

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA “MIRAR PROFESIONALMENTE”: UN ESTUDIO DE CASO

The development of professional noticing about mathematics teaching: a case study

Sánchez-Matamoros, G.^a, Moreno, M.^b, Callejo, M.L.^b, Pérez-Tyteca, P.^b y Valls, J.^b

^aUniversidad de Sevilla, ^bUniversidad de Alicante

Resumen

El objetivo de esta investigación es identificar características de cómo estudiantes para maestro de infantil aprenden a usar una trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida como instrumento conceptual. Los datos proceden de las respuestas a tres tareas planteadas en un experimento de enseñanza en un programa de formación inicial de maestros para desarrollar una mirada profesional. Presentamos a través de un estudio de caso cómo la instrumentalización de una trayectoria de aprendizaje da información sobre el desarrollo de la “mirada profesional”. Los resultados indican que instrumentalizar una trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida para niños de 3-6 años está determinada por la identificación de los elementos matemáticos, que permiten al estudiante para maestro focalizar su atención sobre los aspectos que definen la progresión conceptual de los niños.

Palabras clave: *mirar profesionalmente, trayectoria de aprendizaje, instrumento conceptual, educación infantil, longitud y medida.*

Abstract

The aim of this research is to identify characteristics of how prospective kindergarten teachers learn to use a learning trajectory for length and its measure as a conceptual tool. The data come from answers to three tasks raised on a teaching experiment in a learning program for prospective kindergarten teachers which objective was to develop professional noticing over the teaching and learning situations. We present a study of a case of how the instrumentalization of a learning trajectory gives us information about the development of professional noticing. The results indicate that instrumentalise a learning trajectory for length and its measurement for children aged 3-6 years is determined by the identification of the mathematical elements, which allow the student to focus his attention on the aspects that define the conceptual progression of children.

Keywords: *professional noticing, learning trajectories, conceptual tool, early childhood education, length and measure.*

INTRODUCCIÓN

En los programas de formación de maestros, es posible diseñar módulos de enseñanza que apoyen el desarrollo de la mirada profesional sobre las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas (Bartell, Webel, Bowen y Dyson, 2013; Llinares, 2012; Stokero, 2014; Sánchez-Matamoros, Fernández, Llinares y Valls, 2013; Wilson, Mojica y Confrey, 2013). Wilson, Sztajn, Edgington y Myers (2015) indican que la información sobre una trayectoria de aprendizaje de los contenidos matemáticos podría ayudar a los estudiantes para maestro a desarrollar su mirada profesional. Es decir, una trayectoria de aprendizaje puede proporcionar referencias al estudiante para maestro sobre cómo los conceptos matemáticos se desarrollan facilitando las conexiones entre los objetivos de aprendizaje y las actividades de enseñanza (Clements y Sarama, 2004; Sarama, Clements, Barrett, Van Dine y McDonel, 2011).

Sánchez-Matamoros, G., Moreno, M., Callejo, M.L., Pérez-Tyteca, P. y Valls, J. (2017). Desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente”: un estudio de caso. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 457-466). Zaragoza: SEIEM.

Uno de los tópicos relevantes que los maestros deben enseñar en educación infantil es la magnitud longitud y su medida (Decreto 38/2008, p. 55029, NCTM, 2000, p.103). Los niños al relacionarse con su entorno deben aprender a apreciar cualidades de los objetos (largo-corto, alto-bajo, lleno-vacío, etc.), realizar comparaciones (tan largo como..., más alto que..., menos grueso que..., etc.), o resolver situaciones relacionadas con la magnitud longitud y su medida. No obstante, el aprendizaje de este concepto es difícil porque los niños necesitan percibir la magnitud longitud como una característica (propiedad) de los objetos mediante la cuantificación de la distancia entre dos puntos de un objeto o la distancia que separa dos puntos en el espacio (Boulton-Lewis, Wilss, y Mutch, 1996; Stephan, y Clements, 2003; Szilagyi, Clements y Sarama, 2013). Además, los niños de educación infantil deben realizar una serie de acciones y ser conscientes de que medir una longitud o una distancia conlleva identificar una unidad de medida, subdividir el objeto considerando esa unidad (física y mentalmente) e iterarla a lo largo del objeto para avanzar conceptualmente en la comprensión de la magnitud longitud y su medida (Freudenthal, 1983; Sarama y Clements, 2009).

MARCO TEÓRICO

Las trayectorias de aprendizaje como instrumento para el desarrollo de la “mirada profesional”

Jacobs, Lamb y Philipp (2010) señalaron que las destrezas de identificar los elementos matemáticos en una situación para interpretar la comprensión de los alumnos, a partir de sus respuestas, y decidir cómo responder, en base a la interpretación dada, al pensamiento matemático de los alumnos están interrelacionadas. En particular, porque entre las competencias de los profesores está la de decidir cómo reconocer los detalles de las estrategias usadas por sus alumnos y cómo plantear la enseñanza de acuerdo a dicha interpretación. La relación entre estas tres destrezas (identificar, interpretar y decidir) puede ser vista como una evidencia del desarrollo de esta competencia. En estos momentos, se considera que proporcionar a los estudiantes para maestro información sobre el aprendizaje de los estudiantes organizada en forma de trayectorias de aprendizaje (Simon, 2014), puede ayudarles a aprender a interpretar las situaciones de enseñanza. En este sentido, la información sobre una trayectoria de aprendizaje, entendida como contenido a ser aprendido por los estudiantes para maestro, puede ser usada como un instrumento conceptual para comprender y tratar situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Llinares, 2004). Aprender a usar la información sobre las trayectorias de aprendizaje como un instrumento conceptual para desarrollar la competencia “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los estudiantes, puede interpretarse en términos de su “instrumentalización” (entendido como el desarrollo de la capacidad del estudiante para maestro de usar la trayectoria de aprendizaje para interpretar la comprensión de los alumnos y tomar las correspondientes decisiones instruccionales que favorezcan su aprendizaje) (Daro, Mosher y Corcoran, 2011; Wilson et al., 2013). El análisis de este proceso de instrumentalización aporta información sobre la manera en la que los estudiantes para maestro aprenden a usar el conocimiento de matemáticas y sobre el aprendizaje de las matemáticas para apoyar sus decisiones en la enseñanza. La diferencia entre instrumentación e intrumentalización, según Drijvers y Trouche (2008), consiste en la interacción bidireccional en la que se moldea el pensamiento del estudiante mediante el instrumento conceptual, en nuestro caso de la trayectoria de aprendizaje, y en la apropiación del instrumento. De esta forma, cuando la información sobre la trayectoria de aprendizaje se usa parcialmente para interpretar las situaciones de enseñanza podemos considerar que el estudiante para maestro la usa de “forma instrumental”.

Consideramos que un estudiante para maestro usa parcialmente la trayectoria de aprendizaje cuando se dan alguno de los siguientes casos: identifica los elementos matemáticos y los usa para interpretar la comprensión de todos o alguno de los niños y niñas implicados en la situación de enseñanza planteada pero, no toma decisiones adecuadas a la comprensión inferida para ninguno de los niños o niñas, o bien, cuando identifica los elementos matemáticos, los usa para interpretar la comprensión de todos o alguno de los niños y niñas y toma decisiones adecuadas sólo para alguno de los niños y niñas implicados en la situación de enseñanza planteada. Por el contrario, instrumentalizar la trayectoria supone

que el estudiante para maestro es capaz de identificar los elementos matemáticos, usarlos para interpretar la comprensión de todos los niños y niñas implicados en la situación de enseñanza planteada y toma decisiones adecuadas para cada uno de los niños y niñas implicados en dicha situación.

Una trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida en educación infantil

Según Piaget (1972), para que un niño construya el concepto de magnitud longitud y su medida, debe superar diferentes estadios: conocimiento y manejo de la magnitud (percepción de la magnitud, conservación, ordenación y relación entre la magnitud y el número), el desarrollo evolutivo de la medida (comparación directa, desplazamiento de objetos y comparación indirecta) y, el de constitución de la unidad. El niño se inicia en este concepto realizando comparaciones cualitativas y ordenando objetos por su longitud, más adelante puede cuantificar la longitud mediante la asignación de un valor numérico y, finalmente, aprende a utilizar instrumentos de medición, por ejemplo, la regla (Van den Heuvel-Panhuizen y Elia, 2011).

Sarama y Clements (2009) elaboraron una trayectoria de aprendizaje para la magnitud longitud que consta de: (a) un objetivo de aprendizaje; (b) la progresión en el aprendizaje considerando los elementos matemáticos que definen la magnitud longitud (reconocimiento de la longitud, conservación y transitividad) y la medida de la longitud (unidad de medida-unicidad, iteración, acumulación-, relación entre el número y la unidad de medida, y universalidad de la medida) (Tabla 1); y (c) actividades instruccionales.

Tabla 1. Una progresión en el aprendizaje de la magnitud longitud y su medida (adaptada de Sarama y Clements, 2009)

Nivel	Progresión del desarrollo
1	Reconocen la longitud: – Identifican las cualidades de la longitud – Realizan comparaciones directas considerando la longitud de forma intuitiva.
2	Reconocen la conservación de la longitud: – Realizan comparaciones directas por desplazamiento de los objetos.
3	Utilizan la propiedad transitiva para realizar: – Comparaciones indirectas. – Ordenaciones de objetos. – Medidas de longitudes.
4	Identifican una unidad de medida: – Realizan iteraciones de unidad de medida. – Reconocen la propiedad de acumulación.
5	Reconocen la universalidad de la unidad de medida. Reconocen la relación entre número y unidad de medida. Comienzan a hacer estimaciones

Para esta investigación hemos diseñado un módulo de enseñanza, a partir de la información sobre una trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida, para ayudar a los estudiantes para maestro a desarrollar su mirada profesional. La trayectoria de aprendizaje, facilitada en el módulo de enseñanza, puede proporcionar referencias al estudiante para maestro sobre cómo se desarrolla el concepto matemático, lo que favorecería que se pusieran en evidencia las conexiones existentes entre los objetivos de aprendizaje y las actividades de enseñanza.

El objetivo de esta investigación es identificar características de cómo se aprende a usar el conocimiento de una trayectoria de aprendizaje y su influencia en el desarrollo de una mirada profesional.

En particular, presentamos un estudio de caso de cómo la instrumentalización de la trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida nos da información del desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los niños y niñas de educación infantil.

METODO

Contexto del estudio de caso

En la asignatura “Aprendizaje de la Geometría”, del sexto cuatrimestre del “Grado en Maestro en Educación Infantil”, se diseñó un módulo centrado en una trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida en niños de 3-6 años. En este módulo se presentaron tres situaciones de enseñanza en las que un grupo de niños de infantil realizaban actividades sobre la magnitud longitud y su medida (Tabla 2).

Tabla 2. Descripción de las tres situaciones de enseñanza-aprendizaje y sus elementos matemáticos

Situación	Descripción de la situación de enseñanza-aprendizaje	Elementos matemáticos
Inicial	Se proporcionan 4 viñetas extraídas de un vídeo. La maestra propone a los niños que recorten una tira de papel tan larga como cada uno de ellos (Viñeta 1). Los niños hacen diversos ensayos para hacer una señal a la tira y que quede exactamente de su altura (de pie, en el suelo, de pie, pero apoyados en un armario...) (Viñeta 2). Luego las decoran. Con ayuda de la maestra comparan la longitud de las tiras dos a dos y la maestra las ordena (Viñetas 3 y 4). (Adaptado de van den Heuvel-Panhuizen y Buys, 2005)	Reconocimiento (Viñeta 1) Conservación (Viñeta 2)
Intermedia	Se muestra a través de 4 viñetas una salida de los niños, en dos equipos, a un parque para medir el contorno del árbol seleccionado por cada equipo, a partir del trozo de cuerda proporcionado. El equipo A seleccionó un árbol de tronco delgado que midió con el trozo de cuerda (Viñeta 1), mientras que el árbol elegido por el equipo B al ser grueso no pudo ser medido con el trozo de cuerda (Viñeta 2). Ante tal hecho, los niños de ambos equipos decidieron rodear cada árbol con sus brazos (equipo A: una niña, equipo B: cuatro niños) (Viñetas 3 y 4 respectivamente). La maestra pregunta qué pasaría si cambiasen dos de los cuatro niños por otros dos. (Adaptado de Alsina, 2011)	Reconocimiento (Viñeta 1 y 2) Unicidad (Viñeta 4) Iteración (Viñeta 4) Acumulación (Viñeta 4)
Final	La maestra propone a los niños hacer collares usando cuerdas de distinta longitud y distintas formas (enrollada, estirada y doblada) y abalorios/cuentas de diferentes clases y tamaños (macarrones, estrellitas, etc.). Los niños eligen diferentes materiales para hacer el collar: Mario usó abalorios de distintos tamaños (no Unicidad); Almudena del mismo tamaño (Unicidad) y los insertó dejando huecos entre ellos (No Iteración); Elena y Luis abalorios del mismo tamaño insertándolos sin dejar huecos (Unicidad e Iteración). Confeccionados los collares se produce un diálogo entre la maestra y los niños. (Conservación y Acumulación) (Diseñada ad hoc)	Conservación Unicidad Iteración Acumulación

Las situaciones de enseñanza se completaron con las siguientes cuestiones:

- Cuestión 1. Justifica las **características de la comprensión** de los niños puestas de manifiesto en cada una de las viñetas indicando los **elementos matemáticos** que están implícitos.
- Cuestión 2. Según las características de la comprensión de los niños identificadas en la cuestión 1, ¿en qué **nivel de comprensión** los situarías? Justifica tu respuesta.
- Cuestión 3. Suponiendo que eres la maestra de estos niños, define **un objetivo de aprendizaje** y propón **una tarea** para que los niños sigan **avanzando** en la comprensión de la magnitud longitud y su medida.

Análisis del estudio de caso

El análisis de las respuestas a las tres preguntas planteadas en las tres situaciones de enseñanza- aprendizaje (inicial, intermedia y final) se realizó en dos fases (Figura 1). En la primera fase y mediante un proceso inductivo, se analizaron conjuntamente las cuestiones 1 y 2 centrándonos en cómo el estudiante para maestro (Pedro) justificaba las características de la comprensión e identificaba los elementos matemáticos implícitos en cada situación de aprendizaje (cuestión 1), para interpretar la comprensión de los niños de infantil (cuestión 2). Posteriormente, se analizó si las decisiones sobre la enseñanza relativa a la definición de los objetivos de aprendizaje y las actividades correspondientes habían sido diseñadas teniendo en cuenta la comprensión inferida de los niños por el estudiante para maestro (cuestión 3).

El análisis en esta primera fase da información del grado de adquisición de la competencia del estudiante para maestro de infantil para mirar de manera profesional las situaciones de enseñanza-aprendizaje.

En la segunda fase, comparamos los análisis realizados en cada uno de los tres momentos de realización del módulo (situación inicial, intermedia y final) centrándonos en los cambios en los distintos usos de la trayectoria de aprendizaje. Los cambios identificados a lo largo del módulo, dan cuenta del desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” del estudiante para maestro de infantil y nos permite inferir características de cómo se ha generado dicho desarrollo.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos muestran que llegar a instrumentalizar la trayectoria de aprendizaje, en el caso de Pedro, ha implicado la identificación de los elementos matemáticos de magnitud y de medida, el uso de estos para interpretar la comprensión de los niños y la consideración de la comprensión inferida para diseñar actividades idóneas que favorezcan la progresión del aprendizaje.

Pedro usó de manera diferente la trayectoria de aprendizaje en cada una de las situaciones (inicial, intermedia y final).

En la situación inicial, Pedro usó de forma retórica la trayectoria de aprendizaje dado que nombró elementos matemáticos sin mostrar evidencia de los mismos y no los usó para interpretar la comprensión. Posteriormente, en la situación intermedia empezó a usar la trayectoria de aprendizaje de forma instrumental al identificar y evidenciar correctamente elementos matemáticos, usarlos para inferir la comprensión de un grupo de niños (equipo A), y tomar una decisión instruccional (objetivo y actividad) coherente a la comprensión inferida para este grupo de niños. Finalmente, en la situación final, instrumentalizó la trayectoria de aprendizaje, ya que identificó los elementos matemáticos de la situación, los usó para interpretar la comprensión de los niños y tomar decisiones instruccionales teniendo en cuenta la comprensión inferida para los diferentes grupos de niños de la situación. La verificación de las características que conforman la instrumentalización de la trayectoria de aprendizaje ha permitido observar el desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza-aprendizaje planteadas a los estudiantes para maestro.

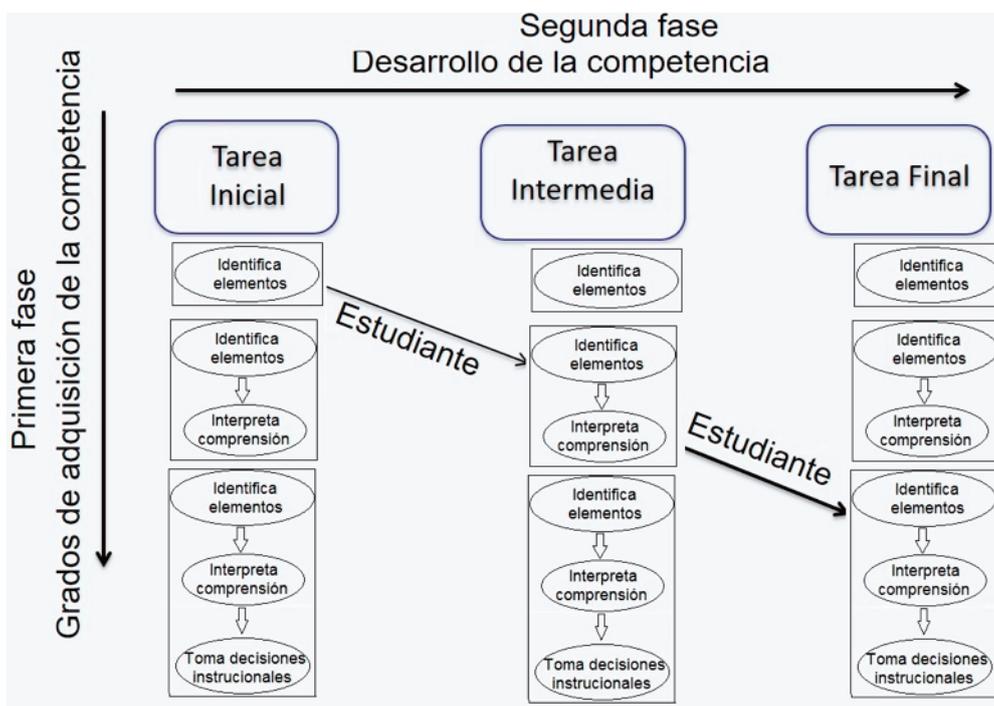


Figura 1. Esquema del análisis realizado a los datos

Usa de forma retórica la trayectoria de aprendizaje (Situación inicial)

Pedro, en la situación inicial, identifica y nombra de forma retórica los elementos de reconocimiento y conservación de la magnitud sin apoyarlos en evidencias de la situación (características de la tarea o las intervenciones de los niños) tal como se observa en su respuesta:

Pedro. Viñeta 1. Se trabaja el elemento de magnitud, reconocimiento de la magnitud ya que se les pide que reconozcan su altura (longitud)

Pedro. Viñeta 2. Se trabaja la conservación ya que tienen que conservar su medida y trasladarla a la hoja.

El estudiante para maestro nombra de forma retórica tres elementos que no intervienen en la situación (transitividad, unidad de medida e iteración):

Pedro. Viñeta 3. Se trabaja la transitividad ya que relacionan varias medidas.

Pedro. Viñeta 4. Trabajan de los elementos de medida, la unidad de medida con la iteración ya que colocan las hojas de menor a mayor.

El estudiante usa todos los elementos nombrados para inferir la comprensión de los niños, considerando elementos que no están implícitos en ninguna de las viñetas que determinan la situación de enseñanza:

Pedro. Los niños que participan en el video se encuentran en el nivel 4 ya que realizan interacciones con la unidad de medida y presentan principios de acumulación.

Los comentarios y argumentaciones son muy genéricos y no se ajustan a las evidencias de la situación.

Usa de forma instrumental la trayectoria de aprendizaje (Situación intermedia)

En la situación intermedia Pedro usa la información sobre la trayectoria de aprendizaje para interpretar características de la comprensión de alguno de los niños. En esta tarea identifica elementos matemáticos de magnitud y de medida, como el reconocimiento de la magnitud longitud, la propiedad de acumulación, la iteración y la unicidad de la unidad de medida:

- Pedro. Viñeta 1. El equipo A reconoce la magnitud longitud (fino-delgado). ... El equipo B reconoce la magnitud longitud (comparación directa de forma intuitiva).
- Pedro. Viñeta 3. El equipo A imita la iteración del Equipo B... El equipo B realiza iteraciones y realiza acumulación (número de niños). Reconoce la relación entre número y unidad de medida.
- Pedro. Viñeta 4. El equipo A reconoce la propiedad de acumulación y realiza iteraciones... El equipo B reconoce la no unicidad de la unidad de medida (ve la diferencia entre los niños, no todos son iguales). Reconoce la relación en el número y la unidad de medida.

En esta situación intermedia, Pedro sí usa los elementos identificados para interpretar la comprensión del equipo A, al que sitúa en la transición del nivel 3 al 4, y no la del equipo B, al que sitúa en el nivel 5, sin tener en cuenta que los niños no tienen adquirida la unicidad de la unidad de medida, tal como el mismo indica:

- Pedro. El equipo A se encontraría en la transición del Nivel 3 al Nivel 4 ya que al final..., empieza a realizar acumulaciones e iteraciones.

El equipo B se encuentra finalmente en el Nivel 5 ya que reconocen que todos los niños miden una cosa [refiriéndose a que la medida de los niños no es siempre la misma (unicidad de la unidad de medida), nota aclaratoria de los autores] y así varía el número de niños que se necesitaría. Reconocen la relación el número y la unidad de medida. Y, por último, comienzan hacer estimaciones...

También el estudiante para maestro usa la comprensión inferida para tomar decisiones instruccionales para el equipo A y no para el B.

- Pedro. Objetivo: reconocer la unicidad de la unidad de medida
Tarea: Medir los dos troncos y ver las diferencias entre medir usando la cuerda y usando sus cuerpos.

Esta manera no uniforme de usar la información sobre la trayectoria de aprendizaje en el análisis de los diferentes aspectos de la situación de enseñanza (actividades de los niños, respuestas de los niños, inferencias realizadas) son considerados como rasgos de un uso instrumental.

Instrumentalización de la trayectoria de aprendizaje (Situación final)

En la situación final Pedro identifica los elementos matemáticos de magnitud y medida que intervienen en cada situación, sin añadir información de la que no tiene evidencia. Esta identificación adecuada de los elementos de magnitud y medida le ha permitido interpretar la comprensión de los niños, y tomar decisiones para favorecer su progreso.

Pedro identifica y justifica, a partir de las evidencias de los diálogos de los niños, los elementos de magnitud: conservación y transitividad, permitiéndole interpretar adecuadamente el nivel de comprensión de los diferentes niños en la situación (Mario, Luis y Almudena). Así, en el caso de Mario, indica:

- Pedro. Mario se encuentra en el nivel 1 ya que no reconoce la conservación, debido a que no observa la medida de las cuerdas, solo se fija en el número de macarrones, afirmando que “el mío tiene más macarrones”. Asimismo, no realiza la transitividad porque no reconoce la medida de las cuerdas y no es capaz de compararlas.

Asimismo, el hecho de haber identificado los elementos matemáticos característicos de magnitud y medida le permite inferir la comprensión de Luis:

- Pedro. Luis se encuentra en el nivel 4 porque ya ha adquirido la iteración de manera correcta, sin saltos ni superposiciones. Y reconoce la conservación porque sabe que las cuerdas tienen medidas distintas y la suya es más larga que la de Mario “es más larga que la de Mario, aunque los accesorios sean diferentes”

Por último, el reconocimiento de los elementos matemáticos de medida le ha permitido interpretar la comprensión de Elena:

Pedro. Elena está en el nivel 4 porque sabemos que realiza correctamente las iteraciones y usa siempre la misma unidad de medida [unicidad] “las estrellitas”. Reconoce la unidad de medida y las iteraciones.

Por lo que respecta a la interpretación de la comprensión de Almudena, este estudiante para maestro percibe en sus respuestas cualidades como la unicidad de la unidad de medida “usa siempre estrellitas”, la ausencia del concepto iteración “aún no domina correctamente la iteración” al realizar, “saltos, lo que provoca que aumente la longitud”. La identificación explícita de estas cualidades le permite situar a Almudena en la transición del nivel 3 al 4 de comprensión. Si bien podemos considerar que este estudiante para maestro ha usado la información sobre la progresión del aprendizaje de la magnitud y medida proporcionada por la trayectoria de aprendizaje, no interpreta adecuadamente la comprensión de Almudena, al no tener en cuenta que Almudena no comprende la conservación. Como Pedro no hace referencia, al igual que hizo con Mario, de este hecho, no tenemos evidencias de por qué no lo considera.

Pedro en esta situación final, a diferencia de lo que sucedía en la situación intermedia, ha sido capaz de adoptar decisiones que permiten ayudar a los estudiantes a progresar tanto a los niños del nivel más bajo como a los niños del nivel superior:

Pedro. El objetivo para Mario sería que reconozca la conservación y la transitividad.
Tarea que propongo: realizar comparaciones directas e indirectas con cuerdas colocadas de formas diferentes y posiciones distintas.

Asimismo, para los estudiantes de nivel superior:

Pedro. El objetivo planteado es reconocer la relación entre el número y la unidad de medida.
La tarea: les presentaría collares realizados con las mismas cuerdas, pero diferentes abalorios para que al contar observaran que la medida se mantiene [pero no el número de iteraciones]; también les presentaría collares de diferentes longitudes. De paso, se profundizaría en el concepto de acumulación, al ser constante siempre la medida de los collares, cuando corresponda.

Nosotros inferimos desde estas respuestas que ha aprendido a usar la información de la trayectoria de aprendizaje. De esta manera, la instrumentalización de la trayectoria de aprendizaje le ha permitido identificar e interpretar la comprensión de los niños de la situación de enseñanza, y usar la información de la trayectoria de aprendizaje para tomar decisiones instruccionales adecuadas para todos los niños en esta situación.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta comunicación forma parte de una investigación que tiene como objetivo identificar características del proceso de instrumentalización de una trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida como un medio para obtener información sobre el desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los niños de educación infantil. Los resultados indican que instrumentalizar una trayectoria de aprendizaje de la magnitud longitud y su medida para niños de 3-6 años está determinada por la identificación de los elementos matemáticos que permiten al estudiante para maestro focalizar su atención sobre los aspectos que definen la progresión conceptual de los niños. Esta mayor focalización sobre lo que define la progresión conceptual en el aprendizaje de la magnitud y su medida le permite estar en mejores condiciones de proponer y justificar actividades de enseñanza.

Aprender a usar una trayectoria de aprendizaje como instrumento conceptual no se produce de forma directa, sino que es progresivo. Esta progresión pone de manifiesto la manera en la que el estudiante para maestro, Pedro, empieza a ser consciente de la relación entre el conocimiento de matemáticas y

el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes (Wilson et al., 2014). Así de esta manera es como Pedro reconoce que ciertos comportamientos de los niños pueden ser o no significativos desde el punto de vista del aprendizaje de las matemáticas (Wilson et al., 2013).

El uso progresivo de la trayectoria de aprendizaje para focalizar la atención sobre los elementos matemáticos relevantes en la situación hipotética de enseñanza se vincula al desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente”. Atendiendo al grado de adquisición de la competencia docente “mirar profesionalmente” el pensamiento matemático de los niños, el estudiante para maestro, Pedro, pasa de no usar la trayectoria como instrumento (Nivel 1) a su uso de forma instrumental (Nivel 2) y finalmente, a la instrumentalización de la misma (Nivel 3) (Figura 2).

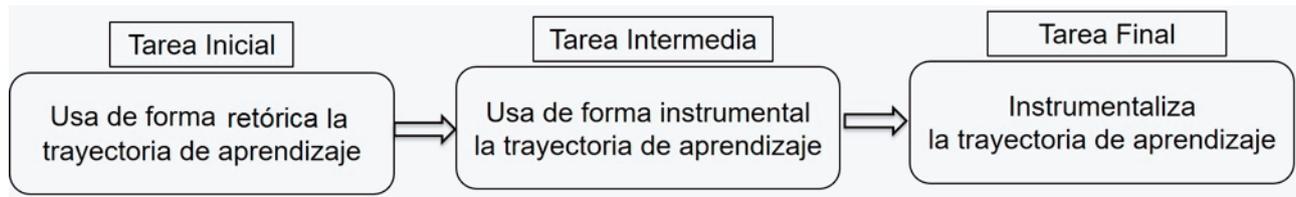


Figura 2. Desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente” de Pedro

Agradecimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo de los Proyectos I+D+i, EDU2014-54526-R del Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España.

Referencias

- Alsina, A. (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. I.C.E. Universitat de Barcelona. Horsori Editorial, S. L. (p.176).
- Bartell, T.G., Webel, C., Bowen, B. y Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 57-79.
- Boulton-Lewis, G.M., Wilss, L.A. y Mutch, S.L. (1996). An analysis of young children’s strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 329-347.
- Clements, D. y Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Daro, P., Mosher, F. y Corcoran, T. (2011). Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction. Recuperado 23 de marzo de 2017. Obtenido en: http://www.cpre.org/images/stories/cpre_pdfs/learning%20trajectories%20in%20math_ccii%20report.pdf
- Drijvers, P. y Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. *Research on technology and the teaching and learning of mathematics*, 2, 363-392.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel: Dordrecht.
- Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children’s mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 36, 93-115.
- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una Mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53-70.
- Piaget, J. (1972). *Judgment and reasoning in the child*. MD: Littlefield, Adams.

- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2013). El desarrollo de la competencia de estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria en identificar la comprensión de la derivada en estudiantes de Bachillerato. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 501-509). Bilbao: SEIEM
- Sarama J. y Clements D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. London and New York: Routledge.
- Sarama, J., Clements D. H., Barrett J., Van Dine D. W. y McDonel, J. S. (2011). Evaluation of a learning trajectory for length in the early years. *ZDM Mathematics Education*, 43, 667-680.
- Simon, M. (2014). Hypothetical Learning Trajectories in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 272-275). London: Springer.
- Stephan, M. y Clements, D.H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. En D. H. Clements y G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement. NCTM 2003 Yearbook* (pp. 3–16). Reston, VA: NCTM.
- Stockero, S.L. (2014). Transitions in prospective mathematics teacher noticing. En J.L. Lo et al. (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 239- 259). London: Springer.
- Szilagyi, J., Clements, D.H. y Sarama, J. (2013). Young children's understanding of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. y Elia, I. (2011). Kindergartners' performance in length measurement and the effect of picture book reading. *ZDM Mathematics Education*, 43, 621–635.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. y Buys, K. (2005). *Young children learn measurement and geometry. TAL Project*. Freudenthal Institute, Utrecht University and National Institute for Curriculum Development. Utrecht. The Netherlands.
- Wilson, P.H., Mojica, G. y Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understanding of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 103-121.
- Wilson, P.H., Sztajn, P., Edgington, C. y Myers, M. (2015). Teachers' use of a learning trajectory in student-centered instructional practices. *Journal of Teacher Education*, 66(3), 227-244.