

## FORMACIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO ALTURAS DE UN TRIÁNGULO

**Elizabeth Antero Tepec; Omar Cienfuegos Sarabia; José Roosevelt Mojica Rodríguez; Ma. Guadalupe Cabañas Sánchez; Catalina Navarro Sandoval**

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. (México)  
eliza\_atavy@hotmail.com omar\_cienfuegos@hotmail.com; rooseveltgmsn@msn.com;  
gcabanassanchez@gmail.com; asacamx@yahoo.com.mx

**Palabras clave:** altura en triángulos, concepto, teoría de la actividad.

**Key words:** high of triangle, concept, activity theory

### RESUMEN

Este estudio tiene como objetivo formar el concepto de altura de triángulos, en estudiantes de quinto grado de una escuela primaria rural mexicana. Desde el punto de vista Metodológico, la formación de conceptos matemáticos se da por dos vías, la deductiva y la inductiva. La primera, implica que los estudiantes *definan* formalmente el concepto, contrario a la segunda, que trata de la descripción de las características invariantes (a nivel de introducción). Por el nivel de desarrollo cognitivo de los participantes, la formación del concepto de altura, se dio a nivel de introducción, con base en dos características: (1) Como recta perpendicular a la base, y; (2) como distancia entre el vértice y el lado opuesto. El estudio reporta, que posterior al desarrollo de la experiencia de aprendizaje, una mayoría de estudiantes reconoce estas dos características.

### ABSTRACT

This study aims at forming the height concept of triangles in fifth grade in a Mexican rural elementary school. From the methodological point of view, concepts' formation occurs in a deductive and inductive way. The first one implies that students define the mathematical concept in a formal way, otherwise the second, imply that students describe the invariant characteristic (introductory level). Because of the cognitive level of the participants, the formation level is introduction of the mathematical concept height of triangle based in two characteristics such as: perpendicular line to the base, and as distance between the opposite side and the vertex. The results that we had after the development of the learning experience show that most of the students can recognize these characteristics.

## ■ Introducción

El artículo reporta un estudio cuyo objetivo consiste en formar el concepto de altura de triángulos, en estudiantes de quinto grado de una escuela primaria rural mexicana. Desde el punto de vista de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática (MEM), la *formación de un concepto* se entiende como la parte del proceso que conduce desde la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo y que pasa por la separación de las características comunes y no comunes hasta llegar a la definición o explicación del concepto (Ballester et al, 2000). La *definición* de un concepto desde esta postura, consiste en que los estudiantes la elaboren a nivel formal a partir de un proceso sistematizado y la *introducción* –como parte de la formación– de un concepto se refiere a que se conozcan las características invariantes del objeto, aquello que lo hace que sea eso y no otra cosa. Por el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes participantes, la formación del concepto objeto de estudio se dio a modo de *introducción del concepto*.

## ■ Orientaciones teóricas

El estudio se sustenta de la Teoría de la Actividad de Galperin (1982, en López Morejón y Pérez de Prado), quien sostiene que la actividad psíquica es el resultado del paso de las acciones materiales externas al plano de la reflexión, al plano de la percepción de las imágenes y los conceptos. Se sustenta además, de posturas de la MEM (Ballester, et al, 2000), que en el caso de los conceptos matemáticos, los reconoce como una categorías especial en la enseñanza de la Matemática, pues constituyen la forma fundamental con que opera el pensamiento matemático. Desde esta perspectiva, se afirma que con la formación de conceptos se contribuye a la representación de la relación entre la matemática y la realidad objetiva. Para que se lleve a cabo, es necesario que el individuo realice un conjunto de acciones (Galperin et al. 1982) en el contexto de una planificación didáctica del profesor, que consideran las etapas siguientes:

- *Etapas motivacional*. Consiste en crear condiciones necesarias para interesar al estudiante en el estudio del objeto, que puede ser mediante la solución de algún problema o del uso de materiales audiovisuales o materiales experimentales.
- *Etapas de la base orientadora de la acción (BOA)*. En ella se muestra al estudiante las acciones que se van a realizar para el logro de la asimilación del concepto a partir de la utilización de métodos explicativos y problémicos, es previa a la puesta en acción.
- *Etapas material*, se inicia con la ejecución de la acción por parte del estudiante, es aquí donde él puede tener contacto con objetos reales y modelos para resolver problemas, es decir, se trabaja de manera materializada.
- *Etapas verbal*, en esta etapa el estudiante ya tiene un dominio sobre el esquema de la acción para transitar al plano verbal del concepto del objeto, es aquí donde se inicia con las representaciones verbales (oral y escrita) de la acción material. Se puede implementar el trabajo colaborativo, en binas y de forma grupal.
- *Etapas mental*. El alumno logra representar la forma verbalizada de la acción material, el trabajo que realiza el estudiante es independiente ya que ha interiorizado y asimilado los conceptos y es capaz de transmitirlos.

En el proceso de formación del concepto de altura, se siguieron las etapas previas y para ello se entiende por “altura de un triángulo” a los segmentos perpendiculares (es decir; segmentos que forman ángulos de 90°), a un lado del triángulo o a su prolongación desde el vértice opuesto. La altura se designa con la letra  $h$  y un subíndice que señala el lado del cual se levantan (Vallejo, 2011).

### ■ Aspectos metodológicos

#### a) Etapas y contexto del estudio

Participaron 20 estudiantes matriculados en quinto grado de una primaria rural (10 a 11 años de edad). El trabajo se estructuró en dos momentos, el primero refiere al diseño de una planificación para el profesor y por otro lado se tiene el diseño y aplicación de las actividades dirigidas a los estudiantes. Ambos momentos están estrechamente articulados, y en conjunto tienen el propósito de *formar* el concepto de altura en triángulos.

El estudio se sustenta de seis actividades, planteadas en un ambiente de lápiz y papel y fueron resueltas de manera individual, durante dos sesiones de 1:30 horas cada una. Fueron desarrolladas por los tres primeros autores de este artículo. Para ello, se diseñó una orientación metodológica, consistente en una serie de acciones para el profesor.

El concepto de altura en la escuela primaria mexicana se estudia a partir de quinto grado, a nivel de comprender las características invariantes de este objeto matemático, tales como: (1) recta perpendicular a la base, y; (2) distancia entre el vértice y el lado opuesto. De modo que el diseño de las actividades para estudiar el proceso de formación de este concepto, estuvieron centradas en esas características.

#### a.1.) Planificación

En correspondencia con la MEM se tomaron en cuenta cuatro etapas, las cuales se plantean en la planificación descrita en la tabla siguiente.

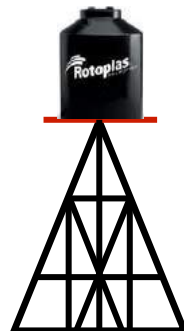
Tabla 1. Orientaciones didáctica para el profesor

Concepto de objeto: “ALTURA DE UN TRIÁNGULO”	
(I) <b>ORIENTACIÓN HACIA EL PROBLEMA</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DEL NIVEL DE PARTIDA:</b> Previo al estudio del concepto de altura, los estudiantes se relacionaron con conceptos como: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Triángulo (equilátero, isósceles y escaleno)</li> <li>▪ Vértice</li> <li>▪ Lado de un triángulo</li> <li>▪ Ángulo recto</li> <li>▪ Recta perpendicular</li> <li>▪ Rectas paralelas</li> </ul>
	<b>CREACIÓN DE UNA MOTIVACIÓN:</b> El estudiante analizará una situación en donde emplee el trazo de alturas de objetos dados.

	<b>PLANTEAMIENTO DEL OBJETIVO:</b> Introducir el concepto <i>altura de un triángulo</i> para que el estudiante forme la noción del concepto a partir de sus características.	
<b>(II)</b> <b>TRABAJO CON EL PROBLEMA</b>	Contemplar varios objetos de carácter material e ideal.	<b>OBJETOS DE INVESTIGACIÓN:</b> Después de haber trabajado con el problema los estudiantes realizarán las siguientes acciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Trazar la altura de objetos dados</li> <li>▪ Trazarán figuras geométricas semejantes a las imágenes que se proponen en la actividad anterior, así como calcularán las distancias entre un punto y otro.</li> </ul>
	Comparar estos objetos y determinar las características esenciales.	<b>ESTRATEGIA</b> Los alumnos identificarán las características invariantes de la altura de un triángulo a partir de las indicaciones que se planteen en la actividad para la construcción de un triángulo a partir de una recta dada, tales como: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recta perpendicular a la base</li> <li>• Distancia entre el vértice y el lado opuesto</li> </ul>
<b>(III)</b> <b>SOLUCIÓN DEL PROBLEMA</b>	Formar clases sobre la base de determinadas características esenciales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Al revisar la pista que se brinda al estudiante, trazará las alturas de algunos triángulos y con base en los datos que obtenga, llenará la tabla propuesta.</li> </ul>
	Definir el concepto	A partir de las actividades anteriores el alumno explicará el cómo define el concepto <b><i>“altura de un triángulo”</i></b>
<b>CONSIDERACIONES RETROSPECTIVAS Y PERSPECTIVAS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante construirá un triángulo a partir de puntos dados y trazará sus alturas.</li> <li>• Realizará las actividades que implican el giro del triángulo en dos ocasiones.</li> <li>• Analizará respecto al número de alturas que tiene un triángulo.</li> </ul>	

a.2.) Las actividades. Por cuestiones de espacio, se describen dos actividades.

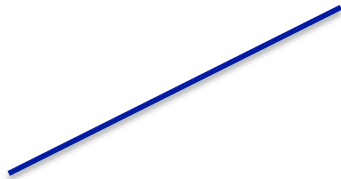
**Actividad 1.** En una escuela primaria hay un tinaco con agua que se encuentra sostenido por una estructura metálica como la que se muestra en la imagen.



- Marca con rojo la altura que hay del piso a la base del tinaco.
- Marca con azul la altura que hay del piso a la tapa del tinaco.

*Propósito de la actividad:* Se espera que los estudiantes usen el conocimiento que tienen de altura, para que tracen las dos que se les piden, tomando como base la estructura de forma triangular. Con la segunda acción (inciso b) se espera que la altura que tracen vaya hacia el vértice del triángulo que se forma, aunque podían ubicarlas del piso a cualesquier parte de la base o de la tapa del tinaco.

**Actividad 2.** Construye un triángulo apoyándote del lado azul dado



Una vez construido, realiza lo siguiente:

- Marca con rojo uno de los lados del triángulo.
- Marca con verde otro de los lados y el que queda con azul.
- Localiza el vértice opuesto al lado que marcaste con color azul y por ese vértice traza una recta perpendicular hacia ese lado.
- Localiza el vértice opuesto al lado que marcaste con color rojo y por ese vértice traza una recta perpendicular hacia ese lado.
- Localiza el vértice opuesto al lado que marcaste con color verde y por ese vértice traza una recta perpendicular hacia ese lado.
- Escribe en el recuadro los procedimientos que seguiste paso a paso para el trazo de cada una de las perpendiculares.
- Responde si ¿los procedimientos que realizaste para trazar las tres perpendiculares son diferentes? Explica porqué.
- Analiza los ángulos que se forman con la recta perpendicular que trazaste a cada uno de los lados del triángulo y responde ¿cuánto miden? ¿cómo se les llama?

*Propósito de la actividad:* Se espera que los estudiantes usen el conocimiento que tienen sobre triángulo, lado de un triángulo, vértice y recta perpendicular a fin de que realicen los trazos que se les piden una vez que hayan construido el triángulo (un triángulo cualquiera) a partir de un lado dado (el segmento). Con base en ello, que reconozcan a las alturas en el triángulo construido y describir las dos características invariantes.

### ■ Análisis y resultados

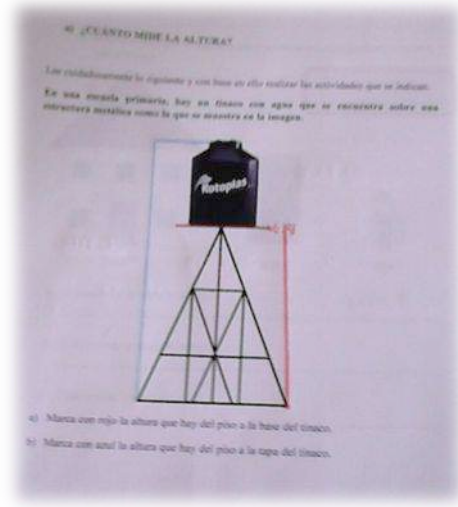
Con base en el análisis de los datos, se reconoce que una mayoría de estudiantes fue capaz de describir las características invariantes del objeto matemático, como sigue:

- La distancia que existe entre el vértice y el lado opuesto a él.
- Es una recta perpendicular.

En la actividad 1, los estudiantes usaron su conocimiento previo sobre el concepto de altura para trazar las que se pidieron. Un aspecto relevante es que algunos asociaron a este concepto con la altura de

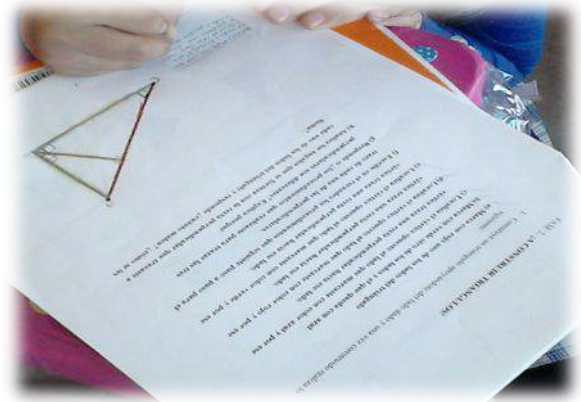
objetos y personas debido al uso que se le da en lo cotidiano. Para este caso, el estudiante no trazó la línea dentro del triángulo que se forma con la estructura del tinaco, sino que más bien lo hizo como se muestra en la imagen, es decir, el sentido de altura lo asoció con lo que comúnmente se utiliza en el contexto extraescolar.

**Figura 1. Trazo de alturas asociadas a lo cotidiano**



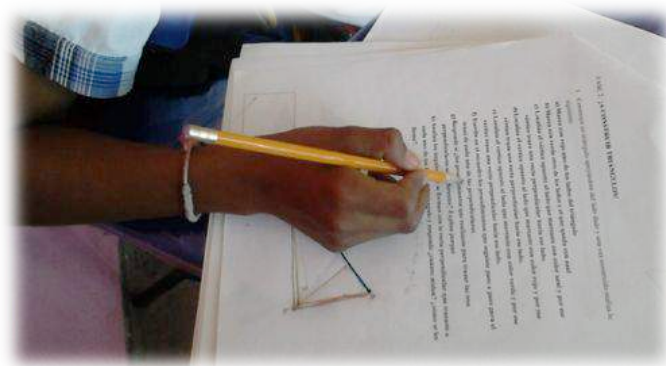
En el marco de la actividad 2 un estudiante construyó un triángulo rectángulo. Al trazar dos de las alturas requeridas presentó dificultades, específicamente en las que se trazan sobre los catetos. Al final logró identificar que ambas alturas corresponde a los dos lados.

**Figura 2. Trazo de alturas en un triángulo rectángulo**



En la misma actividad, algunos construyeron triángulos obtusángulos. La siguiente imagen muestra uno de los casos exitosos en el trazo de alturas de este tipo de triángulos, ya que en su mayoría presentaron dificultades porque argumentaban que las alturas solo se inscriben al interior de la figura y no fuera de ella, por tanto en el caso del triángulo obtusángulo “no se podían trazar las tres alturas” afirmaron. En este caso, el tipo de triángulo trazado contribuyó en que aparecieran este tipo de explicaciones.

Figura 3. Trazo de alturas en un triángulo obtusángulo



### ■ Reflexiones finales

Con base en el análisis de los datos, se reconoce que una mayoría de estudiantes describió las características invariantes del objeto matemático, como sigue:

- a) La distancia que existe entre el vértice y el lado opuesto a él.
- b) Es una recta perpendicular.

El trabajo con diferentes tipos de triángulos construidos en la actividad 2, contribuyó en el reconocimiento de las características invariantes del concepto matemático “altura de un triángulo”. Sin embargo, es importante señalar que ciertos tipos de triángulos contribuyeron además, a reconocer que el concepto de altura es complejo de comprender en primaria y de las ideas equivocadas que existen en los estudiantes. Por ejemplo, tienen la idea preconcebida de que las alturas en un triángulo siempre van a pasar por el interior de este polígono, pues no aceptaban el hecho de que estuviesen fuera o bien que coincidieran con los lados de un triángulo como en el caso de triángulos rectángulos, lo pensaban más bien como lados. Ello se debe al discurso matemático escolar que privilegia situaciones donde las alturas aparecen siempre dentro del triángulo.

### ■ Referencias bibliográficas

- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M. y Torres, P. (2000). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Tomo I*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- López, V. y Pérez, A. (1999). *Aspectos fundamentales de la Teoría de Formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos de P. Ya. Galperin*. Recuperado en <http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/libros/index/assoc/HASH2f88.dir/doc.pdf>
- Vallejo, L. (2011). Ángulos y geometría del triángulo: clasificación y aplicaciones didácticas. *Reflexiones y Experiencias Innovadoras en el Aula*, (28). Recuperado en [http://www.didacta21.com/documentos/revista/Enero11\\_Vallejo\\_Lopez\\_Fernando.pdf](http://www.didacta21.com/documentos/revista/Enero11_Vallejo_Lopez_Fernando.pdf).