

## LOS FUTUROS MAESTROS PLANTEAN PAEV ADITIVOS: EL PAPEL DE LOS INDICIOS VERBALES

**Angela Castro, Núria Gorgorió, Montserrat Prat**

Universitat Autònoma de Barcelona. (España)

[angela.castro@uab.cat](mailto:angela.castro@uab.cat), [nuria.gorgorio@uab.cat](mailto:nuria.gorgorio@uab.cat), [montserrat.prat@uab.cat](mailto:montserrat.prat@uab.cat)

**Palabras clave:** problemas verbales aditivos, indicios verbales, futuros maestros

**Key words:** additive word problems, verbal cues, future teachers

### RESUMEN

En este estudio analizamos: (a) la percepción que tienen 128 futuros maestros del Grado de Educación Primaria sobre las palabras clave en los problemas aditivos de enunciado verbal, y (b) el uso que hacen de las palabras clave en este tipo de problemas. Constatamos que, mayoritariamente proponen enunciados contruidos a partir de palabras clave y reflexionamos acerca de la importancia que tiene en la formación de maestros la reflexión sobre el uso de palabras clave y el impacto en los alumnos de primaria.

### ABSTRACT

This proposal analyses: (a) the perception of 128 future primary about verbal cues in the additive word problems and (b) their use of the verbal cues on this type of problems. We conclude that most of the students pose problems essentially constructed upon the use of verbal cues, and we argue upon the importance in the teacher training of a critical reflection of the use of verbal cues and their impact in primary students.

## ■ Introducción

La comprensión del enunciado tiene gran relevancia en la resolución de problemas. Sin embargo, en ocasiones, los alumnos omiten este proceso limitándose a representar el problema mediante un modelo matemático basado en la transposición directa de números y palabras clave. El método de la palabra clave empareja ciertos términos con operaciones matemáticas; por ejemplo el verbo “añadir” con sumar, o “perder” con restar.

Nesher (2000) señala que los problemas de enunciado verbal artificial, en los que se utiliza un vocabulario especializado y limitado, promueven la utilización de palabras clave como indicadores de la operación a realizar. Bajo esta estrategia, la búsqueda de elementos clave sustituye a la preocupación por comprender el enunciado y buscar diferentes estrategias para su resolución (Blanco & Blanco, 2009). Situación que en muchos casos es promovida por las prácticas de enseñanza y los materiales curriculares. Un ejemplo de ellos son los libros de texto, en donde los problemas tienden a ser ordenados y agrupados de forma que los alumnos sólo necesitan aplicar estrategias superficiales, como el uso de las palabras clave entre otras, para resolver la mayoría de ellos (Orrantía, González & Vicente, 2005; Vicente, Van Dooren & Verschaffel, 2008b; entre otros). Como consecuencia, los estudiantes pierden la oportunidad de discriminar entre problemas que requieren diferentes estrategias de resolución. En esta dirección, autores como Nesher (2000) y Martínez y Gorgorió (2004), señalan que el uso de la estrategia de la palabra clave es también promovido por los maestros en un intento por ayudar a sus alumnos a pasar de enunciado verbal al lenguaje matemático, al sugerirles que se apoyen en las palabras clave para encontrar la operación a realizar.

En nuestra experiencia como docentes de la asignatura de Didáctica de las Matemáticas para el Grado de Educación Primaria (GEP en adelante), vemos que en nuestros futuros maestros esta situación también se repite. Éstos tienen una visión limitada en el planteamiento de problemas aritméticos elementales de suma y resta con una operación –en adelante, PAEV aditivos de una etapa (Castro, 1995; Soca, Hernández & Noda, 1997), basado en el uso de palabras clave como indicadores de la operación a realizar.

Esta situación resulta preocupante, pues se espera que los maestros propongan auténticos problemas, que requieran de un proceso reflexivo y no descripciones de situaciones que representen específicamente el uso de un procedimiento algorítmico de resolución (Jiménez & Ramos, 2011). Como formadoras de maestros, consideramos esencial que los futuros maestros reflexionen acerca de la finalidad que tiene la resolución de problemas. Esto motivó nuestro interés por estudiar cual es el uso que hacen los estudiantes del GEP de las palabras clave en el planteamiento de los PAEV aditivos de una etapa; y, cual es su percepción sobre la no correspondencia de ésta con la operación a realizar. En concreto, presentamos el análisis de los problemas propuestos por 128 estudiantes del GEP, considerando su estructura semántica y el papel de las palabras clave. Posteriormente analizamos los argumentos de los futuros maestros ante la posibilidad de que la palabra clave en el enunciado y la operación a realizar no se correspondan.

### ■ Los paev aditivos

La clasificación de Vergnaud (1982) de los problemas de estructura aditiva es posiblemente una de las primeras en el campo. Posteriormente son muchos los autores que han propuesto esquemas de clasificación para los PAEV aditivos (Riley, Greeno & Heller, 1983; Puig & Cerdán, 1988; Carpenter, Fennema, Loef, Levi & Empso, 1999; Orrantia, 2003 y 2006; Vicente, Orrantia & Verschaffel, 2008a; entre otros). Las clasificaciones que encontramos en la literatura para este tipo de problemas diferencian 3 categorías básicas: cambio, combinación y comparación. Los problemas de cambio parten de una cantidad inicial a la que se le añade o se le quita algo para obtener una nueva cantidad mayor o menor que la inicial. Mientras que los problemas de combinación y comparación parten de dos cantidades iniciales que se combinan o comparan para producir una tercera cantidad. Con el trascurso de los años a estas tres categorías básicas se le ha agregado una cuarta categoría llamada de igualación, resultante de una combinación de las categorías de cambio y comparación.

No obstante, si además de las relaciones entre las palabras, se tiene en cuenta el orden de los términos en el enunciado, podemos extender esta clasificación e identificar 20 tipos de problemas de suma y resta, de los cuales 6 son de cambio, 6 de comparación, 6 de igualación y 2 de combinación, en función del lugar que ocupe la incógnita (Orrantia, et al., 2005; Vicente, Orrantia & Verschaffel, 2008a; Cañadas & Castro, 2011; entre otros).

### ■ Las palabras clave

Uno de los componentes clave para la resolución de problemas de enunciado verbal, es su lectura comprensiva. Para comprender el enunciado el resolutor crea una representación del problema, desde la cual se deriva el modelo matemático que lleva a su solución (Orrantia, et al., 2005). Pero no siempre esto es así, en ocasiones para determinar la operación a realizar, los alumnos hacen una representación menos elaborada, basada en la búsqueda de pistas textuales como indicador de la operación a realizar (Nesher & Teubal, 1975; Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Nesher, 2000; Vicente, Van Dooren & Verschaffel, 2008b; entre otros). Las palabras clave determinan “al menos parcialmente, la elección de la operación o influyen en ella. Estas palabras son cruciales a la hora de establecer la conexión existente entre la incógnita y los datos” (Puig & Cerdán, 1988, p. 94). No obstante, esta estrategia sólo resulta efectiva cuando no se necesita comprender el enunciado (Sajadi, Amiripour & Rostamy-Malkhalifeh, 2013).

Los problemas en los que las palabras clave no coinciden con la operación a realizar son más difíciles de resolver, ya que requieren que el resolutor identifique que cantidad actúa como el todo y cuales son las otras dos partes que la conforman (Orrantia et al., 2005; Orrantia, 2006; y Vicente et al., 2008a). Un ejemplo de estos serían aquellos enunciados donde aparece el término “perder”, pero para obtener la solución del problema se requiere sumar. Sin embargo, parece ser que en ocasiones la resolución de problemas en el aula entrena a los alumnos en la búsqueda de elementos claves como indicador de la operación que deben realizar. En este sentido para algunos maestros ayudar a los alumnos a resolver problemas consiste en utilizar palabras clave que permitan a sus alumnos determinar qué operación matemática debe realizar (Nesher, 2000; Martínez & Gorgorió, 2004).

## ■ Metodología

### Método y participantes

Presentamos un estudio cualitativo de carácter interpretativo desarrollado con 128 estudiantes del GEP, al inicio de la primera signatura de Didáctica de las Matemáticas donde se trabaja de manera específica el pensamiento aditivo. Nuestro objetivo es por un lado estudiar el uso que hacen los futuros maestros de las palabras claves al plantear PAEV aditivos de una etapa; y por otra parte analizar la percepción que tienen ante la no correspondencia entre la palabra clave y la operación a realizar en este tipo de problemas.

### Instrumentos y procedimiento

Para conocer la percepción y el uso que hacen los futuros maestros de las palabras clave en los PAEV aditivos de una etapa, elaboramos y aplicamos un primer cuestionario en el que pedíamos a los alumnos que propongán 3 problemas de suma y 3 problemas de resta que sean distintos entre sí, y que se resuelvan con una única operación. Organizamos los problemas en una planilla Excel considerando la estructura aditiva que presentan, y si en estos la palabra clave se utiliza como indicador de la operación a realizar.

Para conocer la percepción que tienen, elaboramos y aplicamos un segundo cuestionario compuesto por 4 preguntas relacionadas con el pensamiento aditivo. Usamos preguntas del tipo: *¿Es posible redactar el enunciado de un problema que contenga la palabra **menos** y se resuelva con una **suma**? ¿Por qué? Redacta un problema de este tipo.* En total les planteamos 4 preguntas que juegan con las combinaciones: faltar/sumar, agregar/resta y más/restar. Recogiendo los argumentos y los ejemplos dados por nuestros estudiantes y organizándolos en categorías, dependiendo del uso que hacían de la palabra clave.

## ■ Resultados

### Tipos de problemas propuestos por los futuros maestros

A pesar de pedir a los estudiantes que plantearan problemas con estructuras aditivas distintas, la mayoría de ellos planteó enunciados en los que se repiten una o más de una de ellas. Así por ejemplo, la estructura cambio con incógnita en el cambio aumento (cambio 1), encontramos 114 problemas de este tipo propuestos por 51 alumnos. Para determinar las estructuras aditivas más utilizadas por nuestros estudiantes, contamos los problemas que tuvieron distinta estructura por alumno. A partir de esto, constatamos que uno de los enunciados propuestos con mayor frecuencia para el caso de la suma, está construido en base a palabras clave y corresponde a la estructura de cambio con la cantidad final desconocida del tipo: *Si tengo 7 cromos y en una partida gano 3 más. ¿Cuántos cromos tengo ahora?*, usada por 51 estudiantes. En el caso de la resta, la estructura más utilizada es la de cambio con la cantidad final desconocida, propuesta por 90 estudiantes, del tipo: *Si tengo 5 canicas. Camino a casa pierdo 3. ¿Cuántas canicas me quedan?*

Son muy pocos los estudiantes que proponen problemas de las categorías restantes, mayoritariamente construidos en base a palabras clave como indicador de la operación a realizar, como: *“Javier tiene 12 galletas y Luis tiene 3 “más” que Javier. ¿Cuántas galletas tiene Luis?”* (comparación con incógnita en el

comparando, 2 alumnos); o *Pedro tiene 8 canicas. Juan tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene que perder Pedro para tener las mismas que Juan?*(disminución con incógnita en la igualdad, 3 alumnos).

Globalmente, vemos que el 97.6% de nuestros estudiantes redacta enunciados donde las palabras clave coinciden con la operación. Sólo el 2.4%, proponen problemas que requieren una comprensión profunda del enunciado en los que el uso de las palabras clave no conduce a la solución del problema, del tipo: *María tiene 27 años menos que su madre. Si su madre tiene 49, ¿cuántos años tiene María?* (ver tabla 1).

**Tabla 1. Palabras clave presentes en los enunciados por tipo de estructura.**

Estructura	Descripción	La palabra clave sugiere la operación a realizar		La palabra clave no sugiere la operación a realizar	
		n° alumnos	% alumnos	n° alumnos	% alumnos
Cambio 1	<i>Aumento con incógnita en la cantidad final</i>	51	20	0	0
Cambio 2	<i>Disminución con incógnita en la cantidad final</i>	90	35.4	0	0
Cambio 3	<i>Aumento con incógnita en el cambio</i>	0	0	2	0.8
Cambio 4	<i>Disminución con incógnita en el cambio</i>	7	2.8	0	0
Cambio 5	<i>Aumento con incógnita en la cantidad inicial</i>	0	0	0	0
Cambio 6	<i>Disminución con incógnita en la cantidad inicial</i>	1	0.4	0	0
Comparación 1	<i>Aumento con incógnita en la diferencia</i>	5	2	1	0.4
Comparación 2	<i>Disminución con incógnita en la diferencia</i>	2	0.8	0	0
Comparación 3	<i>Aumento con incógnita en el comparando</i>	2	0.8	0	0
Comparación 4	<i>Disminución con incógnita en el comparando</i>	7	2.8	1	0.4
Comparación 5	<i>Aumento con incógnita en el referente</i>	0	0	0	0
Comparación 6	<i>Disminución con incógnita en el referente</i>	1	0.4	0	0
Igualación 1	<i>Aumento con incógnita en la igualdad</i>	14	5.5	2	0.8
Igualación 2	<i>Disminución con incógnita en la igualdad</i>	3	1.2	0	0
Igualación 3	<i>Aumento con incógnita en el comparando</i>	0	0	0	0
Igualación 4	<i>Disminución con incógnita en el comparando</i>	0	0	0	0
Igualación 5	<i>Aumento con incógnita en el referente</i>	0	0	0	0
Igualación 6	<i>Disminución con incógnita en el referente</i>	0	0	0	0
Combinación 1	<i>Aumento con incógnita en el todo</i>	59	23.2	0	0
Combinación 2	<i>Disminución con incógnita en una parte</i>	6	2.3	0	0
Totales		248	97.6	6	2.4

Valoración de la no correspondencia entre la palabra clave y la operación a realizar

Para determinar la valoración que hacen nuestros estudiantes de la no correspondencia entre la palabra clave y la operación a realizar, se analizan las respuestas a las 4 preguntas que del segundo cuestionario que jugaban con las combinaciones *faltar/suma*, *agregar/resta*, *más/resta*, y *más/restar*. A modo de ejemplo, presentamos los resultados obtenidos al análisis de la pregunta *¿Es posible redactar el enunciado de un problema que contenga la palabra **menos** y se resuelva con una **suma**? ¿Por qué? Redacta un problema de este tipo.*

Agrupamos las respuestas positivas del caso “*utilizar menos y resolver con una suma*”, en 6 categorías que emergen ante la posibilidad de redactar un enunciado que contenga la palabra *menos* y se resuelva con una suma. A partir de los cual observamos que:

- El 30.4% piensa que se puede utilizar la palabra *menos* sin que esta tenga relevancia para la suma. Con argumentos como: *"si aporta un dato irrelevante"*; *"mientras sea parte del planteamiento y no se necesite para la resolución"*; entre otros.
- El 14.3% considera que sí es posible, pero con razonamientos que no justifican su respuesta, como: *"se puede pero hay que ser muy hábil"*; *"es complicado"*; entre otros.
- El 8.9% considera que depende del objetivo del problema y de cómo se redacte el enunciado, señalando: *"depende de la situación que se proponga"*; *depende de cómo se redacte el enunciado, de lo quieras que resuelvan"*; entre otros.
- El 12.5%, piensa que una palabra no tiene porque indicar la operación a realizar. Con argumentos del tipo: *"no implica que la palabra se refiera a la operación"*; *"una palabra no tiene porque determinar la operación a resolver"*; entre otros.
- El 12.5% señala que se puede hacer más de una operación proponiendo argumentos como: *"puede involucrar más y menos"*; *"menos como información inicial, que venga acompañada de un sinónimo de añadir"*; entre otros.
- Sólo un 8.9% piensa que se puede utilizar para igualar otra cantidad: *"se puede decir que una cantidad es menor que otra y luego igualar sumando"*; *"puedes indicar a alguien que tienes menos que otro y pedir la cantidad final"*; entre otras.

Por otro lado, observamos que todos los estudiantes que no creen posible redactar un enunciado de suma con la palabra *menos*, dan un mismo tipo de argumento. Éstos señalan que la palabra *menos* siempre implica resta (12.5%): *"no se puede porque la palabra menos nos obliga a restar"*; *"la palabra menos provoca automáticamente una resta"*; entre otros.

Organizamos y clasificamos susejemplos en base al uso que hacen de la palabra *menos*, dependiendo de si la usan como palabra clave o no. A partir de esto, vemos que hay dos tipos de enunciados en los que la palabra *menos* se usa como palabra clave. (1) Enunciados que involucran más de una operación, donde ésta implica directamente una resta y luego se agrega una suma: *Tengo 16 años y mi prima tiene 4 menos. ¿Cuántos años tenemos en total?*; y, (2) enunciados en los que sólo implica una resta, como por ejemplo: *Raquel tiene 4 lápices menos que Mario. Si Raquel tiene 8 lápices, ¿cuántos tendrá Mario?*

Los enunciados en los que la palabra *menos* no se usa como palabra clave se pueden organizar en: (1) las propuestas donde se utiliza la palabra *menos* y se resuelven con una suma: *Tengo 7 pomelos, 2 menos que Laura. ¿Cuántos pomelos tiene Laura?*; y, (2) en los que aparece la palabra *menos* pero ésta no tiene relevancia para el problema: *Tu compañera tiene menos caramelos que tú. Si ella tiene 7 y tú 9. ¿Cuántos tienen entre las dos?*

## ■ Conclusiones

Los resultados de nuestro estudio coinciden con los obtenidos en estudios anteriores en relación al uso que hacen los maestros sobre las palabras clave en el aula (Nesher, 2000; Martínez & Gorgorió, 2004). Vemos que los futuros maestros, en su mayoría, sólo plantean enunciados en los que la palabra clave es indicador de la operación a realizar, que a su vez involucran las estructuras aditivas más sencillas de resolver. Posiblemente esto se debe a que son los enunciados a los que se han enfrentado con mayor frecuencia en su experiencia escolar, o los que más aparecían en su libro de texto (Orrantía, et. al, 2005;



Vicente, Van Dooren & Verschaffel, 2008b). Lo que explicaría, porque ante la posibilidad de redactar un enunciado donde la palabra clave no coincida con la operación a realizar, la gran mayoría de ellos ni se haya planteado anteriormente esta posibilidad.

Como formadoras de maestros, queremos promover una reflexión acerca de un uso consciente de las palabras claves entre los futuros maestros. El incentivar y entrenar a los niños a utilizar palabras claves como indicador de la operación a realizar, no es la solución para ayudarlos a resolver problemas. Seguir las palabras claves aparentemente los ayuda a resolver el problema disminuyendo su dificultad, pero a la larga tiene repercusiones didácticas importantes. Puesto que, como señala Orrantia, et.al., 2005 el no alcanzar un razonamiento óptimo en los PAEV aditivos provocará a la larga una mayor dificultad en la resolución de problemas de mayor complejidad.

Finalmente, frente al reto de cambiar formas de hacer muy arraigadas entre nuestros estudiantes, consideramos fundamental ofrecer herramientas que permitan que puedan plantear en su futura práctica docente problemas que fomenten la capacidad de sus alumnos para interpretar situaciones y resolverlas a partir de una profunda comprensión del problema.

**Agradecimientos .** Trabajo bajo el amparo del proyecto EDU2013-4683-R. Las autoras forman parte del Grupo de Investigación EMIc: CoM, con ref.SGR2014-723 (Generalitat de Catalunya).

### ■ Referencias bibliográficas

- Blanco, B., & Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, (71), 75-85.
- Cañadas, M.C. & Castro E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Pirámide: Madrid.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth: Heinemann.
- Castro, E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Editorial COMARES.
- Hegarty, M., Mayer, R., & Monk, C. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32.
- Jiménez, L., & Ramos, F. J. (2011). El impacto negativo del contrato didáctico en la resolución realista de problemas. Un estudio con alumnos de segundo y tercero de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 9(25), 1155-1182.
- Martin, S. & Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: Evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, 33(3), 471-478.
- Martínez, M. & Gorgorió, N. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6(1). Consultado el día 20 de enero del 2014 en: <http://redie.uabc.mx/vol6no1/contenido-silva.html>.
- Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (comp.), *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-121). Barcelona: Graó.

- Nesher, P. & Teubal, E. (1975). Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 6(1), 41-51.
- Orrantia, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje*, 26(4), 451-468.
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Rev. Psicopedagogía*, 23(71), 158-180.
- Orrantia, J., González, L., & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Puig, L., & Cerdán Pérez, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis.
- Riley, M., Greeno, J., & Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.153-196). NY: Academic Press.
- Sajadi, M., Amiripour, P., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2013). The Examining Mathematical Word Problems Solving Ability under Efficient Representation Aspect. *Mathematics Education Trends and Research*. 1-11.
- Socas, M., Hernández, J. & Noda, A. (1997). Clasificación de PAEV aditivos de una etapa con cantidades discretas relativas. En M. Sierra & L. Rico (Eds.), *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 46-62). Zamora: Universidad de Granada.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T.P.Carpenter, J.M.Moser & T.A.Romberg (eds.), *Additions and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp.39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.
- Vicente, S., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20(4), 391-406.