

¿CÓMO PROMOVER LA CREATIVIDAD MATEMÁTICA? EL PAPEL DE LAS COMUNIDADES DE INTERÉS Y DEL DISEÑO DE C-UNIDADES

Andrea Richter, Berta Barquero, Vicenç Font, Mario Barajas

Universidad de Barcelona. (España)

andrea.richter@ub.edu, bbarquero@ub.edu, vfont@ub.edu, mbarajas@ub.edu

Palabras clave: creatividad matemática, comunidades de interés, criterios de diseño

Key words: mathematical creativity, communities of interest, design principles

RESUMEN

Este trabajo se centra en las primeras fases de investigación en el marco del proyecto europeo MC2 (Mathematical Creativity Squared) que se propone el objetivo central de indagar en cómo promover la creatividad a través del diseño creativo de unidades didácticas (*c*-unidades). Este diseño, en manos de las denominadas comunidades de interés (Cdi), llevará a confluir diferentes formas de entender qué es la creatividad matemática y cómo esta puede ser promovida. Nos centraremos aquí en presentar y analizar las ideas previas que nuestra Cdi tiene acerca de la creatividad matemática y de cómo promoverla. Introduciremos entonces las dos primeras *c*-unidades producidas destacando la coherencia entre las intenciones de diseño de la Cdi y los productos resultantes, es decir, las propias *c*-unidades.

ABSTRACT

This paper focuses on the firsts stages of research of the European project MC2 (Mathematical Creativity Squared) whose aim is to enquire about how to foster creativity through the creative design of didactic units (*c*-units). This design, carried out by the communities of interest (Col), would bring to converge different understandings about what creativity is and how it could be fostered. In this work, we will focus on introducing and analysing the initial conceptions that our Col has about mathematical creativity and the ways to foster it. Then, we will show the two *c*-book units produced, highlighting the coherence between the Col' initial intentions of designing and the final product, the *c*-units themselves.

■ Creatividad Matemática en el marco del proyecto MC2

Promover la creatividad matemática (CM) y el pensamiento matemático creativo (PMC), además de ser uno de los objetivos centrales de la Unión Europea, se considera una competencia importante tanto para afrontar problemas de la vida diaria como para la propia realización personal o el desarrollo profesional (Kynigos y Daskolia, 2014).

Sin embargo, no encontramos una definición comúnmente aceptada sobre qué es la CM o el PMC (Mann, 2006). Diversas definiciones y caracterizaciones sobre creatividad matemática han sido propuestas. Hadamard (1945) ofrece una descripción sobre los procesos que los matemáticos siguen en la resolución de un problema, identificando cuatro fases del proceso creativo: *preparación-incubación-iluminación-verificación*. Haylock (1997) distingue dos enfoques en el reconocimiento del pensamiento creativo, el primero en términos de *productos* y el segundo en términos de *procesos*.

El primer enfoque se refiere a analizar el producto final e identificar en él si ha tenido lugar o no un pensamiento creativo. Por ejemplo, siguiendo este enfoque, encontramos a Sternberg y Lubart (1999) que definen la creatividad como la habilidad de producir un resultado inesperado, original y útil. En el segundo enfoque, encontramos referencias a la creatividad relacionadas con habilidades como la fluidez, la flexibilidad y la originalidad (Silver, 1997); o en términos de capacidades, conocimientos y enfoques (Sternberg y Lubart, 1999).

A pesar de las dificultades en definir y describir los términos de CM y PMC, nuestro interés se centra en caracterizar las ideas previas o preconcepciones que nuestra comunidad tiene acerca de la CM y de los criterios de diseño que pueden dar lugar a actividades que la promuevan. Este interés plantea dos objetivos principales, por un lado crear una definición conjunta y dinámica de qué es la CM y, por otro lado, poder aplicar este conocimiento a la propia práctica de diseñar unidades didácticas.

Este trabajo se enmarca en el proyecto europeo Mathematical Creativity Squared (MC2), que se propone indagar en: (a) la creatividad social (Fischer, 2011) que surge en el proceso de diseño colaborativo de unidades y secuencias didácticas y, (b) la identificación de características y propiedades de las unidades que pueden promover la CM y el PMC. Para sustentar estas investigaciones, el proyecto también tiene como objetivo desarrollar el c-libro, una tecnología que da soporte al diseño colaborativo de materiales educativos, integrando variedad de widgets y que permitirá configurar un análisis de datos para medir la creatividad.

Esta tecnología incluye una interface denominada ColCode que está pensada para acoger y promover la interacción de colectivos de diseñadores caracterizados por su diversidad disciplinaria, experiencia y bagaje, definidas en la literatura como Comunidades de Interés (CdI) (Fischer, 2001).

En este trabajo presentamos las etapas iniciales del proyecto, en la que se han configurado las comunidades de interés (CdI) y se han diseñado las dos primeras c-unidades. Previamente al diseño, el equipo de investigación ha visto la necesidad de identificar las ideas previas que la CdI tiene acerca de la CM y el PMC. A continuación se describen estas primeras representaciones y las dos c-unidades producidas, destacando los aspectos que la CdI considera promovedores del PMC.

■ Configuración de la comunidad de interés

En el proyecto MC2, se plantea la noción de comunidad de interés (CdI) para promover el diseño colaborativo entre miembros de diferentes comunidades de prácticas (CdP, Wegner 1998). La formación de comunidades heterogéneas permite plantear y afrontar problemas más complejos ya que en él confluyen diferentes áreas de conocimiento y perspectivas (Fischer, 2001).

En nuestro caso, la configuración de la CdI buscará integrar personas directamente involucradas en el ámbito de la educación –como profesores, editores, desarrolladores de tecnología educativa, etc.– y profesionales externos al ámbito de la educación que puedan aportar nuevas perspectivas sobre la creatividad en sus respectivos ámbitos. Concretamente, en la configuración de la CdI de la Universidad de Barcelona, se distinguen las siguientes categorías: 1. Investigadores en educación y/o en educación matemática; 2. Profesorado y/o formadores del profesorado; 3. Desarrolladores de tecnología para la educación matemática y usuarios especializados; 4. “Expertos” en la difusión del conocimiento; 5. Editoriales y 6. “Expertos” externos al ámbito de Educación Matemática. Esta categorización nos sirve, por un lado, para establecer divisiones en términos de las CdP involucradas y, por otro lado, describir los puntos de encuentro o de interés entre los distintos miembros asegurando el máximo de riqueza y complementariedad entre dominios distintos del conocimiento, culturas y perspectivas institucionales diferentes.

■ Representaciones iniciales sobre PMC

La configuración heterogénea de la comunidad, enriquece el planteamiento y la resolución de problemas ya que ofrece variedad de perspectivas, pero también comporta el uso de un vocabulario y enfoques diferentes (Fischer, 2001). Es necesario comprender los diferentes sistemas de conocimiento y construir un significado común en las áreas que se van a tratar para que la comunidad pueda interactuar y definir su identidad. Con el objetivo de construir un lenguaje común entre la CdI y de identificar las ideas previas que nuestra CdI tiene sobre el PMC, el equipo de investigación diseñó un cuestionario y realizó entrevistas personales o en CdP, adaptando las propuestas presentadas en los trabajos de Lev-Zamir y Leikin (2013), Bolden, Harries y Newton (2010) y Sriraman (2009).

El cuestionario contaba de 3 preguntas abiertas y 26 afirmaciones sobre las cuales los participantes debían evaluar su acuerdo o desacuerdo en una escala de Likert de 5 puntos. Participaron 17 miembros de la CdI. Los datos cuantitativos se analizaron estadísticamente y los datos cualitativos se organizaron y analizaron según temáticas y significados. A continuación se muestran los resultados más notables en cada una de las secciones de la encuesta.

En referencia a las características y naturaleza del PMC, todos los participantes consideran que la creatividad no es una cualidad únicamente innata sino que se puede ir desarrollando a lo largo de la vida. La interacción con otras personas y perspectivas ayudan a promover este proceso. La mayoría de miembros se consideran profesionales creativos y opinan que el conocimiento matemático da soporte a la creatividad en otras disciplinas. Al describir un estudiante creativo, destacan las siguientes habilidades: (a) razonar, proponer preguntas, argumentar y saber comunicar, (b) formular preguntas e iniciar investigaciones y (c) encontrar diferentes maneras de resolver problemas, combinando diversas herramientas y representaciones.

La última sección del cuestionario pedía a los participantes destacar y describir características clave de actividades para promover la creatividad matemática, los aspectos destacados más comunes son: (a) incluir multiplicidad de enfoques y técnicas en los problemas planteados, (b) ofrecer diversas representaciones de un mismo concepto matemático, (c) implicar a los estudiantes proponiendo situaciones cercanas a su realidad, (d) contextualizar, combinar el conocimiento matemático con otras disciplinas y mostrar su funcionalidad en otras áreas y (e) contemplar tareas de comunicación.

■ Las representaciones de PMC en el diseño de las c-unidades

En el primer período del proyecto la Cdl ha trabajado en el diseño de dos c-unidades. Una unidad, denominada “Comportamiento viral de redes sociales”, en la que predomina un enfoque de modelización matemática. Y otra titulada “Coordenadas y puntos” en la que destacan la exploración y la resolución de problemas.

El proceso de diseño de las c-unidades se inició con la organización de un Taller sobre Creatividad que fue el primer encuentro de nuestra Cdl local en el que se formaron subgrupos encargados de seguir con el diseño de cada una de las c-unidades, según su afinidad por la temática. El resto de comunicación entre los miembros de la Cdl se mantuvo on-line, en reuniones virtuales o mediante el ColCode. Este primer ciclo de diseño duró aproximadamente un mes y medio.

El grupo de investigación ha recogido y analizado los intercambios entre los participantes con el fin de identificar los principales criterios y características que se han otorgado a las unidades con el objetivo de promover la CM y el PMC. Las unidades se analizaron por separado, y al comparar los resultados se han encontrado diversos puntos en común. A continuación se muestra una tabla con los criterios de diseño más destacados juntamente con comentarios extraídos directamente de la interacción entre los participantes o bien con el resumen de su discusión.

Tabla 1. Comentarios y justificaciones aportadas sobre los distintos criterios de diseño adoptados por la Cdl en el proceso de diseño.

Criterios de diseño	Unidad Redes sociales	Unidad Coordenadas y puntos
Preguntas y situaciones cercanas a la realidad de los estudiantes	Tendríamos que evitar plantear situaciones falsas, propongo iniciar la unidad con un problema real y verdadero cercano a la realidad de los estudiantes.	Se tendría que plantear una única pregunta inicial, que sitúe al estudiante dentro del problema. Se puede crear un contexto bonito y atractivo pero si es falso ¿qué aporta?
Incorporar preguntas abiertas que admitan variedad de respuestas	Todos los miembros del grupo están de acuerdo en iniciar la actividad con un problema complejo, dar a los estudiantes preguntas concretas y dejarlos pensar en las herramientas que necesitan. También pactan que la pregunta inicial debe admitir diferentes maneras de hacer o actuar.	¿Hay diferentes maneras de abordar un problema? ¿O hay un único método y todos los pasos están definidos de antemano? Deberíamos promover problemas que acepten el uso de diferentes métodos y técnicas. También plantear preguntas que admitan variedad de respuestas, no una única opción.

Una pregunta general en el punto de partida y dividirla en sub-preguntas	La actividad debe empezar con una pregunta general y abierta y se debe ir guiando a los alumnos en su estudio, fraccionándola en cuestiones más sencillas y abordables. En el futuro, esto les aportará herramientas para resolver cuestiones de manera más creativa.	
Explorar y usar diversidad de medios y representaciones	La creatividad está en el propio proceso de modelización, usando diferentes técnicas y herramientas matemáticas para comprender situaciones de la vida real.	La variedad de medios permite llegar a diferentes sensibilidades, diferentes estilos de aprendizaje y a variedad de niveles, favoreciendo que los alumnos se puedan implicar.
Habilidades comunicativas / Colaboración entre estudiantes		Promover un trabajo colaborativo contribuye al desarrollo de las habilidades comunicativas e implica contratar puntos de vista.
Experimentar y trabajar técnicas matemáticas	Promover la creatividad no entra en contradicción con incluir momentos de exploración, práctica y uso de diferentes técnicas matemáticas.	Los estudiantes deberían experimentar situaciones y problemas por ellos mismos. Necesitan generar o recoger datos de su propio interés, así como tener herramientas para analizarlos.
Buscar validadores externos	Es importante que al completar algunas partes de la actividad, los estudiantes puedan validar externamente sus propias respuestas. Salir de las aulas para poder comprobar los resultados encontrados o el propio proceso seguido.	

■ Las dos primeras c-unidades producias

La unidad ‘Comportamiento viral de redes sociales’ ha sido elaborada por ocho miembros de Cdl de diferentes ámbitos: educación de las matemáticas (profesores e investigadores), tecnología educativa y modelización matemática. El tema de la c-unidad parte de una situación real y cercana a los estudiantes, se desarrolla en tres partes: La primera parte introduce a los estudiantes, mediante artículos de prensa y cuestiones, a estudiar cómo evoluciona el número de personas de una red social en función del grado de amistad. La segunda parte presenta la teoría de los ‘Seis grados de separación’, proponiendo a los estudiantes estimar el número de amigos que un adolescente puede tener y prediciendo cómo evoluciona el número de conexiones según el grado de amistad.

Finalmente, la tercera parte propone a los estudiantes trabajar con sus propios datos de Facebook, analizándolos y estimando el grado de amistad con una persona cualquiera del mundo. La modelización matemática se considera el eje principal de la unidad, dando lugar a que los estudiantes (1) formulen conjeturas sobre diferentes fenómenos relacionados con los usuarios de las redes sociales, (2) usen herramientas matemáticas para analizar relaciones y establecer patrones con datos reales, (3) busquen, ajusten y testen modelos matemáticos para predecir el comportamiento de las redes sociales, (4) apliquen las matemáticas para explicar la realidad y, (5) sean capaces de reformular sus conjeturas y cuestionar los modelos iniciales, siempre que sea necesario. El objetivo principal de esta unidad es

promover el estudio interdisciplinar en el que la aritmética y la modelización pre-algebraica aportan herramientas para analizar fenómenos sociales.

La unidad ‘Coordenadas y puntos’ es el producto resultante del trabajo colaborativo entre siete miembros de la Cdl. La unidad se crea para abordar el temario de la introducción a las coordenadas cartesianas y las primeras relaciones funcionales entre variables. Esta unidad también queda dividida en tres partes diferenciadas: La primera parte tiene como objetivo justificar e introducir los sistemas de referencia (concretamente el sistema cartesiano) y, más allá de los contenidos matemáticos, pretende construir, usar y analizar objetos matemáticos como principales herramientas para comunicar y entender situaciones extra-matemáticas. Para ello, se plantea una secuencia de situaciones en las que los estudiantes experimentan y afrontan problemas abiertos de comunicación de posiciones, de manera que el concepto de ‘sistema de referencia’ se hace necesario.

Con el concepto de sistema de coordenadas cartesiano ya introducido, la segunda parte de la actividad se centra en la práctica y el uso de pares ordenados. Esto se trabaja a través del juego ‘Batalla Naval’ diseñado para dos jugadores, que implica el posicionamiento y la lectura de puntos en el plano coordenado. La última y tercera parte de la unidad introduce el uso de puntos en un gráfico para representar, comunicar y analizar relaciones entre magnitudes. Se inicia esta sección planteando situaciones en las que los estudiantes deben aplicar un razonamiento cualitativo, interpretando las representaciones gráficas en ejes no graduados. Posteriormente, se pide una interpretación cuantitativa que permite analizar y validar los datos tanto aritméticamente como gráficamente. Esta visión ofrece la oportunidad de estudiar correlaciones entre magnitudes y empezar a introducir de manera intuitiva el concepto de relación funcional.

En ambas unidades encontramos integrados muchos de los aspectos descritos en la tabla anterior, que se definieron previamente al diseño. Por ejemplo, en la unidad de Redes sociales, encontramos un proceso de problematización de una situación real, estableciendo conexiones con la realidad; se trabaja siguiendo un proceso de análisis-síntesis al fraccionar la pregunta inicial en cuestiones más abordables que permiten evolucionar en la pregunta principal; y el uso de validadores externos para autoevaluar sus resultados. La unidad de Coordenadas y puntos también se inicia con la exploración y la problematización de una situación experimentada por los propios estudiantes; se desarrollan especialmente herramientas de comunicación y representación matemática; e integra interpretaciones cualitativas y cuantitativas de diferentes conceptos.

■ Conclusiones

De esta primera experiencia de elaboración de las c-unidades con la Cdl, podemos destacar algunos aspectos clave para el diseño de unidades, así como algunos elementos para caracterizar la CM. En primer lugar, hemos observado que las propuestas resultantes son coherentes con las primeras ideas de diseño que caracterizan aquellas actividades que contribuyen a promover la creatividad. El proceso inicial en el que se describen los aspectos clave que quieren incorporar en la unidad es relevante antes de iniciar el proceso de diseño. De esta manera, los miembros se preocupan por desarrollar e integrar estos aspectos en las unidades diseñadas.

En segundo lugar, destacamos que la creatividad no ha estado presente de manera explícita en las discusiones de la Cdi. Tanto en las encuestas iniciales como en las fases de diseño, los miembros de la Cdi no se refieren directamente a la creatividad como un aspecto observable o conmensurable, sino que para diseñar, analizar y evaluar estas unidades en términos de CM recurren a la composición y articulación de otros componentes (dimensiones o procesos de la actividad matemática) que parecen más fácilmente explicitables. Se asume implícitamente que la creatividad puede emerger de la interacción e integración de varias de estas dimensiones o procesos.

Por ejemplo, en las primeras c-unidades producidas observamos cómo el concepto de creatividad matemática se descompone como integración e interacción de distintos procesos: (1) Procesos de problematización donde se plantea una situación o problema cercano a la realidad de los estudiantes y que les permita involucrarse; (2) Establecer conexiones con otras disciplinas o áreas de conocimiento, mostrar las matemáticas como una herramienta para dar respuesta o explicar situaciones fuera de las matemáticas; (3) Diversificar los medios y las representaciones para abordar diferentes estilos de aprendizaje, así como para favorecer las conexiones entre diferentes maneras de expresar o representar un mismo concepto; (4) El proceso de análisis y la síntesis como guía en el desarrollo de la actividad, descomponiendo la situación o pregunta inicial en preguntas más concretas que vayan dando parcialmente respuesta a la pregunta de origen; (5) Los procesos de comunicación y la colaboración entre estudiantes resulta un elemento importante para dejar que convivan y se comparen distintas propuestas o respuestas alternativas; (6) Los procesos de evaluación y validación están presentes para ayudar a los estudiantes a validar sus propias respuestas y resultados, entre otros posibles.

Este análisis de las unidades y de su proceso de diseño nos permite describir la CM en función de un conjunto de elementos sobre los que tenemos más herramientas y conocimientos para caracterizar. Para los siguientes ciclos del proyecto, nos proponemos indagar si las futuras c-unidades incorporarán también estos aspectos o si encontraremos mayor variedad de procesos que contribuyan a explicitar (e incluso medir) el potencial creativo de una unidad, es decir, qué características o potencial tiene cierta c-unidad para promover la CM y el PMC en sus futuros usos en las aulas.

■ Agradecimientos

Este trabajo de investigación se ha llevado a cabo en el contexto de los siguientes proyectos: a) 610467 – proyecto M C Squared, financiado por el Séptimo Programa Marco de la Unión Europea (FP7/2007-2013) y b) EDU2012-32644 “Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas”, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España.

■ Referencias

- Bolden, D., Harries, T. y Newton, D. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 143–157.
- Fischer, G. (2001). Communities of interest: learning through the interaction of multiple knowledge systems. En S. Bjornestad, R. Moe, A. Morch, A. Opdahl (Ed.) *Proceedings of the 24th IRIS Conference* (pp. 1-14). Department of Information Science, Bergen, Norway.
- Fischer, G. (2011). Social creativity: exploiting the power of cultures of participation, *Proceedings of*

- SKG2011. *7th International Conference on Semantics, Knowledge and Grids* (pp. 1-8). Beijing, China.
- Hadamard J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Haylock, D. (1997). Recognizing mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education*, 27(2), 68-74.
- Kynigos, C. y Daskolia (2014). Supporting creative design processes for the support of creative mathematical thinking – Capitalising on cultivating synergies between math education and environmental education. *Proceedings of the 6th International Conference on Computer Supported Education (CSEDU 2014)* (paper 256). Barcelona, Spain.
- Lev-Zamir, H. y Leikin, R. (2013). Saying versus doing: teachers' conceptions of creativity in elementary mathematics teaching. *ZDM Mathematics Education*, 45, 295-308.
- Mann, E. (2006). Creativity: the essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30, 236–230.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM Mathematics Education*, 3, 75-80.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, 41, 13-27.
- Sternberg, R. J. y Lubart, T. I. (1999). The concept of creativity: prospects and paradigms. En R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 3–15). Cambridge: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press.