PROBLEMAS DE SOLUCIÓN ÓPTIMA EN GEOMETRÍA PLANA, SU ASPECTO MOTIVACIONAL CON APOYO DE LAS TIC

Roberto Byas de la Cruz, Ramón Blanco Sánchez
UASD (República Dominicana)
UC (Cuba)
robertobyas@hotmail.com, ramón.blanco@reduc.edu.cu

Palabras clave: solución óptima, inducción, deducción, motivación
Key words: optimal solution, induction, deduction, motivation

RESUMEN

En el presente trabajo se ilustra cómo es posible encontrar la solución óptima de diferentes problemas sin recurrir a las técnicas del cálculo diferencial, o las de investigación de operaciones. Estas tareas pueden ser ejecutadas a través de la aplicación de conceptos y diferentes ideas geométricas, lo cual permite acercar la determinación de soluciones óptimas a estudiantes más jóvenes que todavía no han estudiado cálculo diferencial. Estos problemas son atractivos para los estudiantes ya que en muchas situaciones prácticas se requiere determinar la solución óptima, por lo cual se logra por esta vía contribuir a incrementar la motivación de los estudiantes por la Matemática. El trabajo que presentamos pretende a demás desarrollar en el estudiante la comprensión del vínculo del par inducción - deducción.

ABSTRACT

The present paper shows how it becomes possible to find the optimal solutions to problems without applying the differential calculus techniques, or the ones of research operational. These tasks can be executed throughout the applications of different ideas and geometry concepts. Which allows us to put the determination of optimal solutions for the reach of younger students who do not have knowledge of differential calculus, but these problems are attractive to the students, because in many practical situations, the determination of optimal solution is required, so by this, a contribution to the students' motivation though mathematics is made. Another aspect that has been considered in this work is the development of student understands about the relationship between induction and deduction.

■ Introducción

Cuando se habla de buscar solución óptima de un problema, el pensamiento más inmediato lo asocia con métodos del cálculo diferencial o la aplicación del método simplex. No obstante existe una cierta variedad de problemas geométricos que tienen solución optima que puede ser determinada a través de conceptos geométricos o modelando el problema mediante una ecuación cuadrática, la cual geométricamente representa una parábola, de la cual se puede determinar el vértice a través de dicha ecuación.

Por otra parte, se fundamenta el uso de las TIC como herramienta para apoyar uno de los proceso del pensamiento lógico, esto es, el par inducción-deducción. El uso de este reviste gran importancia, dado que es frecuente, en las clases de geometría plana, que el maestro haga deducciones en el pizarrón sin que los alumnos tengan la menor idea de por qué éste realiza cada uno de los pasos de la demostración. Es importante tener en cuenta que en el proceso de desarrollo del conocimiento, inducción-deducción se dan en interacción dialéctica, ya que no es posible deducir algo que no ha sido inferido o inducido primeramente en un u otra forma.

■ Contexto

El presente trabajo reporta resultados parciales de una investigación, que tiene como objetivo ampliar el rango de tareas geométricas que los estudiantes pueden ejecutar. Hasta el momento se ha abstraído el par inducción – deducción, para su análisis específico bajo el paradigma investigativo de la investigación acción.

De acuerdo a (Cañadas y Castro, 2007) los procesos inductivos aparecen de manera espontánea en los estudiantes del nivel medio. Lo cual indica que es oportuno que los maestros en este nivel pongan especial atención a este fenómeno, en aras de ir formando en los estudiantes la relación dialéctica inducción - deducción.

El uso de software de geometría dinámica, como el "geometra" o el "cabric geometra", brinda muchas posibilidades para que el estudiante pueda materializar el fenómeno donde se manifiesta el óptimo en el problema que se estudia. Esta materialización permite inducir la solución del problema, dado que la semiótica gráfica que brinda este software muestra el óptimo, lo que propicia que el estudiante se enfrasque en la búsqueda de la deducción de lo que ha podido inducir previamente. Además la conjunción del uso del software de geometría dinámica y la posibilidad de encontrar soluciones óptimas, resulta un elemento de motivación al conjugar dos elementos que son novedosos para el estudiante.

Los elementos señalados se interrelacionan con la problemática planteada por (Font, 2010) referida a la necesidad de que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias para hacer adecuadas representaciones de los objetos matemáticos con los que trabajan. La distinciónn entre la forma en la cual el objeto matemático existe y su representación ostensiva es un tópico de interés en la matemática educativa, como se puede apreciar en los trabajos de (Sfard, 2000) y (D´Amore, 2007).

Los autores mencionados con anterioridad, consideran que la aplicación de lo que se sugiere en el presente trabajo debe contribuir a reducir lo planteado por (Herbst, 2006). Este autor alega que diferentes trabajos sobre lo que los estudiantes pueden hacer con sus conocimientos de Matemática, destacan que en general solo son capaces de resolver problemas conocidos.

■ Desarrollo

Uno de los principales aportes de la enseñanza-aprendizaje de la geometría es conectar a los alumnos con el mundo en el que se mueven, pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana (Barrantes, 2003). Además el trabajo con la geometría propicia el uso correcto del par inducción deducción; dado que de la misma forma que cada resultado matemático fue deducido, primero fue inferido, inducido, conjeturado. ¿Cómo es posible deducir algo si no se tiene idea del resultado a que se aspira? Primero conjeturar e inducir y después deducir, siguiendo el verdadero camino de la construcción del conocimiento.

Se debe procurar que los estudiantes sientan la necesidad del nuevo resultado. Los estudiantes deben desarrollar la capacidad de inducir el resultado a tratar y luego participar en la deducción del mismo.

De todas las ramas de la Matemática, la Geometría es una de las más intuitivas, concretas y ligadas a la realidad que se conoce. Por ello, ofrece numerosas posibilidades para experimentar, mediante materiales adecuados, a través de sus métodos, conceptos, propiedades y problemas.

En la actualidad se conoce que existen muchos materiales que pueden emplearse en el trabajo de aula. Sin embargo, no siempre los docentes están al tanto de ello o se animan a aplicarlos en sus clases. En muchas ocasiones, esto se debe al desconocimiento tanto del manejo de este tipo de herramientas como de las oportunidades que brinda su utilización.

No obstante en esto momentos, la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el ámbito universitario es una realidad que se hace cada vez más patente y necesaria. No obstante, en estudios recientes llevados a cabo por los especialistas (Sepúlveda, Vargas y Cristóbal, 2013) y (Niess, 2005), coinciden en que la calidad educativa y los aprendizajes no mejoran significativamente e incluso en algunos casos pueden empeorar.

En el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría, es fundamental desarrollar en los estudiantes la visualización semiótica de los objetos geométricos con los que trabaja, dado el carácter no ostensivo de los mismos. Se entendiendo como visualización semiótica la materialización en signos tanto de los objetos geométricos como de las ideas de los estudiantes sobre las propiedades y relaciones entre estos objetos (Marmolejo y Vega, 2012).

Los signos son objetos cognitivos de variada índole, palabras, gráficos, símbolos, íconos, la traza dejada por un punto que se mueve en la pantalla, en general objetos físicos que permiten visualizar la experiencia personal y hacen explícitos sus significados. A través de los signos se produce la materialización semiótica de los conceptos de la Matemática, proceso en el cual las TIC juegan un papel fundamental, ya que permiten ampliar las posibilidades de representaciones semióticas de los objetos matemáticos y pasar de una representación a otra con la agilidad requerida (D´Amore, 2007).

Dada la unanimidad casi absoluta entre profesores de matemáticas y didactas en que una adecuada capacidad de visualización es una herramienta imprescindible para el aprendizaje de la geometría pocas veces va acompañada de una reflexión sobre los procesos de aprendizaje de la propia capacidad de visualización. Esta no es una capacidad innata que podemos dejar que se desarrolle de manera espontánea, sino que es necesario modelarla, ya que la visualización es una actividad compleja en la que intervienen varios elementos que es necesario comprender y aprender a usar (Radford, 2002).

De acuerdo a los argumentos planteados, se puede apreciar que resulta favorable la utilización de las TIC para promover en los estudiantes el proceso de inducción-deducción. Lo que contribuye a desarrollar su visualización semiótica, actividad en la cual la resolución de problemas de búsqueda de un óptimo desde la geometría, resulta una actividad novedosa que motiva la actividad de los estudiantes.

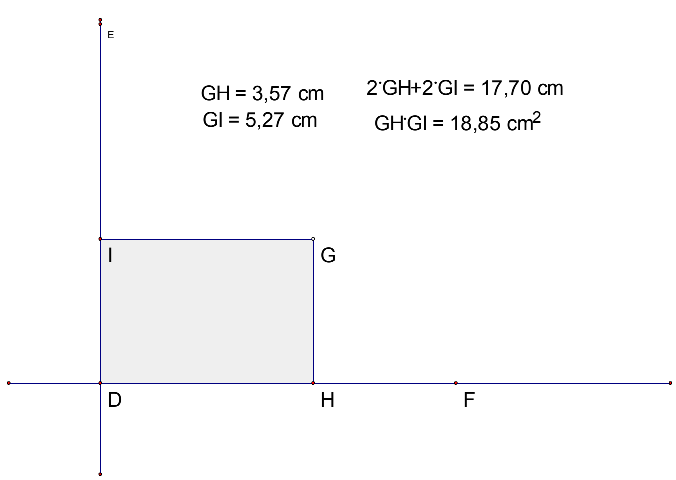
Lo anteriormente expuesto será ilustrado mediante los siguientes problemas, en los cuales se podrá apreciar como mediante el uso de las TIC, se puede lograr que el estudiante visualice el problema que resuelve, en particular puede visualizar la solución óptima, en otras palabras, una vez inducida la solución óptima puede proceder a fundamentar su existencia analíticamente.

Ejemplos que se proponen:

Ejemplo 1:

Dado un rectángulo de perímetro constante P determinar sus dimensiones para que el área sea máxima. Usando un software de geometría dinámica como el geómetra, se puede representar un rectángulo de perímetro constante, ver figura 1.

Figura 1.

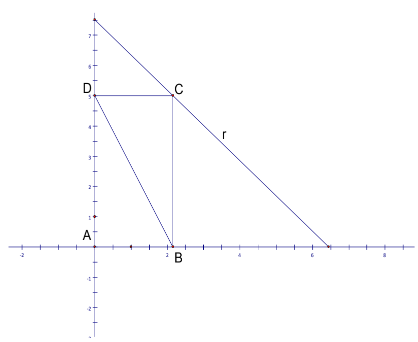


Moviendo el punto G el estudiante puede apreciar cuando se logra el área máxima, y una vez inducido el resultado puede fundamentar el mismo, lo cual se logra a través de una ecuación de segundo grado, a la cual en lugar de aplicar las técnicas del cálculo diferencial se busca el vértice de la parábola que la figura representa, y como es una parábola que abre hacia abajo, el vértice brinda la solución del problema.

El inducir cuáles deben ser las dimensiones del rectángulo para que el área sea máxima indica al estudiante lo que debe fundamentar analíticamente para resolver el problema planteado.

Ejemplo 2:
En el rectángulo ABCD, dónde se debe situar el vértice C sobre el segmento r para que la diagonal DB sea la menor posible.

Figura 2.

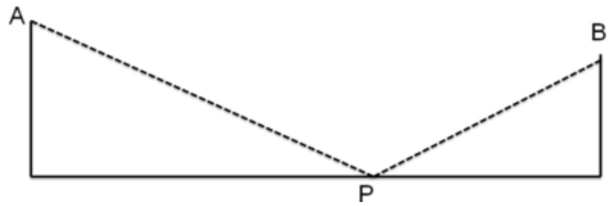


Como en el caso anterior, mediante un software de geometría dinámica se puede mover el vértice sobre la recta r de modo que los estudiantes pueden ver literalmente donde se debe ubicar el punto para obtener la diagonal mínima (Barbosa, 2013). Una vez inducido el resultado, queda a los alumnos fundamentar el resultado con las propiedades pertinentes.

(Marmolejo y González, 2013) recomiendan en este caso para visualizar la solución del problema hacer un cambio de representación semiótica, dentro del mismo tipo registro, en este caso el geométrico, usando la diagonal AC en lugar de la que aparece en el gráfico original de la figura 2, con lo que se puede visualizar que el punto pedido es el pie de la perpendicular del vértice al segmento r. Como en el ejemplo anterior se induce y después, se deduce.

Ejemplo 3:
Entre dos postes del tendido telefónico, que se suponen verticales, se quiere situar la base de un anclaje para fijar un cable desde la base del anclaje hasta la cima de los postes, de modo que se use la menor cantidad de cable posible. ¿En qué posición entre las bases de los postes se debe ubicar el anclaje? (Sepúlveda et al, 2013).

Figura 3.



De igual modo, con el uso de un software de geometría dinámica se puede mover el punto de modo que los estudiantes pueden ver literalmente donde se debe ubicar el punto para obtener la distancia mínima AP + PB, una vez inducido el resultado, le queda a los alumnos fundamentar dicho resultado con las propiedades pertinentes, solo que en este caso también se debe hacer un cambio de registro semiótico usando la rotación de 180 grado de uno de los postes para obtener la solución geométrica del problema, dado que la menor distancia entre dos puntos es el segmento de recta que los une. Se induce, después se deduce.

En lo que respecta al razonamiento inductivo pueden ser consideradas las 7 etapas siguientes:

1. Observación de los casos particulares.

El punto de partida es la experiencia con casos particulares del problema propuesto.

2. Organización de los casos particulares.

Los casos particulares deben ser organizados en alguna manera.

3. Búsqueda y predicción de esquemas.

Observando los casos particulares es posible pensar en el próximo caso no conocido.

4. Formulación de una conjetura.

Una conjetura es un planteamiento basado en hechos empíricos la cual no ha sido validad.

5. Validación de la conjetura:

El estudiante comprueba la conjetura para casos específicos pero no para otros casos.

6. Generalización de la conjetura:

Se extiende el esquema de manera general, no solo para algunos casos.

7. Justificación de la conjetura general.

Una vez que se ha validado para unos pocos casos se prueba su validez de manera general.

■ Conclusiones

La posibilidad de que estudiantes que no han aprendido técnicas de optimización puedan resolver problemas donde se busca una solución óptima, amplía el rango de los problemas de aplicación que pueden resolver, lo cual es un factor motivacional pues brinda una respuesta a la pregunta usual: ¿para qué se usa lo que estamos estudiando?

Por otra parte, la vinculación de las TIC con el proceso de inducción ilustra tanto el uso de estas herramientas como la importancia de lograr la vinculación inducción deducción en el proceso docente.

Se debe destacar la importancia de entrenar al estudiante en inducir a partir de fundamentos lógicos, con cierto grado de fundamentación, pero que el resultado inducido, a pesar de su posible apariencia conclusiva, no es válido matemáticamente hablando, hasta que no es demostrado.

■ Referencias bibliográficas

Barbosa, A. (2013). *Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría*. *Scientia et Technica Año XVIII*, 18(2), 369-376.

Barrantes, M. (2003). *Caracterización de la enseñanza aprendizaje de la geometría en primaria y secundaria*. *Campo abierto*, 24(2), 15-36.

Cañadas, C. y Castro, E. (2007). *A Proposal of Categorization for Analyzing Inductive Reasoning. PNA*, *1*(2), 67-78.

D´Amore, B. (2007). *An Onto-Semiotic Approach to Representations in Mathematics Education*. *For the Learning of Mathematics*, *27*(2), 2-7.

Font, V. (2010). *The object Metaphor and Synecdoche in Mathematics Classroom Discourse.* En PLM Publishing Association (Ed.), *For the Learning of Mathematics*. (pp. 1-5). Edmonton, Alberta, Canada.

Herbst, P. (2006). Teaching Geometry with Problems: Negotiating Instructional Situations and Mathematical tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(4), 313-347.

Marmolejo, A. y González, T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una Metodología de Análisis y su Aplicación a un Libro de Texto. *Revista Integración, Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander, 31*(1), 87–106.

Marmolejo, A. y Vega, B. (2012). *La Visualización en las Figuras Geométricas. Importancia y Complejidad de su Aprendizaje*. *Educación Matemática*, 24(3), 7-28.

Niess, L. (2005). Preparing Teachers to teach Science and Mathematics with Technology: Developing a Technology Pedagogical Content. *Teaching and Teacher Education, 21(2)*, 509-523.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the Written. A Semiotic Approach to the Problem of Objectification of Mathematical Knowledge. *For the Learning of Mathematics*, *22*(2), 14-23.

Sepúlveda, A., Vargas, V. y Cristóbal, C. (2013). Problemas Geométricos de Variación y el uso de Software Dinámico. *NUMEROS, Revista de Didáctica de la Matemática 82*, 65-87.

Sfard, A. (2000). Steering (dis) Course Between Metaphors and Rigor: using focal Analysis to Investigate an Emergence of Mathematical Objects. *Journal for Research in Mathematics Education* 31(3), 296-327.