



**LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE MAGNITUD DE LONGITUD Y SU
MEDIDA. ANÁLISIS DE UNA EXPERIENCIA DE AULA CON ESTUDIANTES DE
GRADO 6º**

ZAIRA VANESSA ÁLVAREZ FORERO

CARLOS YAIR SALAZAR HENAO

**UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
2017**

**LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE MAGNITUD DE LONGITUD Y SU
MEDIDA. ANÁLISIS DE UNA EXPERIENCIA DE AULA CON ESTUDIANTES DE
GRADO 6º**

Zaira Vanessa Álvarez Forero

Carlos Yair Salazar Henao

Estudiantes

**Trabajo de grado presentado como requisito para la optar al título de
Máster en Educación**

Director:

Mg. Juan Carlos López García

**UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
2017**

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios por todas las bendiciones recibidas, a mi madre que desde el cielo me acompaña, a mis hermanos, padre y esposo, por el constante apoyo y motivación. A Laura Sofía, mi amada hija, quien amorosamente ha sabido esperar mis largas ausencias. A todos ellos dedico el fruto de este esfuerzo.

Zaira Vanessa Álvarez Forero

Agradezco a Dios, a mi madre Margarita, a mi hijo Nicolás y a todas aquellas personas que amo profundamente, por el acompañamiento en el alcance de esta meta que es producto de mi constante dedicación y esfuerzo.

Carlos Yair Salazar Henao

RESUMEN

El presente trabajo de investigación está enmarcado en el campo de la didáctica de las matemáticas, pues se reflexiona sobre la forma como el estudiante y el profesor se relacionan con el saber matemático, en este caso con la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida. Esta reflexión se realiza sobre la naturaleza y las condiciones en las que se da ese saber y sobre los procesos de transmisión y adquisición necesarios para el desarrollo de ese concepto.

El trabajo tiene como objetivo caracterizar el aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida, cuando se implementa una secuencia de situaciones didácticas que moviliza saberes en el orden del pensamiento métrico y los sistemas de medidas, en los estudiantes del grado 6º de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho de la ciudad de Cali.

Mediante el diseño, implementación y análisis de una secuencia de situaciones didácticas, se pretende movilizar el concepto de magnitud longitud e identificar algunas dificultades asociadas al aprendizaje del mismo. Finalmente plantear conclusiones que son producto de un análisis que relaciona los planteamientos teóricos y los resultados, para promover la reflexión, la transformación y el mejoramiento de las prácticas educativas y del PEI institucional.

Palabras clave: aprendizaje, pensamiento métrico, didáctica, situaciones didácticas, magnitud de longitud, medida.

SUMMARY

The present research work is framed in the field of didactics of mathematics, because it reflects on how the student and the teacher are related to the knowledge, in this case, with the length magnitude concept construction and its measure. This reflection is carried out around the nature and conditions in which this knowledge is given, on the transmission and acquisition processes necessary for the development of that concept.

The objective of this work is to characterize the learning of length magnitude and measure concepts when implementing a sequence of didactic situations that mobilizes knowledge in the order of metrical thinking and measurement systems, in the 6th grade students of Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho in Cali.

Through the design, implementation and analysis of a sequence of didactic situations, it is intended to mobilize the concept of length magnitude, as well as to identify some learning difficulties associated with it. Finally, to draw conclusions that are the product of an analysis that relates the theoretical approaches and the results, to promote the reflection, the transformation and the improvement of the educational practices and the institutional PEI.

Keywords: learning, metric thinking, didactics, didactic situations, magnitude of length, measure.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
CAPÍTULO 1: ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN	16
1.1 PRESENTACIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	16
1.2 OBJETIVO GENERAL	31
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	31
1.4 JUSTIFICACIÓN	32
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	34
2.1 EL APRENDIZAJE	34
2.1.1 El concepto de aprendizaje desde la psicología	34
2.1.2 El concepto de aprendizaje desde la pedagogía	40
2.2 La didáctica	43
2.2.1 Contrato didáctico	44
2.2.2 Transposición didáctica	45
2.2.3 Teoría de situaciones didácticas	46
2.2.3.1 Situación a-didáctica	47
2.2.3.2 Situación didáctica	48
2.2.3.3 Tipologías de las situaciones	49
2.2.4 Didáctica de las matemáticas	51
2.3 El concepto de magnitud y medida	53
2.3.1 Descripción algebraica de las magnitudes y su medida	53
2.3.1.1 Cantidad de magnitud	54
2.3.1.2 Construcción de la magnitud longitud	55
2.3.1.3 Cantidad de longitud	56
2.3.1.4 Medida y unidad de medida	56
2.3.1.5 Suma de segmentos	56
2.3.1.6 Suma de longitudes	57
2.3.1.7 Orden de longitudes	57

2.3.1.8	Multiplicación de cantidades de longitud por un número natural	58
2.3.1.9	Pasos para construir una magnitud	59
2.3.1.10	Medida de magnitudes	59
2.3.2	Descripción empírica de las magnitudes y su medida	60
2.3.2.1	Cantidad de magnitud.	61
2.3.2.2	Medida	61
2.3.2.3	Escalas de medida	61
2.3.2.4	Tipos de magnitudes	61
2.3.2.5	Situaciones de medida:	62
2.3.2.6	Precisión y errores de medida	63
2.3.2.7	El sistema internacional de unidades (SI)	64
2.4	EL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA EN LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES	65
2.5	DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA	66
2.5.1	Didáctica de la magnitud de longitud	68
2.5.1.1	El aislamiento de la longitud	68
	CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO	70
3.1	TIPO DE ESTUDIO	70
3.2	MUESTRA POBLACIONAL	71
3.3	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.	74
3.4	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	76
3.4.1	Revisión documental	76
3.4.2	Diseño y análisis a priori del pretest y posttest	76
3.4.3	Diseño y análisis a priori de las situaciones didácticas	84
3.4.3.1	Situación de acción	84
3.4.3.2	Situación de formulación	91
3.4.3.3	Situación de validación	94
3.4.4	Observaciones de clase	98
3.5	MATERIALES	99
3.6	TÉCNICA CUALITATIVA DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	100
3.7	CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES	100

CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y ANÁLISIS	103
4.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL PRETEST Y POSTEST	103
4.2 ANÁLISIS A POSTERIORI DE LAS ACTIVIDADES DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	104
4.2.1 Pretest	104
4.2.2 Situación de acción	127
4.2.3 Situación de formulación	138
4.2.4 Situación de validación	147
4.2.5 Postest	158
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	167
REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS	170
ANEXOS	174

LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
<i>Imagen 1.</i> Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 3°.	24
<i>Imagen 2.</i> Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 5°.	24
<i>Imagen 3.</i> Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 9°.	25
<i>Imagen 4.</i> Representación del contrato didáctico.	45
<i>Imagen 5.</i> Esquema de situación de acción.	49
<i>Imagen 6.</i> Esquema situación de formulación.	50
<i>Imagen 7.</i> Esquema situación de validación.	51
<i>Imagen 8.</i> Comparación de longitudes con y sin desplazamiento.	68
<i>Imagen 9.</i> Comparación de longitudes con cambio de forma.	69
<i>Imagen 10.</i> Comparación de longitudes con descomposición y recomposición.	69
<i>Imagen 11.</i> Ubicación de la comuna 9 de la ciudad de Cali.	72
<i>Imagen 12.</i> Ubicación de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho en la comuna 9 de Cali.	72
<i>Imagen 13.</i> Grupo de intervención de la investigación grado 6-1 de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho.	74
<i>Imagen 14.</i> Material didáctico: Guía, Regletas NO metrizadas y cintas métricas.	99
<i>Imagen 15.</i> Histograma de comparación del porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente el pretest y el postest.	104
<i>Imágenes 16-21.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.	106–108
<i>Imágenes 22-25.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta la pregunta 2 del pretest.	109–108

<i>Imágenes 26-30.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.	111–113
<i>Imágenes 31-34.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 5 del pretest.	114–115
<i>Imágenes 35-40.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.	116–119
<i>Imágenes 41-45.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.	120–122
<i>Imágenes 46-47.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 6 del pretest.	123
<i>Imágenes 48-49.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 7 del pretest.	124
<i>Imágenes 50-51.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 8 del pretest.	125–126
<i>Imágenes 52-53.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 9 del pretest.	126–127
<i>Imagen 54.</i> Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por los estudiantes, con un patrón arbitrario.	129
<i>Imágenes 55-56.</i> Registros de observaciones que hicieron los estudiantes de la medición hecho por sus compañeros del ancho del salón de clase, con un patrón arbitrario escogido.	130–131
<i>Imagen 57.</i> Respuesta de un estudiante a la pregunta 5e de la actividad N°1.	132
<i>Imagen 58.</i> Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por los estudiantes con un patrón arbitrario escogido por ellos.	134
<i>Imágenes 59-60.</i> Registros de las observaciones que hacen los estudiantes sobre la medición del ancho del salón con regletas no metrizadas.	135
<i>Imagen 61.</i> Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por un estudiante con un patrón arbitrario escogido por él.	140
<i>Imagen 62.</i> Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta roja.	141

<i>Imagen 63.</i> Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta verde.	142
<i>Imágenes 64-65.</i> Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta amarilla.	143
<i>Imagen 65.</i> Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta amarilla.	143
<i>Imágenes 66-67.</i> Respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta b de la actividad N° 03.	144-145
<i>Imagen 68.</i> Respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta f de la actividad N° 03.	147
<i>Imagen 69.</i> Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por una pareja de estudiantes con la cinta métrica.	148
<i>Imagen 70.</i> Registro escrito de los estudiantes de la observación de la medición de la longitud ancho del salón con la cinta métrica.	149
<i>Imagen 71.</i> Cinta métrica de modistería, usadas para medir la longitud ancho del salón de clase.	149
<i>Imagen 72.</i> Registros escritos de los estudiantes de la medición de la longitud ancho del salón con la cinta métrica.	150
<i>Imagen 73.</i> Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1b de la actividad N° 04.	151
<i>Imagen 74.</i> Respuestas de los estudiantes a las preguntas 1c y 1d de la actividad N° 04.	152
<i>Imagen 75.</i> Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1e de la actividad N° 04.	152
<i>Imagen 76.</i> Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1g de la actividad N° 04.	153
<i>Imagen 77.</i> Actividad de medición y registro del ancho del salón de clase, realizada por una pareja de estudiantes usando la cinta métrico.	155
<i>Imagen 78.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 1 del postest.	159

<i>Imagen 79.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 2 del postest, (U.M.= unidad de medida).	160
<i>Imagen 80.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 3 del postest.	161
<i>Imagen 81.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 4 del postest.	162
<i>Imagen 82.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 10 del postest.	163
<i>Imágenes 83-84.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 6 del postest.	164
<i>Imagen 85.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 7 del postest.	164
<i>Imagen 86.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 8 del postest.	165
<i>Imagen 87.</i> Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 9 del postest.	166

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Descripción de los niveles de desempeño de matemáticas grado tercero, para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.	20
Tabla 2 Descripción de los niveles de desempeño de matemáticas grado quinto para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.	21
Tabla 3 Descripción de los niveles de desempeño de matemáticas grado noveno para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.	22
Tabla 4 Dificultades para el desarrollo de las competencias evaluadas en las pruebas saber 3°, 5° y 9°, clasificadas por la estrategia semáforo.	27
Tabla 5 Dificultades en el desarrollo de los procesos del pensamiento métrico y sistemas de medidas evaluado en las pruebas saber 3°, 5° y 9°.	29
Tabla 6 Magnitudes fundamentales	64

Tabla 7 Distribución de estudiantes de grado sexto uno (6-1)	74
Tabla 8 Variables e indicadores.	75
Tabla 9 Cronograma de actividades de la investigación.	101
Tabla 10 Cronograma de actividades de la investigación en el aula.	102
Tabla 11 Comparación resultados Pretest y Postest.	103
Tabla 12 Medidas de longitud y equivalencia del ancho del salón con los patrones de medida, usados en la actividad.	139

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1: Autorización para la grabación de vídeos y toma de fotografías de menores de edad, para uso público.	174
Anexo 2: Pretest y Postest: Test de Unidades de Longitud.	175
Anexo 3: Situación de Acción: Guía del profesor. Actividad N°01	180
Anexo 4: Situación de Acción: Guía del estudiante. Actividad N°01	183
Anexo 5: Situación de Acción: Guía del profesor. Actividad N°01	185
Anexo 6: Situación de Acción: Guía del estudiante. Actividad N°02	188
Anexo 7: Situación de Formulación: Guía del profesor. Actividad N°03	190
Anexo 8: Situación de Formulación: Guía del estudiante. Actividad N°03	192
Anexo 9: Situación de Validación: Guía del profesor. Actividad N°04	194
Anexo 10: Situación de Validación: Guía del estudiante. Actividad N°04	198
Anexo 11: Guía de Observación Situación de Acción: Actividad N°01	201
Anexo 12: Guía de Observación Situación de Acción: Actividad N°02	206
Anexo 13: Guía de Observación Situación de Formulación: Actividad N°03	211
Anexo 14: Guía de Observación Situación de Validación: Actividad N°04	215

INTRODUCCIÓN

Diferentes investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas evidencian que los estudiantes de primaria y secundaria tienen dificultades para la conceptualización de las magnitudes y la realización de los procesos de medición de las mismas.

Entre las soluciones que se plantean a dicha problemática, se propone que se inicie el tratamiento de las magnitudes empezando por la identificación de atributos medibles en los objetos para luego construir el concepto de patrón y la unidad de medida y los procesos mismos de medición. Por ello, este trabajo propone diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica en la que se movilizará en los estudiantes de grado 6° el concepto de magnitud de longitud y su medida desde esta perspectiva didáctica, privilegiando la resolución de problemas como una manera de contextualizar la medición.

La investigación se apoya en un diseño didáctico que busca analizar las interacciones entre los elementos de la triada saber, estudiante y profesor en un medio didáctico (la situación didáctica), para el desarrollo del pensamiento métrico y los sistemas de medidas.

Así, partiendo de la naturaleza del saber matemático, e la cognición y de la didáctica, se propone reflexionar sobre la práctica de aula y de las herramientas de las que el docente dispone para su quehacer. Esta reflexión le permitirá replantear su labor y construir nuevas acciones pedagógicas que tengan como objetivo la transformación del currículo, con el fin de mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Para el desarrollo del trabajo se presentan 5 capítulos que se describen brevemente a continuación:

El capítulo 1, *Aspectos generales de la Investigación*, muestra la forma en que se visibilizan las dificultades de los estudiantes en el desarrollo de las competencias matemáticas orientadas al pensamiento métrico y los sistemas de medidas, teniendo en cuenta el entorno del aprendizaje referido a las magnitud de longitud y sus medidas, en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho.

El capítulo 2, *Marco teórico*, presenta la contextualización del problema desde una perspectiva teórica pertinente a la investigación, que gira en torno a aprendizaje significativo, situaciones didácticas y saberes matemáticos sobre la magnitud y sus medidas.

El capítulo 3, *Marco metodológico*, desarrolla las diferentes actividades sobre la investigación, indicando cómo fue tomando forma esta investigación, la selección de la literatura, la concepción de las situaciones didácticas aplicadas a las actividades en el aula, las aplicaciones del pre-test, el post-test, el diseño y construcción de las situaciones didácticas, la aplicación de las situaciones didácticas de la magnitud de longitud y sus medidas y la recolección de datos.

El capítulo 4, *Análisis de la información*, se expone desde una perspectiva de investigación descriptiva mostrando los avances que tuvieron los estudiantes con esta investigación de acción en el aula, los datos cualitativos y cuantitativos de los resultados de la aplicación de la situación didáctica planteada para mejorar los niveles en las competencias matemáticas referidas a las dificultades del aprendizaje de la magnitud de longitud y sus medidas.

El capítulo 5, *Conclusiones*, responde a los objetivos de esta investigación, presentando reflexiones y algunas directrices para el mejoramiento de las prácticas de enseñanza-aprendizaje en el aula con el fin de mejorar los aprendizajes de los sistemas de medidas.

CAPÍTULO 1

ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 PRESENTACIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Uno de los muchos problemas para el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes está asociado con la construcción de conceptos como el de magnitud y medida, afirmación que se respalda en las diferentes investigaciones realizadas por Belmonte y Chamorro en el campo de la didáctica de las matemáticas. Esta problemática parece obedecer a que los currículos propuestos no contribuyen a la construcción y movilización de dichos conceptos. Lo que se evidencia en los bajos resultados de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento métrico y los sistemas de medidas tanto a nivel nacional como local.

La propuesta del Ministerio de Educación Nacional (MEN) presentada en los *Lineamientos Curriculares* y los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*, sugiere que se aborden los conceptos de magnitud y medida en la escuela, de la siguiente manera:

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.
(Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.42).

Sin embargo, se deja claro en el mismo documento, que la escuela ha abandonado o relegado la enseñanza de la geometría y el desarrollo de los sistemas métricos, desconociendo factores tan importantes como la construcción de la magnitud, objeto de la medición y el proceso de construcción histórica de la medida, dedicándose frecuentemente al desarrollo del proceso de medición, únicamente desde la asignación numérica: “Las experiencias de los niños con las

medidas comienzan normalmente con el número, y están a menudo restringidas a él, con pocas posibilidades de explorar los principios en los cuales se apoya la medición” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.41).

Lo anterior, plantea un problema significativo para el desarrollo del pensamiento métrico, pues no tiene sentido iniciar la medida si los jóvenes no saben por ejemplo, qué se puede medir y qué no. La ausencia del concepto de magnitud en los currículos propuestos, provoca que no se trabajen en la escuela problemas de decantación y aislamiento, ni tampoco los de equivalencia y conservación de magnitud de la magnitud.

La mayoría de las escuelas dedican sus esfuerzos al trabajo formal del Sistema Métrico Decimal, al tratamiento operacional y algorítmico del cambio de unidades. Y en cuanto al reconocimiento histórico del desarrollo de la medida, en ocasiones éste se aborda someramente a través de situaciones anecdóticas con la utilización de medidas antropomorfas para medir algunas longitudes. El tratamiento de la magnitud exclusivamente desde lo numérico y lo operacional, es decir desde la aritmetización de la medida, deja de lado lo esencial de la medida y del acto de medir.

Al respecto, Chamorro y Belmonte (2005) afirman que no permitir que los niños en los primeros años de la escolaridad construyan, desde la experiencia, los conocimientos referidos al concepto de magnitud, puede provocar dos tipos de errores:

- **El uso erróneo de los sentidos:** El niño debe enfrentarse a la identificación de las características físicas que definen la magnitud. El reconocimiento de las propiedades físicas de los objetos, le da elementos para determinar diferencias y similitudes entre los mismos y así desarrollar procesos de comparación de cada magnitud.

- **La confusión entre distintas magnitudes:** Al no reconocer los atributos que definen cada magnitud el niño tiene dificultades para establecer comparaciones entre las mismas.

El uso de los sentidos nos proporciona información pertinente del atributo medible del objeto, nos permite definir la magnitud. Por ejemplo, el uso de la fuerza muscular permite al niño determinar informaciones sobre la magnitud masa y a la vez le permite realizar comparaciones entre los objetos respecto de su peso.

Las diferentes situaciones en las que se exponga al niño en el aula a contextos variados de aislamiento y comparación de magnitudes, le dotarán de herramientas para que aprenda a observar lo necesario y pertinente respecto de la magnitud.

La escuela actual parece estar desprovista de dichas situaciones, en algunos casos por considerarlas triviales ya que parte de supuestos tales como que los niños las podrán aprender por sí solos en otros ambientes no escolares. Estas consideraciones y supuestos resultan ser falsos en vista de los resultados de pruebas como las pruebas Saber, que en los últimos años han evidenciado bajos niveles de desempeño de los estudiantes de primaria y secundaria en cuanto al pensamiento métrico y los sistemas de medidas.

A continuación presentamos un análisis más detallado de estas pruebas, tomando como referente el desempeño de los estudiantes de la Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho de la ciudad de Cali, como un estudio de caso que sirve de soporte a las anteriores afirmaciones.

PRUEBA SABER

- ¿Qué se mide en matemáticas?

Según el MEN, la prueba de Matemáticas mide:

Lo alcanzado frente a lo que se espera lograr en la Resolución de Problemas Matemáticos. Resolver problemas es una actividad compleja que involucra diferentes procesos cognitivos: Asociación, Abstracción, Comprensión, Manipulación, Razonamiento, Análisis, Síntesis y Generalización. En Matemáticas, el estudiante debe estar en capacidad de integrar tres aspectos: El conocimiento matemático (conceptos y procedimientos), la comunicación (lectura y escritura del lenguaje matemático) y las situaciones problema (de sentido matemático). (MEN, 2003, p.7).

La prueba adopta la perspectiva integradora de los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias formulados por el MEN respecto a los conocimientos, procesos y contextos. Se privilegian como contextos:

Las situaciones problemáticas enmarcadas en las mismas matemáticas, la vida diaria y las otras ciencias. La evaluación se refiere al saber hacer en el contexto matemático escolar, es decir, a las formas de proceder asociadas al uso de los conceptos y estructuras matemáticas. (ICFES, 2012, p.12).

Estas actividades les permiten a los estudiantes realizar descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones. Lo anterior implica indagar por los desempeños y competencias y otros los aspectos que tienen que ver con la estructura y conceptualización de las matemáticas.

- **Análisis de los resultados de las pruebas Saber en relación con el pensamiento métrico y el sistema de medidas**

El análisis partirá de una reflexión respecto de lo que evalúa la prueba Saber en cuanto al pensamiento métrico y los sistemas de medida para los grados 3°, 5° y 9° (de particular interés para el presente trabajo). Esta información se presenta en tablas que muestran los niveles de desempeño esperados para cada competencia matemática.

Tabla 1

Descripción de los niveles de desempeño de matemáticas grado tercero, para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.

GRADO TERCERO				
NIVELES	DESCRIPCIÓN	DESEMPEÑOS ASOCIADOS A LAS COMPETENCIAS		
		En razonamiento y argumentación, el estudiante	En comunicación, representación y modelación, el estudiante	En formulación y solución de problemas, el estudiante
Insuficiente		El estudiante promedio ubicado en este nivel no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.		
Mínimo	Identifica atributos medibles y los instrumentos apropiados para medirlos e identifica figuras semejantes y congruentes entre sí.	Compara y ordena objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con un atributo (tamaño, longitud o forma).	Reconoce instrumentos que se utilizan para medir un atributo de un objeto o evento.	Soluciona problemas de composición y descomposición de figuras planas utilizando propiedades geométricas.
Satisfactorio	Reconoce patrones e instrumentos de medida para longitud, área y tiempo y atributos de las figuras planas y los sólidos.		Reconoce atributos medibles de una figura plana o de un sólido y establece una correspondencia con los instrumentos de medición apropiados	Resuelve problemas de medición de longitud y de superficie, mediante equivalencias entre unidades de medida
Avanzado	Determina medidas con patrones estandarizados; Reconoce las condiciones para la construcción de figuras bidimensionales e identifica las magnitudes asociadas a figuras tridimensionales.	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce cuándo un número es múltiplo de otro en situaciones de reparto o medición; Determina medidas de tiempo a partir de patrones estandarizados. 	Reconoce que el volumen, la capacidad y la masa son magnitudes asociadas a figuras tridimensionales;	Determina una medida de superficie con un patrón estandarizado;

Adaptación de los documentos: *Guía de Interpretación de Resultados de las pruebas Saber 3º, 5º y 9º para Establecimientos Educativos (E.E.) COLOMBIA 2015 y 2016, del ICFES.*

Tabla 2

Descripción de los niveles de desempeño de matemáticas grado quinto para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.

GRADO QUINTO				
NIVELES	DESCRIPCIÓN	DESEMPEÑOS ASOCIADOS A LAS COMPETENCIAS		
		En razonamiento y argumentación, el estudiante:	En comunicación, representación y modelación, el estudiante:	En formulación y solución de problemas, el estudiante:
Insuficiente		El estudiante promedio ubicado en este nivel no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.		
Mínimo	Identifica información relacionada con la medición.		<ul style="list-style-type: none"> • Asocia referencias de objetos reales a medidas convencionales. • Identifica atributos medibles de figuras u objetos. 	Hace recubrimientos y descompone una superficie para determinar áreas de figuras planas.
Satisfactorio	Diferencia y calcula medidas de longitud y superficie	Establece propiedades no explícitas en algunas figuras planas.	<ul style="list-style-type: none"> • Modela situaciones de dependencia cuando existe relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes. • Diferencia y calcula medidas de distintas magnitudes. 	
Avanzado	Compara diferentes atributos de figuras y sólidos a partir de sus medidas y establece relaciones entre ellos.	Compara figuras planas a partir de sus características explícitas y algunas no explícitas.	Establece relaciones entre diferentes unidades de medida.	Reconoce algunos procedimientos para calcular la medida de atributos de figuras u objetos de acuerdo con las dimensiones iniciales.

Adaptación de los documentos: *Guía de Interpretación de Resultados de las pruebas Saber 3º, 5º y 9º para Establecimientos Educativos (E.E.) COLOMBIA 2015 y 2016, del ICFES.*

Tabla 3

Descripción de los niveles de desempeños de matemáticas grado noveno para el pensamiento métrico y sistemas de medidas.

GRADO NOVENO				
NIVELES	DESCRIPCIÓN	DESEMPEÑOS ASOCIADOS A LAS COMPETENCIAS		
		En razonamiento y argumentación, el estudiante:	En comunicación, representación y modelación, el estudiante:	En formulación y solución de problemas, el estudiante:
Insuficiente		El estudiante promedio ubicado en este nivel no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.		
Mínimo	Establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud.	Justifica algunos procedimientos para calcular áreas y volúmenes.	Establece relaciones entre distintas magnitudes. Establece y explica relaciones entre dimensionalidad y unidades de medida.	Utiliza relaciones y determinadas propiedades geométricas para resolver problemas de medición. Estima la medida de un atributo a partir de un patrón de medida.
Satisfactorio	Compara atributos medibles de uno o varios objetos o eventos.	Establece comparaciones entre diferentes desarrollos planos para hallar medidas.	Identifica objetos tridimensionales de acuerdo con sus características.	Utiliza distintas unidades de medida para resolver problemas de medición.
Avanzado	Halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos.	Utiliza la descomposición de figuras planas o sólidos para determinar el área o el volumen de figuras y cuerpos.	Establece relaciones entre las características de las figuras y sus atributos mensurables	Usa diferentes estrategias para determinar medidas de superficies y volúmenes. Explica la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de área o volumen de acuerdo con las condiciones de la situación.

Adaptación de los documentos: *Guía de Interpretación de Resultados de las pruebas Saber 3º, 5º y 9º para Establecimientos Educativos (E.E.) COLOMBIA 2015 y 2016, del ICFES.*

Después de identificar los aspectos evaluados para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, de manera general podemos concluir que el desempeño que se espera de los estudiantes durante el ciclo de la básica primaria y la básica secundaria está en consonancia con el planteamiento de los expertos sobre la construcción de los conceptos de magnitud y medida. Esto significa, que los estudiantes primero deben aprender a identificar atributos medibles de los objetos y los instrumentos apropiados para su medición, para luego establecer relaciones y realizar comparaciones entre dichos atributos. Esto les permite usar estos aprendizajes en la resolución de problemas, la realización de cálculos y estimaciones.

Debe anotarse, sin embargo, que las propuestas pedagógicas y didácticas de las instituciones educativas no privilegian la apropiación de los conceptos de magnitud y medida, dados los resultados obtenidos en las pruebas Saber en los últimos años, como se mostrará a continuación.

- Resultados de la prueba Saber en el área de matemáticas de la Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho.

El presente análisis considera los resultados de las pruebas Saber para matemáticas de los años 2015 y 2016 de los estudiantes de grados 3°, 5° y 9° de la I.E Técnico Industrial Antonio José Camacho, como una manera de situar algunos problemas en la construcción de los conceptos de magnitud y medida en la educación básica primaria y secundaria desde un contexto real y cercano. Además de identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes para el aprendizaje de dichos conceptos.

Diagrama ilustrativo:

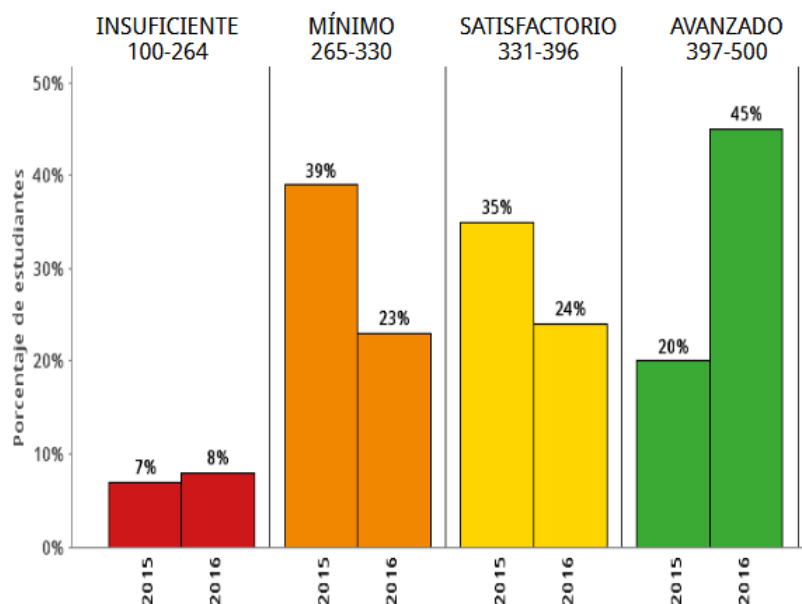


Imagen 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 3° (MEN, 2016).

En la imagen 1, identificamos que el porcentaje total de estudiantes con desempeños mínimos e insuficientes para el año 2015 es de 46% y para el año 2016 del 31%.

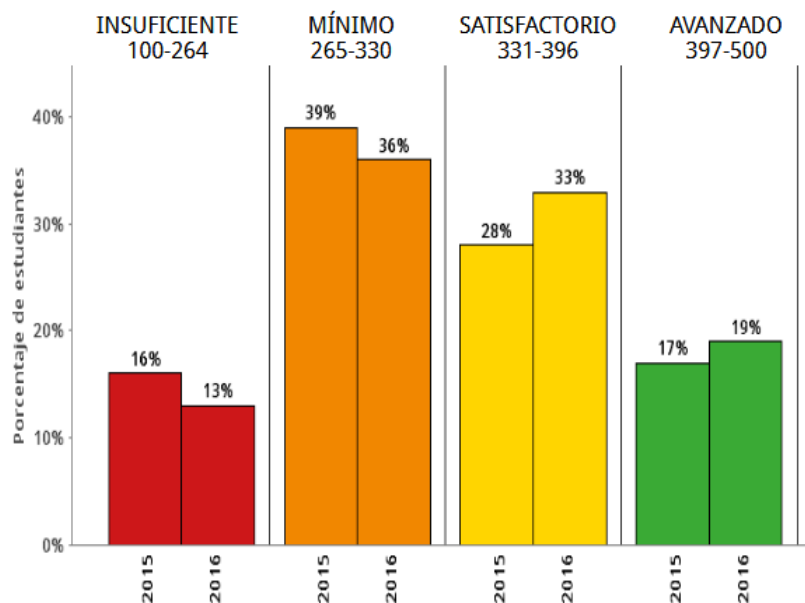


Imagen 2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 5° (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

De manera similar, se evidencian los resultados para grado 5°, que en el año 2015: el 55% de los estudiantes que presentaron la prueba obtuvieron un desempeño por debajo de nivel satisfactorio y para el año 2016 este porcentaje fue del 49%.

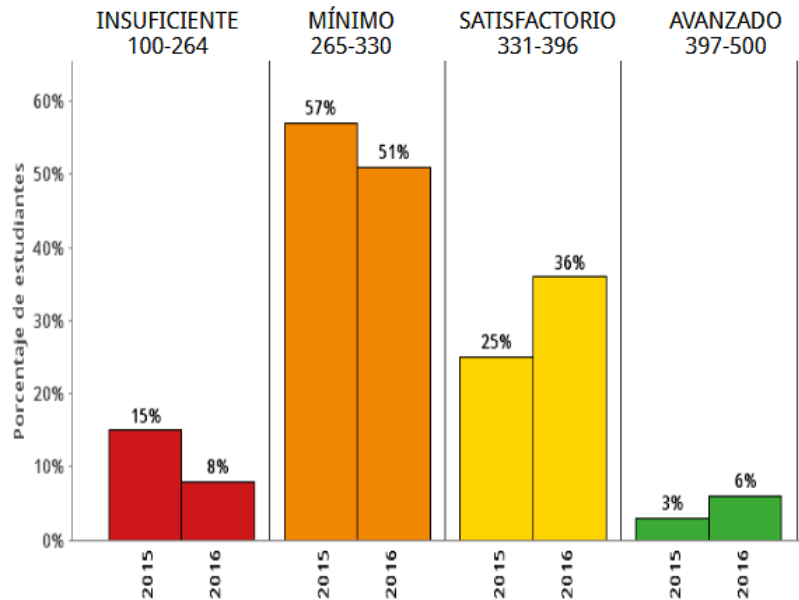


Imagen 3. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por años en matemáticas grado 9° (MEN, 2016).

Para el caso de básica secundaria, se evidenció que en el año 2015 el 72% de los estudiantes que presentaron la prueba obtuvo un desempeño por debajo de nivel satisfactorio; para el año 2016, el 59% de los estudiantes no alcanzó dicho nivel.

Los resultados anteriores muestran que al avanzar en el nivel de formación académica el desempeño en el área de matemáticas disminuyó considerablemente y plantea interrogantes respecto de cuáles son los problemas específicos, para la construcción del conocimiento matemático, que ocasionan dichos resultados. Esta es una de las motivaciones para la realización de la presente investigación.

Anexo a la información anterior, el informe del Día E¹ ofrece a las instituciones educativas del país un análisis más detallado de los resultados de la prueba saber

¹ Desde el año 2015, cuando en Colombia planteamos la meta de ser la mejor educada, el Día E ha sido una oportunidad para que todo el equipo de cada colegio se concentre en saber cómo están sus procesos y resultados, y pueda acordar acciones conjuntas para alcanzar la Excelencia Educativa, con el apoyo de las Secretarías de Educación y el acompañamiento del Ministerio de Educación Nacional (MEN). Tomado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempreDiaE/86400>.

en el área de matemáticas. Ese reporte busca visibilizar el estado de las competencias y aprendizajes en lenguaje y matemáticas en los establecimientos educativos, haciendo énfasis en aquellos aprendizajes en los que se deben realizar acciones pedagógicas para el mejoramiento.

La estrategia del semáforo del informe del Día E (MEN, 2016), plantea lo siguiente: ROJO para señalar que más del 70% de los estudiantes de la Institución Educativa Industrial Antonio José Camacho no contestaron correctamente; NARANJA para señalar que entre el 40% y el 70% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente; AMARILLO para señalar que entre el 20% y el 40% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente y VERDE para señalar que menos del 20% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente.

Se presentará el informe correspondiente a los grados 3°, 5° y 9°, para el área de matemáticas de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho. Aquí, es importante anotar que sólo hay información detallada del año 2016 para grado tercero y quinto, pues por situaciones de índole administrativa entre la Institución y la Secretaria de Educación Municipal de Cali, concernientes al reporte del número de estudiantes matriculados en las escuelas anexas, el ICFES no envió los informes correspondientes al desempeño de los estudiantes en las pruebas Saber para el año 2015.

Los resultados se muestran en la siguiente tabla, que incluye las competencias evaluadas en cada una de las pruebas.

Tabla 4

Dificultades para el desarrollo de las competencias evaluadas en las pruebas saber 3°, 5° y 9°, clasificadas por la estrategia semáforo.

	COMPETENCIA	GRADO TERCERO		GRADO QUINTO		GRADO NOVENO	
		2015	2016	2015	2016	2015	2016
ROJO	COMUNICACIÓN	NI	0%	NI	0%	0%	25%
	RAZONAMIENTO	NI	18%	NI	0%	0%	7%
	RESOLUCION	NI	0%%	NI	0%	13%	25
NARANJA	COMUNICACIÓN	NI	45%	NI	30%	56%	58%
	RAZONAMIENTO	NI	36%	NI	38%	75%	86%
	RESOLUCION	NI	63%	NI	88%	75%	50%
AMARILLO	COMUNICACIÓN	NI	45%	NI	60%	44%	8%
	RAZONAMIENTO	NI	27%	NI	62%	25%	7%
	RESOLUCION	NI	25%	NI	13%	0%	25%
VERDE	COMUNICACIÓN	NI	9%	NI	10%	0%	8%
	RAZONAMIENTO	NI	18%	NI	0%	0%	0%
	RESOLUCION	NI	13%	NI	0%	13%	0%

Adaptación del Informe del Día E de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho, 2016. NI: No hay Información. (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

De acuerdo con lo anterior, el informe permite establecer que:

- En grado tercero, el desempeño de los estudiantes es bajo particularmente en pensamiento espacial y sistemas geométricos y en pensamiento métrico y sistemas de medidas. En efecto, un porcentaje significativo de los estudiantes no contestó correctamente preguntas referentes a conceptos como: dirección, distancia y posición, patrones e instrumentos de medida, atributos de objetos que son susceptibles de ser medidos, procesos de medición con patrones estandarizados y estimación de medidas, entre otros.

- En grado quinto, el desempeño de los estudiantes fue bajo para el pensamiento métrico y los sistemas de medidas y para el pensamiento numérico y los sistemas numéricos. En efecto, un porcentaje significativo de los estudiantes no contestó correctamente preguntas referentes a conceptos como: unidades estandarizadas y no convencionales apropiadas para diferentes mediciones, propiedades y relaciones de los números y sus operaciones, equivalencias entre expresiones numéricas, clasificación de objetos tridimensionales y bidimensionales y establecimiento de propiedades geométricas para resolver problemas de medición, entre otras.
- En grado noveno, el desempeño de los estudiantes fue bajo en los cinco pensamientos. Estos son algunos conceptos del pensamiento métrico en los que tuvieron bajo rendimiento: relaciones entre unidades de medida, cálculo de áreas de figuras planas y volumen de sólidos, problemas que requieren el uso de técnicas de estimación y aproximación.

Se observa que los estudiantes muestran un bajo desempeño en el pensamiento métrico y los sistemas de medida, lo que corrobora planteamientos anteriores y nos permite con la tabla 5, resumir algunas de las dificultades más relevantes en cuanto al desarrollo de los procesos en el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, basados en los resultados del desempeño de los estudiantes de la institución:

Tabla 5

Dificultades en el desarrollo de los procesos del pensamiento métrico y sistemas de medidas evaluado en las pruebas saber 3°, 5° y 9°.

Competencia Comunicativa:
<p>Grado tercero:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 46% de los estudiantes no ubican objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición. • El 43% de los estudiantes no establece correspondencia entre objetos o eventos ni patrones o instrumentos de medida. • El 41% de los estudiantes no identifica atributos de objetos o eventos que son susceptibles de ser medidos.
<p>Grado quinto:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 56% de los estudiantes no identifica unidades tanto estandarizadas como convencionales apropiadas para diferentes mediciones ni establece relaciones entre ellas. • El 21% de los estudiantes no establece relaciones entre atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.
<p>Grado noveno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 69% de los estudiantes no identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia.
Competencia Razonamiento:
<p>Grado tercero:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 69% de los estudiantes no ordena objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con atributos medibles.
<p>Grado quinto:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 32% de los estudiantes no describe o argumenta acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija.
<p>Grado noveno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 68% de los estudiantes no generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.
Competencia Resolución de problemas:
<p>Grado tercero:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 46% de los estudiantes no desarrolla procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados. • El 45% de los estudiantes no estima medidas con patrones arbitrarios.
<p>Grado quinto:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 62% de los estudiantes de no utiliza relaciones ni propiedades geométricas para resolver problemas de medición.
<p>Grado noveno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El 39% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.

Adaptación del Informa del Día E de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho. (MEN, 2016).

Como hemos descrito, existen dificultades en los estudiantes respecto a los concepto de magnitud y medida, por lo cual no se evidencia el desarrollo de

competencias en aspectos importantes como son: identificar atributos susceptibles de ser medidos en objetos, la comparación de magnitudes, la elección de unidades para la medición, la estimación, el uso de sistemas de medidas regulares e irregulares y el uso y apropiación del sistema métrico decimal.

Estas dificultades se evidencian desde los primeros años de escolaridad, en los que se debió iniciar la construcción de las magnitudes, y se refleja en años superiores con mayor intensidad. Dados los resultados de las pruebas externas, es evidente que la institución educativa requiere una reflexión con miras a la transformación de la propuesta didáctica del área de Matemáticas para el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas en los estudiantes.

Una de nuestras hipótesis es que en la escuela primaria no se ha dado una construcción significativa del concepto de magnitud y medida, lo que sólo ha permitido a los estudiantes tener una aproximación a estos conceptos desde el tratamiento numérico y algunas representaciones para el tratamiento de los mismos en el sistema métrico decimal.

Dado que las magnitudes de longitud, masa, tiempo deben ser objeto de reflexión en la escuela, este trabajo busca iniciar a los estudiantes grado 6° en la construcción de una de ellas, la magnitud de longitud y su medida, como un paso hacia la transformación curricular, la construcción y el desarrollo del pensamiento matemático y el alcance de mejores resultados en las pruebas internas y externas.

El propósito es entonces, diseñar una secuencia didáctica que logre movilizar el concepto de la magnitud de longitud y su medida en grado 6°, para que los estudiantes tengan herramientas para construir el significado de dicha magnitud desde la identificación de las características físicas, el reconocimiento de propiedades y la comparación entre magnitudes, la estimación, la identificación de una unidad, la conservación de la medida y los patrones de medida, además de su uso social.

Por todo lo anterior, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué caracteriza el aprendizaje del concepto de la magnitud de longitud y su medida, cuando se implementa una secuencia de situaciones didácticas que moviliza saberes en el orden del pensamiento métrico y los sistemas de medidas, en los estudiantes del grado 6° de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho de la ciudad de Cali?

1.2 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar el aprendizaje del concepto de la magnitud de longitud y su medida, cuando se implementa una secuencia de situaciones didácticas que moviliza saberes en el orden del pensamiento métrico y los sistemas de medidas en los estudiantes del grado 6° de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho de la ciudad de Cali

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Identificar las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida.
- ✓ Diseñar una secuencia de situaciones didácticas que promueva el aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida, y la movilización del saber en el orden pensamiento métrico y los sistemas de medidas.
- ✓ Implementar la secuencia didáctica así diseñada, que movilice el aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida en los estudiantes de grado 6°.
- ✓ Evaluar en qué medida la situación didáctica contribuye al aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Los conceptos de magnitud y medida son de gran utilidad en la vida diaria; son una necesidad social que requiere la iniciación temprana de su enseñanza en la escuela. Sin embargo, el aprendizaje de estos conceptos evidencia dificultades asociadas, de un lado, con el reconocimiento de sus características y propiedades físicas y del otro, con su utilización en diferentes situaciones y contextos.

El reconocimiento de su necesidad social, así como de las dificultades para su aprendizaje, marca una pauta para posibles soluciones a dicha problemática. Es importante que al abordarlos en la escuela, estos conceptos hagan parte de situaciones problema en contextos cercanos al estudiante, en la que en interacción con el tratamiento de diferentes magnitudes y su medición, se construya el significado del concepto.

Ahora bien, el desarrollo del pensamiento métrico exige que los estudiantes tengan la capacidad de conceptualizar las diferentes magnitudes y sus medidas, actuar sobre las mismas y tomar decisiones frente a una problemática planteada. Como se afirma en los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN (1998):

En cuanto a la medida se refiere, los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invarianza, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas y los aspectos aritméticos fundamentalmente en lo relacionado con la ampliación del concepto de número. Es decir, el énfasis está en desarrollos del pensamiento métrico. (p.17).

Para el desarrollo de pensamiento matemático es necesario que en la construcción de cualquier concepto matemático, esto se organice desde la filosofía pragmática, en la cual se requiere de un contacto personal, que active instrumentos semióticos de la matemática y de la persona, desde una visión “antropológica” (D’Amore, 2005). Esta visión antropológica es la base de la didáctica de las matemáticas y centra la mirada en el sujeto que aprende, en cómo aprende; los saberes son construcciones elaboradas por el sujeto y no un descubrimiento de verdades absolutas.

En consecuencia con lo anterior, la enseñanza de las magnitudes no debe centrarse únicamente en que los estudiantes aprendan el tratamiento de las mismas desde lo numérico, sino que sean capaces de formular y resolver problemas en los sistemas matemáticos como aplicación de lo aprendido; mostrando habilidades para desenvolverse en la vida cotidiana, evidenciando una relación más cercana con la epistemología de las matemáticas y vinculada con una postura pragmática de las mismas, que se verá reflejada en el presente trabajo de investigación.

Así pues, una secuencia de situaciones problemas que pretende movilizar el concepto de la magnitud de longitud y su medida es importante desde la didáctica de las matemáticas, pues pretende abordar los problemas para la enseñanza y el aprendizaje de dicho objeto matemático. Además, los estudiantes construyen el concepto en situaciones problemas reales y cercanos a su contexto, en concordancia con la naturaleza misma de las matemáticas.

Como ya se ha expuesto, el trabajo se inscribe en el campo de la didáctica de las matemáticas, desde una visión pragmática en la que se pretende la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida, para el desarrollo del pensamiento métrico y los sistemas de medidas, en el contexto de la resolución de problemas. Se busca movilizar el concepto de magnitud de longitud y su medida en los estudiantes de grado sexto, de manera que ellos construyan el significado y sentido de tal concepto.

Finalmente, la implementación de la secuencia didáctica y su sistematización, permitirán caracterizar algunas dificultades asociadas a la construcción del concepto de magnitud de longitud y plantear algunas alternativas de solución para enfrentarlas.

Se pretende además, una reflexión pedagógica sobre las prácticas educativas en la enseñanza de dicho concepto en la escuela y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes; esto, con el fin promover la transformación de las mismas y la mejora de las prácticas educativas a nivel institucional.

Por último, se busca la transformación del currículo propuesto para el área de matemáticas que influirá directamente en la transformación del PEI de la institución y en el alcance, a futuro, de un avance significativo en el desempeño de nuestros estudiantes en las pruebas internas y externas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 EL APRENDIZAJE

Conceptualizar sobre el conocimiento humano es algo complejo, pues no podemos dar por sentado un concepto o definición acabada sobre dicha acción natural del hombre. Desde hace siglos, el hombre ha venido desarrollando teorías que tratan de explicar cómo aprende, cómo desarrolla las capacidades y habilidades y cómo hace para que los saberes continúen y prevalezcan, sirviendo de base para la construcción de nuevo conocimiento.

Múltiples investigaciones en campos tan diversos como la psicología, la pedagogía, la sociología y la neurología, entre otras, se han preocupado por responder la pregunta: ¿cómo aprenden los sujetos? Dichas investigaciones han originado distintas teorías que buscan explicar los comportamientos, actitudes, habilidades y destrezas, movilizadas por los sujetos en la construcción del conocimiento.

Así pues, para hablar del concepto de aprendizaje en este trabajo de investigación, se hizo necesario considerar las definiciones que se han dado desde la psicología, como son las de las teorías Piagetiana y Vygostskiana; además, se tomaron en consideración los aportes de Ausubel y Bruner al respecto, para finalmente dar paso a las concepciones de aprendizaje desde el campo de la pedagogía y la didáctica.

2.1.1 EL CONCEPTO DE APRENDIZAJE DESDE LA PSICOLOGÍA

Desde la teoría psicogenética, Piaget definió el aprendizaje como el paso de un conocimiento mínimo a otro conocimiento más avanzado o como las adaptaciones que operan en los esquemas del pensamiento y que tienen lugar entre situaciones dadas y situaciones acontecidas.

Para Piaget, el aprendizaje es, en primer lugar, fruto del desarrollo de estructuras cognitivas y, en segundo lugar, producto de una de relación cíclica continua entre

esquema, equilibrio, asimilación, desequilibrio y acomodación. Desde el punto de vista piagetiano, el aprendizaje no es lineal y nunca está completo o acabado.

Según esta teoría, el aprendizaje se desarrolla en un proceso de maduración y experiencia. La maduración, entendida desde el punto de vista biológico que hace posible el paso del niño a través de los estadios, y la experiencia, definida desde dos tipos: la experiencia física que se produce al actuar sobre los objetos y obtener conocimiento sobre los mismos y la experiencia lógico-matemática, que se basa en la acción del sujeto; no en los objetos.

Hasta el momento se han referenciado conceptos importantes que Piaget definió en su teoría y que vale la pena precisar para entender un poco más la idea de aprendizaje que deviene de ella y cómo está caracterizado:

- **Esquema**

Un esquema puede considerarse como un invariante operatorio de la conducta ante determinadas situaciones. Para Piaget, un esquema es una estructura mental determinada, que puede ser transferida y generalizada. “Los esquemas son sistemas organizados de pensamiento o de acciones que permiten representar de manera mental los objetos y los eventos de nuestro mundo; son procesos que se utilizan para resolver problemas o conseguir objetivos” (Universidad Nacional de Catamarca, 2004, p.4).

- **Asimilación y acomodación**

La asimilación consiste en incorporar la nueva información en los esquemas existentes de acuerdo con los cambios que van surgiendo en el medio; según Pozo (1997): “...en términos psicológicos, la asimilación sería el proceso por el que el sujeto interpreta la información que proviene del medio en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles” (p.12).

Pero no basta solo con la asimilación para aprender, dice Piaget, es necesario que no nos quedemos sólo con nuestras interpretaciones del mundo sino que estas concuerden con lo real, por ello es necesaria la acomodación que permite que la nueva información se ajuste, creando así nuevos esquemas. Pozo (1997) afirma que:

La acomodación no sólo explica la tendencia de nuestros conocimientos o esquemas de asimilación a adecuarse a la realidad, sino que, sobre todo, sirve para explicar el cambio de esos esquemas cuando esa adecuación no se produce. Si mis esquemas son insuficientes para asimilar una situación determinada, probablemente modificaré alguno de mis esquemas, adaptándolo a las características de la situación. (p.13).

Piaget afirma que estos dos procesos, el de asimilación y acomodación, se implican simultáneamente, es decir, no es posible que exista la acomodación sin la asimilación y viceversa.

- **Equilibrio y Desequilibrio**

El equilibrio constituye el balance entre los esquemas y la acomodación. Sin el debido equilibrio entre los procesos de asimilación y acomodación es imposible la construcción de estructuras cognitivas; no obstante, es en el desequilibrio entre dichos procesos como surge el aprendizaje.

Lev Vygotsky, psicólogo, también se interesó en estudiar cómo aprenden los sujetos. Definió el aprendizaje como producto de la socialización, es decir, de la interacción entre el sujeto y el medio. Al igual que Piaget, Vygotsky se mantuvo en la teoría constructivista, aunque incorporó al aprendizaje el factor cultural, el medio social.

Carrera y Mazzarella (2001) afirman que: “Vygotsky señala que todo aprendizaje en la escuela siempre tiene una historia previa; todo niño ya ha tenido experiencias antes de entrar en la fase escolar, por tanto aprendizaje y desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño” (p.43).

La relación que establece Vygotsky entre aprendizaje y desarrollo se fundamenta en la ley genética del desarrollo cultural, según lo cual dicha relación aparece en dos momentos en el niño: en un plano social y en un plano psicológico. “La ley fundamental de la adquisición del conocimiento para Vygotsky afirmarían que éste comienza siendo siempre objeto de intercambio social, es decir comienza siendo interpersonal, para a continuación, internalizarse o hacerse intrapersonal” (Pozo, 1997).

Lo anterior, plantea que en el aprendizaje se activan y estimulan procesos mentales que surgen en la interacción con otros. Esa interacción ocurre en diversos contextos y esta mediada por el lenguaje. Esos procesos son internalizados en el proceso de aprendizaje social hasta convertirse en modos de autorregulación, por lo que Vygotsky considera que los factores externos son fundamentales en el aprendizaje.

Los factores externos permiten la construcción de habilidades en el sujeto, lo dotan de herramientas técnicas y psicológicas propias de su medio que le posibilitan interactuar con él, como son el lenguaje, las normas, la escritura, el lápiz, el papel, etc.

Vygotsky introduce el concepto de zona de desarrollo próximo, para referirse a ese momento en el que el sujeto se encuentra entre lo que puede resolver por sí sólo y lo que requiere la colaboración de un par o de su profesor, factores externos. Carrera y Mazzarella (2001) citan a Vygotsky quien define la zona de desarrollo próximo así:

No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (1979, p.133).

En forma similar a las concepciones sobre aprendizaje de la teoría Vygotkiana, están las consideraciones de Ausubel, desarrolla la concepción de aprendizaje cuando es producido en contextos educativos; uno de los aportes relevantes aquí, es que el aprendizaje es continuo.

Al igual que Vygotsky, Ausubel considera que hay una relación estrecha entre lo cognitivo y lo afectivo en el aprendizaje. El aprendizaje, que denomina aprendizaje significativo, es un proceso en el que se producen cambios en las estructuras cognitivas internas del sujeto, producto de la comprensión y la disposición positiva del mismo hacia el aprendizaje.

En este sentido, el aprendizaje es significativo cuando el sujeto ha logrado representárselo; incorporarlo a sus estructuras cognitivas. Cuando ha construido nuevos conocimientos a través de la incorporación de éstos a sus conceptos y símbolos, es un aprendizaje propio de él; para él. El aprendizaje significativo se

da, cuando se logra generar una situación en la que quién aprende, consigue conectar el nuevo conocimiento con sus estructuras cognitivas y ello resulte efectivo para lo que se quiere aprender.

Ausubel se centra en el aprendizaje significativo por asimilación y al igual que Vygotsky, considera que el lenguaje es un medio para transmitir el conocimiento. Distingue entre el aprendizaje memorístico y el aprendizaje significativo; para él, el aprendizaje significativo es aquel que el niño está en capacidad de explicar, de incorporar a sus estructuras cognitivas para poder actuar con él de manera fluida.

Un aprendizaje es memorístico, cuando carece de sentido para quien aprende, esto es, el sujeto no logra representárselo, establecer conexiones con otros conocimientos o integrarlos a sus estructuras cognitivas. Este aprendizaje, que se realiza por asociación, tiende a ser poco eficaz en el aula. Aunque Ausubel reconoce que en ocasiones se utiliza en contextos escolares, no puede ser el único y plantea que el aprendizaje significativo es más efectivo en la medida en que es más duradero, facilita la adquisición de nuevos conocimientos y desencadena cambios más significativos, más profundos en quién aprende.

Existen tres tipos de aprendizaje significativo: El representacional, que consiste en asignar significado a determinados símbolos, como las palabras. El aprendizaje de conceptos, en el que los conceptos representan regularidades de los objetos, y el aprendizaje proposicional, que básicamente consiste en dotar de significado las palabras dentro de una proposición, como un todo, para constituir un concepto.

El aprendizaje significativo más básico es el aprendizaje del significado de símbolos individuales (típicamente palabras) o aprendizaje de lo que ellas representan. Ausubel denomina aprendizaje representacional a este aprendizaje significativo (op. cit. p. 42). El aprendizaje de conceptos, o aprendizaje conceptual, es un caso especial, y muy importante, de aprendizaje representacional, pues los conceptos también se representan por símbolos individuales. Sin embargo, en este caso son representaciones genéricas o categoriales. Es preciso distinguir entre aprender lo que significa la palabra-concepto, o sea, aprender qué concepto está representado por una palabra dada y aprender el significado del concepto (op. cit. p. 44). El aprendizaje proposicional, a su vez, se refiere a los significados de ideas expresadas por grupos de palabras (generalmente representando conceptos) combinadas en proposiciones o sentencias. (Moreira, 1997, p.3).

Bruner, reconoce la influencia de agentes externos en el aprendizaje, lo cual se asemeja a las proposiciones de la teoría Vygotskiana. Para Bruner la experiencia es crucial en la producción del conocimiento. Se aprende o se adquiere conocimiento a través de la experiencia, de las acciones.

La hipótesis general de semejante psicología, es la de que los efectos de la experiencia pueden considerarse el conocimiento, que el conocimiento es un hecho consciente y que puede traducirse en palabras. Recíprocamente, las palabras pueden traducirse en conocimiento de manera que podemos aprender, es decir, adquirir conocimientos, al escuchar hablar”. (Bruner y Olson, 1973, p.1).

La acción del sujeto que aprende es pues fundamental a partir de esta mirada, así como lo son los medios que propician la construcción del conocimiento, como el lenguaje, bien sea oral o escrito.

Bruner resalta cómo la experiencia, además de factores como la cultura y las aptitudes de los sujetos, son fundamentales para la construcción del conocimiento; señala también, que el desligar estos factores de la educación en la escuela o tratarlos por separado ha llevado al fracaso.

Desde esta perspectiva, plantea dos tipos de aprendizaje: por experiencia directa y por experiencia mediatizada.

- Aprendizaje por experiencia directa:

El conocimiento está mediado por las acciones que ejercemos, es decir, por las actividades que emprendemos o que decidimos emprender, que nos hacen actuar, escoger un medio para conocer. A través de esa experiencia personal directa, adquirimos conocimiento.

“Pero hay que señalar que todo conocimiento adquirido a través de una actividad semejante presenta dos aspectos: aporta datos sobre el mundo y sobre la actividad ejercida para adquirir este conocimiento. En resumen, al sentarnos en una silla, aprendemos lo que es la <<silla>> y lo que es <<sentarse>>. Volvemos a encontrar esta distinción en el léxico que manejamos, en los siguientes términos:

<<conocimiento>> y <<habilidad>> o <<aptitud>>”. (Bruner y Olson, 1973, p.3).

- **Aprendizaje por experiencia mediatizada:**

Podemos extraer información a través de otros medios: de personas, de la experiencia de otras personas. Este tipo de conocimiento se dice es mediatizado. Aquí se reconoce cómo aún en condiciones en que la experiencia no es personal, directa, sino la lectura o interpretación que hacemos del mundo que observamos, esto nos permite conocer, aprender.

Además, Bruner señala que existen otras formas de adquirir el conocimiento fuera de la experiencia directa: por medio del lenguaje, ya sea oral o escrito; de las imágenes, de videos etc. A todo esto es lo que llama experiencia mediatizada. De nuevo se evidencia aquí, como el lenguaje surge como el medio más eficaz para transmitir el conocimiento, para enseñar y aprender fuera del contexto, fuera de la experiencia directa.

Ausubel y Bruner ofrecen aportes al concepto de aprendizaje desde la psicología, pero también introducen en sus teorías, el concepto de aprendizaje en el contexto escolar. En lo que sigue, abordaremos cómo en la pedagogía se amplía este concepto, sin desconocer por supuesto los aportes que en el campo de la psicología se hicieron.

2.1.2 EL CONCEPTO DE APRENDIZAJE DESDE LA PEDAGOGÍA

El aprendizaje es una experiencia humana y por ello mismo objeto de la escuela. La escuela actual dirige toda su acción pedagógica para que los estudiantes aprendan, es decir, para que cada niño y cada niña vivan en la institución escolar la experiencia de una profunda transformación de su ser.

John Dewey, filósofo norteamericano, concluyó en muchos años de observación, que los sujetos aprenden al enfrentarse a situaciones problema que son de su interés, a través de la experiencia. Según Dewey, el pensamiento constituye para todos un instrumento destinado a resolver los problemas de la experiencia y el conocimiento es la acumulación de sabiduría que genera la resolución de esos problemas (Westbrook, 1993, p.2).

Según Solano (2002) la concepción de Dewey del aprendizaje, es que éste constituye “una experimentación continua, en búsqueda de lo desconocido, no como una absorción pasiva de los hechos, sino como una actividad reflexiva”.

Dewey señala que los niños no llegan a la escuela con sus mentes en blanco, por el contrario traen consigo ya mucha “materia prima” que debe ser explotada por el profesor. La tarea de la educación era de guiar u orientar todos los intereses, impulsos y conocimientos previos del sujeto hacia resultados exitosos. Todas estas ideas centran la atención en el niño, en el sujeto que aprende, oponiéndose así a los tradicionalistas que centran su atención en los conocimientos duramente adquiridos, a través de la disciplina y la rutina.

La propuesta de Dewey para generar aprendizaje en la escuela, era incorporar la experiencia a los temas de estudio, pues consideraba que los conocimientos han sido resultado de la experiencia del hombre para resolver problemas que la vida le plantea. Y así, desechar programas en que los conocimientos eran impuestos a los niños y la única motivación para aprenderlos era el temor al castigo o la humillación.

Dewey pedía a los maestros que integraran la psicología en el programa de estudios, construyendo un entorno en el que las actividades inmediatas del niño se enfrenten con situaciones problemáticas en las que se necesiten conocimientos teóricos y prácticos de la esfera científica, histórica y artística para resolverlas (Westbrook, 1993, p.3).

De manera similar con los planteamientos de Dewey, Philippe Meirieu, pedagogo francés, señaló que el aprendizaje por repetición no suele ser duradero, pues este no logra tener factores esenciales para el aprendizaje como lo es la motivación. Mientras que el aprendizaje no se inscriba en un proyecto en el que el sujeto vea resultados positivos, este no será estable. (Meirieu, 1992, p.5).

Meirieu señala que la adquisición del conocimiento requiere de unos procedimientos y capacidades mentales, no basta con la mera repetición, el aprendizaje no es lineal, los aprendizajes no encajan unos en los otros ni se van produciendo a través de fases o etapas.

Un aprendizaje se efectúa, cuando un individuo recoge información de su entorno en función de un proyecto personal. En esta interacción entre las informaciones y el proyecto, las primeras sólo se descubren

por mediación del segundo, y el segundo sólo resulta posible mediante las primeras; el aprendizaje, la verdadera comprensión, sólo tiene lugar mediante esta interacción, sólo es esta interacción, es decir, es en sí mismo creación de sentido. (Merieu, 1992, p.7).

El aprendizaje es visto desde esta perspectiva, como una modificación de las estructuras mentales, la reelaboración de representaciones anteriores como resultado de un conflicto cognitivo al que se enfrenta el sujeto. Lo que coincide con los planteamientos sobre aprendizaje que en la psicología se hicieron, descritos anteriormente.

Por último, plantearemos las consideraciones de Guy Brousseau, didacta de las matemáticas, quién desarrolló toda una teoría sobre situaciones que hacen posible que los aprendizajes en la escuela sean significativos, que logren ser verdaderos aprendizajes. Este planteamiento, coincide con todos los anteriores en la idea que el aprendizaje es producto de la interacción con un medio dentro de una situación cercana al estudiante, una situación real, que le permita utilizar sus conocimientos en la solución de un problema.

Brousseau también propone la noción de aprendizaje como una construcción social, en la que la experiencia es una condición necesaria para que el niño aprenda, pero que demanda de igual manera la validación e institucionalización del conocimiento socialmente. El aprendizaje es visto como una adaptación que hace el sujeto de sus conocimientos a las situaciones que enfrenta para solucionar un problema.

En lo que sigue, abordaremos las condiciones necesarias para la modelación de las situaciones en las que se construye aprendizaje significativo. Teoría que ha tomado en consideración la manera como los estudiantes construyen verdaderos aprendizajes y que por consiguiente alude a conceptos como: la situación de aprendizaje, el medio, el profesor, el saber, etc.

Así entonces, el tema que nos ocupa en la sección siguiente tiene que ver con la teoría de las Situaciones Didácticas. En primer lugar citaremos una definición de Didáctica con el fin de situar las situaciones en su campo; en segundo lugar se dará paso al concepto de situación didáctica y en tercer lugar, hablaremos de las dimensiones o tipologías de las situaciones. Finalmente, situaremos su importancia en los problemas de las cuales ella se ocupa y mostraremos su dinámica en el área de estudio de interés, en este caso particular, la matemática.

2.2 LA DIDÁCTICA

De forma general, podría definirse la didáctica como la ciencia que estudia la manera como se enseña una disciplina y cómo el sujeto que aprende se apropia de un conocimiento.

Joshua y Dupin (1993), afirman que:

Se podría decir que la didáctica de una disciplina es la ciencia que estudia, para un campo en particular (en este caso las ciencias y las matemáticas), los fenómenos de enseñanza, las condiciones de la transmisión de la "cultura" propia de una institución (específicamente aquí las instituciones científicas) y las condiciones de adquisición de conocimientos por parte de un aprendiz. (p.2).

Más precisamente, se puede afirmar que la didáctica se encarga de reflexionar sobre la manera como el alumno y el profesor se relacionan con el saber. Sobre las condiciones y naturaleza en las que se da ese saber.

En el campo escolar aparecen tres componentes que configuran la *estructura didáctica*:

- *El alumno*: quien trae ya unos conocimientos que pueden servirle de partida para adquirir nuevos saberes o que en algún momento se pondrán en conflicto con lo que desea aprender. El alumno solo puede aprender a partir de lo que ya conoce o en ocasiones en contra de lo que sabe. Estas circunstancias, que es importante conocer, constituyen una restricción didáctica.
- *El saber*: que se presenta al interior de la clase, pero que guarda una constante relación con el exterior está puesto allí, en el campo escolar, como producto de unas intenciones desde el conocimiento científico, de las políticas de enseñanza, de las intenciones sociales y culturales del medio etc. Como resultado de la transposición didáctica, concepto que abordaremos más adelante.

- *El profesor*: Con su ideología propia, respecto de la manera como el alumno aprende y que caracteriza la manera de relacionarse con el saber y la forma de enseñar.

La didáctica se ocupa de estudiar todas las relaciones implícitas y explícitas en un acto didáctico, relaciones que se dan entre los tres componentes nombrados anteriormente.

Pero, en efecto, las relaciones entre el profesor, los alumnos y el saber, no se pueden comprender si se les analiza solamente como una suma de relaciones binarias: es en vía a la aproximación de un saber que se tejen los lazos entre el profesor y su clase, y es esto lo que los caracteriza (Joshua y Dupin, 1993, p.4).

Para que esta estructura didáctica funcione se hace necesaria la existencia de un contrato didáctico; concepto que a continuación definiremos.

2.2.1 CONTRATO DIDÁCTICO

Es el mecanismo que regula las interacciones entre profesor y alumno en relación con el saber.

El contrato didáctico define los roles, lugares y funciones de cada parte. De manera implícita, rige las actuaciones tanto del profesor como los alumnos en relación con el saber puesto en juego en una situación de aprendizaje.

“El Contrato Didáctico es el conjunto de condiciones que determinan implícitamente aquello que cada pareja, el docente y el alumno, tiene la responsabilidad de asumir y en lo cual, cada uno está comprometido delante del otro” (Duoady R, 1998, p.20).

Joshua y Dupin (1993), presentan el siguiente esquema que resume la forma en que el contrato didáctico administra las relaciones en la estructura didáctica:

La transposición didáctica es el proceso durante el cual el saber sabio se transforma en un saber enseñado. Este proceso también regula la distancia que debe existir entre estos saberes, de manera que haya un equilibrio entre ellos, esto es, que los saberes científicos no pasen de lleno a la escuela y que tampoco se pierda la formalidad de los mismo una vez son puestos en juego en la estructura didáctica. También se encarga de regular la vigencia de los saberes, dado, que existen saberes que pueden volverse obsoletos con el tiempo, como producto de los avances científicos.

R. Cantoral (1995), la describe así la transposición didáctica:

Se puede describir, en particular, un trabajo de transposición que lleva el saber erudito al saber a enseñar, consignado bajo la forma, por ejemplo, de capítulos de libros de texto escolar. Pero el trabajo de transposición no se detiene en la puerta de la clase, sino que marca por el contrario todos los actos de enseñanza. Sin embargo, en este punto, él está condicionado de una manera crucial por los términos del Contrato Didáctico, concepto introducido por Guy Brousseau en la década pasada. (p.46).

2.2.3 TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

La Teoría de las Situaciones Didácticas permite analizar, a priori, los posibles comportamientos, y, a posteriori, la significación de los comportamientos observados en la relación entre el profesor y el estudiante.

De manera general, se puede decir que esta teoría concibe el conocimiento como una construcción del sujeto en interacción con un medio, una adaptación que hace el sujeto de sus conocimientos cuando se enfrenta a una situación problemática. Por consiguiente, ofrece una especie de teoría para el control de las situaciones de enseñanza que harán posible que se construya el conocimiento.

Delgado (2003), citando a Brousseau, afirma que:

La teoría de las situaciones implica pues dos objetivos, por una parte el estudio de la consistencia de los objetos y de sus propiedades (lógicas, matemáticas, ergonómicas), necesarias para la construcción lógica y para la invención de “situaciones”, y por otra parte la

confrontación científica (empírico o experimental) de la adaptación de estos modelos y sus características con la contingencia. (p.2).

En esta teoría se pueden definir dos tipos de situaciones: Las situaciones a-didácticas y las situaciones didácticas.

2.2.3.1 SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Las situaciones a-didácticas son situaciones que el profesor ha diseñado con el fin de provocar en sus estudiantes la reformulación de sus conocimientos y la creación de nuevos conocimientos.

En estas situaciones se espera que el trabajo del alumno sea lo más independiente posible, de manera que la situación ejerza su propio control, regule y haga las devoluciones para que en interacción con ella, el sujeto aprenda.

La elección de estas situaciones problema por parte del profesor, debe permitir que el estudiante reconozca, por sí sólo, que hay un conocimiento que debe construir en la búsqueda de la evolución de los conocimientos que ya tiene. La situación a-didáctica solo puede comprenderse en relación con la situación didáctica.

Al respecto Acosta, Monroy y Rueda (2010) nos dicen que:

Una situación es a-didáctica cuando se da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema. Como el medio es impersonal, no tiene ninguna intención didáctica: no desea enseñarle nada al alumno. Por eso este tipo de situación recibe el nombre de a-didáctica. Aunque podría pensarse que estas dos situaciones están totalmente en oposición, puesto que una necesita del profesor y la otra no, según la TSD se da una interacción de estas dos situaciones, en la que la situación a-didáctica puede ser parte de una situación didáctica. (p.176).

2.2.3.2 SITUACIÓN DIDÁCTICA

Castrillón, Arce y Obando (1998), citan a Brousseau (1986), para definir la *situación didáctica* como “un conjunto de relaciones establecidas explícita e implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (comprendiendo eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (el docente) con el fin de que los alumnos se apropien un saber constituido o en vía de constituirse” (p.11).

La situación didáctica puede entenderse como una situación en la que un individuo, el profesor, tiene la intención de enseñar a otro individuo, el estudiante, un conocimiento, un saber.

Un conocimiento puede caracterizarse por una o más situaciones a-didácticas, no obstante, el estudiante no puede enfrentarse por sí sólo a todas ellas, por lo cual el profesor debe brindarle o proponerle aquellas situaciones a-didácticas que están a su alcance.

La situación o el problema elegido por el profesor es una parte esencial de la siguiente situación más amplia, lo que el profesor busca es ofrecer al estudiante una situación a-didáctica que provoque en él una interacción lo más independiente y lo más productiva posible.

Para Brousseau “la situación es el ambiente del alumno puesto en práctica y manipulado por el profesor o el educador que la considera como una herramienta”. En este sentido, “Una persona que quiere enseñar un conocimiento determinado generalmente recurre a “medios”, la didáctica estudia y produce estos medios”.

Para ello, el profesor se ve implicado junto con el estudiante en un juego, en el que controla la información, las preguntas, los métodos de aprendizaje que le brinda al estudiante para enfrentarse a los problemas planteados. Este juego o esta situación más amplia es la Situación Didáctica.

Situación Matemática

Una situación matemática está constituida por las condiciones de utilización particular de cierto conocimiento matemático. Así, una situación puede

considerarse como un juego (definido matemáticamente) en el que se establecen unas reglas mínimas que han de permitir la manifestación e identificación de un conocimiento (matemático) determinado por parte del alumno en interacción con el medio.

2.2.3.3 TIPOLOGÍAS DE LAS SITUACIONES

En las situaciones didácticas se distinguen tres tipos de situaciones, que Chavarría (2006) resume así:

1. La **situación acción**, que consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos. (p.5).

Aquí, en la interacción que haga el estudiante con el medio, el estudiante realizará un tipo de acciones, se dará una retroalimentación. Brousseau propone el siguiente esquema, para ilustrar dicha situación:

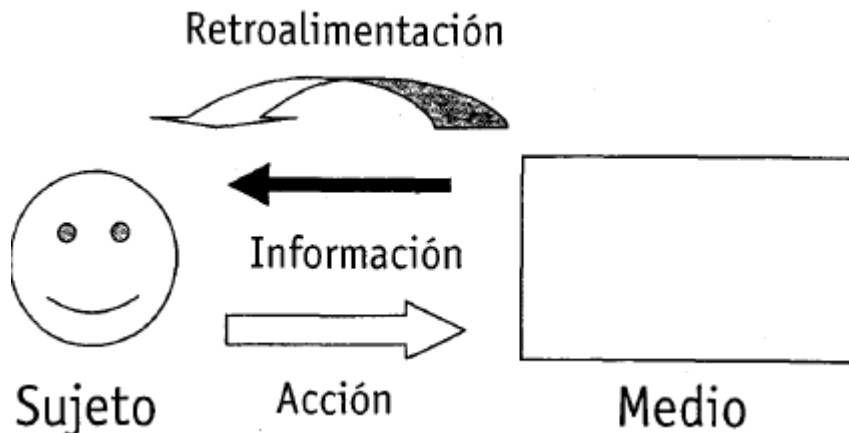


Imagen 5. Esquema de situación de acción (Brousseau, 2007, p.25).

2. La **situación de formulación** que consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación entre los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas. La

situación formulación es básicamente enfrentar a un grupo de estudiantes con un problema dado. (Chavarría, 2006, p.5)

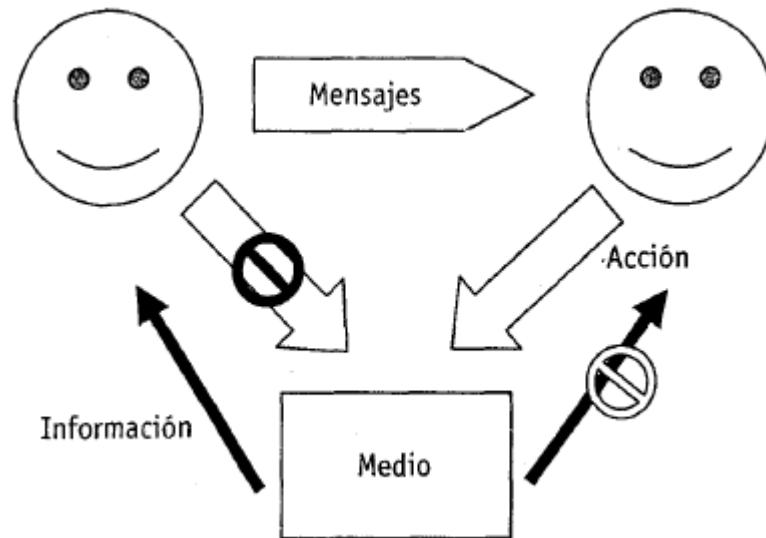


Imagen 6. Esquema situación de formulación (Brousseau, 2007, p.26).

3. La **situación de validación**, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con su par acerca del trabajo realizado para verificar si realmente es correcto, hay una continua interacción para la validación de hipótesis, teorías o formulaciones. (Chavarría, 2006, p.5).

Brousseau propone el siguiente esquema para representar la situación de validación:

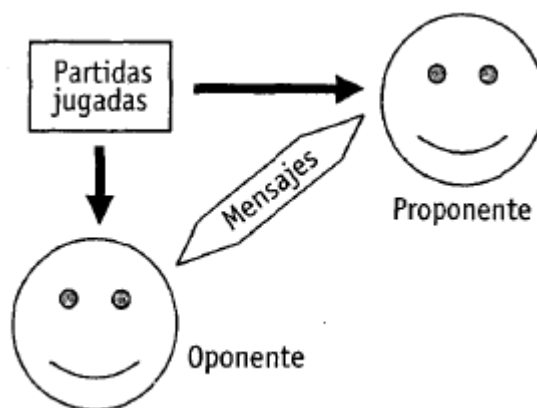


Imagen 7. Esquema situación de validación (Brousseau, 2007, p.27).

Situaciones de Institucionalización

Existe una necesidad en los maestros por reflexionar sobre todo lo que ha sucedido en el paso de sus estudiantes por las situaciones de acción, formulación y validación. Este proceso, en el que el profesor, en conjunto con sus estudiantes, retoma el conocimiento puesto en cuestión en la situación, le da un lugar dentro de los programas de formación y culturalmente, como saber, le indica a sus estudiantes en que otros campos puede ser utilizado. Esto es lo que se entiende como la institucionalización.

2.2.4 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Dado que el presente trabajo de investigación tiene como objetivo la implementación de una secuencia didáctica para la movilización de un concepto matemático, el de magnitud de longitud en grado 6º, es pertinente abordar aquí el campo de la didáctica de las matemáticas, entendiendo que ésta estudia los procesos de transmisión y adquisición de los diferentes contenidos de esta ciencia. El propósito de la didáctica de las matemáticas es explicar los fenómenos relativos a sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

Regine Douady, afirma que: “La didáctica se propone actuar sobre el sistema de enseñanza en un sentido “benéfico”, a saber: mejorar los métodos y contenidos de la enseñanza y proponer condiciones para un funcionamiento estable de sistemas didácticos que aseguren a los alumnos la construcción de un saber” (p.8

Según Cantoral, (1995):

La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiende a teorizar sobre su objeto de estudio, pero sólo puede enfrentar su desafío bajo dos condiciones:

- Poner en evidencia a los fenómenos específicos que los conceptos originales buscan explicar,
- Mostrar los específicos métodos de prueba que se utilizan para hacerlo. (p.50).

Las dos condiciones anteriores se hacen necesarias en la didáctica de las matemáticas de manera que le permitan conocer su objeto de estudio y ejercer acciones sobre su objeto de enseñanza. El objetivo de la didáctica es saber qué se produce en una situación de enseñanza: los comportamientos cognoscitivos de los alumnos, el tipo de situaciones que se les proponen para enseñarles y los fenómenos a los que da lugar la comunicación del saber puesto en juego.

En consecuencia con lo anterior, el análisis de las situaciones que se implementarán en esta investigación en el aula, para movilizar el concepto de magnitud de longitud y su medida, permitirá articular los conocimientos necesarios para entender las actividades cognitivas de los estudiantes, así como el conocimiento que utilizan y la forma como lo modifican. Además, el estudio de las situaciones didácticas permitirá finalmente transformar los conceptos necesarios importados desde otros campos científicos.

Se hace necesario, entonces, abordar la naturaleza del saber puesto en juego en las situaciones didácticas que serán objeto de investigación del presente trabajo. Por ello, en lo que sigue, nos disponemos a analizar la construcción teórica del concepto de magnitud y su medida y, específicamente, el concepto de magnitud de longitud.

2.3 EL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA

2.3.1 DESCRIPCIÓN ALGEBRAICA DE LAS MAGNITUDES Y SU MEDIDA

Como ya lo hemos mencionado, es importante conocer y analizar la naturaleza de los objetos matemáticos que se ponen en juego en una situación didáctica; ello servirá de referente en la construcción del saber en el aula. Además, nos permitirá conocer cómo se comporta dicho saber e identificar algunos obstáculos de orden epistemológico que puedan existir en la construcción del mismo.

En matemáticas trabajamos con objetos abstractos, no perceptibles, pero no arbitrarios; los mismos han sido concebidos de idealizaciones del hombre, como una manera de explicar y representar el mundo que nos rodea. De ahí la importancia de la matemática; ella nos brinda herramientas para solucionar problemas de la vida cotidiana, del mundo real.

Matemáticamente magnitud y cantidad se definen como:

“Una magnitud es un semigrupo conmutativo y ordenado, formado por clases de equivalencia que son sus cantidades de magnitud”

Así, un conjunto M , no vacío, se constituye en una magnitud si en él se pueden definir una relación de equivalencia ($=$) y una operación ($+$), tales que:

La relación $=$ es una relación de equivalencia, es decir:

- Es reflexiva: $(\forall a \in M)(a = a)$
- Es simétrica: $(\forall a, b \in M)(a = b \rightarrow b = a)$
- Es transitiva: $(\forall a, b, c \in M)(a = b \wedge b = c) \rightarrow (a = c)$

Para la operación ($+$) se cumplen estas propiedades con respecto a la relación $=$:

- Clausurativa: $(\forall a, b \in M)(a + b \in M)$
- Uniforme: $(\forall a, b \in M \wedge \forall c, d \in M)((a = b) \wedge (c = d)) \Rightarrow (a + c = b + d)$

Propiedades de la operación:

- Asociativa: $(\forall a, b, c \in M)((a + b) + c = a + (b + c))$
- Conmutativa: $(\forall a, b \in M)(a + b = b + a)$
- Modulativa: $(\exists 0 \in M, \forall a \in M)(a + 0 = 0 + a = a)$

Si en el conjunto M se ha definido la relación de equivalencia y la operación $(+)$ con las condiciones para cada una, decimos, que “los elementos de M definen una magnitud” (Luengo, 1990, p.48) entendiendo ésta, por la cualidad común que hace que los elementos a, b, c de M sean igualables. Téngase en cuenta que los elementos de M no son los objetos en sí, sino clases de equivalencia de M . Quedando definida la magnitud $(M,+)$ como un semigrupo conmutativo con elemento neutro (Gobernación de Antioquia, 2004, p.32).

2.3.1.1 CANTIDAD DE MAGNITUD

La cantidad de magnitud se refiere a lo que tienen en común los elementos iguales entre sí. Lo objetos que tienen la misma cantidad de magnitud forman un *clase de equivalencia*.

Y se cumplen las siguientes propiedades:

- Reflexiva: $(\forall a \in M)(a \leq a)$
- Antisimétrica: $(\forall a, b \in M)(a \leq b \wedge b \leq a) \Rightarrow (a = b)$
- Transitiva: $(\forall a, b, c \in M)(a \leq b \wedge b \leq c) \Rightarrow (a \leq c)$

Las cantidades de magnitud se pueden comparar entre sí, esto quiere decir que puede definirse una relación de orden entre ellas.

$$(\forall a, b \in M)(a \leq b \vee b < a)$$

Con lo anterior se definen las magnitudes, desde lo algebraico, como “un semigrupo conmutativo con elemento neutro, totalmente ordenado”.

“La importancia de estas nociones para la teoría de las magnitudes radica en que el concepto de *cantidad* se corresponde con el de una clase de equivalencia definida por una cierta relación en un conjunto de objetos apropiado” (Godino, 2002, p.625).

2.3.1.2 CONSTRUCCIÓN DE LA MAGNITUD LONGITUD

La construcción de cada magnitud debe realizarse desde la percepción, es decir desde el reconocimiento de las cualidades comunes en una serie de objetos (concretos o abstractos). Esto implica que se agrupen distintas clases de objetos formando clases de equivalencia, para obtener el conjunto de cantidades. Luego se identificará la suma de magnitudes y sus propiedades en el contexto de aplicación.

Para el caso de la magnitud de Longitud, Godino (2004) introduce: Sea $O = \{\overline{AB}, \overline{CD}\}$; el conjunto O está formado por todos los objetos de los que podemos percibir una cualidad llamada longitud (largo, ancho, profundidad, distancia, etc.), estos pueden ser: bandas, cintas de papel, cuerdas, segmentos fijos. Esta cualidad nos permite establecer qué elementos pertenecen o no al conjunto.

En el conjunto de objetos O , unas bandas (o segmentos) son superponibles entre sí y sus extremos coinciden. De manera más precisa decimos que: *“Dos segmentos están relacionados si son congruentes, esto es, si es posible superponerlos mediante un movimiento de tal modo que coincidan sus extremos”* (Godino, 2004, p.305).

Lo anterior plantea la necesidad de realizar comparaciones y, a través del establecimiento de la igualdad o desigualdad, definir una relación de equivalencia en el conjunto O (se cumplen las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva). De ello obtenemos clases de objetos que son iguales entre sí respecto de la cualidad *longitud*.

2.3.1.3 CANTIDAD DE LONGITUD

Se denota I a la relación de equivalencia en O , se obtiene otro conjunto formado por las distintas clases formadas.

- Conjunto cociente: $\frac{O}{I} = L$ cada elemento de este conjunto es una cantidad de longitud, la misma.
- Las distintas clases son denominadas $[a], [b], [c] \dots$ todos los elementos de cada clase tienen algo en común, la misma cantidad de longitud.

2.3.1.4 MEDIDA Y UNIDAD DE MEDIDA

Para comparar las magnitudes se hace necesario comparar distintas cantidades, esto resulta fácil cuando se introduce una misma cantidad u como referente y se determina cuantas veces contiene una cantidad $[a]$ a u . El número de veces es lo que se conoce como medida de la cantidad $[a]$ y la referente u recibe el nombre de *unidad*.

Se hace necesario definir la operación de suma de cantidades y verificar las propiedades para confirmar que se habla de una magnitud.

2.3.1.5 SUMA DE SEGMENTOS



\overline{AB} y \overline{BC} son consecutivos, entonces su intersección es vacía. Esto es: $\overline{AB} \cap \overline{BC} = \emptyset$.

Además, $\overline{AC} = \overline{AB} \cup \overline{BC}$, \overline{AC} es la suma de ambos segmentos, lo que se simboliza como: $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$

2.3.1.6 SUMA DE LONGITUDES

Denotaremos L al conjunto de los segmentos generales, dados dos segmentos generales $[a]$ y $[b]$ caracterizados cada uno por una longitud, es posible encontrar dos representantes consecutivos que se puedan sumar. Entonces,

$$[c] = [a] + [b]$$

Este nuevo segmento $[c]$, se considera una nueva clase de equivalencia que por definición se considerará el segmento general (cantidad de longitud) suma de $[a]$ y $[b]$. Como L es el conjunto de cantidades de longitudes se definió la suma de longitudes.

Se cumplen las propiedades de la suma de longitudes:

- Conmutativa: $[a] + [b] = [b] + [a]$
- Asociativa: $([a] + [b]) + [c] = [a] + ([b] + [c])$
- Elemento neutro: Al considerar como segmento un punto de la recta, tenemos que $\overline{AA} \cup \overline{AB} = \overline{AB}$, el segmento \overline{AA} se comporta como el elemento neutro de la suma de longitudes.

Estas propiedades permiten afirmar que $(L, +)$ es un semigrupo conmutativo con elemento neutro.

2.3.1.7 ORDEN DE LONGITUDES

Al superponer dos segmentos puede suceder que estos coincidan o no, en negativo decimos que uno es mayor o menor que el otro. En dicho caso, se puede encontrar un segmento fijo \overline{DF} que sumado a \overline{CD} permite igualar a \overline{AB} .

Definición: Dados dos segmentos \overline{AB} y \overline{CD} se dice que \overline{CD} es menor o igual que \overline{AB} y se escribe $\overline{CD} \leq \overline{AB}$ si existe \overline{DF} tal que $\overline{CD} + \overline{DF} = \overline{AB}$.

Esta definición se generaliza para el caso de las longitudes así: $[a] \leq [b]$ si existen dos representantes tal que $\overline{AB} \in [a]$ y $\overline{CD} \in [b]$ tales que:

$$[a] + [d] = [b]$$

Esta relación binaria cumple las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva, y por tanto, se trata de una relación de orden. Además se cumple que la ordenación es compatible con la suma puesto que,

$$[a] \leq [b] \text{ y } [c] \leq [d] \text{ implica que } [a] + [c] \leq [b] + [d]$$

De lo que se concluye que la terna $(L, +, \leq)$ es un semigrupo conmutativo, totalmente ordenado.

2.3.1.8 MULTIPLICACIÓN DE CANTIDADES DE LONGITUD POR UN NUMERO NATURAL

Al sumar repetidas veces una misma cantidad de longitud, es decir, $[a] + [a] + [a] \dots + [a]$ n veces, podemos escribir esta suma sucesiva abreviadamente como: $n \cdot [a]$. Dicha expresión define la multiplicación de las cantidades de longitud por un número natural.

La anterior situación en algebra se explica como una Ley de composición externa. Además, se cumplen las siguientes propiedades:

- Distributiva del producto por la suma: $n \cdot ([a] + [b]) = n \cdot [a] + n \cdot [b]$
- Distributiva de la suma por el producto: $(n + s) \cdot [a] = n \cdot [a] + s \cdot [a]$
- Modulativa: $1 \cdot [a] = [a]$
- Asociativa: $(n \cdot s) \cdot [a] = n \cdot (s \cdot [a])$

Como consecuencia de estas propiedades, y de que $(L, +)$ es un semigrupo, la terna $(L, +, \cdot)$ es un semimódulo sobre el semianillo N de los números naturales.

- Propiedad arquimediana Dados $[a], [b], [a] \neq 0, \exists n \in N$ tal que $n \cdot [a] > [b]$.

2.3.1.9 PASOS PARA CONSTRUIR UNA MAGNITUD

En el anterior proceso para la definición de la magnitud longitud se han recorrido unos pasos. Godino (2004) afirma que estas etapas son características en la construcción de cualquier magnitud, y se sintetizan en:

1. Identificar el conjunto de objetos sobre los que se abstrae el concepto de cantidad.
2. Definir la relación de equivalencia por medio de la cualidad común que nos interesa.
3. Estos dos primeros pasos implican “homogeneizar” el conjunto de objetos, agrupándolos en clases de equivalencia, obteniendo como consecuencia el conjunto de las cantidades que será el conjunto cociente correspondiente.
4. Definir la suma de cantidades y estudiar sus propiedades.
5. Relación de ordenación y propiedades.
6. Definir la operación externa, producto por números.
7. Clasificación de la magnitud: absoluta, relativa, escalar, vectorial, discreta, continua. (p.310).

2.3.1.10 MEDIDA DE MAGNITUDES

- *Definición de medida*

Se llama *medida* de la cantidad m de una magnitud escalar, respecto de la unidad u , al número $q \in S(M)$, tal que $m = q \cdot u$.

- *Proposición:*

La aplicación $\mu_u : M \rightarrow S(M)$ que asocia a cada cantidad de una magnitud escalar su medida respecto de u , es un isomorfismo de $(M, +)$ en $[S(M), +]$.

- *Proposición (Cambio de unidad de medida):*

Si u y u' son dos unidades de medida de una magnitud escalar, tales que $\mu u.(u) = k$ entonces, $\mu u.(m) = k \mu u(m)$

El isomorfismo entre magnitud escalar y números permite asignar a cada cantidad un número y recíprocamente, con lo que su manejo puede reducirse al de los números. Además, de este modo podemos extender el campo de operaciones posibles con cantidades (multiplicación y cociente de cantidades), incluso de cantidades distintas. (Godino, 2004, p.312).

2.3.2 DESCRIPCIÓN EMPÍRICA DE LAS MAGNITUDES Y SU MEDIDA

La palabra magnitud deviene del latín *magnitudo, magnitudinis* que significa grandeza. Este primer acercamiento a la definición de magnitud nos lleva hacia la cualidad de un objeto de ser grande o no. En astronomía, la palabra magnitud es usada para referenciar la intensidad o tamaño de brillo de un astro y en otros contextos, de uso cotidiano, hace referencia a algo grande e importante.

El anterior significado no está tan alejado del usado en la educación matemática, pues también se relaciona con la idea del “tamaño” de los objetos. Específicamente en la educación matemática, se llama “magnitud física a la característica observable, describible, comparable, clasificable y cuantificable de las sensaciones producidas por un cuerpo o un acontecimiento del entorno” (Godino, 2004).

Godino (2004) define magnitud como: “los atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad, etc.), o también de manera discreta (p. e. “el número de personas”); las cantidades son los valores de dichas variables” (p.297).

Además, en el documento *Matemáticas para maestros* (2004), Godino resalta la importancia que tiene el que los maestros conozcan algunos conceptos asociados a las medidas de magnitud pues son de gran relevancia para la enseñanza y el aprendizaje significativo de las mismas. A continuación los abordaremos.

2.3.2.1 CANTIDAD DE MAGNITUD.

La cantidad de magnitud hace referencia al valor que toma la magnitud en un objeto particular. Al respecto, Godino (2004) afirma que es importante diferenciar entre un objeto poseedor de un valor concreto y la clase de objetos que tienen el mismo valor.

2.3.2.2 MEDIDA

Medir es relacionar una magnitud con otra u otras magnitudes de la misma especie con un valor concreto tomado arbitrariamente como modelo de comparación. El objeto tomado como modelo para medir, es lo que llamamos **unidad o patrón de medida**. El resultado de la medida debe ir acompañado de la unidad correspondiente.

2.3.2.3 ESCALAS DE MEDIDA

- *Escala nominal*: Los datos son etiquetas o categorías que se usan para definir un atributo de un objeto, estos valores permiten clasificar los objetos, más no permiten ordenarlos ni realizar agregaciones o separaciones de los mismos. Por ejemplo, el sexo de una persona es un dato nominal así como su número de seguro social, este último es un dato nominal numérico.
- *Escala ordinal*: En este caso, los datos pueden usarse para jerarquizar u ordenar las observaciones, pero estos no se pueden agregar. Por ejemplo, el lugar que ocupa cada persona en una fila (1°, 2°, 3°, ...) o el tamaño de un objeto (pequeño, mediano, grande).

2.3.2.4 TIPOS DE MAGNITUDES

- *Magnitudes intensivas*: En estas magnitudes su cantidad física no depende de la cantidad de materia del sistema u objeto. Se pueden agregar pero no son aditivas. Como por ejemplo, la temperatura y la densidad.
- *Magnitudes extensivas*: "La cantidad de magnitud de un objeto compuesto de partes se obtiene agregando las cantidades de cada parte (esta

operación de agregación se considera también como suma de cantidades)”. (Godino, 2004, p.298). Las magnitudes extensivas pueden ser continuas o discretas, algunos ejemplos de ellas son, la longitud, la masa, el volumen, entre otras.

Desde el punto de vista algebraico una magnitud es un conjunto de cantidades que reúnen determinadas propiedades: el ser sumables y por ende multiplicables por un número real. A estas magnitudes se les llama magnitudes extensivas.

Las magnitudes físicas se dividen en tres: las básicas o fundamentales, las derivadas y las suplementarias.

- *Magnitudes fundamentales*: Son aquellas que se definen por si mismas en el proceso de medición

- *Magnitudes derivadas*: Son aquellas que se definen a partir de las fundamentales, o que no son medibles directamente.

- *Magnitudes suplementarias*: Son aquellas que no han sido clasificadas ni como fundamentales, ni como derivadas, por ejemplo, el ángulo plano y el ángulo sólido son magnitudes suplementarias.

2.3.2.5 SITUACIONES DE MEDIDA:

Una de los puntos de partida para la enseñanza de la medida, es que tanto maestros como estudiantes puedan identificar las diversas situaciones a las que el hombre se ha enfrentado en la actividad de medir las características perceptibles de los objetos.

Si los estudiantes se enfrentan a dichas situaciones en el aula, podrán reconocer el porqué de la medida, dominar las técnicas o procedimientos de medición y darle sentido a la actividad de medir.

- *Situaciones de comunicación:*

Este tipo de situaciones es muy común en la actividad de medir. Muchas veces debemos comunicar a otros, de quienes nos encontramos separados en espacio o tiempo, cuál es el tamaño (dimensiones) de los objetos, cuántas cosas tenemos, etc. Al ser imposible trasladar la colección o el objeto en el espacio o en el tiempo, debido a su tamaño o naturaleza, se hace necesario tomar un objeto de referencia que si se puede trasladar o reproducir. Este objeto es la unidad o patrón de medida. Por ejemplo: Podemos tomar una cuerda para medir el ancho de un mueble y determinar si este cabe por una puerta.

- *Comparación y cambio*

Este tipo de situaciones exige buscar relaciones entre dos o más cantidades de magnitudes; esta actividad es un trabajo científico experimental. Por ejemplo: ¿Cómo varía la distancia recorrida por un móvil al ser acelerado uniformemente? En la vida diaria hay eventos en los que el ser humano debe relacionar diferentes cantidades. Por ejemplo: Si 10 libras de papa cuestan \$2000 pesos ¿Cuánto se puede cobrar por esta bolsa de papas?

2.3.2.6 PRECISIÓN Y ERRORES DE MEDIDA

Cuando se miden magnitudes continuas pueden cometerse errores debido a:

- Fallas del procedimiento por la persona que mide.
- Defectos del instrumento que se usa para la medición. Estos defectos pueden ser de fabricación, variaciones de la presión, la temperatura o la humedad, entre otros.

Lo anterior permite reconocer que en el proceso de medición es necesario estimar el error. Dado que el valor que obtenemos es aproximado y que los errores no pueden eliminarse por completo, sólo pueden minimizarse cotejando las medidas con las de un objeto patrón, por ejemplo.

La mínima variación de la magnitud que se puede determinar sin error es la *precisión* de un instrumento de medida. Un instrumento será tanto *más preciso* cuanto mayor sea el número de cifras significativas que puedan obtenerse con él.

En el texto *Matemáticas para maestros* se dice que:

- Para *estimar* la medida de una cantidad, acercándose lo más posible al valor exacto, hay que repetir la medida varias veces, calcular el valor medio y los errores absolutos y las medidas de dispersión correspondientes.
- El *error absoluto* de una medida cualquiera es la diferencia entre el valor medio obtenido y el hallado en la medida.
- El *error de dispersión* es el error absoluto medio de todas las medidas. El resultado de la medida se expresa como el valor medio “más, menos” el error de dispersión. (Godino, 2004, p.299).

2.3.2.7 EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

El Sistema Internacional (SI) es un sistema universal, unificado y coherente de unidades de medida, basado en el sistema mks (metro-kilogramo-segundo). El mismo definió siete magnitudes fundamentales con su respectiva unidad básica de medida y el símbolo correspondiente que se muestran a continuación.

Tabla 6

Magnitudes fundamentales (Oficina internacional de pesas y medidas 2006, p.26).

<u>Magnitudes básicas</u>		<u>Unidades SI básicas</u>	
Nombre	Notación Abreviada	Nombre	Notación Abreviada
Longitud	$l, \chi, \gamma, \text{ etc.}$	Metro	M
Masa	M	Kilogramo	Kg
Tiempo, duración	T	Segundo	S
Corriente eléctrica	I, i	Amperio	A
Temperatura termodinámica	T	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	η	Mol	mol
Intensidad luminosa	I_v	Candela	cd

2.4 EL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA EN LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES

Desde los lineamientos curriculares de matemáticas, se evidencia la necesidad de la construcción de los conceptos de magnitud y medida a través del reconocimiento del proceso histórico que han vivido los mismos para ser institucionalizados como saberes.

Se requiere que los estudiantes construyan la magnitud objeto de la medición y comprenda el desarrollo de procesos de medición, para finalmente utilizar instrumentos de medición, y no al contrario. El conocer el desarrollo histórico de la medida conlleva a que creen la necesidad de medir, identifiquen cómo surgió la medida como una noción de igualdad socialmente aceptada.

La construcción del concepto de magnitud y su medida potencia el desarrollo del pensamiento métrico en los estudiantes. En los lineamientos curriculares de matemáticas se hace énfasis en los siguientes aspectos, necesarios para la construcción de dicho concepto:

- *La construcción de los conceptos de cada magnitud:*

Se requiere de un tiempo para que podamos crear y abstraer en el objeto de magnitud concreta, la cantidad susceptible de medición. Inicialmente se percibe la magnitud concreta por ejemplo: el ancho, el alto y el largo, luego se realiza un trabajo en nuestro cerebro en el que las funden en una sola para construir la magnitud abstracta longitud. Estos procesos de abstracción son fundamentales en la escuela y se logran a través de actividades de *cuantificación y comparación*.

- *La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes:*

Es imprescindible para construcción de conceptos como longitud, área, etc., la captación de invariantes a pesar de alteraciones de tiempo y espacio. Para las actividades que se proponen en la escuela es importante tomar precauciones cuando se recurre a tareas motoras que puedan distraer u obstaculizar la capacidad para atrapar el concepto y su estructura subyacente.

- *La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”:*

La estimación es el proceso en el cual se asigna una cantidad de magnitud sin que se use un instrumento de medida. En algunos casos, tanto el objeto como el instrumento pueden estar presentes y en otros casos, uno de los dos o los dos ausentes.

La estimación se relaciona con la capacidad que tenga una persona para expresar una cantidad de magnitud sin ver el objeto y/o sin comparar directamente las unidades con el objeto a “medir”. Así se permite visualizar el carácter aproximativo de la medida y su naturaleza continua. (Gobernación de Antioquia, 2004, p.20).

- *La apreciación del rango de las magnitudes:*

Es necesario que los estudiantes se enfrenten a tareas en las que tengan que analizar situaciones para determinar las magnitudes y el tipo de unidades convenientes para realizar la medición. Para seleccionar una unidad de medida se requiere una estimación, desde la percepción, del rango en que está la magnitud concreta y esto depende de qué tan familiarizado se esté con las unidades de medida y las magnitudes.

- *El papel del trasfondo social de la medición:*

Se requiere de un trasfondo significativo e importante de referencia que esté presente en el proceso de construcción del concepto de medición. Ello se constituye en un aspecto importante para procesos como la estimación y la apreciación del rango de magnitudes y los de asignación numérica.

2.5 DIDÁCTICA DEL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA

Lo anterior lleva a que se planteen unas posibles etapas de una progresión en la enseñanza de las magnitudes. De acuerdo con Chamorro y Belmonte (2005) se definen así:

- *Estimación sensorial. Apreciación de la magnitud:* Las situaciones que se propongan en el aula deben ser variadas en cantidad y forma. Esto quiere decir, que se requiere que el estudiante se exponga a situaciones en la que a través de los sentidos, obtenga la información pertinente del atributo medible del objeto y descarte otras informaciones.

- *Comparación directa (sin intermediarios):* Las situaciones que se propongan a los estudiantes deben permitirle construir las relaciones de equivalencia y orden respecto de las magnitudes lineales. Para el caso de la magnitud de longitud, por ejemplo, la comparación directa le da al niño la oportunidad de construir las condiciones de conservación de las cantidades de dicha magnitud.

- *Comparación indirecta (uso de un intermediario):* Es necesario enfrentar al estudiante a este tipo de situaciones, que pueden darse cuando existe la imposibilidad de hacer comparaciones directas entre los objetos de medición, bien sea por que no pueden ser trasladados o no están presentes. En este caso la comparación indirecta pueden realizarse:
 - Usando de intermediario un objeto más grande que la magnitud a medir.
 - Usado una cantidad de objetos iguales para reproducir con éstos una cantidad de magnitud equivalente a la que se quiere medir.

Este último proceso puede aprovecharse en términos didácticos, pues aparece un patrón que puede convertirse en la unidad de medida. Inicialmente, se reconocen las medidas antropométricas y después con la necesidad de que la unidad sea homogénea se realiza la *elección de una unidad* socialmente convenida.

Las comparaciones indirectas crean la necesidad de utilización de la propiedad transitiva, que es indispensable en las situaciones de medición.

- *Sistemas de medida irregulares.*
- *Sistemas de medida regulares.*
- *El sistema legal: Sistema Métrico Decimal (S.M.D).*

2.5.1 DIDÁCTICA DE LA MAGNITUD DE LONGITUD

Para la construcción del concepto de magnitud de longitud además de las etapas descritas anteriormente, es necesario que los estudiantes precisen la relación entre los conceptos de longitud y distancia.

La noción de longitud se apoya en un soporte físico y el de distancia se refiere al espacio vacío entre dos objetos. Para que el estudiante desarrolle el concepto de distancia es necesario que se aproxime al concepto de línea recta; la construcción del concepto de distancia requiere de:

- Conservación de la distancia entre dos objetos, aunque se interpongan otros objetos entre ellos.
- Simetría de la distancia: $d(A, B) = d(B, A)$.
- Desigualdad de la distancia $d(A, C) < d(A, B)$ si C está colocado entre A y B . (Chamorro, 2005, p.329).

2.5.1.1 EL AISLAMIENTO DE LA LONGITUD

Para aislar la longitud los estudiantes pueden enfrentar tres dificultades:

- *Los cambios de posición:* A los estudiantes se les dificulta conservar la igualdad de longitudes cuando una de ellas ha sido trasladada, como se puede observar en la siguiente imagen:



Imagen 8. Comparación de longitudes con y sin desplazamiento (Chamorro, 2005, p.329).

- *Los cambios de forma:* El estudiante suele basarse en aspectos que no son determinantes de la longitud (número de curvas, número de segmentos, etc.) para realizar comparaciones y emitir juicios. Por ejemplo:

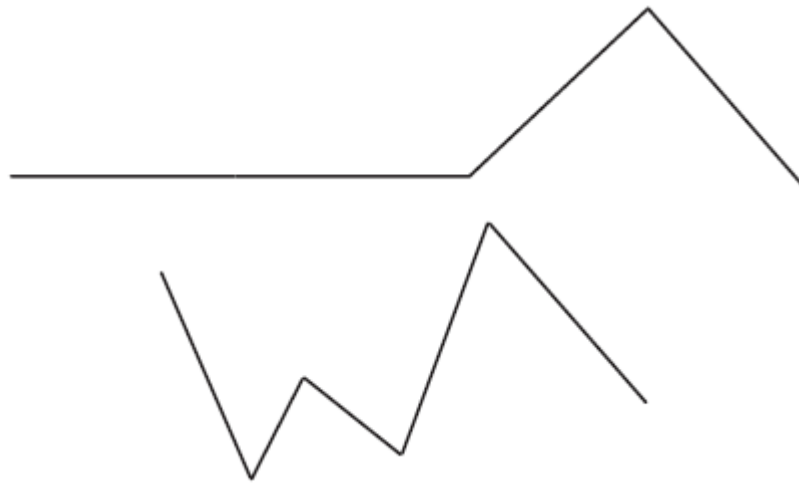


Imagen 9. Comparación de longitudes con cambio de forma (Chamorro, 2005, p.329).

- *Descomposición y recomposición:* Al estudiante se le dificulta establecer la conservación de la longitud cuando ésta ha sido descompuesta en partes y luego recompuesta. Como se ilustra:

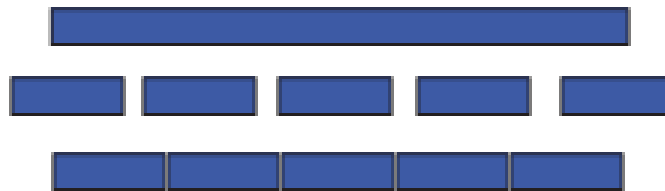


Imagen 10. Comparación de longitudes con descomposición y recomposición.

CAPÍTULO 3

MARCO METODOLÓGICO

Este capítulo describe las actividades que hacen posible alcanzar los objetivos de investigación; esbozando el preámbulo de cómo fue tomando cuerpo y forma la misma, la selección de la literatura, el diseño y aplicación del pretest y el postest; el diseño, construcción y aplicación de las situaciones didácticas para la movilización del concepto de magnitud de longitud y su medida; el análisis de la información y los tiempos de aplicación de la investigación.

Esta investigación inscrita en el campo de la didáctica de las matemáticas, está basada en tres ejes fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje que relacionan al sujeto que aprende, el sujeto que enseña y el saber u objeto de aprendizaje, desde esta óptica los tres ejes encaminados a alcanzar los objetivos de investigación son el aprendizaje significativo, las teorías de las situaciones didácticas y el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas orientado al objeto de aprendizaje: la magnitud de longitud y su medida.

3.1 Tipo de estudio

El enfoque metodológico de esta investigación es de orden cualitativo, dado que se busca caracterizar y comprender cómo los estudiantes de grado sexto aprenden el objeto matemático de la magnitud de longitud y su medida por medio de las situaciones didácticas y así poder ser comparadas e interpretadas. Hernández, Fernández & Batista (2010) definen que en la investigación cualitativa “se utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p. 7).

Los mismos autores expresan que:

El enfoque cualitativo se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. (Hernández, et al., 2010, p. 345).

También tendrá un enfoque descriptivo, pues se espera describir el análisis de las relaciones que se observen entre triada profesor-saber-estudiante en la aplicación de las situaciones didácticas puesta en escena de esta investigación de paradigma interpretativo. Hernández, et al., (2010), definen la investigación descriptiva como la que “busca especificar las propiedades, características y rasgos importantes” (p. 85), en este caso sobre los aprendizajes por medio de las situaciones didácticas en la enseñanza de la magnitud de longitud y su medida.

Ahora bien, la investigación es de carácter interpretativo, porque existen múltiples realidades construidas por los actores en su relación con el aprendizaje. No todos aprenden de la misma manera, algunos desarrollan habilidades más complejas dependiendo del grado que desarrollan sus sentidos y los asocian o desarrollan con la parte cognitiva (visuales, sonoros, táctiles o una conjugación de estos sentidos), por tal razón no existe una sola verdad, sino que surge como una configuración de los diversos significados que las personas le dan a dichas situaciones de aprendizajes.

3.2 MUESTRA POBLACIONAL

Esta investigación de acción en el aula se desarrolla en la Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho, que se encuentra ubicada en el barrio Guayaquil de la comuna 9, en la carrera 16 # 12-00 de la ciudad de Cali.

De acuerdo con los informes del Departamento Administrativos de Planeación Municipal los barrios donde influye geográficamente la institución y forman parte de la comuna 9 son: Guayaquil, alameda, san Bosco, Bretaña, Aranjuez, Manuel María Buenaventura, Santa Mónica Belalcazar, Belalcazar, Sucre y Barrio Obrero. De donde son la mayoría de estudiantes de la institución.

En la imagen 11 se observa la ubicación de la comuna en la cual está ubicada la institución educativa y en la imagen 12 la ubicación de la institución en la comuna.

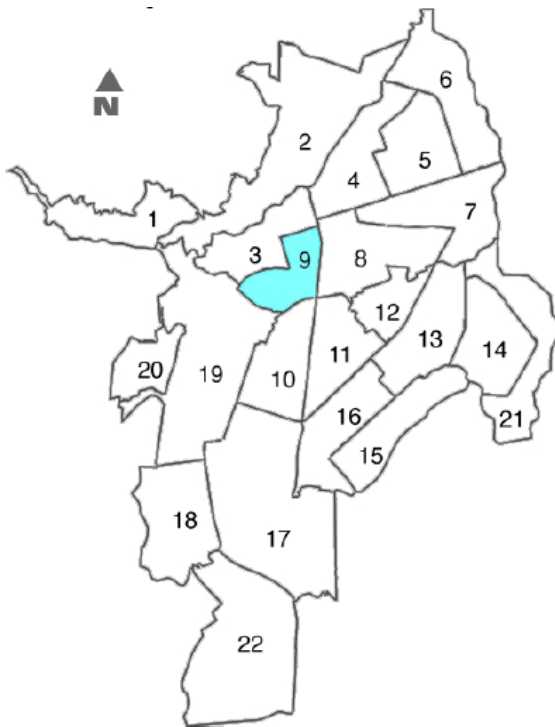


Imagen 11. Ubicación de la comuna 9 de la ciudad de Cali.
Fuente: Departamento Administrativo de Planeación Municipal.

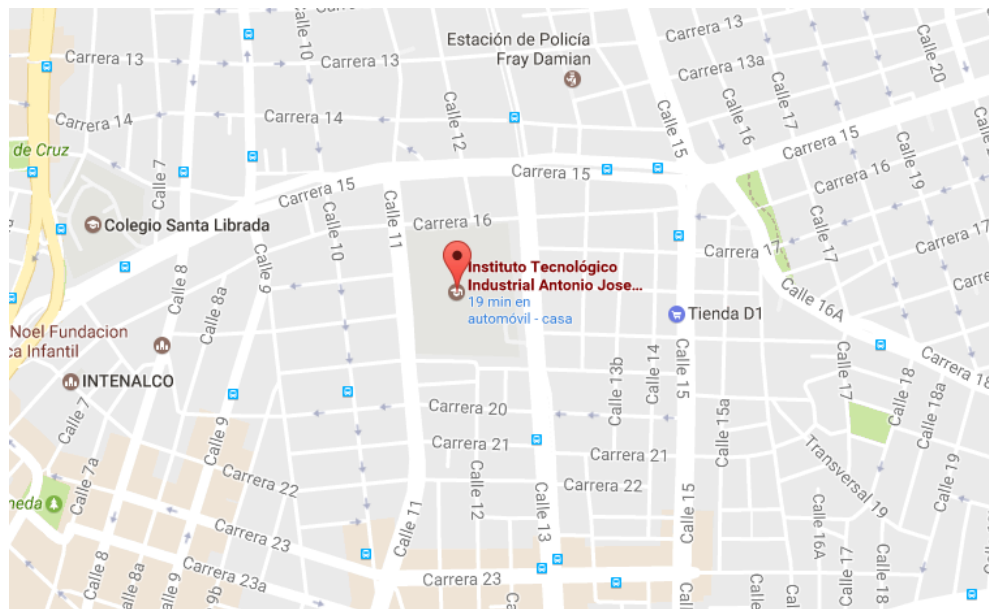


Imagen 12. Ubicación de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho en la comuna 9 de Cali.
Fuente: Google Maps.

Esta Institución educativa es de carácter oficial, ofrece educación en los niveles: preescolar, básica primaria, básica secundaria y media vocacional y técnica. Cuenta con cuatro sedes: el Jardín Infantil Divino Salvador, Marco Fidel Suárez (transición y primaria), República del Perú (primaria), Olga Lucia Lloreda (primaria) y la sede Central: Institución Educativa Técnico Industrial Antonio José Camacho. Atendiendo una población aproximada de 3000 estudiante de todos los estratos sociales, en donde su mayoría son de estratos 1, 2 y 3, los cuales están distribuidos en un 60% en la comuna 9 y el 40% en el resto de la ciudad de Cali.

La institución educativa ofrece educación formal como lo establece la ley general de educación de 1994 ofreciendo todas las áreas académicas obligatorias y además las especialidades técnicas e industriales de:

- ❖ Electricidad industrial, aire acondicionado, sistemas y electrónica.
- ❖ Mecánica automotriz, mecánica industrial, metalistería, soldadura, metalurgia y fundición.
- ❖ Dibujo industrial, ebanistería y modelos y construcciones civiles.

La institución tiene un horario académico en doble jornada, la jornada de la mañana inicia a las 6:30 a.m. y termina a las 12:30 p.m. y la jornada de la tarde inicia a las 12:45 p.m. y termina a las 6:45 p.m. y cada jornada distribuida en seis horas de clase de 55 minutos cada una con descanso de 30 minutos, las intensidad horaria académica es de 24 horas de clases académicas básicas y seis (6) horas de clases técnicas semanalmente. Y para nuestra investigación la asignación académica para el área de matemáticas es de 4 horas de clase semanales.

Los estudiantes que harán parte de esta investigación son de grado sexto de la jornada de la mañana, los cuales están orientados por el profesor de matemáticas Lic. Carlos Yair Salazar Henao de dicha Institución lo cual se acordó con el director y asesor de dicha investigación el Mg. Juan Carlos López García. Por ser el grado más equilibrado en el número de niñas y niños de la institución.

Los estudiantes que participaran de dicho estudio, el 60% de ellos provienen de las escuelas anexas a la institución y el 40% de escuelas del distrito de Aguablanca y de la Comuna de Ladera de la ciudad. Además el 65% de los estudiantes son hombres y el 35% mujeres como podemos ver su distribución en la siguiente tabla, cuyas edades oscilan entre los once y doce años de edad.

Tabla 7
Distribución de estudiantes de grado sexto uno (6-1)

Grado	Nº Niños	Nº Niñas	Total de Estudiantes
6-1	24	13	37
Totales	24	13	37

Fuente: matrícula estudiantil 2016 de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho.



Imagen 13. Grupo de intervención de la investigación grado 6-1 de la Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho.

En esta investigación no se aplica ningún método de muestreo para la selección de la muestra, pues es una investigación de tipo cualitativa en donde la muestra o grupos de estudios objeto de investigación ya están formados de forma natural. En este caso ya están establecidos de acuerdo con las necesidades institucionales; por lo tanto, no es posible realizar la selección aleatoria de los sujetos participantes.

3.3 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.

De acuerdo con los logros propuestos en los lineamientos curriculares de matemáticas orientados al desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas, en cuanto a la enseñanza y aprendizaje del concepto de magnitud, esta investigación trabajará con base en cinco variables que se analizarán mediante

diferentes instrumentos: la primera enfocada en la construcción de la magnitud, la segunda a la conservación de la medida, la tercera a la estimación, la cuarta a los patrones de medidas y finalmente con el papel social que cumple el objeto de aprendizaje, como lo podemos ver en la siguiente tabla:

Tabla 8
Variables e indicadores.

VARIABLES	INDICADORES
Construcción de la magnitud	Identifica atributos de objetos y eventos de su entorno que son susceptibles de ser medidos y establece relaciones entre ellas.
	Reconoce procesos de medición y estimación de magnitudes y las utiliza en situaciones de la vida diaria.
Conservación de la medida	Ordena y clasifica diferentes magnitudes teniendo en cuenta su unidad de medida.
	Deduce y argumenta relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.
Estimaciones	Compara características y propiedades de las medidas y desarrolla argumentos acerca de sus relaciones.
	Estima y valora resultados teniendo en cuenta las aproximaciones de una medida.
Patrones de medidas	Expresa medidas de longitud teniendo en cuenta los múltiplos y submúltiplos del sistema métrico estándar de su entorno.
	Hace aproximaciones y estimaciones de medidas a escala de una magnitud por medio de gráficas en el plano.
Papel social	Calcula longitudes a través de composición y descomposición de figuras planas de lados rectos.
	Justifica sus respuestas mediante el empleo de argumentos válidos en la solución de problemas que relaciona las unidades de medidas de longitud con otras unidades.

3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

3.4.1 REVISIÓN DOCUMENTAL

Esta parte de la investigación se basó en la búsqueda y decantación de información sobre: las teorías de aprendizaje, didácticas de las matemáticas, la teoría de las situaciones didácticas, el desarrollo del pensamiento métrico, los sistemas de medidas, la construcción del concepto de magnitud y su medida.

Además, se analizaron la Teoría de Situaciones Didácticas desarrollada por el Dr. Guy Brousseau, teorías del aprendizaje y el marco conceptual del objeto matemático en cuestión (magnitud de longitud y su sistema de medida) para poder diseñar, elaborar y aplicarlas en el desarrollo de esta investigación y poder alcanzar los objetivos propuestos.

3.4.2 DISEÑO Y ANÁLISIS A PRIORI DEL PRETEST Y POSTEST

El objetivo de esta actividad es hacer un diagnóstico sobre los conocimientos que poseen los estudiantes de grado sexto, respecto de la magnitud de longitud y su medida. Partimos del supuesto que ellos han desarrollado dichos conceptos en la educación básica primaria, pues están presentes en el currículo institucional conforme a los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en matemáticas para tal ciclo de educación básica.

Después del análisis preliminar, que incluye la revisión de la naturaleza del objeto matemático, el análisis de los procesos de cognición y la teoría de las situaciones enmarcadas en la didáctica de las matemáticas, se realizan el diseño, aplicación y análisis de los resultados del pretest para luego diseñar la secuencia de situaciones didácticas que busca movilizar el concepto de magnitud de longitud y su medida.

El pretest se utiliza además, en la evaluación final (**Postest**), para comparar y determinar en qué medida los logros propuestos en los lineamientos contribuyen al desarrollo de las capacidades matemáticas referidas en esta investigación.

El pretest se diseñó con preguntas de selección múltiple con única respuesta; además, los estudiantes deben justificar cada una de sus respuestas, pues para el análisis cualitativo es importante conocer los procesos que realiza el estudiante, dado que esta investigación hace un análisis cualitativo de las características de movilización de dicho objeto de aprendizaje. Algunas de estas preguntas fueron adaptadas de las pruebas Saber, aplicadas en años anteriores.

A continuación describimos las preguntas que componen el pretest y el propósito de cada una de ellas:

TEST DE UNIDADES DE LONGITUD

Apreciado estudiante; por favor seleccione la respuesta correcta en cada una de las siguientes preguntas y argumente su respuesta en el espacio indicado al final de cada pregunta:

Preguntas 1 y 2:

1. *¿Cuál de los siguientes elementos NO se puede medir con una cinta métrica de un metro?*

- A. *El largo del salón de clase*
- B. *El ancho de mi casa*
- C. *El alto de mi cuarto*
- D. *El tamaño de una pulga*

Justifique su respuesta: _____

2. *La unidad de medida más apropiada que deberías usar para medir la distancia de Cali a Bogotá es:*

- A. *Centímetro*
- B. *Metro*
- C. *Kilómetro*
- D. *Milímetro*

Justifique su respuesta: _____

Estas preguntas requieren que los estudiantes identifiquen atributos o eventos de su entorno que son susceptibles de ser medidos y que determinen cuál es el instrumento y la unidad más apropiados para realizar tal medición.

Según el currículo propuesto por la institución en la educación básica primaria, los estudiantes han trabajado el sistema métrico decimal. Se espera entonces que reconozcan su utilización en la solución de estas situaciones, que se encuentran asociadas a la construcción de la magnitud de longitud y su medida.

Preguntas 3 y 5:

3. *Un piloto de carreras de motocicletas ha recorrido un total de 183 kilómetros, 5 hectómetros, 1 decámetros y 2 metros. El recorrido del piloto en la motocicleta mide:*

- A. 183512 metros
- B. 200 kilómetros
- C. 200 000 metros
- D. 183,17 kilómetros

Justifique su respuesta: _____

5. *Dadas las siguientes medidas de longitud:*

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| <i>I. 2025 metros,</i> | <i>II. 2,02 kilómetros,</i> |
| <i>III. 20 hectómetros,</i> | <i>IV. 202,3 decámetros</i> |

El orden de mayor a menor es:

- A. I, III, II, IV
- B. I, IV, II, III
- C. III, I, II, IV
- D. II, III, I, IV

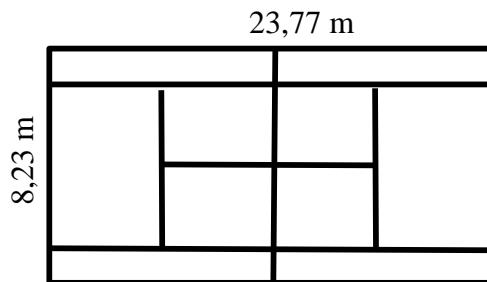
Justifique su respuesta: _____

Las preguntas 3 y 5 buscan diagnosticar cómo están las habilidades de los estudiantes en cuanto a las medidas de longitud en términos de múltiplos y submúltiplos del sistema métrico decimal, tema, que como ya se ha dicho, es reiteradamente abordado en la primaria, al menos desde la aritmetización de la medida.

Además, en la solución de las preguntas el estudiante debe utilizar el metro como patrón de medida, expresar otras unidades de medida en términos de ese patrón y ordenarlas.

Preguntas 4 y 10:

4. Las medidas reglamentarias de una cancha de tenis son: largo 23,77 metros; ancho 8,23 metros.



El perímetro de la cancha es:

- A. 64 metros
- B. 32 metros
- C. 195,63 metros
- D. 47,77 metros

Justifique su respuesta: _____

10. Un circuito de carreras de Fórmula 1 tiene un recorrido de 450 kilómetros. El consumo de combustible por cada 10 kilómetros es de un galón, y el galón tiene un costo de 7 500 pesos.

De acuerdo con el texto anterior, un ingeniero afirma que es necesario un presupuesto de 337 500 pesos para el combustible. Esta afirmación es:

- (A.) Correcta, porque 337 500 pesos es el precio mínimo del costo del combustible para dicha carrera.
- (B.) Incorrecta, porque con ese presupuesto solo se pueden comprar 40 galones de combustibles y son necesarios 45 galones.
- (C.) Correcta, porque con ese presupuesto se pueden comprar los 45 galones de combustible necesarios para la carrera.
- (D.) Incorrecta, se necesita más presupuesto, porque es necesario tener en cuenta los imprevistos que pueden suceder en la carrera, por ejemplo: calentamiento del motor, vueltas adicionales por accidentes en la pista entre otros.

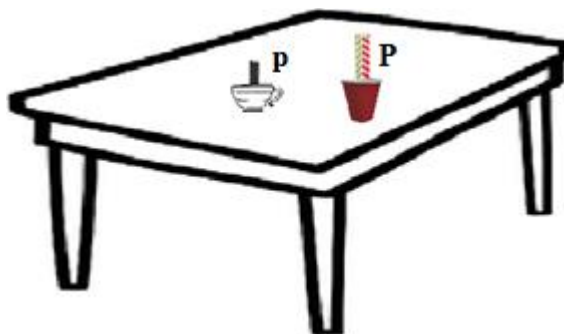
Justifique su respuesta: _____

El objetivo de estas preguntas es que los estudiantes usen el concepto de magnitud de longitud y su medida y la comprensión de los mismos, en la solución de problemas, reconociendo el papel social de dichos conceptos.

Para la solución de la pregunta 4 se espera además, que los estudiantes calculen longitudes a través de composición y descomposición de figuras planas de lados rectos. Y para la pregunta 10, los estudiantes deben relacionar la magnitud de longitud con otras unidades de medida como la de volumen y capacidad.

Preguntas 6 y 7:

6. Para medir el largo de la mesa del profesor, Nicolás toma un pitillo para café y le da 12 pitillos (*p*: pitillo para café), y Carlos toma un pitillo para gaseosa y le da 4 pitillos (*P*: pitillo para gaseosa).

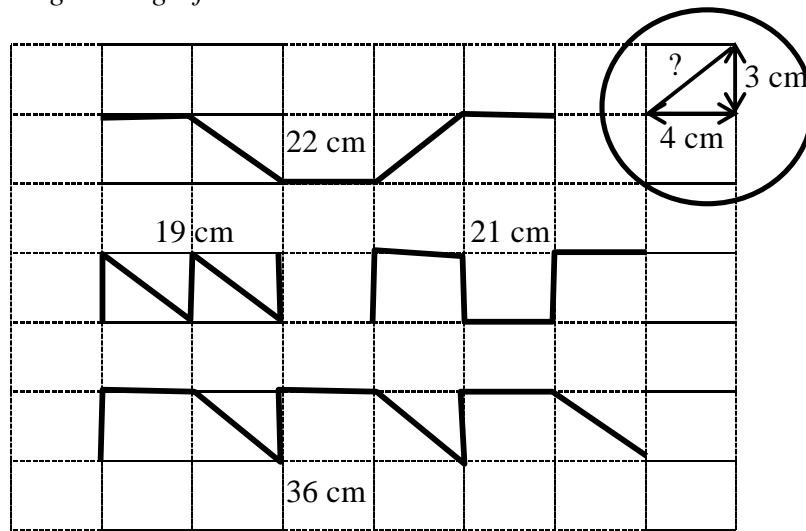


De acuerdo al anterior experimento podemos determinar que:

- (A) $p > P$
- (B) $p = P$
- (C) $3p = P$
- (D) $3p > P$

Justifique su respuesta: _____

7. Observa la siguiente gráfica:



El ancho y el largo de cada rectángulo están a razón de 3 a 4. Entonces, la medida aproximada de la diagonal de un rectángulo de la cuadrícula es:

- (A) 4,3 centímetros
- (B) 4,6 centímetros
- (C) 5,0 centímetros
- (D) 5,3 centímetros

Justifique su respuesta: _____

La solución de estas preguntas requiere que los estudiantes hayan comprendido el proceso de medición de una magnitud, en este caso de la magnitud de longitud, y la necesidad de seleccionar y usar un patrón de medida que puede ser arbitrario o

estandarizado; además evalúa el concepto de unidad de medida por estar ligado al de patrón.

También se evalúa la capacidad del estudiante para la estimación de magnitudes, la manipulación de instrumentos de medición de longitud y la comparación indirecta para establecer criterios de equivalencia y orden respecto de las mismas, además de diagnosticar si conocen y aplican la propiedad transitiva, concepto básico para la medición.

Pregunta 8:

8. *Nicolás avanza 60 centímetros en un paso y Carlos 65 centímetros. Si salen del mismo punto, en el mismo sentido y dan el mismo número de pasos, entonces:*

- A. Nicolás estará más lejos del punto de partida que Carlos*
- B. Carlos estará más lejos del punto de partida que Nicolás*
- C. Carlos estará 20 metros más lejos que Nicolás*
- D. Ambos están a igual distancia, puesto que recorrieron ambos 400 pasos*

Justifique su respuesta: _____

Esta pregunta busca constatar si los estudiantes han conceptualizado el proceso de conservación de magnitudes deduciendo y argumentado relaciones entre los atributos mensurables de un evento.

Se espera revisar aquí cómo están los conocimientos de los estudiantes respecto a la estimación y/o predicción cuando se realiza una medición y su conceptualización de las relaciones de comparación y orden.

Pregunta 9:

9. *Nueve estudiantes han medido la longitud de un lápiz en clase de matemáticas, usando la misma escala de medida. Las medidas registradas por cada estudiante en centímetros fueron las siguientes:*



15,4 15,3 15,0 15,4 15,1 15,3 15,2 15,1 15,0

De acuerdo con estos datos la medida aproximada del lápiz es:

- (A.)** 15,0 centímetros
- (B.)** 15,2 centímetros
- (C.)** 15,3 centímetros
- (D.)** 15,5 centímetros

Justifique su respuesta: _____

Esta pregunta evalúa tanto la conceptualización de la medida de longitud, como la aproximación que han tenido los estudiantes sobre el patrón y unidad de medida. Dicha aproximación permite que los estudiantes logren hacer estimaciones de la medición de un objeto y establecer rangos de las magnitudes.

Para lo anterior, se requiere que el estudiante haya establecido que en el proceso de medición es necesario estimar el error, dado que el valor que obtenemos es aproximado y los errores no pueden eliminarse por completo, sólo pueden minimizarse cotejando las medidas con las de un objeto patrón, realizando varias mediciones del mismo objeto y promediándolas para obtener un mínimo error en la medición, por ejemplo.

3.4.3 DISEÑO Y ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

De acuerdo con los resultados y al análisis de la información recolectada utilizando el pretest desarrollado por los estudiantes, que se presentarán en el próximo capítulo, se direccionó el trabajo del diseño, desarrollo y aplicación de la secuencia de situaciones didácticas de la magnitud de longitud y su sistema de medida.

Este diseño didáctico se apoyará en la teoría de las situaciones didácticas descrita anteriormente. Para la movilización del conocimiento, se partirá de la naturaleza

del concepto de magnitud de longitud y de la cognición que ha sido objeto de reflexión en el marco teórico del presente a través del análisis de las teorías del aprendizaje. Todo ello permitirá una reflexión en el aula que conduzca a la realización de nuevos actos pedagógicos.

La implementación de la situación didáctica implicará la concepción, realización, observación y análisis de las situaciones de aprendizaje. Por ello, basados en la teoría de situaciones didácticas se diseñará una situación que hará posible que los estudiantes se relacionen con el saber a través de las actuaciones que realicen en un medio, este último será condicionado o adaptado por el maestro, para que los sujetos en interacción con el mismo, aprendan.

De las interacciones entre el estudiante con el saber (en vía de constituirse), en el medio; o en otras palabras, en la interacción entre las variables internas (propias del pensamiento del estudiante) y las externas (propuesta en el medio), en lo que se consideran las situaciones a-didácticas, se espera que los sujetos atraviesen las llamadas situaciones de acción, formulación y validación. Para luego, junto con el maestro realizar la institucionalización del saber.

A continuación presentamos lo que se espera movilizar en los estudiantes con la implementación de cada una de las situaciones de la secuencia didáctica:

3.4.3.1 SITUACIÓN DE ACCIÓN

Recordemos que una situación de acción es una situación en la que el estudiante interactúa con el medio (que ha sido preparado por el profesor) para enfrentar la situación; aquí no hay participación directa del profesor. La interacción con el medio hace devoluciones, que el estudiante usa para tomar decisiones de su actuar. En esta situación se generan desequilibrios entre los esquemas que el estudiante tiene y los resultados de sus acciones.

Esos desequilibrios le hacen dudar sobre lo que conoce y generan la necesidad de reorganizar o elaborar nuevos conocimientos para solucionar la situación problema que enfrenta, por lo cual debe elaborar un plan para reorganizar sus conocimientos y construir los nuevos, procesos que en la teoría Piagetiana reciben el nombre de asimilación y acomodación.

En este sentido, ambos, proponemos una situación de acción que consta de dos actividades que buscan activar en los estudiantes sus conocimientos sobre lo que es medir y lo que es la magnitud de longitud, y cuestionarse sobre lo que saben.

Actividad N°01

Objetivos

- *Identificar en objetos y situaciones de su entorno la magnitud de longitud.*
- *Comprender el proceso de medir una longitud*
- *Escoger patrones apropiados para la medición de una longitud y usarlos adecuadamente.*
- *Reconocer las medidas antropométricas como una primera unidad de medida.*
- *Hacer estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y mediciones de magnitudes de longitud concretas, a partir de sus propias estrategias y utilizarlas como criterio para verificar lo razonable de los resultados.*

Materiales:

- *Elementos y materiales que están en el aula de clase.*
- *Elementos y útiles que tienen los estudiantes.*
- *Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.*
- *Material fotocopiado.*

Organización de la clase:

- *Los estudiantes se organizarán en parejas; los identificaremos como: Estudiante 1 y Estudiante 2.*

Consignas:

- *Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.*
- *El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.*
- *Los estudiantes intercambian los roles.*
- *Las regletas metrizadas NO harán parte de la actividad.*
- *Las instrucciones se darán una única vez.*
- *NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.*

Desarrollo:

A cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado después de organizado el grupo.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. *El Estudiante 1:*
 - a. *Escogerá un elemento del salón con el cual realizar las mediciones.*
 - b. *Con este elemento medirá el ancho del salón.*
 - c. *Informará a su compañero el resultado de su medición.*

2. *El Estudiante 2 observará la actividad y consignará la información en la rejilla según los datos obtenidos por el Estudiante 1.*

3. *Los estudiantes intercambiarán los roles de la actividad.*

	<i>Descripción de la observación</i>	<i>Elemento de medida</i>	<i>Medida</i>	
			<i>Unidades enteras</i>	<i>Partes de la unidad</i>
<i>Estudiante 1</i>				
<i>Estudiante 2</i>				

4. *Los estudiantes intercambiarán la información registrada en la rejilla, exactamente como está escrita (sin corregir errores).*

En esta primera parte de la actividad, se espera que los estudiantes identifiquen el ancho del salón como un atributo susceptible de ser medido; este proceso es un primer acercamiento a la construcción de la magnitud de longitud. Además, que los estudiantes tengan la libertad de escoger elementos del salón o de su propio cuerpo para realizar la medición del ancho del salón les permitirá, a través de la experiencia, ir decantando aquellos que resulten menos apropiados o útiles para el proceso de medir la longitud. Los patrones que escojan para la medición serán validados más adelante cuestionándose si pueden convertirse en una unidad de medida, pues ella debe ser homogenizada y convenida socialmente.

De igual manera, el observar cómo mide su compañero, les dará elementos para realizar juicios acerca de la correcta medición de una longitud, proceso que tiene que ver con la conceptualización de capturar lo continuo con lo discreto e iniciarán el acercamiento a la estimación de la magnitud.

Esta situación busca activar conocimientos previos sobre lo que es un patrón y una unidad de medida, esta es una situación de comparación directa en la que se espera crear desequilibrios en cuánto a lo que considera es medir y lo que se requiere para realizar una correcta medición de una longitud y la conservación de las cantidades de la magnitud.

Para el desarrollo de esta situación y las posteriores, es necesario que los estudiantes de grado sexto se hayan apropiado del concepto de número racional positivo en su representación fraccionaria y decimal, pues para la asignación de un valor numérico a la magnitud de longitud (en este caso el ancho del salón de clase) se requiere de dominio de dicho conjunto numérico.

5. *Los estudiantes se organizarán en sus respectivos puestos y responderán en forma individual las siguientes preguntas.*
 - a. *¿Qué nombre le pondrías a la actividad?*
 - b. *¿Cuál de los dos elementos utilizados en la actividad con tu compañero es más largo?*
 - c. *¿Cuál de los dos elementos sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.*
 - d. *¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.*
 - e. *¿Cuál es la equivalencia entre los dos elementos de medida?*
 - f. *¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.*
 - g. *¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.*

Esta segunda parte de la actividad, plantea al estudiante una evaluación y reflexión sobre la actividad de medición que realizaron él y su compañero en la primera parte.

El resultado de la evaluación debe dar cuenta de lo apropiado y efectivo de cada uno de los objetos que se escogieron para la medición de la longitud ancho del salón, de la comparación entre uno y otro objeto. Luego, se busca que el

estudiante se cuestione sobre el patrón que ha escogido para la medición, en términos de la utilidad del mismo para realizar la medición de otras longitudes.

Actividad N° 02

Objetivos

- *Identificar en objetos y situaciones de su entorno la magnitud de longitud.*
- *Comprender el proceso de medir una longitud*
- *Escoger patrones apropiados para la medición de una longitud y usarlos adecuadamente.*
- *Reconocer procesos de conservación y desarrollar procesos de medición y estimación de dicha magnitud.*
- *Hacer estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y mediciones de magnitudes de longitud concretas, a partir de sus propias estrategias y las utiliza como criterio para verificar lo razonable de los resultados.*

Materiales:

- *Regletas NO metrizadas de diferentes longitudes y colores.*
- *Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.*
- *Material fotocopiado.*

Organización de la clase:

- *Los estudiantes se organizarán en parejas, los identificaremos como: Estudiante 1 y Estudiante 2.*

Consignas:

- *Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.*
- *El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.*
- *Las regletas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.*
- *Las instrucciones se darán una única vez.*
- *NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.*

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, regletas no metrizadas de diferentes longitudes y colores.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. *El Estudiante 1:*
 - a. *Escogerá una de las regletas para realizar la medición del ancho del salón.*
 - b. *Cada estudiante dividirá en diez partes iguales la regleta escogida.*
 - c. *Con este elemento comparará el ancho del salón (medirá).*
 - d. *Informará a su compañero el resultado de su medición.*

2. *El Estudiante 2 observará la actividad y consignará la información en la siguiente rejilla con los datos tomados por el Estudiante 1.*

3. *Los estudiantes intercambiarán los roles de la actividad.*

	<i>Descripción de la observación</i>	<i>Color de la Regleta</i>	<i>Medidas</i>	
			<i>Unidades enteras</i>	<i>Partes de la unidad</i>
<i>Estudiante 1</i>				
<i>Estudiante 2</i>				

4. *Los estudiantes intercambiarán la información descrita en la rejilla, exactamente como está escrita (sin corregir errores)*

La primera parte de la actividad N°2, busca que los estudiantes entren en conflicto cognitivo con el patrón de medida arbitrario que usaron en la actividad N°1 y el nuevo patrón, representado por alguna de las regletas no metrizadas. Ese conflicto les permite nuevamente cuestionarse sobre lo que es medir una longitud y lo que se requiere para ello, para que más adelante se usen dichos

cuestionamiento en la búsqueda de un patrón que se convertirá en una unidad de medida.

La instrucción de dividir en diez partes iguales las regletas que hayan escogido, introduce la necesidad de una medición exacta o al menos cada vez más precisa y les orienta a la utilización del número racional positivo en la asignación de la cantidad de longitud.

Que cada estudiante tenga la libertad de escoger cualquiera de las regletas no metrizadas y observe a su compañero medir con una igual o diferente a la de su elección, le hará cuestionarse sobre lo correcto de su medición, la comparación entre un patrón y otro, y sobre la conservación de la magnitud de longitud ancho del salón, a pesar de la medición con dos patrones diferentes.

5. *Los estudiantes se organizarán en sus respectivos puestos y responderán en forma individual las siguientes preguntas.*
 - a. *¿Qué nombre le pondrías a la actividad?*
 - b. *¿Cuál de las dos regletas utilizadas en la actividad con tu compañero es más larga?*
 - c. *¿Cuál de las dos regletas sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.*
 - d. *¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.*
 - e. *¿Cuál es la equivalencia entre las dos regletas que se usaron como patrones de medida?*
 - f. *¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.*
 - g. *¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.*

En esta segunda parte de la actividad, se hace explícita al estudiante la necesidad de comparar su elección del patrón con el de su compañero, con el fin que tome decisiones sobre lo pertinente de uno u otro elemento, en la actividad de medir la longitud ancho del salón.

También se cuestiona al estudiante sobre el valor numérico de dicha medición y sobre la estimación y la aproximación a la medida de la longitud del ancho del salón, además se le pide que compare con la medición de su compañero para que, si tienen las mismas regletas se cuestione sobre la exactitud y el error en la medición y si tienen diferentes regletas se cuestione sobre la equivalencia entre

una medición y otra, que dependerá en este caso de la relación entre dichos patrones de medición. Estas últimas situaciones le van generando al estudiante una necesidad de usar un patrón que se convertirá en una unidad de medida socialmente convenida.

Respecto a los cuestionamientos sobre la utilidad de su escogencia, se espera que vayan más allá de la economía del tiempo, al escoger una regleta más grande para demorarse menos en el proceso de medición, sino en la utilidad de la misma en términos de la precisión y la minimización del error en la medición de la longitud ancho del salón.

3.4.3.2 SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

Esta actividad está enmarcada en una situación de formulación, pues hay comunicación entre los estudiantes para actuar en función del medio y así poder afianzar los conocimientos por medio de procedimientos en los que los sujetos son capaces de retomarlos (reconocerlos, identificarlos, descomponerlos y reconstruirlos en un sistema lingüístico). Para esto es necesaria la cooperación entre los interlocutores para el control del medio externo. (Brousseau, 2007).

Esta situación va de la mano con la situación de acción. Se espera que los estudiantes recojan todas sus inquietudes en la formulación de hipótesis, producto del intercambio de ideas con sus compañeros, es decir, nos apoyamos en los planteamientos de Vygotsky del aprendizaje como un producto de la socialización, de la interacción del sujeto con el medio.

Actividad N° 03

Objetivo:

- *Planificar colectivamente tareas de medición de longitud previendo lo necesario para llevarlas a cabo: los instrumentos adecuados, el grado de precisión exigido y confrontar los resultados con las estimaciones.*

Materiales:

- *Regletas NO metrizadas de diferentes longitudes y colores.*

- *Los estudiantes dividirán en diez partes iguales la regleta escogida.*
- *Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.*
- *Material fotocopiado.*

Organización de la clase:

- *Los estudiantes se organizarán en parejas.*

Consignas:

- *Los estudiantes trabajarán en equipo.*
- *Las instrucciones se darán una única vez.*
- *NO se debe compartir información entre estudiantes y profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.*

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, regletas no metrizadas de diferentes longitudes y colores.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. *Los dos estudiantes trabajarán en equipo:*
 - a. *Escogerán una de las regletas como patrón de medida.*
 - b. *La regleta escogida deberá ser marcada en diez divisiones de igual longitud.*
 - c. *Con este elemento compararán 3 veces el ancho del salón (medirán).*
 - d. *Llenarán la siguiente rejilla con las tres medidas y la complementarán con la información de sus compañeros que tengan la regleta del mismo color.*

Descripción de la observación	Color de la Regleta	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9

2. *Los estudiantes se organizarán en parejas en sus respectivos puestos y responderán las siguientes preguntas:*

- a. *¿Qué nombre le pondrían a la actividad?*
- a. *¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.*
- b. *¿Es útil y eficiente esta regleta para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.*
- c. *¿Es útil y eficiente esta regleta para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.*
- d. *¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?*
- e. *¿Qué harían para que dicha medida fuera exacta?*

Como ya se ha dicho, el desarrollo de esta actividad necesita de un trabajo colaborativo entre pares. En un primer momento se requiere que los estudiantes tomen decisiones conjuntas para seleccionar una de las regletas no metrizadas como patrón de medida; para ello podrán intercambiar sus anteriores experiencias, reflexionando sobre la efectividad y utilidad de la escogencia de una u otra regleta.

En un segundo momento, una vez seleccionen la regleta, deben dividirla en diez partes de igual longitud y realizar en conjunto, la medición de la longitud ancho del salón tres veces. Aquí se espera una reflexión sobre el proceso de medir una longitud con un patrón y el otorgar una cantidad de longitud a esa medición tomando la regleta como unidad de medida. También se intercambian conocimientos sobre la utilidad de dividir la regleta en diez partes para dar el valor entero y las partes de la unidad, aproximándose a la exactitud del proceso de medición.

En este proceso de medición, los estudiantes se ven enfrentados a una situación de comparación directa, para lo cual eligen una unidad de medida, realizan cambios y utilizan un sistema de medida irregular.

Además, tienen la oportunidad de conceptualizar la conservación, la estimación y la selección de unidades de medida, de patrones e instrumentos y el uso de los mismos. De iniciar el trabajo de diferenciar entre la unidad y el patrón de medición y la asignación numérica para la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida.

Los cuestionamientos finales, buscan que los estudiantes reflexionen sobre la utilidad del patrón para la medición de la longitud, sobre la apreciación del rango

de las magnitudes y los de la asignación numérica, es decir una reflexión sobre el papel del trasfondo social de la medición de la magnitud de longitud.

3.4.3.3 SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

La siguiente actividad está enmarcada en una situación de validación, en la que hay un intercambio de juicios o sentencias entre los estudiantes con respecto al medio, y un conocimiento, en el que el estudiante demuestra, convence y valida la información para la solución de un problema. Este aprendizaje es mediado por las relaciones que el alumno tiene con su medio, para hacer afirmaciones argumentadas y así poder afianzar dicho conocimiento al ser capaz de argumentar dicha situación o exigir una demostración de sus compañeros en desacuerdo (Brousseau, 2007).

La intervención del profesor durante la negociación de los saberes construidos o en vía de constituirse, es fundamental. Por ello en esta actividad se ofrece la oportunidad a los estudiantes de compartir y debatir sus hipótesis con todos sus compañeros y validar aquellas que sean verdaderas.

Actividad N° 04

Objetivo:

- *Argumentar y validar colectivamente tareas de medición de longitud previendo lo necesario para llevarlas a cabo, el grado de precisión exigido, los instrumentos adecuados y confrontar los resultados con las estimaciones de sus compañeros.*

Materiales:

- *Cinta métrica (1 metro).*
- *Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.*
- *Material fotocopiado.*

Organización de la clase:

- *Los estudiantes se organizarán en parejas como en la clase anterior.*

Consignas:

- *Los estudiantes trabajarán en equipo.*
- *Las instrucciones se darán una única vez.*
- *NO se debe compartir información entre estudiantes de diferentes parejas y/o profesor, hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.*

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, una cinta métrica (1 metro).

Se darán las siguientes instrucciones:

1. *Los dos estudiantes trabajarán en equipo:*
 - a. *Medirán con el metro 3 veces el ancho del salón.*
 - b. *Llenarán la rejilla con estos tres datos y completarán la información con sus otros compañeros.*

<i>Descripción de la observación</i>	<i>m₁</i>	<i>m₂</i>	<i>m₃</i>	<i>m₄</i>	<i>m₅</i>	<i>m₆</i>	<i>m₇</i>	<i>m₈</i>	<i>m₉</i>

2. *Los estudiantes se organizarán en parejas en sus respectivos puestos y responderán las siguientes preguntas:*
 - a. *¿Qué nombre le pondrían a la actividad?*
 - b. *¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.*
 - c. *¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.*
 - d. *¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.*
 - e. *¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?*
 - f. *¿Qué harían para que dicha medida fuera exacta?*
 - g. *¿Qué necesitarían y como calcularían el costo de un tubo que medirá el ancho del salón?*
 - h. *¿Cómo debería ser el patrón de medida para poder medir longitudes muy grandes?*
 - i. *¿Cómo debería ser el patrón de medida para poder medir longitudes muy pequeñas?*

Una de las variables en esta actividad es la utilización de un patrón y una unidad de medida estandarizada y socialmente convenida: el metro. Al igual que la actividad anterior, en este proceso de medición los estudiantes se ven enfrentados a una situación de comparación directa, usando una unidad de medida y un sistema de medida regular.

En esta primera parte se les da la oportunidad de conceptualizar la conservación y la estimación de la medida. Además, se espera que el estudiante logre diferenciar entre la unidad y el patrón de medición y la asignación numérica para la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida.

Las preguntas del punto 2, buscan que los estudiantes compartan todas las hipótesis construidas a través de las diferentes actividades, reflexionen sobre las mismas y negocien en la unificación de criterios sobre la utilidad del patrón para la medición de la longitud y sobre la pertinencia de un patrón para realizar una medición, en este caso la cinta métrica.

Es fundamental que los estudiantes discutan sobre la apreciación del rango de la magnitud de longitud y de la asignación numérica; además, que usen todos los conocimientos anteriores en la solución de problemas que se plantean, como los de la compra del tubo, la medición de distancias o alturas, en los que se requiere determinar la pertinencia del patrón de medida y relacionar las unidades de medida de longitud con otras magnitudes, en contextos matemáticos y de la vida cotidiana.

- 3. Los estudiantes medirán de nuevo el ancho del salón y se llenará la rejilla preparada por el profesor con los datos tomados por cada pareja.*

Tabla 1.

	<i>Medida</i>
<i>Pareja N° 1</i>	
<i>Pareja N° 2</i>	
<i>Pareja N° 3</i>	
<i>Pareja N° 4</i>	
<i>Pareja N° 5</i>	
<i>Pareja N° 6</i>	
<i>Pareja N° 7</i>	
<i>Pareja N° 8</i>	
<i>Pareja N° 9</i>	
<i>Pareja N° 10</i>	
<i>Pareja N° 11</i>	
<i>Pareja N° 12</i>	
<i>Pareja N° 13</i>	
<i>Pareja N° 14</i>	
<i>Pareja N° 15</i>	
<i>Pareja N° 16</i>	
<i>Pareja N° 17</i>	
<i>Pareja N° 18</i>	

Tabla 2.

	<i>Medida</i>
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	
<i>Pareja N°</i>	

4. *Se debatirá de acuerdo a la siguientes preguntas:*

- a. *¿Quién tiene la razón “medida exacta”? Expliquen por qué.*
- b. *¿Cuál es la medida más pequeña?*
- c. *¿Cuál es la medida más grande?*
- d. *¿Entre cuáles valores varían las medidas?*
- e. *Los estudiantes organizarán las medidas de menor a mayor en la tabla 2 propuesta por el profesor.*
- f. *¿Qué valor deberíamos tomar como medida? Expliquen por qué.*
- g. *Conclusiones y cierre.*

En esta segunda parte de la actividad 4, el profesor organizará el salón de manera que posibilite la participación y observación por parte de toda la clase, de las mediciones que hará cada pareja. Al finalizar la actividad de medición, en plenaria se analizarán y resolverán las diferentes preguntas del punto 4.

Con el desarrollo del punto 3 se espera que los estudiantes verifiquen, por medio de la observación y la participación, los conceptos que se han ido construyendo en las actividades anteriores, respecto a lo que es medir una magnitud de longitud con un patrón de medida y cómo este se convierte en la unidad de medida. Aquí,

se requiere que los estudiantes participen del proceso de medición, que orienten a sus compañeros en la correcta medición de una longitud y la asignación de un valor numérico a esa medida.

En el desarrollo de esta actividad el profesor regulará la participación de los estudiantes, cuestionará y validará las hipótesis que tengan los mismos, con miras a conceptualizar la magnitud de longitud y su medida.

Con el desarrollo del punto 4, se espera que los estudiantes, de manera colaborativa, se aproximen a los conceptos de orden y comparación de magnitudes según su unidad de medida, la apreciación del rango de la magnitud de longitud ancho del salón y que realicen una conceptualización sobre la estimación, aproximación y el error en el proceso de medir.

Las conclusiones y el cierre de esta actividad constituirán la **situación de institucionalización**, en la que se pretende no sólo concluir respecto de las experiencias de esta actividad sino asociar todas las experiencias de las actividades anteriores, los saberes construidos y las hipótesis validadas, con el objetivo de consolidar los conocimientos construidos a través de la secuencia de situaciones didácticas y conceptualizar sobre la magnitud de longitud y su medida.

3.4.4 OBSERVACIONES DE CLASE

Durante desarrollo del trabajo investigativo, el papel del maestro como administrador de la secuencia será fundamental, pues este deberá llevar el registro de sus observaciones, para posteriormente reflexionar y analizar en sus registros:

1. Cómo los estudiantes interactúan con la situación problema puesta en juego y elaboran estrategias de solución (situaciones de acción y formulación)
2. Cómo elaboran esquemas frente a determinadas situaciones, los exteriorizan y toman conciencia de ellos (situaciones de formulación y validación)

Además, relacionará el tipo de situaciones con el tipo de conocimiento o información que produce el estudiante, para determinar a través de éste análisis, ¿cómo se moviliza el concepto de magnitud de longitud y su medida, desde sus

diferentes representaciones? Y ¿cómo aprenden dicho concepto los estudiantes de grado sexto? Es decir, se validarán los resultados a través del contraste de una serie de supuestos a priori y lo observado sobre ellos a posteriori.

Cada una de las actividades desarrolladas en el aula fue observada y registrada además, por la Lic. Zaira Vanessa Álvarez Forero por medio de una guía de observación, la cual será fuente de discusión y reflexión para el análisis de los resultados de esta investigación.

3.5 MATERIALES

Para cada una de las intervenciones en el aula de clase se hicieron diferentes elementos didácticos como son: las guías de evaluación (pretest y postest), guías de secuencias del profesor, guías de secuencias del estudiante, las guías de observación, regletas No metrizadas, cintas métricas y material auxiliar de las situaciones didácticas.



Imagen 14. Material didáctico: Guía, Regletas NO metrizadas y cintas métricas.

3.6 TÉCNICA CUALITATIVA DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En relación al procesamiento de la información, se construirán tablas de datos y gráficos para poder comparar la información de manera cuantitativa y luego se realizará un análisis descriptivo, teniendo en cuenta las actividades aplicadas en clase y su correspondiente guía de observación, a la luz del marco teórico, dando un sentido crítico a los objetivos de la investigación y ofreciendo las correspondientes conclusiones de acuerdo con:

1. Revisión y análisis del pretest.
2. Revisión y análisis de las situaciones didácticas de acción.
3. Revisión y análisis de la situación didáctica de formulación.
4. Revisión y análisis de la situación didáctica de validación.
5. Revisión y análisis del postest.
6. Revisión y análisis de la situación didáctica de institucionalización.

Este tratamiento cualitativo de la información evidenciará las características y progresos de los estudiantes en el aprendizaje de la magnitud de longitud y su medida por medio de las situaciones didácticas y de los aspectos relevantes de dichos resultados.

3.7 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

El proceso de investigación se realiza durante el segundo semestre del año 2016 y el primer semestre del año 2017. El proceso y las actividades se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 9
Cronograma de actividades de la investigación.

Tarea	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
Selección de referentes bibliográficos y análisis de lecturas.												
Planteamiento del problema.												
Marco teórico.												
Marco metodológico.												
Diseño y construcción del pretest y postest.												
Aplicación y análisis del pretest.												
Diseño y elaboración de las situaciones didácticas.												
Ajustes de los instrumentos.												
Aplicación de las situaciones didácticas.												
Aplicación del postest.												
Análisis de la información.												
Conclusiones.												
Entrega de trabajo escrito.												

Tabla basada en Zorrilla, S. & Torres, M. (1992).

Tabla 10
Cronograma de actividades de la investigación en el aula.

Actividad	Octubre				Noviembre	
	Semana				Semana	
	1	2	3	4	1	2
Presentación de la investigación.						
Solicitud de permisos.						
Aplicación del pretest.						
Aplicación de la situación didáctica de acción nº 1.						
Aplicación de la situación didáctica de acción nº 2.						
Aplicación de la situación didáctica de formulación.						
Aplicación de la situación didáctica de validación.						
Situación didáctica de Institucionalización						
Aplicación del postest.						

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL PRETEST Y POSTEST

A continuación se comparan los resultados del pretest y posttest. Desde el punto de vista estadístico, esto servirá sólo como referente cuantitativo de los resultados pues, como ya se ha dicho, lo fundamental de esta investigación es la reflexión teórica, a partir de los resultados.

Tabla 11
Comparación resultados Pretest y Posttest

N° DE PREGUNTA	PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE CONTESTARON CORRECTAMENTE:	
	PRETEST (%)	POSTEST (%)
1	67,6	80,6
2	100	100
3	8,1	52,8
4	16,2	36,1
5	29,7	33,3
6	8,1	16,7
7	10,8	25
8	56,8	55,6
9	18,9	47,2
10	67,6	80,6

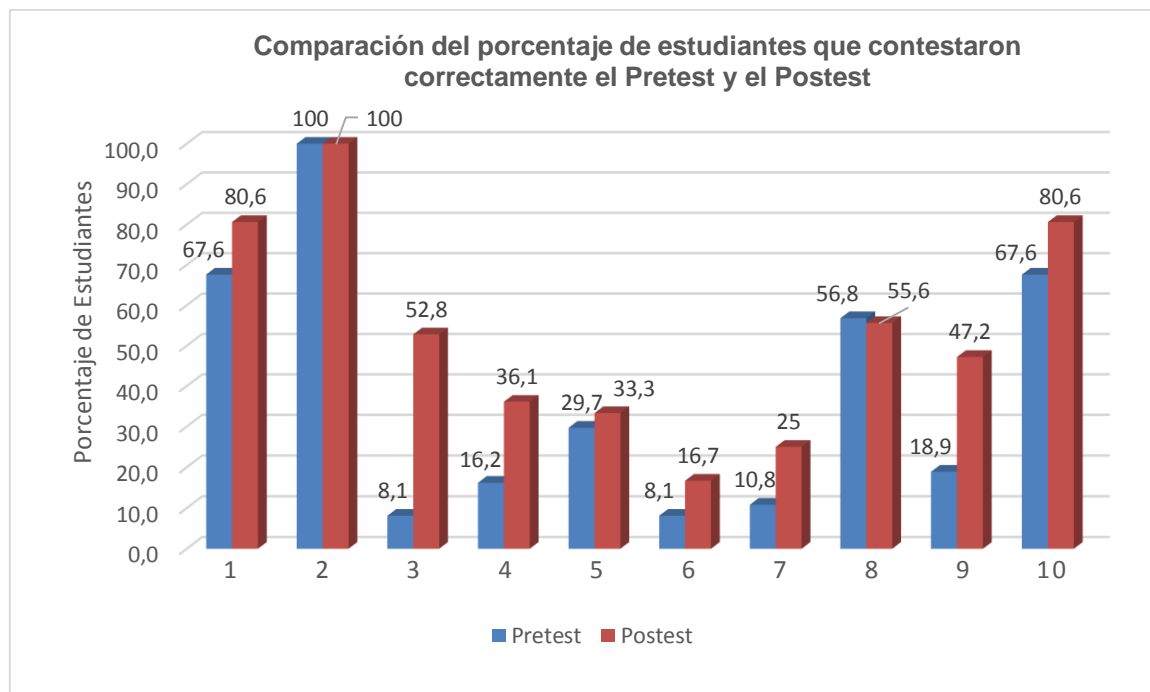


Imagen 15. Histograma de comparación del porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente el pretest y el postest.

4.2 ANÁLISIS A POSTERIORI DE LAS ACTIVIDADES DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

4.2.1 PRETEST

El presente análisis fue realizado antes del diseño de la secuencia de situaciones didácticas. El análisis nos dio directrices para diseñar las actividades que hicieron parte de las situaciones e implementarlas con el objetivo de construir el concepto de magnitud de longitud y su medida con los estudiantes de grado sexto.

Este análisis nos permitió confirmar algunos planteamientos que habíamos obtenido en el análisis preliminar sobre los resultados de las pruebas saber de matemáticas de la básica primaria, entorno a las dificultades para el aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida, al igual que los obtenidos en la revisión teórica sobre la didáctica de las magnitudes en la escuela.

Preguntas 1 y 2:

En estas preguntas se verifican los conocimientos de los estudiantes de grado sexto sobre el concepto de magnitud de longitud mediante la identificación de objetos o eventos susceptibles de ser medidos, sobre lo que es medir una longitud y sobre la pertinencia de un patrón para dicha medición.

Todos estos conceptos en ocasiones son omitidos en la escuela primaria por considerarse triviales u obvios para los estudiantes e inclusive se tiende a pensar que los chicos los construirán en otros ambientes propios de la vida cotidiana (Chamorro y Belmonte, 2005).

Encontramos que la mayoría de los estudiantes (veinticinco de treinta y siete) eligieron la opción de respuesta correcta para la pregunta 1 y todos (treinta y siete de treinta y siete) escogieron la correcta para la pregunta 2.

Pregunta 1:

Los argumentos para justificar la elección de la opción D, respuesta correcta, los hemos agrupado y caracterizado como se muestra a continuación:

- Se alude a que el tamaño de la pulga es muy pequeño para usar la cinta métrica para realizar la medición, estimando por ejemplo, que la pulga mide menos de un centímetro o un milímetro. Lo anterior nos dice que los estudiantes tienen dominio sobre la percepción de la magnitud de longitud, sobre la estimación de la medida y conocimientos sobre el sistema métrico decimal.
- De los veintisiete estudiantes que contestaron correctamente, diecinueve se encuentran en esta categoría por argumentaciones como la que se muestra en la siguiente imagen.

- A El largo del salón de clase
- B El ancho de mi casa
- C El alto de mi cuarto
- D El tamaño de una pulga

Justifique su respuesta: El tamaño de una pulga, debido a que la mayor medida de una cinta métrica son los milímetros

Imagen 16. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

- Algunos estudiantes en sus argumentaciones aluden a que la cinta métrica, como patrón de medida, sólo sirve para medir el largo, ancho y alto de un objeto y no reconocen el tamaño de la pulga como un evento susceptible de ser medido. Intuimos que escogen dicha opción por descarte de las anteriores apoyándose en dicho argumentos.

Este tipo de argumentos nos permitieron inferir que algunos estudiantes no reconocen todos los objetos u eventos que son susceptibles de ser medidos y no han realizado la abstracción de concepto de magnitud de longitud y su medida de las situaciones de medición que han enfrentado.

- De los veintisiete estudiantes que contestaron correctamente, cuatro se encuentran en esta categoría por argumentaciones como las que se muestra en la siguiente imagen.

- A El largo del salón de clase
- B El ancho de mi casa
- C El alto de mi cuarto
- D El tamaño de una pulga

Justifique su respuesta: por que una cinta métrica sirve para medir largo, ancho y alto no para medir una pulga

Imagen 17. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

- Otros estudiantes argumentaron la elección de la respuesta correcta debido a situaciones equivocadas como que la pulga, por lo pequeña y lo mucho que se mueve, no se dejaría medir. Estas argumentaciones no son válidas, solo

nos dejan como hipótesis que los estudiantes debido a la mala construcción que han hecho en la primaria, sobre el concepto de magnitud de longitud y su medida, carecen de elementos para justificar dicha elección, pues ella se hace desde su intuición o lo que hayan construido por fuera de la escuela al respecto.

Igual hipótesis aplica para los estudiantes que eligieron correctamente su respuesta pero no la argumentaron. De los veintisiete estudiantes que contestaron correctamente, cuatro se encuentran en esta categoría.

- El resto de los diez estudiantes del grado sexto, quienes solucionaron el pretest y eligieron una respuesta incorrecta, justificaron sus elecciones y estas nos permitieron concluir lo siguiente:
- Tres de éstos estudiantes no reconocen o no han elaborado la magnitud de longitud y el proceso de medición de la misma, lo que se evidencia en la justificación dada por tres estudiantes como se ejemplifica en la siguiente imagen:

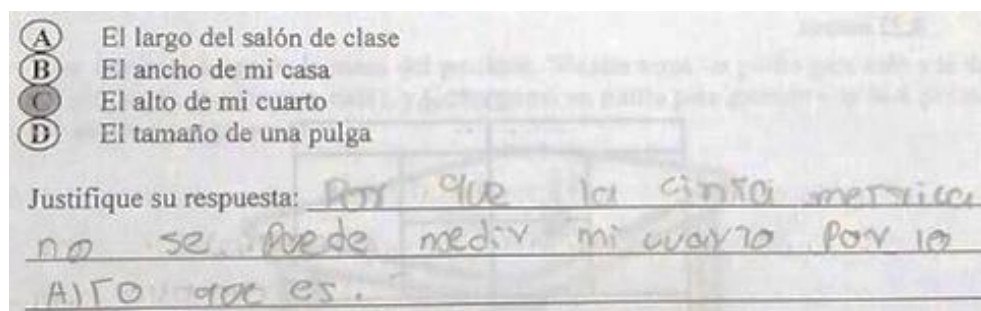


Imagen 18. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

- Seis de los diez estudiantes que contestaron, hicieron una elección incorrecta, en sus argumentos evidencian dificultades para usar un instrumento como patrón de medida, reconocen atributos medibles de los objetos pero no saben cómo realizar su medición, esto puede aludirse a que no tienen conceptos como la conservación de la medida y no se han enfrentado en la básica primaria a situaciones de comparación directa e indirecta necesarias para construir una magnitud de longitud, lo que ilustraremos con las siguientes dos imágenes:

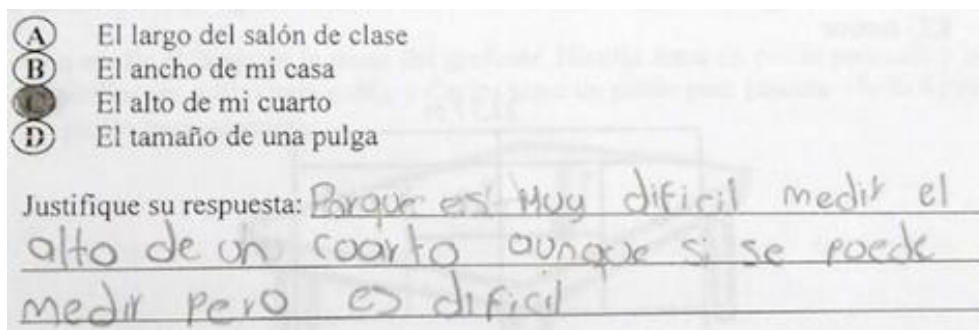


Imagen 19. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

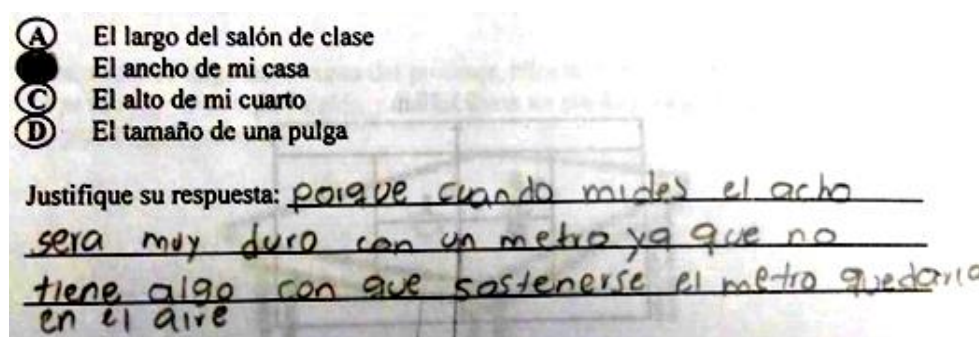


Imagen 20. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

- Un estudiante de los que no eligieron correctamente la respuesta, no reconoce la cinta métrica como un patrón de medida, creemos que no la relaciona con la medición de una longitud.

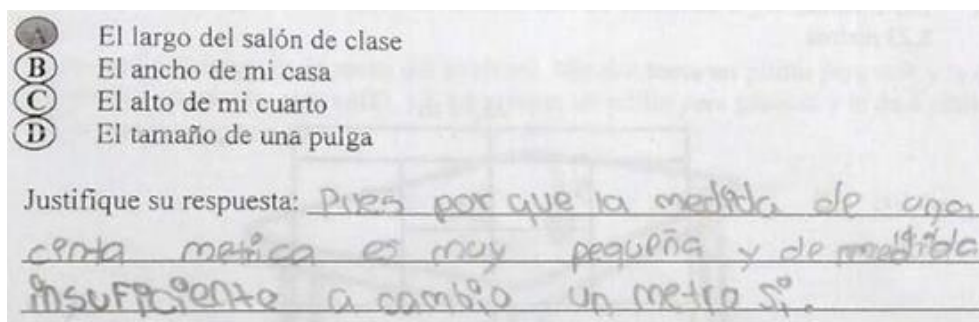


Imagen 21. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 1 del pretest.

Pregunta 2:

En esta pregunta, como ya dijimos, todos los estudiantes eligieron la opción correcta, hemos analizado y categorizado las justificaciones de su elección así:

- En esta categoría hemos agrupado a los argumentos que aluden a que el kilómetro es la unidad de medida de mayor longitud y que por ello resulta la más apropiada para hacer la medición de grandes distancias por ejemplo, la distancia entre dos ciudades. En algunos casos justifican lo apropiado en términos de ahorro de tiempo en el proceso de medición. Diecinueve estudiantes están en esta categoría.

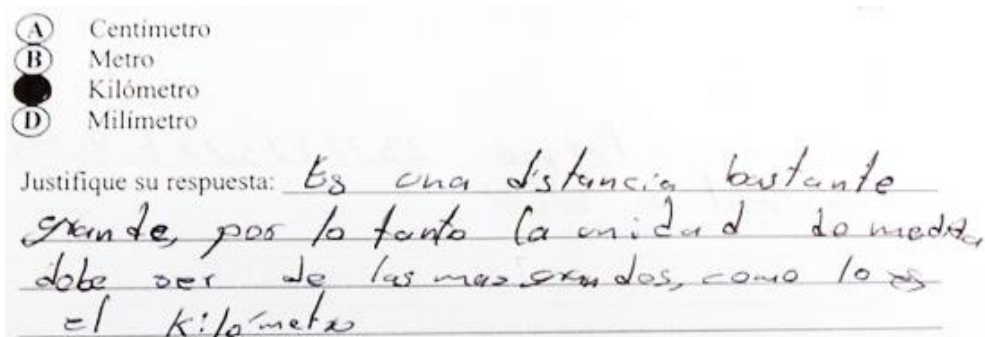


Imagen 22. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 2 del pretest.

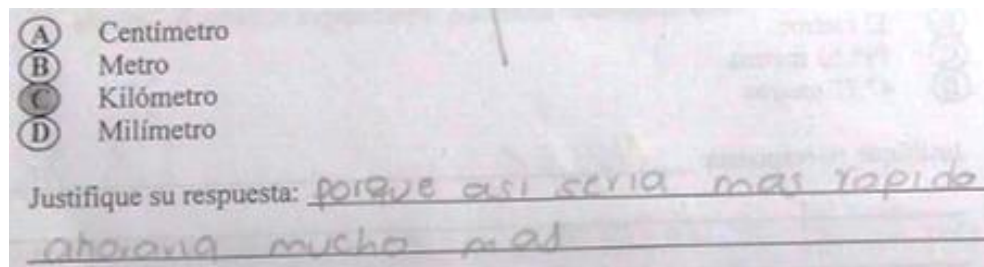


Imagen 23. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 2 del pretest.

- Cinco estudiantes ofrecen argumentos sobre lo apropiado del kilómetro como unidad de medida para medir la distancia entre dos ciudades, estos argumentos se apoyan en los conocimientos que poseen del sistema métrico decimal específicamente con los submúltiplos del metro.

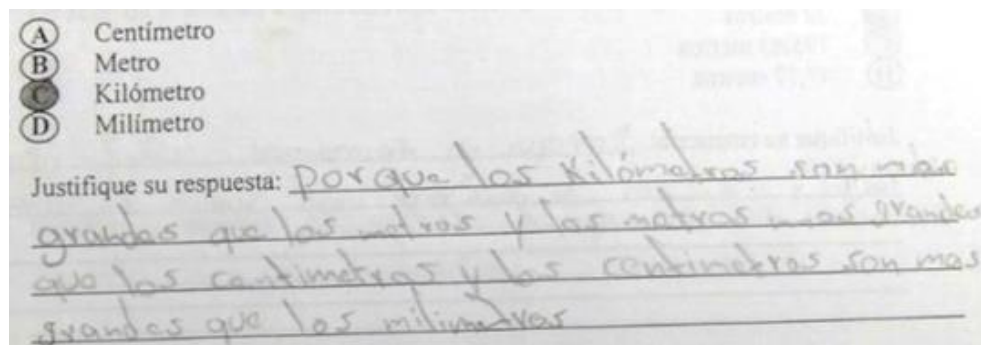


Imagen 24. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 2 del pretest.

- En esta categoría se encuentran las justificaciones en las que los estudiantes, de diferentes maneras, reconocen la unidad de medida kilómetro como una unidad socialmente convenida para medir distancias entre ciudades. Diez estudiantes recurren a este tipo de argumentos y por último, encontramos tres estudiantes que no argumentaron su elección.

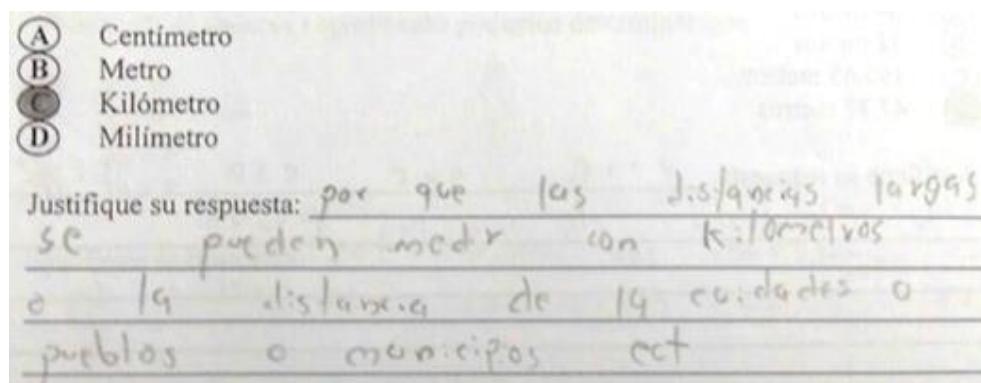


Imagen 25. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 2 del pretest.

En términos generales, consideramos que el hecho que los estudiantes no hayan fallado en su elección, tiene que ver con las construcciones de conocimientos sobre la medición de longitudes que han realizado en su cotidianidad, ello se evidencia en los argumentos que ofrecen sobre ahorro de tiempo con una unidad de medida más grande u otros que dicen que el kilómetro es la unidad usada para ello. Esta situación podría constituirse en un obstáculo didáctico cuando se requiere que tomen decisiones sobre la precisión de la medida y la pertinencia del patrón con el que se mide.

Confirmamos que han trabajado en la básica primaria conceptos como el sistema métrico decimal desde el tratamiento numérico, por las comparaciones que realizan entre los submúltiplos del metro y el kilómetro, para realizar su elección.

Preguntas 3 y 5:

Estas preguntas tienen por objeto confirmar los desempeños que han elaborado los estudiantes en básica primaria sobre el sistema métrico decimal y la conversión de unidades de medida en este sistema. Esto porque del análisis preliminar, planteamos que es un tema desarrollado en los currículos en cuanto a lo que se asocia a la conceptualización de la magnitud de longitud y su medida.

Preguntas 3:

No obstante el supuesto anterior, encontramos que para el caso de la pregunta 3, tres de los treinta y siete estudiantes escogieron la opción de respuesta correcta y de ellos, dos argumentaron correctamente su elección y uno no ofreció ninguna justificación.

- Las dos argumentaciones dan cuenta del conocimiento que poseen los estudiantes sobre el manejo del sistema métrico decimal y la conversión de una unidad de medida en otras.

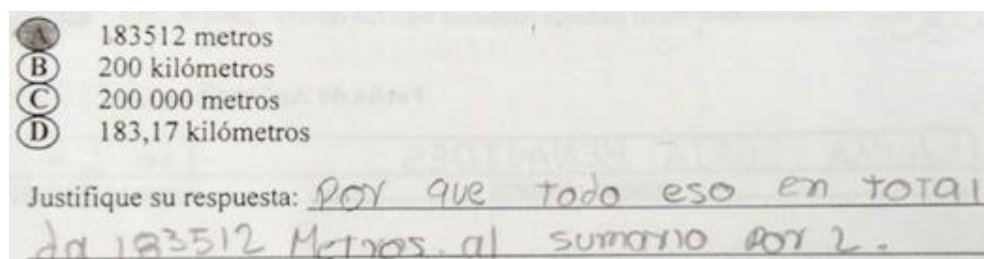


Imagen 26. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.

- Para aquellos estudiantes que eligieron una opción de respuesta incorrecta (treinta y cuatro de treinta y siete estudiantes), encontramos argumentaciones que hemos agrupado así:

- Algunas argumentaciones de los estudiantes aluden a la necesidad de convertir todas las medidas a una sola unidad de medida, no obstante realizan mal dicho procedimiento y al sumar el resultado es incorrecto. Otros por el contrario no reconoce dicha necesidad y solo suman los valores numéricos que se han dado sin importar que son diferentes unidades de medida (metros, hectómetros, decámetros y kilómetros).

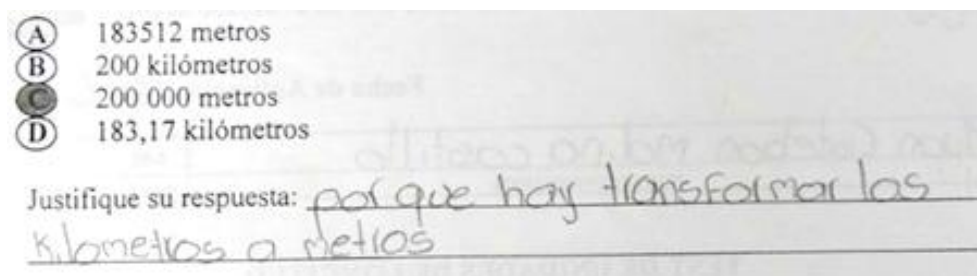


Imagen 27. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.

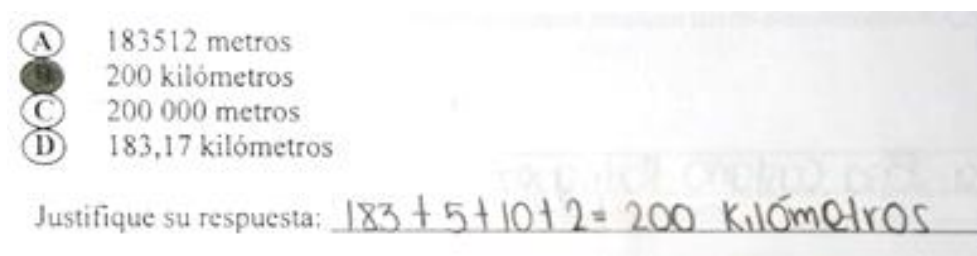


Imagen 28. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.

- Otros argumentos no dan cuenta del proceso que realiza el estudiante para su elección.

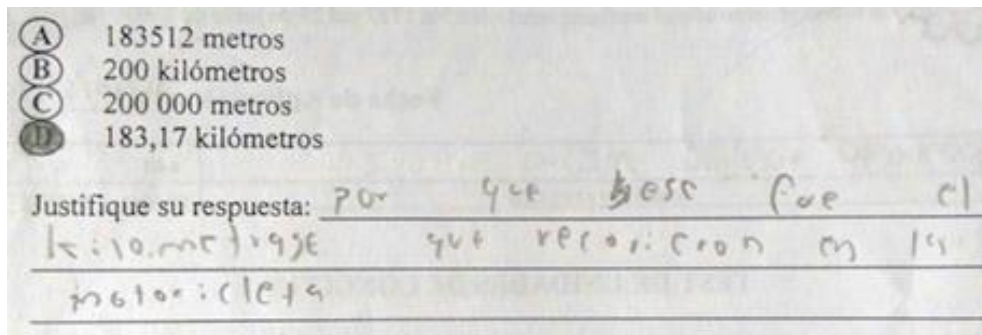


Imagen 29. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.

- Dos estudiantes reconocen su incapacidad para argumentar sobre su elección, diciendo que no saben cómo justificar y once estudiantes no dan argumentación alguna, lo que nos hace suponer que dicha elección se realizó al azar.

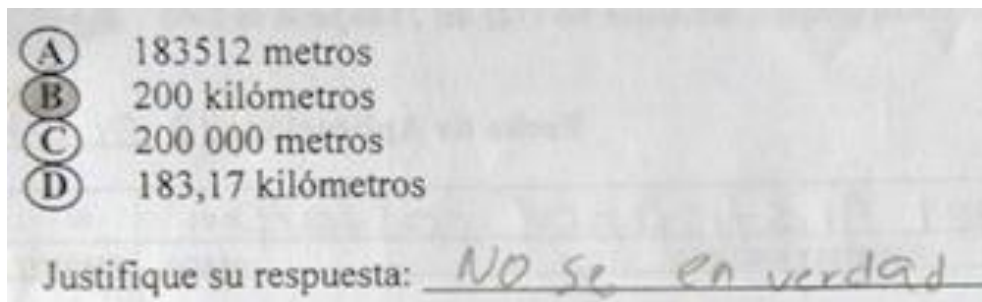


Imagen 30. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del pretest.

Preguntas 5:

Para el caso de la pregunta 5, se requiere además la conversión entre unidades de medidas del sistema métrico decimal, la comparación entre las cantidades de magnitud de longitud para ordenarlas.

- Once estudiantes escogieron la opción correcta al responder a dicha pregunta, algunos de ellos argumentan de manera apropiada comparando tanto unidades de medida como valor numérico al realizar la conversión, otras argumentaciones son débiles para dar cuenta de su elección.

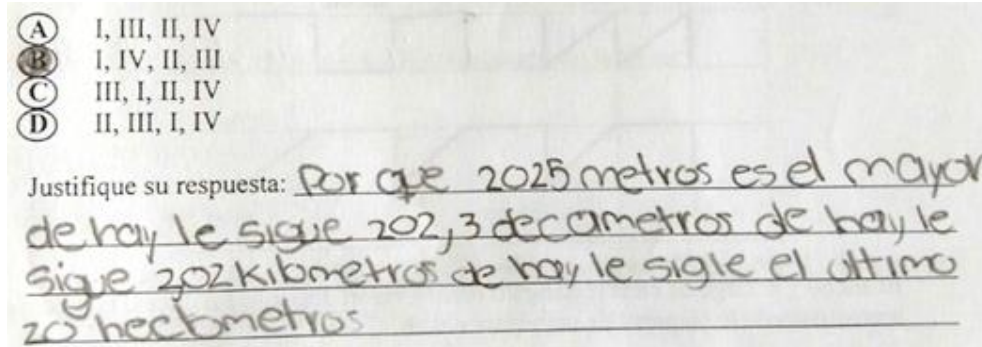


Imagen 31. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 5 del pretest.

- Veintiséis estudiantes que escogieron opciones de respuesta incorrecta, argumentaron de las siguientes maneras:
- Ordenan las cantidades de longitud de acuerdo a la unidad de medida, sin tener en cuenta la necesidad de realizar equivalencias entre ellas para poder ser comparadas.

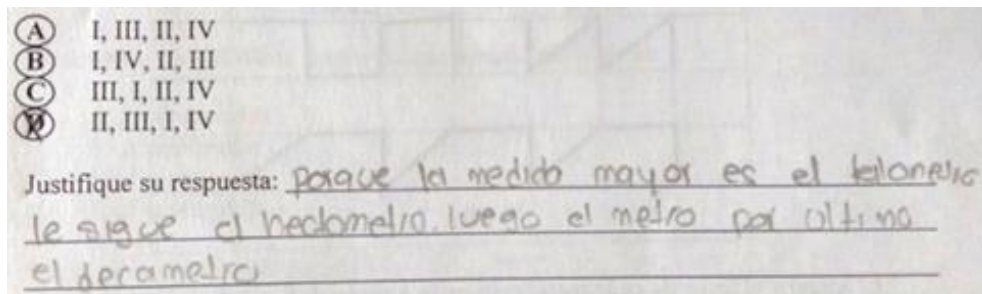


Imagen 32. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 5 del pretest.

- Otros estudiantes (diez de veintiséis) ofrecen argumentaciones que no son claras ni correctas, lo que nos permite intuir que no hay conocimiento construido respecto al sistema métrico decimal, la conversión entre unidades de medida en este sistema y la comparación entre las mismas.

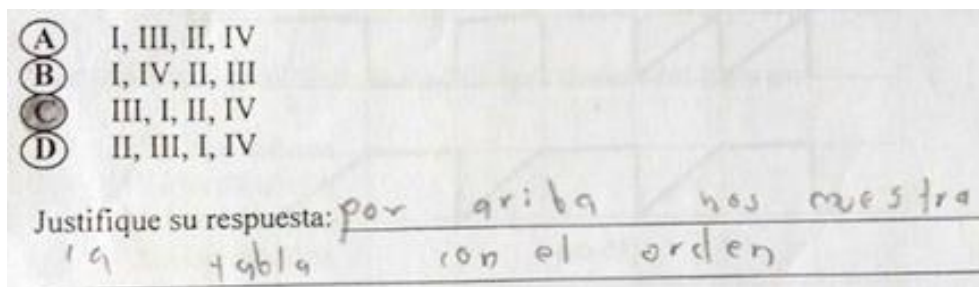


Imagen 33. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 5 del pretest.

- Una cifra significativa (diez de veintiséis estudiantes) no argumentan su elección, tal vez porque la elección se realizó al azar dado que carecen de los conocimientos necesarios para contestar esta pregunta. Y un estudiante hace explícito que desconoce los números romanos, lo cual era sólo un símbolo para nominar las cantidades de longitud y no se requería de la lectura de los mismos en el proceso de ordenación.

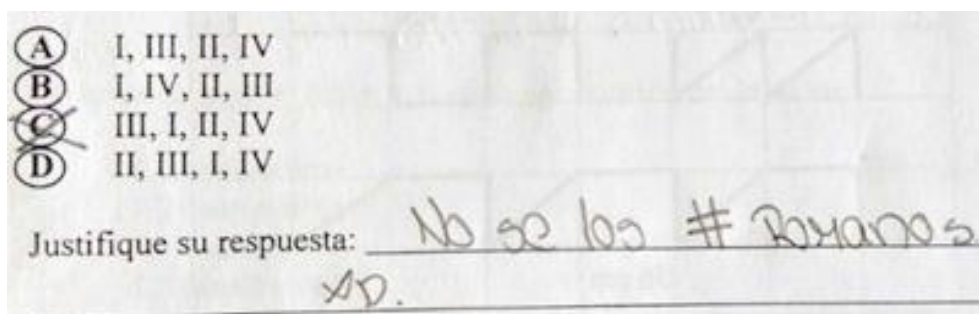


Imagen 34. Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 5 del pretest.

Pregunta 4 y 10:

Al verificar cómo estaban los desempeños de los estudiantes de grado sexto, con estas preguntas, en cuanto al concepto de magnitud de longitud y su medida usada la resolución de problemas encontramos que para ambas preguntas sólo 6 de treinta y siete estudiantes contestaron correctamente, lo que nos permite inferir que hay dificultades para usar la medida de longitud o relacionarla con otras magnitudes en la resolución de problemas.

Preguntas 4:

Para la pregunta 4, de los seis estudiantes que contestaron correctamente, las argumentaciones de los mismos dan cuenta del adecuado conocimiento que poseen sobre el concepto perímetro e incluso evidencian allí, procedimientos para el cálculo del mismo. Dos de ellos, pese a su correcta elección, no saben cómo argumentar o no lo hacen.

23,77 m

8,23 m

$23,77 + 8,23 = 32,00$

$23,77 + 23,77 = 47,54$

El perímetro de la cancha será:

A) 64 metros

B) 32 metros

C) 195,63 metros

D) 47,77 metros

Justifique su respuesta: Porque la suma de sus lados da 64,00

Imagen 35. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.

- El resto de estudiantes, que contestaron incorrectamente la pregunta 4, ofrecen argumentaciones que dan cuenta de errores en la conceptualización de perímetro e incluso confunden dicho concepto con el de área u otras magnitudes. Hemos categorizado sus justificaciones así:
- Once de los treinta y un estudiantes que escogieron una opción incorrecta, evidencian en sus argumentos errores en el concepto de perímetro y en el procedimiento para el cálculo del mismo, lo que se puede observar cuando suman solo las medidas del largo y ancho de la figura rectangular.

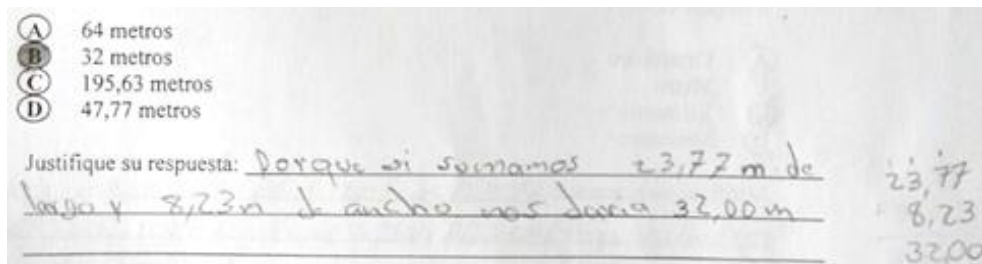


Imagen 36. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.

- Cuatro estudiantes, ofrecen argumentos que no son claros o precisos para dar cuenta de la manera como calculan la medida del perímetro y llegan a escoger una de las opciones incorrectas.

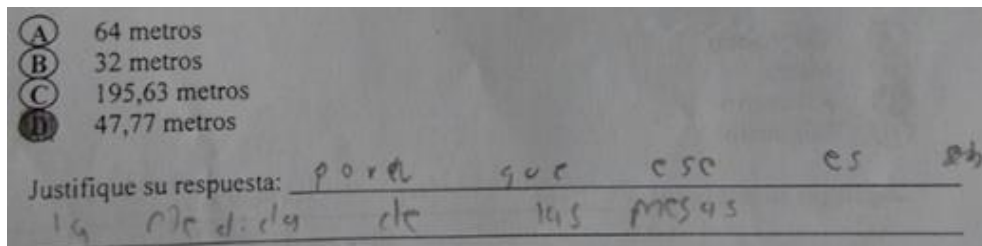


Imagen 37. Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 4 del pretest.

- Tres estudiantes en sus argumentos muestran una confusión entre el concepto de área y perímetro de figuras planas, pues en los cálculos que consignaron realizan la multiplicación de las dimensiones del largo y el ancho de la figura rectangular o acusan haberlo hecho.

23,77 m

8,23 m

5823 x
2377

13827771

El perímetro de la cancha será:

A) 64 metros
 B) 32 metros
 C) 195,63 metros
 D) 47,77 metros

Justifique su respuesta: es la C porque hice una multiplicación y eso me dio

Imagen 38. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.

- Dos estudiantes en sus argumentos dejan claro que conocen el concepto de perímetro, pero al no tener habilidades con la operatividad de los números decimales, el cálculo del perímetro les da un resultado incorrecto.

A) 64 metros
 B) 32 metros
 C) 195,63 metros
 D) 47,77 metros

Justifique su respuesta: el perímetro es porque se suma todos sus lados.

Imagen 39. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.

- Un estudiante hace relaciones confusas e incorrectas del perímetro con otras magnitudes como ángulos.

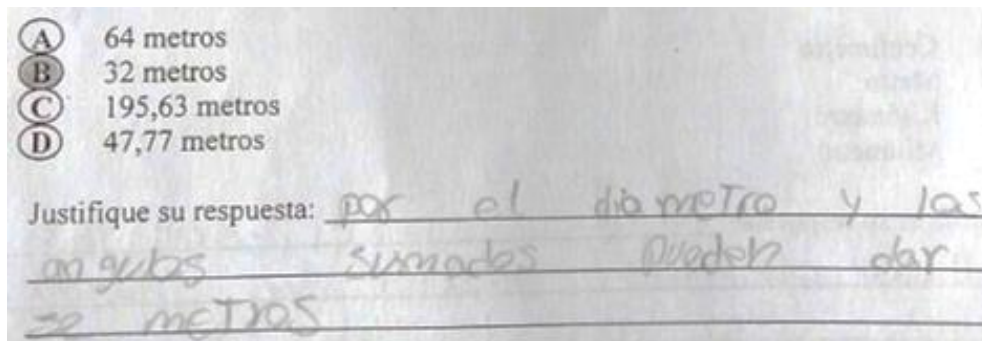


Imagen 40. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 4 del pretest.

- Diez estudiantes no argumentaron, de ellos hay tres que no seleccionaron ninguna opción de respuesta.

Preguntas 10:

La pregunta 10, tiene la particularidad de tres opciones de respuesta que se ajustan a la información que se pide, las opciones A y C, serán elegidas por estudiantes que solo se apoyan en los cálculos aritméticos que relaciona, el consumo de combustible, precio por galón y kilómetros recorridos. La opción D, será elegida por los estudiantes, que además de las consideraciones anteriores, van más allá de los cálculos, pensando en otros factores externos que podrían aumentar el consumo de gasolina y por ende el aumento en el presupuesto.

- La opción A fue escogida por siete estudiantes, de ellos hay cuatro que argumenta correctamente de forma escrita aludiendo al cálculo que ya describimos. Tres de ellos no ofrecen argumentación para su elección.

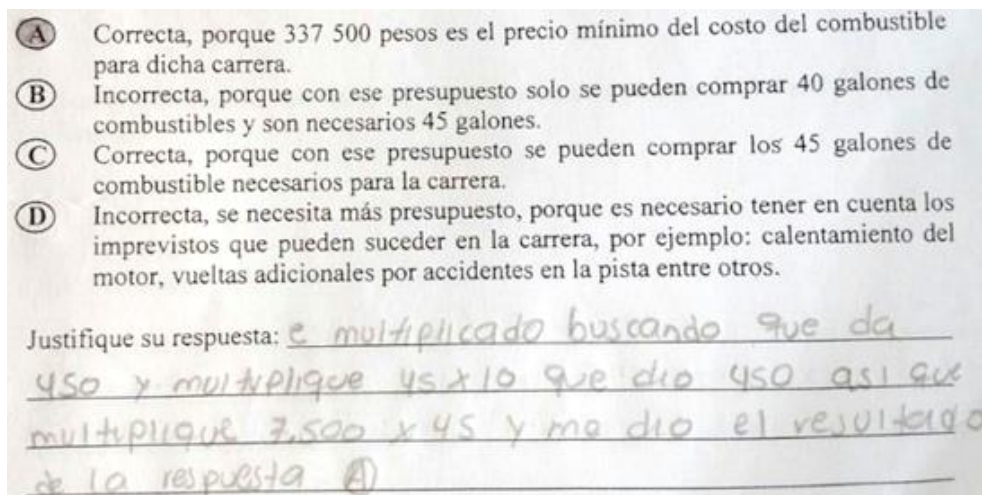


Imagen 41. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.

- La opción C fue escogida por doce estudiantes, de los cuales seis argumentan correctamente sobre dicho evento y seis de ellos no ofrecen argumento alguno.

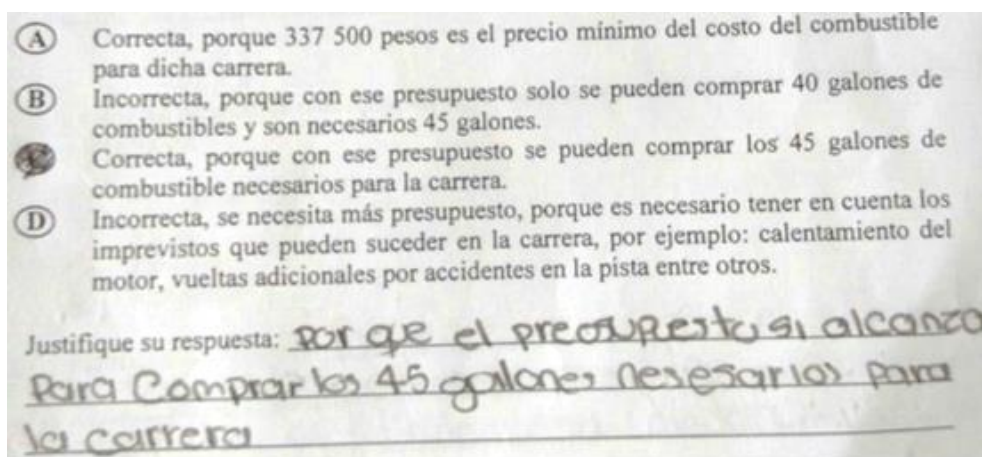


Imagen 42. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.

- Hubo un estudiante que escogió las opciones de respuesta A y C, dado la posibilidad que explicitamos antes, sobre escoger dichas opciones.

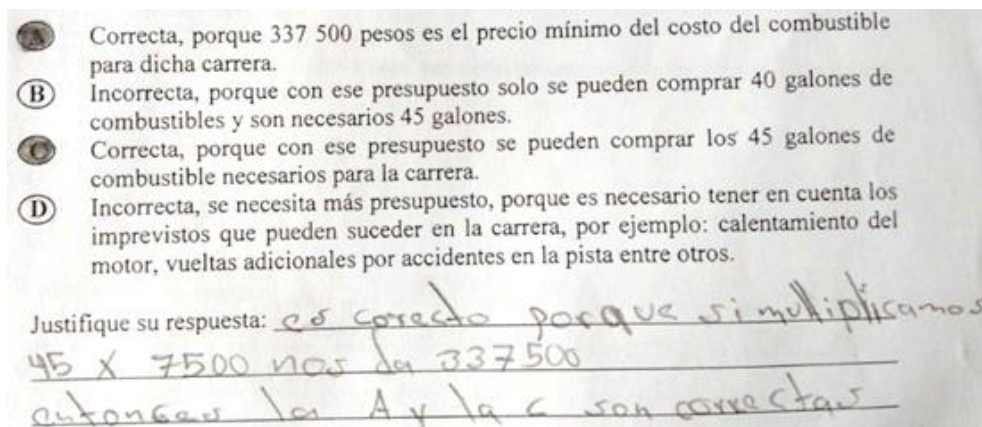


Imagen 43. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.

- La opción D fue elegida por seis estudiantes, en dónde cuatro de ellos presentan argumentos claros de la escogencia y dos estudiantes no argumentaron la elección

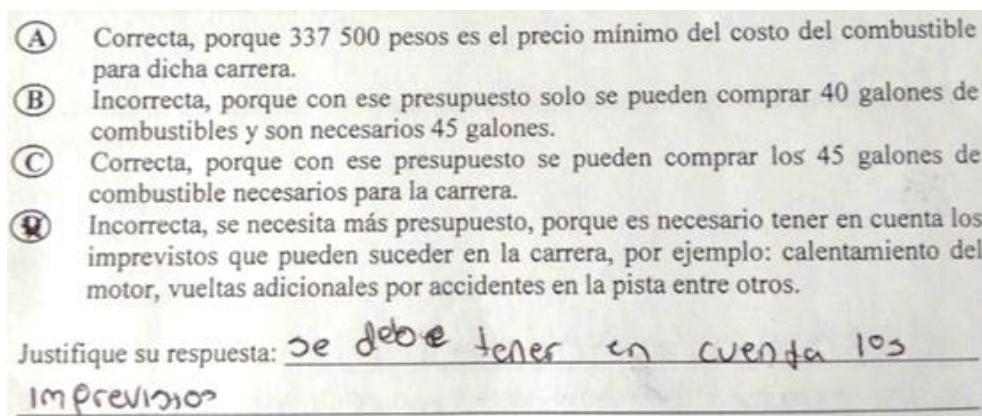


Imagen 44. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.

- La opción B fue elegida por cinco estudiantes, de los cuales dos argumentan evidenciando un mal procedimiento en los cálculos, y tres de ellos no argumentan su elección y seis estudiantes no escogen ninguna opción de respuesta, ni argumentan sobre ello.

- Ⓐ Correcta, porque 337 500 pesos es el precio mínimo del costo del combustible para dicha carrera.
- Ⓑ Incorrecta, porque con ese presupuesto solo se pueden comprar 40 galones de combustibles y son necesarios 45 galones.
- Ⓒ Correcta, porque con ese presupuesto se pueden comprar los 45 galones de combustible necesarios para la carrera.
- Ⓓ Incorrecta, se necesita más presupuesto, porque es necesario tener en cuenta los imprevistos que pueden suceder en la carrera, por ejemplo: calentamiento del motor, vueltas adicionales por accidentes en la pista entre otros.

Justifique su respuesta: no alcanza para hacer
la carrera completa por que
quedaría faltando 50 kilometros

Imagen 45. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del pretest.

Preguntas 6 y 7:

Estas preguntas evaluaban la comprensión de los estudiantes sobre el proceso de medición de la magnitud de longitud, el uso de un patrón para la medición y la comparación indirecta para establecer criterios de equivalencia, entre otros.

Preguntas 6:

Para el caso de la pregunta 6, se requiere no sólo que los estudiantes comparen los patrones de medida p y P , sino que establezcan relaciones de equivalencia entre los mismos. Los resultados de sus elecciones, así como sus argumentos, evidencian que los estudiantes no tienen la experiencia, ni han desarrollado conocimientos en la medición de longitudes con patrones arbitrarios, en la estimación de una cantidad de magnitud y por ende, en el establecimiento de relaciones entre las mediciones de una magnitud al usar dos patrones diferentes.

Lo anterior se apoya en la caracterización de los argumentos de los estudiantes que a continuación exponemos:

- Tres estudiantes escogieron la opción correcta, dos de ellos argumentan en términos de la razón que se deduce de la comparación de los pitillos con la información que se da al inicio de la pregunta y uno no da argumentos para su elección.

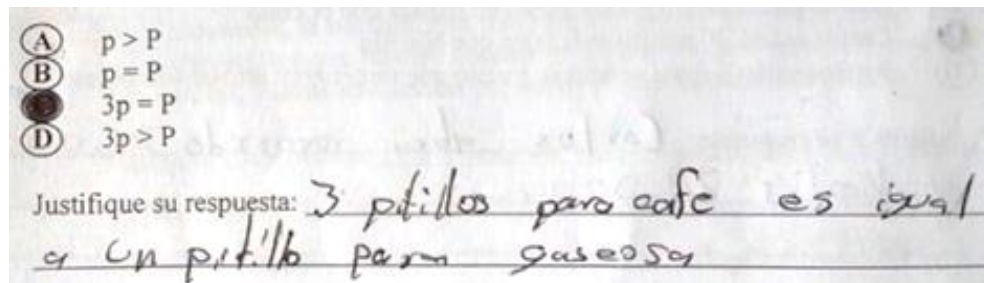


Imagen 46. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 6 del pretest.

- Diecinueve estudiantes que escogen la respuesta incorrecta, no toman en cuenta el texto inicial y sólo comparan ambos patrones (pitillo p y pitillo P) de acuerdo al tamaño, aunque escogen la opción A: $p > P$, lo que no coincide con sus argumentaciones, pero que consideramos es una dificultad que tienen los estudiantes para usar adecuadamente los signos $>$ y $<$. Hay también dos estudiantes que escogen la opción A, pero no justifican la respuesta.

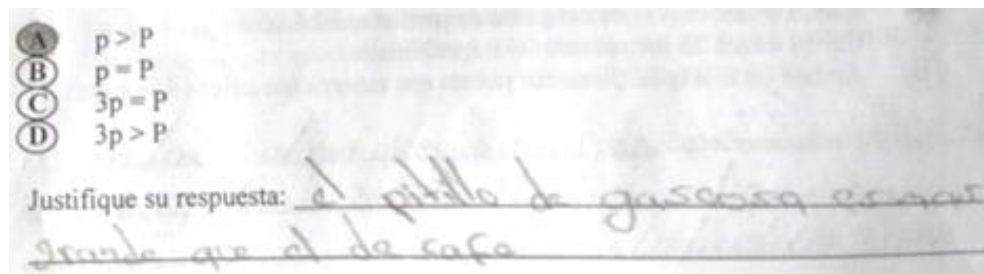


Imagen 47. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 6 del pretest.

- Ocho estudiantes seleccionan las opciones B o D, también incorrectas pero sus argumentaciones son confusas o incorrectas y no dan cuenta del porqué de su elección e incluso no hay una argumentación para la misma. Y cinco estudiantes no contestaron la pregunta 6.

Preguntas 7:

Para la pregunta 7, los estudiantes requerían traer a escena los conocimientos que han desarrollado en la primaria sobre el aislamiento de la longitud a través de la comparación de longitudes que han cambiado de forma o usando los procesos de descomposición y recomposición de una longitud.

- Los resultados muestran que dichos procesos necesarios para el aislamiento de la longitud no fueron realizados, sólo cuatro de los treinta y siete estudiantes seleccionaron la opción correcta, pero ellos no argumentaron correctamente sobre su elección.

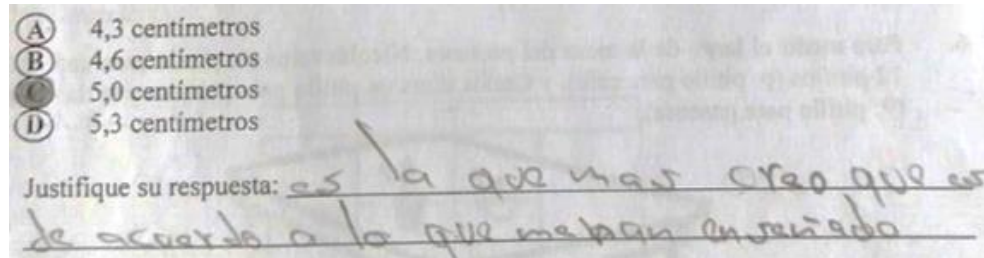


Imagen 48. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 7 del pretest.

- El resto de los estudiantes que eligieron opciones de respuesta incorrectas, no argumentan su elección (quince estudiantes), relacionan la razón tres a cuatro con el decimal 4,3 o dan argumentaciones confusas y poco precisas sobre su elección (diez estudiantes) y ocho estudiantes no contestaron la pregunta.

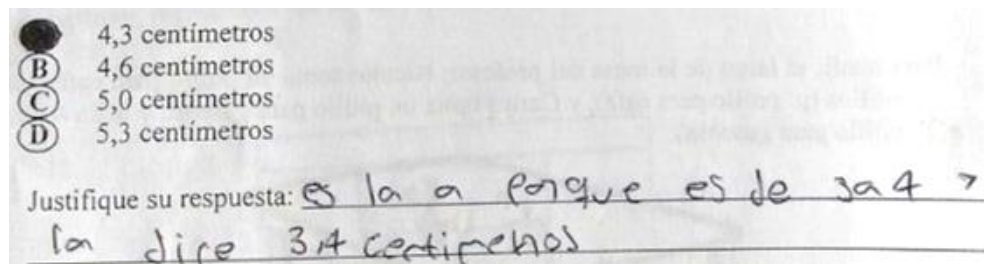


Imagen 49. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 7 del pretest.

Pregunta 8:

Esta pregunta buscaba la comparación de dos magnitudes de longitud que permaneces invariantes a pesar del movimiento. Los resultados de las elecciones y argumentaciones de los estudiantes se muestran a continuación:

- Veintiuno de treinta y siete estudiantes escogieron la opción de respuesta correcta, de ellos dieciséis estudiantes argumentan su elección a través de la comparación de las dos medidas de longitud, incluyendo por ejemplo que a pesar de que las dos personas parten del mismo punto y en el mismo sentido, uno va a estar 5 cm adelante del otro siempre.

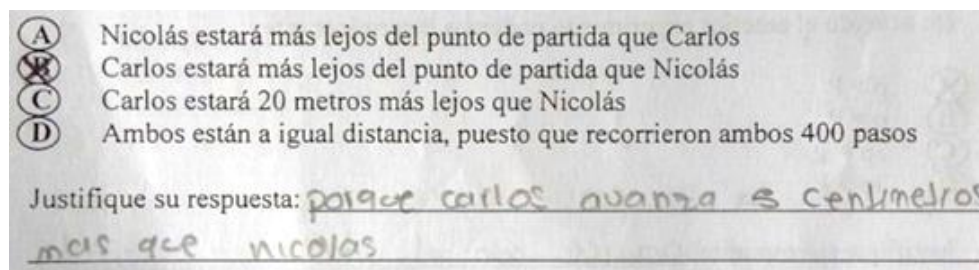


Imagen 50. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 8 del pretest.

- Un estudiante argumenta en términos de la rapidez con la que podrá llegar el que tiene mayor longitud y cuatro estudiantes pese a su correcta elección no argumentan o lo hacen de manera incorrecta.
- Dieciséis de treinta y siete estudiantes contestaron incorrectamente, de los cuales cuatro estudiantes ofrecen argumentaciones que no dan cuenta de su elección o introducen en sus argumentos datos que no hacen parte del problema y de la que desconocemos su procedencia.
- De los dieciséis estudiantes que escogieron las opciones incorrectas, cuatro estudiantes invierten la información del problema y argumentan en función de ello, dos estudiantes usan la información del mismo punto de partida y la misma dirección y la asocian a la igualdad de la medida de las longitudes, sin tomar en consideración las cantidades de longitudes que se dan inicialmente en el planteamiento del problema. Y seis estudiantes no argumentan su elección.

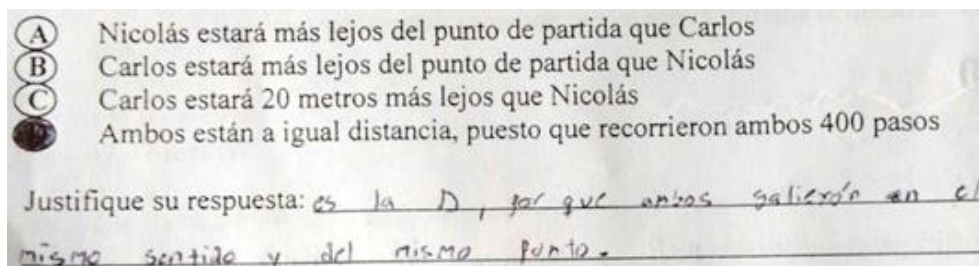


Imagen 51. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 8 del pretest.

Pregunta 9:

Con esta pregunta se esperaba determinar la conceptualización de los estudiantes en cuanto a la estimación de una medida, el rango de la magnitud de longitud objeto de medición y la aproximación a una medida exacta.

Los resultados del análisis de las respuestas a esta pregunta los hemos caracterizado así:

- Aquellos estudiantes que eligieron la opción de respuesta correcta (siete estudiantes) para esta pregunta, no hicieron la correcta argumentación sobre la misma, sino que aludieron a aproximaciones perceptuales para su escogencia (tres estudiantes) o minimizaron el rango para escoger el valor aproximado (dos estudiantes) y de éstos siete estudiantes hay cinco que no argumentaron su elección.

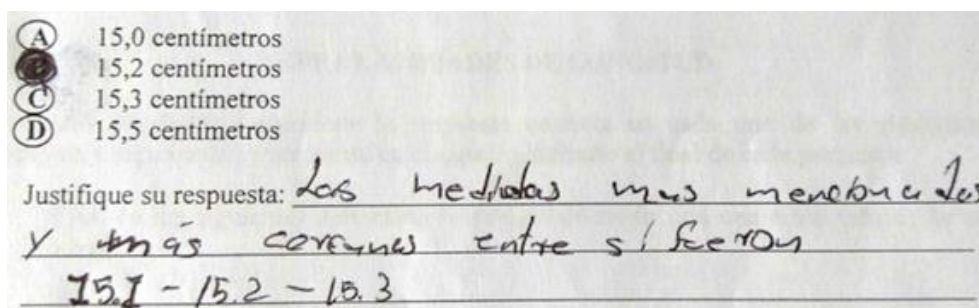


Imagen 52. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 9 del pretest.

- De los treinta y uno que escogieron opciones de respuesta incorrectas, nueve estudiantes presentan argumentaciones poco precisas o confusas sobre sus elecciones. nueve estudiantes usan la estimación, o la percepción para realizar su elección y argumentaron entorno a estos aspectos. un estudiante escogió el único dato que no se repetía para determinar su elección. nueve estudiantes no argumentaron sus elecciones y tres estudiantes no contestaron la pregunta.

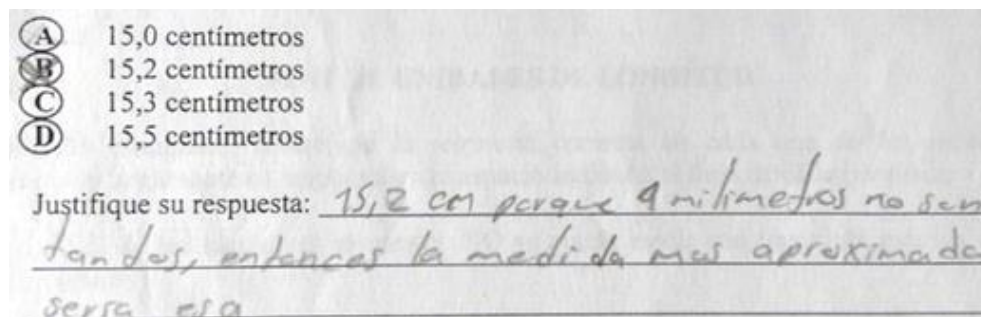


Imagen 53. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 9 del pretest.

De los resultados descritos se puede inferir, que los estudiantes no cuentan con los elementos que se requieren para realizar aproximaciones de una medida de longitud, eliminar el error en una medición o determinar el rango de medición, e incluso para realizar estimaciones de una medida de longitud.

4.2.2 SITUACIÓN DE ACCIÓN

Actividad 1:

La implementación de esta situación se llevó a cabo con treinta y cuatro estudiantes del grado sexto, esta actividad enfrentó a los estudiantes a la medición de una longitud usando un patrón arbitrario, escogido por ellos libremente. De dicha experiencia se esperaba que los estudiantes se cuestionaran sobre: qué es medir una longitud, la pertinencia del patrón escogido para realizar la medición de la longitud y los posibles resultados de su medición.

A continuación describiremos los resultados del desarrollo de la actividad y el análisis de la misma:

- **Escogencia de un patrón para realizar la medición de la longitud ancho del salón:**

Algunos estudiantes usaron partes de su cuerpo para realizar la medición: los brazos abiertos y extendidos, los pies y las manos. Esta escogencia es muy común; como ya lo hemos dicho las medidas antropométricas introducen un primer patrón de medida, que luego necesitará ser reemplazado con uno estandarizado, homogéneo y convenido para ser utilizado como unidad de medida.

Chamorro y Belmote (2005) afirman que:

Como ya hemos adelantado, los primeros patrones surgen de las partes del cuerpo, se trata de las primeras medidas llamadas antropométricas. Naturalmente el uso de este tipo de unidades presenta algunas dificultades asociadas a su falta de homogeneidad. Pueden dar buenos resultados cuando es el mismo individuo el que mide «con sus palmas» ambos objetos, pero surgen problemas cuando la medida es realizada por individuos distintos, con palmas distintos. (p.327).

Esta situación será aprovechada más adelante en términos didácticos, como punto de reflexión para establecer dicha necesidad en la medición de una magnitud de longitud.

Otros estudiantes escogieron como patrón, para realizar la medición, objetos que se encontraban dentro del salón de clase como: Libros, el tarro de la basura, termos, cuadernos, maletines, un tubo plástico, carpetas, pupitres, sacos y cartucheras.

- **El acto de medir la longitud ancho del salón usando el patrón escogido:**

Inicialmente los estudiantes dudaron sobre cómo usar el elemento escogido para realizar la medición del ancho del salón; se mostraban tímidos a iniciar el proceso y muchos esperaron a observar a algunos compañeros que iniciaron la medición, para imitar lo que ellos hacían.

Como tendencia se observó que los estudiantes no sabían cómo medir una longitud usando un patrón por comparación directa, pues no respetaron la continuidad que debe darse entre la repetición del patrón sobre la longitud a medir, sino que arrastraban el saco por el ancho del salón por ejemplo, sin tener en cuenta donde inicia y finaliza, para dar continuidad a la medición.

Otros estudiantes, daban pasos largos para medir el ancho del salón, sin tener el control que la longitud del paso debía ser siempre el mismo, para que la medición del ancho del salón hecha por ellos, fuera una medida confiable.

Unos pocos estudiantes ejecutaron la medición con el patrón elegido de una manera adecuada, comparando de manera continua el patrón de medición sobre el ancho del salón.



Imagen 54. Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por los estudiantes con un patrón arbitrario.

- **Cantidad de longitud del ancho del salón de clase:**

Diecinueve de los estudiantes de grado sexto, usaron correctamente los racionales positivos para expresar numéricamente la medición que hicieron sobre la longitud ancho del salón y quince estudiantes evidenciaron dificultades cuando tuvieron que expresar la medida, como un número que tenía unidades enteras y partes de la unidad.

En los estudiantes con dicha dificultad, se observa una mala conceptualización sobre los números racionales positivos tanto en representación fraccionaria como decimal, no los usan correctamente para dar cuenta de la medición de una longitud.

- **Registro de la observación de acto de medir la longitud ancho del salón por su compañero.**

La descripción escrita de los estudiantes de esta primera observación, es poco precisa en términos generales, pues no da cuenta de cómo realizó su compañero la medición de la longitud ancho del salón, sino que se limitan en muchos casos a escribir con qué patrón midió la longitud.

Algunos estudiantes fueron precisos en sus descripciones, dejando evidencias de la manera como su compañero realizó la medición usando el patrón.

	Descripción de la observación	Elemento de medida	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 2	santiago colocó un pie seguido del otro y empezó a contar	pie	22	$\frac{2}{3}$
	Descripción de la observación	Elemento de medida	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 2	El estudiante está usando de uso de medida un saco para medir	saco	5/1	$\frac{5}{0}$

Imagen 55. Registros de observaciones que hicieron los estudiantes de la medición de sus compañeros del ancho del salón de clase, con un patrón arbitrario escogido.

	Descripción de la observación	Elemento de medida	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 1	Jhoan colocó un maletín le dio vuelta y empezó a contar	Maletín	13	$\frac{1}{2}$
	Descripción de la observación	Elemento de medida	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 1	Midió el ancho del salón con el zapato uno después del otro. Pegado no sobraba ningún espacio	Zapato	42.5 $\frac{1}{5}$	No fueron enteras 42.5 $\frac{1}{5}$

Imagen 56. Registros de observaciones que hicieron los estudiantes de la medición de sus compañeros del ancho del salón de clase, con un patrón arbitrario escogido.

- **Reflexión individual (segunda parte de la actividad N°01):**

La pregunta a, nos permitió indagar sobre los conocimientos que traían los estudiantes sobre el proceso de medición de una longitud, pues para dotar de nombre a la actividad ellos dan cuenta de la experiencia que surgió en la primera parte y de lo que hayan conceptualizado en años anteriores.

Como resultado encontramos elementos que hacen parte de la construcción de una magnitud y del proceso de medición de la misma, y que fueron nombrados por los estudiantes así: medición de espacios, comparación de medidas, medir objetos en el aula, elementos para medir, otros elementos que se pueden medir, midiendo con algo común, entre otros.

La pregunta b induce al estudiante a reflexionar sobre el patrón escogido, comparándolo con el de su compañero. Aquí observamos que los estudiantes comparan correctamente ambos patrones desde su percepción y constatamos que tienen dificultades con la asignación numérica de la medida, pues en los casos en que por ejemplo, ambos patrones eran de igual longitud, la medición del ancho del salón les dio diferente. E incluso, se dieron casos en que uno de los patrones era de mayor longitud que el otro y la medición del ancho del salón a ambos estudiantes, les dio igual cantidad de longitud.

La pregunta c, recoge la reflexión anterior y ahora les cuestiona sobre la utilidad de uno u otro patrón para la medición de la longitud ancho del salón, encontramos que los estudiantes asocian la utilidad con:

- La posibilidad de manejar o manipular fácilmente el patrón de medición por su firmeza o rectitud.
- El tamaño del instrumento que garantiza, según los estudiantes, que la medición sea más rápida.

La pregunta d, les invita a reflexionar sobre la cantidad de la longitud y la pertinencia del patrón de medida, por ello se pregunta, si la medida es entera. Veinticinco estudiantes reconocieron y justificaron correctamente si la medida era entera o no y diez estudiantes no logran dar cuenta en sus argumentaciones sobre ello.

La pregunta e, instó a los estudiantes a establecer una equivalencia entre los patrones que escogieron él y su compañero. Para ello es necesario además de la equivalencia, establecer una razón entre las medidas de longitud de dichos patrones. Se observó, como tendencia, que los estudiantes no comprendieron la pregunta, pues establecieron la relación a través de comparaciones sobre tamaño y forma de ambos objetos, y de las diferencias entre los mismos; otros sumaron las cantidades obtenidas en la medición, o no contestaron la pregunta.

Sólo dos estudiantes se acercaron al establecimiento de la equivalencia entre ambos patrones, uno con mayor exactitud, quién nombró la relación numérica resultado de comparar un patrón con el otro.

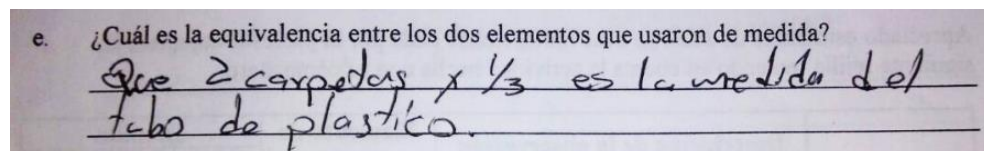


Imagen 57. Respuesta de un estudiante a la pregunta 5e de la actividad N°1.

Las preguntas f y g cuestionaron a los estudiantes sobre la utilidad y eficiencia de los patrones escogidos, para realizar otras mediciones de longitud como el tamaño de una hormiga y la distancia de Cali a Bogotá.

En términos generales, para el caso del tamaño de la hormiga los estudiantes concluyen que el patrón escogido es demasiado grande y por tanto, no es útil para hacer las comparaciones por que no brindaría exactitud a la medición. De hecho acusan ser imposible de medir con dichos instrumentos.

Para el caso de medir la distancia de Cali a Bogotá, los estudiantes, de manera similar al caso anterior, aludieron a la poca eficacia de los patrones para ello, porque los patrones son muy pequeños y el proceso de medición sería difícil y demorado. Algunos hablaron de que podría ser posible usarlo pero no eficiente. Aquí pudimos evidenciar que hay una construcción social sobre la unidad de medida para grandes distancias; ellos dijeron que se requiere usar kilómetros.

También constatamos con las respuestas de ambas preguntas, que los estudiantes hacen algunas estimaciones sobre las medidas de longitud de objetos como el tamaño de la hormiga o las distancias entre ciudades.

Actividad N° 02:

Esta actividad se realizó con treinta y seis estudiantes, fue desarrollada igual que la anterior, con la única restricción que los estudiantes escogieron el patrón de medida entre tres regletas no metrizadas de diferente color y medida de longitud.

Los estudiantes después de escoger una de las regletas no metrizadas, por instrucción del profesor, la dividieron en diez partes aproximadamente iguales, pues para ello no fue permitido el uso de ningún instrumento de medición, como por ejemplo las reglas métricas.

- **El acto de medir la longitud ancho del salón usando una de las regletas no metrizadas divide en diez partes “iguales”:**



Imagen 58. Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por los estudiantes con un patrón arbitrario escogido por ellos.

En este proceso de medición se observó una mejor aproximación de los estudiantes a la construcción del concepto de medir una longitud, a través de la comparación directa con patrones no estandarizados. Se notó preocupación de los estudiantes por mantener la continuidad al usar el patrón, superponiéndolo en el suelo, y la exactitud en este proceso de medición de la longitud ancho del salón.

- **Registro de la observación de acto de medir la longitud ancho del salón por su compañero.**

Aún persisten las dificultades de los estudiantes para describir el proceso de medición que observan realizar a alguno de sus compañeros. Un total de veintiséis estudiantes se encontraron en esta situación.

Sólo diez estudiantes describieron de manera adecuada las acciones de su compañero para realizar la medición del ancho del salón, de ellos, cuatro estudiantes describen el proceso como una comparación uno a uno. Y seis estudiantes al realizar la descripción, nos permitieron deducir que sus compañeros midieron usando la comparación indirecta de la siguiente manera: La regleta de color rojo tenía la misma longitud del ancho de una baldosa del salón, luego de

establecer esta relación, usan la propiedad transitiva y cuentan el número de baldosas que cubren el ancho del salón para dar la cantidad de longitud requerida.

- **Cantidad de longitud del ancho del salón de clase:**

En cuanto a la determinación de la cantidad de longitud ancho del salón usando las diferentes regletas como unidad de medida. La mitad de los estudiantes tienen éxito, pero cinco de ellos escriben incorrectamente las unidades enteras y las partes de la unidad.

	Descripción de la observación	Color de La Regleta	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 2	el empezo a contar cuadros hasta que termino.	Roja	28	$\frac{1}{2}$
	Descripción de la observación	Color de La Regleta	Unidades	Partes
Estudiante 2	utiliza la regla de color rojo para medir el ancho del salón	Rojo	5	28

Imagen 59. Registros de las observaciones que hacen los estudiantes sobre la medición del ancho del salón con regletas no metrizadas.

El resto de los estudiantes hacen una medición incorrecta del ancho del salón o que no se aproxima a la misma. De ellos, diez estudiantes además de lo anterior usan incorrectamente los números racionales para dar cuenta de su medición.

	Descripción de la observación	Color de La Regleta	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 1	midio el ancho del Salón con la regleta roja	Roja	$\frac{27}{2}$	$\frac{1}{2}$
	Descripción de la observación	Color de La Regleta	Medida	
			Unidades	Partes
Estudiante 2	Danna midio el ancho del salón en uno en uno	verde	19	$\frac{1}{9}$

Imagen 60. Registros de las observaciones que hacen los estudiantes sobre la medición del ancho del salón con regletas no metrizadas.

- **Reflexión individual (segunda parte de la actividad N° 02):**

La pregunta a, al igual que en la actividad anterior, es un medio para indagar sobre las expectativas, conocimientos previos y posibles intuiciones de los estudiantes respecto a la situación que están enfrentando. Encontramos en la manera como titulan la actividad, que los estudiantes aluden a:

- Uso de patrones para medir la longitud ancho del salón con títulos como: regletas para medir, actividad de medida con regletas de diferente tamaño y color.
- Procesos de medición de una magnitud de longitud a través de títulos como: métodos para medir, ¿cómo medir fácilmente con regletas?, aprender a medir.
- Cantidades de longitud, en: Repaso de medidas, Hallar medidas, Las medidas, medida exacta o inexacta.

La pregunta b, que alude a la comparación entre dos patrones de medida usados por los estudiantes, fue contestada por casi todos los estudiantes de manera correcta, aludiendo a argumentos de comparación de los tamaños de la mismas. Con la excepción de un estudiante que no realizó la comparación correctamente, pero que intuimos obtuvo dicho resultado, porque no se preocupó por la manipulación y uso de la regleta escogida, sino que constantemente quería usar la cinta métrica para realizar la medición de la longitud ancho del salón.

La pregunta c, que buscaba que los estudiantes tomaran decisiones sobre la pertinencia de las regletas usadas para la medición del ancho del salón, fue contestada por los estudiantes (diecinueve estudiantes), en términos de eficacia en el proceso de medición aludiendo al tamaño de la regleta, con la premisa “entre más grande la regleta más rápido hallaremos la medida”, ellos no se detuvieron a reflexionar sobre la exactitud o aproximación a la medida.

Dieciséis estudiantes dijeron que era más útil medir con la regleta roja pues ella equivale al ancho de una baldosa del salón. Por lo tanto no es necesario usar la regleta roja para la medición, sino contar las baldosas y luego por transitividad dar la medida del ancho del salón en términos de la unidad de medida regleta roja. Este tipo de argumentaciones nos dan cuenta de una situación de medición por comparación indirecta. Un estudiante argumentó que usar la regleta de menor longitud es más útil para alcanzar mayor exactitud en la medida. (Chamorro y Belmonte, 2005).

La pregunta d, cuestionó a los estudiantes sobre la cantidad de magnitud de longitud, si ella es o no una medida entera. Veintinueve estudiantes concluyen que el resultado de su medición no es un número entero, de éstos, diecinueve argumentaron correctamente. Y siete estudiantes dan una respuesta incorrecta, al decir que la medición del ancho del salón con alguna de las regletas da como resultado un número entero. Estos resultados reafirman las dificultades que evidencian los estudiantes en términos de la conceptualización y uso de los racionales positivos en representación fraccionaria o decimal.

La pregunta e, pedía que los estudiantes establecieran relaciones de equivalencia entre dos de los patrones usados para la medición del ancho del salón. Sólo cuatro estudiantes lograron establecer dicha relación, con la particularidad de haber usado la misma regleta para la medición, lo que hizo que la relación de equivalencia fuera de igualdad.

Treinta y dos estudiantes no lograron establecer relaciones de equivalencia entre los patrones de medida: algunos se remitieron a comparar los tamaños, otros compararon los valores numéricos obtenidos en la medición, un estudiante compuso la regleta amarilla con la suma de las regletas roja y verde y otros totalizaron las cantidades numéricas para concluir que dicho resultado era la relación de equivalencia.

Las preguntas f y g indagaron sobre la utilidad y la eficiencia de las regletas para medir otras longitudes o eventos de su entorno, la mayoría de los estudiantes argumentó que en ambos casos es difícil usar las regletas para medir longitudes muy grandes o muy pequeñas, también existieron argumentos sobre la necesidad de usar el sistema métrico decimal. Para longitudes pequeñas, los centímetros y milímetros y, para longitudes más grandes metros o kilómetros.

Un pequeño grupo de estudiantes argumentaron que las regletas se podrían usar para dichas mediciones pero que tendrían dificultades por el tamaño de la longitud a medir.

En síntesis, las dos actividades que comprendieron la situación de acción, alcanzaron a movilizar a los estudiantes hacia la construcción de la magnitud de longitud, esto porque se evidenció que lograron identificar un atributo medible en un objeto: el ancho del salón. También iniciaron una reflexión importante sobre lo que significa medir, relacionando una magnitud con otra tomada como modelo, ese modelo recibe el nombre de patrón de medida, que con el resultado de su medición, se transforma en la unidad de medida.

En la acción de medir con un patrón arbitrario, los estudiantes entraron en conflicto con lo que ellos consideraban era medir; los resultados de su medición y las actuaciones de sus compañeros les permitieron ir generando nuevos esquemas o la acomodación de sus propios esquemas en cuanto a lo que significa medir una longitud, lo que se evidenció en las afirmaciones sobre qué patrón de medida es más apropiado para medir o en nuevas acciones cuando midieron con las regletas no metrizadas en la actividad 2, por ejemplo.

4.2.3 SITUACIÓN DE FORMULACIÓN:

Dado que la situación de formulación busca el intercambio de información y la negociación de saberes entre pares, esta actividad fue propuesta para trabajar en parejas.

Se conformaron dieciocho parejas de estudiantes, en modalidad de libre escogencia con el fin de generar mejor disposición para el trabajo en equipo, para el desarrollo de la actividad.

El profesor presentó la actividad al grupo de estudiantes y les permitió elegir una de las regletas no metrizadas para realizar, en equipo, la medición del ancho del salón. Les solicitó dividir cada regleta en diez partes iguales, como en la actividad anterior, y esta vez hizo explícito que ello les serviría de referente para otorgar un valor numérico a la medición, haciendo un uso adecuado de los números decimales.

Las regletas metrizadas y el ancho del salón tienen las siguientes longitudes, que los estudiantes no conocieron en ningún momento de la actividad, pero que brindamos aquí pues servirán de referencia al lector para la interpretación del análisis y las conclusiones de los resultados de los estudiantes en el desarrollo de la actividad.

Tabla 12

Medidas de longitud y equivalencia del ancho del salón con los patrones de medida, usados en la actividad.

Magnitud de longitud	Cantidad de longitud	
Ancho del salón	5,85 metros	
Patrón de Medida	Cantidad de longitud	Medida del ancho del salón con cada patrón (aproximadamente)
Regleta Roja	20 centímetros	29,2 regletas rojas
Regleta Verde	30 centímetros	19,5 regletas verdes
Regleta Amarilla	50 centímetros	11,7 regletas amarillas

- **Medición de la longitud ancho del salón por cada pareja de estudiantes con la regleta escogida:**

Observamos en esta tercera actividad, que el proceso de medir el ancho del salón, por los estudiantes, fue cada vez más minucioso; se establecieron acuerdos para realizar correctamente la medición, se evidenció continua retroalimentación y apoyo entre los pares para el acto de medir.

Por ejemplo, entre ambos medían otorgándose roles (uno sostiene, marca las comparaciones, otro cuenta y manipula la regleta), se discutió y negoció sobre el resultado de la medición para asignar el valor numérico.

Hubo cuestionamientos de los estudiantes, sobre si se podía medir en una dirección contraria a la que medían el resto de los compañeros, lo que el mismo grupo corroboró, afirmando que medir de izquierda a derecha o de derecha a izquierda el ancho del salón, debía dar igual resultado.



Imagen 61. Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por un estudiante con un patrón arbitrario escogido por él.

- **Registro de la observación de la actividad de medir la longitud ancho del salón, entre pares.**

Como tendencia encontramos que los estudiantes no logran dar una descripción escrita precisa de la manera como miden la longitud ancho del salón; simplemente sus descripciones se refieren al instrumento que usan para la medición.

➤ **Regleta roja:**

Diez parejas de estudiantes usaron este patrón de medición. Sólo tres de ellas, describen que para medir el ancho del salón, compararon nuevamente la regleta con la medida del ancho de la baldosa y entonces, contaron las baldosas para dar su medida.

Seis de las diez parejas hacen una descripción que no da cuenta de su proceso de medición y una pareja hace la descripción verificando que se usa la propiedad conmutativa para constatar la medición (medir en cualquier sentido da lo mismo).

En cuanto al resultado de la medición de la longitud ancho del salón, las diez parejas se aproximaron a la medida real con el patrón, las mediciones están en un rango de 27,0 a 30,0. Esto que nos permite concluir, que han ido avanzando en la construcción del concepto de longitud y su medida.

Descripción de la observación	Color de la Regleta	Medidas	
Medimos con la regleta roja, lo cual fue muy fácil, ya que una regleta roja equivale a una tallas, y nos dio el mismo resultado	Roja	m ₁	28,9
		m ₂	28,9
		m ₃	28,8
		m ₄	29,3
		m ₅	30,0
		m ₆	27,0
		m ₇	28,9
		m ₈	28,5
		m ₉	27,5

Imagen 62. Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta roja.

➤ **Regleta Verde:**

Tres parejas de estudiantes usaron este patrón para realizar la medición del ancho del salón. Respecto a la descripción de la medición se encontró que las tres parejas no dan cuenta del proceso, sino que describen el instrumento para la medición.

En cuanto a la asignación numérica de la cantidad de longitud, que debía ser aproximadamente 19,5 regletas verdes, vemos que las mediciones de los

estudiantes son bastante cercanas a dicho valor, con excepción de una pareja que en su tercera medición obtiene un valor de 17,7 regletas verdes.

Descripción de la observación	Color de la Regleta	Medidas	
<p>nosotros lo hicimos muy bien por que trabajamos en equipo + elegimos la regleta verde por que nos pareceo adecuado a lo medido que debiamos hacer la actividad</p>	<p>VERDE</p>	m ₁	18.6
		m ₂	19.3
		m ₃	18.8
		m ₄	18.6
		m ₅	19.0
		m ₆	18.9
		m ₇	20.2
		m ₈	18.5
		m ₉	17.7

Imagen 63. Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta verde.

➤ **Regleta amarilla:**

Cinco parejas de estudiantes usaron este patrón para desarrollar la actividad propuesta. Para la descripción de la medición de la longitud ancho del salón, una de las parejas explica su escogencia en términos de la rapidez de la medición, dado que está era la regleta de mayor longitud.

Tres de las cinco parejas no precisan sus argumentos para explicar cómo midieron la longitud del ancho de clase; una pareja describe correctamente este proceso de medir.

Respecto a la cantidad de longitud registrada por los estudiantes, encontramos que con este patrón de medida el rango fue amplió y varió entre 10,7 y 13,5 regletas amarillas. Se nota menos aproximación a la medida correcta que era de 11,7 regletas amarillas.

Descripción de la observación	Color de la Regleta	Medidas	
Marco midió el ancho del salón desde el lado izquierdo hasta el lado derecho. Y Arboleda midió con la regleta Amarilla el ancho del salón desde la derecha hasta la izquierda.	A M A R I L L A	m ₁	13,5
		m ₂	11,5
		m ₃	12,3
		m ₄	10,8
		m ₅	10,7
		m ₆	11,5
		m ₇	11,6
		m ₈	13,5
		m ₉	11,5

Imagen 64. Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta amarilla.

Descripción de la observación	Color de la Regleta	Medidas	
medidas con la regleta amarilla para determinar las medidas correctas en el final de la regleta para no equivocarnos.	A M A R I L L A	m ₁	12,3
		m ₂	12,3
		m ₃	13,5
		m ₄	11,5
		m ₅	10,8,8
		m ₆	10,7
		m ₇	11,5
		m ₈	11,6
		m ₉	13,5

Imagen 65. Registro escrito de una pareja de estudiantes de la actividad de medición del ancho del salón de clase con la regleta amarilla.

- **Reflexión en parejas, sobre la actividad de medir el ancho del salón de salón de clase (segunda parte de la actividad N° 03):**

➤ **Pregunta a:**

En las respuestas de las parejas de estudiantes, respecto al nombre de la actividad, encontramos que los títulos están relacionados con la actividad sobre el proceso de medir y un estudiante propone como título la orientación a la división de la regleta en partes iguales.

Consideramos que estas argumentaciones evidencian que los estudiantes han ido formulando algunas hipótesis sobre el objetivo de la secuencia didáctica que como hemos dicho, ellos lo han relacionado con el proceso de medir una longitud y todo lo que implica.

➤ **Pregunta b:**

Sólo una pareja de estudiantes no reconoce las cantidades de longitud ancho del salón, obtenidas en las mediciones de ellos y sus compañeros, como cantidades no enteras. El resto de las parejas del grupo, además de reconocer que dichas cantidades no son enteras, dan argumentaciones sobre sus afirmaciones que implican por ejemplo, que sobró un espacio (en el suelo del salón) imposible de medir con una regleta entera y otros toman como referencia un número decimal, de los que obtuvieron en la medición, para decir que ese número no es entero.

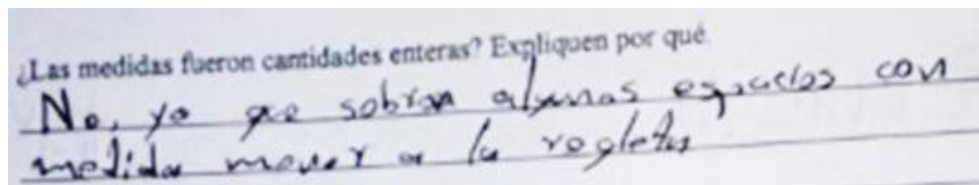


Imagen 66. Respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta b de la actividad N° 03.

Se observa en algunos casos, que los estudiantes confunden la medida exacta con el número entero, argumentando que no es entero pues no es exacto.

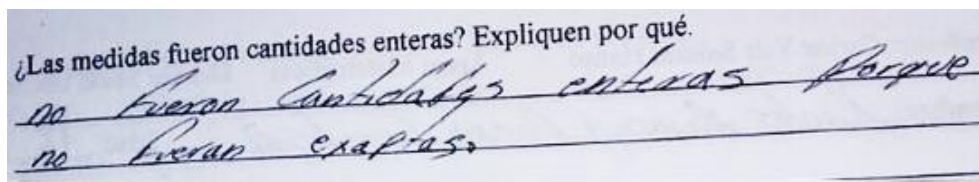


Imagen 67. Respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta b de la actividad N° 03.

Lo anterior nos indicó, que las observaciones iniciales del profesor sobre la utilidad de dividir la regleta en diez partes iguales para la asignación de la cantidad de longitud, les permitieron a los estudiantes reorganizar sus conocimientos y elaborar nuevos, como relacionar la representación simbólica de una fracción decimal y la representación numérica de la misma, para dar cuenta de las cantidades no enteras de la medida de la longitud ancho del salón.

➤ **Preguntas c y d:**

Estas preguntas interrogaban a los estudiantes sobre a la utilidad y eficiencia del patrón de medida en otras situaciones de medición de longitudes pequeñas o grandes (tamaño de una hormiga y distancia de Cali a Bogotá).

La mayoría de los estudiantes evalúan la utilidad y eficiencia del patrón que eligieron, argumentando que no sería útil para medir longitudes muy pequeñas o longitudes muy grandes; en algunos casos agregan que será útil, pero no eficiente, en el caso de medir la distancia entre dos ciudades.

Los argumentos mencionados nos indicaron que los estudiantes ya han elaborado algunas hipótesis frente a la elección de un patrón de medida de acuerdo con la longitud que se va a medir. Sus hipótesis muestran la necesidad de un patrón homogéneo y convenido socialmente, que les dé exactitud en la medición o una mayor aproximación a la cantidad de longitud y que también sea eficiente para la actividad de medir. (Chamorro y Belmonte, 2005)

➤ **Pregunta e:**

Frente al cuestionamiento de las diferentes cantidades de medida obtenidas por las parejas que usan el mismo patrón, para medir la longitud ancho de salón, encontramos que:

- Nueve parejas argumentaron que estas diferencias se deben a que la medición la realizaron diferentes personas, lo cual arrojaba errores en la medición y poca precisión debido a que algunos, según ellos, no midieron bien o no fueron estrictos en su proceso.
- Una pareja argumentó que esto se debe a que el patrón de medida estaba mal dividido.
- Dos parejas no se cuestionaron sobre el proceso de medición, sino que compararon las cantidades obtenidas y entonces, respondieron que la diferencia es que unas cantidades son exactas y otras no. De lo anterior dedujimos, que ellos intentaban decir que unas cantidades eran enteras y otras no.
- Tres parejas de estudiantes concluyeron, que las cantidades no eran diferentes, sin ofrecer justificación para ello.
- Y tres parejas de estudiantes identifican que las cantidades son diferentes pero no dan ningún argumento que explique.

Por lo anterior opinamos que, los estudiantes empiezan a plantearse hipótesis sobre la aproximación de la medida, teniendo en cuenta que este proceso requiere la repetición, la adecuada elección y exigencia con el uso del patrón y la calibración del instrumento de medida, con el fin de disminuir los errores y acercarse a la medida real de la longitud.

➤ **Pregunta f:**

Esta pregunta se asocia con la anterior en la medida en la que, según las razones por las que los estudiantes expliquen que se generaron las diferencias en la medición, argumentarán como harían para eliminarlas o minimizarlas.

Se evidenció en sus respuestas lo siguiente:

- Algunos estudiantes opinan a que se debe minimizar el error humano y que para ello se requiere que: mida una misma persona toda las veces. Cuando

son varias personas, deben medir de la misma forma y a la vez. Además, se debe haber dividido el instrumento en partes iguales correctamente y rectificar la medición.

- Otros estudiantes descartaron el patrón de medida usado y dijeron que para que la medida sea exacta, se requiere de otra regleta o cambiar de instrumento para medir el ancho del salón.
- Algunos estudiantes, que asociaron la exactitud de la medida con la cantidad numérica entera, propusieron que se debía alargar la regleta, agregándole el pedazo que les falta para que esa medida sea exacta, "entera".
- Un grupo de estudiantes se refiere a la necesidad de usar el patrón de medida convencional, el metro, para garantizar la exactitud en la medida.

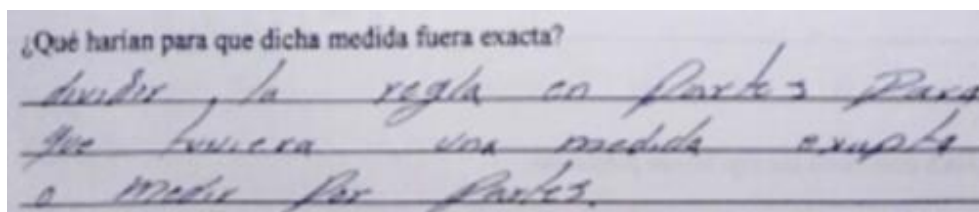


Imagen 68. Respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta f de la actividad N° 03.

En conclusión, la situación de formulación permitió a los estudiantes, a través del trabajo colaborativo, negociar y compartir significados respecto al proceso de medición de una longitud. En esta actividad los estudiantes elaboraron hipótesis sobre la utilidad y eficacia de un patrón para medir una longitud, la aproximación, el rango de la magnitud y error en la medición, elementos que son básicos para enfrentarse a la situación de validación en búsqueda de la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida.

4.2.4 SITUACIÓN DE VALIDACIÓN:

Esta situación se implementó con 34 estudiantes, quienes formaron 17 parejas para el desarrollo de la actividad, realizado en tres momentos: En el primero, se hace la medición de la longitud ancho del salón, ahora con la cinta métrica. En el

segundo momento se propone una reflexión en parejas sobre los resultados obtenidos en la medición y el intercambio con otros compañeros tomando como referente las actividades anteriores y en el tercer momento, se da espacio nuevamente a la medición y se abre la plenaria para análisis, validación de las hipótesis planteadas e institucionalización del saber.

- **El acto de medir la longitud ancho del salón con la cinta métrica:**



Imagen 69. Actividad de medición del ancho del salón de clase, realizada por una pareja de estudiantes con la cinta métrica.

El proceso de medición de una longitud con un patrón, mostró mejoras en cuanto a la ejecución del mismo; no obstante, se evidenció en los estudiantes falta de rigurosidad para respetar la continuidad en el proceso de comparación directa con el patrón de medida por repetición.

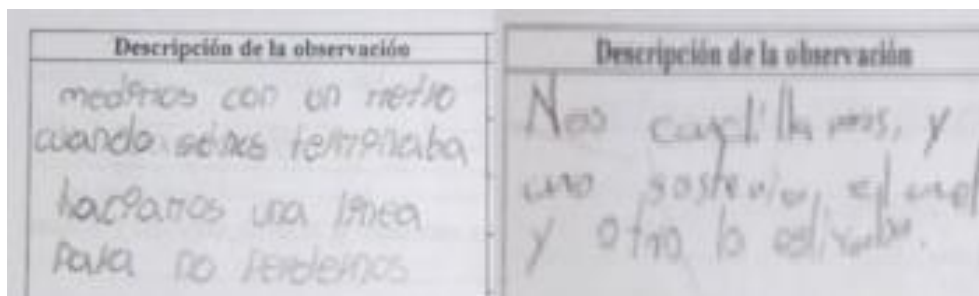


Imagen 70. Registro escrito de los estudiantes de la observación de la medición de la longitud ancho del salón con la cinta métrica.

El profesor hizo unas recomendaciones iniciales, factores importantes que los estudiantes debían tener en cuenta en el momento de realizar la medición del ancho del salón con la cinta métrica, éstas fueron: la cinta métrica es de una longitud de 150 cm o 1,5 m y las cintas métricas de modistería, que se usaron en clase, traen por fabricación, un espacio al iniciar para su fácil manipulación.



Imagen 71. Cinta métrica de modistería, usadas para medir la longitud ancho del salón de clase.

Los estudiantes no tuvieron en cuenta las recomendaciones anteriores, lo que se evidenció en los resultados de su medición. Pues observamos que los estudiantes, en algunos casos, no reflexionan sobre la asignación numérica que hacen de la medida de longitud ancho del salón, para validarla en términos de lo que conocen y de lo real. Registraron valores como 43,0 metros, es decir no hay cuestionamientos sobre ¿es posible que el ancho del salón sea de 43 m?

Esta última situación, nos lleva a pensar que estos estudiantes tienen problemas con el manejo de los números decimales, en cuanto al valor posicional y la adición de los mismos, dado que cuando el resultado de la medición les dio 3 cintas métricas y fracción de cinta, el valor numérico que consignaron fue 3,29 m, que debía ser $(1,5m \times 3) +$ la cantidad que representa la fracción de cinta.

Por último, evidenciamos algunas dificultades entre las equivalencias de los submúltiplos del metro, pues algunos tienen problemas para relacionar 4,3 m con 430 cm. Lo que se evidencia en errores como $430 \text{ cm} = 43,0 \text{ m}$

Medidas		Medidas	
m ₁	5,81	m ₁	6,71 m
m ₂	43,0 m	m ₂	47 m
m ₃	4,52 m	m ₃	4,52 m
m ₄	3,29	m ₄	7,29 m
m ₅	6,79	m ₅	6,79 m
m ₆	5,85	m ₆	5,85 m
m ₇	4,73	m ₇	4,67 m
m ₈	7,36	m ₈	7,76 m
m ₉	5,74	m ₉	5,85 m

Imagen 72. Registros escritos de los estudiantes de la medición de la longitud ancho del salón con la cinta métrica.

- **Reflexión en parejas de la medición de la longitud ancho del salón con la cinta métrica:**

➤ **Pregunta a:**

Al igual que en las actividades anteriores, las respuestas de los estudiantes evidenciaron que formularon algunas hipótesis sobre los objetivos de las actividades propuestas en la secuencia didáctica. Los títulos que plantearon los estudiantes aluden en su mayoría, al aprendizaje de la medición de longitudes.

➤ **Pregunta b:**

Prevalció la tendencia de algunos estudiantes a confundir la exactitud de la medida con una cantidad entera. Sin embargo, diez parejas de estudiantes

identificaron que las medidas de magnitud eran no enteras, argumentando que al realizar la comparación de la longitud con el patrón de medida, sobran partes que no se pueden medir con el patrón entero, sino con parte de él.

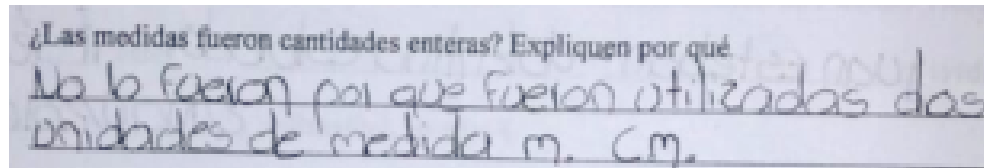


Imagen 73. Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1b de la actividad N° 04.

➤ **Preguntas c y d:**

Los argumentos de los estudiantes implican que la cinta métrica, como instrumento de medición de la longitud, es adecuada para medir las longitudes dado que cuenta con las marcaciones de centímetros y milímetros. Además en algunos casos, los estudiantes afirmaron que este patrón puede servir para medir el tamaño de una hormiga pues allí están los milímetros, lo que les permite aproximarse a la medida del tamaño solicitado.

Algunos estudiantes consideraron que sigue siendo un patrón de medida muy grande y se debía usar un patrón de medida más pequeño, que brindara mayor exactitud.

Para el caso del cuestionamiento sobre el uso de la cinta métrica para medir la distancia entre dos ciudades, los estudiantes argumentaron que es un patrón que podría ser útil pero no eficaz. Todas estas hipótesis, evidencian que los estudiantes ya han elaborado conocimientos en cuanto a la necesidad de un patrón homogéneo y convenido socialmente, que les dé exactitud en la medición o una mayor aproximación a la cantidad de longitud y que también sea eficiente para la actividad de medir.

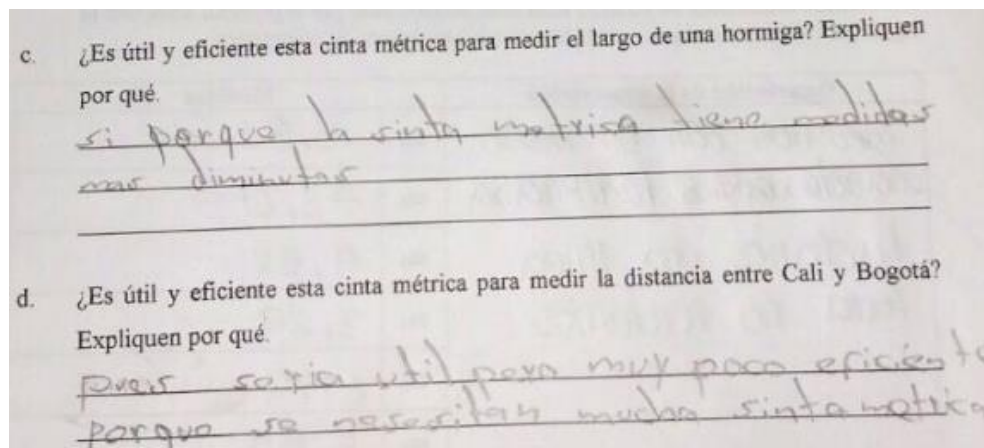


Imagen 74. Respuestas de los estudiantes a las preguntas 1c y 1d de la actividad N° 04.

➤ **Pregunta e:**

Los argumentos de los estudiantes para responder a esta pregunta, aluden a la necesidad de que la medida de la longitud ancho del salón se realice por una sola persona o si lo hacen varios, ellos usen el mismo proceso para medir, pues cuando el resultado es realizado por muchos se cae en la poca rigurosidad o en el error por el uso incorrecto de patrón de medida, lo que ya habíamos nombrado de acuerdo a los planteamientos de Chamorro y Belmonte (2005).

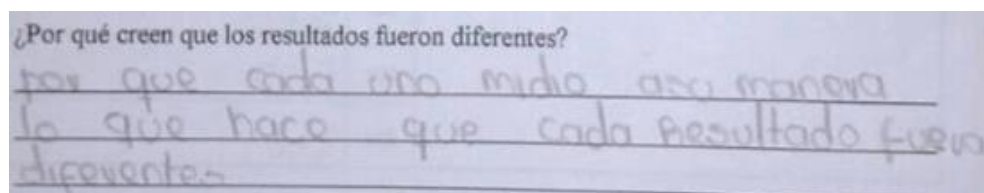


Imagen 75. Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1e de la actividad N° 04.

Algunos estudiantes erróneamente, dijeron que los resultados diferentes se debían a que las cintas eran de diferente tamaño.

Con ello confirmamos nuevamente que los estudiantes se han planteado hipótesis sobre la aproximación de la medida, teniendo en cuenta que este proceso requiere la repetición, la adecuada elección y exigencia con el uso del patrón y la calibración del instrumento de medida, con el propósito de disminuir los errores y acercarse a la medida real de la longitud.

➤ **Pregunta f:**

Se evidenció en las respuestas de los estudiantes que hay confusión entre el concepto de exactitud de una medida y el hecho de que esa medida esté representada por un número entero. Esto porque los estudiantes dijeron que para que la medida sea exacta se debe recortar el ancho del salón o hacer el salón más grande.

Hay otros estudiantes que sí relacionaron la exactitud con la aproximación a la medida real de la longitud ancho del salón, ya que dijeron que se requieren unidades de medida más pequeñas, medir bien (refiriéndose a la minuciosidad del proceso) o cambiar de instrumento.

➤ **Pregunta g:**

Esta pregunta les permitió a los estudiantes reflexionar sobre la utilidad de las medidas de longitud y su relación con otras magnitudes en la solución de problemas cotidianos, para darle un contexto al papel social de la medida.

Frente a la solución del problema, todas las parejas de estudiantes vieron la necesidad de conocer la cantidad de la medida de longitud del tubo pero sólo seis parejas indicaron que además de ellos, se necesitaba saber el costo por metro o centímetros del tubo para obtener la respuesta. Las otras once parejas no hacen la relación entre la medida longitud y el costo.

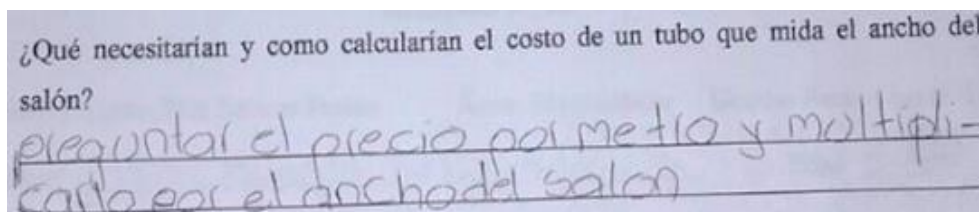


Imagen 76. Respuesta de los estudiantes a la pregunta 1g de la actividad N° 04.

➤ **Preguntas h e i:**

Estas preguntas buscaban que los estudiantes generalizaran las hipótesis que habían hecho sobre las mediciones y los cuestionamientos de las preguntas 1c y 1d.

Las respuestas de los estudiantes dieron cuenta de esa generalización, pues ellos argumentaron que se requiere de patrones grandes o muy pequeños y de unidades de medidas que son múltiplos y submúltiplos del metro.

Lo anterior nos permite inferir que los estudiantes han avanzado en la conceptualización de la magnitud de longitud en tanto que evalúan la utilidad y pertinencia de un patrón para medir una longitud siendo éste una unidad de medida socialmente convenida e institucionalizada.

- **Plenaria para validación de las hipótesis e Institucionalización:**

En este tercer momento de la actividad N°4, la comunidad de clase se dispuso a debatir sobre los aprendizajes que se elaboraron a través de toda la secuencia didáctica. Se inició partiendo de la medición que cada pareja realizó nuevamente de la longitud ancho del salón frente a toda la clase. El resto de compañeros observaron de nuevo, pero aportaban a la pareja que medía, instándolos a que usaran adecuadamente la cinta métrica para que la medición fuera precisa y correcta. El profesor, dejó realizar esta actividad libremente para que luego fuera objeto de reflexión en las preguntas que siguen.

Cuando todas las parejas terminaron su proceso de medición, uno de los dos integrantes registró su cantidad de medida de longitud en una tabla que fue proyectada en el tablero, usando el video beam. Cuando se fue realizando el registro, notamos que desapareció la medida 43,0 m, pues entre los mismos estudiantes se corrigieron validando que no era posible está cantidad para la longitud del ancho del salón, situación que el profesor confirmó.

	Medida
Pareja N° 1	
Pareja N° 2	
Pareja N° 3	
Pareja N° 4	
Pareja N° 5	
Pareja N° 6	
Pareja N° 7	
Pareja N° 8	
Pareja N° 9	
Pareja N° 10	
Pareja N° 11	
Pareja N° 12	
Pareja N° 13	
Pareja N° 14	
Pareja N° 15	
Pareja N° 16	
Pareja N° 17	
Pareja N° 18	

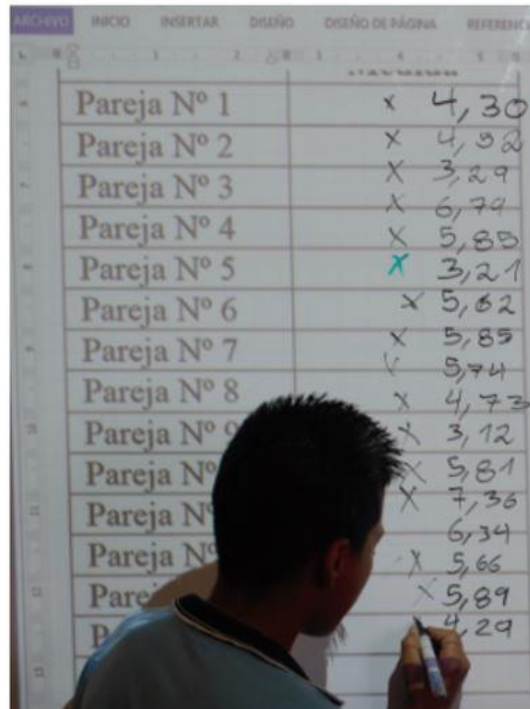


Imagen 77. Actividad de medición y registro del ancho del salón de clase, realizada por una pareja de estudiantes usando la cinta métrico.

El profesor inició el debate cuestionando a los estudiantes sobre:

- ¿Quién tiene la razón “medida exacta”? ¿por qué?

Los estudiantes respondieron, en su mayoría, que la cantidad de longitud que cada uno había registrado en la tabla, era la medida exacta de la magnitud de longitud ancho del salón. Una estudiante del salón, pidió la palabra para intervenir (Ver anexo N° 14) y dijo que: la medida exacta la que más se repite o las medidas que sean más próximas entre sí, ya que varios de sus compañeros fueron cuidadosos al medir.

Esta intervención fue aprovechada por el profesor para preguntar a los estudiantes sobre los resultados de datos numéricos más lejanos de un grupo común (aludiendo a la dispersión de los datos). Le preguntó al grupo de estudiantes ¿cuáles medidas eran más próximas entre sí? y ¿cuáles datos numéricos son más extraños?

Los estudiantes contestaron que los datos más extraños eran 3,12, 3,21 y 3,29, pues algunos afirman que el resto de los datos que están entre los 4 metros y 6 metros aproximadamente. El profesor les cuestionó cuál era la medida de la cinta métrica (patrón de medida usado). Unos contestaron que 1,5 metros; lo que siguió entonces fue la pregunta ¿el ancho del salón era de aproximadamente 2 cintas y media? Todos los estudiantes contestaron que no.

Se amplió esta última conclusión multiplicando 1,5 m por 2. Y entonces, el profesor nuevamente les aclaró que algunos no tuvieron en cuenta esta medida de la cinta métrica al totalizar su medición.

Luego, el profesor les interroga sobre la medida 7,36 metros. ¿Es posible esa medida? Los estudiantes dudaron en contestar y de nuevo la estudiante que había intervenido dice que no es posible esa medida para el ancho del salón.

De esta primera conclusión, el grupo dirigido por el profesor, descartan las medidas, 3,12, 3,21, 3,29 y 7,36, por ser erróneas en la medición y poco próximas a la cantidad de longitud de medida real.

- ¿Cuál es la medida más pequeña? ¿Por qué?

Después de un tiempo de observación, uno de los estudiantes interviene para decir que la medida más pequeña es 4,29 m. Explica que fue comparando las cifras de cada número de acuerdo a su posición para concluir cuál es el menor.

Todos los estudiantes están de acuerdo y se continúa a la siguiente pregunta.

- ¿Cuál es la medida más grande? ¿Por qué?

Se toman un tiempo para contestar y aludiendo a la argumentación anterior, varios estudiantes concluyen que es el dato 6,79 m.

Con éstos dos datos, el profesor les pidió a los estudiantes que ordenaran en una lista los datos de menor a mayor. Se dio tiempo para que en conjunto la clase ordenara los datos en el tablero, con la participación de algunos estudiantes que registraron la información.

- ¿Entre cuáles valores varían las medidas?

Los estudiantes contestaron que las medidas varían entre el dato mayor y el dato menor, lo cual ya se había acordado al responder las preguntas anteriores. El profesor les confirma entonces, que este rango es el de las medidas de la longitud ancho del salón. Se da paso la siguiente pregunta.

- ¿Qué valor deberíamos tomar entonces, como la medida del ancho del salón de clase? ¿Por qué?

Se evidenció duda entre los estudiantes. Una de las estudiantes pidió la palabra y argumentó que se podía aproximar a la medida de longitud ancho del salón, sumando la primera y la última cantidad de medida y dividir este resultado entre dos. Ningún otro estudiante aportó juicios a favor o en contra de este argumento.

El profesor intervino para aclarar al grupo que el proceso que la estudiante aludió es lo que se llama promedio entre dos números “punto medio entre dos cantidades”. Y que es necesario ir un poco más allá, usando todos los datos. Partiendo de esta nueva información, la misma estudiante elaboró mejor el argumento y propuso sumar todas las cantidades de longitud y dividir las entre 13, que es la cantidad de datos de la lista. El profesor validó esta información, explicando qué es un promedio numérico y cómo este procedimiento nos aproxima a la medida real de longitud ancho del salón.

- Si necesitáramos comprar un tubo para colocar una cortina para dividir el salón en dos, atravesando el ancho del salón, ¿qué datos debemos saber para el costo total del tubo?

Las primeras intervenciones de los estudiantes fueron para argumentar que se necesita dinero, un estudiante complementó diciendo que se requiere la medida del tubo y el valor por metro del tubo. El profesor validó esta afirmación diciendo que la medida del tubo corresponde en este caso a la del ancho del salón.

Las conclusiones del profesor durante todo el cierre de esta última actividad constituyen la **situación de institucionalización**. Para finalizar, discutió con el grupo de estudiantes, sobre todas las actividades que enfrentaron y como ellas les permitieron conocer acerca de los procesos de medición de una longitud, en este

caso la del ancho del salón y cómo los mismos podrían aplicarse para cualquier otra magnitud de longitud.

Sobre el proceso de medir, el profesor enfatizó sobre la necesidad de minimizar el error siendo rigurosos en la comparación directa entre el patrón de medida y la longitud a medir, conservando la continuidad en la medición y manejando correctamente los instrumentos de medición.

También les insistió en la importancia de usar la estimación para corroborar sus mediciones y cuestionarse sobre la pertinencia de las cantidades de longitud obtenidas, además de hacer un buen uso del número decimal o de las fracciones para asignar un valor numérico a la medición, aunque les confirmó que se deberá trabajar aún más en el uso del concepto de número racional en contextos de medición, dado que detectó en ellos esa dificultad. Para lo anterior, retomó fases de la secuencia en las que se requería que ellos estimaran un valor aproximado para el ancho del salón y luego lo cotejaran con el resultado de sus mediciones. ¿Es posible que el ancho del salón sea 43 metros?

El conocimiento sobre el proceso de medir usando un patrón de medida apropiado y la conciencia de que el mismo deberá convertirse en una unidad de medida socialmente aceptada, les garantizará éxito en la solución de problemas en los que intervengan dichos conceptos. El profesor ejemplificó lo anterior, preguntándoles sobre cómo se usan las medidas de longitud en la vida real y su utilidad. Para comprar tubos, varillas de hierro, listones de madera etc., se necesita conocer la cantidad de longitud y la unidad de medida: 12 metros, 15 centímetros...

El profesor explicó, por último, que el proceso de aproximación a la medida, para estudiantes de su nivel, se desarrolla haciendo uso de un promedio aritmético de las cantidades de medida, para minimizar los errores en el uso de los elementos de medida. En grados superiores esto se complementará con el uso de las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión.

4.2.5 POSTEST

El postest se aplicó una vez finalizada la secuencia de situaciones didácticas. El análisis del mismo nos permitió identificar en qué medida se ha movilizado el conocimiento de los estudiantes entorno al concepto de magnitud de longitud y su medida. No obstante los análisis de los resultados encontrados en las situaciones

de acción, formulación, validación e institucionalización son también un referente, para las conclusiones que se ofrecerán más adelante.

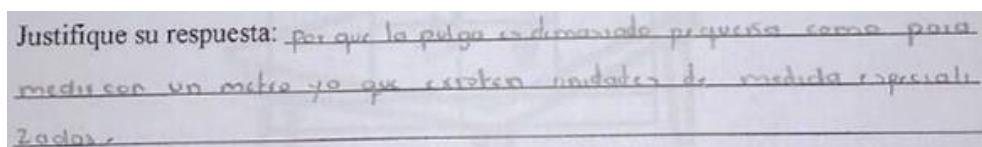
El postest se aplicó a treinta y seis estudiantes de grado sexto, que participaron en la implementación de la secuencia de situaciones didácticas en el aula. El análisis de los resultados se muestra a continuación:

Preguntas 1 y 2:

En estas preguntas se indagó sobre los conocimientos de los estudiantes de grado sexto sobre: el concepto de magnitud de longitud a través de la identificación de objetos o eventos susceptibles de ser medidos, qué es medir una longitud y la pertinencia de un patrón para dicha medición.

Pregunta 1:

De los treinta y seis estudiantes, veintinueve contestaron correctamente esta pregunta. Los argumentos para justificar la respuesta correcta en todos los casos, dan cuenta de un avance en los conocimientos sobre la utilidad y pertinencia del patrón de medida de acuerdo a la longitud a medir y una unidad de medida adecuada para dar cuenta de la medición. Se muestra en la siguiente imagen algunos de los argumentos dados por los estudiantes:



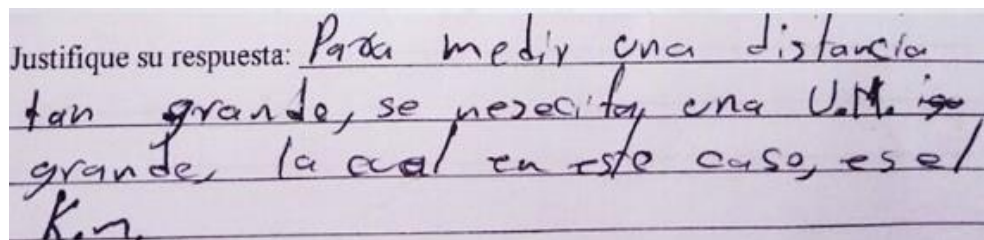
Justifique su respuesta: porque la pulga es demasiado pequeña como para medir con un metro ya que existen unidades de medida especiales.

Imagen 78. Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 1 del postest.

Siete estudiantes no contestaron correctamente; ellos escogieron como opciones de respuesta: el ancho de la casa (cuatro estudiantes), el largo de la casa (un estudiante) y el alto de la casa (dos estudiantes), sus argumentos se basaron en la insuficiencia de la cinta métrica para medir dichas longitudes, que según ellos, son muy grandes. Para estos estudiantes es necesario hacer un mayor énfasis frente al proceso de medición de una longitud, pues se evidencia la no interiorización de cómo medir una longitud usando un patrón a través de la comparación directa o indirecta.

Pregunta 2:

Todos los estudiantes seleccionaron la respuesta correcta y además sus argumentaciones dan cuenta de la utilidad de un patrón y unidad de medida acorde a la longitud a medir. Para el caso de distancias grandes ellos descartan las otras opciones y escogen el kilómetro como la unidad acorde y socialmente convenida para medir distancias entre ciudades, por ejemplo.



Justifique su respuesta: Para medir una distancia tan grande, se necesita una U.M. igual grande, la cual en este caso, es el Km.

Imagen 79. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 2 del postest, (U.M.= unidad de medida).

De lo anterior concluimos que es importante que los estudiantes se enfrenten en la escuela, a situaciones que les permitan abstraer la magnitud de longitud, a través de la identificación tanto de objetos como de eventos susceptibles de ser medidos, dichas situaciones deben ser variadas y de diferentes contextos.

Aunque nos parezca trivial, se debe dar la oportunidad a los estudiantes de que elaboren hipótesis sobre cómo medir una longitud y que las validen a través de la experiencia o el intercambio con otros pares, en un medio preparado por el profesor para ello. Esto, porque los estudiantes consideraban que la cinta métrica era la única con la que se podían medir una longitud. O los que consideraban que la cinta métrica solo mide unas longitudes, o aquellos que inclusive, no sabían cómo medir una longitud si el patrón es menor que la longitud a medir, fueron reelaborando sus conocimientos y construyendo nuevos a través de las situaciones que enfrentaron en la secuencia didáctica.

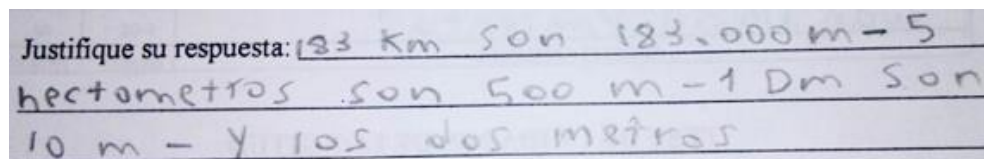
Preguntas 3 y 5:

Estas preguntas buscaban verificar el desempeño de los estudiantes con el sistema métrico decimal y la conversión de unidades de medida en este sistema. Estos conceptos no se abordaron en la secuencia, pues se dio prioridad a la construcción de la magnitud de longitud y su medida desde otro enfoque. Dejamos

estas dos preguntas como parte del postest, pero somos conscientes de la necesidad de abordar la construcción de dichos conceptos con los estudiantes, más adelante.

Preguntas 3:

Diecinueve estudiantes eligieron la opción de respuesta correcta y argumentaron sobre la necesidad de convertir todas las medidas a una unidad de medida común, algunos estudiantes muestran los procedimientos realizados, así:



Justifique su respuesta: 183 Km son 183.000 m - 5 hectometros son 500 m - 1 Dm son 10 m - y los dos metros

Imagen 80. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 3 del postest.

Se nota avance en los resultados de los estudiantes. Pese a que no fue un concepto abordado, consideramos que el enfrentarse a las situaciones reactiva algunos conocimientos anteriores y les permite reorganizarlos en la resolución de problemas.

Preguntas 5:

Para el caso de la pregunta 5, se requería además la conversión entre unidades de medidas del sistema métrico decimal y la comparación entre las cantidades de magnitud de longitud para ordenarlas. Doce estudiantes eligieron la opción de respuesta correcta, pero sus argumentos no dan cuenta del proceso o razonamientos para su elección; unos pocos intentaron realizar la conversión a una unidad de medida, pero no tuvieron éxito.

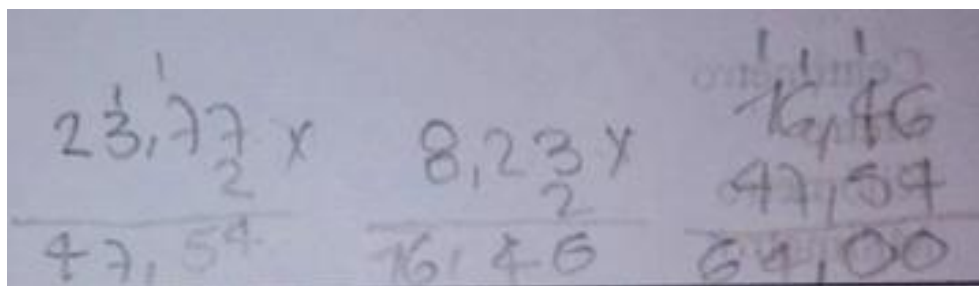
Aunque aquí se muestra aumento en la cantidad de estudiantes que eligen correctamente, no se evidencia avance en cuanto a estos conceptos dadas las razones que ya hemos expresado.

Preguntas 4 y 10:

Estas preguntas indagaron sobre los desempeños de los estudiantes de grado sexto, en cuanto al uso de la medida de longitud y su relación con otras magnitudes en la resolución de problemas.

Pregunta 4:

Trece estudiantes eligieron la opción de respuesta correcta. Sus argumentos muestran un adecuado conocimiento del concepto perímetro y también procedimientos para el cálculo del mismo, como se muestra a continuación:



The image shows three handwritten calculations for the perimeter of a rectangle. Each calculation is written on a separate line of paper. The first calculation is $23,77 \times 2 = 47,54$. The second calculation is $8,23 \times 2 = 16,46$. The third calculation is $32,50 \times 2 = 65,00$. The calculations are written in a clear, legible hand.

Imagen 81. Justificación de la elección que hace un estudiante para responder a la pregunta 4 del postest.

Se muestra avance de los conocimientos del estudiante en los resultados de esta pregunta en comparación con los resultados del pretest, pero prevalece en los estudiantes conceptos erróneos en los que el perímetro obedece solo a la adición de largo y ancho de la figura plana rectangular, o en las que se confunde el perímetro con el área de la figura.

Pregunta 10:

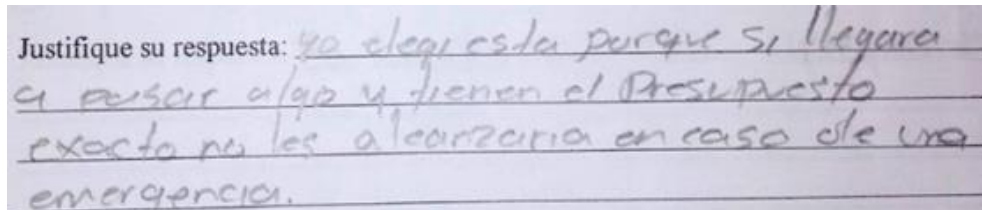
La pregunta 10, ofreció tres opciones de respuesta correcta. Las opciones A y C, fueron elegidas por estudiantes que solo se apoyan en los cálculos aritméticos que relacionan, el consumo de combustible, precio por galón y kilómetros recorridos.

La opción D fue elegida por los estudiantes que además, de las consideraciones anteriores, fueron más allá de los cálculos, pensando en otros factores externos

que podrían aumentar el consumo de combustible y por ende el aumento en el presupuesto.

- La opción A fue escogida por quince estudiantes.
- La opción C fue escogida por seis estudiantes.
- La opción D fue elegida por ocho estudiantes.

En esta pregunta también se evidenció avance del desempeño de los estudiantes, en comparación con los resultados del pretest. Disminuyeron los estudiantes que no contestaron y la gran mayoría de los estudiantes se mueven entre las opciones de respuesta correcta argumentando en todos los casos sus elecciones, como se muestra a continuación:



Justifique su respuesta: ya elegí cada porque si llegara a pasar algo y tienen el presupuesto exacto no les alcanzaría en caso de una emergencia.

Imagen 82. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 10 del postest.

Preguntas 6 y 7:

Estas preguntas evaluaban la comprensión de los estudiantes del proceso de medición de la magnitud de longitud, el uso de un patrón para la medición y la comparación indirecta para establecer criterios de equivalencia, entre otros.

Pregunta 6:

Esta pregunta requería que los estudiantes además de comparar los patrones de medida p y P , establecieran relaciones de equivalencia entre los mismos. Como tendencia se evidencia que los estudiantes compararon el número de veces que repiten cada patrón para obtener la longitud del largo de la mesa, pero no establecieron equivalencia entre ellos.

Justifique su respuesta: que P tuvo más veces hechas
que la P

Imagen 83. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 6 del postest.

Aunque hubo un pequeño avance en comparación con los resultados del pretest (en el que tres estudiantes escogieron la opción correcta), es importante que se siga elaborando con los estudiantes el concepto de equivalencia entre unidades de medida. En el postest, seis estudiantes escogieron la opción de respuesta correcta, ellos dieron cuenta en su argumentación de los razonamientos empleados para esta elección.

Justifique su respuesta: 3 pitillos de cafe equivalen a
uno de gaseosa

Imagen 84. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 6 del postest.

Pregunta 7:

Esta pregunta evaluaba los conocimientos que los estudiantes desarrollaron sobre el aislamiento de la longitud a través de la comparación de longitudes que han cambiado de forma o usando los procesos de descomposición y recomposición de una longitud.

Nueve estudiantes eligieron la opción correcta, de ellos, uno argumentó a través de razonamientos para el aislamiento de la longitud y la descomposición de una de las longitudes presentadas, como se muestra:

Justifique su respuesta: En la primera figura * 22 cm *
podemos observar que tiene 3 líneas horizontales * 4 cm *
que equivalen a 12 cm, quedando 10 cm * para los 22 cm *
y 2 líneas diagonales lo que quiere decir que con una línea
diagonal equivale a 5 cm

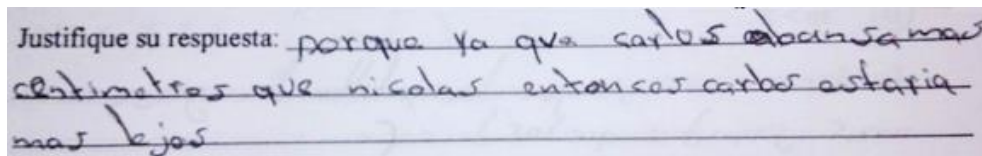
Imagen 85. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 7 del postest.

Los otros estudiantes que eligieron la respuesta correcta elaboraron el rectángulo y midieron la diagonal. Se muestra algún avance en esta pregunta en comparación con los resultados del pretest, pero se deberá trabajar con los estudiantes en situaciones que aborden esta y la anterior pregunta, pues son las que muestran más bajo desempeño por parte de los estudiantes en los test.

Pregunta 8:

Ésta pregunta evaluó la capacidad de los estudiantes para comparar dos magnitudes de longitud que permanecen invariantes pese al movimiento. Veinte estudiantes escogieron la opción de respuesta correcta, manteniéndose constante este resultado con el del pretest.

Dichos estudiantes, argumentaron su elección a través de la comparación de las dos medidas de longitud, incluyendo por ejemplo que a pesar de que las dos personas parten del mismo punto y en el mismo sentido, uno va a estar 5 cm adelante del otro siempre.



Justifique su respuesta: porque ya que carlos avanza mas centimetros que nicolas entonces carlos estaria mas lejos


Imagen 86. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 8 del postest.

Pregunta 9:

Esta pregunta midió la capacidad de los estudiantes para conceptualizar en cuanto a la estimación de una medida, el rango de la magnitud de longitud objeto de medición y la aproximación a una medida exacta.

De acuerdo con los resultados del postest observamos un significativo avance con respecto a los resultados del pretest, pues en él siete estudiantes habían contestado correctamente con argumentos poco claros y en el postest encontramos que diecisiete contestaron correctamente y sus argumentos dan juicio del proceso realizado, por ejemplo:

9. Nueve estudiantes han medido la longitud de un lápiz en clase de matemáticas, usando la misma escala de medida. Las medidas registradas por cada estudiante en centímetros fueron las siguientes:



15,4 15,3 15,0 15,4 15,1 15,3 15,2 15,1 15,0

De acuerdo a estos datos la medida aproximada del lápiz es:

A 15,0 centímetros
 B 15,2 centímetros
 C 15,3 centímetros
 D 15,5 centímetros

Justifique su respuesta: _____

$$\begin{array}{r}
 136819 \\
 -9 \\
 \hline
 046 \\
 \hline
 018 \\
 \hline
 18 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15,4 \\
 15,3 \\
 15,0 \\
 15,4 \\
 15,1 \\
 15,3 \\
 15,2 \\
 15,1 \\
 15,0 \\
 \hline
 1368
 \end{array}$$

Porque es el promedio de lo que apostó cada estudiante.

Imagen 87. Justificación de la elección que hace un estudiante como respuesta a la pregunta 9 del postest.

De los resultados obtenidos en esta pregunta se deduce, que los estudiantes avanzaron en cuanto a la construcción de los conocimientos requeridos para realizar aproximaciones de una medida de longitud, eliminar el error en una medición, determinar el rango de medición y para realizar estimaciones de una medida de longitud.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La magnitud de longitud y su medida es un concepto comúnmente usado en la vida diaria que tiene aplicación en muchos otros campos del saber como por ejemplo, la biología, la física y áreas técnicas. No obstante su gran uso y utilidad cotidianos, en ocasiones se pasa por alto abordar la construcción de este concepto en la escuela.

El aprendizaje de la magnitud longitud y su medida es un proceso que requiere de la intervención de la escuela, pues su construcción está ligada al desarrollo de desempeños y habilidades como la percepción, la comparación, la medición y la estimación, que les permiten a los estudiantes acercarse a los diferentes contextos en los que la magnitud longitud está presente.

Por lo anterior, la enseñanza de la magnitud longitud debe involucrar diversas situaciones donde esta tenga utilidad. Su enseñanza debe hacerse a partir de procesos de medición en los que los estudiantes visualicen todas las aplicaciones de este concepto, pues a través de ello construirán el verdadero sentido y significado de aprender sobre la magnitud de longitud y su medida.

En esta experiencia de investigación pudimos comprobar que la implementación de situaciones didácticas en el aula contribuye al aprendizaje del concepto de magnitud de longitud y su medida, puesto que ofrecen a los estudiantes la posibilidad que construyan dicho concepto a través de procesos de medición. Se enfatiza así la importancia que tiene comunicar las diferentes medidas y la necesidad de utilizar procesos de medición más apropiados para determinar una cantidad de longitud.

Verificamos que presentar a los estudiantes en el aula situaciones problema en las que se dan espacios para la experimentación y la acción, para medir diferentes longitudes y manipular diversos objetos susceptibles de ser medidos, les da un contexto fundamental para que puedan abstraer el concepto de magnitud de longitud y su medida.

También evidenciamos lo importante y necesario de la reflexión por parte de los maestros sobre el diseño de las actividades que se implementarán en el aula. Esto requiere la anticipada preparación del medio didáctico que hará posible las interacciones entre el estudiante y el saber. Además, es fundamental considerar los conocimientos que ya poseen los estudiantes para su aprovechamiento,

confrontación y reestructuración, garantizando también el trabajo colaborativo con sus pares y con su profesor, en la búsqueda de validar e institucionalizar el saber. En concordancia con esto, las situaciones didácticas cobran sentido para los estudiantes, tienen en cuenta sus saberes previos y transforman la práctica docente logrando las interacciones entre la triada estudiante-docente-saber.

Lo anterior, fue fundamental para la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida en nuestra experiencia, pues muchos estudiantes reelaboraron sus esquemas y construyeron nuevos aprendizajes entorno a este concepto, gracias a la interacción con las situaciones didácticas, con el trabajo en equipo con sus compañeros de clase y las retroalimentaciones de su profesor.

Otro resultado importante de esta investigación, es que se debe tomar conciencia de la relación del concepto de magnitud de longitud y su medida, con otros conceptos matemáticos fundamentales, como son: los números racionales, sus propiedades y operaciones, las figuras geométricas y las relaciones espaciales, entre otros. Esto crea la necesidad de un diseño curricular que articule el desarrollo de los pensamientos numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio y sus sistemas de referencia, para la movilización del concepto de magnitud de longitud y su medida en grado sexto.

Por último, esta experiencia de investigación nos permitió concluir que para el aprendizaje del concepto de magnitud y su medida, se deben iniciar los procesos de medición a partir del uso de patrones de medida no estandarizados que sean cercanos a los estudiantes -enmarcados en una situación didáctica- que les permitan acercarse a la naturaleza continua y aproximativa de la medida. Luego, se debe introducir a los estudiantes en procesos de medición con patrones y unidades estandarizadas, como una forma de responder a la necesidad de homogenizar la medida a través de una unidad socialmente convenida. Finalmente, se debe poner a los estudiantes en situaciones que requieran la estimación de magnitudes de longitud, para avanzar en los niveles de medición de diferente complejidad, donde los estudiantes puedan argumentar sobre el rango de la magnitud de longitud y los procesos para la aproximación a la medida exacta.

Como recomendaciones finales, coincidimos con los autores Chamorro, Belmonte y Godino, sobre la importancia de la construcción del concepto de longitud y su medida desde los primeros años de escolaridad, que no sólo debe realizarse desde desarrollo del pensamiento métrico sino en estrecha relación con el desarrollo de los otros pensamientos matemáticos.

La construcción del sistema métrico decimal, el tratamiento, la conversión y la equivalencia entre las unidades de medida de longitud tomará sentido y significado una vez los estudiantes hayan elaborado el concepto de magnitud de longitud. Este es otro punto de investigación y reflexión que se deberá abordar más adelante con los estudiantes de grado sexto, dado que se dio prioridad en esta experiencia a la construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida.

Otro punto de reflexión para investigaciones posteriores, tienen que ver con factores externos a las situaciones didácticas pero que pueden afectar la movilización del conocimiento. Algunos son: el ambiente escolar, las disposiciones de los estudiantes y la relación profesor-número de estudiantes, entre otros.

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- Acosta, M., Monroy, L., y Rueda, K. (2010) Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio. *Revista Integración* Vol. 28, No. 2, 2010, pág. 173–189, Bucaramanga: Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander.
- Brousseau, G. *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Thèse, Université de Bordeaux*, 1986. Citado por: Grupo de Educación Matemática. Módulo de Ingeniería Didáctica. Especialización en Educación Matemática. Cali: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. 1ª edición. Traducción Dilma Fregona. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Bruner, G., y Olson, D. (1973). “*Aprendizaje por experiencia directa y por experiencia mediatizada*” *Revista Perspectivas*. UNESCO. Madrid. Recuperado de:
http://www.riic.unam.mx/doc/AprendizajePorExperienciaDirecta_Bruner.pdf
- Cantoral, R. (1998) *La transposición didáctica. Notas sobre los acercamientos teóricos de la escuela francesa en didáctica de las Matemáticas*. Serie Cuadernos Doctorales I, CINVESTAV- IPN, México, 1995. Citado por: Grupo de Educación Matemática. Módulo de Ingeniería Didáctica. Especialización en Educación Matemática. Cali: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.
- Castrillón, G., Arce, J., y Obando, G. (1998). *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas*. Compilación. Universidad Del Valle.
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Chavarria, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2006, Año 1, Número 2.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemáticas*. Mexico: Reverte S.A.

- Delgado, C. (2003). *Glosario de algunos conceptos de la teoría de las situaciones didácticas en matemáticas*. Traducción al castellano del documento original en francés de Brousseau.
- Dewey, J. (1916). *Democracia y educación. Una instrucción a la filosofía de la educación*. Quinta edición. Traducido por: Lorenzo Luzuriaga. Ediciones Morata S, L. Madrid.
- Doudy, R. (*La Didactique des Mathematiques a L'heure actuelle, Cahier de didactique des Mathematiques* N0 6. IREM. Université Paris VII. Sin fecha. Traducción y adaptación del francés de Gloria Castrillón, profesora Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Cali, abril de 1998, segunda versión.
- Godino, J., y Batanero, C. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada España: Universidad de Granada.
- Godino, J. (2009). *Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática*. Granada, España : Departamento de Didáctica Universidad de Granada.
- Hernández, R. Fernandez, C & Baptista M. (2010). *Metodología de la Investigación*. Mexico: Ed. McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Icfes. (2011). PRUEBAS SABER: Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados institucionales de la aplicación muestral de 2011.
- Institución Educativa Técnica Industrial Antonio José Camacho (2015). *Proyecto Educativo Institucional PEI*. Cali, Colombia:
- Joshua, S., y Dupin, J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, PUF, pp. 1-10. Traducción y adaptación del francés de Gloria Castrillón Castro y Myrian Vega Restrepo. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Santiago de Cali, Abril de 1998.
- Mazzarella, C., y Carrera, B. (2005). *Vygotsky: enfoque sociocultural*. Educere [en línea] 2001, 5 (abril-junio): [Fecha de consulta: 5 de marzo de 2016] Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309>> ISSN 1316-4910.
- Margolinas, C. (1993). *La importancia de lo Verdadero y lo Falso en la clase de matemáticas*. Traducido por: ACOSTA, M. y FIALLO, J. Escuela de

Matemáticas. Facultad de ciencias. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, 2009. p. 89.

Meirieu, P. (2002). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Barcelona, España: Octaedro.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (2003). *¿... Cómo entender las pruebas saber y que sigue?* Revolución educativa más y mejor educación. Bogotá, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanías*. Bogotá, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional (2011). *Plan sectorial educativo 2011 – 2014*. Bogotá, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2015. Pruebas saber 3, 5 y 9*. Bogota, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Día E. La ruta hacia la excelencia educativa Manual*. Bogota, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos basicos de aprendizaje matemáticas*. Bogota, Colombia: mimeo.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Día E. La ruta hacia la excelencia educativa Manual*. Bogota, Colombia: mimeo.

Moreira, M., Caballero, M., y Rodríguez, M. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44. Traducción de M^a Luz Rodríguez Palmero.

Oficina Internacional de Pesas y Medidas. (2008). *Sistema internacional de unidades S.I*. Madrid. Ministerio de Industria y comercio.



Pozo, J. (1997). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Facultad de Psicología. Universidad Autónoma de Madrid. Quinta Edición. España: Ediciones Morata S. L.

Universidad Nacional de Catamarca. (2004). Estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos universitarios cuando aprenden matemática con un software específico, *capítulo 2. Catamarca, España: Científica Universitaria*.

Zapata-Ros, M. (2012). *Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo”*. En línea, 2012, Disponible en: <http://eprints.rclis.org/17463/1/bases_teoricas.pdf. >. España: Universidad de Alcalá.

ANEXOS

Anexo 1: Autorización para la grabación de vídeos y fotografías de menores de edad y para uso público.

 INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
"ANTONIO JOSÉ CAMACHO" SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5
Reconocimiento oficial mediante resolución No. 1721 del 27 de junio de 2003 

AUTORIZACIÓN PARA LA GRABACIÓN DE VÍDEOS Y FOTOGRAFÍAS DE MENORES DE EDAD Y PARA USO PÚBLICO.

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, la **INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL ANTONIO JOSÉ CAMACHO** solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante JUAN ESTEBAN MOLINA C. del grupo 6-1 identificado (a) con tarjeta de identidad número 1.110.364.247, alumno (a) de la institución educativa para que aparezca ante la cámara, en registros fotográficos o en videograbaciones con fines pedagógicos que se realizará en las instalaciones de la institución mencionada.

El propósito de los videos y fotografías es hacer un registro audiovisual de las clases de matemáticas para el trabajo de grado del profesor CARLOS YAIR SALAZAR HENAO quien cursa la MAESTRÍA EN EDUCACIÓN en la UNIVERSIDAD ICESI en convenio con el MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL.

Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Estos videos y fotografías podrán ser usadas como insumos para conferencias o presentaciones de tipo pedagógico con su debida autorización del profesor en mención.

En Testimonio a esto se firma a los ~~dieciocho~~ días del mes de octubre 10 del año 2016.

Nombre y firma del padre/madre de familia o acudiente	Cédula de ciudadanía
<u>Carolina Castillo Rueda</u>	<u>1.130.671.910</u>
Nombre y firma del alumno(a)	Tarjeta de Identidad
<u>Juan Esteban Molina</u> <u>Castillo</u>	<u>1.110.364.247</u>

Anexo 2: Pretest y Postest: Test de Unidades de Longitud



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5**

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



Fecha de Aplicación: _____

	6-01	IV
NOMBRES Y APELLIDOS	GRADO	PERÍODO

TEST DE UNIDADES DE LONGITUD

Apreciado estudiante, seleccione la respuesta correcta en cada una de las siguientes preguntas y argumente su respuesta en el espacio indicado al final de cada pregunta:

1. ¿Cuál de los siguientes elementos NO se puede medir con una cinta métrica de un metro?
- A. El largo del salón de clase
 - B. El ancho de mi casa
 - C. El alto de mi cuarto
 - D. El tamaño de una pulga

Justifique su respuesta: _____

2. La unidad de medida más apropiada que deberías usar para medir la distancia de Cali a Bogotá es:
- A. Centímetro
 - B. Metro
 - C. Kilómetro
 - D. Milímetro

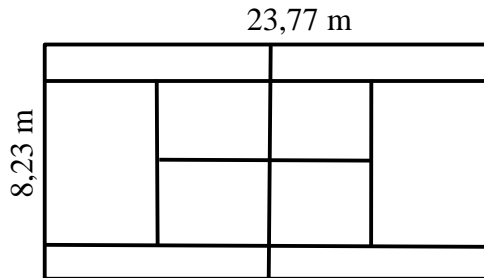
Justifique su respuesta: _____

3. Un piloto de carreras de motocicletas ha recorrido un total de 183 kilómetros, 5 hectómetros, 1 decámetro y 2 metros. El recorrido del piloto en la motocicleta mide:

- A. 183512 metros
- B. 200 kilómetros
- C. 200 000 metros
- D. 183,17 kilómetros

Justifique su respuesta: _____

4. Las medidas reglamentarias de una cancha de tenis son: largo 23,77 metros; ancho 8,23 metros.



El perímetro de la cancha será:

- A. 64 metros
- B. 32 metros
- C. 195,63 metros
- D. 47,77 metros

Justifique su respuesta: _____

5. Dadas las siguientes medidas de longitud:

I. 2025 metros,

II. 2,02 kilómetros,

III. 20 hectómetros,

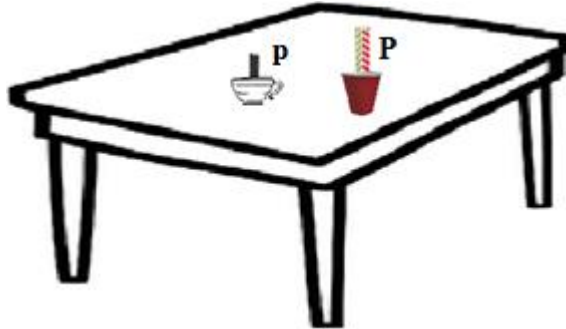
IV. 202,3 decámetros

El orden de mayor a menor es:

- A. I, III, II, IV
- B. I, IV, II, III
- C. III, I, II, IV
- D. II, III, I, IV

Justifique su respuesta: _____

6. Para medir el largo de la mesa del profesor, Nicolás toma un pitillo para café y le da 12 pitillos (p: pitillo para café), y Carlos toma un pitillo para gaseosa y le da 4 pitillos (P: pitillo para gaseosa).

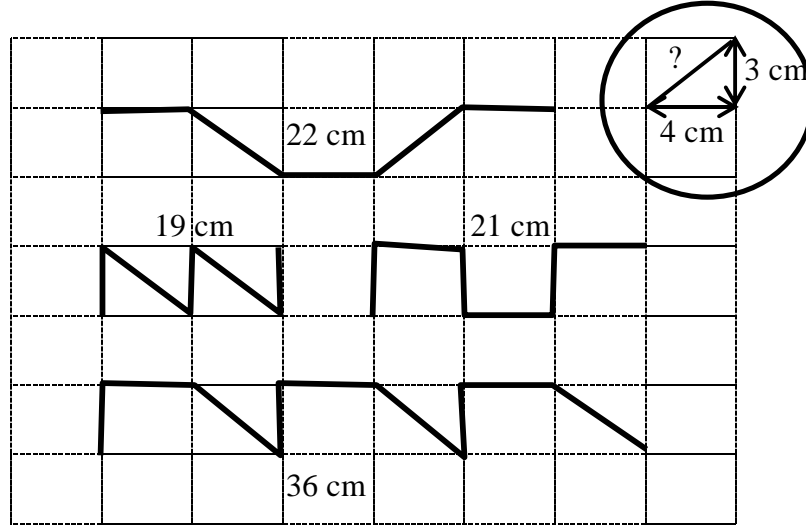


De acuerdo con el anterior experimento podemos determinar que:

- A. $p > P$
- B. $p = P$
- C. $3p = P$
- D. $3p > P$

Justifique su respuesta: _____

7. Observa la siguiente gráfica:



El ancho y el largo de cada rectángulo están a razón de 3 a 4. Entonces, la medida aproximada de la diagonal de un rectángulo de la cuadrícula es:

- A. 4,3 centímetros
- B. 4,6 centímetros
- C. 5,0 centímetros
- D. 5,3 centímetros

Justifique su respuesta: _____

8. Nicolás avanza 60 centímetros en un paso y Carlos 65 centímetros. Si salen del mismo punto, en el mismo sentido y dan el mismo número de pasos, entonces:

- A. Nicolás estará más lejos del punto de partida que Carlos
- B. Carlos estará más lejos del punto de partida que Nicolás
- C. Carlos estará 20 metros más lejos que Nicolás
- D. Ambos están a igual distancia, puesto que recorrieron ambos 400 pasos

Justifique su respuesta: _____

9. Nueve estudiantes han medido la longitud de un lápiz en clase de matemáticas, usando la misma escala de medida. Las medidas registradas por cada estudiante en centímetros fueron las siguientes:



15,4 15,3 15,0 15,4 15,1 15,3 15,2 15,1 15,0

De acuerdo a estos datos la medida aproximada del lápiz es:

- A. 15,0 centímetros
- B. 15,2 centímetros
- C. 15,3 centímetros
- D. 15,5 centímetros

Justifique su respuesta: _____

10. Un circuito de carreras de Fórmula 1 tiene un recorrido de 450 kilómetros. El consumo de combustible por cada 10 kilómetros es de un galón, y el galón tiene un costo de 7500 pesos.

De acuerdo con el texto anterior, un ingeniero afirma que es necesario un presupuesto de 337 500 pesos para el combustible. Esta afirmación es:

- A. Correcta, porque 337 500 pesos es el precio mínimo del costo del combustible para dicha carrera.
- B. Incorrecta, porque con ese presupuesto solo se pueden comprar 40 galones de combustibles y son necesarios 45 galones.
- C. Correcta, porque con ese presupuesto se pueden comprar los 45 galones de combustible necesarios para la carrera.
- D. Incorrecta, se necesita más presupuesto, porque es necesario tener en cuenta los imprevistos que pueden suceder en la carrera, por ejemplo: calentamiento del motor, vueltas adicionales por accidentes en la pista entre otros.

Justifique su respuesta: _____

Anexo 3: Situación de Acción: Guía del profesor. Actividad N°01



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL

NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DEL PROFESOR

Actividad N° 01

Profesor: _____ **Área:** Matemáticas **Grado:** Sexto

Esta situación didáctica está enmarcada en una situación de acción, pues pone al estudiante a actuar en función del medio y así poder afianzar los conocimientos por medio de procedimientos en donde el sujeto es capaz de formular, justificar y concluir sobre dicha situación de aprendizaje sin tener una conciencia plena sobre ellas (Brousseau, 2007).

Objetivos:

- Identificar en objetos y situaciones de su entorno la magnitud de longitud.
- Comprender el proceso de medir una longitud.
- Escoger patrones apropiados para la medición de una longitud y usarlos adecuadamente.
- Reconocer las medidas antropométricas como una primera unidad de medida.
- Hacer estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y mediciones de magnitudes de longitud concretas, a partir de sus propias estrategias y las utiliza como criterio para verificar lo razonable de los resultados.

Materiales:

- Elementos y materiales que están en el aula de clase.
- Elementos y útiles que tienen los estudiantes.
- Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.
- Material fotocopiado.

Organización de la clase:

- Los estudiantes se organizarán en parejas, los identificaremos como: Estudiante 1 y Estudiante 2.

Consignas:

- Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.
- El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.
- Los estudiantes intercambian los roles.
- Las regletas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.
- Las instrucciones se darán una única vez.
- NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. El Estudiante 1:
 - a. Escogerá un elemento del salón para realizar las mediciones.
 - b. Con este elemento medirá el ancho del salón.
 - c. Informará a su compañero el resultado de su medición.
2. El Estudiante 2 observará la actividad y consignará la información en la rejilla con los datos tomados por el Estudiante 1.
3. Los estudiantes intercambiarán los roles de la actividad.

	Descripción de la observación	Elemento de medida	Medida	
			Unidades enteras	Partes de la unidad
Estudiante 1				
Estudiante 2				

4. Los estudiantes intercambiarán la información descrita en la rejilla, exactamente como está escrita (sin corregir errores).

5. Los estudiantes se organizarán en sus respectivos puestos y responderán en forma individual las siguientes preguntas.
 - a. ¿Qué nombre le pondrías a la actividad?
 - b. ¿Cuál de los dos elementos utilizados en la actividad con tu compañero es más largo?
 - c. ¿Cuál de los dos elementos sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.
 - d. ¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.
 - e. ¿Cuál es la equivalencia entre los dos elementos de medida?
 - f. ¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.
 - g. ¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.

Anexo 4: Situación de Acción: Guía del estudiante. Actividad N°01



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



Actividad N° 01

Profesor: _____ **Área:** _____ **Grado:** Sexto _____.

Nombre: _____ **Edad:** _____

Fecha de Aplicación: _____

Apreciado estudiante de acuerdo a las indicaciones dada por el profesor completa la siguiente rejilla teniendo en cuenta la actividad hecha con tu compañero.

	<i>Descripción de la observación</i>	<i>Elemento de medida</i>	<i>Medida</i>	
			<i>Unidades enteras</i>	<i>Partes de la unidad</i>
<i>Estudiante 1</i>				
<i>Estudiante 2</i>				

Ahora conteste las siguientes preguntas individualmente:

a. ¿Qué nombre le pondrías a la actividad?

b. ¿Cuál de los dos elementos utilizados en la actividad con tu compañero es más largo?

c. ¿Cuál de los dos elementos sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.

d. ¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.

e. ¿Cuál es la equivalencia entre los dos elementos que usaron de medida?

f. ¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.

g. ¿Son útiles y eficientes estos elementos para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.

Anexo 5: Situación de Acción: Guía del profesor. Actividad N°02



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL**

NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DEL PROFESOR

Actividad N° 02

Profesor: _____ **Área:** Matemáticas **Grado:** Sexto

Esta situación didáctica está enmarcada en una situación de acción, pues pone al estudiante a actuar en función del medio y así poder afianzar los conocimientos por medio de procedimientos en donde el sujeto es capaz de formular, justificar y concluir sobre dicha situación de aprendizaje sin tener una conciencia plena sobre ellas (Brousseau, 2007).

Objetivos:

- Identificar en objetos y situaciones de su entorno la magnitud de longitud.
- Comprender el proceso de medir una longitud
- Escoger patrones apropiados para la medición de una longitud y usarlos adecuadamente.
- Reconocer procesos de conservación y desarrollar procesos de medición y estimación de dicha magnitud.
- Hacer estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y mediciones de magnitudes de longitud concretas, a partir de sus propias estrategias y las utiliza como criterio para verificar lo razonable de los resultados.

Materiales:

- Regletas NO metrizadas de diferentes longitudes y colores.
- Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.
- Material fotocopiado.

Organización de la clase:

- Los estudiantes se organizarán en parejas, los identificaremos como: Estudiante 1 y Estudiante 2.

Consignas:

- Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.
- El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.
- Las regletas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.
- Las instrucciones se darán una única vez.
- NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, regletas no metrizadas de diferentes longitudes y colores.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. El Estudiante 1:
 - a. Escogerá una de las regletas como patrón de medida.
 - b. Cada estudiante dividirá en diez partes iguales la regleta escogida.
 - c. Con este elemento comparará el ancho del salón (medirá).
 - d. Informará a su compañero el resultado de su medición.
2. El Estudiante 2 observará la actividad y consignará la información en la siguiente rejilla con los datos tomados por el Estudiante 1.
3. Los estudiantes intercambiarán los roles de la actividad.

	<i>Descripción de la observación</i>	<i>Color de la Regleta</i>	<i>Medidas</i>	
			<i>Unidades enteras</i>	<i>Partes de la unidad</i>
<i>Estudiante 1</i>				
<i>Estudiante 2</i>				

4. Los estudiantes intercambiarán la información descrita en la rejilla, exactamente como está escrita (sin corregir errores)

5. Los estudiantes se organizarán en sus respectivos puestos y responderán en forma individual las siguientes preguntas.
- a. ¿Qué nombre le pondrías a la actividad?
 - b. ¿Cuál de las dos regletas utilizadas en la actividad con tu compañero es más larga?
 - c. ¿Cuál de las dos regletas sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.
 - d. ¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.
 - e. ¿Cuál es la equivalencia entre las dos regletas que se usaron como patrones de medida?
 - f. ¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.
 - g. ¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.

Anexo 6: Situación de Acción: Guía del estudiante. Actividad N°02



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



Actividad N° 02

Profesor: _____ **Área:** _____ **Grado:** Sexto _____.

Nombre: _____ **Edad:** _____

Fecha de Aplicación: _____

Apreciado estudiante de acuerdo a las indicaciones dada por el profesor completa la siguiente rejilla teniendo en cuenta la actividad hecha con tu compañero.

	<i>Descripción de la observación</i>	<i>Elemento de medida</i>	<i>Medida</i>	
			<i>Unidades enteras</i>	<i>Partes de la unidad</i>
<i>Estudiante 1</i>				
<i>Estudiante 2</i>				

Ahora conteste las siguientes preguntas individualmente:

a. ¿Qué nombre le pondrías a la actividad?

b. ¿Cuál de las dos regletas utilizadas en la actividad con tu compañero es más larga?

c. ¿Cuál de las dos regletas sería más útil para medir el ancho del salón? Explica por qué.

d. ¿La medida fue una cantidad entera? Explica por qué.

e. ¿Cuál es la equivalencia entre las dos regletas que usaron como patrones de medida?

f. ¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir el largo de una hormiga? Explica por qué.

g. ¿Son útiles y eficientes estas regletas para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Explica por qué.

Anexo 7: Situación de Formulación: Guía del profesor. Actividad N°03



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5**

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DEL PROFESOR

Actividad N° 03

Profesor: _____ **Área:** Matemáticas **Grado:** Sexto

Esta situación didáctica está enmarcada en una situación de formulación, pues hay comunicación entre los estudiantes para actuar en función del medio y así poder afianzar los conocimientos por medio de procedimientos en donde los sujetos son capaces de retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico). Para esto es necesario la cooperación entre los interlocutores para el control del medio externo. (Brousseau, 2007).

Objetivo:

- Planificar colectivamente tareas de medición de longitud previendo lo necesario para llevarlas a cabo: los instrumentos adecuados, el grado de precisión exigido y confrontar los resultados con las estimaciones.

Materiales:

- Regletas NO metrizadas de diferentes longitudes y colores.
- Los estudiantes dividirán en diez partes iguales la regleta escogida.
- Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.
- Material fotocopiado.

Organización de la clase:

- Los estudiantes se organizarán en parejas.

Consignas:

- Los estudiantes trabajaran en equipo.

- Las instrucciones se darán una única vez.
- NO se debe compartir información entre estudiantes y profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, regletas no metrizadas de diferentes longitudes y colores.

Se darán las siguientes instrucciones:

1. Los dos estudiantes trabajarán en equipo:
 - a. Escogerá una de las regletas como patrón de medida.
 - b. La regleta escogida deberá ser marcada en diez divisiones de igual longitud.
 - c. Con este elemento compararán 3 veces el ancho del salón (medirán).
 - d. Llenarán la siguiente rejilla con estas dos medidas y la complementaran con la información de sus compañeros que tengan la regleta del mismo color.

<i>Descripción de la observación</i>	<i>Color de la Regleta</i>	<i>m₁</i>	<i>m₂</i>	<i>m₃</i>	<i>m₄</i>	<i>m₅</i>	<i>m₆</i>	<i>m₇</i>	<i>m₈</i>	<i>m₉</i>

2. Los estudiantes se organizarán en parejas en sus respectivos puestos y responderán las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué nombre le pondrían a la actividad?
 - b. ¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.
 - c. ¿Es útil y eficiente esta regleta para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.
 - d. ¿Es útil y eficiente esta regleta para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.
 - e. ¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?
 - f. ¿Qué harían para que dicha medida fuera exacta?

Anexo 8: Situación de Formulación: Guía del estudiante. Actividad N°03



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



Actividad N° 03

Profesor: _____ **Área:** _____ **Grado:** Sexto _____.

Nombre: _____ **Edad:** _____

Fecha de Aplicación: _____

Apreciados estudiantes de acuerdo a las indicaciones dada por el profesor completa la siguiente rejilla teniendo en cuenta la actividad hecha con tu compañero.

<i>Descripción de la observación</i>	<i>Color de la Regleta</i>	<i>Medidas</i>	
		<i>m₁</i>	
		<i>m₂</i>	
		<i>m₃</i>	
		<i>m₄</i>	
		<i>m₅</i>	
		<i>m₆</i>	
		<i>m₇</i>	
		<i>m₈</i>	
		<i>m₉</i>	

Ahora contesten las siguientes preguntas:

a. ¿Qué nombre le pondrían a la actividad?

b. ¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.

c. ¿Es útil y eficiente esta regleta para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.

d. ¿Es útil y eficiente esta regleta para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.

e. ¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?

f. ¿Qué harían para que dicha medida fuera exacta?

Anexo 9: Situación de Validación: Guía del Profesor. Actividad N°04



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5**

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DEL PROFESOR

Actividad N° 04

Profesor: _____ **Área:** Matemáticas **Grado:** Sexto

Esta situación didáctica está enmarcada en una situación de validación, donde hay un intercambio de juicios o sentencias entre los estudiantes con respecto al medio y un conocimiento, en donde el sujeto demuestra, convence y valida la información para la solución a dicha problemática. Este aprendizaje es mediado por las relaciones que el alumno tiene con su medio para dar argumentos retóricos de sus afirmaciones y así puede afianzar dicho conocimiento en donde el sujeto es capaz de argumentar dicha situación o exigir una demostración de sus compañeros en desacuerdo. (Brousseau, 2007).

Objetivo:

- Argumentar y validar colectivamente tareas de medición de longitud previendo lo necesario para llevarlas a cabo, el grado de precisión exigido, los instrumentos adecuados y confronta los resultados con las estimaciones de sus compañeros.

Materiales:

- Cinta métrica (1 metro).
- Cuaderno, lápiz, borrador, lapiceros, etc.
- Material fotocopiado.

Organización de la clase:

- Los estudiantes se organizarán en parejas.

Consignas:

- Los estudiantes trabajarán en equipo.
- Las instrucciones se darán una única vez.
- NO se debe compartir información entre estudiantes de diferentes parejas y/o profesor, hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

Desarrollo:

Después de organizado el grupo, a cada pareja de estudiantes se le entregará el material fotocopiado, una cinta métrica (1 metro).

Se darán las siguientes instrucciones:

1. Los dos estudiantes trabajarán en equipo:
 - a. Medirán con el metro 9 veces el ancho del salón.
 - b. Llenarán la rejilla con estos dos datos y completarán la información con sus otros compañeros.

Descripción de la observación	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	m ₆	m ₇	m ₈	m ₉

2. Los estudiantes se organizarán en parejas en sus respectivos puestos y responderán las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué nombre le pondrían a la actividad?
 - b. ¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.
 - c. ¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.
 - d. ¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.
 - e. ¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?

- e. Los estudiantes organizarán las medidas de menor a mayor en la tabla propuesta por el profesor.
- f. ¿Qué valor deberíamos tomar como medida? Expliquen por qué.
- g. Conclusiones y cierre.

Anexo 10: Situación de Validación: Guía del estudiante. Actividad N°04



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



Actividad N° 04

Profesor: _____ **Área:** _____ **Grado:** Sexto _____.

Nombre: _____ **Edad:** _____

Fecha de Aplicación: _____

Apreciados estudiantes de acuerdo a las indicaciones dada por el profesor completa la siguiente rejilla teniendo en cuenta la actividad hecha con tu compañero.

Descripción de la observación	Color de la Regleta	Medidas	
		m ₁	
		m ₂	
		m ₃	
		m ₄	
		m ₅	
		m ₆	
		m ₇	
		m ₈	
		m ₉	

Ahora contesten las siguientes preguntas:

a. ¿Qué nombre le pondrían a la actividad?

b. ¿Las medidas fueron cantidades enteras? Expliquen por qué.

c. ¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir el largo de una hormiga? Expliquen por qué.

d. ¿Es útil y eficiente esta cinta métrica para medir la distancia entre Cali y Bogotá? Expliquen por qué.

e. ¿Por qué creen que los resultados fueron diferentes?

f. ¿Qué harían para que dicha medida fuera exacta?

g. ¿Qué necesitarían y como calcularían el costo de un tubo que mida el ancho del salón?

h. ¿Cómo debería ser el patrón de medida para poder medir longitudes muy grandes?

i. ¿Cómo debería ser el patrón de medida para poder medir longitudes muy pequeñas?

Anexo 11: Guía de Observación Situación de Acción: Actividad N°01



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASES

Nombre del docente: Carlos Yair Salazar Henao

Sede: Central

Jornada: Mañana (a.m.)

Área: Matemáticas

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 02 de Noviembre

Hora de Inicio: 10:30 a.m.

Hora de Finalización: 12:20 p.m.

Duración de acompañamiento: 2 Horas **Grado:** 6 – 1 **Edad promedio:** 12 años

Nº Estudiantes: Treinta y siete (34)

Nº Mujeres: Trece (12)

Nº Hombres: Veinticuatro (22)

SITUACIÓN DE ACCIÓN Nº 1.					
Nº	INDICADORES	CUMPLE	MEDIANAME	NO CUMPLE	COMENTARIOS
		Nº de Estudiantes			
1	Los estudiantes actúan con el medio.	30	6	0	Los estudiantes participan de la actividad, pero algunos no se exigen el proceso de medición, no miden con exactitud, no usan adecuadamente el patrón, respetando la continuidad en la comparación directa.
2	Los estudiantes toman sus propias decisiones.	12	20	4	Repiten lo que observan realizar a

					sus otros compañeros en el aula.
3	Los estudiantes desarrollan estrategias.	12	20	4	Algunos pocos, sobre todo los que trabajaron con el pie, o zapato usado como patrón son más rigurosos en la comparación, otros sólo repiten lo que observan realizar a sus otros compañeros en el aula.
4	Los estudiantes justifican sus estrategias.	33	3	0	Falta estructura sintáctica en sus argumentos y sus aportes son de un nivel elemental. Muchos no argumentan, o sus argumentos no dan cuenta de los procesos que emplearon.
5	Los estudiantes dan conclusiones de sus acciones.	33	3	0	Los estudiantes no justifican claramente sus respuestas, solo hacen una corta descripción en unos pocos casos.

OBSERVACIONES GENERALES:

- La jornada escolar inicia a las 6:30 am, se verifica la asistencia de los estudiantes evidenciando que falta una estudiante.
- Se organiza el salón de clases en 5 filas con 4 mesas cada una para que los estudiantes trabajen en parejas.
- Los estudiantes se organizan en 18 parejas de forma libre para que tengan una mejor disposición de trabajo.
- La estudiante Luisa García quien llega tarde hace parte de la actividad pero como observadora.
- El profesor llama la atención a los estudiantes con frecuencia, pues la mayoría conversan o se distraen durante la actividad.

- El profesor explica la secuencia de la actividad que se va a realizar planeada así:
 - ✓ Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.
 - ✓ El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.
 - ✓ Las regletas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.
 - ✓ Las instrucciones se darán una única vez.
 - ✓ NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

- A cada estudiante con el rol de observador se le entrega el material fotocopiado con el Cuadro N° 1 y se dan las siguientes instrucciones:
 1. El Estudiante 1:
 - a. Escogerá un elemento del salón como patrón de medida.
 - b. Con este elemento medirá el ancho del salón.
 - c. Informará a su compañero el resultado de su medición.

 2. El Estudiante 2:
 - a. Observará la actividad.
 - b. Consignará la información en el siguiente cuadro con los datos tomados por el Estudiante 1.

- Las mediciones del ancho del salón se realizaron por turnos, ya que el espacio del aula de clases no es el adecuado para tener 36 estudiantes en dicha actividad, por esta razón se organizan en filas para que la puedan realizar.

- Algunos estudiantes no están seguros del rol que están desempeñando, por lo tanto el profesor debe intervenir y aclarar la situación.

- Los estudiantes que tienen el rol de observado empiezan a medir el ancho del salón tomando como patrones de medidas zapatos, carteleras enrolladas, maletines, sacos, cuadernos, las manos, los pies, cartucheras, termos y elementos dispuestos en el salón de clase.

- Los estudiantes que desempeñan el rol de observador están atentos a ver cómo su compañero mide el ancho del salón y consignan dicha información en el cuadro N° 1 con el dato tomado por su compañero (la cantidad de la medida).

- Se observa dificultad para dar la cantidad de longitud, pues algunos estudiantes no reconocen en el número las unidades enteras y las partes de la unidad, o se observa una escritura errónea de los mismos.
- Los estudiantes intercambian los roles de la actividad.
- A cada Estudiante con el rol de observador se le entrega el material fotocopiado (Cuadro N° 2) y se dan las siguientes instrucciones:
 3. El Estudiante 2:
 - a. Escogerá un elemento del salón como patrón de medida.
 - b. Con este elemento medirá el ancho del salón.
 - c. Informará a su compañero el resultado de su medición.
 4. El Estudiante 1:
 - a. Observará la actividad.
 - b. Consignará la información en el siguiente cuadro con los datos tomados por el Estudiante 2.
- Los estudiantes que tienen el rol de observado empiezan a medir el ancho del salón tomando como patrones de medidas zapatos, carteleras enrolladas, maletines, sacos, cuadernos, las manos, los pies, cartucheras, termos, tubo.
- Los estudiantes que desempeñan el rol de observador están atentos a ver cómo su compañero mide el ancho del salón, consignan dicha información en el cuadro N° 2 y el dato tomado por su compañero (la cantidad de la medida).
- Terminada la sesión de toma de medidas, los estudiantes se organizan en sus respectivos puestos.
- El profesor da las indicaciones para la siguiente sesión, en donde los estudiantes necesitarán la información de los cuadros N° 1 y N° 2 para responder el test que se había entregado, y reitera que deben utilizar una letra legible.
- La información de los cuadros se debe transcribir **exactamente** en el cuadro que aparece en la hoja de respuestas.
- Los estudiantes intercambian la información descrita en los cuadros.

- Después de haber explicado la actividad, el profesor recoge el material (los cuadros N° 1 y N° 2).
- Los estudiantes responden el test en forma individual, teniendo como base la información plasmada en el cuadro.
- Los estudiantes están concentrados trabajando en el desarrollo de la segunda parte de la actividad N°1 y luego de unos 15 minutos empiezan a entregar.
- Una pareja de estudiantes son sorprendidos dándose copia y al verse sorprendidos empiezan a discutir. El profesor interviene, generan discusiones sobre y se calma la situación.
- Los estudiantes se dispersan fácilmente, algunos no prestan atención y cuando sus compañeros están realizando la medición, charlan entre sí.
- La gran mayoría de los estudiantes no se preocupan por la exactitud para tomar las medidas.
- El profesor hace algunas recomendaciones para la siguiente clase y termina la sesión.

**LIC. ZAIRA VANESSA ÁLVAREZ FORERO
OBSERVADORA**

Anexo 12: Guía de Observación Situación de Acción: Actividad N°02



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5**

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASE

Nombre del docente: Carlos Yair Salazar Henao

Sede: Central

Jornada: Mañana (a.m.)

Área: Matemáticas

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 02 de Noviembre

Hora de Inicio: 10:30 a.m.

Hora de Finalización: 12:20 p.m.

Duración de acompañamiento: 2 Horas **Grado:** 6 – 1 **Edad promedio:** 12 años

Nº Estudiantes: Treinta y siete (34) **Nº Mujeres:** Trece (12)

Nº Hombres: Veinticuatro (22)

SITUACIÓN DE ACCIÓN N° 2.					
Nº	INDICADORES	CUMPLE	MEDIANAME NTE CUMPLE	NO CUMPLE	COMENTARIOS
		Nº de Estudiantes			
1	Los estudiantes actúan con el medio.	36	0	0	Los estudiantes mostraron disposición e interés en el desarrollo de la actividad.
2	Los estudiantes toman sus propias decisiones.	31	5	0	Se preocuparon por usar adecuadamente el patrón con el que miden el ancho del salón y hacer más exacta la medición a través de la comparación directa. Guardan continuidad en la comparación uno a uno.

					(tal vez esta situación sea por la semejanza de la misma con una regla)
3	Los estudiantes desarrollan estrategias.	36	0	0	Se evidencia una mayor dedicación y concentración en el desarrollo de la actividad.
4	Los estudiantes justifican sus estrategias.	20	16	0	Los argumentos siguen siendo poco exigentes y no dan cuenta de la manera como su compañero usa el patrón para medir el ancho del salón.
5	Los estudiantes dan conclusiones de sus acciones.	25	11	0	Falta coherencia en sus escritos y la redacción es deficiente en la mayoría de ellos.

OBSERVACIONES GENERALES:

- Se organiza el salón en 5 filas, con 4 mesas cada una para que los estudiantes trabajen en parejas.
- Se inicia la jornada a las 10:40 am y se verifica la asistencia de los estudiantes, faltó un estudiante.
- Se organizan 18 parejas de estudiantes como en la actividad anterior.
- Es frecuente que algunos pocos estudiantes se distraigan con facilidad, hablen y no presten atención al desarrollo de la actividad, por ello el profesor les llama la atención, continuamente.
- El profesor explica la secuencia de la actividad que se va a realizar planeada así:
 - ✓ Un estudiante será el observado, lo llamaremos **Estudiante 1**.
 - ✓ El otro estudiante será el observador, lo llamaremos **Estudiante 2**.
 - ✓ Las regletas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.
 - ✓ Las instrucciones se darán una única vez.
 - ✓ NO se debe compartir información entre estudiantes y/o profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.

- En cada una de las mesas se distribuye el material de trabajo: tres regletas NO metrizadas de diferentes medidas y diferentes colores (amarilla, verde y roja).
- El profesor les solicita a los estudiantes que una vez hayan escogido una de las regletas para realizar la medición del ancho del salón, la dividan en 10 partes iguales lo más equitativas posible.
- A cada Estudiante con rol de observador se le entrega el material fotocopiado (Cuadro N° 1) y se dan las siguientes instrucciones:
 1. El Estudiante 1:
 - a. Escogerá una de las regletas como patrón de medida.
 - b. Con este elemento medirá el ancho del salón.
 - c. Informará a su compañero el resultado de su medición.
 2. El Estudiante 2:
 - a. Observará la actividad.
 - b. Consignará la información en el siguiente cuadro con los datos tomados por el Estudiante 1.
- Nuevamente se realiza la medición del ancho del salón por turnos, pues el espacio del aula de clases no es el adecuado para tener 36 estudiantes en dicha actividad, por esta razón se organizan en filas para que la puedan realizar.
- Los estudiantes que tienen el rol de observado empiezan a medir el ancho del salón con la regleta que cada uno escogió para hacer su medida.
- Los estudiantes que desempeñan el rol de observador están atentos a ver cómo su compañero mide el ancho del salón y consignan dicha información en el cuadro N° 1 con el dato tomado por su compañero (la cantidad de la medida). Los estudiantes intercambian los roles de la actividad.
- A cada Estudiante con el rol de observador se le entrega el material fotocopiado (Cuadro N° 2) y se dan las siguientes instrucciones:
 3. El Estudiante 2:
 - a. Escogerá una de las regletas como patrón de medida.
 - b. Con este elemento medirá el ancho del salón.

c. Informará a su compañero el resultado de su medición.

4. El Estudiante 1:

a. Observará la actividad.

b. Consignará la información en la siguiente rejilla con los datos tomados por el Estudiante 2.

- Los estudiantes que tienen el rol de observado empiezan a medir el ancho del salón tomando como patrones de medidas la regleta escogida por cada uno de ellos.
- Los estudiantes que desempeñan el rol de observador están atentos a ver cómo su compañero mide el ancho del salón, consignan dicha información en el cuadro N° 2 y el dato tomado por su compañero (la cantidad de la medida).
- Respecto a la cantidad de medida se nota dificultad en los estudiantes por la asignación de un valor numérico, dudan sobre como representar la parte entera y las que no son enteras.
- A continuación se detalla cómo los estudiantes midieron el salón y los patrones de medida que utilizaron:
 - ✓ Dos parejas de estudiantes no miden el salón, solamente cuentan las baldosas.
 - ✓ Un estudiante da la medida en metros y se le pregunta cómo llegó a esa conclusión si no tenía regla metrizadas en la actividad.
 - ✓ Un estudiante realiza nuevamente la medición para rectificar su medición.
 - ✓ Un estudiante dice que las reglas verde y roja son iguales que la amarilla, él las superpone para hacer esta conjetura.
- Los estudiantes se dispersan fácilmente, algunos no prestan atención y cuando sus compañeros están realizando la medición charlan entre sí.
- Hay estudiantes que no se preocuparon por la exactitud para tomar las medidas (no son sistemáticos en el proceso de medir).
- Terminada la sesión de toma de medidas, los estudiantes se organizan en sus respectivos puestos.
- El profesor da las indicaciones para la siguiente sesión, en donde los estudiantes necesitarán la información de los cuadros N° 1 y N° 2 para

responder la segunda parte de esta actividad y reitera que deben utilizar una letra legible.

- El profesor enfatiza que la información de los cuadros **se debe transcribir** en el cuadro que aparece en el taller exactamente como esta en los cuadros.
- Los estudiantes intercambian la información descrita en los cuadros.
- Después de haber explicado la actividad, el profesor recoge el material (los cuadros N° 1 y N° 2).
- Los estudiantes en forma individual responden la segunda parte de la actividad, teniendo como base la información plasmada en el cuadro.
- Los estudiantes están concentrados trabajando y luego de unos 15 minutos empiezan a entregar.
- El profesor hace algunas recomendaciones para la siguiente clase y termina la sesión.

LIC. ZAIRA VANESSA ÁLVAREZ FORERO
OBSERVADORA

Anexo 13: Guía de Observación Situación de Formulación: Actividad N°03



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL
NIT: 805.026.755-5**

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASE

Nombre del docente: Carlos Yair Salazar Henao

Sede: Central

Jornada: Mañana (a.m.)

Área: Matemáticas

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 02 de Noviembre

Hora de Inicio: 10:30 a.m.

Hora de Finalización: 12:20 p.m.

Duración de acompañamiento: 2 Horas **Grado:** 6 – 1 **Edad promedio:** 12 años

Nº Estudiantes: Treinta y siete (36)

Nº Mujeres: Trece (12)

Nº Hombres: Veinticuatro (24)

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN					
Nº	INDICADORES	CUMPLE	MEDIANAMEN TE CUMPLE	NO CUMPLE	COMENTARIOS
1	Los estudiantes actúan con el medio.	36	0	0	Con algunas excepciones, durante la actividad los estudiantes mostraron disposición y responsabilidad al desarrollar la actividad.
2	Los estudiantes del mismo equipo intercambian información.	36	0	0	Cada pareja realizó la actividad y colaboraron con entusiasmo.
3	Los estudiantes se retroalimentan del medio.	36	0	0	Los estudiantes utilizan la información como medio de soporte para responder las preguntas del taller.

4	Los estudiantes cooperan con el control del medio externo.	30	6	0	La actividad de aprendizaje se abordó con buena disposición y cooperación de los estudiantes.
5	Los estudiantes codifican la información.	36	0	0	Con el trabajo en parejas, se observa una mejor redacción en los argumentos al justificar sus respuestas.

OBSERVACIONES GENERALES:

- Se organiza el salón de clases en 5 filas de 4 mesas cada una para que los estudiantes trabajen en parejas.
- Se inicia la jornada a las 6:30 am, se llama a lista, la asistencia de los estudiantes no es completa y se organizan 18 parejas como en la actividad anterior.
- El profesor explica la actividad que se va a realizar siguiendo la secuencia de la actividad planeada así:
 - ✓ Los estudiantes trabajarán en equipo.
 - ✓ Las reglas metrizadas NO harán parte de dicha actividad.
 - ✓ Las instrucciones se darán una única vez.
 - ✓ NO se debe compartir información entre estudiantes y profesor hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.
- En cada una de las mesas se distribuye el material de trabajo para los estudiantes organizados en parejas: tres regletas NO metrizadas de diferentes medidas y diferentes colores (amarilla, verde y roja) y se dan las siguientes instrucciones:
- El profesor presentó la actividad al grupo de estudiantes y les dio a elegir una de las regletas no metrizadas para realizar, en equipo, la medición del ancho del salón.
- Les solicitó dividir cada regleta en diez partes iguales, como en la actividad anterior, y esta vez hizo explícito que ello les serviría de referente para otorgar un valor numérico a la medición, haciendo un uso adecuado de los números decimales.
 - a. Medir 3 veces el ancho del salón con la regleta.

- b. Llenar el siguiente cuadro con las tres medidas y completarla con la información de los compañeros que tengan la regleta del mismo color.
- Las medidas se debieron hacer por turnos, ya que el espacio del aula de clases no es el adecuado para tener 36 estudiantes en dicha actividad, por esta razón se organizan en filas para que la puedan realizar.
 - A continuación se detalla cómo algunos estudiantes midieron el salón y los patrones de medida que utilizaron:
 - En esta tercera actividad el proceso de medir el ancho del salón, por los estudiantes, es más minucioso; se establecen acuerdos entre ellos para realizar correctamente la medición, se evidencia continua retroalimentación y apoyo entre los pares para el acto de medir.
 - Por ejemplo, entre varias parejas se ve como se otorgan roles (uno sostiene, marca las comparaciones, otro cuenta y manipula la regleta), se discute y negocia sobre el resultado de la medición para asignar el valor numérico.
 - Algunos de los estudiantes, preguntan sí se puede medir en una dirección contraria a la que está midiendo el resto de los compañeros. Los demás compañeros les dicen que es lo mismo medir de izquierda a derecha o de derecha izquierda el ancho del salón, que les va a dar el mismo resultado.
 - Hay estudiantes que siguen contando las baldosas para medir el ancho del salón, pues dicen que la regleta roja es del mismo ancho que la baldosa.
 - Terminada la sesión de toma de medidas los estudiantes se organizan en sus respectivos puestos.
 - Los estudiantes completan el cuadro con ayuda del profesor, al mismo tiempo que comparten los datos con los compañeros de clases de acuerdo con los colores de la regleta escogida.
 - El profesor solicita medir tres veces con la regleta verde a algunos estudiantes poder tener esta regleta también en las comparaciones futuras.
 - Los estudiantes organizados en parejas analizan y comparten información entre ellos y luego responden la segunda parte de esta actividad, teniendo como base la información plasmada en el cuadro.
 - Los estudiantes trabajan concentrados en el desarrollo del taller y luego de unos 25 minutos empiezan a entregar.

- El profesor hace algunas recomendaciones para la siguiente clase y termina la sesión.

LIC. ZAIRA VANESSA ÁLVAREZ FORERO
OBSERVADORA

Anexo 14: Guía de Observación Situación de Validación: Actividad N°04



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO INDUSTRIAL
“ANTONIO JOSÉ CAMACHO” SEDE PRINCIPAL**
NIT: 805.026.755-5

Reconocimiento oficial mediante resolución No 1723 del 27 de junio de 2003



GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASE

Nombre del docente: Carlos Yair Salazar Henao

Sede: Central

Jornada: Mañana (a.m.)

Área: Matemáticas

Asignatura: Matemáticas

Fecha: 02 de Noviembre

Hora de Inicio: 10:30 a.m.

Hora de Finalización: 12:20 p.m.

Duración de acompañamiento: 2 Horas **Grado:** 6 – 1 **Edad promedio:** 12 años

Nº Estudiantes: Treinta y siete (34)

Nº Mujeres: Trece (12)

Nº Hombres: Veinticuatro (22)

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN						
Nº	INDICADORES	CUMPLE	MEDIANAMEN TE	CUMPLE	NO CUMPLE	COMENTARIOS
		Nº de Estudiantes				
1	Los estudiantes organizan enunciados.	34	0	0		A sus argumentos les falta coherencia y cohesión con los conceptos. Además no dan cuenta en muchos casos de aquello que se les pregunta.
2	Los estudiantes construyen teorías.	20	14	0		En un nivel muy elemental.
3	Los estudiantes hacen afirmaciones.	34	0	0		Oralmente organizan el discurso, pero en su escritura presentan dificultades.
4	Los estudiantes hacen correcciones de sus conocimientos.	34	0	0		Hacen reflexiones teniendo en cuenta los argumentos de sus compañeros.

5	Los estudiantes comparten información.	34	0	0	Su trabajo cooperativo y colaborativo los anima para participar activamente de la actividad.
---	--	----	---	---	--

OBSERVACIONES GENERALES:

- Se organizó el salón en 5 filas de 4 mesas cada una para que los estudiantes trabajen en parejas.
- Se inició la jornada a las 10:40 am, se llama a lista, el salón no está completo, se organizan 17 parejas estudiantes.
- El profesor explica la actividad que se va a realizar siguiendo la secuencia de la actividad planeada así:
 - ✓ Los estudiantes trabajarán en parejas.
 - ✓ Las instrucciones se darán una única vez.
 - ✓ NO se debe compartir información entre profesor y estudiantes, hasta que el profesor lo autorice durante la actividad.
- En cada una de las mesas se distribuye el material de trabajo que son una cinta métrica y una copia del taller, y se dan las siguientes instrucciones:
 - a. Medir 3 veces el ancho del salón con la cinta métrica.
 - b. Llenar el siguiente cuadro con estas dos medidas y completarla con la información de los compañeros.
- Además, el profesor hace recomendaciones sobre el uso de la cinta métrica para medir el ancho del salón:
 - ✓ Observen las características de la cinta métrica antes de medir el ancho del salón porque: algunas cinta métricas son de una longitud de 150 cm o 1,5 m y otras cintas métricas, que trajeron los estudiantes, son de modistería y ellas traen por fabricación una banda al inicio y al final para su fácil manipulación.
- Los estudiantes realizan la medición de la longitud ancho del salón, ahora con las cintas métricas.
- Algunos estudiantes trabajan de forma colaborativa, haciendo un proceso de comparación del ancho del salón con la cinta métrica, se nota una buena

disposición en la posición de la cinta métrica, colocando dicho instrumento sucesivamente hasta llegar al otro extremo del salón de forma correcta.

- Otros estudiantes no son minuciosos en colocar la cinta métrica correctamente para medir el ancho del salón, pues dejan espacios entre la puesta de la cinta sobre el piso.
- Las medidas se debieron hacer por turnos, ya que el espacio del aula de clases no es el adecuado para tener 34 estudiantes en dicha actividad, por esta razón se organizan en filas para que la puedan realizar.
- Algunos estudiantes utilizan las pulgadas para medir, pero otros compañeros les corrigen.
- Se observa que algunos estudiantes no se cuestionan sobre los resultados cuando van sumando pues algunos dicen que el ancho del salón es de 43 metros.
- Terminada la sesión de toma de medidas los estudiantes se organizan en sus respectivos puestos.
- Los estudiantes completan los cuadros con ayuda del profesor y comparten los datos con los compañeros de clases.

Luego se propone una reflexión en parejas, para la cual se dispone de una guía que ellos deben escribir sobre los resultados obtenidos en la medición y el intercambio con otros compañeros tomando como referente la actividad anterior.

- Los estudiantes trabajan concentrados en el desarrollo de la guía y luego de unos 25 minutos se termina esta sesión.
- Terminada la sesión, cada pareja mide nuevamente el ancho del salón con la cinta métrica: un estudiante de cada pareja al finalizar todas las medidas, registra en el tablero los datos obtenidos de su medición llenando el cuadro con la información.
- Algunos estudiantes no tuvieron en cuenta las recomendaciones al inicio de la actividad, lo que se evidencia en los resultados de su medición.
- Se observa que algunos estudiantes tomaron la cinta métrica de punta a punta sin tener en cuenta que la cinta métrica que utilizan tiene una longitud mayor de 150 cm.

- Otros sólo registraron el número de veces que tuvieron que colocar la cinta métrica, más unos centímetros al final de esta. Por ejemplo: 3,128 que de acuerdo al contexto era reamente 3 cintas métricas de 150 cm más 128 cm.
- Algunos estudiantes tienen dificultades entre las equivalencias de los submúltiplos del metro, pues algunos no relacionaron 4,3 m con 430 cm. Lo que se evidencia en errores como $430\text{ cm} = 43,0\text{ m}$
- Cuando los estudiantes estaban registrando en la tabla que fue proyectada en el tablero, a través del video beam., se nota que desaparece la medida 43,0 m, pues entre los mismos estudiantes se corrigen diciendo que no es posible que el ancho del salón mida todo eso, situación que el profesor confirma.
- Teniendo en cuenta las actividades anteriores , la información del test y la información tomada y proyectada en el tablero se debaten las siguientes preguntas:
 - a. **¿Quién tiene la razón sobre “medida exacta”? Expliquen por qué.**
 - Los estudiantes responden, en su mayoría, que la cantidad de longitud que cada uno ha registrado en la tabla, es la medida exacta del ancho del salón. Una estudiante, pide la palabra y dice: la medida exacta es la que más se repite o las medidas que sean más próximas entre sí, ya que varios de los compañeros han sido dedicados al medir.
 - Esta intervención es aprovechada por el profesor para cuestionar a los estudiantes sobre los resultados de datos numéricos más lejanos de un grupo común. Les pregunta a todos los estudiantes ¿cuáles medidas eran más próximas entre sí? y ¿cuáles datos numéricos son más extraños?
 - Los estudiantes contestan que: los datos más extraños son 3,12, 3,21 y 3,29, algunos afirman que el resto de los datos están entre los 4 metros y 6 metros aproximadamente.
 - El profesor les pregunta: ¿cuál era la medida de la cinta métrica? Los estudiantes contestan que 1,5 metros, entonces el profesor les pregunta: ¿el ancho del salón es de aproximadamente 2 cintas y media? Los estudiantes contestan: En coro: no.
 - El profesor toma el marcador y en el tablero escribe $1,5\text{ m por }2 = 3\text{ m}$. Y les dice que algunos no tuvieron en cuenta esta medida de la cinta métrica al totalizar su medición.

- El profesor les pregunta señalando la medida 7,36 metros: ¿Es posible esa medida? Los estudiantes dudan un momento, piensan en silencio y de nuevo la estudiante que había intervenido dice que no es posible esa medida para el ancho del salón.
 - Así junto con algunos estudiantes, el profesor concluye que descartarán las medidas: 3,12, 3,21, 3,29 y 7,36, por ser erróneas en la medición o poco próximas a la cantidad de longitud de medida real.
 - Ahora les pregunta sobre:
- b. ¿Cuál es la medida más pequeña? Expliquen por qué.**
- Después de un tiempo de observación, uno de los estudiantes interviene para decir que la medida más pequeña es 4,29 m., explica que fue comparando las cifras de cada número de acuerdo a su posición para saber cuál es el menor.
 - Todos los estudiantes están de acuerdo y se continúa a la siguiente pregunta.
- c. ¿Cuál es la medida más grande? Expliquen por qué.**
- Se toman un tiempo para contestar y aludiendo a la argumentación anterior, varios estudiantes concluyen que es el dato 6,79 m.
 - Con éstos dos datos, el profesor les pide a los estudiantes que ordenen en una lista los datos de menor a mayor. Se da tiempo para que en conjunto la clase ordene los datos en el tablero, algunos estudiantes salen al tablero a registrar la información.
- d. ¿Qué clases de errores pudieron haber sucedido?**
- Un estudiante dice que algunos compañeros midieron con pulgadas y no corrigieron los datos.
 - Otro estudiante afirma que no tuvieron precisión al medir.
 - Otro estudiante dice que algunos metros (se refiere a la cinta métrica) son más largos que otro porque traen un espacio en blanco.

- Un estudiante dice que la poca responsabilidad para hacer la actividad.
 - Un estudiante afirma que siempre que se hace una medida hay que tener en cuenta la precisión y que de ella depende la exactitud de la medida.
- e. ¿Entre cuáles valores varían las medidas?**
- Los estudiantes contestan que las medidas varían entre el dato mayor y el dato menor, lo cual ya se había acordado al responder las preguntas anteriores, el profesor les confirma entonces, que este rango es el de las medidas de la longitud ancho del salón.
- f. ¿Qué valor deberíamos tomar como medida? Expliquen por qué.**
- Se evidencia duda entre los estudiantes, una de las estudiantes pide la palabra y dice que se puede aproximar a la medida de longitud ancho del salón, sumando la primera y la última cantidad de medida y dividiendo este resultado entre dos. Ningún otro estudiante aporta nada más
 - El profesor les aclarara que el proceso que la estudiante dice, es lo que se llama promedio entre dos números “punto medio entre dos cantidades”. Y que es necesario ir un poco más allá, usando todos los datos.
 - La estudiante interviene de nuevo y dice: profesor sumemos todas las cantidades y las dividimos entre 13. El profesor confirma esta información, argumentando que esto es un promedio numérico y que este procedimiento nos aproxima a la medida de longitud ancho del salón, real. Se realiza el proceso y el profesor les pide que ahora discutan sobre la pregunta que sigue:
- g. Si necesitáramos comprar un tubo para colocar una cortina para dividir el salón en dos, atravesando el ancho del salón, ¿qué datos debemos saber para el costo total del tubo?**
- Algunos estudiantes intervienen argumentando que se necesita dinero, un estudiante complementa diciendo que se requiere la medida del tubo y el valor por metro del tubo. El profesor dice que esta afirmación es correcta y que la medida del tubo corresponde en este caso, a la del ancho del salón.
 - El profesor habla con los estudiantes sobre cómo al realizar todas las actividades de medición fueron conociendo sobre cómo se realiza la

medición de una longitud, en este caso la del ancho del salón y cómo todos estos procesos se pueden aplicar para cualquier otra magnitud de longitud, como una distancia el largo, el alto etc.

- Sobre el proceso de medir, el profesor enfatiza sobre la necesidad de minimizar el error siendo rigurosos en la comparación directa, hay que usar correctamente el patrón de medida, conservando la continuidad en la medición.

- También les habló sobre la importancia de usar la estimación para corroborar sus mediciones y cuestionarse sobre la pertinencia de las cantidades de longitud obtenidas: por ejemplo: ¿es posible que el ancho del salón mida 27 metros? O ¿43 metros? Los estudiantes se ríen y dicen que no es posible.

- También les dice que deben hacer un buen uso del número decimal o de las fracciones para asignar un valor numérico a la medición, y que más adelante van a trabajar en este tema.

- El profesor les pregunta ¿cómo se usan las medidas de longitud en la vida real y cuál es su utilidad? Algunos dicen que para medir el tamaño de las cosas, el profesor les dice que para comprar tubos, varillas de hierro, listones de madera etc., se necesita conocer la cantidad de longitud y la unidad de medida: 12 metros, 15 centímetros...

- El profesor explica por último, que el proceso de aproximación a la medida para estudiantes de su nivel, se desarrolla haciendo uso de un promedio aritmético de las cantidades de medida, para minimizar los errores en el uso de los elementos de medida. Y que más adelante van a conocer más sobre este proceso en la estadística. Les agradece su disposición y participación en la actividad y finaliza la sesión.

**LIC. ZAIRA VANESSA ÁLVAREZ FORERO
OBSERVADORA**