

## UNA SECUENCIA DE FORMACION PARA MAESTROS: REFLEXIONANDO ACERCA DE LOS PAEV ADITIVOS DE UNA ETAPA

Angela Castro, Núria Gorgorió, Montserrat Prat

Universitat Autònoma de Barcelona. (España)

angela.castro@uab.cat, nuria.gorgorio@uab.cat, montserrat.prat@uab.cat

**Palabras clave:** formación de maestros, problemas verbales aditivos

**Key words:** verbal cues, teacher training, additive word problems

### RESUMEN

El objetivo de la secuencia de formación que presentamos es conseguir que los estudiantes para maestro de Educación Primaria descubran que plantear problemas aritméticos aditivos de enunciado verbal con una operación, va más allá de enunciar situaciones que contengan los verbos “añadir” o “juntar” para la suma, y “quitar” o “separar” para la resta. Queremos que descubran las posibilidades, la variedad y la riqueza que ofrecen estos problemas, con la intención de que en su práctica como docentes se sientan competentes para incorporar estos conocimientos a su actividad en el aula.

### ABSTRACT

The aim of the formative sequence presented here, is to enable future primary teachers discover that formulate additives arithmetic word problems involving one operation; it is beyond than formulate problems with the verbs “to add” or “to joint” for the addition; or “to take off” or “to separate” for the subtraction. We would like the future teachers discover all the possibilities, the variety and the richness of the additive word problems, to be able to incorporate them in their future classroom practice.

## ■ Introducción

Al plantear problemas de matemáticas a nuestros alumnos, una de las preguntas que deberíamos plantearnos es cuál es el objetivo al proponerlos (Blanco & Blanco, 2009). La resolución de un problema supone un proceso en el que la comprensión del enunciado tiene gran relevancia. La resolución de situaciones problemáticas verbales permite que los alumnos desarrollen las habilidades sobre cuándo y cómo aplicar sus conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana (Orrantia, González & Vicente, 2005), entre otros aspectos. Sin embargo es importante reflexionar sobre qué tipo de situaciones son las que permiten desarrollar estas capacidades y en particular que es realmente un problema o cuando deja de serlo.

La resolución de un problema aritmético de enunciado verbal es un proceso que comienza con un texto lingüístico y termina con una operación que da paso a una solución numérica, donde se distinguen dos procedimientos para efectuar esta resolución. El primero, un elaborado proceso en el que intervienen distintos componentes y donde la representación del problema resulta la base para su resolución. El segundo, la traslación directa del texto a la operación, también llamado método de la *palabra clave*, *computar primero* y *pensar después*, entre otros, utiliza indicios verbales o palabras clave que se trasponen directamente al modelo matemático, sin construir una representación cualitativa de la situación del problema (Orrantia, 2003; 2006).

Por otro lado, Nesher (2000) señala que el plantear problemas de enunciado verbal artificial, en los que se utiliza un vocabulario especializado y limitado, promueve la utilización de estrategias superficiales como el uso de palabras clave como indicadores de la operación a realizar. Estrategia que puede ser promovida por los propios maestros en un intento por ayudar a sus alumnos a pasar de enunciado verbal al lenguaje matemático, al sugerirles que se apoyen en indicios verbales, como “ganar” o “perder” entre otros, para encontrar la operación a realizar.

Las reformas actuales en matemáticas abogan para que los profesores actúen como facilitadores del aprendizaje, ayudando a sus estudiantes a construir su propia comprensión de los conceptos y las relaciones matemáticas, como por el ejemplo el desarrollo de la resolución de problemas (Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman & Sczesniak, 2007). En este sentido se espera que los problemas escolares cumplan dos características esenciales; la primera que constituyan auténticos problemas, demandando un proceso reflexivo y no siendo descripciones de situaciones que representen específicamente el uso de un procedimiento algorítmico de resolución. La segunda, que describan situaciones cercanas a la vida cotidiana de los alumnos y no simples enunciados que carezcan de sentido (Jiménez & Ramos, 2011).

Consideramos necesario que los maestros estén preparados para plantear problemas que constituyan un reto para sus alumnos; que planteen problemas que sean diversos, ricos y que ofrezcan variedad de estrategias de resolución, promoviendo una verdadera comprensión matemática de las situaciones. Sin embargo en nuestra experiencia como formadoras de maestros, al impartir la primera asignatura de Didáctica de las Matemáticas observamos en nuestros futuros maestros una visión limitada al plantear problemas aritméticos elementales verbales. Vemos que éstos basan la formulación de sus problemas en el uso de palabras clave, a la vez que utilizan las estructuras aditivas más sencillas de resolver.

Lo observado en el aula, lleva a replantearnos como introducir y trabajar el pensamiento aditivo con los estudiantes para maestro de Educación Primaria, reflexionando acerca de aquello que consideramos esencial que los alumnos sepan una vez acabado el curso. En este trabajo, apoyándonos en los marcos conceptuales de resolución de problemas aditivos elementales verbales, y en las palabras clave, presentamos los resultados obtenidos en un estudio desarrollado con maestros en formación tras la implementación de una secuencia de formación. El objetivo de esta secuencia es cambiar la forma tan arraigada de hacer de nuestros estudiantes, ampliando su visión sobre este tipo de problemas y reflexionando sobre las repercusiones didácticas que tiene el uso de las palabras clave en los alumnos.

En concreto presentamos parte de las actividades desarrolladas y una primera reflexión sobre la implementación de la secuencia de formación sobre problemas aritméticos elementales verbales aditivos de una etapa - en adelante PAEV aditivos, siguiendo a Castro (1995) y Socas, Hernández y Noda (1997), con 78 estudiantes para maestro de Educación Primaria, que cursan el segundo año.

### ■ La resolución de PAEV en primaria

Desde hace algunos años, en las propuestas curriculares se establece que la resolución de problemas debe ser un contenido central y el contexto donde se desarrolla la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Pino & Blanco, 2008). A pesar de que la resolución de problemas es una actividad matemática por excelencia, la noción de problema difiere mucho de la que subyace en los problemas escolares (Chamorro & Vecino, 2003).

Diferentes autores concuerdan con que no se puede hablar de problema si no hay desafío, reto, o la aplicación de estrategias sofisticadas de resolución. Según Pólya (1989) un problema requiere que quien lo resuelve comprenda qué se le pregunta y que conciba y ejecute un plan, con lo cual el proceso de resolución no es un procedimiento rutinario, ya que implica un reto y requiere reflexión. Para Schoenfeld (1985) una tarea matemática será o no un problema según sea o no difícil para la persona que va a resolverla. Puig (1996) añade que el enunciado debe ser significativo para el alumno y que éste debe ser abordable.

Resolver problemas implica mucho más que hacer una operación y encontrar su resultado o ejecutar un algoritmo (Chamorro & Vecino, 2003). Al respecto Orrantia (2006) señala que las operaciones básicas deberían estar al servicio de la resolución de problemas y no utilizar los problemas sólo como una forma para ejercitarlas como se hace tradicionalmente. En esta misma línea, Blanco y Blanco (2009) señalan que, en términos generales, el objetivo de la resolución de problemas en el aula se reduce entre otros aspectos a practicar un algoritmo concreto, o desarrollar algún procedimiento explicado previamente y que es el correspondiente a la lección del libro de texto de ese día. Para Jitendra, et al., (2007) los problemas en los libros de texto de primaria, tienden a ser ordenados de manera que el mismo procedimiento se aplica para resolver todos los problemas en una página. Así los estudiantes pierden la oportunidad de discriminar entre problemas que requieren diferentes estrategias de solución.

### ■ Palabras clave en los PAEV aditivos

En relación a los problemas aritméticos escolares un aspecto a estudiar es la traducción de los enunciados de problemas a operaciones aritméticas. La lectura comprensiva de los enunciados es fundamental si se espera que los alumnos no utilicen otros recursos para resolver el problema (Blanco & Blanco, 2009). En ocasiones los alumnos se saltan la comprensión del enunciado y utilizan estrategias superficiales que no precisan de comprensión para resolver el problema, buscan atajos que les permitan llegar a una resolución rápida y efectiva. La estrategia superficial más comúnmente utilizada puede ser el uso de la palabra clave o indicios verbales (Nesher & Teubal, 1975; Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Orrantia et al., 2005).

La presencia de las palabras clave y su influencia en la resolución de problemas, ha sido un tema tratado en la literatura desde hace ya mucho tiempo (Nesher & Teubal, 1975; Verschaffel, De Corte & Pauwels, 1992; Nesher, 2000; Martin & Bassok, 2005; Vicente, Orrantia & Verschaffel, 2008; entre otros). El método de la palabra clave empareja ciertos términos con operaciones matemáticas, como “añadir”, “ganar”; con sumar, o “perder”, “quitar”, con restar (Orrantia, 2003; Orrantia, et al., 2005; Blanco & Blanco, 2009). Las palabras clave determinan “al menos parcialmente, la elección de la operación o influyen en ella. Estas palabras son cruciales a la hora de establecer la conexión existente entre la incógnita y los datos” (Puig & Cerdán, 1988, p. 94).

Bajo la estrategia de la palabra clave, la búsqueda de elementos clave sustituye a la preocupación por comprender el enunciado e indagar estrategias para su resolución (Blanco & Blanco, 2009). Pero ¿qué pasa con los problemas en que la palabra clave no coincide con la operación a realizar? En esta dirección Orrantia et al., 2005; Orrantia, 2006; y Vicente, Orrantia y Verschaffel (2008) señalan que existen problemas en los que las palabras clave no coinciden con la operación a realizar. Un ejemplo de este tipo de problemas sería un enunciado en el que aparece el término “ganar”, pero que requiere una resta para obtener la solución correcta. Este tipo de problemas denominados por estos autores como no coincidentes, son más difíciles de resolver; requieren que el resolutor reconozca qué cantidad actúa como todo y cuáles son las otras dos que lo conforman.

Sin embargo, más que enseñar a resolver problemas en el aula a veces se entrena a los alumnos en la búsqueda de elementos clave que indiquen la operación que debe realizar. En este sentido Vicente, Van Dooren y Verschaffel (2008) concluyen que los problemas escolares en los libros de texto son presentados y agrupados de forma que los alumnos sólo necesitan aplicar estrategias superficiales, como el uso de las palabras clave o la aplicación de operación que se está aprendiendo en ese momento concreto para resolver la mayoría de ellos. En esta línea, autores como Martínez y Gorgorió (2004) estudiaron las concepciones que un grupo de maestros de educación primaria tenía sobre la enseñanza de la resta. Estos autores constataron que para la mayoría de los maestros, enseñar a resolver problemas significaba, esencialmente plantear y resolver problemas que tuvieran un mismo tipo de estructura relacional y que involucraran palabras clave que pudieran ser utilizadas por los alumnos para saber qué operación matemática debía realizarse, argumentando que son de ayuda para resolver el problema. No obstante, es preciso señalar que la estrategia de la palabra clave sólo resulta efectiva cuando no se precisa comprender el enunciado del problema para llegar a la solución (Orrantia, 2003; Orrantia, et al., 2005; Hegarty, et al., 1995; Sajadi, Amiripour & Rostamy-Malkhalifeh, 2013).

### ■ La secuencia de formación y sus resultados

La secuencia se implementó con 78 alumnos de segundo año de Educación Primaria, en el contexto de la asignatura de “Aprendizaje Matemático y Currículum”, que es la primera asignatura de Didáctica de las Matemáticas donde se trabaja de manera específica el pensamiento aditivo. Con el objetivo de conseguir que los futuros maestros descubriesen que plantear problemas aritméticos aditivos es algo más que enunciar situaciones con palabras clave; y que descubriesen las posibilidades, la variedad y la riqueza que ofrecen estos problemas, y su potencial en las aulas de primaria. La secuencia de formación se estructura en tres etapas, más una sesión final de tipo teórico para concretar y resumir las ideas trabajadas individualmente y en grupo.

### ■ Primera parte: Se enfrentan a lo que saben

En la primera etapa los alumnos se enfrentan a situaciones prácticas, con la intención de forzarlos a cuestionarse lo que saben. Dado que el contenido no es nuevo para ellos, si queremos que el aprendizaje sea provechoso, es necesario proponerles una situación que les obligue a replantearse lo que conocen. En esta parte deben resolver individualmente diez preguntas del tipo: *¿Es posible redactar el enunciado de un problema que contenga el verbo “faltar” y se resuelva con una suma? ¿Por qué? Redacta un problema de este tipo. Se repite con “menos”; o Redacta tres problemas de suma que sean completamente distintos a este y explica qué los hace diferentes;* entre otros.

Las preguntas son recogidas a medida que los alumnos van terminando actividad. La intención de este primer bloque es que reflexionen en torno a algo que quizás hasta el momento no se habían planteado. Posteriormente, sus respuestas son retomadas en el trabajo en pequeño grupo. Esta primera parte permite, tener una visión general acerca de la no correspondencia entre la palabra clave y la operación a realizar; y determinar cuales son las estructuras aditivas que éstos conocen, las que utilizan con mayor frecuencia, y el papel que tiene la palabra clave en el planteamiento de sus problemas.

Respecto a la valoración entre la no correspondencia de la palabra clave y la operación a realizar, observamos que la gran mayoría de los futuros maestros no se había planteado esta posibilidad anteriormente, evidenciando serias dificultades para proponer enunciados de este tipo. Un ejemplo de ello, son los argumentos que dan ante la posibilidad de redactar un enunciado de suma con el verbo faltar. Esencialmente, vemos que la mayoría de nuestros alumnos no logra asociar faltar con una suma dando argumentos como: *“Depende de cómo lo plantees”; “Sí pero agregar no debe estar relacionado con los números, si no con la explicación de la historia del problema”; “No porque la suma es la forma explícita de agregar, por lo tanto se podría hacer uno de suma, pero no de resta”;* entre otros. También se observan dificultades para proponer tres problemas de enunciado verbal, donde la palabra clave no coincida con la operación a realizar.

### ■ Segunda parte: Descubren nuevas posibilidades

La segunda parte de la secuencia son una serie de problemas de sumas y restas para resolver individualmente. Los enunciados de los problemas propuestos son extraídos de ejemplos propuestos en Orrantia et. al., (2005); Vicente, Orrantia y Verschaffel (2008); entre otros, para ilustrar los tipos de problemas en función de la estructura semántica. En esta parte de la propuesta pretendemos que los alumnos descubran la diversidad de estructuras posibles. Posteriormente sus respuestas son retornadas

para trabajar en grupo. Algunas de las preguntas que se proponen en el segundo bloque son: *Tengo una pecera con peces. Añado 4. Ahora tengo 12 peces. ¿Cuántos peces había en la pecera?*; o, *Marta ha recogido 24 manzanas, 16 más que Clara. ¿Cuántas ha recogido Clara?*; entre otros.

Tras enfrentar a nuestros alumnos a resolver problemas que involucren el uso de diferentes tipos de estructuras, vemos que a pesar de que ser incapaces de proponer enunciados en los que no se utilicen las estructuras aditivas más comunes y más sencillas de resolver, resuelven sin dificultad una amplia variedad de ellos.

### ■ Tercera parte: Puesta en común y descubrimiento de los diferentes tipos de problemas

En esta parte los futuros maestros trabajan en grupo. Responden las mismas preguntas de la parte 1 pero esta vez en grupo, y con el bagaje de haber hecho la parte 2. El objetivo de este tercer bloque es que los futuros maestros pongan en común lo que han ido descubriendo, las dudas o sus nuevos planteamientos. Para ayudarles en el proceso de puesta en común, se pide a cada grupo que al responder de nuevo las preguntas del apartado 1 expliquen cómo han variado sus respuestas en función de las preguntas del apartado 2 y de la discusión en grupo.

Por ejemplo al volver a preguntarles: *¿Es posible redactar el enunciado de un problema que contenga el verbo faltar y se resuelva con una suma? ¿Por qué?* Redacta un problema de este tipo, vemos que sus argumentos han evolucionado, obteniendo respuestas del tipo: *“Sí porque el verbo faltar no nos condiciona a la hora de redactar un problema de matemáticas, ya que el verbo no indica la operación que debemos hacer”*; *“Sí porque podemos tener la cantidad que se ha agregado y el resultado, y hemos de descubrir la cantidad que se tenía inicialmente”*.

Para terminar, se imparte una sesión a todo el grupo donde se recoge lo que ha ido apareciendo en las tareas que se han desarrollado. Se resuelven problemas y se caracterizan los distintos tipos que van apareciendo. La clase es una puesta en común de lo aprendido.

### ■ Reflexiones y comentarios finales

Las reflexiones finales de nuestro estudio nos las proporcionan nuestros propios alumnos al término de la implementación de la secuencia, observándose un proceso de crecimiento y reflexión conjunta en torno al trabajo realizado con este tipo de problemas. Al finalizar la secuencia los problemas que ahora proponen los alumnos presentan un mayor número de estructuras aditivas, y el uso de la palabra clave como indicador de la operación a realizar ha disminuido considerablemente. Los enunciados más frecuentes del tipo: *Juan tiene 3 galletas se come 1, ¿cuántas galletas le quedan?*, han sido complementados con enunciados como: *“Pedro tiene 8 canicas. Juan tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro más que Juan?”* Por otro lado, vemos que sus argumentos también nos dan evidencia de un proceso de reflexión, avanzando desde ideas como: *“No se puede porque faltar siempre nos obliga a restar”*; *“Se puede hacer una resta y luego una suma”*; entre otros, hacia argumentos del tipo: *“Las palabras utilizadas en un enunciado no siempre ayudan a escoger la operación a utilizar”*; *“El verbo faltar también se puede utilizar para comparar dos cantidades”*; entre otros.



Al finalizar la implementación de la secuencia de formación, vemos que de manera general, los futuros maestros explicitan que enfrentarse a la primera parte de la secuencia les ha supuesto una dificultad, puesto que han tenido que enfrentarse a un esquema que tenían y que creen que es el mayoritariamente se promueve en las aulas; explicitando que las palabras clave pueden no ser la guía definitiva para resolver los problemas. De forma semejante, comentan que la segunda parte les ha permitido conocer la diversidad de estructuras posibles, señalando por ejemplo: “*Nos ha costado mucho descontextualizar las palabras a las operaciones con que siempre se relacionan (.....) trabajar la diversidad de estructuras que hay para los enunciados de los problemas de suma y resta nos ha dado una visión mas amplia*”; “*Ha sido una actividad muy enriquecedora y dinámica. Hemos tenido dificultad a la hora de redactar los enunciados de los problemas de sumas y restas, porque todas nuestras ideas estaba encaminadas a los problemas tradicionales....al final creemos que podemos plantearlo de una manera diferente*”, entre otros.

Los resultados obtenidos, las respuestas de los distintos grupos de trabajo y la puesta en común ponen de manifiesto que el objetivo de nuestra propuesta se ha alcanzado. Los alumnos han reflexionado sobre el impacto que tiene el uso de las palabras clave en el planteamiento de este tipo de problemas, y sobre la riqueza que puede ofrecerle para su trabajo en el aula el uso de diferentes estructuras aditivas.

**Agradecimientos** . Trabajo bajo el amparo del proyecto EDU2013-4683-R. Las autoras forman parte del Grupo de Investigación EMiC: CoM, con ref.SGR2014-723 (Generalitat de Catalunya).

### ■ Referencias bibliográficas

- Blanco, B. & Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, (71), 75-85.
- Castro, E. (1995) *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Editorial Comares.
- Chamorro, M. & Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En: Chamorro, M. (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*(pp.273-299). Madrid: Pearson.
- Hegarty, M., Mayer, R., & Monk, C. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32.
- Jiménez, L. & Ramos, F. (2011). El impacto negativo del contrato didáctico en la resolución realista de problemas. Un estudio con alumnos de segundo y tercero de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 9(25), 1155-1182.
- Jitendra, A., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
- Martin, S. & Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, 33(3), 471-478.
- Martínez, M. & Gorgorió, N. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6 (1). Consultado el día 20 de enero del 2014 en: <http://redie.uabc.mx/vol6no1/contenido-silva.html>.
- Nesher, P. (2000) Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (comp.), *Matemáticas y Educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*(pp.109-121). Barcelona: Graó

- Nesher, P. & Teubal, E. (1975). Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 6(1), 41-51.
- Orrantia, J. (2003) El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y aprendizaje*, 26(4), 451-468
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Rev. Psicopedagogía*, 23(71), 158-180.
- Orrantia, J., González, L., & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Puig, L., & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis.
- Pino, J. & Blanco, L. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (XV reimpresión de la 1ª edición en español, 1965). México: Trillas.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granda: Comares.
- Sajadi, M., Amiripour, P., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2013). The Examining Mathematical Word Problems Solving Ability under Efficient Representation Aspect. *Mathematics Education Trends and Research*, 1-11.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Socas, M., Hernández, J. & Noda, A. (1997). Clasificación de PAEV aditivos de una etapa con cantidades discretas relativas. En M. Sierra & L. Rico (Eds.), *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 46-62). Zamora: Universidad de Granada.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving Compare Problems: An Eye Movement Test of Lewin and Mayers's Consistency Hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 94, 85-94.
- Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.
- Vicente, S., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20(4), 391-406.