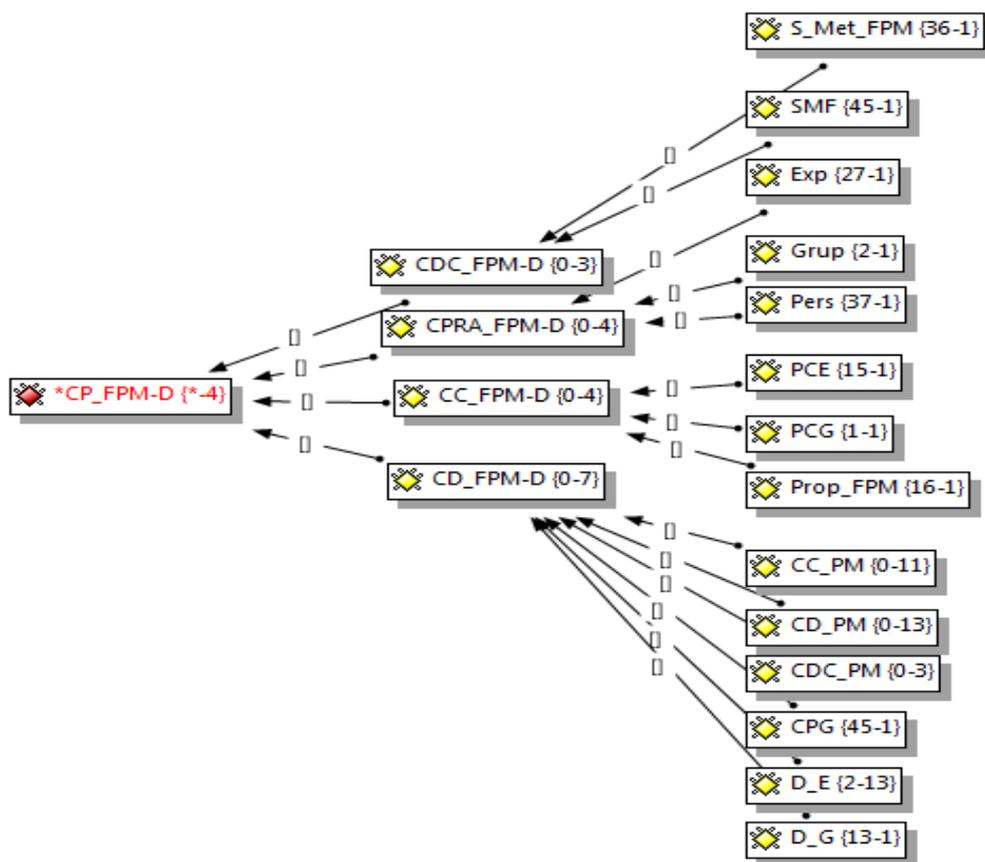


Ilustración 1 Relaciones entre las unidades de primer y segundo nivel

Después de haber hecho este proceso se sigue con la categorización, es decir con el proceso de enmarcar los episodios de clase dentro de determinada unidad de análisis.

3.2.3.3 Categorización

Una vez inscritos los códigos, con las primeras relaciones globales entre ellos, se procedió a cargar los documentos a analizar. Inicialmente se cargaron los videos de las sesiones de clases seleccionadas, y se utilizaron las herramientas que el sistema ofrece para el análisis de videos.²¹ Posteriormente, y con el objetivo de contar con las narraciones escritas de los episodios de clase, se copiaron en el software los documentos de las transcripciones de las clases antes mencionadas, es decir, la tabla que sirvió como instrumento inicial para la sistematización de datos²². Con esto

entendibles para el lector; sin embargo, cuenta con herramientas para modificar los colores de las redes, de los iconos y de las relaciones.

²¹ Este proceso se describe detalladamente en el anexo 10

²² Para evitar incompatibilidades con el software y posibles distorsiones o deformaciones en el documento, se convirtió la tabla en párrafos y los documentos en formato de texto enriquecido (Rich text format (.rtf)) dentro del manual de usuario del Atlas.ti se sugiere usar este formato en los documentos escritos.

se dio inicio a la clasificación de cada uno de los episodios de clase registrados en las tablas asociándolos a los códigos ya mencionados.

A manera de ejemplo se presenta esta imagen de la interfaz del software.

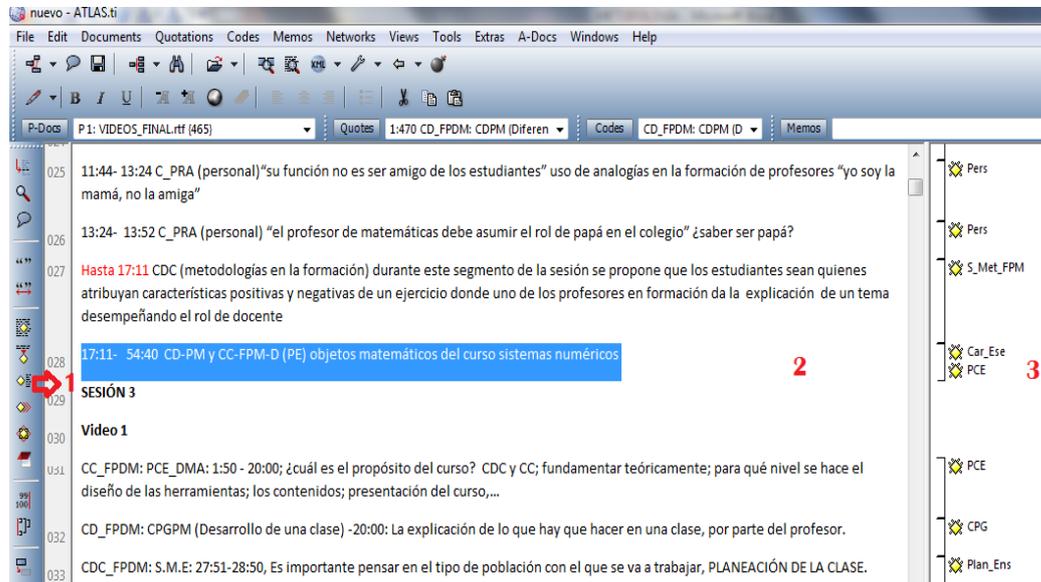


Ilustración 2 Proceso de categorización sobre el documento escrito

En la ilustración se muestra la interfaz del programa a la hora de trabajar con un documento escrito. En la zona marcada con el número 2 está el documento que se va a analizar. Luego de tener el documento y seleccionar el párrafo o la frase que se va a categorizar, se hace uso del icono marcado con el número 1, que permite seleccionar un código de la lista de códigos, al dar click sobre el código, este aparece en la zona marcada con el número 3. En el ejemplo mostrado en la Ilustración 2, el párrafo seleccionado fue clasificado en más de una unidad de análisis, por esta razón aparecen dos códigos en la zona 3, frente a la sección seleccionada. Se hace claridad sobre este hecho, ya que durante el proceso de categorización, muchos de los episodios fueron clasificados, por sus características, en más de una unidad de análisis.

3.2.3.4 Creación de redes

Las redes estructurales o *networks*, representan las relaciones entre las unidades de análisis establecidas y los episodios de clase; marcan la correspondencia entre los eventos de clase y las unidades creadas desde la teoría. A continuación se ilustra, con un ejemplo, la manera como se interpreta la información presentada en la red generada por el software.

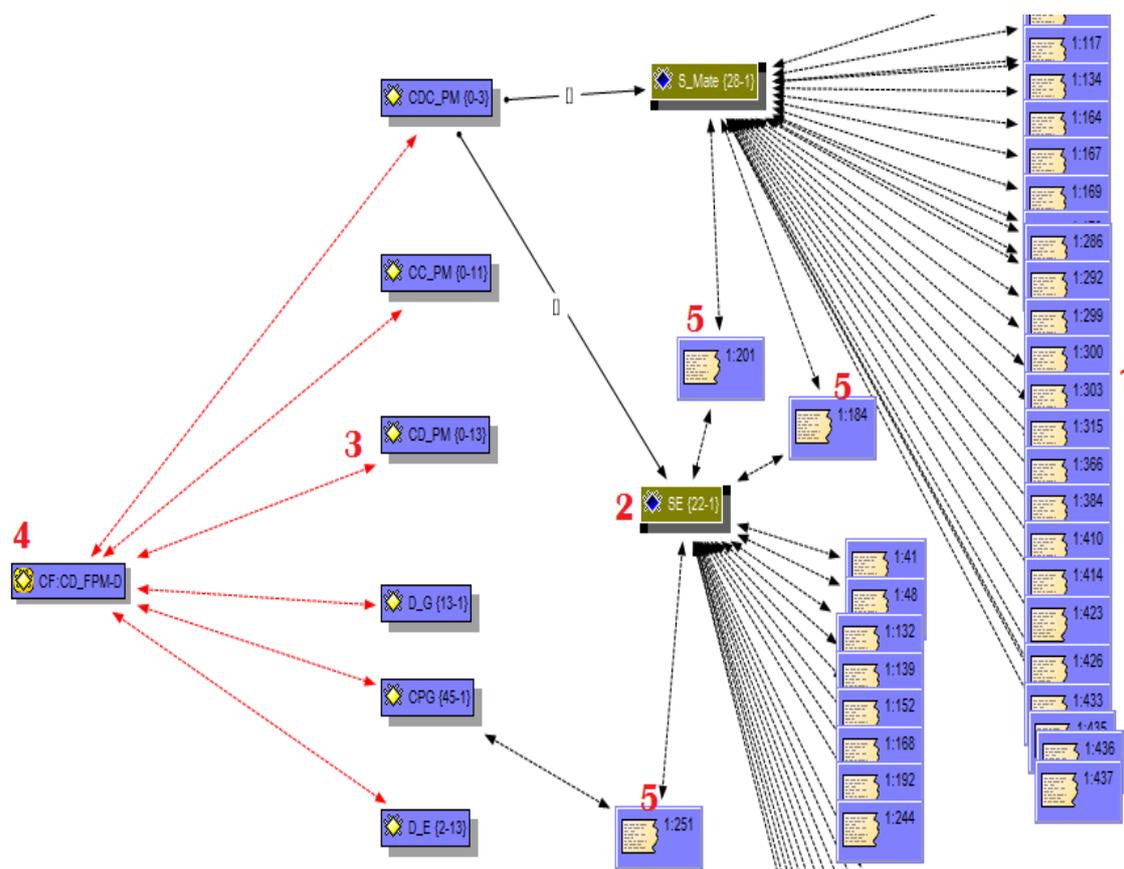


Ilustración 3 Red estructural de la familia del CD_FPM-D

En esta ilustración se muestran conexiones entre diferentes códigos; los códigos seleccionados en color café (número 2 en la Ilustración 3), corresponden a unidades de análisis de tercer nivel, los iconos que muestran un diagrama de una hoja cortada, (número 1 en la Ilustración 3) representan los episodios de clase en los que se evidencia determinado tipo de conocimiento; los iconos relacionados con una flecha de color rojo (iconos 3 y 4 en la Ilustración 3) representan unidades de análisis de segundo y primer nivel respectivamente, además los iconos de primer nivel (icono 4 en Ilustración 3) cuentan con un diseño de un sol amarillo en la parte izquierda del código, que los hace diferentes.

En la Ilustración 3, marcados con el número 5 se encuentran tres iconos, correspondientes a episodios de clase, pero a diferencia de los demás episodios de la red puesta como ejemplo, estos tienen dobles conexiones, es decir que por sus características se encuentran vinculados con dos unidades de análisis diferentes, pero así como surgieron episodios de clase que se encuentran clasificados en más de una unidad de análisis, también se hallaron algunos que no fue posible clasificarlos en una primera instancia, debido a la falta de argumentos encontrados desde la observación de los videos, por lo cual se hizo necesario, como ya se ha mencionado antes, diseñar y aplicar una entrevista semi-estructurada a la formadora, de la cual uno de los resultados, fue la clasificación de los episodios anteriores.

3.2.4 Fase 3: elaboración y aplicación de una entrevista semi-estructurada

3.2.4.1 Diseño de la entrevista

Al término de la codificación y la categorización de los episodios de las clases seleccionadas, se realizó una entrevista semi-estructurada²³ a la formadora, con un doble propósito: primero obtener información sobre los antecedentes a su formación, años de experiencia en la formación de profesores y tiempo que lleva dedicada a la educación, esto con el fin de lograr una identificación más detallada de la formadora. Y segundo, con el propósito de clarificar y resolver algunos interrogantes que fueron surgiendo a medida que avanzaba el proceso de análisis de los videos y que no pudieron ser resueltos a partir de la observación de las videograbaciones.

La entrevista contó con dos momentos, en el primero se cuestiona sobre aspectos biográficos, el segundo está dedicado a cuestionar sobre aspectos emergentes del estudio, a saber, cuestiones sobre su CDC, sobre los maestros en formación, sobre la disciplina que enseña, sobre la metodología y sobre sus creencias. Las preguntas emergieron de las inquietudes de los autores frente a las posturas de la formadora en cada uno de los aspectos antes citados, desencadenados del análisis de los videos.

Posterior a la elaboración de las preguntas hubo la necesidad de someterlas a una revisión de expertos, para validar la pertinencia de las mismas según los propósitos e intenciones de estas, para el caso la Dra. Leonor Camargo Uribe²⁴ y el doctorando Edgar Guacaneme²⁵, oficiaron como revisores expertos del guión elaborado. Luego del proceso de validación de expertos, y siguiendo las sugerencias brindadas por ellos, (redacción de las preguntas, organización de la entrevista por ejes temáticos, inclusión de cuestionamientos que se pasaron por alto, exclusión ó fusión de preguntas debido a que buscaban indagar cosas similares, etc.) se procedió a la formalización del guión para la realización de la entrevista a la formadora.

Para el estudio aquí presentado se eligió este tipo de entrevista (semi-estructurada), por su carácter conversacional, es decir, que si bien se elaboró previamente un guión con las preguntas (ver anexo 11) que se consideraban pertinentes para los objetivos trazados, en ciertos momentos, la entrevista

²³ El propósito de la entrevista en la investigación cualitativa, como lo señala Kvale (1996), es obtener descripciones del mundo vivido por las personas entrevistadas, con el fin de lograr interpretaciones fieles al significado que tienen los fenómenos descritos, son estos los propósitos que se busca alcanzar con el desarrollo de la entrevista realizada..

²⁴ Profesora y en su momento coordinadora de la Maestría en Docencia de la Matemática de la UPN.

²⁵ Profesor de la Maestría en Docencia de la Matemática de la UPN y líder del grupo RE-MATE al cual se encuentra inscrito este trabajo de grado.

adoptaba la forma de un diálogo coloquial, facilitando la comunicación entre la formadora y los autores de este estudio²⁶.

Como lo asegura Martínez (2006) el contexto de diálogo coloquial, permite profundizar en aspectos del conocimiento de la formadora que en un momento se mostraron confusos, y que a la luz de la entrevista semi-estructurada empiezan a tener claridad con un grado mayor de fidelidad, donde se reducen las dudas generadas por las interpretaciones subjetivas de los episodios y se amplían las posibilidades de profundizar en el nivel de comprensión del conocimiento de la formadora.

3.2.4.2 Aplicación de la entrevista

La entrevista no se logró realizar en una sola sesión, fue necesario utilizar 10 horas distribuidas en tres días. El primer momento de la entrevista, que correspondía a la identificación de la formadora, se llevó a cabo a través de un diálogo oral y escrito sincrónico virtual, con el apoyo del software Skype.

El segundo momento de la entrevista se hizo de forma presencial y fue registrada en video para su posterior análisis (transcripción textual de algunas respuestas y recodificación de algunos episodios de clase por los cuales se cuestionó en la entrevista). Este proceso fue desarrollado por los autores del presente trabajo, quienes oficiaron de entrevistadores.

Una vez explicado los procesos llevados a cabo para el tratamiento de los datos, en el siguiente capítulo se presenta el resultado de la codificación de los mismos, así como unas primeras conclusiones. En el capítulo 5 se obtienen las conclusiones del estudio.

²⁶ “...la gran relevancia, las posibilidades y la significación del diálogo como método de conocimiento de los seres humanos... A medida que el encuentro avanza, la estructura de la personalidad del interlocutor va tomando forma en nuestra mente; adquirimos las primeras impresiones con la observación de sus movimientos, sigue la audición de su voz, la comunicación no verbal (que es directa, inmediata, de gran fuerza en la interacción cara a cara y, a menudo, previa a todo control consciente) y toda la amplia gama de contextos verbales por medio de los cuales se pueden aclarar los términos, descubrir las ambigüedades, definir los problemas, orientar hacia una perspectiva, patentizar los presupuestos y las intenciones, evidenciar la irracionalidad de una proposición, ofrecer criterios de juicio o recordar los hechos necesarios.” (Martínez, 2006, p. 139)

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Lo expuesto en este capítulo tiene como finalidad dar respuesta a los objetivos de investigación y a la pregunta ¿qué tipo de conocimientos pone en juego un formador de Didáctica de las Matemáticas en las clases, y cómo se evidencian?, para ello se detallan los resultados obtenidos del análisis de los 22 registros video gráficos de sesiones de clase del curso *Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra* (EAAA), llevado a cabo en el primer semestre de 2013, y la entrevista realizada a la docente del curso.

La elección de las unidades de análisis que se presentan a continuación se corresponde con los componentes del CPFPM-D, expuestos en el capítulo 2. Así, la presentación y el análisis de resultados se realizan para cada una de los códigos principales, donde se incorpora cada uno de los códigos secundarios y terciarios o subunidades (presetados en el capítulo anterior) así, este capítulo se divide en cinco apartados, a saber:

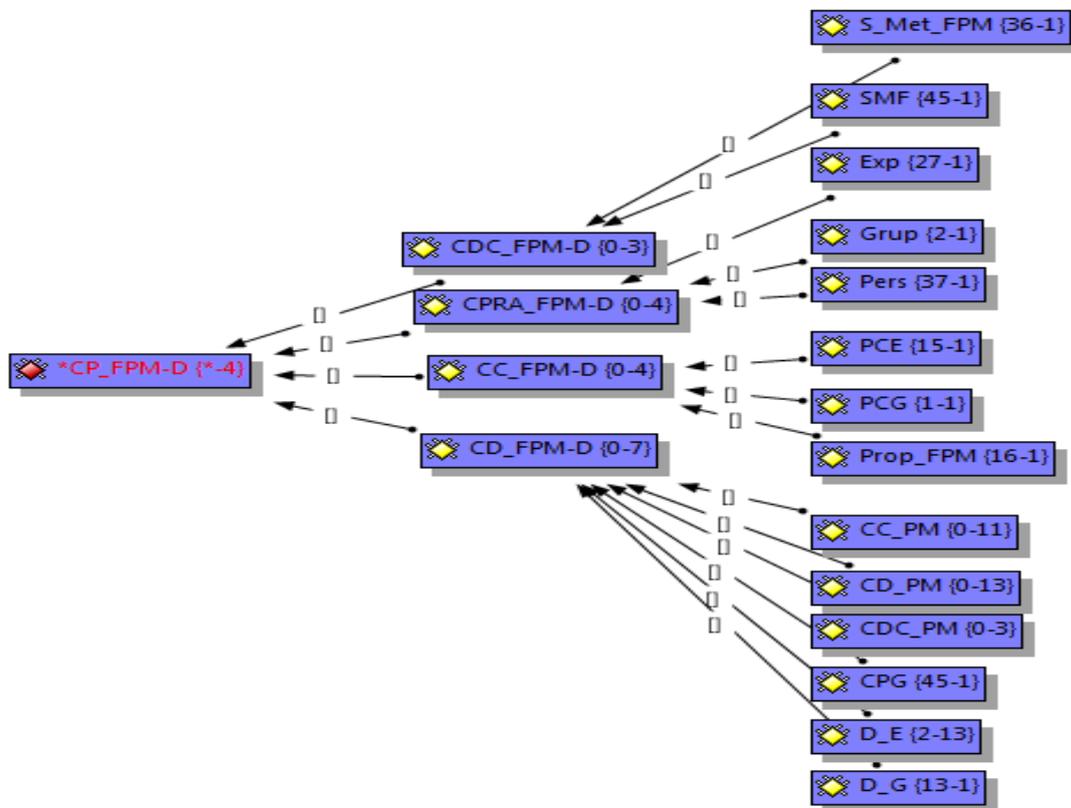
- i.* El compendio general de lo que constituye el Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
- ii.* El Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
- iii.* El Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
- iv.* El Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.
- v.* El Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico.

En las subunidades de los cuatro últimos apartados se presentan algunos de los episodios más representativos de las clases, los cuales sirven de ejemplo y evidencia de la existencia de la unidad de análisis en el trabajo de la formadora, y que se constituyen en insumo para la conformación del primer apartado. Finalmente, y con el ánimo de organizar y sintetizar la información de cada unidad, se incluye un mapa donde se expone el código principal, los códigos secundarios y terciarios, al igual que

las relaciones que surgen entre ellos. Cabe aclarar que dada la extensión del contenido de las subunidades, tan solo se incluyen los respectivos códigos²⁷.

4.1 El Conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CP_FPM-D)

El análisis de los datos, surge al crear relaciones entre el marco de referencia, los registros y las unidades que se originaron y organizaron al usar el programa ATLAS.ti. Para el análisis respectivo a este apartado, se empieza por la presentación del mapa generado por dicho programa correspondiente al CP_FPM-D en términos globales.



Mapa 1 Esquema general del CP-FPM_D

En el mapa se puede ver claramente cuáles son las cuatro unidades de análisis que conforman el CP_FPM-D, es decir: CDC_FPM-D, CPRA_FPM-D, CC_FPM-D y CD_FPM-D, con sus respectivas subunidades. Todo esto es resultado de lo leído, estructurado y consolidado en el marco referencial, lo cual fue corroborado posteriormente con lo observado y sistematizado de las sesiones de clase.

²⁷ En el capítulo 3 se explicitó la forma de codificación de las unidades de información.

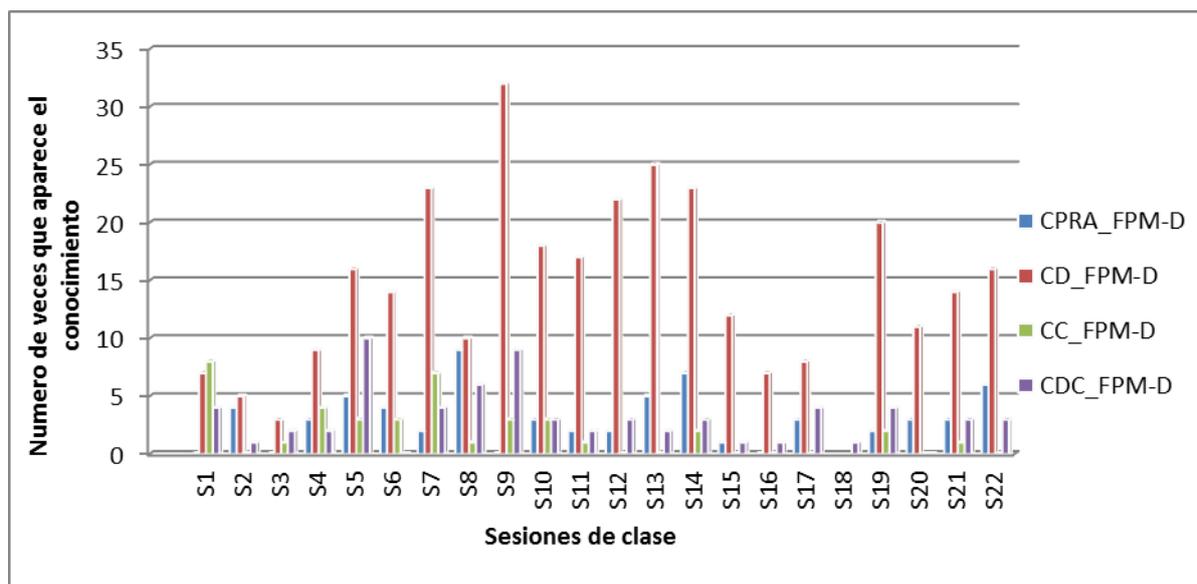
Como primer resultado general se resume cuáles fueron los conocimientos que la formadora de profesores puso en juego en las clases observadas. Esta información se presenta en la siguiente tabla, donde se indica el número de la sesión de clase (SC) correspondiente junto con el tipo de conocimiento (TC) evidenciado, cada uno de los cuales se corresponde con las unidades de análisis que, como ya se ha dicho, son construcción de los autores de este trabajo a partir de la realización de un trabajo análogo a la propuestas de Shulman (1986) y a las propuestas de Mingorance (1989 en Nieto et al., 1995) y Elbaz (1983 citado en Zamudio, 2003). Los numerales al interior de la tabla representan la frecuencia con la que apareció cada tipo de conocimiento en cada sesión.

TC SC	CPRA_FPM-D	CD_FPM-D	CC_FPM-D	CDC_FPM-D
[S1]	0	7	8	4
[S2]	4	5	0	3
[S3]	0	3	1	2
[S4]	3	9	4	2
[S5]	5	16	3	10
[S6]	4	14	3	0
[S7]	2	23	7	4
[S8]	9	10	1	6
[S9]	0	32	3	9
[S10]	3	18	3	3
[S11]	2	17	1	3
[S12]	2	22	0	3
[S13]	5	25	0	2
[S14]	7	23	2	3
[S15]	1	12	0	2
[S16]	0	7	0	2
[S17]	3	8	0	4
[S18 ²⁸]				1
[S19]	2	20	2	4
[S20]	3	11	0	0
[S21]	3	14	1	3
[S22]	6	16	0	3
Total	64	312	39	73

Tabla 4 Resumen del CP observado sesión a sesión

²⁸Esta sesión del espacio académico está dedicada a la presentación de las propuestas de trabajo de los docentes en formación a la comunidad de la Universidad Pedagógica Nacional, por esta razón no hay intervención de la docente, sin embargo se considera que la preparación de la actividad expresa CDC de la formadora, por esta razón, este se cuenta como un episodio de intervención del CDC_FPM-D.

Información que se puede representar gráficamente así:



Gráfica 1 Frecuencia del CP observado en cada sesión

Como deja ver la grafica y la tabla anteriores, se observa que en el dominio que se ha llamado CP-FPM-D, el conocimiento que se destaca en las diferentes sesiones del espacio académico es el referido al aspecto Disciplinar, recordemos que dentro de este conocimiento, como parte de los conocimientos del FPM, se han incorporado los conocimientos del Profesor de Matemáticas y los correspondientes a la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra, propios del espacio académico.

En este sentido, en estos episodios se incluye tanto el componente Disciplinar corresponden necesariamente a la Didáctica como disciplina objeto de enseñanza (es decir a la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra, o a conceptos potentes dentro de la Didáctica (como transposición Didáctica, situaciones Didácticas, representaciones semióticas, etc.)) y también el Conocimiento matemático que le permite al profesor participar en las tareas de enseñanza, representar ideas Matemáticas, proporcionar explicaciones Matemáticas precisas, enriquecer la enseñanza con ejemplos potentes, entre otras características de esta tipología de conocimiento.

En contraposición a lo anterior, el conocimiento que se deja ver en menor magnitud es el Curricular; en 8 de las 22 sesiones no se apreciaron indicios de este conocimiento. Sin embargo, se puede observar que en las primeras sesiones apareció con mayor frecuencia, estando incluso por encima de los demás conocimientos, pero en las sesiones finales, se mantuvo siempre por debajo; quizás se deba esto a que en las primeras clases se hace alusión a los contenidos establecidos en el programa del curso y a algunas orientaciones curriculares para la enseñanza, es decir, en la etapa introductoria se reconoce en

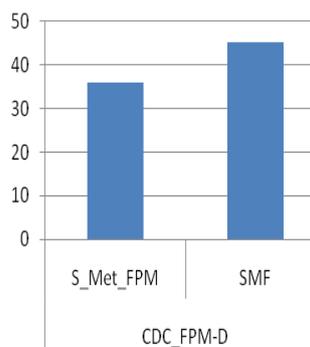
mayor medida el CC ya que la formadora hace énfasis en los propósitos del curso, en los contenidos que se trabajarán y en el programa, dando a los docentes en formación la información general y situándolos en la clase.

Se puede decir, en este momento, que la formadora evidencia elementos de las cuatro tipologías de conocimiento que se propusieron para este estudio y que hace uso de ellas en mayor o menor medida dependiendo del momento del espacio académico, por supuesto primando siempre el Conocimiento Disciplinar, como ya se indicó. Estos resultados emergen del análisis apoyado en la herramienta computacional Atlas.ti luego de la codificación y la sistematización de la información recolectada.

Pero cabe preguntarse si la presencia de cada uno de los conocimientos que se identificaron inicialmente en la formadora, incluye también la existencia de cada una de las subunidades de cada categoría, o si existen algunas de ellas que no son evidentes o no constituyen parte de su conocimiento. Estos asuntos se analizarán con más detalle al contemplar cada unidad de manera independiente en los siguientes apartados.

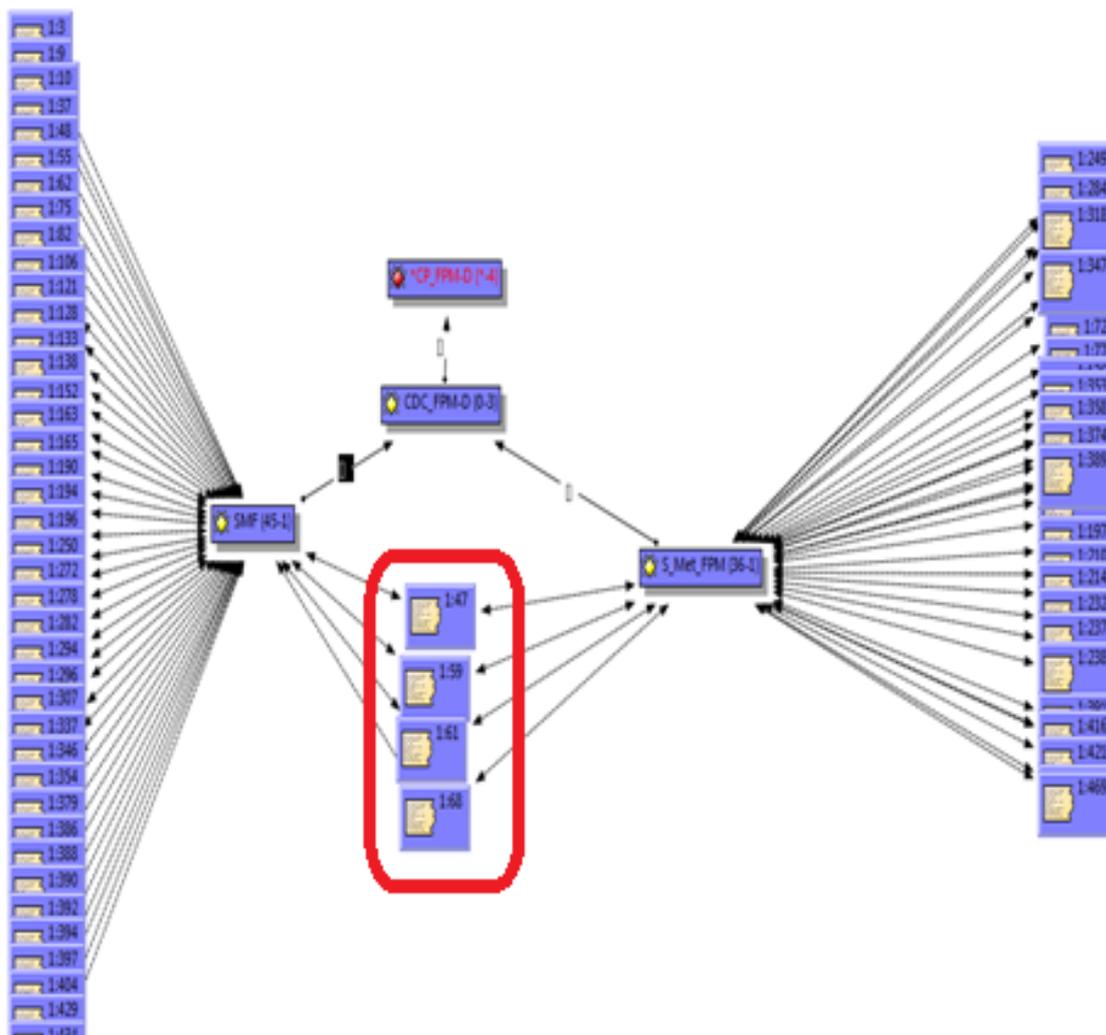
4.2 Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CDC_FPM-D)

El CDC_FPM-D, una de las unidades de análisis o código primario de este estudio, es un conocimiento que podríamos llamar Conocimiento Didáctico de la Didáctica, dada la naturaleza del objeto de enseñanza en el espacio académico EAAA. Dicha unidad está conformada por dos subunidades que son: i) El conocimiento Sobre las Metodologías para la Formación de Profesores de Matemáticas (S_Met_FPM) y ii) El conocimiento Sobre los Maestros en Formación (SMF). La frecuencia con la que aparecen estos conocimientos a lo largo de las sesiones se ve en la siguiente gráfica:



Gráfica 2 Frecuencias del CDC_FPM-D

El conocimiento SMF se evidencia en 45 episodios de clase, mientras que el conocimiento S_Met_FPM aparece en 36 episodios, para un total de 81 episodios de clase, donde aparece el CDC_FPM-D; esto quiere decir que hay cuatro episodios que dan indicio de los dos tipos de conocimiento simultáneamente²⁹, que son los resaltados en el Mapa 2.



Mapa 2 Esquema general del CDC_FPM-D

4.2.1 Conocimiento sobre los maestros en formación (SMF)

De lo anterior se puede concluir que el conocimiento SMF se hace evidente en la mayoría de las sesiones de clase, lo cual se debe seguramente a la experiencia de la formadora, quien ha

²⁹ Es necesario recordar que son 72 episodios en los que aparece el CDC_FPM-D, pero al hacer la sumatoria de las frecuencias de las tablas, el resultado es mayor, debido a los episodios que se clasifican en más de un conocimiento al mismo tiempo (como se evidencia en el mapa 2), situación que se repite para las otras unidades de análisis.

dirigido el espacio académico en diversas ocasiones y cuenta con experiencia práctica en docencia universitaria, más exactamente en la formación de profesores de Matemáticas, por tanto cuenta con conocimientos sobre las concepciones, creencias, experiencias, errores y dificultades en el aprendizaje de la Didáctica de los docentes en formación, así como lo manifestó en la entrevista al cuestionarle sobre qué conocía de sus aprendices, y frente a lo que debería ser y saber el futuro profesor de Matemáticas:

En general son estudiantes jóvenes... aproximadamente entre 18 y 22 años... no han tenido ningún contacto con estudiantes, o sea, que ellos hayan sido profesores... los que trabajan, en general, trabajan en cosas que no tienen que ver con la profesión docente, eso es una desventaja, en relación con los objetos del curso, pero bueno esa es la realidad...

...no puedo decir que tengan características en general, eso sí depende mucho del curso...semestre a semestre cambian ese tipo de generalidades, es propio de cada semestre...creo que algunos, llegan ahí queriendo ser profesores, pero no me atrevería a decir que todos, ni que la gran mayoría...en general una característica es que son muy obedientes, eso me parece que no es muy positivo, se casan mucho con lo que leen, les cuesta cuestionar lo que leen, y los argumentos muchas veces son "pues eso era lo que ahí decía"... (Entrevista)

Se evidencia que una de las dificultades que manifiesta la formadora, en sus educandos, es la carencia de experiencia como profesores, además de identificar en ellos cualidades como la obediencia, cualidad que considera ella, les impide ser argumentativos frente a las posturas teóricas abordadas en el espacio académico.

Por otro lado cabe resaltar problemas con competencias básicas de un profesor, como lo es el bajo nivel de lectura, la mala interpretación de las ideas de los textos, no saber resumir, entre otras; como ella lo hace explícito:

... casi todos tienen poco hábito de lectura, casi todos tienen baja comprensión de lectura...también les cuesta muchísimo resumir, les cuesta muchísimo identificar la idea principal, y de ahí en adelante las ideas secundarias... (Entrevista)

Este tipo de falencias, a la hora de leer, limitan el desarrollo de otros procesos en los docentes en formación

Creo que también les cuesta argumentar... les cuesta tomar postura... (Entrevista)

El reconocimiento de estas falencias en los docentes en formación, hace que la formadora ejecute estrategias metodológicas en pro de mejorar las falencias detectadas; durante el curso enfatiza, por ejemplo, en la extracción de las ideas de algunos de los textos propuestos en el espacio académico, así como en la insistencia para que sus estudiantes argumenten y tomen posturas frente a los documentos leídos, por ejemplo, tanto en los videos como en la entrevista, se hallan evidencias de ello:

3:19-4:58 [Durante la sesión de clase, en la que se analizaba un documento acerca las líneas de investigación Pre-Álgebra y Early Álgebra, la formadora pregunta] ¿En qué página aparece para que todos vayamos buscando?... no, díganmelo en sus palabras, lean el pedacito y díganme cuál es el aporte de Collins, en sus palabras o ¿por qué aquí en este documento? ¿por qué llaman la atención sobre él?... [Ante la intervención de una estudiante la formadora enfatiza lo siguiente] “Paola dice que Collins dice que...” (Sesión 10 video 3)

5:20 - 5:59; yo quiero que ustedes en este curso logren pasar de repetir lo que dicen los textos a interpretar lo que dicen, esperarí además que ustedes tomaran postura. (Sesión 11 video 1)

... por eso gran parte del curso me centro en identificar la idea principal de la lectura...les insisto mucho que cuando lean algo, por ejemplo, se miren cómo fueron cuando fueron estudiantes de colegio... para ver si lo que aparece ahí sí es cierto, que tengan en cuenta lo que pasa con sus familias, con sus primos, sus hermanos, sus sobrinos, para que puedan aterrizar lo leído y sobre todo cuestionarlo...(Entrevista)

Y considera que estas estrategias conllevan al mejoramiento de los procesos de aprendizaje de sus estudiantes, como se ve enseguida:

... pienso que es natural [refiriéndose a los errores de lectura y a la falta de argumentación] pero creo que poco a poco van mejorando ciertas actitudes, sí, yo creo que a mitad de semestre, ellos comienzan a avanzar, a asumir el trabajo de otra manera (Entrevista)

Otro aspecto que se identifica, tanto en algunas sesiones como en las respuestas de la formadora en la entrevista, referente a los maestros en formación, y en la misma línea de lo anterior (competencias “*básicas*”), tiene que ver con el saber hacer consultas:

...me parece que una de las características que ha sido permanente en todos los grupos es que no saben consultar, cuando se les propone algún tipo de tarea de consulta, siempre, siempre, no encuentran o no existe, [respondiendo] “profe hemos buscado mucho” y no encuentran, antes al principio de los cursos yo les daba todo, todos los documentos... (Entrevista)

26:13-26:27; les digo de manera general que consulten sobre tal tema, porque me he dado cuenta que hoy en día que estamos en el mundo de las comunicaciones y no saben consultar (sesión 7 video 1)

26:39- 27:14; para buscar en la red, les sugiero: ponga entre comillas lo que quiere buscar y póngale + pdf, el encomillado especifica y el pdf, son documentos que corresponden a tesis y trabajos elaborados ... (sesión 7 video 1).

Se advierte que la formadora considera importante identificar cuáles son las ideas que tienen los maestros en formación en varios aspectos: sobre sus conocimientos matemáticos, sus intereses, sus motivaciones, su visión de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática escolar al igual que reconocer sus virtudes y falencias tanto en estos aspectos como en componentes de orden profesional que inciden en sus procesos de formación, como los mencionados anteriormente, por esto es una constante encontrar durante el desarrollo del curso los siguientes cuestionamientos a los docentes en formación:

41:22-41:50; ¿Qué de eso creen que se enseña en primaria y/o secundaria? (sesión 1 video 2)

27:51-28:50, ¿Es importante pensar en el tipo de población con el que se va a trabajar? (sesión 3 video 1)

8:37-9:53; ¿Qué es lo que se entiende por Didáctica? (sesión 5, video 2)

14:37-15:02; un niño le dice profe, el área es esta, es 870, ¿usted qué le diría para argumentar que no puede ser 870? (sesión 5 video 2)

21:08- 21: 14; ¿que hubiéramos podido hacer como profesores para que los chicos del colegio entendieran esto con mayor facilidad? (sesión 5 video 2)

23:25-:24:05; ¿ustedes creen que esto podríamos enseñarlo en el colegio?, ¿creen que debemos enseñarlo?... ¿Por qué están seguros de que se debería enseñar?, ¿Qué argumentos darían? (sesión 5 video 2)

33:35-34:06; ¿Quién sabe si hay que enseñarlo?, ¿hay que enseñar distintas maneras de resolver ecuaciones?, ¿hay que enseñar a resolver ecuaciones cuadráticas de forma algebraica? (sesión 5 video 2)

Pero, ¿cuáles son las justificaciones que tiene la formadora para plantear estos cuestionamientos? Ella justifica su naturaleza así

... muchas veces les hago preguntas acerca del conocimiento matemático que ellos creen que tienen, primero para que se hagan conscientes de que tienen todavía falencias y que es importante profundizar en el conocimiento matemático que están enseñando... (Entrevista)

Mi propósito es que ellos, efectivamente se piensen como profesores... que se pongan en el lugar de un profesor, porque es que a veces se sienten como estudiantes todo el tiempo, y yo creo que es indispensable que ellos desde ya se den cuenta que son profesores... (Entrevista)

...entonces esa es mi intención y también porque muchas veces ellos creen que saben muchas Matemáticas y cuando llegan a este curso, donde uno de mis intereses es mostrarles que efectivamente han pasado por muchos cursos pero que se les ha olvidado muchas cosas y que eso también le pasa a los estudiantes en la escuela, y que no se les ha olvidado porque no quieren aprender o porque no les gusta, eso hace parte de los procesos normales del ser humano, uno olvida lo que no utiliza. (Entrevista)

Y al cuestionarla sobre si hace uso de las respuestas de sus estudiantes, ella responde:

Sí, claro... muchas veces cuando uno le da la oportunidad a que otro responda salen respuestas que no son esperadas, en ese sentido uno identifica muchas veces errores de los estudiantes, bien sea con el contenido matemático, con el contenido didáctico, hasta identifica, ni siquiera errores sino posturas, también posturas pedagógicas, cosas de ese estilo, entonces sí, yo aprovecho esos comentarios en las participaciones de ellos, para hacer énfasis en ciertos elementos de la clase, de lo que yo me imagino puede ser su vida profesional, de lo que yo esperaba que ellos hicieran como profesionales... (Entrevista)

Desde lo expuesto en el marco de referencia, además de lo anterior, se considera de gran importancia que un profesor reconozca los errores cometidos por los estudiantes en relación con la disciplina, en este caso la formadora, ha identificado errores, en los maestros en formación, con relación a la Didáctica de las Matemáticas, pero ¿cuáles son los errores más frecuentes en los docentes en formación frente la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra?; al dar respuesta a este interrogante la formadora afirma:

Al trabajar con las interpretaciones de la letra, ellos piensan que siempre son variables, entonces cuando yo les muestro que no, les cuesta... (Entrevista)

También otro caso, que es muy usual, es el de los problemas multiplicativos... se clasifican en isomorfismos de medida, en espacio único de medida y producto cartesiano, y entonces ellos creen que tienen que ser medidas... ellos piensan que como es medida, al hacer problemas de cada tipo, la gran mayoría de problemas es transforme km. a m., cambie de cm. a dm.; entonces yo les digo ¿y eso qué es?... es una cosa muy cómica porque se da cuenta uno que no han asumido con seriedad el estudio de las teorías de Didáctica de las Matemáticas... (Entrevista)

Otro problema es en los problemas aditivos, de transformación de medida... en ese si es más usual el asunto de convertir de km. a m., y eso les cuesta muchísimo... (Entrevista)

En el espacio académico EAAA, se espera que los futuros profesores hagan uso de la teoría Didáctica, estudiada en el, para planear una clase de Matemáticas escolares que posteriormente se llevará a la práctica, como acercamiento inicial a su vida profesional. Al respecto la formadora identifica las siguientes dificultades:

...por ejemplo en las planeaciones y gestión de una clase, que es uno de los trabajos más importantes que se ha hecho durante el curso, les pido a ellos unos elementos previos al diseño de las actividades... ha habido dos fenómenos, un fenómeno era que se centraban en la descripción de la clase, y la parte conceptual que les pedía antes no la hacían de manera suficientemente amplia y eso hacía que la planeación de la clase les quedara muy flojita,...por ejemplo ante preguntas como: “bueno y esta pregunta para que la hacen y no otra...” entonces si no han estudiado algunos elementos teóricos, digamos tipos de representaciones, posibles errores de los estudiantes, pues no van a poder decir algo ... argumentado.... (Entrevista)

Ahora el proceso se ha invertido, llegan unos marcos didácticos gordos, y la descripción de la clase es media página... en el marco didáctico han dicho que los ejemplos de los posibles errores de los niños cuando trabajan con fracción parte todo es que no dividen la unidad en partes iguales, cosas de ese estilo, y cuando llegan a la descripción de la clase no tienen en cuenta esos errores, “¿van a empezar preguntándoles, o haciendo un dibujo en el tablero y diciéndoles si eso sí representa una fracción, sí representa la mitad o no?, o ¿Qué es lo que va a hacer para ayudar a los niños a que se les quite ese error?” [a lo cual responden] “No, no lo he pensado” entonces se da uno cuenta que echan un montón de cuentos, tanto de las Matemáticas como de la Didáctica, como que eso lo ven como relleno... por eso el diseño de la planeación tienen que hacerlo muchas veces, para tener el aval... (Entrevista)

Y frente a las razones por las cuales se presentan esos errores, dice:

... primero que todo porque yo creo que muchos de los que vienen a la universidad a estudiar Licenciatura en Matemáticas, pues digamos que su elección la hacen por las Matemáticas y no por la Licenciatura,...

También porque de alguna manera, de parte de algunas personas, por lo menos en nuestro país se ve mucho eso... y es que la Didáctica está divorciada, pareciera, de las Matemáticas, entonces los profesores que les enseñan Matemáticas, digamos que no tienen una buena consideración de la Didáctica... muchas veces eso hace que ellos estén prevenidos ante algunos elementos de tipo didáctico, a la apropiación de elementos de tipo didáctico, por ejemplo cuando miramos la letra, los tipos de letra, la letra como variable, como número generalizado... esos son construcciones o elementos teóricos que se han hecho desde la Didáctica de las Matemáticas, en las Matemáticas no se estudia la letra, se usa la letra para representar cosas, y ni siquiera se estudia si esa letra representa qué cosa, ... se usa y ya, se asume esa notación, entonces ellos no tienen interés... sienten que eso es trivial, como que es muy fácil, como que pueden aprender esos conceptos de la Didáctica por intuición...(Entrevista)

Creo que otras de las concepciones que tienen cuando llegan al curso, y que se evidencia en el transcurso del semestre, es que la Didáctica es un relleno de lo que van a hacer... (Entrevista)

En conclusión se puede decir que la formadora, al tener un conocimiento SMF y utilizarlo para reformular sus metodologías de clase y la organización de las mismas, como se evidencia con lo anterior, exhibe un CDC que se corresponde con lo descrito en el marco de referencia desde la propuesta de Shulman (1986), donde se sostiene que un buen conocimiento de los estudiantes permite al profesor interpretar mejor sus ideas y acciones, con el objetivo de mejorar la organización de la enseñanza y enfocar las estrategias Didácticas en pro del aprendizaje de sus estudiantes.

4.2.2 Conocimiento sobre las metodologías para la formación de profesores de Matemáticas (S_Met_FPM)

Entrando ahora en la descripción del conocimiento que muestra la formadora en relación con las metodologías para la formación de profesores, primero se presentará, en términos generales, cuáles son y en qué consisten dichas metodologías (lo cual, está desarrollado en el capítulo 2), para luego identificarlas dentro de los episodios de clase y tratar las apreciaciones de la formadora frente a estas.

Como metodologías en la formación de profesores encontramos:

- i.* Narrativas o Relatos. Consiste en recordar y detallar experiencias personales, reconstruyendo su historia, sus significados y su identidad.
- ii.* Discusión de casos matemáticos. Es cualquier descripción de un episodio de clase, que se puede interpretar y conectar a la base de los conocimientos para la enseñanza, se considera como “una ventana en la práctica” (Mersent, 2003)
- iii.* Las video grabaciones. Consiste en analizar los movimientos que hacen los estudiantes para identificar los detalles de la evolución de cada sujeto (Carolyn Maher en Tirosh & Wood, 2008)
- iv.* Los estudios de clase. En términos generales consiste en que un profesor, o docente en formación para este caso, desarrolla una clase y un grupo de pares observan y toman nota de los aciertos y los desaciertos.
- v.* Tareas en la formación de profesores. Son todos aquellos instrumentos empleados por los formadores para que los futuros profesores, por un lado desarrollen conocimientos y destrezas necesarias para la enseñanza de las Matemáticas, y por otro lado generen habilidades que les permita seguir aprendiendo a lo largo de su vida profesional (Tejada, 2001)

vi. La investigación. Consiste en examinar las teorías, de la Didáctica de las Matemáticas, para el caso, con el fin de promover en los futuros profesores y en la práctica docente diversos conocimientos como: el matemático, sobre el razonamiento matemático de los escolares y sobre la secuenciación y formulación de tareas.

Algunas de las anteriores metodologías se identifican en los siguientes episodios de clase, los cuales se destacan por ser los más representativos de su tipo:

i. Las narrativas o relatos, se pueden ver en episodios como este:

50:00-53:13;...el año pasado, la niña [refiriéndose a su hija] tenía esto en el cuaderno:

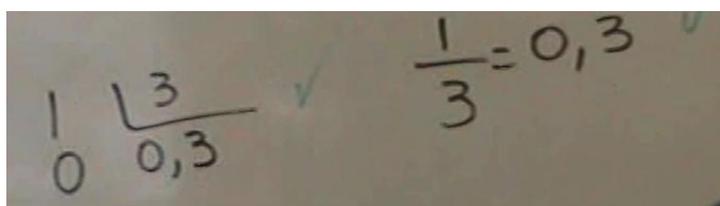


Ilustración 4 Ejemplo usado en la narrativa

La niña me dice: “mami mira que hoy vimos decimales, mira, me enseñaron decimales” además tenía esta así [señalando que la división y la igualdad estaban chuleadas]... entonces yo le dije (formadora)... “¿y qué te dijo la profesora?”, (hija): “pues me puso bien, mira no te parece chévere, por fin estamos viendo decimales porque yo quería saber qué era eso”...entonces yo le dije: “y tú crees que eso está bien”... “pues la profe me puso bien”... pero espera ¿tú crees que está bien?... ¿por qué mami? [Dice la hija]... pues comencemos a mirar, entonces 1 dividido tres, “¿cómo es que se divide?”... pues que un número multiplicado por tres me de uno, pero como no hay, entonces se sabe que está en 10 décimas, entonces 10 décimas dividido en tres eso me da... tres décimas y tres por tres nueve a diez una, pero como siempre sigue sobrando una mami, eso quiere decir que sobra cero ... pero como así que siempre sigue sobrando una, entonces sobra cero... eso nos dijo la profe y mira me puso bien... y le dije “no nena eso no es así, mira que me estás diciendo que siempre sobra uno, y ese uno que sobra [señalando el tablero] ¿no puede seguir?”. Pues no sé, solamente vimos hasta décimas, ... bueno pero ese uno que sobró quiere decir que sobró una décima, pero una décima son 10 centésimas, entonces lo mismo 10 centésimas dividido en tres,..., pues me dan tres centésimas y sigue sobrando uno, entonces le dije “¿y ese uno que sobra es el mismo siempre?” ... pues sí y no, pues sí porque es el mismo dibujito y no porque está en otra posición, entonces ¿se puede seguir? sí se puede seguir, ay mami, hasta el infinito... exacto, entonces en Matemáticas eso se escribe así: en lugar de escribir tantos treses le pone una rayita

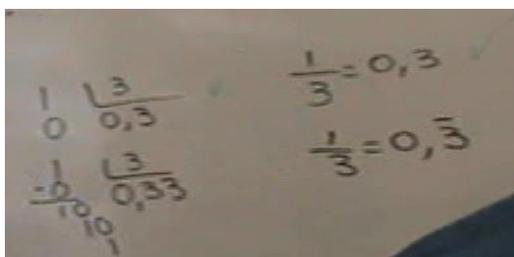


Ilustración 5 Desarrollo del ejemplo de la narrativa

Porque es imposible colocar infinitos... ¡Ahhh ya!, ¡juy! o sea que nos enseñaron mal,..., y pues si te enseñaron mal. Como le vamos a decir que le enseñaron bien si no es así, y lo peor es que le generaron un error gravísimo, ¡cómo va a ser igual un tercio que 0,3! (Sesión 1 video 2)

Se puede ver cómo en este episodio de clase, la formadora describe una experiencia personal (al parecer de carácter familiar) que le permite poner en consideración de los docentes en formación, algunos procederes de la supuesta profesora de Matemáticas de su hija con relación a la enseñanza de un tema matemático particular, donde se explicita un error conceptual, frente al cual se espera que los docentes en formación reflexionen. A pesar de que la docente no reconoce el uso de narrativas como metodología en la formación de profesores, sí explicita la forma en la que los introduce en la clase, como lo manifiesta en la entrevista:

Lo hago de tipo anecdótico, a veces, la verdad me invento las situaciones, la verdad no siempre son cosas que me hayan pasado o le hayan pasado a mis hijas, sino que las armo, a veces se me han ocurrido y en ocasiones las repito, unas sí son reales, se me ocurren en el momento, porque digo ¿Qué tal que pasara esto? Entonces me digo “venga armamos la historia” a ver ellos [refiriéndose a los docentes en formación] cómo reaccionan, y si se me ocurre pues bienvenido es... en general a los chicos les gusta el asunto de cuando se les pone un caso particular, de hecho me gustaría tener más casos reales, estar más dotada de esos ejemplos, que no me los tuviera que inventar, pero no soy consciente que eso haga parte de la metodología de mi clase, lo hago de manera intuitiva pero consciente porque a veces los planeo en el momento o hago algún tipo de pseudo-realidad, de pronto pasó esto y lo relaciono con otra cosa y ahí armo la historia, creo que efectivamente si es recurrente. (Entrevista)

ii. Frente a las discusiones de casos matemáticos, se puede citar como ejemplo representativo el siguiente:

53:17-55:48;...en una práctica del Club de Matemáticas se están trabajando cosas como: $9+2=11$, $98+13=111$, y se les pregunta a los niños ¿qué números se deberían sumar para obtener un 1111? entonces los niños empezaron a decir cosas como: por cada 9 que aparece se coloca un 1 y por cada 8 un 3. También se les preguntó que si se podía restando y ellos empezaron a proponer cosas como: $22-11=11$, $222-111=111$, etc. Aquí se está trabajando expresiones equivalentes para un mismo número y además se está trabajando el proceso de generalización. (Sesión 9, video 1)

Como en el ejemplo anterior, los episodios encontrados en el espacio académico EAAA que se clasificaron dentro de este tipo de metodología, reflejan una doble intención. Por un lado ilustrar el tema que se está trabajando (para el caso del ejemplo anterior es el proceso de generalización) y por otro dotar a los docentes en formación de situaciones que pueden desarrollar en sus clases con los estudiantes, lo cual se enmarca dentro de la metodología denominada por Mersent (2003) como “una ventana en la práctica”.

En relación al uso de video grabaciones y a los estudios de clase como herramienta de formación de profesores, cabe señalar que no se hallaron evidencias explícitas que condujeran a identificar episodios asociados a estas metodologías. No obstante en una de las sesiones la formadora deja como ejercicio extra-clase, la observación de un video en el cual ella desempeña el rol de docente con un grupo

heterogéneo de estudiantes (de diversas edades y pertenecientes a grados escolares diferentes de la Básica Primaria), y les solicita a los docentes en formación identificar las cuatro etapas del proceso de generalización que han estudiado con anterioridad, esto frente al uso de videograbaciones. Y con respecto a los estudios de clase, en algunas actividades, como las intervenciones donde se pide a los docentes en formación preparar una clase, se evidencian algunas de las características propias de esta metodología para la formación de profesores. Sin embargo por la escasa intervención de la formadora en estos episodios no se determinó si en efecto se consolidaba en un conocimiento de este tipo.

Como categoría emergente, dentro de las metodologías empleadas por la formadora, se encuentran las micro-enseñanzas, la dinámica de este tipo de actividad (que se puede ver, en mayor medida, en las sesiones 20 y 21) consiste en que los docentes en formación presenten a sus compañeros el desarrollo de unas tareas (ejercicios), que en su solución requieren el establecimiento de relaciones entre la representación gráfica y algebraica de la situación. Para tal fin la formadora pide que además de mostrar la solución expliciten la relación entre las representaciones y la manera como llegaron a la solución, además de presentar los procesos que involucra el desarrollo de la tarea.

Posterior a la ejecución de la “clase” los docentes en formación junto con la como observadores, toman nota de las actuaciones del compañero, para luego ejercicio de cada uno de ellos, actividad que se corresponde con las características metodología de estudios de clase. Esta actividad no se registró de forma escrita transcripciones, debido a que en ellas la participación correspondía, en mayor los docentes en formación y no a la formadora; sin embargo sí se tuvo en cuenta a la cuantificar los episodios en los que la formadora hace uso de este tipo de no se encuentran episodios escritos que evidencien esto. No obstante se cuenta con fotográfica de esta actividad, algunas de estas imágenes se muestran en la

Ilustración 6.



Ilustración 6 Micro-enseñanzas

Dentro de las tareas en la formación de profesores encontramos las siguientes:

2:45- 4:53... cada uno va a hacer un ejemplo, que se corresponda con el estándar [haciendo alusión al estándar básico de competencias en Matemáticas del ciclo de 4 y 5, correspondiente al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos] (sesión 8, video 1)

5:56- 6:16... el objetivo aquí en la actividad de coger un ejercicio, resolverlo y luego explicar al resto de la clase cómo se hace, es que ustedes tengan ejemplos de relaciones entre representaciones simbólico algebraicas, representación visual y qué ventajas tiene ese tipo de mezclas entre esos dos tipos de representaciones para el aprendizaje de algún concepto u objeto matemático. (Sesión 21, video 3)

29:35-31:35 [propone que los docentes en formación planteen un cuestionamiento alrededor de la relación que hay entre las propuestas Didácticas de Early Algebra y Pre-Álgebra, con los estándares colombianos de educación Matemática] ¿Cuál es la apuesta que se da en Colombia, Early Algebra y Pre-Álgebra? ¿Se puede hacer una propuesta donde estén las dos o son disjuntas? (Sesión 10, video 1)

24:54-25:21;... les propongo este tipo de ejercicios de crear tareas que se enmarque en una de las concepciones del Álgebra, porque ustedes cuando van a planear clase, específicamente, además de leer, de mirar qué tipos de errores pueden aparecer, etc. ustedes tienen que proponer tareas pensando en que “yo quiero que aquí los chicos vean el Álgebra como Aritmética generalizada, ¿Qué pregunta les hago?...” (Sesión 13 video 2)

En los anteriores ejemplos se pueden ver tareas que implican las siguientes acciones por parte de los docentes en formación:

- i.* Lecturas previas a las sesiones de clase, con relación a los temas que se discuten en ellas.
- ii.* Proponer ejemplos matemáticos, resolverlos y exponerlos al curso; estos deben ir acorde con las lecturas realizadas y a la teoría que en estas se muestra, desde la interpretación personal.
- iii.* Cuestionarse sobre la pertinencia y las implicaciones de las teorías leídas, en el contexto nacional colombiano y en contextos locales, desde sus experiencias vividas como estudiantes de colegio.

Además de estas tareas, la formadora propone a sus estudiantes actividades como:

- i.* Juego de roles: Esta estrategia metodológica es una adaptación desarrollada por la formadora, quien describe el proceso en los siguientes términos:

...el juego de roles, lo diseñé como un escenario producto de mi imaginación, de una supuesta reunión de área, con el fin de tratar el tema referente a concepciones curriculares del Álgebra. Los estudiantes deben leerlo, lo "dramatizamos" en clase y cada uno, debe tomar un rol y defenderlo a partir de lecturas previamente sugeridas, sus interpretaciones, sus experiencias, sus ideas... la idea es que luego, cada uno asuma su propia postura realmente...(Entrevista)

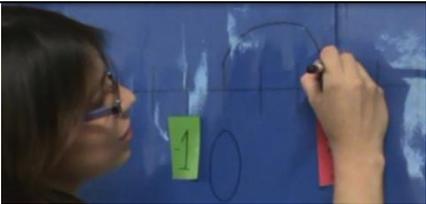
A pesar que la estrategia es reconocida por la formadora, no se encuentra evidencia de esta en las grabaciones analizadas, esto quizás se debe a no hacer uso de ella en esta versión del curso.

ii. Creación de actividades con material concreto

Para este tipo de tarea se destina una sesión de clase en la que los docentes en formación deben diseñar una tarea en la que incorporen el uso de material manipulativo y presentarla a la comunidad educativa, a lo cual se denominó, dentro del espacio académico, *mesas de trabajo*. En el desarrollo de las actividades en las mesas de trabajo no hay intervención directa de la formadora; sin embargo, es ella quien asigna la tarea y sugiere cómo deben desarrollarla. En estas mesas, los docentes en formación presentan las actividades que desarrollarán en su práctica inicial correspondiente al espacio académico, esta práctica se describe en el programa del curso como:

Vivenciar la actividad docente en la enseñanza de alguna temática o proceso propio de la Aritmética o el Álgebra en la Educación Básica o Media, desde el diseño (planeación) de una clase de 45 o 90 minutos (según el tiempo que sea otorgado por la institución donde llevarán a cabo la práctica), que incluya la utilización de un recurso "didáctico" (tecnológico o informático), la gestión de la clase y la reflexión posterior (Mora, 2011b, p. 4)

Enseguida se presenta una breve descripción de apartes de esta actividad propuesta por la formadora de profesores, incluyendo algunas imágenes extraídas de los videos:

IMÁGENES	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
	<p>La actividad que se ilustra en la imagen, está diseñada para sumar números enteros, consiste en realizar desplazamientos sobre la recta numérica tantas unidades como lo indiquen los sumandos que intervienen en la operación.</p>
	<p>La actividad consiste en construir figuras geométricas planas, particularmente rectángulos o cuadrados, con las fichas de cada color. El objetivo lograr que los estudiantes reconozcan la fracción como parte todo.</p>

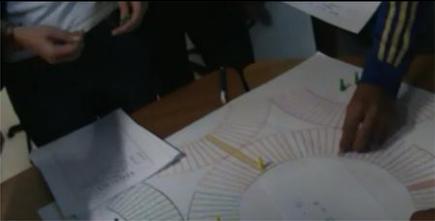
	<p>Con el material ecua-parqués, creado por los maestros en formación, se busca potenciar el reconocimiento de la propiedad uniforme de la igualdad en los escolares, para encontrar la solución de una ecuación de primer grado en los números enteros. Consiste en desplazarse con fichas de parqués en un tablero, según los números que indique el valor de un dado.</p>
---	--

Tabla 5 Actividades con el uso de material concreto

iii. Elaboración de cuadros sinópticos:

[La formadora, propone la elaboración de cuadros sinópticos] pegen en el tablero las diferentes propuestas de cuadros sinópticos... [Estas propuestas, fueron elaboradas por los docentes en formación frente al tema Pre-Álgebra y Early Álgebra] (Sesión 10, video 3)

Aquí tampoco se cuenta con transcripciones de los episodios, ya que la intervención de la formadora es mínima, pues el trabajo en su mayoría, es asumido por los docentes en formación como parte de la tarea propuesta por la formadora; sin embargo, se cuenta con imágenes que ilustran el desarrollo de este tipo de actividad, como las siguientes:



Ilustración 7 Tarea de elaboración de mapas conceptuales

En la Ilustración 7 se puede apreciar el trabajo de los docentes en formación, posterior a la elaboración de los cuadros sinópticos, en los que se muestra las relaciones y características que los docentes en formación establecieron para las corrientes Early Algebra y Pre-Álgebra; se ejemplifica este ejercicio, en la tabla 6 con uno de los cuadros elaborados para la sesión de clase antes mencionada, referente a Early algebra.

ORIGINAL	TRANSCRIPCIÓN
-----------------	----------------------

	<p style="text-align: center;">EARLY ALGEBRA enseñanza formal del álgebra desde primaria</p> <ul style="list-style-type: none"> Desarrollar simultáneamente el pensamiento numérico y algebraico en primaria Los alumnos poseen capacidades para comprender nociones algebraicas elementales. TRANSICIÓN De la aritmética al álgebra, mediante actividades dirigidas a la obtención de patrones, relaciones y propiedades matemáticas
--	--

Tabla 6 Ejemplo de cuadro sinóptico

iv. Planeación de clase

Esta tarea se consolida como una de las actividades de mayor relevancia dentro del espacio EEAA, ya que es en torno a ella que se materializan muchos de los constructos teóricos abordados a lo largo del curso, frente a esta la formadora manifiesta:

...en las planeaciones y gestión de una clase, que es uno de los trabajos más importantes que se hace durante el curso... les pido a ellos unos elementos previos al diseño de las actividades [refiriéndose a elementos teóricos tanto de la Matemática como de la Didáctica]... (Entrevista)

Frente a la planeación de clase, en la sesión 12 se habla de un formato que le permite a los futuros profesores planear la clase; sabiendo que es la primera planeación que realizan en el espacio académico la formadora dice que este debe ser un trabajo minucioso, aclarando que no es un formato que el docente utilice en la vida laboral.

Se hace mención que en el formato debe ir componente didáctico, matemático, errores y dificultades de los niños, características sociales, emocionales, físicas, cognitivas de los niños de esas edades, de la clase a la que van a asistir.

6:06-8:35... lo que ustedes han entregado, les sirve para incluir en la planeación, porque tienen apartes de lo que ustedes tienen, como la parte Didáctica; lo que sí nos hace falta mirar son errores de los niños, no hemos consultado eso en los trabajos que me han entregado, sí, la idea es... ir complementando... también en la planeación se tienen en cuenta prerrequisitos, prerrequisitos no preconceptos... (Sesión 12, video 1)

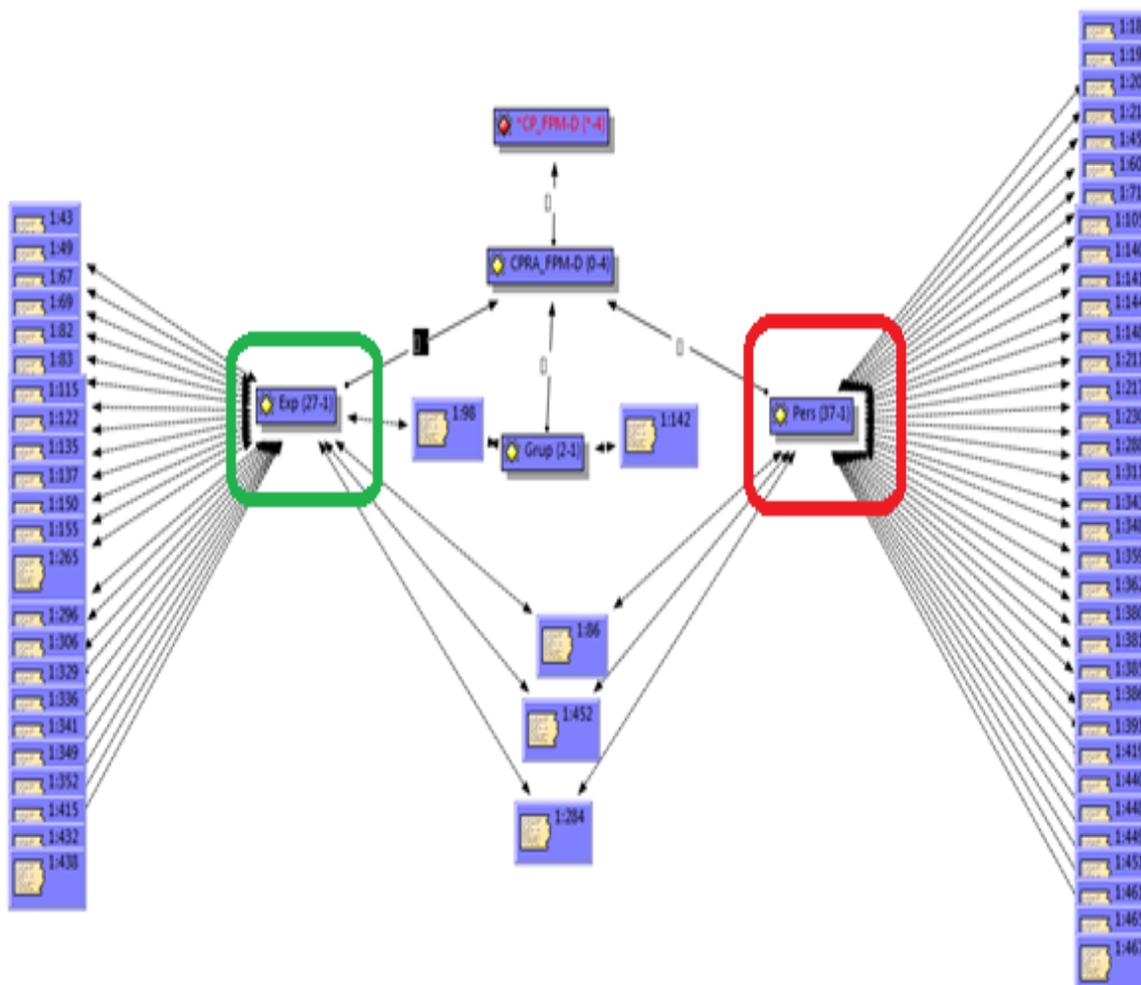
Con lo anterior, se ve que la tarea de planeación no es una actividad que se desarrolle de un día para otro; por el contrario, es un proceso que conlleva varios aspectos que requieren de trabajo de consulta teórica e interpretación de la misma. Es por esta razón que muchos de los trabajos que se entregan a lo largo del semestre, dentro del espacio académico, contribuyen a la consolidación del documento de planeación.

Hasta acá se describen algunos de los resultados, referentes a CDC_FPM-D, identificadas en diferentes momentos del espacio académico EAAA y declarados por la formadora en la entrevista realizada. Además de lo ya mencionado se destaca en este momento, que el conocimiento SMF perteneciente al CDC_FPM-D junto con el CPG perteneciente al CD_FPM-D, son las unidades que se evidencian con mayor frecuencia en los videos analizados, razón por la cual se considera son estos los conocimientos que posee con mayor fortaleza la formadora. De otro lado, se indica que durante el análisis surgieron tareas y aspectos metodológicos que no se encontraban reportados en el marco de referencia, como la metodología de las micro-enseñanzas, junto con las tareas de: juego de roles, elaboración y presentación de cuadros sinópticos, creación de actividades con material concreto, creación de tareas Matemáticas con base en la teoría estudiada (Didáctica, curricular, histórica, entre otras). Estos conocimientos sobre metodologías en la formación de profesores, se consideran conocimientos emergentes.

4.3 Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente didáctico (CPRA_FPM-D)

El CPRA_FPM-D es una de las unidades de análisis que contempla tres subunidades a saber: i) Conocimiento Experiencial (Exp), ii) Conocimiento Personal (Pers) y iii) Conocimiento Grupal (Grup).

En el Mapa 3 se muestran los episodios correspondientes a las subunidades mencionadas en el párrafo anterior, y sus relaciones.



Mapa 3 Esquema general del CPRA_FPM-D

Como se puede observar en el anterior mapa, la subunidad predominante es el conocimiento Personal (resaltado en color rojo). Este fue identificado en 37 episodios de clase, de los cuales 3 son compartidos con el conocimiento Experiencial que corresponde a la siguiente subunidad más evidenciada, con 27 registros (resaltado en color verde); por último se encuentra el conocimiento Grupal que tan solo fue identificado en dos sucesos de clase. A continuación se caracterizan cada uno de los tres tipos de conocimiento antes descritos, de acuerdo con lo registrado en los diferentes episodios de clase analizados.

4.3.1 Conocimiento experiencial (Exp)

Se destacan los siguientes episodios en los que aparece este tipo de conocimiento:

27:19-27:45; Antes de responder y sobre todo cuando estén en clase piensen un poquito, para no embarrarla, o digan que no saben si no les da pena decirlo...(sesión 5, video 2)

En diversas ocasiones la formadora hace este tipo de comentarios, en los cuales deja ver la importancia de que un profesor se tome tiempo para responder a los cuestionamientos de los estudiantes; ya que de no hacerlo puede incurrir en errores conceptuales y ocasionar conflictos a los estudiantes, esta postura es resultado de la experiencia como formadora de profesores, ya que como lo manifiesta, en sus primeros años cometió muchos errores, por hacer afirmaciones apresuradas en las clases, lo que implicaba que en clases posteriores se retractara de lo declarado; esto lo expresa al cuestionarla sobre su trayectoria profesional:

Fue todo un reto, tenía que estudiar mucho... la embarraba y me tocaba llegar a la clase siguiente a "sacar la pata"... aunque claro, no era siempre... (Entrevista)

También se ve este conocimiento, al atender algunas confusiones, por parte de los docentes en formación, en las interpretaciones de un texto, la formadora, usualmente, solicita sus aprendices que releen el fragmento del texto, donde se aborda el suceso e identifiquen lo que verdaderamente quiere decir el autor, convirtiéndose esto en una estrategia, frecuente, para dar solución a problemas cotidianos en el aula.

25:50- 26:56... ¿Qué es lo que hace Galois?... ¿desarrolla la teoría de grupos... da el concepto de grupo? ... "no definió grupo" (sesión 6, video 1)

Falencias como esta, junto con el hecho de no saber consultar, dificultades al argumentar y al escribir, hacen que la formadora genere estrategias para ayudarlos a superar estos impases,

...casi todos tienen poco hábito de lectura... por eso gran parte del curso me centro en identificar la idea principal de la lectura... no saben consultar, entonces les hablo de las bases de datos, de DIALNET, de scholar google, cosas así para que aprendan a buscar... (Entrevista)

Dichas estrategias con las que se busca solucionar inconvenientes cotidianos en la profesión docente, son las que se constituyen en parte del conocimiento experiencial.

4.3.2 Conocimiento personal (Pers)

En este conocimiento se consideran todas las afirmaciones realizadas por la formadora, en las cuales expresa sus creencias, valores y principios como profesora y como ser humano, en cuanto a los principios frente a la profesión docente. Específicamente para el docente de Matemáticas, manifiesta lo siguiente:

10:50-11:43 "el gusto por las Matemáticas depende de los profesores" (sesión 2, video 1)

11:44- 13:24 "su función no es ser amigo de los estudiantes" así como en el rol de mamá, yo soy la mamá, no la amiga... (Sesión 2, video 1)

A su vez, al hablar sobre los retos de la profesión docente frente al cambio en la educación y las implicaciones en los currículos, afirma:

58:17-58:45 ... son retos, que les toca a ustedes asumir, ¿cierto?, y que casi nunca los asumen, porque llegan a un colegio donde le dicen “haga esto” y ustedes lo hacen. Sí, todavía los cambios curriculares que tienen que darse están muy lejos (sesión 14, video1)

También, frente a las falencias de los profesores de Matemáticas, con relación a lo que se hace en la clase y lo que se deja de hacer, considera:

18:39- 19:10 ... con este trabajo [el de Seguí] mostraron que efectivamente estudiantes armónicos no hay, o son visuales o no son visuales... en las Matemáticas uno necesita tener ambas cosas, lo visual y lo analítico, entonces quiere decir que se está fallando en la formación que les estamos dando a los chicos, necesitamos hacer mas relación entre estos dos elementos, lo analítico y lo visual (sesión 22, video3)

De forma similar a lo anterior también hay presencia de posturas personales frente a algunas ideas de teorías pedagógicas y Didácticas, como la siguiente:

37:47-39:51 no le creo a Piaget... los chicos colombianos nacen muy pilos... vienen dotados de más cosas, pero la escuela no ha cambiado... en octavo siguen enseñando lo mismo... en décimo, trigonometría... el currículo se ha envejecido, cambiarlo requiere una gran revolución... (Sesión 4, video1)

En relación a algunos principios personales que son considerados derroteros para la formadora se encuentra:

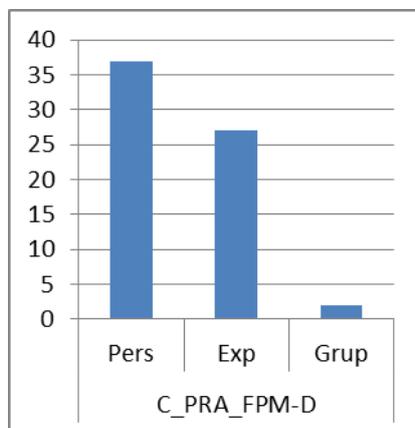
00:39-1:03... no debemos subestimar a los estudiantes, “para mí esto es un principio...” (Sesión 8, video 2)

0:21- 2:58 ... uno como profesor no gana respeto de los estudiantes gritando ni tratándolos mal o haciéndolos sentir menos, porque además no lo son; uno genera respeto dominando los temas, siendo seguro, respondiendo bien...

Afirmaciones de estos tipos, frente a la profesión docente, son constantes en el desarrollo de las clases, cuya intención es lograr una reflexión en los docentes en formación. Frente al porqué de estas posturas y al cuestionar si son el resultado de la experiencia como docente, si tienen un sustento teórico, o son un recurso discursivo que se acuña ya que vienen de un consenso grupal validado por un grupo de “expertos” en la formación, la formadora afirma:

... no recuerdo [refiriéndose a si existe un argumento teórico para esto], pero creo que sí, uno ha leído cosas sobre eso... por ejemplo ahora cuando me hacías la pregunta, pensaba en un documento de una profesora que creo que se llama, María Inés Chacón... que habla también de las cuestiones de afecto y cómo se genera afecto hacia las Matemáticas, también he leído cositas de esas... a veces digo ¡Cómo influencia el profesor a veces tanto el gusto o disgusto que tienen los estudiantes!... (Entrevista)

Sintetizando la información sobre la cantidad de episodios en los que aparece el C_PRA_FPM-D, a continuación se muestra la gráfica de frecuencias de la distribución de los conocimientos que hacen parte de él.



Gráfica 3 Frecuencias del C_PRA_FPM-D

En la Gráfica 3 Frecuencias del C_PRA_FPM-D se ve la frecuencia con la que aparece cada uno de los tres tipos de conocimiento en el espacio académico EAAA; el hecho que el Conocimiento Personal sea el que más se evidencie, corrobora una de las hipótesis que se habían formulado con anterioridad, la cual era: que en el Conocimiento Práctico la subunidad más predominante iba a ser la del Conocimiento Personal, ya que toda actividad humana siempre está permeada por las creencias, actitudes, gustos, valores y sentimientos de quien la desarrolla; la docencia al ser un producto de la interacción humana no puede ser la excepción.

4.3.3 Conocimiento grupal (Grup)

Esta tipología, fue una de las menos evidenciadas, con tan solo dos episodios:

1:18:34-1:25:3 [en este episodio, al referirse a los objetos del Álgebra señala que esta construcción fue el resultado del trabajo conjunto de una tesis de Maestría de la cual fue asesora]... estudiando con ellos quisimos identificar cuáles son los objetos de estudio del Álgebra: las ecuaciones, como herramientas... (Sesión 6, video 1)

Aunque es un conocimiento poco encontrado en los registros analizados, si está presente en la formadora, e incide directamente en el desarrollo de sus prácticas; evidencia de ello está en lo expresado en la entrevista, respecto a la pregunta *¿Cómo prepara el programa del curso EAAA y que elementos tiene en cuenta para definirlo?* respondió lo siguiente:

... Después de la primera vez, pues se tiene en cuenta la(s) experiencia(s) anterior(es), los aprendizajes que creo se lograron, lo que realmente fue posible hacer, cómo me sentí, qué creo que es más importante

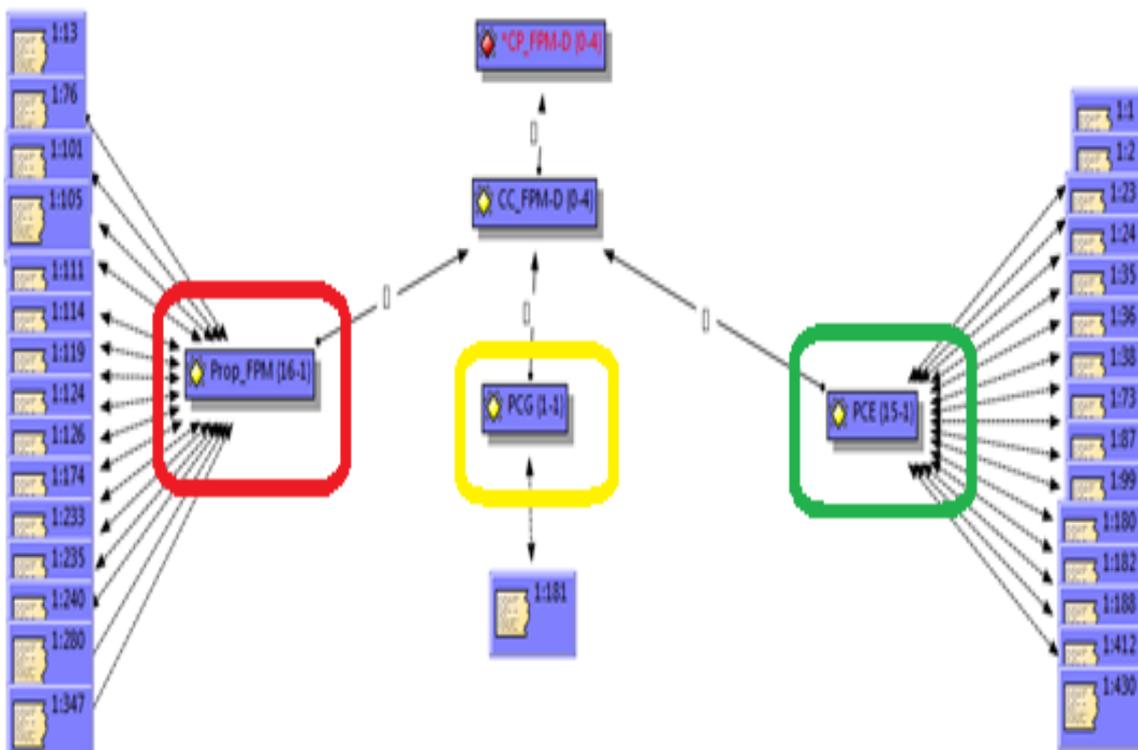
para la formación de profesores (desde mi visión, desde lo que charlo con egresados a veces, con mi marido en su rol como profesor en ejercicio, claro, desde los practicantes, cuando tengo,...), "nuevas" lecturas (digo nuevas porque puede que sean antiguas, pero que para mí sean nuevas...) Y también he tenido en cuenta los resultados de los trabajos de grado de la Maestría... eso me ha hecho repensar cositas, redefinir otras...

Para cerrar este apartado, se da una interpretación sobre el porqué las diferencias en cuanto a las frecuencias desiguales entre las tres tipologías de este conocimiento. Al respecto y haciendo una comparación entre Conocimiento experiencial y el Conocimiento Grupal, se puede inferir que la marcada diferencia se debe a la naturaleza de cada conocimiento; en tanto que el primero obedece a las estrategias de solución de problemas generados dentro del aula, lo cual es fácil de identificar en el desarrollo de las clases, mientras que el conocimiento grupal, por ser el resultado de la consolidación grupal de ciertos principios, puede permanecer oculto tras las actuaciones y los procedimientos de la formadora, incidiendo en la toma de decisiones pero sin una evidencia clara de ello, como se mencionó anteriormente.

4.4 Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CC_FPM-D)

El CC_FPM-D, al igual que la anterior unidad, también está dividido en tres subunidades: i) Conocimiento de los Propósitos de la formación de profesores de Matemáticas (Prop_FPM), ii) Conocimiento de Programas Curriculares Generales (PCG) y iii) Conocimiento del Programa Curricular Específico (PCE).

El mapa generado por el Atlas.ti donde se muestran la clasificación de los episodios en los diferentes tipos de conocimientos se presenta a continuación:



Mapa 4 Esquema general del CC_FPM-D

Allí se puede observar, a diferencia de los mapas anteriores, la no existencia de episodios que pertenezcan a más de un tipo de conocimiento; frente a las razones por las cuales se presenta esto, se puede afirmar que los conocimientos sobre los planes curriculares específicos (resaltados en verde en el mapa 4) guardan una relación con los propósitos para la formación de profesores (resaltado en rojo en el mapa 4) ya que estos son los que rigen en gran medida la estructuración de dichos programas y de los micro-curriculos de los diferentes espacios académicos que los conforman, como lo hace explícito la formadora para el caso del espacio académico EAAA:

Se tienen en cuenta los derroteros de los cuales les hablé antes³⁰, el tratamiento de la naturaleza de los objetos algebraicos y aritméticos, el asunto curricular, el asunto de la enseñanza (ejemplos de tareas, de modelos, tipos de representaciones) y el del aprendizaje (errores posibles, obstáculos...) También tengo en cuenta qué es lo que se espera que sepa el futuro profesor de Matemáticas en los temas de Aritmética y

³⁰ Derroteros para los programas:

- i. La naturaleza de los objetos matemáticos a tratar (geométricos, aritméticos, algebraicos...)
- ii. Aspectos teórico-prácticos referidos al currículo para la enseñanza de objetos matemáticos propios de la disciplina específica (modelos de enseñanza, materiales y recursos, representaciones)
- iii. Consideración de tareas centradas en el conocimiento matemático en cuestión (propiciar cuestionamientos sobre sus conocimientos matemáticos)
- iv. Aspectos teórico-prácticos referidos al aprendizaje de objetos matemáticos propios de la disciplina específica (errores, obstáculos, concepciones,...) (Mora, 2011a)

Álgebra; por ejemplo, se espera que conozca los distintos sistemas numéricos, así que ese uno de los temas a tratar desde la enseñanza y el aprendizaje...

... de otro lado quisiera que incorporaran el tema de la generalización, que aunque también se espera (en la enseñanza escolar de las Matemáticas), es menos usual... Y claro, tengo en cuenta lo que sé... lo que más he estudiado... en lo que me siento con fortaleza... (Entrevista)

Con relación a la creación de los derroteros mencionados anteriormente ella afirma:

... no recuerdo si hubo algo teórico específico para esos derroteros...sé que primero escribimos algo sobre competencias profesionales, ejes de formación...que está explícito en ese documento que les mencioné...[refiriéndose a unas orientaciones curriculares que hay para los espacios de formación pedagógica y Didáctica en la Licenciatura en Matemáticas y en las que la formadora participó]

Lo que sí recuerdo es que nos preguntamos sobre qué requiere saber un profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de... con base en ellos armamos las rutas de navegación para cada uno de esos espacios académicos de Enseñanza y aprendizaje específicos...teniendo en cuenta la literatura existente, algunos propósitos en la formación de profesores y los avances o resultados de investigación en Didáctica de las Matemáticas...

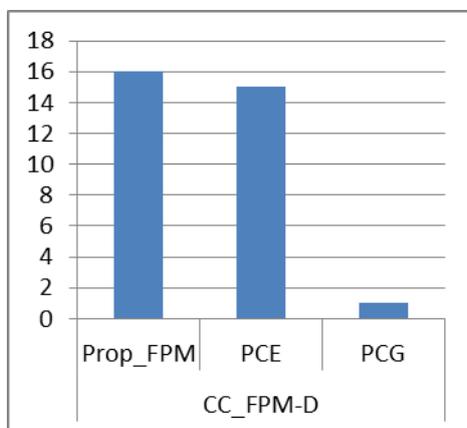
... queríamos... dar herramientas para los futuros profesores, que les permitiera tener insumos a la hora de enfrentarse a la práctica... y pensamos, sí, recuerdo muy bien, en el perfil profesional, lo revisamos en las competencias del profesor de Matemáticas...

Si bien la formadora reconoce el haber tenido en cuenta los propósitos en la formación de profesores para la elaboración del programa del curso, este vínculo no se hace explícito en las video grabaciones observadas, sin evidencia dentro del desarrollo del curso, lo cual permite suponer que es un conocimiento oculto, útil pero no visible.

De igual forma se considera en este estudio, que si bien dentro del conocimiento de los programas curriculares generales debería estar el conocimiento sobre el programa específico de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, solo se reportarían episodios con relación al primero, si la formadora hiciera alusión a elementos de programas de otras instituciones de Educación Superior que cuentan con programas de formación de profesores de Matemáticas a nivel nacional. En este sentido solo se identificó un episodio en el cual se hace mención a la diferencia entre algunos de los enfoques del programa de formación de la UPN frente a otros de otras universidades a nivel nacional. Como se reporta en el siguiente episodio:

30:21-32:23 Aquí en la Licenciatura todo el trabajo que se hace con las funciones y el análisis del cambio, se hace desde el punto de vista del análisis, de la línea del Cálculo... todo lo relacionado con el cambio no se debe incluir dentro del Álgebra ya que esta en esencia se encarga del estudio de las estructuras algebraicas, de hecho ese es el énfasis que se hace aquí en la licenciatura, más no es una constante de los programas curriculares a nivel nacional... cuando se define un proyecto curricular hay que definir dónde se ubica cada uno de estos elementos [refiriéndose a las funciones y el análisis del cambio]. (Sesión 9, video 1).

Al hacer un análisis de las otras dos tipologías, pertenecientes a esta unidad, se observa lo siguiente: el conocimiento sobre los Prop_FPM es la subunidad que más se evidencia, con 16 reportes, seguida del conocimiento del PCE, con 15 sucesos, como se muestra en la siguiente gráfica.



Gráfica 4 Frecuencias del CC_FPM-D

Al hacer un análisis sobre el conocimiento de la formadora frente a los propósitos de formación, se reporta lo siguiente:

4:59- 5:18... hoy en día muchos docentes no somos conscientes de eso [refiriéndose al reconocimiento de los Lineamientos curriculares como una guía que le permite al docente diseñar su propio currículo], el hecho es que ustedes sean conscientes de que la idea de “tema” pasó a un segundo plano por lo menos desde 1998 [año de publicación de los Lineamientos curriculares en Matemáticas], pero en la vida real eso no se ha logrado erradicar, ese debe ser un reto para ustedes...(sesión 7, video1)

En este episodio se puede ver cómo la formadora, implícitamente, manifiesta uno de los principios asociados al perfil profesional del egresado del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN, el cual estipula lo siguiente: “genere propuestas educativas e innovaciones curriculares (unidades Didácticas, planes curriculares) sustentadas en referentes teóricos de las Matemáticas y de la Educación Matemática”³¹.

También se encuentran episodios como estos:

6:00-15:54... ¿La enseñanza del Álgebra en Colombia se corresponde con el proceso que se dio en la historia? Bajo la mirada de los siete objetos y los procesos algebraicos ¿Qué se espera que uno enseñe en Álgebra en el colegio?... Ver si aparece en la enseñanza del Álgebra en Colombia, desde lo que se propone en los estándares (2 versiones 2003 y 2006), Lineamientos curriculares (1998), NCTM, pruebas Saber, pensamientos y procesos en los Estándares, Estándares por ciclos. (Sesión 6 video 2)

³¹ Tomado del documento presentado en el III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia Abril 24 y 25 de 2008

3:39-4:12 ustedes deben conocer el plan de estudio, el modelo pedagógico, los resultados de las pruebas en una institución. Eso les puede dar ideas de que es lo que esperan los otros... (Sesión 7, video 6)

Dentro de lo expuesto en el marco referencial, capítulo 2, una de las competencias del profesor de Matemáticas, y por consiguiente un propósito en la formación de profesores de Matemáticas, tiene que ver con el dominio de la organización curricular y la planificación de los contenidos matemáticos para la enseñanza, junto con el conocimiento de los contenidos matemáticos de la Educación Secundaria, intencionalidad que la formadora deja ver en los episodios inmediatamente anteriores.

Otro propósito en la formación de profesores es lograr que el futuro profesor domine los contenidos matemáticos, desde una perspectiva Matemática superior, al igual que reconocerlos como objetos de enseñanza aprendizaje. En este sentido los siguientes episodios fueron clasificados en esta sub unidad, dado que en ellos se enfatiza en la importancia de contar con una sólida base de conocimientos matemáticos y didácticos para mejorar la calidad de las clases.

15:58-16:08;... todo esto (sistemas de ecuaciones, grado y conjunto referencial) tiene que estar claro para usted como profesor. (Sesión 7, video 1)

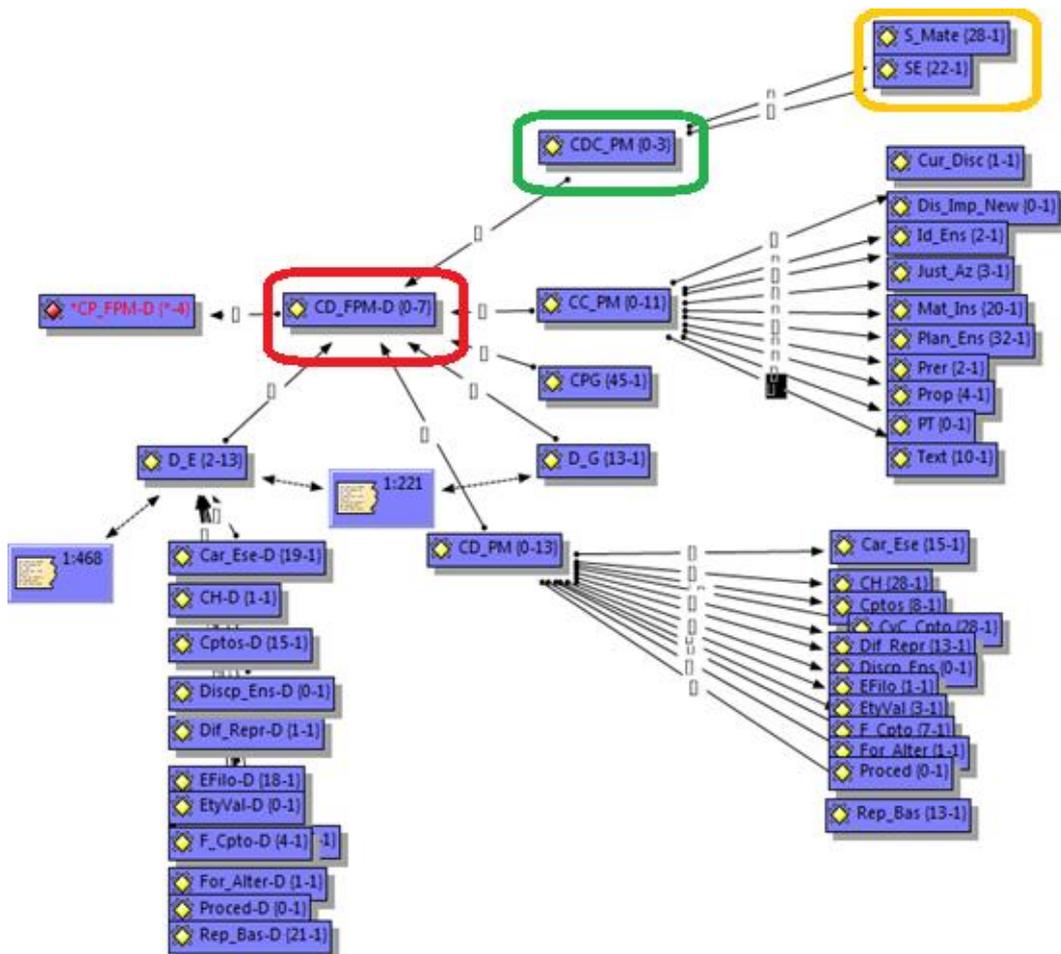
12:43- 12:51;... la idea de todo esto (lo matemático y lo didáctico) es dotarnos de elementos teóricos que nos permitan planear mejor nuestra clase. (Sesión 9 video 1)

En consecuencia, se identifican características propias de las diez (10) competencias específicas³², que se convierten en propósitos para la formación de profesores, las cuales, se consideró, deben ser reconocidos por un formador de profesores, ya que sirven de guía en su actuar profesional.

4.5 Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico (CD_FPM-D)

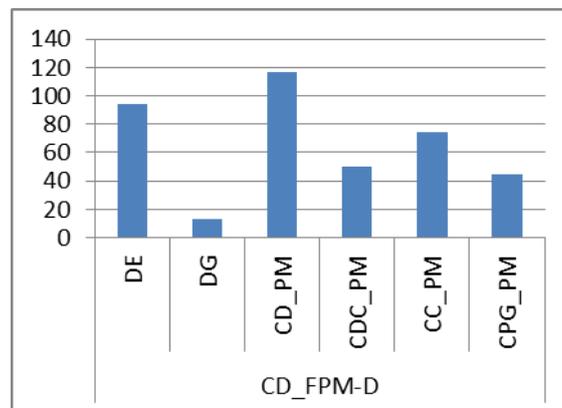
El CD_FPM-D, es quizás una de las unidades más grandes, ya que está conformada por seis subunidades, que a su vez están compuestas por otras, las cuales se han denominado unidades de análisis de tercer orden. A manera de ejemplo, el CD_FPM-D es el código principal (color rojo en el Mapa 5), uno de sus códigos secundarios es el CDC_PM (color verde en Mapa 5), que está dividido en: Conocimiento Sobre las Matemáticas (S_Mate) y el Conocimiento Sobre los Estudiantes (SE), que son los códigos terciarios (color amarillo en Mapa 5).

³² Estas competencias se describen en el capítulo 2 en el apartado titulado competencias del profesor de Matemáticas.



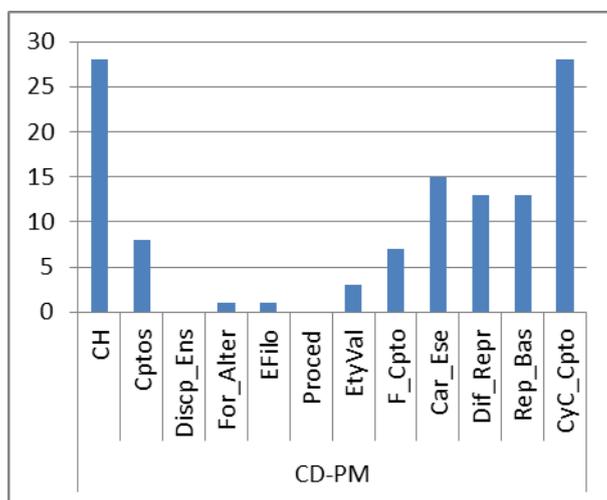
Mapa 5 Esquema general del CD_FPM-D

A continuación se muestra la tabla general de frecuencias donde se resumen las apariciones de las seis sub-unidades que conforman el CD_FPM-D:



Gráfica 5 Frecuencias del CD_FPM-D

En la Gráfica 5 se puede ver que la subunidad que más se evidencia es la del CD_PM, el cual se reporta en 117 episodios, repartidos en la diferentes unidades terciarias, como por ejemplo: 28 episodios al Conocimiento Histórico (CH) y 28 al Conocimiento y Comprensión del Concepto (CyC_Cpto), que son los códigos de tercer nivel más sobresalientes, tal y como lo muestra la siguiente gráfica de frecuencias:



Gráfica 6 Frecuencias del CD-PM

De la información expuesta en la anterior gráfica se puede deducir que los aspectos históricos de las Matemáticas, en especial los del Álgebra son altamente tratados en el curso, por iniciativa de la formadora, quien exhibe cierto conocimiento y gusto por ellos; de forma similar se destaca el conocimiento y comprensión que la formadora tiene de los conceptos matemáticos tratados en el espacio académico y sus relaciones. Entre los episodios más representativos del CD_PM se encuentran:

28:14-29:15... la teoría de grupos como se conoce hoy se debe a Gauss, Galois... Cayley(Sesión 6, video1)

30:44-35:06...Gauss, se detiene a mirar las raíces de las ecuaciones.... $x^2 - 1 = 0$, las raíces [de esta ecuación] con la suma son un grupo... $x^3 - 1 = 0$ de nuevo encuentra lo mismo... esta es una de los sucesos fundamentales de la idea de grupo... (Sesión 6, video1)

35:06- 41:55 Hamillton (buscando representaciones geométricas) y el trabajo con los cuaterniones (se pueden ver como una estructura no conmutativa con la multiplicación) sirven de vínculo entre los complejos como solución de ecuaciones (del Álgebra antigua) y las Álgebras no conmutativas, en el Álgebra moderna. (Sesión 6, video1)

La sesión de clase número 6, es dedicada al establecimiento de relaciones entre hechos históricos, particularmente entre sucesos del Álgebra antigua y Álgebra moderna; por esta razón es en esta sesión de clase en la que se evidencian episodios de Historia de las Matemáticas (HM) de forma copiosa,

pero cabe aclarar que no es la única sesión en la que se tiene certeza del uso del conocimiento sobre la HM; durante el desarrollo del espacio académico es una constante encontrar numerosa evidencia de esta tipología de conocimiento, ya que como lo asegura la formadora:

... la Historia de las Matemáticas o de la Aritmética y el Álgebra, es una herramienta que yo utilizo para el estudio de algunos objetos didácticos del curso... si yo voy a enseñar Matemáticas, pues debo tener una postura de qué son las Matemáticas, ¿sí? ¿Qué considero Matemáticas y que no considero Matemáticas?, para este caso, ¿Qué considero Álgebra y qué no considero Álgebra?... entonces para esto una buena referencia es la Historia, ¿Qué han considerado los algebristas que es Álgebra, que han considerado los que hacen Aritmética qué es Aritmética? Entonces por eso estudiamos la Historia. (Entrevista)

Desde esta mirada, se puede reconocer el carácter epistémico, que posee la formadora, del uso de la HM en la formación de profesores; en este sentido cabe cuestionarse si la formadora hace otro uso de la HM en el curso, si, quizás su actuar se corresponde con las afirmaciones de investigadores como Radford y otros (2000 citado en Triana & Manrique, 2013) quienes sostienen que "...cualquier uso de la Historia en la enseñanza de las Matemáticas requiere de un acompañamiento de la reflexión Didáctica" (Radford y otros 2000 citado en Triana & Manrique, 2013 p.24). En aras de responder al anterior cuestionamiento y además del uso de la HM ya mencionado, la formadora sostiene que dentro del curso hace uso de esta, por las siguientes razones:

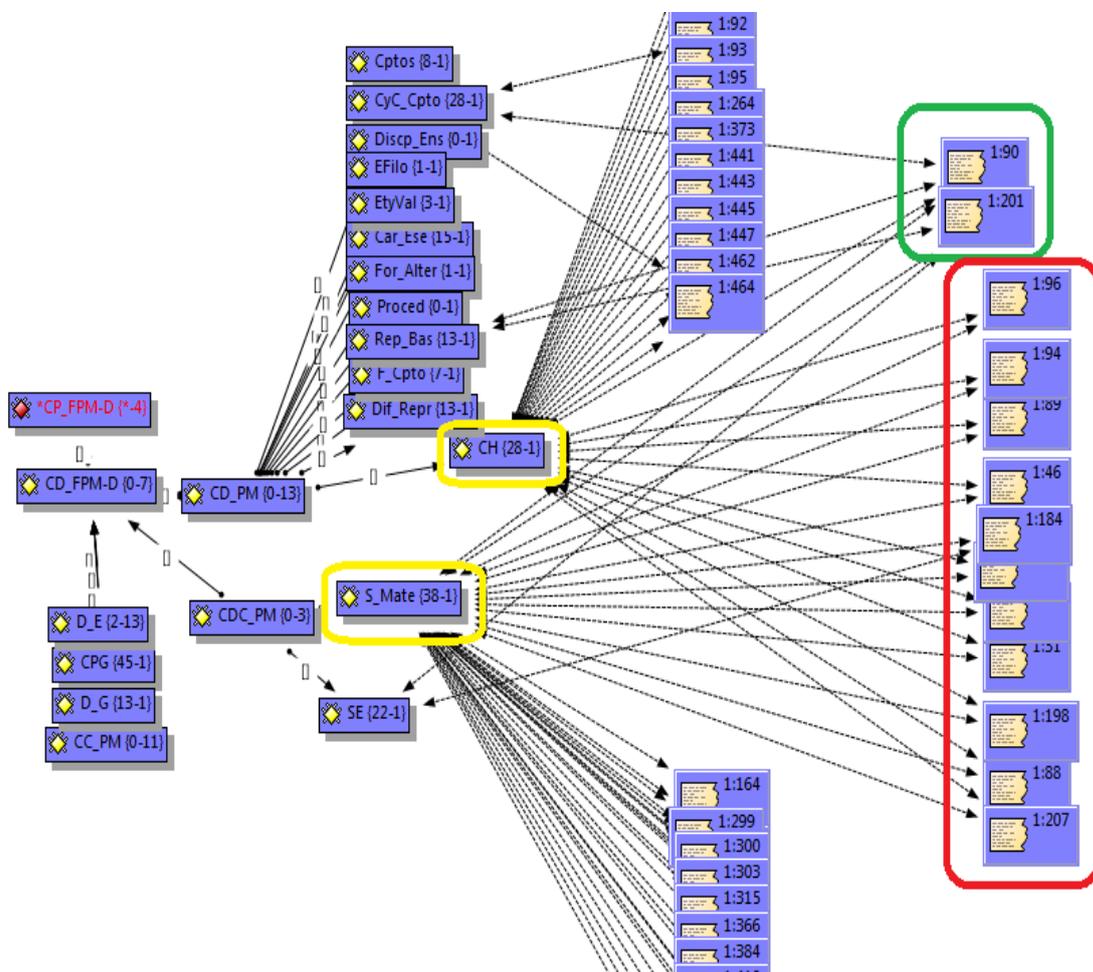
... porque en la Historia aparecen, por ejemplo, distintos tipos de representaciones, distintos obstáculos que me ayudan a hacer unos puentes entre representaciones de los números, por ejemplo: obstáculos en la simbolización, en la constitución del lenguaje de las Matemáticas... en el asunto este del lenguaje retórico, sincopado y el lenguaje simbólico algebraico, entonces se ve **cómo en la Historia se ven estos tres tipos diferentes de lenguaje, y cómo se puede relacionar con la enseñanza de la simbolización en la escuela; entonces busco hacer ese tipo de relaciones...** (Entrevista)

Por otro lado, la formadora hace uso de su conocimiento histórico como recurso útil para lograr que los docentes en formación comprendan el proceso de consolidación del conocimiento matemático, y así mismo reconozcan su complejidad, y la complejidad de su aceptación por parte de los educandos a niveles escolares, tal y como lo expresa en el siguiente fragmento de la entrevista:

...también para que ellos [los docentes en formación] asuman que las Matemáticas han sido fruto de la construcción humana, y que muchas veces lo que hacemos en la escuela es mostrarlas terminadas; pero imagínese todo lo cargadas que están las Matemáticas... para ayudarlos a tomar conciencia de que muchas veces cuando un chico no entiende, no es porque el profesor lo haga mal necesariamente, sino porque hay muchas cosas detrás, digamos que uno no puede entregarle toda la responsabilidad al profesor, o al estudiante... (Entrevista)

Esta relación entre el conocimiento histórico y el Conocimiento Didáctico del Contenido es altamente valorada por investigadores como Radford y otros (2000 citado en Triana & Manrique, 2013) y también reconocida por la formadora, como se evidencia en la entrevista. Vale la pena destacar dicha relación en los episodios de clase. En este sentido, uno de los hallazgos importantes en lo referente a las relaciones existentes entre los diferentes tipos de conocimientos, que se hace necesario acentuar, es

la relación entre el CH (unidad perteneciente al conocimiento Disciplinar del Profesor de Matemáticas) y el conocimiento Sobre las Matemáticas (S_Mate) (perteneciente al CDC del Profesor de Matemáticas), en el siguiente mapa se muestran dichas relaciones:



Mapa 6 Esquema general del CD-PM

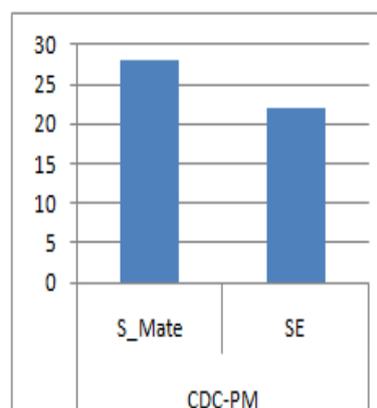
En el Mapa 6 se resaltan, en amarillo, el Conocimiento Histórico (CH) y el conocimiento Sobre las Matemáticas (S_Mate), al generar este mapa se pudo observar el alto número de episodios que compartían dos unidades de análisis (resaltados en rojo) son 11 episodios de clase que dan muestra de estos dos tipos de conocimiento, y dos más (resaltados en verde) en los que se encuentra evidencia de tres tipologías diferentes de conocimiento, para un total de 13 episodios que guardan relación entre el CH y S_Mate. De manera natural surge una respuesta al porqué estos tipos de conocimiento comparten números episodios de clase; una de las razones es la intencionalidad de la formadora a la hora de mostrar la Historia de las Matemáticas (HM), intencionalidad que se evidenció en la entrevista, como se mostró anteriormente; otra de las razones que se cree sustenta este hallazgo, es uno de los propósitos del curso:

El espacio académico EAAA busca fundamentar de manera teórica y práctica, en términos de Shulman, el conocimiento didáctico del contenido, necesario para el maestro en formación sobre aspectos referidos a la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos de la Aritmética y el álgebra... (Mora, 2013, p. 1).

En este sentido, al buscar potenciar el CDC del futuro profesor, las herramientas y estrategias empleadas en la clase van encausadas a ese propósito, por tanto como lo menciona la formadora, la HM se convierte para ella en una herramienta con la cual se pueden presentar algunos elementos de las Matemáticas y de la Didáctica, es decir en una mejor representación de dichos conocimientos matemáticos. En otras palabras la mezcla entre el contenido y la Didáctica para lograr una comprensión de cómo determinados temas se representan y se adaptan a los diversos intereses de los docentes en formación y por supuesto de los escolares. En este sentido, no es otra cosa que el CDC del profesor de Matemáticas, que se encuentra incluido en el CD_FPM-D.

Si bien son muchos los reportes de clase en los que se evidencia el Conocimiento Disciplinar del Profesor de Matemáticas (CD-PM), por parte de la formadora (expresado en conocimiento en CH, Cptos, For_Alter, EFilo, EtyVal, F_Cpto, Car_Ese, Dif_Repr, Rep_Bas, y C_Cpto) dentro de esta tipología de conocimiento hay dos subunidades de las cuales no se encontró evidencia, el conocimiento de los Procedimientos (Proced) y el conocimiento sobre la disciplina para la enseñanza (Discp_Ens).

Otra de las unidades de segundo nivel que hace parte del CD_FPM-D es el Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas (CDC_PM) el cual aparece reportado en 50 episodios de clase, distribuidos en: 28 episodios relacionados con el conocimiento Sobre las Matemática (S_Mate) y 22 con el conocimiento Sobre los Estudiantes (SE), los cuales son los dos códigos terciarios asociados a esta sub unidad, tal y como se puede observar en la siguiente gráfica:



Gráfica 7 Frecuencias del CDC-PM

Aquí se ve que no existe una diferencia sustancial en cuanto a la cantidad de episodios reportados para estos dos códigos, ¿habrá alguna razón particular para ello? En pro de dar una posible respuesta a este interrogante, se incluyen a continuación algunos apartados de clase referentes a dichos códigos. En primer lugar están tres relacionados con el conocimiento S_Mate y en segundo lugar tres referentes al conocimiento SE:

3:31- 4:36: ¿por qué lo llamo objeto matemático y no tema?,..., un objeto matemático por ejemplo, es el proceso de argumentar, se estudian las diversas formas de argumentar (Modus Ponendo ponens), la generalización es un proceso y hace parte de los objetos matemáticos. (Sesión 7, video1)

19:32-20:00: [La profesora socializando una de las actividades propuesta por uno de los maestros en formación que consistía en factorizar algunos trinomios per medio de áreas de cuadrados y rectángulos, les propone] piensen en si quieren que a todos los niños les dé lo mismo [si es así entonces una forma de asegurarse de eso es repartirle a los escolares material igual] o quieren que ellos vean que no importa el valor de x [entonces el material debe ser diferente], eso es pensarlo desde el punto de vista didáctico. (Sesión 7, video1)

16:29-17:00: Le podemos sugerir que no los escriba así (lista horizontal 1, 3, 5, 7,...), sino que estos (11, 13, 15, 17, 19) los escriba debajo, para que se den cuenta que siempre la cifra de las unidades van a ser 1, 3, 5, 7 y 9. Esto es posible que los niños lo vean con nuestra ayuda, nosotros como profesores los podemos guiar. (Sesión 7, video6)

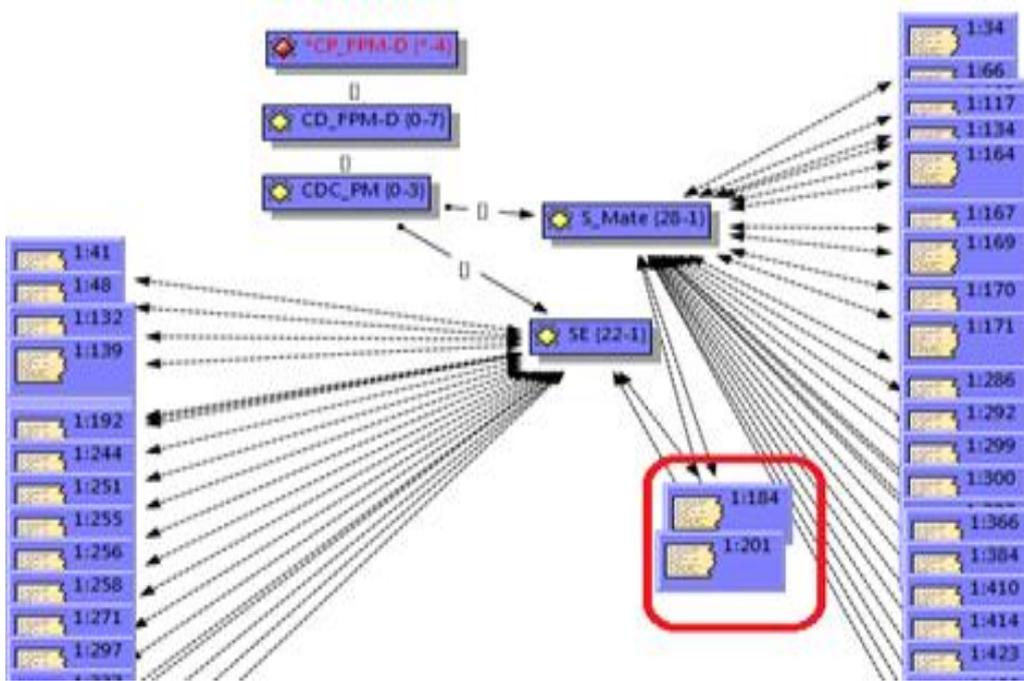
9:44-9:53: ¿Este ejercicio (colocar los números que van antes y después de uno dado) a nosotros como profesores nos muestra si el niño reconoce regularidades y patrones en el contexto numérico? (Sesión 7, video6)

4:10- 4:35: la mirada de lo didáctico se puede dividir en varios aspectos: 1) sobre los estudiantes y ahí consultar sobre sus concepciones, creencias iniciales sobre el objeto a trabajar, qué ideas tienen los niños. (Sesión 9, video1)

40:20- 40:28: (“el tamaño aumenta y la cantidad de lados también aumenta”, la condicional.) Un niño puede escoger una respuesta como correcta porque ve que una de las dos características se cumple, como si la “y” quisiera decir cualquiera de las dos. (Sesión 9, video1)

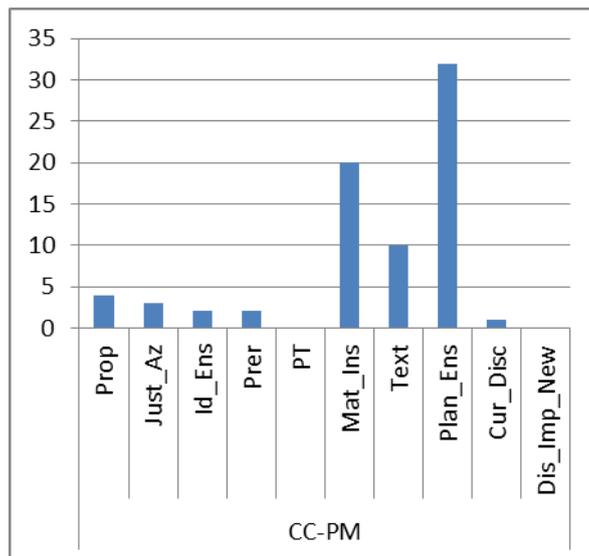
De lo anterior, se puede inferir que la relación entre estos dos tipos de conocimiento es muy estrecha, cada episodio que se etiquetó como conocimiento SE además lleva implícito un objeto matemático y de manera similar cada episodio referente al conocimiento S_Mate hace referencia al trabajo o actividades de los escolares entorno a los objetos matemáticos, lo cual se constituye en una respuesta a la anterior pregunta.

Se aclara que dicha relación no implica una clasificación doble para los episodios pertenecientes a este conocimiento; aunque sí existen dos fragmentos de clase que presentan una doble etiqueta, como se observa en el siguiente mapa:



Mapa 7 Esquema general del CDC_PM

Otra de las subunidades de análisis del CD_FPM-D es el Conocimiento Curricular del Profesor de Matemáticas (CC_PM), el cual fue reportado en 74 episodios de clase diferentes, los cuales a su vez están distribuidos en cada uno de los códigos de tercer nivel que lo conforman, como se puede ver en la siguiente gráfica de frecuencias:



Gráfica 8 Frecuencias del CC-PM

Como se observa en la gráfica 8, los códigos de tercer nivel que más se repiten son: conocimiento para la Planificación de la Enseñanza (Plan_Ens) con 32 episodios y conocimiento de los Materiales para la Instrucción (Mat_Ins) con 20, lo que significa que la formadora posee un conocimiento sobre las características del currículo matemático (según el grado y nivel de enseñanza), los programas escolares, entre otros. Muestra de ello, son los siguientes apartados de clase:

4:48- 5:30: normatividad: Estándares, lineamientos, no son leyes, pero sí nos dicen que eso es lo que se espera. También están los estándares internacionales. (Sesión 7, video6)

8:35- 8:48: pensemos en uno para niños de primero a tercero, en un ejercicio que esté en el contexto numérico (que permita generalizar). (Sesión 7, video6)

16:31- 16:53: Hemos identificado que el proceso de generalizar está presente en los Estándares de competencias de Matemáticas desde primer grado hasta undécimo. (Sesión 9, video1)

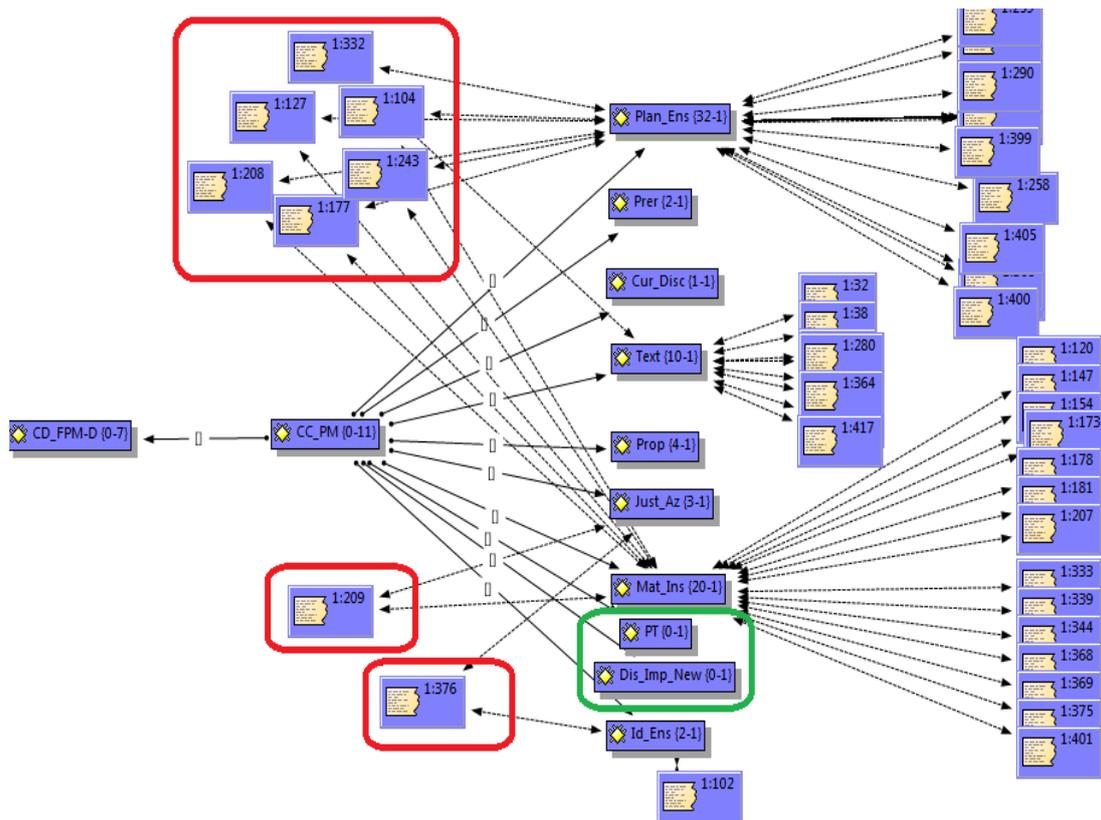
De igual forma el conocimiento sobre Matemáticas para la Instrucción (Mat_Ins), sus características, usos, ventajas y desventajas a la hora de dar un contenido o noción Matemática, no se puede negar; una evidencia clara de ello es:

24:32 -24:37: el objetivo general (de la planeación) tiene que estar acorde al recurso que va a utilizar. (Sesión 7, video1)

1:00:12-1:00:38: “para la enseñanza de las ecuaciones hay distintos modelos concretos, a partir de los cuales uno puede enseñar ecuaciones... uno de los modelos clásicos en la enseñanza de las Matemáticas es la balanza, otro es el tablero de fichas” (Sesión 14, video1)

3:49-4:11: “hay tres tipos de tareas con elementos manipulables a partir de los cuales se puede aprender algo relacionado con el Álgebra y son balanzas, fichas y tarjetas...” (Sesión 16, video1)

La gráfica 8, también nos permite ver que existen dos códigos terciarios a los que no se les asoció ningún episodio de clase, estos son: el conocimiento de los Problemas Típicos (PT) y el conocimiento del Diseño e Implementación de Nuevos materiales (Dis_Imp_New). El primero no es evidente quizás por la naturaleza del espacio académico, ya que este no tiene como propósito fundamental la formación en Matemáticas, y el segundo puede estar solapado bajo las tareas que la formadora propone, ya que en ellas incluye actividades para que ellos sean quienes propongan e introduzcan nuevos materiales en la enseñanza de las Matemáticas. Los resultados anteriores también se pueden observar en el siguiente mapa:



Mapa 8 Esquema general del CC_PM

Aquí, los dos tipos de conocimientos encerrados en color verde son aquellos de los cuales no se encontró evidencia, y los episodios que se encuentran resaltados en rojo, son aquellos que pertenecen a más de una unidad de análisis, como por ejemplo: los seis episodios que se encuentran resaltados en la parte superior izquierda del mapa, pertenecen a Plan_Ens y de estos, cinco están clasificados, por sus características, también en Mat_Ins, el otro corresponde al conocimiento del tratamiento y evaluación de los Textos (Text) un ejemplo de estos episodios es:

6:00-15:54 ... ¿la enseñanza del Álgebra en Colombia se corresponde con el proceso que se dio en la historia? Bajo la mirada de los siete objetos y los procesos algebraicos, ¿qué se espera que uno enseñe en Álgebra en el colegio? Miren si aparece en la enseñanza del Álgebra en Colombia, desde lo que se propone en los Estándares (2 versiones 2003 y 2006), en los Lineamientos (1998), NCTM, Pruebas saber, Pruebas PISA, pensamientos y procesos en los estándares, estándares por ciclos... (Sesión 6, video 2))

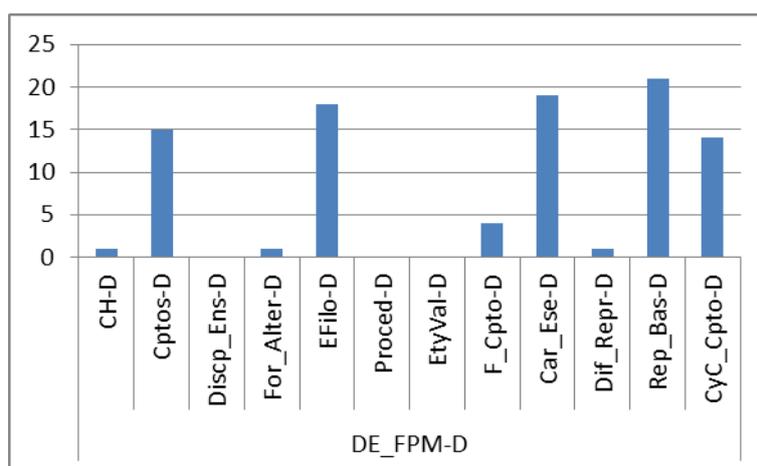
4:37-4:56... los que miraron Lineamientos y Estándares colombianos ¿ven que aparecen temas?... No, no aparecen temas, aparecen son procesos que se deben desarrollar y pensamientos y sistemas... (Sesión 7, video 5)

En estos episodios, a pesar que el ejercicio de la formadora es cuestionar a los futuros docentes, la intención es que ellos reconozcan dos cosas. Por un lado, algunos contenidos que se deben enseñar en las Matemáticas escolares, y por otro, que reconozcan los textos que sirven de herramienta para la

enseñanza; en este caso busca que ellos identifiquen algunos aspectos del Álgebra en los Lineamientos de Matemáticas y en los Estándares de competencias básicas en Matemáticas. En este sentido, la formadora reconoce, previamente, la existencia de dichos componentes en las Matemáticas escolares, desde los documentos que sirven como derrotero en la enseñanza escolar en Colombia.

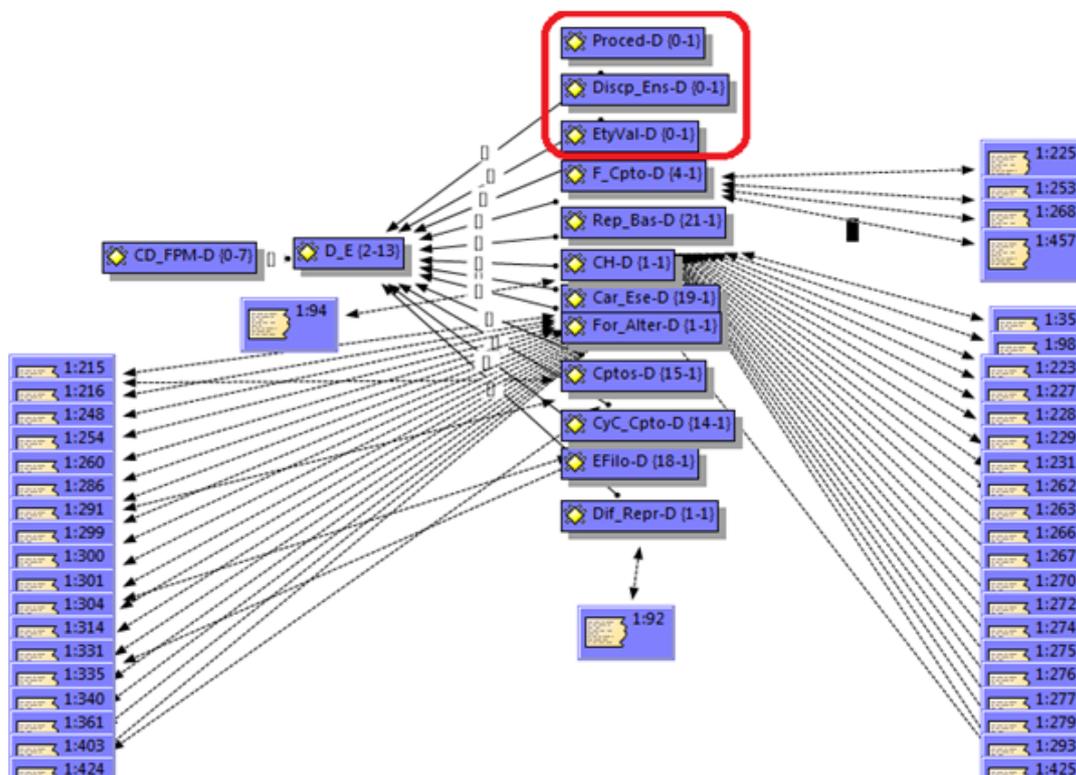
Hasta aquí, lo referente a los conocimientos que también posee un profesor de Matemáticas y que se consideraron debía incluirse en el CD_FPM-D.

Siguiendo con la caracterización del CD_FPM-D, y según lo encontrado en las diferentes sesiones de clase, la siguiente subunidad que más reportes tiene es el conocimiento Didáctico Específico (DE) que se evidencia en 82 apartes de clase, lo cual era de esperarse ya que como se mencionó en el capítulo 2, esta subunidad tiene una división análoga a la del CD_PM, ya que la disciplina del curso es la Didáctica, particularmente la Didáctica del Álgebra y la Aritmética, y se consideró, debe tener los mismos componentes que aparecen para el profesor de Matemáticas. Las frecuencias con las que se encuentra cada una de esas unidades de análisis de tercer orden se muestra en la siguiente gráfica.



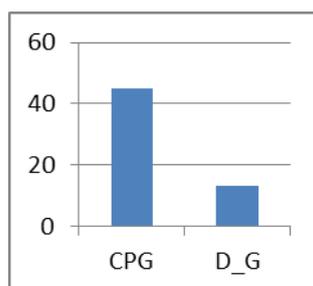
Gráfica 9 Frecuencias del conocimiento DE_FPM-D

Se recuerda al lector que los episodios corresponden a manifestaciones de la formadora en los que deja ver alguno de los tipos de conocimiento Didáctico Específico; en este sentido, de los 82 episodios encontrados, 21 corresponden a repertorio básico de la Didáctica (Rep_Bas_D), 19 a características esenciales de la Didáctica (Car_Ese_D), 15 a conceptos de la Didáctica (Cptos-D), entre los más destacados. Se identifica que 3 de estas tipologías no fueron evidenciadas, y corresponden al conocimiento de procedimientos en la Didáctica (Proced-D), de las Disciplina a enseñar (Discp-Ens-D) y la ética y valores de la Didáctica (EtyVal-D), destacados en rojo en el mapa 9.



Mapa 9 Esquema general del conocimiento DE del FPM-D

Las dos unidades que faltan por mencionar son: el Conocimiento Pedagógico General (CPG), con 45 episodios referenciados, y el conocimiento Didáctico General (DG), el cual se identificó en 13 episodios de clase, tal y como se muestra en la siguiente gráfica:



Gráfica 10 Frecuencias del CPG y DG del FPM-D

Estas dos unidades, a diferencia de todas las anteriores no tienen códigos de tercer nivel, en parte gracias a que la teoría consultada al respecto no expone una subdivisión de estos conocimientos, no obstante, los autores de este trabajo proponen una, teniendo en cuenta lo encontrado en los episodios de clase. Por ejemplo, para el CPG la subdivisión que se propone es: i) Características de un buen profesor, ii) Planeación de clase, iii) Uso de recursos, iv) Técnicas de enseñanza.

Muestra de estas tipologías de conocimientos son los siguientes episodios de clase:

0:21- 2:58: (características de un buen profesor)... la organización, el tono de voz, captar la atención, claridad en las explicaciones, dominio de tema, seguridad, atención, respeto, improvisación planeada derivada del estudio previo, “uno como profesor no gana respeto de los estudiantes gritando ni tratándolos mal o haciéndolos sentir menos, porque además no lo son uno genera respeto dominando los temas, siendo seguro, respondiendo bien” (Sesión 2, video2)

32:24-33:21: (Planeación de clase) Como profesores debemos tener distintas maneras, casi siempre cuando el niño dice “profesor no entendí”, ¿nosotros qué hacemos?, repetimos. Usted puede tomar la actitud de: si no entendió es su problema, pero creo que el aprendizaje es una responsabilidad mutua. Si hay un niño que me dice no entendí, es porque quiere entender, si va y busca ayuda es porque quiere entender. (Sesión 5, video2)

10:35-10:48: (Utilización de recursos) les estoy pidiendo que utilicen un recurso, entonces lo primero que hay que hacer con los estudiantes es darles tiempo para que reconozcan el material. (Sesión 7, video1)

54:11-54:30: (Técnica de enseñanza) cómo apoyándose en recursos como los colores de los marcadores, o el subrayado particular de un elemento, puede captar la atención de los estudiantes sobre aspectos particulares que el profesor quiere que identifique. Para el caso de una secuencia numérica. (Sesión 8, video1)

En relación al conocimiento Didáctico General (D_G), se puede decir que son menciones esporádicas que hace la formadora en relación a la Didáctica de la Matemática, ya que como se ha mencionado en diversas ocasiones el objeto de estudio de este curso es la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra. Algunas de estas intervenciones están reportadas en los siguientes episodios:

8:37-9:53: Utilizar el término “didáctica” como adjetivo, ¿Qué es lo que se entiende por Didáctica?, es un calificativo de bueno.[haciendo mención a algunos usos de la palabra Didáctica] (Sesión 5, video2)

11:18- 12:26: la clase fue Didáctica porque hubo utilización de diferentes representaciones, eso hace que tenga un componente didáctico.... (Sesión 5, video2)

12:31- 13:26: Lo didáctico se asocia a lo popular, pero es importante que el discurso de un profesor se diferencie del de alguien que no lo es. (Sesión 5, video2)

22:02-22:48: los invito a pensar en un recurso desde el punto de vista didáctico que es diferente de lúdico, que piensen en qué está haciendo y para qué sirve. (Sesión 7, video1)

12:21- 12:28: (corrigiendo a un maestro en formación que dice “expresar.... usando las balanzas”) es mejor, expresar... empleando el modelo de la balanza, se llaman así, desde lo didáctico se llaman modelos y la balanza es uno de ellos. (Sesión 19, video 6)

En general, se aprecia cómo durante las sesiones de clase la formadora exhibe los conocimientos presupuestados desde el marco de referencia, los cuales se sustentaron en la propuesta de Mingorance (1989), Elbaz (1983) y Shulman (1986) y que la estructura de dicho conocimiento se corresponde con el evidenciado en las sesiones de clase analizadas, bajo las particularidades antes mencionadas dado la naturaleza de la disciplina que enseña la formadora del caso. A continuación, en el capítulo 5 se muestran las conclusiones que emergen del estudio.

5 CONCLUSIONES

Como se indicó en el capítulo 1 (en el planteamiento del problema) el interés por profundizar en el Conocimiento Profesional del Formador de profesores de Matemáticas, encargado de la formación en Didáctica (CP_FPM-D) condujo a analizar la práctica en aula de una formadora a lo largo del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. La toma de datos de 22 sesiones de clase impartida por la formadora, su transcripción, codificación y posterior análisis, a partir de las herramientas presentadas y la entrevista realizada, permitió en el capítulo 4, llegar a un conjunto de resultados, de los cuales se sustraen las conclusiones del estudio. A continuación se exponen conclusiones relativas al proceso de investigación y a los objetivos de la misma. Finalmente se plantean algunas inquietudes y cuestiones abiertas que pueden servir como idea inicial de investigación en la línea de la formación del profesor o para continuar con proyección de una tesis doctoral alrededor del objeto tratado en este trabajo de grado, el conocimiento del formador de profesores de Matemáticas.

5.1 Conclusiones relativas a los objetivos planteados

El estudio aquí presentado, tuvo como derroteros un objetivo general y siete objetivos específicos; a continuación se evalúa cada uno de los objetivos específicos que conllevaban al alcance del objetivo general.

El primer objetivo pretendía identificar cuáles eran los tipos de conocimiento más sobresalientes manifestados por un Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico. Gracias a las transcripciones de las clases seleccionadas, y al proceso de clasificación de los diferentes conocimientos (sustentados en el marco de referencia), se identifican dos elementos:

i. De las unidades de análisis primarias, la que tuvo mayor presencia en el desarrollo del espacio académico, por medio de las intervenciones de la formadora fue el Conocimiento Disciplinar (CD_FPM-D), con un total de 312 episodios en los que se hace alusión a alguno de los componentes de dicho conocimiento. De nuevo se aclara que este era un resultado esperado, ya que por un lado, la formadora debe poseer conocimientos sobre la disciplina que enseña (en este caso, la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra) y por otro lado, la formadora es de antes que todo una profesora de Matemáticas, dado que su formación inicial es Licenciada en Matemáticas, por ende uno de los componentes de su conocimiento en esta unidad de análisis es el CPM, por tanto cualquier aparición del conocimiento disciplinar, didáctico o curricular del Profesor de Matemáticas estaría incluida en esta unidad, lo cual también era de esperarse.

ii. De las unidades de segundo orden en la que más se encontró evidencias fue el CD-PM; este resultado se debe, a que si bien el curso es de Didáctica de las Matemáticas, en él se muestra un alto contenido matemático, como lo afirma la formadora al responder la siguiente pregunta: ¿Cómo selecciona los contenidos de la materia?

... tengo en cuenta qué es lo que se espera que sepa el futuro profesor de Matemáticas en los temas de Aritmética y Álgebra, por ejemplo, se espera que conozca los distintos sistemas numéricos, así que ese uno de los temas a tratar desde la enseñanza y el aprendizaje y de otro lado, se espera que sepa sobre ecuaciones y quisiera que incorporara el tema de la generalización, que aunque también se espera (al menos en la enseñanza escolar de las Matemáticas), es menos usual... También incluyo la simbolización como proceso propio del Álgebra y de la enseñanza y del aprendizaje del Álgebra. (Entrevista)

Otro resultado es el alto uso de la Historia de las Matemáticas; este conocimiento se incluyó como parte del conocimiento del PM, es decir una unidad de tercer orden, en este estudio.

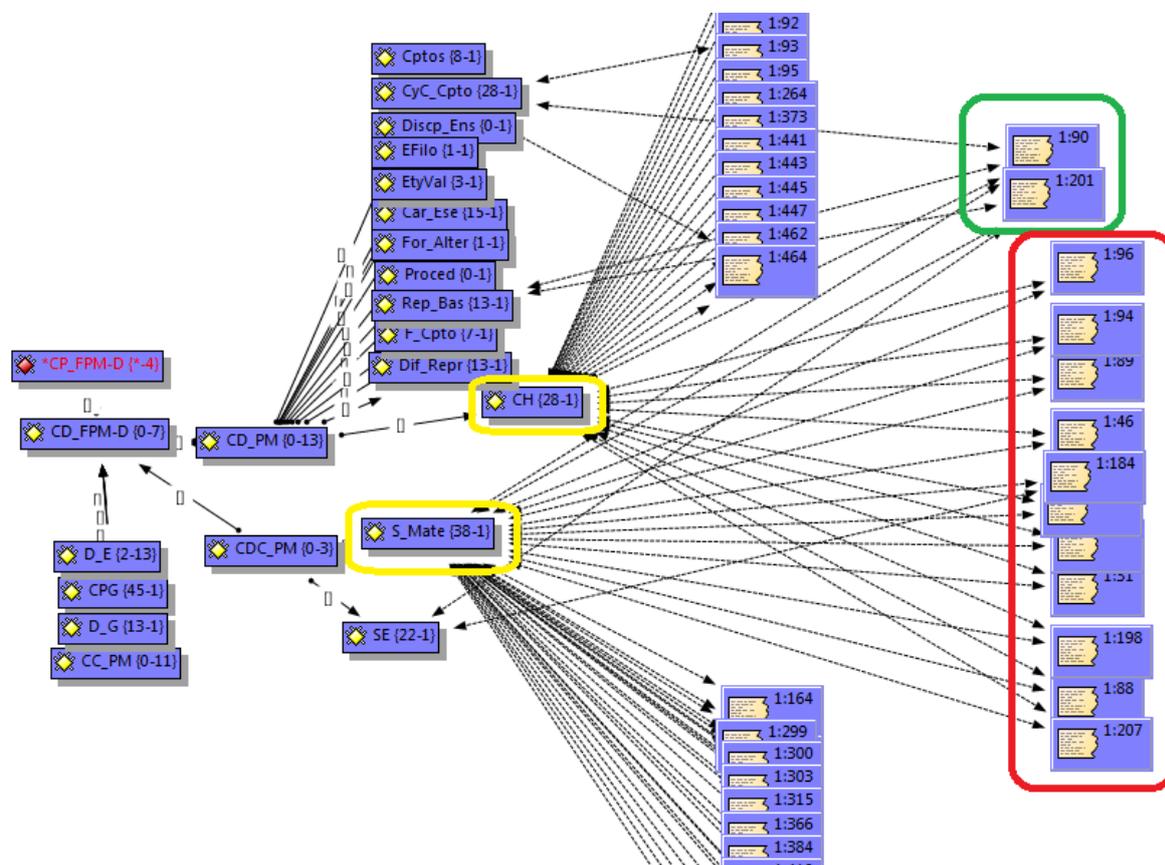
Se advierte que la formadora tiene un gusto especial por la Historia de las Matemáticas y además considera que la comprensión de una actividad o tarea Matemática se puede mejorar haciendo uso del conocimiento histórico, y es por ello por lo que en muchas de las sesiones de clase se destaca el uso de dicho conocimiento para la comprensión de conceptos matemáticos particulares, para el caso los referidos a la Aritmética y el Álgebra, por tal razón busca con esto el fortalecimiento del CDC del futuro profesor de Matemáticas, mostrando por un lado la Historia como una herramienta que posibilita la comprensión de las dificultades que pueden llegar a presentar los escolares y, por el otro, como una herramienta de solución para superar dichas dificultades.

Así como se reportan los conocimientos más destacados, también se hace necesario mencionar la existencia de conocimientos de los cuales no se encontró evidencia³³ de su uso durante los videos analizados del espacio académico, como lo es el caso de: el conocimiento de procedimientos en la Didáctica (Proced-D) y el conocimiento de la ética y valores de la Didáctica (EtyVal-D); una posible razón de ello, puede ser la poca teoría existente alrededor de dichos conocimientos y que por ejemplo, en el caso de los procedimientos, cuando en su definición se hace alusión a las principales perspectivas o escuelas en el campo y cómo este se ha desarrollado a través del tiempo, es fácil confundirlo con la historia de la disciplina, lo cual hace parte de otra unidad.

El segundo objetivo específico buscaba establecer relaciones entre los tipos de conocimiento identificados en un Formador de profesores de Matemáticas; aquí se destaca que en la mayoría de unidades de análisis, se presentaban episodios que por sus características se podían encontrar en más

³³ La lista de los conocimientos de los cuales no se encontró evidencia, está incluida en cada uno de los análisis hechos a cada unidad en el capítulo de resultados.

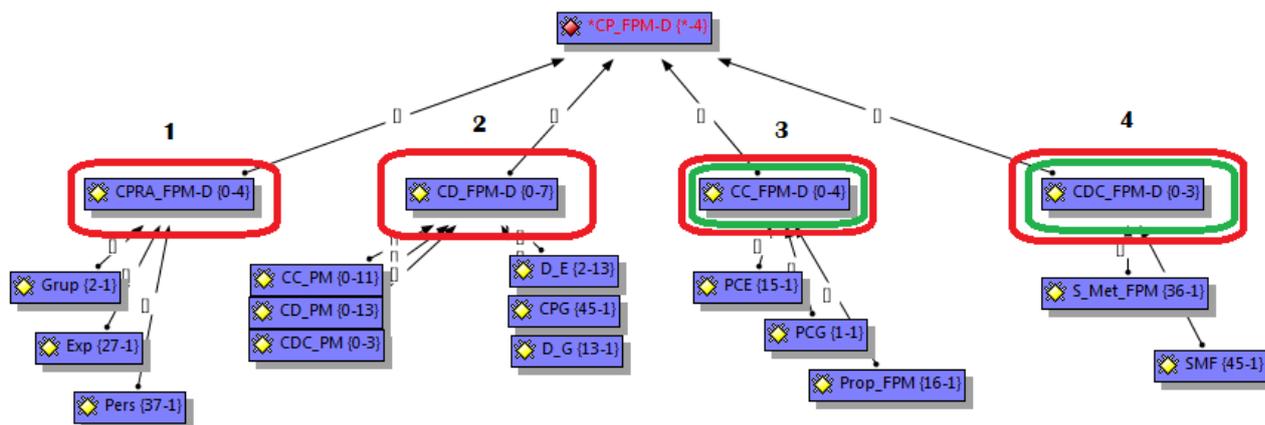
de una unidad, y se subraya las relaciones existentes entre la Historia de las Matemáticas con el Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas, relación que resultó ser un uso intencionado de dichos conocimientos, por parte de la formadora, dadas las intenciones del espacio académico. Relaciones como esta, se pueden apreciar en los mapas generados por el software Atlas.ti, ejemplo de ello se retoma el siguiente mapa:



Mapa 10 Relaciones entre CDC y CH

Este mapa deja ver la numerosidad de episodios compartidos por el CDC y CH, y la estrecha relación que guardan estas dos tipologías de conocimientos, como se mostró en su momento.

El tercer y cuarto objetivos consistían respectivamente, en identificar, describir y categorizar el conocimiento que posee el formador de profesores, para con ello proponer un modelo de conocimiento requerido, por el Formador de Profesores, para el desarrollo de una clase de Didáctica, dentro de la formación inicial del profesor de Matemáticas. Esta es una de las banderas de este trabajo, la elaboración del modelo de conocimiento del FPM-D; el siguiente mapa resume el esquema de conocimiento que se considera debe poseer un formador de profesores:



Mapa 11 Modelo de conocimiento del FPM-D

En este sentido un FPM encargado de un curso de Didáctica, se espera que posea todos los conocimientos descritos y analizados a lo largo de este trabajo, es decir, que posea conocimientos en los cuatro componentes descritos en el estudio (destacados en rojo en el Mapa 11), debe conocer su disciplina, para el caso la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra (a través de las 13 unidades de tercer orden), la Didáctica de la disciplina (por medio del conocimiento de sus estudiantes y de lo que en este estudio se ha denominado Didáctica de la Didáctica), los aspectos curriculares en torno a ella y a su rol de profesor, en este caso formador (es decir, el conocimiento de los propósitos de la Formación de Profesores de Matemáticas y los programas curriculares existentes en torno a esta), y por último que cuente con un conocimiento derivado de las reflexiones sobre su quehacer docente y de sus experiencias (conocimiento práctico).

Como conclusión personal de los autores de este documento, alrededor de este objetivo, se considera que un formador de profesores de Matemáticas, bien sea que forme en el componente disciplinar de las Matemáticas mismas o en el componente Didáctico, debería relacionar su conocimiento Matemático con su conocimiento Didáctico y reflejar dichos conocimientos en su propia enseñanza, para reforzar el desarrollo del CDC en los docentes en formación y de paso enriquecer sus propias prácticas de enseñanza.

El quinto objetivo consistía en analizar y establecer las relaciones existentes entre el conocimiento descrito para el formador de profesores y el conocimiento teórico sobre el profesor de Matemáticas; así el CDC del formador de profesores de Matemáticas, particularmente del encargado de la formación en Didáctica, se comporta de forma análoga al CDC del profesor de Matemáticas, sin embargo su estructura se modifica, al cambiar los sujetos y los objetos que intervienen en el ejercicio

dialógico del aula. Es decir, el FPM-D, no solo tiene que ser consciente y conocer, por ejemplo, los errores y dificultades de los escolares en la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos, sino que también debe hacerlos evidentes ante los futuros profesores de Matemáticas y lidiar con los errores y dificultades que estos últimos poseen; lo cual implica un cambio en el discurso y las acciones específicas tanto dentro como fuera del aula de clase.

El sexto objetivo, referido a la formación de hábitos investigativos en los autores, se describe en el siguiente apartado sobre las conclusiones relativas al proceso de investigación.

En términos generales, el objetivo general que guió los procedimientos dentro de este estudio, el cual consistía en analizar y caracterizar el conocimiento que pone en juego un formador de profesores de Matemáticas, en la clase de Didáctica, se concretó, dado que se consigue brindar al lector una visión de las características que poseen los diferentes conocimientos exhibidos por un formador de profesores en el ejercicio práctico en aula de su profesión.

5.2 Conclusiones relativas al proceso de investigación y la metodología

Se destaca en este trabajo y en la formación referida al proceso investigativo de los autores de este documento, el uso del software Atlas.ti ya que ofrece grandes bondades para las personas que, como nosotros, pretenden hacer un ejercicio investigativo de carácter cualitativo. Entre esas bondades, resaltamos la practicidad en la elaboración de redes entre las diferentes unidades de análisis, la posibilidad de exportar tablas y gráficas de frecuencia de los episodios según cada unidad de análisis; en pocas palabras, la posibilidad que ofrece de convertir información cualitativa, en cuantitativa y agilizar con esto algunos de los procesos de análisis.

Por otro lado, se aclara que a pesar de contar desde hace ya bastante tiempo, década de los 80, con software que contribuyen a facilitar el trabajo de los investigadores cualitativos, como lo afirma Fielding y Lee (1998 en Muñoz, 2005)³⁴, este ejercicio investigativo fue el primer acercamiento de los autores de este trabajo, a esta herramienta computacional, por tanto fue necesario primero desarrollar procesos de capacitación empírica y autónoma, para reconocer y manejar los instrumentos básicos, para con esto, poder hacer uso “eficaz” de Atlas.ti en el estudio; además el reconocimiento de nuevas aplicaciones del software (la creación y exportación de tablas de frecuencias de los episodios, la creación de documentos que filtran los episodios según el código al que pertenecen, el trabajo sobre los registros video gráficos etc.), a lo largo del análisis, permitió tomar nuevos caminos en la

³⁴ Este documento es una versión en español del manual de usuario del software Atlas.ti

metodología, caminos que facilitaron de cierta forma la culminación de dicho estudio, como en su momento se mostró.

Una de las bondades que ofrece Atlas.ti, de la cual no se hizo uso, es la posibilidad de trabajar directamente con archivos de videgrabaciones, e ir realizando cortes a los videos en los episodios de clase en los que se encuentra evidencia de determinada unidad de análisis o código. Al realizar el proceso de esta manera y luego crear las redes entre los episodios de clase y las unidades de análisis, se encuentra poca utilidad a la hora de mostrar cada episodio como evidencia de lo encontrado. Decimos que es una bondad del software, ya que si se tratara de realizar una presentación de carácter audio visual, sería de gran ayuda; sin embargo, como la evidencia aquí presentada requería ser escrita, el hecho de contar con segmentos de videos que no se pueden mostrar dentro del trabajo, resultó de poca utilidad.

Tal como se ha mencionado, la necesidad de una entrevista al profesor, posterior al análisis, con el propósito de indagar sobre las conductas, actuaciones ejecutadas o afirmaciones realizadas durante el espacio académico, permitieron analizar el grado en que el profesor es consciente de su conocimiento; también permitió identificar si sus intenciones educativas coinciden con las inferidas en nuestro análisis de la clase y por supuesto con el marco establecido como referencia para este trabajo. Además este ejercicio de indagación permite debatir, con la formadora, sobre el papel que desempeñan las actividades puestas en juego durante el espacio académico, siendo una herramienta promotora y estimulante del recuerdo y la toma de conciencia de los conocimientos que se emplean en el espacio académico, al igual que los que no se emplean y que se deben fortalecer, como lo es el caso de las concepciones de los maestros en formación en relación a evaluación, como parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

5.3 Conclusiones propias del estudio realizado

i. La mayor parte de las preguntas realizadas por la formadora tienden a indagar sobre las concepciones y creencias de los maestros en formación, por lo que se enmarcan dentro del CDC_FP-D y en especial en el conocimiento SMF, ya que lo que se busca con estas preguntas es que ellos asuman su papel de profesor y piensen como profesor, tal y como se puede ver en esta parte de la entrevista:

Mi propósito es que ellos, efectivamente se piensen como profesores, y que en ese momento digamos, se pongan en el lugar de un profesor, porque es que a veces se sienten como estudiantes todo el tiempo, y yo creo que es indispensable que ellos desde ya se den cuenta que son profesores y que en ese sentido uno como profesor lo que busca es que los estudiantes comprendan, aprendan, no caigan en errores, que les guste las Matemáticas, cosas de ese estilo; entonces yo lo que busco es que ellos se piensen como

profesores, que interioricen los posibles errores de los estudiantes, y que lo relacionen con posibles errores que ellos también [cometían], y que , no se les olvide un poco eso porque a veces cuando llegan a ser profesores olvidan que ellos también cometían errores, que ellos también entendían las cosas de otra manera distinta a la que hoy en día las entienden... (Entrevista).

ii. Una de las razones de por qué el CD_PM es una de las unidades de análisis con más presencia dentro del estudio es, como ya se ha mencionado, que el espacio académico EAAA es la culminación de la línea de Álgebra dentro del programa curricular de la Licenciatura de Matemáticas de la UPN; por consiguiente, en este espacio se hace mención a varios de los contenidos trabajados en los cursos anteriores, como por ejemplo, Aritmética y Sistemas numéricos. Una evidencia de ello es la sesión 1, video 2.

iii. Fue natural encontrar episodios de clase que pertenecieran a la unidad de análisis CDC_PM, ya que la manifestación y el desarrollo de este conocimiento es uno de los propósitos del curso, tal y como se enuncia a continuación:

El espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra busca fundamentar de manera teórica y práctica, en términos de Shulman, el conocimiento didáctico del contenido, necesario para el maestro en formación sobre aspectos referidos a la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos de la Aritmética y el Álgebra como: número (natural, racional, entero, irracional y real) y ecuación, y procesos como contar, simbolizar y generalizar. El propósito es aportar al futuro profesor de Matemáticas elementos necesarios para hacer propuestas innovadoras, generar ambientes de enseñanza propicios para el aprendizaje de estas dos áreas propias de las Matemáticas y reconocer las dificultades y potencialidades que surgen cuando se asume cierto modelo de enseñanza o se trata algún concepto, proceso o procedimiento aritmético o algebraico con ciertos énfasis didácticos (como representaciones o tipos de problemas)(Mora, 2013, p. 1)

5.4 Conclusiones generales y cuestiones abiertas

El trabajo aquí presentado, sobre el CP_FPM-D por su densidad, se presta para continuarlo analizando en algunos de sus componentes puntuales, quizás manteniendo las orientaciones dadas en el marco de referencia, en este sentido valdría la pena profundizar en los siguientes aspectos:

i. Hacer una sistematización de los ejemplos presentes en las sesiones de clase, con el ánimo de extraer los ejemplos potentes del discurso Didáctico del formador de Profesores de Matemáticas, dado que así como existen ejemplos potentes para la enseñanza de la Matemática, aquí se muestra una luz de los ejemplos potentes en Didáctica de las Matemáticas. Es decir, aquellos que la formadora usa con frecuencia y que contribuyen a la formación del Conocimiento Didáctico de los futuros profesores de Matemáticas.

ii. En una de las sesiones de clase, la profesora del curso hace referencia al para qué de las Matemáticas en la vida cotidiana; en dicha sesión ella manifiesta que en el diario vivir, los seres humanos no se encuentran con un logaritmo, una raíz o una función; se sugiere tener en cuenta la

corriente Educación Matemática Realista (EMR) propuesta por Freudenthal (1991) la cual contempla entre sus principios fundamentales concebir las Matemáticas como una actividad humana cuya finalidad es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia Matemática. Así como cuestionarse y responder a preguntas como: ¿existen objetos de las Matemáticas desligadas de la vida cotidiana? ¿ligadas? ¿Es la Didáctica de las Matemáticas la que debería dar la respuesta a esto?

iii. Profundizar en las relaciones existentes entre los diferentes tipos de conocimiento del FPM-D, particularmente estudiar la forma en que se relaciona el Conocimiento Disciplinar del Formador con el CDC del profesor de Matemáticas.

iv. Caracterizar el conocimiento de un formador de profesores de Matemáticas, destinado a la formación disciplinar en Matemáticas, y establecer coincidencias y diferencias frente al conocimiento necesario para la formación en Didáctica de las Matemáticas.

Por último se mencionan los principales aportes de este ejercicio investigativo a la formación de los autores del estudio, para tal fin nos permitimos escribir en primera persona, reflejando el sentir propio de los aprendizajes dejados por la experiencia vivida con este ejercicio.

Empezamos por destacar el aprendizaje dejado por la experiencia de la participación en el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VII CIBEM), en el que se presentó una ponencia con los avances del marco de referencia del trabajo de grado, ponencia titulada: el conocimiento Profesional del Formador de Profesores de Matemáticas, un mundo por explorar. Esta experiencia nos permitió participar de manera activa en la comunidad académica dedicada a la investigación en Educación Matemática, al difundir algunos de los resultados parciales encontrados en el estudio bibliográfico sobre el CPFPM-D, y mostrar el modelo inicial de dicho conocimiento. Además de convertirse en uno de los ejercicios iniciales que nos permitió enfrentarnos a la dura tarea de escribir para una comunidad científica.

En cuanto a los recursos tecnológicos utilizados para el estudio, destacamos la principal implicación que tuvo el apoyo en la herramienta computacional Atlas.ti, y fue la necesidad de aprender el manejo de las herramientas del software para hacer uso eficaz de ellas, y este aprendizaje lo consideramos de gran importancia a la hora de aportar en el análisis de datos en una investigación cualitativa, con miras a participar en comunidades que se dediquen a esto.

Por otro lado el estudio contribuyó a:

Tener conocimiento de los componentes del CPP, particularmente del profesor de Matemáticas, generando en nosotros inquietudes y reflexiones frente a lo que conocemos y lo que “deberíamos” conocer como profesores de Matemáticas que somos.

Reflexionar acerca de nuestra práctica docente, de los conocimientos que ponemos en juego durante el desarrollo de la práctica en el aula, y así motivarnos a crecer académicamente; para con esto, mejorar las acciones dentro y fuera del aula buscando contribuir en el aprendizaje de las Matemáticas de los escolares.

Conocer los “requisitos” que se “deberían” tener para ser Formador de Profesores de Matemáticas, dedicado a la formación en Didáctica, se convierte en un conocimiento que nos motiva a profundizar en muchos de esos aspectos en miras de pertenecer a dicha sociedad y dedicar nuestras vidas laborales a la formación de profesores de Matemáticas.

6 BIBLIOGRAFÍA

- Acevedo, J. A. D. (2009). Conocimiento didáctico del contenido para la enseñanza de la naturaleza de la ciencia, el marco teórico. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 6(1), 21-46.
- Ball, D. (1992). Magical hopes—Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16(2), 14–18, 46–47.
- Ball, D., & Bass, H. (2000). *Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics*. Ablex, Westport,.
- Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-22.
- Barrantes, M., & Blanco, L. (2004). Recuerdos Expectativas y Concepciones de los Estudiantes para Maestro sobre la Geometría Escolar. *Enseñanza de la Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Bautista, M., & Salazar, C. (2008). Memorias del Tercer Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas, Bogotá:Universidad Pedagógica Nacional.
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, 125-154.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Editorial La muralla, S.A. (2º Edición).
- Blanco, L., Mellado, V., & Ruiz, C. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido en Ciencias Experimentales y Matemáticas y Formación de Profesores. *Revista de Educación*, 307, 427-446.
- Bolívar, A. (1993). "Conocimiento Didáctico del Contenido" y formación del profesorado: el programa de Lee Shulman. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 16, 113-124.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento Didáctico del Contenido de didácticas específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-39 <http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART36.pdf>.
- Bowen, Harry, P., & Wiersema, M. (1999). Matching Method to Paradigm In Strategy Research: Limitations of Cross-sectional Analysis and Some Methodological Alternatives. *Strategic Management*, 20(7), 625-636.
- Bressan, A., Zolkower, & Gallego. (2004). La educación matemática realista. Principios en que se sustenta. *Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática*, 2-13.
- Brophy, J. (2004). Advances in Research on Teaching, Using video in Teacher Education. Amsterdam: Elsevier. 10.
- Brown, J., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42.
- Bussi, M. B., & Maschietto, M. (2008). Machines as Tools in Teacher Education. En Tirosh and Woods (Ed.). *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 183-208). Rotterdam: Sense Publishers.
- Callejo, M. L., Llinares, S., & Valls, J. (2007). *El uso de video-clips para una práctica reflexiva*. Comunicación presentada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM.Granada, Julio.

- Caputo, L., & Soto, N. (2002). Proporcionalidad directa e inversa: dificultades en su aprendizaje. Universidad Nacional del Nordeste. Argentina.
- Cardeñoso, J., Flores, P., & Azcarate, P. (1998). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática.
- Carrera, B. (2001). Vygotsky: enfoque sociocultural. *Educere*, 5(13), 41-44. Universidad de los Andes Venezuela. .
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Carter, K. (1999). What is a case? What is not a case?. En Lundeberg, M., Levin, B., y Harrington, H. (Eds.), *Who learns what from cases and how? The research base for teaching and learning whit cases*. (160-185). Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Castillo, A. S. d. (2004). Teoría Crítica y Educación. Recuperado de: <http://educritica.idoneos.com/index.php/335283>, consultado el 15 de julio del 2013. .
- Castrillón, G., & Solis, K. (2009). Cartografía sobre capacidades de formación y de Investigación en Educación y Pedagogía en Colombia. Programa Nacional de Investigación y Desarrollo Académico “Hacia la conformación de un Sistema Nacional de Formación de educadores”. Asociación Colombiana de Facultades de Educación, ASCOFADE.
- Clandinin, J., & Connelly, M. (1988). Conocimiento práctico personal de los profesores: imagen y unidad narrativa. En Villar Angulo (Ed.), *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores* (39-62). Alcoy: Editorial Marfil, S.A. L.
- Clarke, B., Grevholm, B., & Millman, R. (2009). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars*. London: Springer
- Contreras, L., & Carrillo, J. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación de Matemática*, 7(3), 26-37.
- Cortazzi, M. (1993). *Narrative analysis*. London: The Falmer Press. .
- Cruz, L. (2011). El conocimiento práctico docente del profesor universitario en su interrelación con el marco epistemológico personal. Universidad de Barcelona, Barcelona. .
- Chapman, O. (2008). Narratives in the mathematics teacher education. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *Tools and processes in the mathematics teacher education* (15-38). Rotterdam: Sense Publishers. .
- Chetty, S. (1996). The case study method for research in small and médium sized firms. *International small business journal*, 15, 73-85.
- Doerr, H., & Wood, T. (2004). International perspectives on the nature of mathematical knowledge for secondary teaching: progress and dilemmas. In M. J. HOINES y A. B. FUGLLESTAD (Eds) *Proceedings of the 28th Conference of the Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, pp. 167-196.
- Elbaz, F. (1981). The Teachers’ Practical Knowledge: Report of a Case Study. *Curriculum Inquiry*, 11(1), 43-71.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practica, knowledge*. London, Croom-Helm.

- Empson, S., & Jacobs, V. (2008). Learning to listen to Children's Mathematics. En Tirosh and Wood (Ed), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (257-281). Rotterdam: Sense Publishers
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 521-544.
- Even, R., & DinaTirosh. (2002). Teachers' knowledge and understanding of students' mathematical learning. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (219- 240). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. En D. Grows (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: Macmillam.
- Fernández, C. (2011). Análisis de temas en los libros de texto de matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 2(56), 80-95.
- Fernández, L. (2006). ¿Cómo analizar datos cualitativos? *Fichas para investigadores: Butlletí LaRecerca*(7), 1-13.
- Franchi, L., & Hernández, A. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. *Educare*, 8(24), 63-71.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gámez, A. N. (2007). El resultado de los programas de formación de formadores: análisis comparativo de dos realidades institucionales. Grupo CIFO, Profesorado. Universidad Autónoma de Barcelona. .
- García, B. (1997). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje, Universidad de Sevilla, Grupo de Investigación en Educación Matemática (GIEM), Sevilla, Kronos.
- García, M., Escudero, L., Llinares, S., & Sanchez, V. (1994). Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria. *Epsilon. Revista de la SAEM "Thales"*. 30, 11-26.
- Garritz, A., & Trinidad, R. (2004). El conocimiento pedagógico del contenido *Educación Química*, 15(2), 2-6.
- Godino, J. (1991). Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática. En: A. Gutierrez (Ed.), *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática* (105-148) Madrid: Síntesis.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. (2010). Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. (Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>).
- Godino, J. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Gravemeijer, K. (2008). RME Theory and Mathematics Teacher Education. En Tirosh and Wood (Ed), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (283-302). Rotterdam: Sense Publishers
- Grimmett, P., & Mackinnon, A. (1992). Craft knowledge and the education of teachers. *Review of Research in Education*, 18(5), 385-456.

- Grossman, P. (1990). *The Making of a Teacher. Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York Teachers College, Columbia University.
- Guacaneme, E. (2009). Dificultades para precisar el conocimiento disciplinar del profesor de matemáticas. .
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D., & Villa-Ochoa, J. A. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(especial), 11-49.
- Guzmán, R. (2005). Reseña de "Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas" de Mabel Panizza (comp.). *Educación Matemática*, vol. 17, núm. 3, diciembre, 2005, pp. 141-144, 17(3), 141-144.
- Herried, C. (1997). What is a case? Bringing to science education the established teaching tool of law and medicine. *Journal of College Science Teaching*, 27, 92-94.
- Hill, H., & Ball, D. (2004). Learning mathematics for teaching: Results fom California's mathematics professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330-351.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitave research interviewing*. Thousand Oaks, CA, Sage.
- Laborde, C. (2011). Designing Substantial Tasks to Utilize ICT in Mathematics Lesson. En A. Oldknow y C. Knights (eds.) *Mathematics Education with Digital Technology* (pp.75.83). London: Continuum International PublishingGroup. .
- Laure, M. (2007). La formacion de formadores de docentes en Francia, la emergencia de nuevas formaciones profesionales universitarias *Revista mexicana de investigacion educativa* 12(003), 581-614.
- Lin, P.-J. (2002). On enhancing teachers' knowledge by constructing cases in classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 317-349.
- López. (1999). *Conocimiento docente y práctica educativa. El cambio hacia una enseñanza centrada en el aprendizaje*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Lorenz, J. (1998). Anschauung und Veranschaulichung im athematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung [Visualization and illustration in mathematics teaching. Mental visual operations and arithmetical achievement], 2nd print. Göttingen: Hogrefe.
- Llinares, S. (1989). Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. (1993). Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento del contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. En L. Montero y J. Vez (Eds.) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado* (377-407). Santiago de Compostela: Tórculo Edición.
- Llinares, S. (1994a). The Development of prospective elementary teachers' pedagogical knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference. En N. Malara & L. Rico (Eds.) *Proceedings of the Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education* (165- 172). Modena, Universita di Modena: Italia.
- Llinares, S. (1994b). El estudio de casos como una aproximación metodológica al proceso de aprender a enseñar matemáticas. En L. Blanco & L. Casas (Ed)

- Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas (252-278)*. Sociedad Extremeña de Educación matemática: Badajoz.
- Llinares, S. (1995). Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función. Departamento de Didáctica de las Ciencias (Matemáticas), Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla, España.
- Llinares, S. (1999). Preservice elementary teachers and learning to teach mathematics. Relationship among context, task and cognitive activity. En N. Ellerton (Eds.) *Mathematics Teacher Development: International perspectives* (107-119) Meridian Press, West Perth: Australia.
- Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros: caracterizando perspectivas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas.*, 78(4), 5-16.
- Llinares, S., & Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics Teachers. En K. Krainer y T. Wood (Eds.), *Participants in mathematics Teacher Education*, (155- 179). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Maher, C. (2008). Video Recordings as Pedagogical Tools in Mathematics Teacher Education. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (65-84). Rotterdam: Sense Publishers.
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa, síntesis conceptual *IIPSI, Facultad de Psicología UNMSM*, 9(1), 123-146.
- Mersent. (2003). metodologías
- Merseth, K. (2003). Windows on teaching math: cases of middle and secondary classrooms. New York, NY: Teachers College Press.
- Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2a ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Mingorance, P. (1989). *Análisis del pensamiento profesional de los profesores. Un estudio a través de la metáfora*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla. Sevilla.
- Mora, L. (2009). Documento de avance de propuesta para orientar el diseño del espacio académico: Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional
- Mora, L. (2011a). La experiencia de un curso de Didáctica de la Aritmética y el Álgebra en la Universidad Pedagógica Nacional. V seminario de Educación Matemática y IV encuentro de programas de formación inicial de profesores de Matemáticas. Bogotá, Octubre.
- Mora, L. (2011b). Programa de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. .
- Mora, L. (2013). Programa de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. .
- Müller, G., & Wittmann, E. (1988). Wann ist ein Beweis ein Beweis? [When is a proof a proof?] In P. Bender (Ed.), *Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter* [Mathematics education: Theory and practice. Festschrift for Heinrich Winter] (pp. 237–257). Berlin.
- Muñoz, J. (2005). Análisis cualitativo de datos textuales con ATLAS.ti 5 version 3.3.
- Nieto, L. B., Jiménez, V. M., & Macías, C. R. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido en ciencias experimentales y Matemáticas y formación de profesores *Rubto de Educetodn*, 607, 427-446.

- Nuhrenborger, M., & Steinbring, H. (2008). Manipulatives as Tools in Teacher Education. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (157-181). Rotterdam: Sense Publishers
- Ortega, M. (2009). *Caja de herramientas para la investigación en el Gimnasio Campestre Fundamentos*. Bogotá: Caja de Colores.
- Pérez, G. (1994). Investigación Cualitativa. Editorial la Muralla S.A. Madrid España.
- Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de Psicología y Educación. Universidad de Salamanca.
- Pinto, J., & González, M. T. A. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? *Educación Matemática*, 20(3), 83-100.
- Ponte, J. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. En M, Brow;D, Fernandez; J, Matos y J, Ponte(Eds) *Instituto de Inovação Educacional* (185-239). Lisboa:Educação Matemática. .
- Ponte, J. (1994). Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. En L. Bazzini (Ed.) *Theory and practice in mathematics education. Proceedings of the Fifth internacional conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Grado, Italia.
- Ponte, J., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' Knowledge and Practices. En: A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (461-494). Rotterdam: Sense Publishers
- Reyes, B. (2009). Observaciones críticas a la educación matemática realista. Universidad Católica de la Plata. *Virtual y Actual: Centro de estudios de la realidad nacional*, 8(37).
- Rico, L., & Gutierrez, J. (1994). Formación científico-didáctica del profesor de matemáticas de secundaria. Granada: Instituto de Ciencias de la Educación, Uiversidad de Granada.
- Rivera, M. L. (2010). El conocimiento pedagógico del contenido: un recurso para la reconstrucción de la práctica de la enseñanza. *Akademieia*, 5(3), 9-22.
- Rodrigo, M., Rodríguez, A., & Marrero, J. (1993). Teorías sobre la construcción del conocimiento. En: M.J. Rodrigo; A. Rodríguez y J. Marrero (Eds) *El conocimiento de los profesores universitarios ¿De que tipo de conocimiento estamos hablando?*(1-16) Buenos Aires: Universidad Nacional de Rio Cuarto.
- Rouse, M., & Daellenbach, U. S. (1999). Rethinking Research Methods for the Resource-Based Perspective: Isolating Sources of Sustainable Competitive Advantage. *Strategic Management Journal*. 20, 487-494.
- Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics.*, 69, 149-163.
- Sánchez, M. (2011). A review of trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145.
- Schön, D. (1987). La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesiones. Barcelona: Paidós.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. (El saber y entender de la profesión docente. *Estudios Públicos*, 99, 95-224.).

- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. (Conocimiento y enseñanza: fundamento de la nueva reforma. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 9(2), 1-30)
- Simon, M., & Flores, M. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria *Educación Matemática* 87-113 Santillana, México.
- Smith, C. (2003). Learning and unlearning: the education of educators. *Teaching and Teacher Education*, 19, 5-28.
- Smith, K. (2005). Teacher educators' expertise: what do novice teachers and teacher educators say? *Teaching and Teacher Education*, 21, 177-192.
- Socas, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *Suma. Monográfico lenguaje y Matemáticas*. 16, 91-98. .
- Stake, R. (1995). *The Art of Case Study*. Sage. London.
- Stoeker, R. (1991). Evaluating and Rethinking The Case Study. *The Sociological Review*, 39(1), 88-112.
- Tamir, P. (2005). Conocimiento profesional y personal de los profesores y de los formadores de profesores. Professional and Personal Knowledge of Teachers and Teachers Educators Universidad Hebrea de Jerusalén. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*. Trad. de P. S. de Vicente Rodríguez. Publicado originalmente en *Teacher and Teaching Education*, 7 (3), 1991, 263-268., 9,12.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.
- Tejada, J. (2001). Función docente y formación para la innovación *EDUCAME, Revista de la Academia Mexicana de Educación*, 1(4), 1-20.
- Thompson, A. (1992). Teachers beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D, Grouws (Ed.) *Handbook of research on Mathematics teaching and learning* (127-146). Nueva York: MacMillan.
- Tirosh, D. (2008). Tools and processes in mathematics teacher education. En D, Tirosh y T, Wood (Eds.) *Tools and processes in mathematics teacher education. The international handbook of mathematics teacher education* (1-11). Rotterdam:Sense Publishers.
- Tirosh, D., & Wood, T. (2008). *Tools and processes in mathematics teacher education. The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers. .
- Triana, J. A., & Manrique, J. F. (2013). El papel de la Historia del Álgebra en un curso de Didáctica para la formación inicial de profesores de Matemáticas. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. .
- Tsamir, P. (2008). Using Theories as Tools in Mathematics Teacher Education. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*(211-234). Rotterdam: Sense Publisher.
- Vaillant, D. (2002). La formación de formadores en América Latina, en: "El Desempeño de los Maestros en América Latina y el Caribe: Nuevas Prioridades". Brasilia, 10 al 12 de Julio de 2002

- Valbuena, E. (2007). El conocimiento profesional del profesor de Biología. Estudio de las concepciones de futuros docentes de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- VanVelzen, M., & Volman, M. (2009). The activities of a school-based teacher educator: a theoretical and empirical exploration. *European Journal of Teacher Education*, 32 (4), 345-367.
- Venkatraman, N., & Grant, J. (1986). Construct measurement in Organizational Strategy Research: A Critique and Proposal, *Academy of Management Review*, 11 (1): 71-87.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales, CNRS y Université René Descartes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170.
- Walker, R. (1983). La realización de estudios de casos en educación. Ética, teoría y procedimientos, en Dockrell, W.B. y Hamilton, D. (Comps.) (1983) *Nuevas reflexiones sobre la investigación educativa*. Narcea. Madrid: 42-82.
- Watson, A., & Manson, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, A., & Sullivan, P. (2008). Teachers Learning about Tasks and Lessons. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (109-134). Rotterdam: Sense Publishers.
- Wittmann, E. (1994). Legen und Überlegen: Wendeplättchen im aktiv-entdeckenden Rechenunterricht [Laying and considering: Coloured chips in an actively discovering arithmetical classroom]. *Die Grundschulzeitschrift* (74), 44–46.
- Yoshida, M. (2008). Exploring Ideas for a Mathematics Teacher Educator's Contribution to Lesson Study: Towards Improving Teachers' Mathematical Content and Pedagogical Knowledge. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (85-109). Rotterdam: Sense Publishers.
- Zalavsky, O., & Lavie, O. (2005). Teachers' use of instructional examples. Paper presented at the International Commission for Mathematical Instruction (ICMI) 15, The professional education and development of teachers of mathematics. Águas de Lindøia, Brazil.
- Zalavsky, O., & Sullivan, P. (2011). *Constructing knowledge for Teaching Secondary Mathematics Tasks to Enhance Prospective and Practicing Teacher learning*. London: Springer.
- Zamudio, J. I. (2003). El Conocimiento Profesional del Profesor de ciencias sociales. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*, 8, 87-104.
- Zapata, Marcos, A., Blanco, Lorenzo, J., Contreras, & Luis, C. (2008). Los estudiantes para profesores y sus concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje. *Reifop*, 12 (4), 109-122.
- Zazkis, R. (2008). Examples as Tools in Mathematics Teacher Education. En Tirosh and Wood (Eds) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (135-156). Rotterdam: Sense Publishers
- Zhu, S., & Simon, H. (1987). Learning mathematics from examples and by doing. *Cognition and Instruction*, 4(2), 137-166.

7 ANEXOS

7.1 Anexo 1 Tareas de aula en la formación docente Watson y Sullivan (2008)

“Tarea Realista.

Resuelve el siguiente problema: Se compran dos rondas de bebidas una pedida por Anne y la otra por Peter. Anne compró tres cafés y dos jugos, la cuenta fue de 6,70 libras; Peter compró un café y tres jugos, la cuenta fue de 4,80 libras. Ahora ellos quieren recuperar el dinero de sus amigos, para esto necesitan saber el costo de los cafés y los jugos...

...Más tarde, tuvieron que comprar bebidas para un grupo más grande y Anne factura por 13 limonadas y 6 coca-colas 26,20 libras, mientras que Peter factura por 20 limonadas y 13 coca-colas 43,70 libras. ¿Cuánto cuestan las limonadas y las coca-colas? ¿Qué métodos podría utilizar para resolver problemas similares en el futuro?

Tarea abstracta

Utilizando un gráfico para ayudarse a encontrar si es posible, dos ecuaciones en el conjunto A, que pasen por cada uno de los puntos de coordenadas en el conjunto B. donde esto no sea posible invente una nueva ecuación para que sea posible.

Conjunto A

$$Y=X \quad Y+X=6 \quad Y-X=6$$

$$Y+2X=6 \quad 2X+3Y=6 \quad 3X+2Y=6$$

$$Y=6X+2 \quad 6Y=X+2 \quad X+Y=1$$

Conjunto B

(3, 3); (0, 6); (2, 2); (0, 3); (2, 0); (4, -3)

Invente más conjuntos de objetos matemáticos que se pueda emparejar.

La primera de estas tareas presenta un contexto realista, mientras que la segunda ofrece la posibilidad de generalizar a partir de los patrones identificados por los estudiantes. Cada tipo de tarea ofrece la oportunidad de entender que la solución de ecuaciones simultáneas no es solo una cuestión de la aplicación de métodos, sino que implica la intersección de las relaciones, pero es posible hacer ambas tareas sin pensar mucho en la solución de ecuaciones. Ambas necesitan la interacción con el propósito de llevar a los estudiantes hacia la comprensión conceptual y relacional. Las preguntas centrales son: ¿Qué tipo de experiencia necesitan tener los estudiantes para que puedan generalizar? y ¿cómo pueden ser inducidos a desarrollar abstracciones apropiadas?

Con relación a la formación docente se puede decir que la comparación de las tareas de aula (como arriba) es más eficaz si los profesores han hecho de antemano las tareas, ya que, esto permite a los maestros comprometerse con sus propios conocimientos a nivel relacional y entender que lo relacional no solo significa aplicable” (Tirosh y Wood, 2008; pp. 117, Traducción libre).

7.2 Anexo2: Ejemplos como herramientas en la formación de profesores

A continuación se presentan algunos ejemplos sugeridos por Zazkis (2008)

Supuestos formados por las convenciones

Considere los siguientes ejemplos:

La suma de los ángulos internos de un triángulo ABC es 280 grados.

La grafica de la función $Y=X$ es una parábola.

Un número es divisible por 5 y solo si la suma de sus dígitos es divisibles por 5.

Cuando esto se presentó a una clase de futuros profesores de Matemáticas de secundaria, sin ninguna pista con relación al título de esta sección, no parecía haber un acuerdo de que todas estas declaraciones "no tienen sentido", o simplemente eran falsas. Hubo una tendencia a considerar los elementos que no encajan como errores o errores tipográficos, por lo que optaron por hacer algunas correcciones como elevar al cuadrado la X en (b), reemplazar el 5 por un 3 en (c) y cambiar 280 por 180 en (a). Después de una breve discusión y un acuerdo general sobre la forma de modificar los ejemplos anteriores para que correspondan a declaraciones verdaderas, se pidió a los futuros profesores considerar otra serie de ejemplos:

La suma de los ángulos internos de un triángulo es siempre 180 grados.

Una grafica de la función $Y=X$ es una línea recta.

Un número es divisible por 3 si y solo si la suma de sus dígitos es divisibles por 3.

La primera reacción frente a cada una de estas afirmaciones fue: "¡Claro! A continuación, los futuros profesores fueron guiados a reconocer algunos supuestos ocultos en su respuesta inmediata. La declaración (b) es verdadera, si la función está representada con coordenadas cartesianas. La declaración (c) es cierta, si damos por sentado que el número se representa en el sistema numérico de base diez y la afirmación (a) es cierta solo si suponemos que el triángulo se encuentra en el plano euclidiano (Traducción libre de Tirosh and Wood, 2008; pp. 139).

Supuestos que son conocimientos compartidos

En relación con las hipótesis formadas por las convenciones, hay limitaciones que están incrustadas dentro de la comprensión convencional de situaciones. Considere, por ejemplo, la siguiente:

La abuela ha horneado 12 galletas para tres de sus nietos. ¿Cuántas galletas le corresponderá a cada niño?

280 estudiantes de la escuela primaria ABC irán a una excursión en autobuses. Caben 40 personas en un autobús, ¿cuántos buses se necesitan?

La mayoría de los estudiantes indicarán automáticamente el resultado. Greer (1997) demostró que los estudiantes resuelven problemas matemáticos mediante la simple aplicación de las operaciones Matemáticas de los números y con aparente desprecio por la realidad de las situaciones descritas en este tipo de problemas, lo cual se debe al tratamiento tradicional de instrucción que se da y que es parte de la cultura Matemática escolar (Traducción libre de Tirosh y Wood, 2008; pp. 150).

7.3 Anexo 3 La regla de la divisibilidad por 9

En la escuela primaria el material concreto juega un papel importante para el desarrollo del conocimiento matemático, especialmente el conocimiento aritmético (Lorenz, 1998; Wittmann, 1994). Un material muy empleado para la representación de los números naturales son las fichas de colores a dos caras. Este material (como todos los manipulables) depende del uso de quien lo emplea (estudiantes, futuros profesores o profesores), de los diferentes roles y funciones que se les asignen. Pueden ser utilizados como materiales muy concretos o también como símbolos abstractos, por ejemplo:

(...) La llamada regla del nueve, la cual establece que... un número es divisible por 9 si y solo si 9 divide a la suma de sus dígitos (Dantzig, 1954, pp.263-264).

Una prueba de esta regla se puede hacer de forma Aritmética por medio de un ejemplo típico, es decir un número particular, que parcialmente se puede generalizar. Para hacer esto se puede llevar a cabo la siguiente consideración para un número particular $z = 3681$ (DS significa la suma de los dígitos del número z):

$$\begin{aligned} 1000 \times 3 + 100 \times 6 + 10 \times 8 + 1 &= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 8 + (3 + 6 + 8 + 1) \\ &= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 8 + DS(3+6+8+1) \\ &= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 8 + 18 \\ &= 9 \times (111 \times 3 + 11 \times 6 + 8) + 18 \end{aligned}$$

Esta consideración del ejemplo con este número particular puede ser generalizado a cualquier número natural z : $z = 1000a + 100b + 10c + d = 999a + 99b + 9c + (a + b + c + d)$

$$= 999a + 99b + 9c + DS(z).$$

Un número z es divisible por 9 exactamente cuando $DS(z)$ es divisible por 9. Uno puede descubrir, además, que un número z es divisible por 3 exactamente cuando $DS(z)$ es divisible por 3.

En contraste con esta justificación Aritmética, de la regla de nueve, se presenta una prueba por operación y el uso de fichas en una mesa de valor posicional (manipulable), con el objetivo de hacer visible el papel de los manipulables en la formación docente. La confirmación de la regla del nueve con la ayuda del material concreto es dado como un problema propio del trabajo activo de los futuros profesores:

Ponga el número 3681 con fichas en una tabla de valor posicional

Ejemplo

Um	C	D	U
• • •	•• •• ••	•• •• ••	•

Considere lo que significa en la tabla de valor posicional la suma de los dígitos del número, con la ayuda de las fichas. Ejemplo: Todas las fichas se mueven debajo de la casilla de las unidades (U).

¿Cómo funciona el número, representado por las fichas, cuando las fichas se mueve de un valor de posición a una posición vecina? Ejemplo: El valor del número cambia cuando se mueve por 9, 90, 900, etc. (más o menos)

Formular con sus propias palabras de manera coherente la justificación de la regla del nueve, que exprese la generalidad de dicha regla y que considere el uso y la interpretación del material concreto.

7.4 Anexo 4 Tareas y el uso de artefactos en la formación de profesores

Un pequeño grupo de futuros profesores se da cuenta del vínculo entre una hoja de trabajo con un dibujo (figura 1) junto con papel y lápiz.

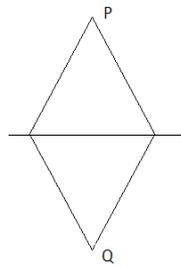


Figura 1 El dibujo de la máquina.

Responda a las preguntas, escribiendo cuidadosamente sus respuestas:

Describir y representar la máquina (¿Cuántas varillas rígidas constituyen el enlace completo? Describir el sistema de vinculación y medir las longitudes de las varillas individuales ...)

En la máquina de algunos vértices son forzados a moverse de una manera determinada (vértices limitados) y otros vértices son libres de moverse en el plano. ¿Qué vértices de la vinculación son libres? ¿Cuáles están delimitadas? ¿cuáles son esos límites?

Los dos vértices que son libres de moverse en el plano se llaman: "puntero" y "trazador". En la máquina se dibujan el puntero P y el trazador Q. Coloque el lápiz en el agujero del trazador y trace el dibujo con el puntero (en el punto P (el puntero) sobre los rastros de una curva o forma determinada y el punto Q (el trazador) dibujar la curva asociada o forma en que la vinculación se mueve)...

Comparar la figura original según lo seguido por el punto P y la figura dibujada por el punto Q ¿Qué notas?

Cuando el punto P se mueve a lo largo de un segmento de la figura dada, en una dirección particular, hace que el punto Q también se mueva a lo largo del lado correspondiente de la figura trazada ¿en la misma dirección?

Dado un punto A, el diseño de su correspondiente B esta dado por el trazador. Explica cómo el punto B se puede obtener desde el punto A (sin utilizar el sistema articulado)

Trate de dar una definición de la transformación final producido por este sistema de conexión...

Las preguntas 1 y 2 tienen por objeto poner de relieve las características físicas del artefacto determinado (la aparición de los componentes en el proceso de instrumentalización) y ofrecer elementos para justificar la adecuación de los vínculos. Por otra parte, la pregunta 2 se refiere también al proceso de instrumentación (como lo hace la pregunta 3), ya que se requiere de la manipulación de la articulación. Las preguntas 3 y 4, sin embargo, tienen por objeto poner de relieve algunas de las características de la transformación. El carril derecho se pone en evidencia en la pregunta 3 (tabla), como una línea de referencia. La pregunta 5 despierta la declaración de una definición operativa (cómo) de simetría axial, cuando el vínculo no está disponible. La pregunta 6 pide una definición... (Tirosh y Wood, 2008; pp. 203 Traducción libre).

7.5 Anexo 5 Resolución 5443 del 30 de Junio del 2010

Solo se tomaran algunos apartados de esta resolución los que se consideran pertinentes para el trabajo que aquí se adelanta:

Artículo 1. (...) La institución de educación superior deberá organizar el programa de formación profesional en educación con una concepción integral, interdisciplinar y flexible que fortalezca las competencias básicas y desarrolle las competencias profesionales de los educadores.

Artículo 2. Perfil del educador: el educador es un profesional con formación pedagógica que, atendiendo a las condiciones personales y de los contextos, orienta procesos de enseñanza y aprendizaje, guía, acompaña y promueve la formación y el desarrollo de las competencias de sus estudiantes.

El programa debe fortalecer las competencias básicas del educador para: (i) Comunicarse efectivamente de manera verbal y no verbal. Hablar, leer, y escribir de forma coherente de conformidad con las reglas gramaticales, y comprender y producir géneros discursivos inscritos en diversas tipologías textuales. Además, comunicarse efectivamente en una lengua extranjera diferente a la materna... (ii) Reconocer y valorar la diversidad, los derechos individuales y colectivos. Trabajar en equipo y vivir en sociedad con responsabilidad, estableciendo relaciones humanas pacíficas y objetivas... (iii) Conocer y utilizar procesos y conceptos fundamentales de las Matemáticas que le permitan interpretar y representar situaciones cotidianas y especializadas de manera gráfica, simbólica, numérica,... (iv) Indagar y analizar de manera crítica y reflexiva las interacciones físicas, sociales y culturales que se desarrollan en contexto... (v) Usar de manera responsable los medios y tecnologías de la información y la comunicación,..., comprender las oportunidades, implicaciones y riesgos de la utilización de MTIC... (vi) Fortalecer sus competencias a través de su ejercicio profesional, la autoevaluación permanente y el intercambio con otros.

El programa debe desarrollar las competencias profesionales que le permitan al educador: (i) Actuar con prudencia y tacto con los estudiantes, reconocerlos como seres humanos en formación, con intereses, valores, potencialidades y particularidades en sus procesos de aprendizaje..., (ii) Desarrollar actividades de enseñanza y aprendizaje fundamentadas en la articulación de contenidos, conceptos y procedimientos de los saberes de la disciplina,... (iii) Diseñar, gestionar y desarrollar proyectos pedagógicos institucionales... (iv) Liderar grupos socialmente heterogéneos, escuchar activamente y trabajar en equipo con la comunidad educativa...

Artículo 5. Currículo: La institución de educación superior demostrará a través de un currículo fundamentado, articulado, dinámico y flexible, su pertinencia frente a las demandas del contexto, la coherencia entre los aspectos que lo componen y las estrategias pedagógicas y Didácticas que le permiten lograr el perfil que se propuso en relación con el desarrollo de las competencias de sus estudiantes...

Artículo 6. Práctica pedagógica: Puesto que la práctica pedagógica es fundamental para el aprendizaje y el desarrollo de las competencias de los educadores, el currículo debe proveer escenarios formativos para desarrollar dicha práctica...

Debe permitir que el estudiante conozca el contexto de su futuro desempeño y afronte las realidades básicas del ejercicio docente para reafirmar su identidad profesional...

Artículo 9. Medios educativos: el programa debe incluir el uso pedagógico de los medios de comunicación y de las tecnologías de la información y los recursos que permitan a los estudiantes diversificar y cualificar los ambientes de aprendizaje, las Didácticas y las formas de trabajo pedagógico.

7.6 Anexo 6 Programas de Licenciatura en Matemáticas en Colombia

Institución	U. Amazonia	U. Católica de Manizales	U. Cundinamarca	U. de Nariño	U. Popular del Cesar	U. Surcolombiana	U. Distrital	U. Industrial de Santander	U. del Valle	U. Pedagógica y Tecnológica de Tunja	U. Pedagógica Nacional
Titulación	Lic. Matemáticas y Física	Lic. en Matemáticas	Lic. En Matemáticas	Lic. En Matemáticas	Lic. Matemáticas y Física	Lic. En Matemáticas	Lic. En Educación Básica con énfasis en Matemáticas	Lic. En Matemáticas	Lic. En Educación Básica con énfasis en Matemáticas	Lic. En Matemáticas y Estadística	Lic. En Matemáticas
Objetivos											
Innovación	X	X	X							X	
Investigación	X		X		X	X	X		X		X
Procesos de Transformación	X									X	X
Formar un Profesional de la Educación	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Fortalecer el pensamiento matemático		X							X		
Desarrollar en los estudiantes un pensamiento holístico, lúdico y creativo		X						X			
Integrar el saber pedagógico y disciplinar			X	X				X	X		X
Fundamentar actitudes de autorreflexión, autoentendimiento y autocrítica			X								
Hacer uso apropiado de los recursos tecnológicos e informáticos (Inglés)			X	X	X	X					X
Promover la formación de ciudadanos con sólidos valores y principios de solidaridad				X	X	X					X
Propósitos de la Formación											
Saber enseñar Matemáticas	X			X	X			X			X
Saber acerca de las Matemáticas y para qué	X			X				X			

enseñarlas											
Saber organizar y desarrollar ambientes de aprendizaje	X			X							X
Saber proponer, desarrollar, sistematizar y evaluar proyectos educativos y de aula	X					X			X	X	X
Saber articular la práctica Pedagógica a los contextos	X		X		X					X	
Perfil del Egresado/ Competencias											
Competencia en el saber disciplinar	X	X	X	X		X	X			X	X
Competencia en el hacer como práctica de la profesión educativa		X	X		X					X	
Competencias para solucionar problemas		X				X	X			X	
Competencias Básicas para el desempeño social				X	X					X	
Tener capacidad de impulsar la creación de una cultura científica y el fortalecimiento de la investigación				X		X	X			X	
Elaboración de propuestas curriculares para la enseñanza media y básica adaptadas al medio social y cultural en el que labora					X						X
Organización Curricular											
Por Ciclos	X	X	X		X	X				X	X
Por núcleos del Saber		X				X	X			X	
Por Campos de Formación/ Ambientes			X	X					X		X
Por Componentes								X			
Presencia de Didácticas específicas	X						X	X		X	X
Pedagogías		X	X		X	X					
Cursos de Matemáticas	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Didáctica de la Matemática				X	X	X					X
Didáctica General					X			X	X		
Materiales de Apoyo para la Enseñanza				X							

Tabla 7 Programas de Licenciatura en Matemáticas en Colombia

7.7 Anexo 7 Códigos de las unidades de análisis de segundo nivel

	Unidad de análisis de segundo nivel	Código
Conocimiento Disciplinar del FPM-D.	Conocimiento Disciplinar del Profesor de Matemáticas	CD_PM
	Conocimiento Didáctico del Contenido del Profesor de Matemáticas	CDC_PM
	Conocimiento Curricular del Profesor de Matemáticas	CC_PM
	Conocimiento Pedagógico General	CPG
	Didáctica General	DG
	Didáctica Específica	D_E
Conocimiento Didáctico del contenido del FPM-D	Sobre los Maestros en Formación	SMF
	Sobre Metodologías en la Formación de Profesores de Matemáticas	S_Met_FPM
Conocimiento Curricular del FPM-D	Sobre los Propósitos en la Formación de Profesores de Matemáticas	Prop_FPM
	Sobre el Proyecto Curricular General	PCG
	Sobre el Proyecto Curricular Específico	PCE
Conocimiento Práctico del FPM-D	Experiencial	Exp
	Grupal	Grup
	Personal	Pers

Tabla 8 Códigos de las unidades de análisis de segundo nivel

7.8 Anexo 8 Códigos de las unidades de análisis de tercer nivel

	Unidad de análisis de tercer nivel	Código
Conocimiento Disciplinar del Profesor de Matemáticas CD_PM	Conocimiento de la Historia de las Matemáticas	CHM
	Conocimiento de Escuelas Filosóficas	EFile
	Comprensión de Conceptos	Cptos
	Conocimiento de los Procedimientos	Proced
	Conocimiento de la Disciplina para Enseñar	Discp_Ens
	Conocimiento de la Ética y los Valores morales de la disciplina	EtyVal
	Conocimiento de las Características Esenciales de un concepto	Car_Ese
	Conocimiento de las Diferentes Representaciones de un concepto	Dif_Repr
	Conocimiento de la Fuerza del Concepto	F_Cpto
	Conocimiento de las Formas Alternativas de aproximación al concepto	For_Alter
	Conocimiento del Repertorio Básico	Rep_Bas
	Conocimiento y Comprensión del Concepto	CyC_Cpto
CDC_P M	Sobre los Estudiantes	SE
	Sobre las Matemáticas	S_Mat
Conocimiento Curricular del Profesor de Matemáticas CC_PM	Conocimiento de los Propósitos de la Enseñanza	Prop_Ens
	Conocimiento de las Justificaciones para Aprender un tema	Just_Az
	Conocimiento de las Ideas importantes para Enseñar un tópico	Id_Ens
	Conocimiento de los Prerrequisitos	Prer
	Conocimiento de los Problemas Típicos	PT
	Conocimiento de los Materiales para la Instrucción	Mat_Ins
	Conocimiento del tratamiento y evaluación de los Textos	Text
	Conocimiento sobre la Planificación de la Enseñanza	Plan_Ens

	Conocimiento del Currículo de otras Disciplinas	Cur_Disc
	Conocimiento del Diseño e Implementación de Nuevos Materiales.	Dis_Imp_New
Conocimiento sobre la Didáctica Especifica D_E	Conocimiento de la Historia de la Didáctica	CH-D
	Conocimiento de Escuelas Filosóficas de Didáctica	EFilo-D
	Comprensión de Conceptos de Didáctica	Cptos-D
	Conocimiento de los Procedimientos de Didáctica	Proced-D
	Conocimiento de la Disciplina Didáctica para Enseñar	Discp_Ens-D
	Conocimiento de la Ética y los Valores morales de la Didáctica	EtyVal-D
	Conocimiento de las Características Esenciales de un concepto de Didáctica	Car_Ese-D
	Conocimiento de las Diferentes Representaciones de un concepto de Didáctica	Dif_Repr-D
	Conocimiento de la Fuerza del Concepto en Didáctica	F_Cpto-D
	Conocimiento de las Formas Alternativas de aproximación al concepto en Didáctica	For_Alter-D
	Conocimiento del Repertorio Básico en Didáctica	Rep_Bas-D
	Conocimiento y Comprensión del Concepto en Didáctica	CyC_Cpto-D

Tabla 9 Códigos de las unidades de análisis de tercer nivel

7.9 Anexo 9 Relaciones de pertenencia entre los diferentes niveles de las unidades de análisis

Unidades de primer nivel	Unidades de segundo nivel	Unidades de tercer nivel
CD_FPM-D: Conocimiento Disciplinar del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico	CD_PM	CH
		EFile
		Cptos
		Proced
		Discp_Ens
		EtyVal
		Car_Ese
		Dif_Repr
		F_Cpto
		For_Alter
		Rep_Bas
		CyC_Cpto
		CDC_PM
	S_Mat	
	CC_PM	Prop
		Just_Az
		Id_Ens
		Prer
		PT
		Mat_Ins
		Text
		Plan_Ens
		Cur_Disc
		Dis_Imp_New
	CPG	
	D_G	
	D_E	CH-D
		EFile-D
		Cptos-D
		Proced-D
		Discp_Ens-D
		EtyVal-D
		Car_Ese-D
Dif_Repr-D		
F_Cpto-D		
For_Alter-D		
Rep_Bas-D		
CyC_Cpto-D		
CDC_FPM-D: Conocimiento Didáctico del Contenido del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico		SMF
	S_Met_FPM	
CC_FPM-D: Conocimiento Curricular del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico	Prop_FPM	
	PCG	
	PCE	
CPRA_FPM-D Conocimiento Práctico del Formador de Profesores de Matemáticas encargado del componente Didáctico	Exp	
	Grup	
	Pers	

Tabla 10 Relaciones de pertenencia entre los diferentes niveles de las unidades de análisis

7.10 Anexo 10 ingreso de códigos y creación de redes en el software Atlas.ti

Se explica el proceso de inclusión de los códigos en el Atlas.ti, si bien no se busca generar un manual de instrucciones para el uso del programa de computador, sí se quiere mostrar las facilidades que este ofrece. Para ingresar los códigos, y luego de tener un archivo nuevo o unidad hermenéutica, aparece una pantalla como esta:



Ilustración 8 Interfaz inicial de Atlas.ti

Para ingresar los códigos, ya definidos, el programa cuenta con la herramienta “Codes” (número 1 en la ilustración 9), al seleccionar esta opción se despliega la ventana “Code Manager” (número 2 en la ilustración 9), en esta se selecciona en el menú “Codes” la opción “Create free code” o el icono que indica una carpeta nueva (número 3 en la ilustración 9); desplegándose la ventana “Free codes” (número 4 en la ilustración 9) donde se digita el código y se acepta la creación en la opción “OK”; creando así la cantidad de códigos que necesitemos para el análisis.

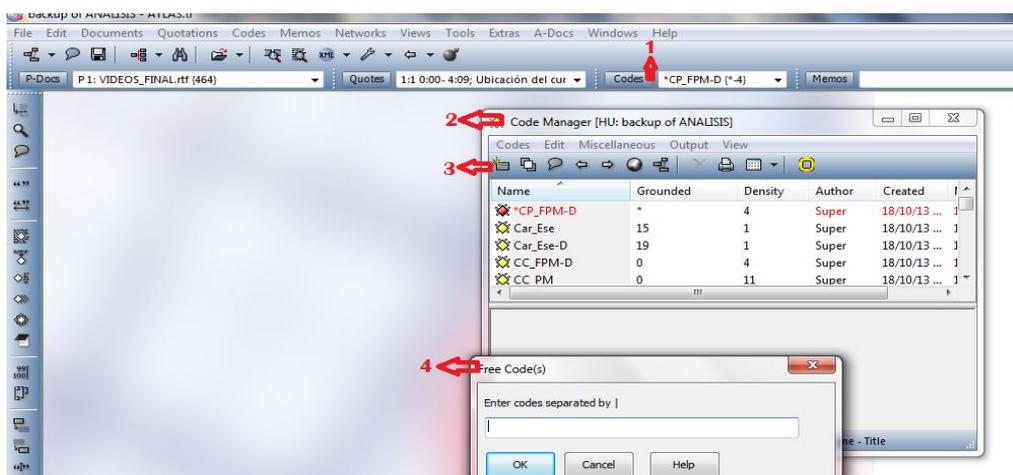


Ilustración 9 Menús para la creación de códigos en Atlas.ti

Luego de tener la totalidad de los códigos ingresados en el sistema, el paso siguiente es establecer las relaciones entre estos, recordando que para nuestro estudio decidimos crear códigos en tres niveles diferentes, contenidos algunos entre uno de orden superior. Para esto Atlas.ti ofrece 6 tipos de relaciones predefinidas (número 1 en la ilustración 10).

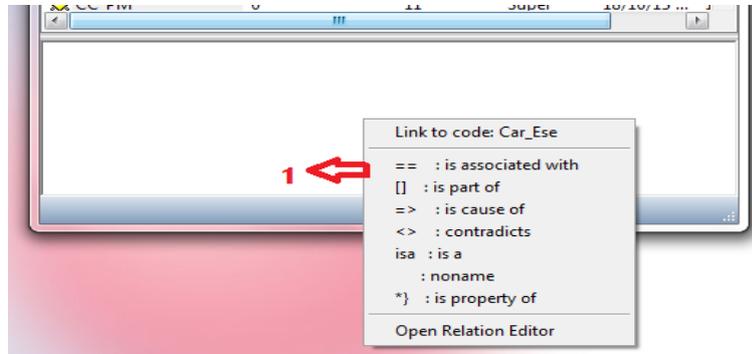


Ilustración 10 Tipos de relaciones en Atlas.ti

Las opciones de relación ofrecidas por el programa son: “==: esta asociado con; []: es parte de; => es causa de; <>: contradice a; isa: es un; y, *}: es propiedad de”. La opción para establecer esas relaciones se encuentra seleccionando el código, luego seleccionar en el menú “codes” la opción “link code to” (ilustración 11). Para este caso siempre se seleccionó la relación “es parte de”, ya que en el momento solo se conocía esa relación entre algunos códigos, la relación ser parte de un código de orden superior.

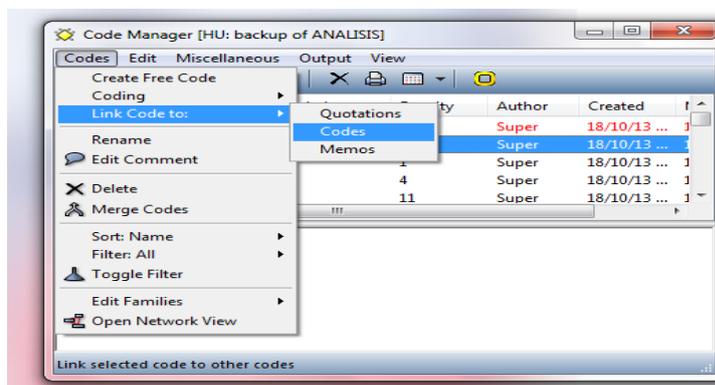


Ilustración 11 Pasos para establecer relaciones entre códigos

Luego de tener ingresados los códigos y las primeras relaciones globales, se puede crear la primera red o “network”, que se obtiene seleccionando un código determinado, luego seleccionando en el menú “codes” (número 1 en la Ilustración 12) la opción “Open Network View” (número 2 en la Ilustración 12).

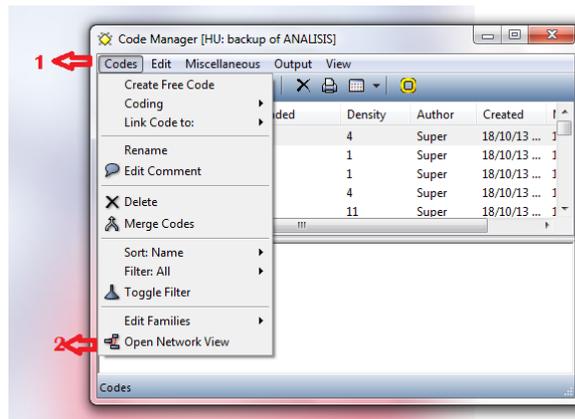


Ilustración 12 Pasos para la creación de redes

7.10.1 Análisis de videos con el software Atlas.ti

El software cuenta con una herramienta para cortar los segmentos de video que se necesiten (número 3 en la ilustración 5), para el caso aquí estudiado, donde se considera aparece determinado conocimiento, y además, directamente se puede clasificar el segmento de video en determinada unidad o unidades de análisis según sus características.

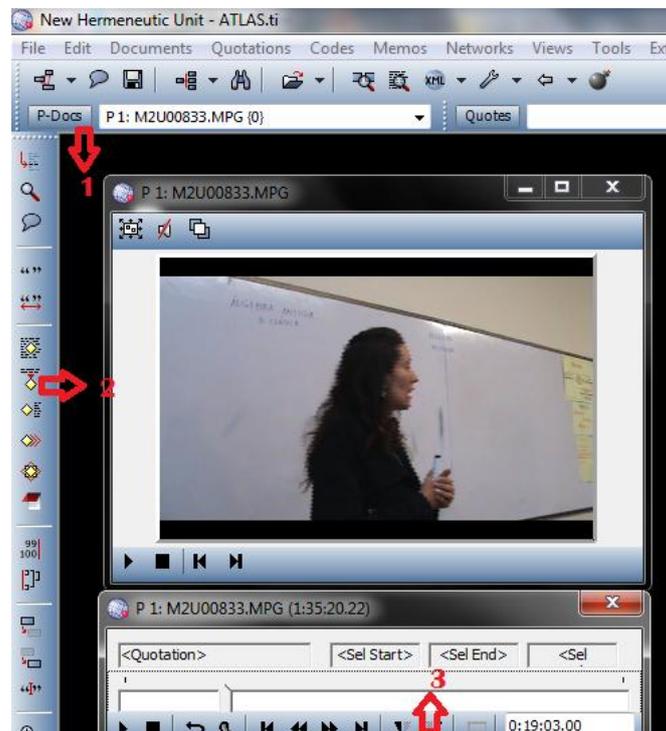


Ilustración 13 Proceso de categorización, sobre los videos

En la ilustración anterior se destacan 3 iconos de herramientas que ofrece el Atlas.ti. el icono marcado con el número 1 “P-Docs” se utiliza para cargar los documentos al software, pueden ser videos, imágenes, audios o documentos escritos; estos últimos preferiblemente deben estar en formato de texto enriquecido (Rich text format (.rtf)). Al cargar videos, estos aparecerán en la pantalla de Atlas.ti, en donde el icono número 3 tiene la función de cortar en el inicio y el final de un segmento de video determinado. Luego de seleccionar un fragmento de video se le puede asignar uno o varios códigos previamente establecidos, utilizando el icono marcado con el número 2.

Son muchas las bondades que ofrece Atlas.ti; sin embargo, al realizar el proceso de esta manera y luego crear las redes entre los episodios de clase y las unidades de análisis, encontramos poca utilidad al hecho de contar con segmentos de videos que no podríamos mostrar en un trabajo escrito; así que volvimos a nuestra idea original de realizar el análisis desde el documento escrito; es decir desde las tablas diligenciadas que en un momento se despreciaron.

7.11 Anexo 11 Entrevista

ENCABEZADO: La presente entrevista lleva un doble propósito, primero identificar datos biográficos de carácter formativo de la profesora Lyda Constanza Mora Mendieta quien ha sido sujeto en el estudio titulado CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL FORMADOR DE PROFESORES EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE UN ESTUDIO DE CASO y segundo validar algunos supuestos delimitados en el análisis de las clases de EAAA y poder enmarcar algunos episodios, que se presentan confusos, dentro de alguna de las unidades de análisis preestablecidas.

La entrevista está dividida en dos momentos, en el primer momento se cuestiona sobre aspectos biográficos, el segundo momento está dedicado a cuestionar sobre aspectos emergentes del estudio, a saber, cuestiones sobre su conocimiento Didáctico, sobre los maestros en formación, sobre la disciplina que enseña y sobre la metodología.

7.11.1 Preguntas sobre datos biográficos:

¿Cuáles fueron sus motivaciones para ser profesora?

¿Cuántos años lleva dedicada a la docencia?

¿Cuántos años lleva en la formación de profesores?

¿Qué materias ha impartido durante los últimos años? ¿Qué materias imparte en la actualidad?

¿En su formación, han existido profesores que han incidido en la consolidación de su conocimiento práctico? Nárrenos algunas experiencias que se han constituido en elementos formativos para su práctica profesional, e indíquenos elementos que ha adoptado para desempeñarse como profesora en cada uno de los niveles.

¿Usted es consciente de que lo que usted hace en clase se constituye en un ejemplo para los futuros profesores que están a su cargo?, si es así, ¿Qué tipo de ejemplos (sus acciones) procura mostrar en clase?

¿Qué recuerda de cuando comenzó a enseñar? ¿Qué problemas tuvo? ¿Cómo ha evolucionado con el paso de los años, se presentan los mismos problemas?

7.11.2 Preguntas sobre dimensión Didáctica

¿Cómo prepara el programa del curso EAAA y que elementos tiene en cuenta para definirlo?

¿Cómo selecciona los contenidos de la materia? ¿Cómo define los contenidos?

¿Reconoce enfoques metodológicos en la formación de profesores? ¿Cuáles y como hace uso de ellos en los cursos?

Describa someramente cómo es una sesión típica de clase: (tiempos, espacios, actividades, materiales. Y otros elementos)

7.11.3 Preguntas sobre maestros en formación

Podría caracterizar al estudiante típico que tiene en su curso bajo los siguientes dimensiones: cognitiva, social, académica, afectiva, empoderamiento como docentes, generacional, recursividad, postura frente al curso y algunas competencias de orden no matemático que considere inciden en el desarrollo de la clase. (Por ejemplo, participativos, callados, activos, juiciosos)

¿Cree que el proceso de generalizar se desarrolla o se enseña en el colegio? ¿Cree usted que los docentes en formación son conscientes de este hecho? ¿Cómo puede evidenciarlo?

A lo largo de las sesiones usted pregunta a los docentes en formación sobre la relación entre temáticas del curso y la educación Matemática, *por ejemplo ¿Qué relación guarda la historia de la simbología en Álgebra con la educación en Colombia?* ¿Cuál es el objetivo de este tipo de cuestionamientos? ¿Considera necesario que el docente en formación establezca relaciones entre la historia de la disciplina y la educación de la misma?

En algunas de las sesiones de clase usted aclara la diferencia entre algunos constructos teóricos, como los hechos matemáticos y los objetos matemáticos, particularmente lo hace al referirse a la ley de composición, ¿Desde su experiencia reconoce que los docentes en formación confunden sucesos de la HM con los objetos matemáticos?

¿Qué otros errores, desde la dimensión disciplinar de la clase EAAA, son constantes en los docentes en formación? ¿se presentan confusiones entre hechos matemáticos y hechos didácticos? Podría narrarnos algunos de ellos.

La mayor parte de las preguntas realizadas, por usted tienden a indagar sobre las concepciones y creencias de los estudiantes frente a lo que debería saber un profesor de Matemáticas, como por ejemplo: ¿que hubiéramos podido hacer como profesores para que los chicos del colegio entendieran esto con mayor facilidad?, ¿Cuál el objetivo de dichos cuestionamientos? ¿hace uso de las respuestas de los estudiantes para reformular algunos procedimientos en las clases?

7.11.4 Preguntas sobre disciplina

¿La historia es una excusa para la enseñanza o es el objeto a enseñar en el curso de EAAA? ¿Cuáles son sus intenciones al incluir la HM en un curso de DM?

A pesar de no tener un sustento teórico para afirmaciones como esta: “*el acuerdo de escribir $2x$ y no x^2 no tiene argumento para ser así, es así “porque sí”, es una notación, es un lenguaje...*”, como lo expresa en una de las sesiones, ¿Considera que conocer este tipo de eventos es necesario en el conocimiento disciplinar de todo profesor de Matemáticas?

En una sesión donde se vinculan sucesos del Álgebra antigua con el Álgebra moderna, particularmente el caso de la geometría analítica de Descartes, usted afirma desconocer la relación de éste con el Álgebra moderna ¿realmente desconoce esa conexión o en su momento no la recordó?

Al hacer referencia a los aportes de Peacock en las Matemáticas, asegura que él además de aportar a la Matemática lo hace también a la educación, ya que lo hizo para que otros aprendieran a operar con los números enteros. ¿Esa historia hace parte de las Matemáticas o de la Didáctica? Y en términos generales, ¿la HM hace parte de la DM?

7.11.5 Preguntas sobre metodología

En la mayoría de las clases cuenta historias de eventos y hechos reales a los maestros en formación con el ánimo de ejemplificar algo de lo que están tratando en ese momento. ¿Usted es consciente que esas narrativas constituyen teóricamente una metodología de formación de profesores? ¿Recuerda algunos elementos de esa propuesta metodológica?

¿Reconoce si dentro de su quehacer docente hace uso del conocimiento práctico experiencial, es decir de estrategias metodológicas para solucionar problemas cotidianos del aula, o recursos y saberes propios de su trabajo como docente?

¿Considera que son los mismos si fuera profesora de Matemáticas, o el mismo conocimiento del que hace uso cuando dicta cursos de Matemáticas en la formación de profesores?

¿Por qué en reiteradas ocasiones le solicita a los docentes en formación que vuelva a leer los documentos, leídos extra clase, durante las sesiones?

¿La razón de pedir a los maestros en formación que desarrollen las actividades propuestas en la planeación, antes de llevarlas al aula, es una sugerencia por experiencias fallidas en prácticas anteriores? Ó ¿conoce una teoría Didáctica o metodológica que sugiera este tipo de prácticas?

¿Cuándo hace sugerencias a los docentes en formación frente a la planeación de las clases y la elaboración de pregunta, hace uso de su conocimiento adquirido desde la experiencia, ó es un conocimiento teórico derivado de sus procesos de formación?

7.11.6 Preguntas sobre las creencias

Afirmaciones como: “uno como profesor no gana el respeto de los estudiantes gritando ni tratándolos mal o haciéndolos sentir menos, porque además no lo son, uno genera respeto dominando los temas, siendo seguro, respondiendo bien...” ¿Tienen algún argumento teórico, son el resultado de la experiencia como docente, o son un recurso discursivo que se acuña ya que vienen de un consenso grupal validado por un grupo de “expertos” en la formación?

Usted afirma que las Matemáticas tienen una función social y democrática, por tanto deberíamos enseñar aplicaciones de las Matemáticas en las ciencias, pero no lo hacemos por desconocimiento de estas aplicaciones, este analfabetismo se debe a que los profesores de Matemáticas somos mono-científicos ¿en que se basa para hacer afirmaciones como esta?

¿Qué creencias personales sobre la educación Matemática y sobre las Matemáticas sirven de principios en el desempeño de su profesión docente en el aula?

Los ejemplos matemáticos de su repertorio, que aparecen en los videos, ¿son planificados con anterioridad o surgen en el desarrollo de la clase? ¿dichos ejemplos tienen un fundamento teórico o son producto de su experiencia? ¿Cree usted contar con un colección, contingente de ejemplos contra ejemplos y no ejemplos, tanto matemáticos como didácticos para la enseñanza de algunos conceptos?