

**CARACTERIZACIÓN DE LA SUBITIZACIÓN PERCEPTUAL Y CONCEPTUAL EN NIÑOS  
DE GRADO PRIMERO, A TRAVÉS DE UNA SERIE DE TAREAS BAJO EL ENFOQUE DE  
TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE**

**ROCÍO DEL PILAR BARRERA GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**BOGOTÁ, D.C.**

**2018**

**CARACTERIZACIÓN DE LA SUBITIZACIÓN PERCEPTUAL Y CONCEPTUAL EN NIÑOS  
DE GRADO PRIMERO, A TRAVÉS DE UNA SERIE DE TAREAS BAJO EL ENFOQUE DE  
TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE**

**Rocío del Pilar Barrera Gómez**

**Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar por el Título de  
Magister en Educación con énfasis en Educación Matemática**

**Directores:**

**Dr. RODOLFO VERGEL CAUSADO**

**Dra. TERESA PONTÓN LADINO**

**Grupo de Investigación Interdisciplinaria en  
Pedagogía del Lenguaje y las Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Bogotá, D.C.**

**2018**

**Nota de aceptación**

---

---

Presidente del Jurado

---

Jurado

---

Jurado

Bogotá, D. C., Noviembre de 2017

## Dedicatoria

*A **Dios** que me regalo el don de ser maestra.*

*A **mi madre**, por ser el motor que me impulsa en cada aventura que emprendo en mi vida.*

## **Agradecimientos**

En primer lugar, quiero dar las gracias a mis directores de este trabajo, Dr. Rodolfo Vergel Causado; a la Dra. Teresita Pontón Ladino que con sus consejos y acompañamiento me fortalecieron en este transcurrir de estudios para finalizar esta Maestría.

A la Dra. Olga Lucia León, pilar fundamental y ejemplo de enseñanza sobre la labor del maestro en el aula. Gracias por su colaboración (compañía) en los momentos de debilidad.

A mis docentes, Julio Romero, Dr. Pedro Javier Rojas, por sus aportes y enseñanzas.

A mis amigas y compañeras Sandra Bautista y Liliana González por su apoyo incondicional.

A los niños y niñas de la Institución Educativa Distrital Juan Lozano y Lozano que participaron en la investigación.

A mi amiga, la profesora Ana María Casas.

## **Abstract**

En la actualidad en educación matemática se investiga sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles de formación educativa, partiendo desde educación inicial hasta el nivel universitario y post doctoral. Para esta investigación específicamente se postula la metodología que se encuentra inmersa en el campo de la investigación interpretativa, realizando experimentos de enseñanza que tienen como objetivo analizar el aprendizaje en contexto a través del enfoque de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje THA como un aporte al desarrollo del conocimiento matemático.

La THA es un instrumento o herramienta que posibilita el avance y evaluación en los procesos matemáticos vinculados al desarrollo del sentido numérico que los niños van apropiando desde tempranas edades, en su escolaridad y construyendo en el transcurso de su vida.

Entre esos primeros procesos matemáticos se encuentra inmerso la Subitización, la cual ha sido estudiada por los investigadores Clements y Sarama (2015) con niños en primeros niveles de escolaridad o edades tempranas. Las investigaciones de estos autores permiten evidenciar cinco trayectorias aritméticas para el desarrollo del sentido numérico, de las cuales se retoma la trayectoria de subitización para esta investigación, indagando a niños de grado primero entre las edades de 6 y 7 años en escolarización de básica primaria de una Institución Educativa Distrital.

En la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje de Subitización THAS se caracterizan procesos matemáticos como el perceptual y conceptual, donde se observará el desarrollo y producción matemática por medio de una secuencia de tareas que los deben abordar.

### **Palabras claves:**

Trayectoria Hipotética de Aprendizaje THA, Subitización, Trayectoria Real de Aprendizaje TRAS, sentido numérico, gesto.

## Tabla de contenido

Introducción .....	9
Capítulo 1. Problematización .....	10
1.1 Planteamiento del problema.....	10
1.2 Pregunta de Investigación .....	15
1.3 Objetivos .....	15
1.3.1 Objetivo general.....	15
1.3.2 Objetivos específicos.....	15
Capítulo 2. Marco Teórico .....	17
2.1 Sentido Numérico .....	17
2.2 Subitización.....	21
2.3 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje -THA-.....	24
2.4. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje de Subitización -THAS-.....	28
Capítulo 3. Metodología .....	40
3.1 Experimentos de enseñanza .....	40
3.2 THA en los experimentos de enseñanza .....	43
3.3 Hipótesis para la THAS .....	47
3.3.1 descripción de la tareas.....	52
3.3.2 Población.....	54
3.3.3 Recolección de la información.....	56
Capítulo 4. Análisis de datos .....	57
4.1 Categorías de Análisis.....	59
4.2 Trayectorias Reales de Aprendizaje de Subitización -TRAS-.....	64
4.2.1 Rejilla de niveles de la TRAS del Sujeto J.....	64
4.2.2 Rejilla de niveles de la TRAS del Sujeto L.....	73
4.2.3 Rejilla de niveles de la TRAS de Y.....	79
4.2.4 Rejilla de niveles de la TRAS de S.....	86
4.3 Análisis por niveles.....	91
Capítulo 5. Conclusiones .....	97
5.1 Trayectorias Reales de Aprendizaje de los estudiantes .....	98
5.2 Sugerencias para futuras investigaciones.....	101
Referencias.....	102
Apéndice A .....	108
Apéndice B.....	109
Apéndice C.....	115
Apéndice D .....	120
Apéndice E.....	124

## Lista de Ilustraciones

	<b>pág.</b>
<i>Ilustración 1.</i> Ciclo de enseñanza de las matemáticas propuesto por Simon en 1995	26
<i>Ilustración 2.</i> Esquema de la THA según sus contenidos	29
<i>Ilustración 3.</i> Estructura general de una investigación de diseño	42
<i>Ilustración 4.</i> Representación con los dedos, puntos azules. Sujeto J. Tarea 3, Nivel 3	69
<i>Ilustración 5.</i> Subitización perceptual cinco. Sujeto J. Tarea 8, Nivel 6	71
<i>Ilustración 6.</i> Arreglos de cinco puntos, Sujeto J. Tarea 7, Nivel 5	71
<i>Ilustración 7.</i> Situaciones aditivas. Sujeto J.	72
<i>Ilustración 8.</i> Subitización perceptual colección de tres objetos, Sujeto L, Tarea 3, N. 3	75
<i>Ilustración 9.</i> Subitización conceptual de cinco objetos. Sujeto L, Nivel 6, Tarea 8	77
<i>Ilustración 10.</i> Subitización conceptual hasta 9. Sujeto L.	78
<i>Ilustración 11.</i> Situaciones problema, proceso aditivo. Sujeto L	79
<i>Ilustración 12.</i> Subitización conceptual de cinco. Sujeto Y	82
<i>Ilustración 13.</i> Paso de la subitización perceptual a la conceptual, Sujeto Y	83
<i>Ilustración 14.</i> Representación deíctica de cantidad. Sujeto Y	84
<i>Ilustración 15.</i> Estrategias aditivas en situaciones problema. Sujeto Y	85
<i>Ilustración 16.</i> Subitización conceptual, arreglos de cinco. Sujeto S.	89
<i>Ilustración 17.</i> Subitización conceptual arreglos, hasta nueve. Sujeto S.	90
<i>Ilustración 18.</i> Situación problema, estrategias aditivas. Sujeto S.	91



## Lista de Tablas

	pág.
Tabla 1	
<i>Organización de las THA</i>	27
Tabla 2	
<i>Metas matemáticas de la THAS</i>	33
Tabla 3	
<i>Niveles de la THAS</i>	34
Tabla 4	
<i>Indicadores de Nivel THAS</i>	35
Tabla 5	
<i>Descripción de los niveles de la THAS</i>	37
Tabla 6	
<i>THA para cantidades, número y subitización</i>	38
Tabla 7	
<i>Hipótesis de Meta THA - subitización</i>	49
Tabla 8	
<i>Hipótesis para los diseños de tareas de la THAS</i>	50
Tabla 9	
<i>Hipótesis para las tareas de la THAS</i>	51
Tabla 10	
<i>Segundo nivel de análisis a priori</i>	53
Tabla 11	
<i>Hipótesis de la actividad para THAS</i>	54
Tabla 12	
<i>Material de Clements y Sarama (2015) y Material creado para la presente investigación</i>	58
Tabla 13	
<i>Rejilla TRAS del sujeto J</i>	65

Tabla 14	
<i>Rejilla TRAS de Subitización sujeto L</i>	73
Tabla 15	
<i>Rejilla TRAS de Sujeto Y</i>	80
Tabla 16	
<i>Rejilla TRAS de sujeto S</i>	86
Tabla 17	
<i>Rejilla de análisis de las TRAS de los niños de la investigación</i>	94

## Introducción

Este informe presenta resultados de la investigación sobre la caracterización de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje de Subitización que aporta significativamente para el desarrollo de sentido numérico y la construcción del sistema numérico desde edades tempranas como un modelo para la enseñanza de las matemáticas.

La investigación plantea referencias conceptuales acerca del desarrollo de habilidades, en los procesos de subitización perceptual y conceptual que el niño requiere para construir sus ideas matemáticas para el desarrollo del sentido numérico.

La metodología utilizada es la investigación interpretativa, mediante los experimentos de enseñanza, la cual se basa en hipótesis sobre metas matemáticas, aplicadas en unos niveles de progresión por edades y escolaridad que son ejecutadas a través de tareas, por medio de la trayectorias hipotéticas de aprendizaje, donde este trabajo se propone describir los procesos que evidencian los niños cuando ejecutan las tareas de subitización perceptual y conceptual, con un componente didáctico en la enseñanza en el aula.

Se entregan como resultados: la caracterización de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje en Subitización, categorías que emergen de las Trayectorias Reales de Aprendizaje de los estudiantes que intervienen en la investigación, rejillas como instrumento de evaluación e interpretación de los procesos de subitización perceptual y conceptual.

Las conclusiones de la presente investigación se dan a partir de los objetivos planteados para el trabajo y que tienen que ver con la trayectorias como instrumentos de planeación para el maestro en su enseñanza aprendizaje en el aula, así mismo, rejillas por procesos matemáticos vinculados a la subitización y categorías que emergieron de los niveles de ejecución de tareas para la interpretación de las trayectorias Reales de Aprendizaje en Subitización

## Capítulo 1. Problematización

### 1.1 Planteamiento del problema

El fortalecimiento de la matemática en la educación básica primaria debe ser una realidad desde la consolidación de unos lineamientos curriculares que rijan la formación de los estudiantes a un contexto real, siendo productivos desde la utilización de su saber matemáticamente hablando; se han hecho esfuerzos desde el Ministerio de Educación Nacional MEN y la Secretaria de educación del Distrito SED para reorganizar el sistema educativo por ciclos, lineamientos y los estándares curriculares, pero aún falta en el proceso para alcanzar a países como los Estados Unidos de Norteamérica, España o Francia, países que dan el primer lugar y presupuesto a sus políticas educativas para alcanzar una educación de calidad.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo pretende analizar a través de secuencias didácticas el proceso de subitización, proceso base para el desarrollo del sentido numérico en los niños, parte desde los fundamentos teóricos de los experimentos de enseñanza para Steffe y Thompson (2000) “el experimento de enseñanza es una herramienta conceptual que los investigadores utilizan en la organización de sus actividades” (p. 267.) Un experimento de enseñanza consiste en una secuencia de episodios de enseñanza (Steffe, 1983). Un episodio de enseñanza incluye un agente de enseñanza, uno o más estudiantes, un testigo de los episodios de enseñanza, ya un método de grabación de lo que sucede durante el episodio. Estos registros, si está disponible, se pueden utilizar en la preparación de los episodios posteriores, así como en la realización de un análisis conceptual retrospectiva del experimento de enseñanza.

En la actual investigación las trayectorias hipotéticas de aprendizaje THA hacen parte de esta metodología de enseñanza, Simon y Tzur (2004, p. 93) identifican las principales características de la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje de la siguiente manera:

Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes (Simon, 1995). Mientras que el objetivo del profesor para el aprendizaje de los estudiantes proporciona una dirección para las otras componentes, la selección de las tareas de aprendizaje y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes son interdependientes. Las tareas se seleccionan con base en hipótesis acerca del proceso de aprendizaje; las hipótesis sobre el proceso de aprendizaje se basan en las tareas propuestas (p. 93)

De otra parte, y, en referencia a las trayectorias, comentan Clements y Sarama (2004): “la construcción de trayectorias de aprendizaje de los niños es uno de los desafíos más urgentes a los que se enfrenta actualmente la educación matemática” (p. 130); en consecuencia, formulan cinco trayectorias para el desarrollo del sentido numérico, pero la que interesa en esta investigación es la trayectoria de subitización (THAS).

La presente investigación pretendió caracterizar la subitización perceptual y conceptual para el aprendizaje de los niños de grado primero, a través de una serie de tareas en el aula, bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje. Ahora bien, el sustento y génesis de este estudio se encuentra en la investigación de Rodríguez (2016), en la teoría de Clements y Sarama (2004) y en el cotidiano quehacer docente de la autora del presente texto, en razón del cual, la observación inestructurada, junto con el desarrollo de las sesiones de clase con estudiantes de grado primero, ha develado que presentan dificultad en cuanto a:

- reconocimiento de la importancia del conteo en los procesos aditivos y multiplicativos y el desarrollo en situaciones problema

- aprehensión de conceptos matemáticos
- establecimiento de la relación entre las palabras número, los números signo y la escritura fonográfica de los mismos
- creación de estrategias para aprehender, aprender y transitar adecuadamente en y por el sistema de numeración llegando a operar en situaciones cotidianas y de contexto

Así mismo se ha detectado que quienes no han cursado alguno o algunos de los grados del nivel preescolar o han contado con poca estimulación para la aprehensión de las ideas y el desarrollo de habilidades matemáticas, tiene inconvenientes en lo relativo a la construcción del conocimiento matemático; al respecto Clements y Sarama (2015) consideran que los niños que presentan estas condiciones estarán por debajo de los límites en el aprendizaje de las matemáticas, lo que se ve reflejado en el bajo rendimiento y, en ocasiones, en los fracasos y la deserción escolar.

Por ello es importante identificar las necesidades y dificultades que los niños tienen en sus procesos matemáticos tales como: a) establecer la relación número-cantidad, b) asignar el valor posicional a partir del concepto de decena, centena y unidades de mil, c) escribir las cifras, teniendo en cuenta las reglas del sistema de numeración decimal, d) empezar a relacionar cantidad y número para el proceso aditivo, y, e) discriminar dentro de pequeñas colecciones matemáticas la forma, el tamaño y la ubicación espacial de los objetos que las conforman.

Así pues, la presente investigación se focaliza en la implementación de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (en adelante THA) de Subitización, un aporte que hacen Clements y Sarama (2015), a la investigación educativa; este enfoque permite analizar, estructurar e implementar tareas en ambientes de aprendizaje significativos. Por ello se debe trabajar en fomentar en el aula experiencias matemáticas de alta calidad, materializándose el concepto de

alta calidad en tareas que permitan la enseñanza-aprendizaje y la construcción de conocimiento de estudiantes y maestros, proceso que debe considerar las necesidades individuales y colectivas, el grado escolar y la edad de los educandos, para enmarcar estas variables dentro de una etapa específica del desarrollo matemático; de ahí la siguiente expresión de Clements y Sarama (2015): “Hemos encontrado que los niños a quienes se les brinda experiencias matemáticas de alta calidad son capaces de desarrollar niveles de uno o más años por encima de sus compañeros” (p.9).

Por ello, la presente investigación optó por indagar acerca del desarrollo del sentido numérico y del aporte que hace la subitización a la construcción paulatina del sistema de numeración decimal como la primera base asociada a los otros procesos matemáticos y fundamental en la consolidación de las ideas matemáticas de los niños, a partir de la realización de tareas, de la formulación de hipótesis y de la vivencia de experiencias significativas en el aula.

Por otra parte, cuando los niños ingresan a la escuela traen sus propias ideas matemáticas las cuales en muchas ocasiones están erradas, por lo que resulta necesario que realicen las tareas que se les asignan para que entiendan las reglas y la organización del sistema de numeración. Lenner y Sadovsky (1994) aseveran que los niños, a través de su socialización con su familia y entorno, empiezan a consolidar sus propias hipótesis y reglas sobre el sistema de numeración, desde el aprendizaje impartido en el aula.

Análogamente, Brizuela (2000) reconoce que los niños están inmersos en el contexto de las matemáticas y que tienen experiencias previas que les permiten ir construyendo hipótesis sobre el número, las cantidades (muchos o pocos) sin llegar a la numerosidad, que escuchan las palabras número y las repiten por medio de interacciones con sus amigos, entorno y escuela.

Con respecto a los interrogantes anteriores, se retomó un ejemplo de lo que sucede en los primeros años de escolaridad y como maestra en grado primero por tiempo extenso observé, que la primera dificultad es el de organizar colecciones de objetos por una cantidad determinada de manera inmediata, así mismo, el identificar el número correspondiente a la numerosidad de dicha colección, asignar un valor posicional a partir del concepto de decena, centena, unidades de mil. Así mismo, se presenta dificultad al escribir las cifras teniendo en cuenta las reglas del sistema para empezar a relacionar cantidad y número en un proceso aditivo y multiplicativo.

Lenner (1997) hasta el día de hoy, comenta que sigue existiendo una ruptura en la enseñanza de las matemáticas, aduciendo que todavía algunos de los niños de grado tercero siguen sumando y multiplicando de manera mecánica, sin tener en cuenta el valor posicional, su posición en decenas y agrupaciones, que estos niños que cometen los mismos errores que los niños que obtenían el resultado correcto: ni unos, ni otros, parecían entender los algoritmos convencionales, o las reglas para escribir las cifras numéricas, ya que los niños deben aprenderlas para la organización en nuestro sistema de numeración.

Una exploración hacia la caracterización de la subitización perceptual y conceptual, es importante, debido a que los maestros deben conocer, comprender y desarrollar actividades que movilicen el sentido numérico entre la representación, comparación y la relación de orden de los números naturales, para que en los niños llegen hacer productivo ese conocimiento matemático, además de fortalecer el aprendizaje de los niños a través de las tareas instructivas de cada uno de los niveles de las THAS.

Para la caracterización de la subitización perceptual y conceptual en estudiantes de grado primero, se tomó la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje para Subitización (THAS), la cual permitió evidenciar las experiencias que trae cada niño como sujeto social y cultural, donde a



través de las tareas se muestran ciertos saberes y habilidades matemáticas que ha venido desarrollando en el transcurso de su vida.

Para la investigación las tareas planteadas en la THAS se establecieron según sus diez niveles de desarrollo progresivo, adaptándolas al contexto de los niños entre los 6 y 7 años de edad de la IED Juan Lozano y Lozano. Al mismo tiempo y a partir de estos niveles realizando el análisis a cada uno de los participantes a través de unas rejillas específicas construidas para la investigación. Estas tareas se realizaron con material concreto y ayudas audiovisuales, teniendo en cuenta ciertas especificaciones de las investigaciones en el libro el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a tempranas edades.

## **1.2 Pregunta de Investigación**

Con base dificultades encontradas en los estudiantes de grado primero con respecto al aprendizaje del proceso de subitización como el proceso previo al conteo y la adición, se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué registros semióticos emergen de los procesos de subitización perceptual y conceptual en niños de grado primero a través de una serie de tareas en el aula bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje?

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general.**

Caracterizar la subitización perceptual y conceptual en niños de grado primero de la Institución Educativa Distrital Juan Lozano y Lozano, jornada de la mañana, a través de una serie de tareas en el aula bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje

### **1.3.2 Objetivos específicos.**

- Explorar la subitización perceptual y conceptual a partir de la producción matemática que emerge de la realización de tareas de la THAS en un grupo de niños de 6 y 7 años que cursan el Grado Primero de Primaria en la Institución Educativa Distrital Juan Lozano y Lozano, jornada de la mañana.

- Caracterizar algunos de los procesos de subitización perceptual y conceptual en las tareas propuestas de la Trayectoria Real de Aprendizaje de Subitización (TRAS), que emergen en la actividad matemática de los estudiantes al ejecutar las tareas por niveles.

## Capítulo 2. Marco Teórico

En primera instancia se revisó la teoría de Clements y Sarama (2015) que lleva a transitar por el conocimiento matemático desde tempranas edades y proponen las THA como una alternativa en el diseño educativo y herramienta esencial para el desarrollo de las capacidades y la movilización del pensamiento matemático vitales para el niño desde su nacimiento hasta llegar al aula en la escuela.

Las trayectorias han sido investigadas aproximadamente durante las dos últimas décadas por Clements y Sarama (2015) quienes se han dedicado a analizar el desarrollo de habilidades y capacidades para el aprendizaje matemático desde edades muy tempranas hasta los 8 a 9 años de edad en la escolaridad de la básica primaria. Sin embargo, las trayectorias fueron diseñadas desde el ámbito universitario en sus comienzos como apoyo al maestro en su planeación y organización de la clase, como se fundamenta más adelante;

Para dar un sentido a lo anterior se hace necesario tomar el desarrollo del sentido numérico como base fundamental del conocimiento matemático y reconocer las investigaciones que se ha hecho sobre el tema.

### 2.1 Sentido Numérico

Se presentan algunos referentes sobre el sentido numérico, en los que se describe su relevancia y sus relaciones con la educación matemática. Es preciso aludir a los conocimientos que traen los niños, antes de llegar a la escuela, sobre el sentido numérico, entendiendo este como la capacidad básica del ser humano y de otras especies animales de cuantificación de elementos, lo que aporta de manera significativa a la adaptación de los organismos al medio, permite percibir el número de objetos que componen un grupo de forma aproximada y distinguir la cantidad.

Simultáneamente, el desarrollo del sentido numérico para los niños está vinculado, según León, Calderón y Orjuela (2009), a las experiencias entre la sociedad o contexto del niño y la educación formal (escuela), porque a esta última se le atribuye la responsabilidad como una meta de la formación. En este sentido, expresan León, Calderón y Orjuela (2009):

La percepción de la cantidad fundamento del conocimiento general de las cantidades en el mundo y del desarrollo de un sentido numérico para modelar problemas cuantitativos y tomar decisiones, es una etapa que la escuela debe considerar en los campos de formación que propone a la sociedad.

La mutua valoración (sociedad escuela), del aspecto cuantitativo, incluye la consideración de lo que se ha llamado el sentido numérico y que en su génesis cuantitativa compromete: acciones, desde, con y sobre cantidades presentes en situaciones de relación del niño con su entorno; condiciones semióticas para describir, interpretar y operar empleando representaciones simbólicas, verbales y gráficas (p. 10)

Se afirma que son unas capacidades que tienen los sujetos, para realizar cálculos mentales, estimación numérica y un razonamiento de cantidad, para llegar a emitir juicios matemáticos y buscar estrategias en la resolución de problemas complejos (Godino, Font, Konic y Wilhelmi, 2009). Se ha descrito como un “sentido intuitivo” para los números y sus diversos usos e interpretaciones, como la capacidad para apreciar diversos niveles de exactitud al manejar números, localizar errores aritméticos, producir estimaciones razonables, saber elegir el procedimiento de cálculo más eficiente o reconocer modelos numéricos (Bruno, 2000).

Es fundamental para el maestro identificar en el aula a los estudiantes y desarrollar en ellos más habilidades. Según Case (1999), citado por Jiménez (2015):

Los estudiantes que desarrollan desde pequeños el sentido numérico son identificados por los profesores como aquellos que pueden inventar sus propios procedimientos para la realización de las

operaciones numéricas, pueden representar el mismo número de múltiples maneras según el contexto y el propósito de esta representación, pueden reconocer los números de referencia y patrones numéricos y además tienen un buen sentido de la magnitud numérica (p.8)

Baroody (1998), dice que las experiencias de conteo están directamente relacionadas con la comprensión del sentido numérico.

De igual manera para Castaño (2007), potenciar el desarrollo del sentido numérico, tiene que ver con:

ayudar a construir en sus pensamientos verdaderas herramientas intelectuales que permitan comprender y actuar en gran variedad de situaciones que involucren los diferentes tipos de números, para realizar complejas operaciones intelectuales, tales como: dar cuenta de la cantidad; coordinar las diferentes operaciones y relaciones posibles en un sistema con el fin de calcular nuevas cantidades y establecer nuevas relaciones a partir de unas conocidas; manejar diferentes formas de representar los números y transformar unas en otras; hacer estimaciones de la medida de una magnitud y del valor de un cálculo... En síntesis, se trata de lograr construcciones mentales que permiten comprender y resolver problemas que involucran los sistemas numéricos... Entre mayor sea la capacidad de los estudiantes para utilizar, en variados contextos, los números en la resolución de problemas novedosos y complejos, mayor será el nivel de pensamiento numérico alcanzado (p. 56)

Calderón y León (2001), han concluido que los niños que ingresan o que están en los primeros grados de escolaridad, manifiestan avances en los procesos matemáticos, vinculados en el reconocimiento de numerosidad, nominación en colecciones pequeñas, paso fundamental para el proceso de subitización, incorporando aspectos relativos al reconocimiento de la cantidad y a la comparación entre cantidades para el desarrollo del sentido numérico.

De otra parte hay que decir que los componentes del sentido numérico no se limitan a las operaciones aritméticas estándar que los niños deben cumplir para finalizar un grado escolar, y que son definidas y delimitadas por el currículo de la institución escolar, pues esto va más allá de aprender el algoritmo de la suma y la resta, de manera que implica permitir que el niño construya su SND a partir de las reglas que ha comprendido, para que al momento de avanzar de un proceso a otro, pueda sustentar con sus propias construcciones conceptuales, por ejemplo, lo que sucede en el proceso multiplicativo, cómo operan los números para obtener una cantidad diferente y mayor a la que se tienen inicialmente, qué sucede en el valor posicional que adquiere el número en una cifra cuando se aumenta, se disminuye y/o se descompone, qué está haciendo cuando se le dice que hay que repartir colecciones en una determinada cantidad de personas, dónde se incluyen operaciones como contar y comparar.

En este punto resulta oportuno citar a Gelman, y Gallistel (1978), quienes analizaron los aspectos relacionados con la comprensión del número en el niño y sus implicaciones en los procesos de adquisición; Klein y Starkey (1988) investigan sobre los elementos que intervienen para lograr un desarrollo cognitivo de la aritmética temprana, Steffe y Cobb (1988) elaboran una secuencia de cómo los niños construyen significados aritméticos y presentan estrategias para desarrollar estas capacidades y Wang, Resnick y Boozer (1971) refieren sus estudios a la manera cómo se construyen secuencias de desarrollo de algunos comportamientos de matemática en los niños en edades anteriores a la escolaridad.

Cabe resaltar que el sentido numérico es base fundamental en la construcción del sistema de numeración decimal, y lo es también, en el contacto inicial intuitivo, así como en el reconocimiento que hace el niño del número, al que conecta con la cantidad en forma verbal; a este proceder se le denomina subitización, palabra latina que significa de repente. Por ende,

subitizar es la directa aprehensión perceptiva de la numerosidad de una colección (Clements y Sarama, 2015)

## **2.2 Subitización**

Con el párrafo anterior se incorpora el proceso de la subitización como uno de los primeros procesos que deben desarrollar los niños en edades tempranas antes y durante el período escolar.

Douglass (1925), refiere que algunos investigadores creían que contar no implicaba una verdadera comprensión de número, pero que al subitizar se realizaba un cambio en los procesos aritméticos.

También hay que destacar que, para los primeros años de vida, los niños tienen la capacidad de aprender matemáticas y desarrollar su interés por ellas (Acosta y Vasco, 2013).

Las “destrezas” arriba mencionadas se hacen manifiestas en el rendimiento académico que es diametralmente opuesto entre quienes han tenido previa escolaridad y aquellos que ingresan a grado primero, sin tener contacto previo con la escuela.; de ahí que la investigación de Clements y Sarama (2015) aluda a la calidad educativa a edades tempranas, que fortalece el desarrollo del conocimiento matemático, dentro y fuera del contexto de la escuela, donde el previo entrenamiento y el desarrollo de destrezas y habilidades, fortalecen su recorrido por la básica primaria, secundaria e inclusive se materializan en buen desempeño en la educación superior.

En este punto deben resaltarse los estudios efectuados por Nieder (2005), Dehaene, Molko, Cohen y Wilson (2004) y Wynn (1998) quienes hablan sobre el proceso de la subitización y refieren que los animales y/o los bebés pueden subitizar intuitivamente y desde edades muy tempranas; sustentan la idea que existe un núcleo genético que controla la aparición de las capacidades numéricas. De otro lado Freeman (1912) sugirió que mientras la medición se centró

en el conjunto y el recuento se centró en la unidad, entonces, solamente subitizar está centrado en el conjunto y en la unidad.

Según indican Rico, Cañadas, Gutiérrez, González y Segovia, (2013), que Encarnación Castro plantea que en las “últimas décadas ha cambiado el punto de vista sobre la capacidad de los niños pequeños para hacer matemática” (p.1) y argumenta la anterior aseveración manifestando que tienen un conocimiento innato que les facilita evolucionar en el proceso de subitización, lo que explica cómo y por qué aprenden este tema desde edades tempranas. Por su parte Kaufman, Lord, Reese y Volkman (1949) ven la subitización como un proceso rápido de apreciación de cantidades pequeñas.

Considerando que la subitización es el proceso antecesor del conteo, Carper (1942), sostiene que subitizar es una forma más precisa de conteo, pero en ciertas situaciones no es precisa porque no se utiliza la cantidad. Esta afirmación fue apoyada por Fitzhugh (1978) quien encontró, que algunos niños podían subitizar conjuntos de uno o dos objetos, pero no fueron capaces de contarlos con un reconocimiento de cantidad, ni número; por tanto, concluyó que subitizar es un predecesor necesario para el conteo.

Análogamente, Gelman y Gallistel (1978) dicen sobre la subitización que los niños tienen principios conceptuales que orientan el aprendizaje del conteo en el preescolar, pero que tienen dificultad al ponerlos en práctica en conjuntos demasiado grandes, entienden que “se trata de un recuento visual hecho de forma rápida y no sólo un proceso perceptivo” (p.35). Por el contrario, Von Glasersfeld (1982) sostiene que “se trata de una operación puramente perceptiva que no implica procedimiento numérico alguno” (p.12).

Respecto de la adquisición de las capacidades de subitizar y contar, Klahr y Wallace (1976) afirman que la subitización precede a la acción de contar, basándose en que la



subitización requiere habilidades más básicas que contar y que los niños adquieren experiencia al subitizar, directamente en su interacción con el entorno.

La subitización para Klein y Starkey (1988), es la capacidad de ver al instante el número o la aprehensión perceptiva directa de la numerosidad de una colección; ellos afirman que los niños pequeños utilizan espontáneamente el reconocimiento y discriminan pequeñas cantidades de objetos en una colección.

La subitización es un proceso que está vinculado al reconocimiento de la cardinalidad, y responde a las preguntas ¿cuántos hay? a la representación semiótica del número, y, en general, a la idea de “cantidad”. Estas ideas, forman redes conectadas que posibilitan las estructuras básicas de construcción de posteriores etapas de formación matemática Clements y Sarama (2015).

Jiménez (2015) comenta que para Clements (1999) y Steffe y Thompson (2000) hay un componente neural especial presente en los primeros años de vida, la cual puede ser la base para el desarrollo de los procesos de simbolización numérica, es decir que aluden a una “capacidad independiente del lenguaje para juzgar los valores numéricos” (Jiménez, 2015, p. 25).

En suma, Clements (1999) y Steffe y Thompson (2000) afirman que la subitización es vista como la capacidad de los niños para ver pequeñas colecciones, que va creciendo paulatinamente con el trabajo y que pasa de ser solamente perceptual a conceptual, donde el niño es capaz de cuantificar.

Ahora bien, pasando al ámbito colombiano, Jiménez (2015) expone que la subitización en educación inicial no está explícitamente contemplada en el currículo nacional de educación inicial, a diferencia de otros países que la contemplan, por ejemplo, a través de los procesos fundamentales para el desarrollo de la cardinalidad, o cuando utilizan las THA del número, como

componente didáctico en la evaluación del desarrollo del sentido numérico en niños escolarizados en extraedad Díaz (2014).

Por último, se considera oportuno agregar que en las investigaciones realizadas por Clements y Sarama (2015) que propusieron las Trayectorias Hipotéticas de aprendizaje y de subitización como un componente didáctico en enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, las trayectorias se clasificaron según los niveles progresivos de desarrollo del conocimiento matemático de los niños. Estos autores también argumentaron que, al mejorar la calidad educativa, se ven resultados positivos en el desarrollo del sentido numérico de los niños en el resto de su escolaridad, pero que debe de empezarse desde edades tempranas.

### **2.3 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje -THA-**

La trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) puede concebirse, como una elección del profesor en cuanto a la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje del niño, quien devela avances y/o niveles progresivos en su aprendizaje (Simon, 1995; Simon y Tzur, 2004; Gómez y Lupiáñez, 2007; Bermejo, Lago, Rodríguez, Dopico y Lozano, 2002; León, Díaz y Guilombo, 2014). En esta THA, se tienen en cuenta los presaberes del niño, así como sus ideas y habilidades, de modo que el profesor las emplea como un apoyo fundamental a partir del cual elabora secuencias de tareas para construir ambientes de aprendizaje significativos en las matemáticas (Clements y Sarama, 2015).

Simon (1995) señala que Steffe y Cobb (1988), fueron los primeros quienes plantearon las THA, como un modelo para la enseñanza de las matemáticas, donde describe el desarrollo de los procesos de aprendizaje para los estudiantes y muestra otra manera o componente didáctico en la enseñanza en el aula, a través del diseño de tareas, según las necesidades de los estudiantes en el transcurso de su aplicación. Expresa además que las THA favorecen el desarrollo de habilidades

matemáticas de los estudiantes en cada uno de los niveles de aprendizaje y se constituyen en un apoyo para el maestro en su proceso de enseñanza y en una herramienta innovadora en la educación universitaria.

Así las cosas, la THA es vista como una ruta de desarrollo matemático, que guía al maestro y le ayuda a comprender los procesos que traen los niños en los diferentes grados de escolaridad; además, permiten elaborar ambientes de aprendizaje significativos, que permiten explorar en el desarrollo de habilidades y aportan en la construcción de conceptos matemáticos a los niños que se le implementan. Una de las características fundamentales de las THA es que, al momento de realizar las tareas propuestas en el aula por los estudiantes, se convierten en Trayectorias Reales de Aprendizaje para cada estudiante.

Al ejecutarse cada una de las tareas en los diferentes niveles de la THA los resultados o respuestas de los niños se convierten en su Trayectoria Real de Aprendizaje (en adelante TRA) (Clements y Sarama, 2015), lo que no constituye una norma de acción, sino que es el conjunto de supuestos o hipótesis verificadas, fundamentadas en la investigación empírica de tareas propuestas en matemáticas, que se cumplen solamente de la condición del conocimiento y comprensión existente del estudiante que interviene en ella, teniendo en cuenta la significación de las tareas ejecutadas.

La THA le proporciona al investigador un criterio racional para decidir el diseño que él considera, la mejor conjetura de cómo puede avanzar el aprendizaje (Simon y Tzur, 2004). La construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje se basa en la comprensión del conocimiento actual de los estudiantes que recibirán la instrucción; el aprendizaje es el vehículo para planificar el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos; las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos

concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción; la naturaleza hipotética e inherentemente incierta de este proceso, el profesor se verá obligado a modificar sistemáticamente cada aspecto de la trayectoria hipotética de aprendizaje. Refieren León Díaz y

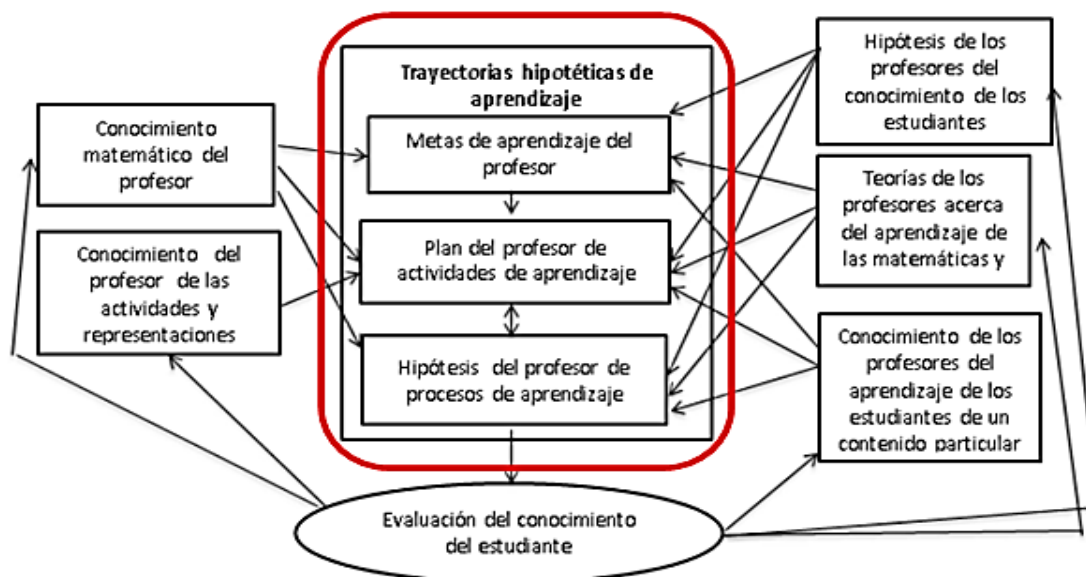


Ilustración 1. Ciclo de enseñanza de las matemáticas propuesto por Simon en 1995  
Fuente: León, Díaz y Guilombo, 2014

Guilombo (2014) que las metas, niveles y tareas propuestas en la THA favorecen, en primera medida, la planeación del profesor para la enseñanza, y requerirá modificar constantemente aspectos de la THA, en la movilización del pensamiento y desarrollo matemático en los niños.

La Ilustración 1. Muestra la estructura general de una investigación de diseño, en la que se inicia con una situación de enseñanza-aprendizaje contextualizada, de la cual no se pueden determinar a priori todos sus parámetros.

A partir de la formulación de un problema y sus correspondientes objetivos de investigación, se caracteriza el contexto y se propone un diseño instruccional en forma de

hipótesis o conjetura. Esta forma de diseño experimental no pretende la confirmación de los constructos teóricos previos, sino que busca la acomodación del modelo teórico a la realidad observada, según este siga siendo viable a la vista de los datos obtenidos (Confrey, 2006; Steffe y Thompson, 2000). La investigación se produce a través de ciclos continuos de puesta en práctica, análisis de datos y rediseño (Collins, Joseph y Bielaczyc, 2004), los cuales van acompañados de ciclos de actividades y recolección de datos, reformulación de conjeturas y rediseño instruccional.” (Díaz, 2014)

La propuesta hecha por Simon (1995), muestra claramente su inclinación por el apoyo que hace la THA a la planeación del profesor, sin desconocer el aporte que le hace al conocimiento del estudiante.

Los aportes de la investigación de Clements y Sarama (2015) permiten observar la organización que dan a las cinco THA que contribuyen al desarrollo del sentido numérico, i) cantidad, número y subitización, ii) conteo verbal y conteo de objetos, iii) comparación, orden y estimación, iv) adición, sustracción y estrategias de conteo, v) composición de números, valor posicional y adición y sustracción multidígito; donde cada una de las THA tiene en cuenta los diferentes progresos en sus niveles y corren paralelas en el proceso de aprendizaje de los niños de manera que pueden realizar las tareas instructivas para cada una de la trayectorias. La Tabla 1., muestra la compilación de las THA.

Tabla 1  
*Organización de las THA*

Cantidad, número y subitización.
Conteo (conteo verbal y de objetos)
Comparación, ordenamiento y estimación de números.
La adición y sustracción (enfaticando en las estrategias de conteo).
Composición de número, valor de una posición, adición y sustracción con múltiples dígitos.

Fuente: Clements y Sarama, 2015

## 2.4. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje de Subitización -THAS-

Según indica la Fundación Carnegie, para el éxito del aprendizaje de los niños y su desarrollo matemático, se requiere, a largo plazo, de experiencias de alta calidad a edades tempranas, entendiendo por experiencias de alta calidad:

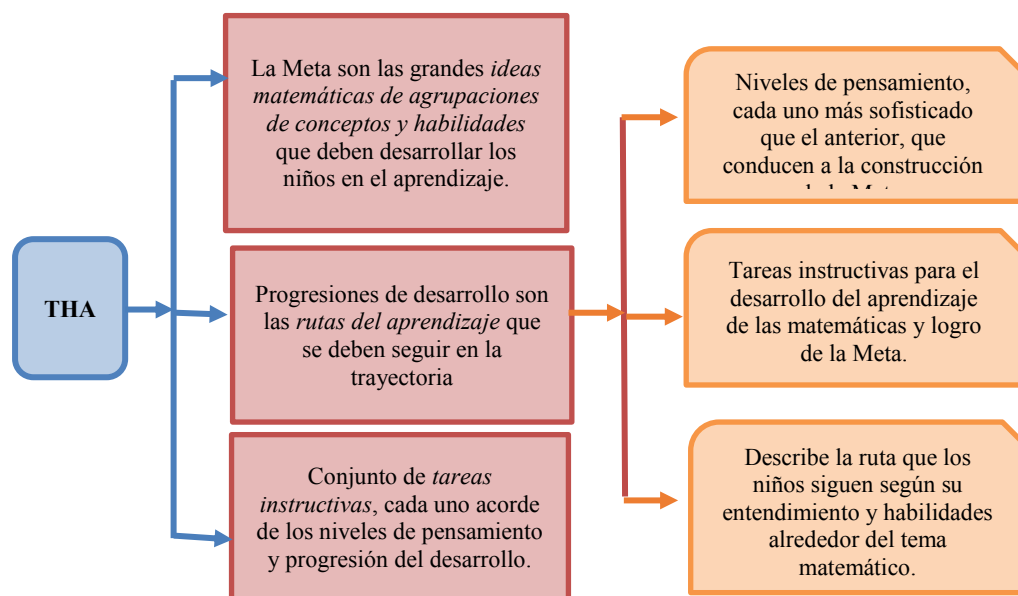
los procesos de enseñanza-aprendizaje llevados a cabo en ambientes de aprendizajes nutridos para el estudiante, observando los avances o retrocesos que tenga en su desarrollo del conocimiento matemático, dándose este desde los tres años y menos, pues es a esta edad donde tienen la gran habilidad de aprender matemáticas y desarrollar su interés por ellas” (Clements y Sarama, 2015, p. 9).

Como las Trayectorias tienen componentes de aprendizaje que son importantes para su implementación, cuenta con una Meta (matemática), constituida por los grandes grupos y objetivos a establecer:

- ¿Dónde se debe comenzar el aprendizaje?
- ¿Cómo avanzar al siguiente nivel de progresión?
- ¿Cómo se puede ayudar desde su enseñanza?

Es decir que la Meta es la agrupación de conceptos que se requieren para transitar numéricamente en la construcción del SND y desarrollar a su vez habilidades matemáticas, o, como manifiestan Clements y Sarama (2015) está compuesta por “las grandes ideas de las matemáticas, centrales y coherentes, consistentes con el pensamiento de los niños y generadoras de aprendizaje hacia el futuro” Según ellos, esas grandes ideas vienen de varios proyectos, entre ellos los del National Council of Teachers of Mathematics y el National Mathematics Panel (Clements y el grupo de trabajo de conferencias, 2004; NCTM, 2006; NMP, 2008 (p.11).

La Ilustración 2., compendia la THA según sus contenidos



*Ilustración 2.* Esquema de la THA según sus contenidos

Fuente: Creación propia, 2017

Clements y Sarama (2015) colocan como ejemplo, que una gran idea es: “El conteo que se puede utilizar para descubrir el número de objetos en una colección” (p.11) grandes metas que deben llegar a desarrollar los niños entre los 6 y 7 años de edad; durante este proceso se realizan las conexiones entre lo que es la subitización y la cantidad, por ello, los lineamientos curriculares para el área de la matemática (Ministerio de Educación Nacional, 1998), son específicos en decir que el niño debe estar en la capacidad de argumentar y proponer situaciones relacionadas a la actividad matemática, entonces se puede suponer que la subitización es el proceso básico que debe desarrollar cada niño en la construcción de su saber y manejo matemático del nivel de escolaridad en el que se encuentre.

Al desarrollar la habilidad en el proceso de subitización tanto perceptual como la conceptual, el niño afianza unas competencias matemáticas en el proceso del conteo, que tiene

que interiorizar y aprender a utilizar a medida que relaciona los números con las operaciones de adición y sustracción, o las operaciones básicas del grado de escolaridad que curse, produciendo o interpretando la información para fortalecer su conocimiento desde su contexto y el colegio; por ello la THA permite estructurarse a partir de competencias matemáticas y se ven reflejadas en la progresión del desarrollo; es la ruta por la cual el niño avanza y puede ir desarrollando su conocimiento, y, al mismo tiempo, algunas destrezas matemáticas. Las rutas están compuestas por niveles de complejidad y, como expresa Jiménez (2015):

La segunda parte de una trayectoria de aprendizaje consiste en niveles de pensamiento, cada uno más complejo que el anterior, que conducen a la consecución de las metas de aprendizaje. Es decir, la progresión en el desarrollo describe una trayectoria típica que siguen los niños en su desarrollo. La progresión del desarrollo describe una ruta típica que los niños siguen durante su desarrollo y las habilidades que son necesarias” (p. 20)

Para cumplir las rutas de progresión, según Clements y Sarama (2015), debe realizarse el diseño de tareas instruccionales y secuenciadas según la meta a alcanzar, “estas tareas están diseñadas para ayudar a los niños a aprender las ideas y habilidades necesarias para alcanzar ese nivel de pensamiento” (Clements y Sarama, 2015, p. 12). Las tareas están diseñadas según el grado de escolaridad y los niveles de pensamiento a los que se pretende llevar a los estudiantes, desarrollando las habilidades necesarias para el nivel en el cual estén transitando.

En el marco de la investigación se retoma la THAS que utilizaron Clements y Sarama (2015), para la cantidad, número y subitización, como un instrumento para verificar ciertos niveles de aprendizaje de los niños en tempranas edades, para estos investigadores, “el desarrollo de esta habilidad y su conexión con los nombres de los números en forma verbal es lo que se conoce con el nombre de subitización, reconocer la numerosidad de un grupo rápidamente, viene



del Latín «llegar de repente»” (Clements y Sarama, 2015, p. 19), donde se demuestra que los niveles de pensamiento matemático desarrollan habilidades matemáticas

los niños pueden utilizar la subitización perceptiva, el conteo, las habilidades de identificar patrones para desarrollar la subitización conceptual. Esta habilidad más avanzada para agrupar y cuantificar conjuntos rápidamente a su vez apoya el desarrollo del sentido numérico y las habilidades aritméticas (Clements y Sarama, 2015, p.41)

La Trayectoria de subitización se caracteriza por la conceptualización matemática que se hace de la subitización perceptual y conceptual en las investigaciones de Clements y Sarama (2015), quienes proponen metas a través de “El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2006) formuló el *Curriculum focal points for Pre-kindergarten through grade 8 mathematics*, en el que se establecieron las metas para el desarrollo de la subitización en los grados Pre-kinder y Kínder. Estos Puntos Focales son tomadas en cuenta como las metas institucionales (acuerdos nacionales de USA) para las THAS propuestas por Clements y Sarama. (Jiménez, 2015, p. 36)

Para Clements y Sarama (2015)

Los niños desarrollan una comprensión de los significados de los números naturales y reconocer el número de objetos en grupos pequeños sin utilizar el conteo...

Números y operaciones: Desarrollar una comprensión de los números naturales, incluidos los conceptos de la correspondencia, contar, cardinalidad, y la comparación.”

Números y Operaciones: Los niños desarrollan una comprensión de los significados de los números naturales y la unión y separación de conjuntos

Los niños escogen, combinan y aplican estrategias efectivas para responder a las preguntas cuantitativas, incluyendo el reconocimiento rápidamente el número en un conjunto pequeño... (p. 26)

La THAS tiene procesos matemáticos importantes que se relacionan con un desarrollo del lenguaje matemático de manera que el niño avanza en el aprendizaje, cuenta con dos subdivisiones planteadas en la investigación de Clements y Sarama (2015), que se retoman para la presente investigación, de la siguiente manera:

En primer lugar, Clements y Sarama (2015) recuerdan que

la subitización es la nominación de grupos pequeños, de modo que al subitizarlos se puede “proporcionar, más rápida, simple y directamente, una amplia variedad de ejemplos y de contraejemplos de contraste para las palabras que designan números y para los conceptos” (Baroody, Lai y Mix, 2005, p. 22).

En la THAS se encuentra la subitización perceptual, “que se refiere al reconocimiento de la numerosidad o cantidad sin utilizar otros procesos matemáticos” (Jiménez, 2015, p. 23) pero a su vez estos se relacionan directamente con:

- la nominación, en la que nombra con la palabra-número la colección de objetos, sin procesos matemáticos
- la discriminación, donde el niño reconoce un cambio de numerosidad de una colección
- la construcción de colecciones, haciendo arreglos en colecciones pequeñas, armando otras, pero solo en lengua natural, dando el número, o un ítem a cada colección, de una parte, al todo
- la representación deíctica, realizando las conexiones de numerosidad formando grupos con sus dedos
- la cuantificación, usando arreglos (agrupaciones diferentes representaciones) para dar soluciones a diferentes situaciones en problemas sencillos.

La subitización perceptual puede implicar mecanismos similares a los utilizados por los animales, la investigación de Gelman y Gallistel (1978) mostró que niños de dos años de edad, denotan una clara capacidad en este proceso. La subitización conceptual, se puede explicar con el siguiente ejemplo proporcionado por Clements y Sarama (2015): cuando se muestra una ficha de domino de ocho puntos y el niño puede inmediatamente saber cuál es el número total, en este momento está realizando un arreglo a esa colección que se le mostró, “ver las partes y ponerlas juntas para hallar el total”. Esto significa que usted puede ver cada lado de la ficha del dominó como una conformación de cuatro puntos individuales y como “un cuatro.” Usted ve la ficha del dominó como una conformación de dos grupos de cuatro y como “un ocho”. Todo esto sucede rápidamente –sin dejar de ser subitización – y con frecuencia se hace de forma no consciente (p. 20).

Teniendo definida la THAS con sus procesos, es necesario delimitar los propósitos matemáticos, puesto que las metas, que son las líneas a seguir, van a construir y fortalecer las rutas de progresión en los niveles a transitar, por ello se analizaron algunas metas propuestas en la investigación de Clements y Sarama (2015) que “provienen de varios proyectos a escala” (p.11) como se nombró en párrafos anteriores, las cuales apoyan la caracterización que se quiere en el marco de la presente investigación. Dichas metas se organizaron, como muestra la Tabla 2., según la subitización perceptual y conceptual.

Tabla 2

*Metas matemáticas de la THAS*

**Habilidad de subitizar números:** Los niños desarrollan una comprensión de los significados de los números naturales y reconocen el número de objetos en grupos pequeños sin utilizar el conteo

**Reconocimiento de la numerosidad.** Los niños escogen, combinan y aplican estrategias efectivas para responder a preguntas cuantitativas, incluyendo el reconocimiento rápido del número en un conjunto pequeño

**El desarrollo del sentido numérico:** Las ideas y habilidades de subitización empiezan a desarrollarse a muy temprana edad, pero, como cualquier otra área de las matemáticas, estas no son solamente “simples

habilidades básicas

**Patrones perceptivos y conceptuales:** Crear y usar patrones a través de la subitización conceptual ayuda a los niños a desarrollar estrategias aritméticas y la abstracción de los números.

**Ideas básicas de cardinalidad con estrategias sofisticadas para la adición:** El desarrollo de la subitización está vinculado al desarrollo de otras trayectorias numéricas, genera en las personas diferencias en su aprendizaje.

Fuente: Clements y Sarama, 2015

Al tener las metas definidas para la THAS, se presentan los niveles en los cuales al niño va a transitar, este paso por los niveles depende del desarrollo cognitivo paulatino y el dominio que tenga sobre los procesos. Algo a considerar, es que los niños adquieren algún conocimiento de los números y de otros aspectos de las matemáticas antes de ingresar a la escuela por su relación con el contexto y la familia, que posteriormente se formalizan con el ingreso a la escuela.

En los niveles de la THAS, Clements y Sarama (2015) ubican en la trayectoria referentes como la edad, pero “son edades típicas en los que los niños desarrollan sus ideas... Pero estas son únicamente guías aproximadas, debido a que los niños difieren ampliamente” (p.15), dependen solo del aprendizaje y la comprensión matemática que cada uno haga en su diferentes niveles, tal como lo muestra la Tabla 3.

Tabla 3  
*Niveles de la THAS*

<i>Nivel</i>	<b>Nombre del nivel</b>
<i>1</i>	Numérico Pre-Explicito
<i>2</i>	Nominador de Pequeñas Colecciones
<i>3</i>	Constructor de Pequeñas Colecciones
<i>4</i>	Subitizador Perceptual hasta 4
<i>5</i>	Subitizador Perceptual hasta 5
<i>6</i>	Subitizador Conceptual hasta 5
<i>7</i>	Subitizador conceptual hasta 10
<i>8</i>	Subitizador conceptual hasta 20
<i>9</i>	Subitizador conceptual con conteo de saltos y valor posicional
<i>10</i>	Subitizador conceptual con valor posicional y multiplicador

Fuente: Clements y Sarama, 2015

En la THAS puede suceder que los niños avancen y mejoren su proceso matemático uno o más años por encima del nivel progresivo, esto depende de su previa escolaridad o estimulación que hayan recibido en edad temprana, sin embargo, esto no solo depende de ello, también deriva de los ambientes de aprendizaje significativos que se trabajen en la escuela; es por esto que, cuando se observa niños con dificultades en el desarrollo del sentido numérico, se debe analizar que ha sucedido antes y después del ingreso a la escolaridad; Clements y Sarama (2015) comentan que los niños que no han desarrollado la habilidad para subitizar pueden presentar problemas en los diferentes procesos aritméticos y pueden estar por debajo de los niveles de los niños que trabajan con las THAS.

Para los Niveles de la THAS se cuenta con unos indicadores, los cuales muestran los procesos de pensamiento y aprendizaje matemático que el niño desarrolla desde su nacimiento y fortalece a través de su interacción con el medio durante su vida, sin embargo, para el propósito y en el marco de esta investigación, se tienen presentes algunas de las experiencias valiosas de aprendizaje de los niños en las matemáticas. La Tabla 4, muestra los indicadores de nivel de la THAS

Tabla 4  
*Indicadores de Nivel THAS*

Edad (Años)	Nombre del nivel	Indicadores de nivel
0 a 1	Numérico Pre-Explicito	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocimiento primero de colecciones de uno objeto rígido.</li> <li>• Atenciones a acciones de adición de objetos, comparación y atención a la palabra “más”.</li> </ul>
1 a 2	Nominador de Pequeñas Colecciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nombra colecciones de 1 a 2 objetos, algunas veces de 3 y los nombra en su lengua natural.</li> </ul>
3	Constructor de Pequeñas Colecciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye una colección pequeña no verbalmente; desarrolla comprensión y significación del número.</li> <li>• Reconoce el número de objetos (hasta de tres) en una colección, sin utilizar el conteo.</li> </ul>
4	Subitizador Perceptual hasta 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Responde preguntas cuantitativas instantáneamente con arreglos de colecciones hasta 4 objetos, mostradas por un tiempo breve y verbaliza los números de los ítems.</li> </ul>
5	Subitizador	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce instantáneamente arreglos de colecciones hasta 5.</li> </ul>

	Perceptual hasta 5	
5	Subitizador Conceptual hasta 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verbaliza nombres para todos los arreglos de 5.</li> <li>• Responde a preguntas cuantitativas, construyendo estrategias para agrupar.</li> <li>• Verbaliza nombres para todos los arreglos de 6 a 10, usando grupos.</li> </ul>
5	Subitizador conceptual hasta 10	
6	Subitizador conceptual hasta 20	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verbaliza nombres de arreglos estructurados hasta 20.</li> <li>• Construye estrategias para agrupar y comparar arreglos hasta 20.</li> </ul>
7	Subitizador conceptual con conteo de saltos y valor posicional	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza estrategias más sofisticadas, usando grupos para valor posicional y estructuras de referencia.</li> </ul>
8	Subitizador conceptual con valor posicional y multiplicador	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza estrategias sofisticadas para responder preguntas cuantitativas, incluyendo el reconocimiento rápido de número.</li> <li>• Verbaliza nombres de arreglos estructurados mostrados por corto tiempo, usando la multiplicación y el valor posicional.</li> </ul>

Fuente: Clements y Sarama, 2015

Cada uno de los indicadores tiene una descripción específica en el desarrollo de THAS, haciendo posible con ello el diseñar o adaptar las tareas instructivas prototipo que sirven como guía para la TRA de los niños y sus respectivos indicadores. Teniendo en cuenta que las THA corren en paralelo en todos sus niveles; estas descripciones presentan lo que el niño debe llegar a realizar y alcanzar en la meta matemática. La descripción de los niveles permite direccionar el aprendizaje de los niños, con el propósito de movilizar sus ideas y pensamientos matemáticos. Para cumplir con todo lo anterior, dentro de la presente investigación se diseñaron y adaptaron unas tareas instructivas para cada uno de los niveles dando así sus indicadores para la progresión de desarrollo acudiendo a la implementación.


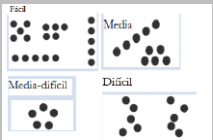
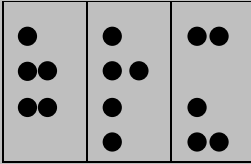
Tabla 5  
*Descripción de los niveles de la THAS*

Edad (Años)	Nivel	Nombre del nivel	Descripción del nivel
0 a 1	1	Numérico Pre-Explicito	El niño no está habituado al número, no tiene conocimiento explícito e intencional del número. Para los niños, esta primero las colecciones de uno objeto rígido. Atenciones a acciones de adición de objetos, comparación y atención a la palabra “más”.
1 a 2	2	Nominador de Pequeñas Colecciones	Nombra colecciones de 1 a 2 objetos, algunas veces de 3, en su lengua natural. En su expresión lingüística incluye ejemplos y contraejemplos.
3	3	Constructor de Pequeñas Colecciones	Construye una colección pequeña no verbalmente (no más de 4, frecuentemente de 1 <sup>a</sup> 3), con el mismo número de otra colección (siguiendo modelo mental, es decir, no necesariamente por emparamiento. “Comparación numérica” también puede ser verbal.
4	4	Subitizador Perceptual hasta 4	Reconoce instantáneamente colecciones hasta 4, mostradas por un tiempo breve y verbaliza los números de los ítems. Cuando le muestran por un tiempo breve 4 objetos, dice “cuatro”.
5	5	Subitizador Perceptual hasta 5	Reconoce instantáneamente colecciones hasta 5, mostradas por un tiempo breve y verbaliza los números Verbaliza nombres para todos los arreglos de 5.
5	6	Subitizador Conceptual hasta 5	Verbaliza nombres para todos los arreglos de 5, cuando son mostradas por un tiempo breve.
5	7	Subitizador conceptual hasta 10	Verbaliza nombres para todos los arreglos de 6 a 10, usando grupos.
6	8	Subitizador conceptual hasta 20	Verbaliza nombres de arreglos estructurados hasta 20, mostrados por un tiempo breve.
7	9	Subitizador conceptual con conteo de saltos y valor posicional	Cuenta verbalmente arreglos estructurados mostrados por corto tiempo, usando grupos contado por saltos y valor posicional.
8	10	Subitizador conceptual con valor posicional y multiplicador	Verbaliza nombres de arreglos estructurados, que apoyen el uso progresivo de estrategias y operaciones mentales.

Fuente: Jiménez, 2015, p. 30

La Tabla 6 muestra la THAS que se retomó de la investigación de Clements y Sarama (2015), teniendo en cuenta su estructura por edad, niveles de progresión, tareas específicas para el desarrollo y trabajo del aula en la investigación, en esta THAS aún no se han clasificado las tareas o diseños, modificaciones y adaptaciones para las actividades instructivas.

Tabla 6  
THA para cantidades, número y subitización

Edad	Nivel	Tareas para la enseñanza
0-1 año	<b>Nivel I</b> Numérico Pre- Explicito	Proporciona un ambiente rico sensorialmente para la manipulación, y uso de la palabra “más” y acciones de adición de objetos dirigiendo atención a la comparación.
1-2 años	<b>Nivel II</b> Nominador de Pequeñas Colecciones	El niño puede responder a la pregunta, “¿Cuánto hay?” para comunicar “Hay dos balones. ¡Dos!” Nomina colecciones para “dos”. También incluye contraejemplos, tanto como ejemplos en su expresión lingüística. Por ejemplo, dice “esto no es 2, esto es 3.” Muéstrole un grupo de 2, y 1 grupo de 3, y haga que el niño “encuentre el que no es como los otros” Hacer sus propios grupos de arreglos estructurados canónicamente, como los que se muestran para 3, y ver como los niños dicen sus nombres rápidamente.
3 años	<b>Nivel III</b> Constructor de Pequeñas Colecciones	Preguntar a los niños por un número correcto de galletas para un número pequeño de niños. Mostrar un grupo de 2 bloques. Esconderlo. Solicitar a los niños hacer un grupo con el mismo número de bloques que el presentado. Después de que ellos han finalizado, mostrar el primer grupo, y preguntarles si el grupo que ellos tienen es el mismo número que este. Pedir el nombre del número. Jugar “Snapshots”, usando la computadora o no, usando objetos iguales.
4 años	<b>Nivel IV</b> Subitizador Perceptual hasta 4	Presentar arreglos de colecciones hasta 4. Preguntar ¿cuántos hay? Para que el niño responda con el nombre del número.
5 años	<b>Nivel V</b> Subitizador Perceptual hasta 5	Jugar “Snapshots”, usando el computador o no, y emparejar puntos con numerales con grupos hasta 5 incluido el 5, como:  Presentar arreglos de colecciones hasta 5, como: 
5 años	Subitizador Conceptual hasta 5	Preguntar cuántos hay para que el niño responda con el nombre del número. Usar diferentes arreglos que desarrollan subitización conceptual con ideas de adición y sustracción. El objetivo es fomentar en los estudiantes “ver dos partes y la suma, como ‘2 galletas y 3 galletas son 5 galletas’” 

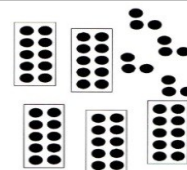
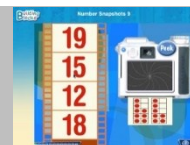
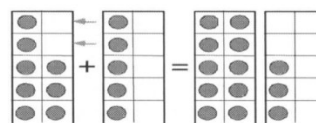
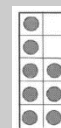


Jugar “Snapshots”, usando el computador o no, y emparejar puntos con numerales con grupos de puntos, como:



Fuente: Clements y Sarama, 2015

Edad	Nivel	Tareas para la enseñanza
5 años	Subitizador Conceptual hasta 10	Usar diferentes arreglos que desarrollan subitización conceptual usando números hasta 10, y solicitar al niño identificar el numeral arábigo que le corresponde al total de puntos.  Dice: cinco y tres son ocho
6 años	Nivel VI Subitizador Conceptual hasta 20	Usar estructuras de cincos y dieces para ayudar a los niños a visualizar las combinaciones aditivas.
7 años	Nivel VII Subitizador Conceptual con Conteo de Saltos, y Valor Posicional	Jugar “Snapshots”, usando el computador o no, y emparejar puntos con numerales con grupos de puntos, como:
8 años	Subitizador Conceptual con Valor Posicional y Multiplicación	Solicitar al niño identificar el numeral arábigo que le corresponde al total de puntos.



Fuente: Clements y Sarama, 2015

### **Capítulo 3. Metodología**

La presente investigación se encuentra inmersa en el campo de la investigación interpretativa, realizando experimentos de enseñanza que tienen como objetivo analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, de la enseñanza y de la evaluación. Confrey (2006) se persigue documentar:

Qué recursos y conocimiento previo ponen en juego los alumnos en las tareas, cómo interaccionan los alumnos y profesores, cómo son creadas las anotaciones y registros, cómo emergen y evolucionan las concepciones, qué recursos se usan, y cómo es llevada a cabo la enseñanza a lo largo del curso de la instrucción; todo ello mediante el estudio del trabajo de los alumnos, grabaciones de videos y evaluaciones de la clase (p.2).

#### **3.1 Experimentos de enseñanza**

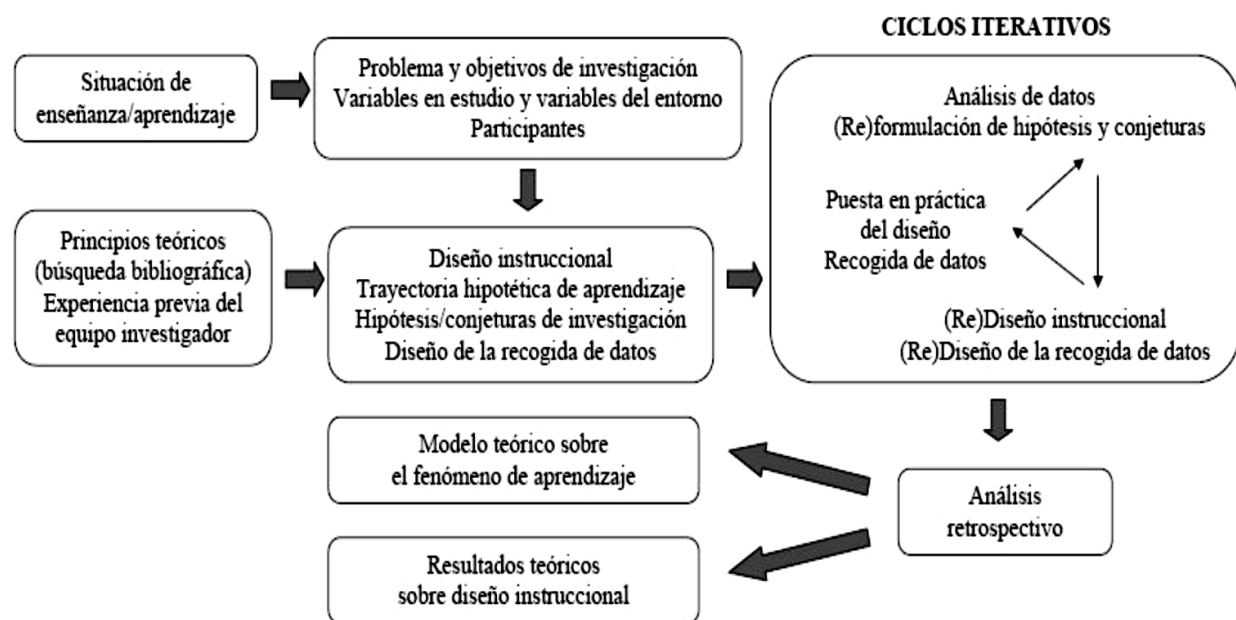
La metodología se caracteriza porque es independiente el diseño instruccional y la investigación; para esto se cuenta con diseño de ambientes de aprendizajes que sirven como el contexto para la investigación, teniendo en cuenta los análisis previos, la información como datos, reflexiones de observaciones recogidas durante y después de la implementación del diseño, todo ello para darle mejora al diseño planteado de la enseñanza aprendizaje de los estudiantes y la labor del maestro.

Para esta metodología el diseño de ambientes de aprendizaje es muy importante ya que es la base donde la investigación se va a ejecutar para Cobb y Gravemeijer (2008) “los análisis continuados que se van realizando como el análisis retrospectivo de la misma información sobre el diseño permitiendo su mejora. Se combina el carácter abierto del diseño con las restricciones autoimpuestas de la investigación” (p. 76)

Este tipo de investigación tiene potencial para hacer progresar las teorías del aprendizaje y enseñanza en situaciones complejas, y conduce a conocimiento empíricamente fundamentado que es útil en la toma de decisiones instructivas dirigidas a promover y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Así mismo, aporta información sobre el diseño instruccional, que sirve de guía para realizar otros diseños (Cobb, Confrey, Disessa, Lehrer y Schauble, 2003; DBRC, 2003; Kelly, Baek, Lesh y Bannan-Ritland, 2008).

Las THA se encuentran en esta metodología y se ajustan a los ambientes de aprendizaje, a la situación problema, a los objetivos y las posibles variables, con un diseño instruccional, basado en hipótesis y apoyado en experiencias previas de investigaciones anteriores; se hace la recogida de datos y se realizan los respectivos análisis, el retrospectivo sobre el modelo teórico y se presentan los resultados sobre el diseño.

A continuación, se muestra una estructura general de una investigación de diseño Molina, Castro, Molina y Castro (2011).



*Ilustración 3.* Estructura general de una investigación de diseño.

Fuente: Molina, Castro, Molina y Castro, 2011 citado por Jiménez, 2015

La característica principal de estos estudios es la ruptura de la diferenciación entre docente e investigador, motivada por el propósito de los investigadores de experimentar de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los alumnos. Este tipo de estudios se reconocen como pertenecientes a la investigación de diseño. (Kelly y Lesh, 2000; Steffe y Thompson, 2000)

En los experimentos de enseñanza los investigadores se convierten en una parte integral de lo que están investigando, esperando que el estudiante construya conocimiento, que el investigador-docente construya conocimiento a partir de lo que construyó el estudiante, y que los demás investigadores construyan conocimiento sobre ambos y sobre sus interacciones.

Un experimento de enseñanza, parte de una secuencia de episodios de enseñanza en los que participa un investigador-docente, uno o varios estudiantes y en ocasiones otro investigador-observador que aportará interpretaciones alternativas a las del investigador-docente (Steffe y Thompson, 2000).

En los experimentos de enseñanza se recoge la información de todo lo que ocurre en el ambiente de aprendizaje en el aula, salón o espacios diferentes a los laboratorios comunes de investigación; esto se realiza por medio de grabaciones de video y/o toma de notas. Los tiempos para la investigación pueden variar, desde horas hasta un año escolar. La investigación puede estar centrada en los estudiantes y su desarrollo del conocimiento, como en el de la práctica docente, ideas, o actividades de enseñanza específica.

Como afirman Kelly, et. al. (2008), una de las principales fortalezas que se le reconocen a los estudios de diseño es que eliminan el abismo existente entre la práctica educativa y los análisis teóricos, debido a que proveen de informes situados sobre el aprendizaje de los alumnos, relacionando directamente el proceso de aprendizaje con el modo en que ha sido promovido.

En la ejecución de los experimentos de enseñanza, según Cobb y Gravemeijer (2008), citados por Molina, et. al. (2011), se cuenta con tres etapas, a saber: la primera es la preparación del experimento con un diseño y/o formulación de hipótesis: la segunda, experimentación para promover el aprendizaje con intervenciones en el aula y recogida de datos, y la tercera, el análisis retrospectivo de los datos, revisión y reformulación de hipótesis.

### **3.2 THA en los experimentos de enseñanza**

La presente investigación refiere cómo los niños transitan en los procesos de subitización en sus diferentes niveles, si hay paso de uno a otro, o su progreso es paralelo en varios niveles luego de aplicar la secuencia de tareas planteadas para la THA de subitización, cantidad y número, como lo plantean en los experimentos de enseñanza.

En la THAS se adaptaron las tareas al contexto de los estudiantes teniendo en cuenta los niveles y las edades aproximadas que refieren las trayectorias; estas tareas se basaron en las metas matemáticas, indicadores y acciones que los niños del grado primero como un supuesto pueden realizar, se caracterizó a través de los recursos didácticos con las tarjetas y presentaciones de power point, en las cuales se observaron en cada una de las tareas el conocimiento y las habilidades matemáticas que han desarrollado a través de escolaridad o su contexto social.

La investigación se organizó en las siguientes etapas, según la metodología de experimentos de enseñanza:

- Preparación con el estudio y documentación de las THAS, así mismo, el planteamiento de las hipótesis e identificación de metas, niveles de las tareas para la THAS.
- Experimentación con la prueba piloto y adaptación de las tareas, con el diseño instruccional de la secuencia didáctica.

- Análisis de la producción matemática a la luz de la TRAS de cada niño, con recolección de la información, revisión de los datos retrospectivamente.

Según las etapas de los experimentos de enseñanza y hablando de la presente investigación, se tuvieron en cuenta en este orden de ideas, para con esto organizar cronológicamente los niveles y las tareas de la secuencia de THAS.

Teniendo como base los estándares curriculares para el área de matemáticas en Colombia son las líneas que guían los caminos que permiten evaluar los niveles de desarrollo que los estudiantes van alcanzando a partir de tareas en el aula, fortaleciendo unas competencias, según el Ministerio de Educación Nacional (2006):

Los estándares básicos de competencias constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo y la evaluación externa e interna es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida con los estándares. Con base en esta información, los planes de mejoramiento establecen nuevas o más fortalecidas metas y hacen explícitos los procesos que conducen a acercarse más a los estándares e inclusive a superarlos en un contexto de construcción y ejercicio de autonomía escolar. (p.9)

A continuación aparecen las propuestas del Lineamiento pedagógico y curricular para la Educación Inicial de la Secretaría de Educación del Distrito (2010), las cuales facilitan la organización del trabajo pedagógico de los docentes en primera infancia, considerando la dimensión cognitiva, donde se encuentra inmerso el eje de las relaciones lógico-matemáticas, en el cual el niño, a través de su experiencia en el aula, empieza a construir los conceptos de número, de medida y de las relaciones espaciales que a su vez favorecen el desarrollo de habilidades en la estimación, comparación y secuenciación, incentivando al niño a comunicar por medio del lenguaje oral o la lectoescritura, su conocimiento matemático.

En el Lineamiento pedagógico y curricular para la Educación Inicial (Secretaría de Educación del Distrito, 2010), se identifican algunas metas vinculadas a la subitización, para los niños de 1 a 3 años de edad, que están clasificados y/o se ubican en los grados escolares de maternos, párvulos y pre-jardín; dichas metas son:

percibir visualmente los grupos de objetos en donde hay más o menos elementos, lo que le permite hacer uso, en la cotidianidad, de cuantificadores como mucho, poco, más, menos, mayor, menor (...)

organice en grupos objetos teniendo en cuenta las características de éstos, estableciendo semejanzas o diferencias entre ellos, y posteriormente clasifique objetos creando categorías de acuerdo a las cualidades y atributos de los elementos que en éstos identifica (p.173)

El trabajo que se realiza en educación inicial parte desde ambientes de aprendizaje significativos, pero los lineamientos nacionales no hablan directamente del proceso de la subitización, solo de ciertas cualidades o atributos de grupos de objetos.

El lineamiento pedagógico y curricular para la educación inicial en el Distrito, se formula a partir de unos componentes estructurantes que organizan la propuesta partiendo de los pilares de la Educación Inicial, de las dimensiones del desarrollo (personal-social, corporal, artística, comunicativa y cognitiva), de los ejes del trabajo pedagógico y de los desarrollos por fortalecer; todo esto “se concreta en apartados diferenciados en los que se exponen algunos desarrollos por fortalecer organizados por ciclos de edad, 1 a 3 años y 3 a 5 años” (Alcaldía Mayor de Bogotá, Secretaría Distrital del Integración Social, Universidad Pedagógica Nacional, Secretaría de Educación Distrital, 2006, p. 46)

Para el desarrollo de los niños 1 a 3 años en la dimensión cognitiva, el Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito. (Alcaldía Mayor de Bogotá, Secretaría Distrital del Integración Social, Universidad Pedagógica Nacional, Secretaría de

Educación Distrital, 2008), propone que el niño “Perciba visualmente los grupos de objetos en donde hay más o menos elementos, lo que le permite hacer uso, en la cotidianidad, de cuantificadores como mucho, poco, más, menos, mayor, menor” (p. 171), en este sentido se acerca a la propuesta de subitización desde la THAS, sin embargo, faltan complementar con el proceso de subitización perceptual y conceptual, que como ya se ha analizado en el marco de esta investigación son la base en el desarrollo del saber matemático.

Para el desarrollo integral de los niños entre los 3 y 5 años de edad, la SED, propone que se “planteen estrategias para contar los diversos elementos, la correspondencia uno a uno, agrupación por cantidades, uso de sus dedos para llevar las cuentas, etc.” (Secretaría de Educación del Distrito, 2010, p.171). Estos lineamientos en la THA se vinculan como la nominación y estructuración de arreglos para la subitización perceptual.

Adicionalmente la SED sugiere que “haga uso del conteo para resolver problemas de la vida cotidiana, como saber cuántos puntos ganó o cuántos lápices hay en el salón; lo que le permite iniciar la construcción del concepto de número” (p.171), se cree que se hace presente el proceso del conteo desde la subitización conceptual de la THAS, ya que los niños en este proceso realizan las primeras estructuraciones o arreglos a las colecciones para un proceso aditivo. Para llegar a este estándar en la THAS, el niño debe transitar primero por el nivel 5 realizando la subitización conceptual de cincos, realizando posibles agrupaciones como 3-2; 2-2-1; 1-4; luego en los niveles de 8 estar subitizando conceptualmente hasta 20 en lo posible con cincos y dieces; en el nivel 9, estar estructurando arreglos hasta el 20, como por ejemplo vi cuatro cincos, entonces 5, 10, 15, 20, realizando saltos y tienen en cuenta el valor posicional; en el nivel 10 subitiza conceptualmente con valor posicional y multiplicador, Verbaliza los nombres



de arreglos estructurados usando grupos, la multiplicación y un valor posicional por ejemplo, observé 3 dieces, entonces son 30 y tres de 3, son 9 tengo 39 en total.

Permeando el paso a la THA de Conteo y estando desarrollado sus competencias y habilidades en la Trayectoria de subitización, el niño comienza paralelamente a correr en las trayectorias, buscando estrategias en situaciones aditivas y representándolas de manera oral con el conteo verbal y conteo de objetos, por lo tanto hay que lograr que, como indica la SED (2010), “plantee estrategias para resolver problemas de la vida cotidiana, las comparta y contraste con sus compañeros, y posteriormente explique la estrategia empleada de forma oral o gráfica” (p.173). Hay que decir que, para la THAS, los niños están transitando entre los 7 y 8 años en el grado segundo y tercero de la básica primaria en el contexto colombiano.

### **3.3 Hipótesis para la THAS**

Para consolidar la THAS se hace necesario trabajar en las hipótesis de la investigación de las trayectorias de Clements y Sarama (2015) que están vinculadas de una manera coherente a un currículo en el área de matemáticas teniendo en cuenta los lineamientos curriculares de la Comisión de Profesores de los Estados Unidos de Norteamérica en cuanto a la educación inicial y el grado primero, porque desde los lineamientos en Colombia el MEN desconocen por completo la subitización como el proceso previo al conteo y por ende al desarrollo de habilidades para operar con números. Sin embargo, para el grado primero se deben organizar actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números.

Al observar y comparar algunos estándares del currículo de la Comisión de Profesores de los Estados Unidos de Norteamérica, los cuales son incluidos por Clements y Sarama (2015) en sus investigaciones, se encuentra que dichos lineamientos acentúan, desde los primeros grados de escolaridad, en el desarrollo del sentido numérico, entendiendo que la subitización aporta de

manera significativa a los procesos como el conteo, aditivos y multiplicativos. A manera de ejemplo, se encuentra que para el grado pre-kínder, el objetivo respecto de número y operaciones es:

desarrollar una comprensión de los números naturales, incluyendo conceptos de correspondencia, conteo, cardinalidad y comparación. Aquí los niños desarrollan una comprensión de los significados de los números naturales y reconocen el número de objetos en grupos pequeños sin utilizar el conteo... (Clements y Sarama, 2015, p.26).

En kínder, también para número y operaciones se formula el siguiente propósito: “representación, comparación y orden de los números naturales, y unión y separación de conjuntos” (Clements y Sarama, 2015, p.26).

Como se ha mencionado antes desde el nacimiento el niño va desarrollando habilidades matemáticas, pero es en los primeros grados de escolaridad donde se evidencian la consolidación de las ideas matemáticas, a partir de colecciones pequeñas, en las cuales empieza a experimentar y buscar estrategias para dar soluciones a preguntas de cantidad y dar inicio al reconocimiento del número.

Respecto del Grado 1, en los estándares norteamericanos tienen en cuenta la Trayectoria de Subitización como proceso previo a la Trayectoria de conteo, con la cual se relaciona estrechamente y en paralelo para este grado de escolaridad, por esta razón, la comisión de profesores norteamericanos lo tienen explícito en su currículo, por esto, el fin planteado para el tema número, operaciones y álgebra es: “desarrollar la comprensión de la adición y la sustracción y estrategias para los hechos de adición básica y hechos de sustracción relacionados” (Clements y Sarama, 2015, p.48).

Para este primer grado los niños empiezan a consolidar el proceso aditivo partiendo del trabajo previo en la subitización, aunque al realizar muchas de las tareas el niño pasa inadvertido esa construcción en el proceso, al momento de hacer agrupaciones o arreglos de cantidades de fichas o puntos han empezado a sumar; de la misma manera, al tener un trabajo de arreglos de colecciones pequeñas y entre el conteo, las operaciones de suma y resta le están dando el sentido a esa cantidad y número que han explorado.

En la tabla de meta para la THAS y las hipótesis que se plantearon para realizar las tareas, se toman explícitamente, para mostrar la comprensión y las relaciones que existen entre los números naturales, el valor posicional y las operaciones básicas de la suma y resta. La consecución de las tareas para la THAS contribuye a dar una respuesta al desarrollo del sentido numérico de los niños y su progresión en el desarrollo; se tuvieron como criterios la edad y nivel que transitan, meta o propósito matemático al abordar el conjunto de habilidades y conceptos matemáticos a indagar.

Tabla 7

*Hipótesis de Meta THA - subitización*

<b>META</b>	<b>HIPÓTESIS</b>
<i>Aumentar la habilidad de los niños para subitizar números (p. 20).</i>	La subitización introduce ideas básicas de cardinalidad –“cuántos hay,” ideas de “más” y “menos,” ideas de partes y totales junto con sus relaciones, la aritmética inicial, y, en general, ideas de cantidad. El estudiante es capaz de ver al número y a los patrones de número como unidades de unidades (Steffe y Cobb, 1988, citado por Clements y Sarama, 2015, p.24)
<i>Construir un significado para la palabra número y significado cardinal. (p.22)</i>	Las experiencias al nominar pequeños grupos usando números, antes de contar, ayudan a los niños a comprender las palabras número y su significado cardinal (Fuson, 1992 citado por Clements (2015, p.22).
<i>Desarrollar el sentido numérico. Las habilidades aritméticas. (p.11)</i>	La comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones junto con la capacidad para usar esta comprensión de manera flexible para emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias numéricas útiles para resolver problemas complejos. (Bruno, 2000, citado por Clements y Sarama, 2015)
<i>Subitizar perceptualmente y pasar a subitización conceptual.</i>	A medida que la habilidad de los niños para subitizar aumenta, pasando de procesos perceptivos a procesos conceptuales, así mismo aumenta la habilidad para contar y hacer operaciones sobre colecciones (Clements y

<i>Cardinalidad del número y su representación.</i>	Sarama, 2015) La nominación de grupos pequeños y subitizados, puede proporcionar de manera rápida, simple y directa una amplia variedad de ejemplos y de contraejemplos de contraste para las palabras que designan números y para los conceptos (Baroody, Lai y Mix, 2005, citados por Clements y Sarama, 2015, p.22). Las conexiones de cardinalidad y la construcción entre las representaciones del número dado, para ayudar a la preparación del conteo con significado a temprana edad.
---	--

Fuente: Clements y Sarama, 2015

De acuerdo con estas metas que han planteado Clements y Sarama (2015), para esta investigación también se cuenta con unas hipótesis para los diseños de las tareas que ayudan a desarrollo de la THAS en el contexto de nuestro sistema educativo y se ajustan a las edades de 6 y 7 años de los niños que participan en el proyecto; estas hipótesis apuntan a desarrollo del sentido numérico.

Tabla 8

*Hipótesis para los diseños de tareas de la THAS*

<b><i>Hipótesis para los diseños de tareas THAS</i></b>	
1	Los niños desarrollan una comprensión de los significados de los números naturales y reconocen el número de objetos en grupos pequeños sin utilizar el conteo.
2	Los niños escogen, combinan y aplican estrategias para responder a preguntas cuantitativas, incluyendo el reconocimiento rápidamente el número en un conjunto pequeño.
3	La habilidad de los niños para subitizar conceptualmente les permite entender que la última palabra que dicen en la colección subitizada es la cantidad de objetos que existe en ella, “cuánto ves” determinando la numerosidad.
4	Los niños que subitizan perceptual y conceptualmente adquieren más habilidad para el proceso aditivo sobre la base de su trabajo previo con números pequeños.
5	Los niños usan los significados de los números para crear estrategias, resolver problemas y responder a las situaciones planteadas.

Fuente: Clements y Sarama, 2015.

En la ruta de progresión de desarrollo se tienen tareas para cada uno de los niveles; cada tarea reconoce una hipótesis para su implementación y desarrollo del trabajo con los niños, además algunas se utilizan para ejecutarse en varios niveles de la THA, de modo que acercan a la meta matemática.

Tabla 9

## Hipótesis para las tareas de la THAS

<b>Tarea 1</b>	0-1 años	Nivel 1	Numérico pre-explicito
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas ¿cuántos ves?</b>	Reconocimiento no verbal de 1 a 2 objetos		
<b>Tarjetas objetos hasta tres.</b>	Responde a la pregunta ¿cuántos hay? Reconoce colecciones de 1 a 2 elementos		
<b>Tarea 2</b>	1-2 años	Nivel 2	<b>Nominador de colecciones pequeñas</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas objetos De 1-3 hasta tres.</b>	Usa percepción para colecciones de 1, 2, 3. Conexión de la palabra número y cardinalidad.		
<b>Tarea 3-4</b>	3 años	Nivel 3	<b>Constructor de pequeñas colecciones</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas de puntos 1-3 ¿cuántos ves?</b>	Conexión de la palabra número y cardinalidad. Hacer sus propios grupos de arreglos estructurados canónicamente, como los que se muestran para 3, y ver como los niños dicen sus nombres rápidamente.		
<b>Tarjetas objetos 1-3 hasta tres.</b>			
<b>Tarea 5-6</b>	4 años	Nivel 4	<b>Subitizador perceptual hasta 4</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas de puntos ¿cuántos ves?</b>	Reconoce el número de objetos en grupos pequeños, sin utilizar el conteo.		
	Nombra rápidamente las partes de cualquier total.		
<b>Tarjetas objetos hasta cuatro.</b>	Desarrolla estrategias aritméticas con arreglos para 4.		
<b>Tarea 7</b>	5 años	Nivel 5	<b>Subitizador perceptual hasta 5</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas de puntos arreglos hasta 5</b>	Desarrolla estrategias y abstracción de los números con arreglos de 5.		
	Desarrollan subitización conceptual con ideas de adición y sustracción		
<b>Tarea 8</b>	5 edad	Nivel 6	<b>Subitizador conceptual de 5</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Tarjetas de colecciones de 5 objetos</b>	Reconoce y discrimina arreglos para colecciones de 5 objetos.		
	Nomina los arreglos para las colecciones de 5.		
<b>Tarea 9-10-11</b>	<b>5 años</b>	<b>Nivel 7</b>	<b>Subitizador conceptual de 10</b>
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Presentación de tarjetas 6-9 (power point)</b>	Reconoce los patrones numéricos hasta 9 como unidad y compuestos.		
<b>Tarjetas de puntos ¿cuántos faltan para 10?</b>	Nomina las combinaciones en arreglos de 5, 6,7,8,9, 10 Representación no verbal en arreglos de 5, 6, 7, 8, 9, 10		
<b>Tarea 12</b>	6 años	Nivel 8	Subitizador conceptual hasta 20
<b>HIPOTESIS</b>			
<b>Situación problema “compra para fiesta”</b>	Verbalización de estructuras hasta 20		
	Usa estructuras de cincos y de dieces en combinaciones aditivas 20		
<b>Tarea 13</b>	<b>7</b>	<b>Nivel 9</b>	<b>Subitizador conceptual con conteo de saltos</b>

	años		y valor posicional
			<b>HIPOTESIS</b>
<b>Situación problema “compra para fiesta”</b>	Desarrolla estrategias aritméticas y de abstracción en arreglos estructurados.		
	Usan estructuras de cincos y dieces en combinaciones aditivas.		
<b>Tarea 14</b>	8 años	Nivel 10	<b>Subitizador conceptual con valor posicional y multiplicación</b>
			<b>HIPOTESIS</b>
<b>Situación problema “compra para fiesta”</b>	Verbalizan combinaciones grupales de valor posicional y multiplicativo.		
	Desarrolla estrategias y operaciones aritméticas mentales sofisticadas para combinaciones aditivas.		

Fuente: Clements y Sarama, 2015

**3.3.1 descripción de la tareas.** Cada tarea se escogió según los niveles de la THAS propuesta por Clements y Sarama (2015), las adaptaciones se hicieron teniendo en cuenta que la investigación se focalizaría en un grupo específico de estudiantes, por ejemplo las tarjetas de puntos azules, Clements las presenta en computador, en la actual investigación son material concreto, tamaño cartas de póker, ya que se dificulta en la institución tener disponibles medios audiovisuales para cada aula, otra condición para las tareas es que se hizo una observación minuciosa cuando cada estudiante las ejecutó.

En la adaptación de las tareas en el aula se tuvo en cuenta algunas características que ayudaron a la indagación en la investigación. Las tareas se adaptaron teniendo como base las hipótesis de metas, algunas indicaciones y sugerencias como patrones temporales, espaciales, tamaño adecuado para las colecciones de uno a diez elementos en estilo de tarjetas de juego; arreglos espaciales de objetos diagonales, en fila, rectangulares y con puntos; tiempo para la presentación de arreglos a los niños de 1 a 3 segundos.

En las tarjetas que se diseñaron se tuvieron en cuenta formas simples tales como grupos homogéneos de círculos azules, dentro de una cuadrícula, donde se hizo énfasis en los arreglos regulares. Estos arreglos son las ubicaciones en dos filas de cinco puntos en cada una, teniendo una simetría, desde un círculo hasta diez, también arreglos lineales y diagonales (para las tarjetas

de cinco objetos y círculos azules), para los juegos de tarjetas se tuvieron en cuenta criterios que al momento de ejecutar la tarea el niño, pudiese entender lo que debía realizar y se mostrara tranquilo en su ejecución.

Para los niveles 8, 9 y 10, se plantearon una serie de situaciones problemáticas que posibilitaron el desarrollo de conceptos a través de lo simbólico, con una aplicación significativa para proponer y resolver problemas matemáticos, en este caso, estrategias para el proceso aditivo y el paso al proceso multiplicativo, algo de anotar y muy significativo para THA en el nivel 10 se tomará solo como proceso aditivo porque no se ha trabajado con los estudiantes el concepto de proceso multiplicativo, ya que es un tema curricular del grado siguiente.

Para realizar el análisis de cada tarea se tomó una tabla, producto de las investigaciones del Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía del Lenguaje y las Matemáticas (GIPLyM) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, pero con algunas modificaciones. En esta tabla se colocan las tareas en sus respectivos niveles con los procesos matemáticos vinculados para la THAS, efectuando así un análisis a priori de los niveles, indicadores y tareas de los procesos matemáticos vinculados en la subitización perceptual y conceptual.

Tabla 10  
*Segundo nivel de análisis a priori*

		<b>META</b>				
		Indicador de nivel				
<b>NIVEL DE ANÁLISIS A PRIORI</b>	<b>NIVEL</b>	<b>HIPÓTESIS DE NIVEL</b>				
	<b>ACTIVIDAD</b>	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3-4	Tarea5-6	Tarea 7
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
	<b>Proceso vinculado a la subitización perceptual</b>	<b>Percepción – discriminación de arreglos – nominación - representación</b>				
	<b>ACTIVIDAD</b>	Tarea 8	Tarea 9-10	Tarea 11	Tarea 12	Tarea 12
		Nivel 6	Nivel 7	Nivel 8	Nivel 9	Nivel 10

	<b>Proceso vinculado a la subitización conceptual</b>	<b>Nominación- discriminación de patrones – representación - cuantificación</b>
--	---	---

Fuente: Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía del Lenguaje y las Matemáticas (GIPLyM) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Las tareas de colecciones hasta cinco, las tarjetas de puntos y los arreglos de tarjetas de cinco se organizaron teniendo en cuentas las hipótesis que podrían desarrollar y mostrar la TRAS de los niños en la investigación hasta el nivel cinco de subitización perceptual; las tareas de la 8 a la 12 con los mismos materiales y las situaciones problema que se plantearon permitieron evidenciar el proceso de la subitización conceptual; el mismo material concreto se utilizó en varias tareas de una manera diferente, con propósitos definidos según el proceso a observar. Para el desarrollo de la THAS se tuvieron en cuenta patrones espaciales asociados a la cinestesia con dedos, para los niveles 5, 6, 7, y 8 que fueron significativos en la ejecución de las tareas. A continuación, en la Tabla 11 se presentan las hipótesis de la actividad de la THAS y las tareas.

Tabla 11

*Hipótesis de la actividad para THAS*

<b>Hipótesis de la actividad</b>				
<b>Hipótesis</b>	1. Una actividad genera diferentes tipos de tareas para los diferentes niveles			
	2. El nivel de subitización perceptual y conceptual se presenta en los estudiantes.			
	3. Las respuestas a las tareas que dan los niños permiten observar el nivel de desarrollo donde se encuentran en la TRA.			
<b>Procesos</b>				
<b>Perceptual</b>	Nomina	Discrimina arreglos	Representación	
<b>Conceptual</b>	Nomina	Discrimina patrones- realiza arreglos	Representación	cuantificar

Fuente: Jiménez (2015)

**3.3.2 Población.** Para desarrollar el trabajo de investigación en la Trayectoria de Subitización se seleccionó el curso 101 del grado primero del Colegio Juan Lozano y Lozano, jornada de la mañana, sede B; la selección de la institución y del aula se hizo teniendo en cuenta la facilidad que ofrecía para la maestra-investigadora y la colaboración de las directivas, las profesoras, niños y padres acudientes. El colegio está ubicado en la localidad 11 de Suba; la sede donde se



adelantó la presente investigación, cuenta con población desde el grado de prejardín hasta grado noveno, funciona en dos jornadas y el promedio de estudiantes por aula es de 37 en la sección de primaria. El grado primero cuenta con tres salones.

El grupo elegido de estudiantes tiene una edad que oscila entre los 6 y 7 años.

En el colegio, los niños permanecen cinco horas, inician su jornada a las 6:15 a.m. y la finalizan a las 11:15 de la mañana, las familias pertenecen a estratos socioeconómicos dos y tres, en su gran mayoría perciben su sustento de la realización de trabajos informales.

Originalmente se realizó un acercamiento a la población, a través de un pilotaje sobre el tema de subitización, en el que participaron 10 niños y niñas, luego de esa experiencia inicial se procedió a seleccionar un grupo cuyos integrantes manifestaran diferencias en sus características comunicativas y edades. Otro de los requisitos que se tuvo en cuenta para la selección, fue que asistieran regularmente al colegio

Las docentes titulares de los grupos ayudaron en la selección de los participantes, dos niñas y dos niños. Se comunicó a los padres acerca de cada niña y niño seleccionado acerca de la investigación a realizar y se les solicitó que, si estaban de acuerdo en que sus hijos tomaran parte en ella, lo formalizaran firmando un consentimiento.

Para la recolección de los datos, se hizo necesario clasificar a los estudiantes según su edad (entre 6 y 7 años), haber tenido o no una escolaridad previa (en uno, dos o todos los grados del nivel preescolar), y estar cursando el grado primero de la Educación Primaria. Esta clasificación se analizó con los datos arrojados en la prueba piloto y se hizo con la intención de profundizar e indagar aún más en las THAS. Con los anteriores criterios, se empezó a observar las producciones matemáticas de algunos estudiantes a través de la dimensión gestual, en las aulas de grado primero, donde se encontró como primer participante a J con 6 años y 6 meses, sin

previa escolaridad; la segunda participante L con 6 años, quien ha cursado todo el nivel preescolar (grados pre jardín, jardín y transición), los últimos dos, S y Y de 7 años de edad con escolaridad previa en el grado transición, para la profesora investigadora Rocio Barrera la letra de identificación es la R.

**3.3.3 Recolección de la información.** Las sesiones de trabajo con los niños respondieron a los tiempos después de las 11:15 a.m. tiempo que permitieron los papás después de la jornada académica, durante la misma jornada de la mañana y con el tiempo que yo podía hacer uso como profesora investigadora.

Se recogieron los datos en video-grabación, aplicando las tareas en una sola sesión para J, por cambios pedagógicos institucionales en esa hora de jornada pedagógica, después de la salida de los estudiantes; para L, S y Y se realizó en un solo día, programado en el aula de inmersión, ya que las condiciones permitían que hubiese bajo ruido, ayudas multimedia y tecnológicas; para estos últimos niños, las sesiones se desarrollaron en menor tiempo del presupuestado; la duración de cada video osciló entre 3 y 8 minutos por tarea, con un tiempo total de 30 minutos aproximadamente.

Al finalizar las sesiones se realizó el registro en rejillas, pero solamente para la investigación se tomó la decisión de tomar los datos y episodios más relevantes sobre la trayectoria de subitización; las transcripciones de la ejecución de las tareas de cada estudiante aparecen como anexos al trabajo de investigación. Para su análisis posterior siguiendo los planteamientos de Goldín (2000, p.519), citado por Jimenez (2015) “Normalmente se prevé la observación y registro de lo que sucede durante la entrevista para su posterior análisis: a través de grabaciones de audio y/o video, notas de los observadores, y trabajo del sujeto” (p.56)

## Capítulo 4. Análisis de datos

En este capítulo se encuentran registradas cada una de las interpretaciones de la TRAS de los niños participantes, siendo el resultado de la ejecución de las tareas a partir de las hipótesis de la presente investigación sobre las THAS, para niños de 6 a 7 años de edad que, dentro del contexto colombiano, cursan el primer grado de Educación Primaria en el Colegio Juan Lozano y Lozano IED, jornada de la mañana.

Para el análisis de las TRAS es necesario tomar en cuenta que son el resultado real de la ejecución de las THAS, donde los niños muestran el nivel en que se encuentran a partir de la ejecución de las tareas y el paso de niveles de progresión según su escolaridad. Los análisis también permiten observar algunos registros como producto de la realización de las tareas.

Las tareas que se aplicaron en la THAS para la subitización perceptual y conceptual pasaron primero por una prueba piloto; cabe decir que se encontraban en el programa de presentación power point, pero se acondicionaron a material concreto en el momento de la grabación, previendo inconvenientes en la tecnología y disposición de los equipos multimedia.

Las tarjetas empleadas son las siguientes:


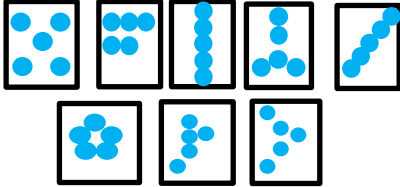


En la tarea de subitización perceptual (arreglo de tarjetas de puntos azules de 5), los arreglos se hicieron en filas para observar el paso de la subitización perceptual a la conceptual. Las tarjetas se escogieron según las características de facilidad visual y organización de los puntos en filas, teniendo en cuenta los inicios del proceso aditivo  $3+2$ ;  $4+1$ ;  $2+2+1$ . Se adaptaron

al contexto con tarjetas estilo naipes, ya que el original de la investigación de Clements y Sarama (2015) se hace por un programa en PC.

Tabla 12

*Material de Clements y Sarama (2015) y Material creado para la presente investigación*

Versión original de la investigación de Clements	Material concreto "Snapshots."
	

La tercera tarea de subitización de la cantidad del 6 a 9, son arreglos con figuras geométricas ubicadas en diferentes direcciones, para observar la subitización conceptual organización de filas.



Una tarea que apoya la subitización perceptual y conceptual, son las tarjetas de puntos azules de 1 al 10, que se utilizaron con propósitos diferentes en cada uno de los niveles, estas tienen un tamaño igual que el de las cartas de naipes.



En la tarea del nivel 8 al 10, se planteó la resolución de situaciones problema, considerando estas últimas como estrategias pedagógicas basadas en un momento del contexto real -una fiesta de cumpleaños- para que el estudiante plantee estrategias y soluciones en el proceso de la subitización, para el caso, la subitización con cálculo aditivo y el acercamiento al proceso

multiplicativo permeado por la composición y descomposición de cantidades en el valor posicional.

Usando las tarjetas de puntos azules



“Snapshots”



#### 4.1 Categorías de Análisis

Para configurar los datos y realizar los análisis de la información se hicieron transcripciones de los videos, los cuales se encuentran como anexos en la investigación. Las transcripciones en alusión corresponden a las entrevistas que se les realizaron a los niños acerca de las tareas que se plantearon en cada uno de los niveles de progresión de la THAS. Se tomó el modelo de transcripción de Jefferson (1984), el cual está dividido en cinco columnas distribuidas así: una para el número de nivel de la THAS, otra para en número de la tarea, la siguiente para minutos y segundos de la pregunta del investigador, la cuarta para respuesta de los niños y la última columna para la transcripción de las voces del niño y del investigador.

La participación de los estudiantes se marcó con la letra inicial de su primer nombre, indicando así la participación del estudiante; se utilizaron dobles paréntesis ((...)) si lo dicho por el estudiante fue acompañado por gestos o movimientos que demuestran el avance o entendimiento de lo propuesto; asimismo, los puntos suspensivos (...) fueron utilizados para indicar algunas pausas hechas por los estudiantes durante sus participaciones.

En la organización de las tareas y sus hipótesis se tomó un cuadro que diera cuenta de los análisis a priori según lo descrito en la tabla 10; luego se convirtió en una rejilla dividida en

columnas así: para el primer lugar se encuentra descrita la actividad (las tareas) en una segunda columna los procesos matemáticos vinculados:

- Percepción: Reconocer la numerosidad de una colección rápidamente, es el ver una cantidad de objetos y casi decir instantáneamente cuántos hay en ella.
- Nomina: es una representación verbal, que para la investigación significa en utilizar la palabra número para nombrar cuántos objetos percibió.
- Representa: para esta investigación la representación (motriz fina) significa utilizar los dedos para dar una cantidad de las tarjetas que subitizó “una representación jamás puede ser considerada y analizada sin hacer referencia al sistema a través del cual fue producida. Las especificidades del sistema (físico, orgánico o semiótico) que permitieron la producción de una representación, son las que determinan la relación entre el contenido y el objeto representado. El contenido de las representaciones de un mismo objeto cambia en función del sistema por el cual fueron producidas” (Duval, 2001, pp 18-19).
- Cuantifica: decir las palabras número en correspondencia con los objetos de una colección.
- Estructura arreglos: utiliza la subitización conceptual para agrupar objetos de una colección, viendo sus partes y cuantificando el total, contando por saltos o valor posicional.
- Estrategias: Todas las producciones y actuaciones que pueden organizar para dar una respuesta a las tareas propuestas.

En la tercera columna aparecen los nombres de subitización perceptual y conceptual, donde está dividida en varias columnas donde se muestran las tarjetas de objetos de cada una de las tareas

designadas para estos procesos, los nombres de los niveles y la designación de las respuestas de los niños para cada una de las pruebas al proceso en el cual se encuentra cada niño por tarea y nivel, en las rejillas se toma el número uno (1) cuando el niño realiza la tarea y cero (0) cuando no realiza los procesos matemáticos vinculados. Ya habiendo organizado la rejilla y transcribiendo las tareas, se seleccionaron los episodios, que permitieron evidenciar el proceso de subitización perceptual y conceptual de cada niño en su TRAS.

En la realización de algunas tareas emergieron representaciones gestuales que cumplen una función comunicativa y son muy importantes en los actos cognitivos apprehendidos; se puede entender que estas representaciones muestran lo que el niño ha entendido y su respuesta, una es el complemento de la otra, con el fin mismo de la actividad matemática y su comprensión.

Entonces, es importante aclarar que el desarrollo de las representaciones se materializa mediante la interiorización de las representaciones semióticas, que a su vez construyen unas imágenes mentales las cuales constituyen la interiorización de los conceptos en el individuo (Duval, 2004).

Las representaciones semióticas se pueden observar desde dos perspectivas: la oposición interna/externa y la oposición consciente/no-consciente. La oposición consciente es lo que aparece ante el sujeto y él observa, en tanto que la no-consciente corresponde a lo que a él se le escapa y no alcanza a observar, o en palabras de Duval (2004):

la conciencia se caracteriza por la mirada de “alguna cosa” que toma *ipso facto* el estatus de objeto para el sujeto que mira. El pasaje de lo no-consciente a la conciencia, corresponde a un proceso de objetivación para el sujeto que toma conciencia (p.33).

Cuando se habla de la objetivación se alude a aquello que el sujeto descubre por sí mismo y que no sospechaba, es el proceso interior del conocimiento que el sujeto hace del objeto

matemático y que le da un significado a los objetos que ha observado. Cuando esto sucede, las representaciones conscientes se vuelven intencionales y aquí se cumple la función de objetivación.

En algunos de los fragmentos de los episodios seleccionados se evidenciaron representaciones sostenidas en un texto hablado (legua natural) y gestos, los cuales objetivan algunos de los procesos de interpretación y producción de los niños a las tareas y la actividad de la TRAS, caracterizados por los procesos matemáticos vinculados en la investigación, con ello, emergen algunos registros semióticos como los gestos, la posición corporal, el control preciso de acciones y el papel de los dedos en esas acciones.

La importancia del estudio del gesto reside en reconocer que por medio de él es posible materializar intenciones, además de ser un elemento integrante, no periférico, en las maneras de pensar de los estudiantes (Vergel, 2014).

Los episodios nos aproximan a los principios fundamentales que permiten reconocer el aprendizaje de la matemática en el aula; a su vez los signos y los gestos muestran la expresión intencional de los sujetos y sus procesos de conceptualización. Se puede decir, que son formas culturales de significación que los niños le dan a través a las tareas cuando se ejecutan la TRAS, en la construcción de su aprendizaje matemático.

La importancia del gesto no sólo radica en su capacidad de superar las dificultades que se presentan en la comunicación verbal. Kendon (1980), señala que el gesto es importante debido a que no depende de la oración verbal; es capaz de comunicar ideas o representaciones mentales imposibles de comunicar con el habla. Pero el gesto debe verse en el aprendizaje de las matemáticas como un auxiliador del maestro en las clases, donde los niños pueden expresar, sin



las palabras, sus inquietudes y necesidades, donde se lee la capacidad del estudiante para presentar una producción.

Para McNeill (1985) es una de sus principales investigaciones, el gesto, de corte psicolingüístico, donde restringe el termino gesto específicamente a los movimientos de manos y brazos que muestran el significado relacionado con el habla a lo que acompaña, pues los gestos, son otra forma de comunicación alternativa para expresar un significado; el investigador propuso cuatro tipos básicos en su clasificación, los gestos rítmicos, los deícticos, los icónicos y los metafóricos, pero que para la actual investigación se tomaron los dos primeros.

Los gestos rítmicos son movimientos simples, rápidos de la mano, que acompañan las palabras más importantes de la emisión, en ocasiones señalan lo que el hablante considera importante en la relación con todo (McNeill, 2005). Los gestos deícticos son señalamientos que se pueden usar para señalar algo concreto o abstracto.

Investigaciones recientes han puesto que los gestos pueden cumplir una función en la enseñanza aprendizaje en el campo matemático, porque objetiva en algunas ocasiones el saber del estudiante, algunos de estos trabajos que pueden mencionarse es el que realiza el investigador Goldin-Meadow y su equipo de trabajo quienes se han concentrado en los gestos que niños escolares y algunos profesores producen al explicar alguna tarea matemática, porque el lenguaje gestual, así como cualquier otro sistema de signos, tiene su propia organización semántica y sintáctica (Teodorsson, 1980). Sobre el tema, Kendon (1987) reconoce que el estudio de los gestos presentes en la comunicación verbal, permiten llevar a cabo una mirada interna al proceso de representación mental, y una mirada externa hacia el proceso social por el cual se establecen códigos de comunicación. Pero en la educación matemática, se debe tener en cuenta que el gesto,

solo es estudiado en el aprendizaje matemático en relación con el lenguaje verbal (Miranda, 2009).

#### **4.2 Trayectorias Reales de Aprendizaje de Subitización -TRAS-**

A continuación, se presentan los análisis realizados a partir de la organización de la rejilla de la TRAS de los niños, objeto de estudio, luego, el análisis por niveles y episodios, dando cuenta de la caracterización para cada uno de ellos y los niveles de aprendizaje en los cuales transitan, teniendo en cuenta las hipótesis planteadas para la investigación.

**4.2.1 Rejilla de niveles de la TRAS del Sujeto J.** La rejilla se lee de la siguiente manera; el 1 corresponde a aprobación de tareas y va de color verde, el 0, sin color, significa que no cumple con las tareas o hipótesis de la THA. Ver Tabla 13



Tareas	Proceso vinculado	N7									
Tarjeta puntos ¿Cuántos puntos faltan para 10?											
	Nomina arreglos							0	0		
	discrimina patrones	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cuantifica	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Tarjetas puntos subitización conceptual											
	Representación										
Tarjetas arreglos 6-9											
	Nomina	1	1	0	1	0	0				
	Discrimina patrones	0	0	0	0	0	0				
	cuantifica	1 Uno-uno	1 Uno-uno	1 Uno-uno	1 Uno-uno	1 Uno-uno	1 Uno-uno	1 Uno-uno			
Tareas	Proceso vinculado	Nivel 8				Nivel 9			Nivel 10		
Situación problemas aditivos		4+2		5+3=							
	Nomina	1		1		0	0	0	0	0	0
	Estructura arreglos	0		0		0	0	0	0	0	0
	Discrimina (# arábigos)					0	0	0	0	0	0

	Estrategias	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cuantifica	1	1	0	0	0	0	0	0

Fuente: Creación propia, 2017

Observando los análisis de los primeros niveles de la TRAS de J, este participante realiza subitización perceptual en las colecciones de 1 hasta 3 objetos, teniendo una reacción sensible como respuesta a cantidades de uno hasta tres objetos; para estos primeros niveles cuenta con la estrategia de un ojo entrenado y muestra como realiza el recorrido de la organización espacial de la tarjeta de fresas por ejemplo (tres objetos), al mismo tiempo manifiesta un sistema de almacenamiento de la información sobre la cantidad, que le permite reconocer grupos pequeños diferenciando donde hay uno o más.

Se muestra en el nivel 3, específicamente de tarjetas de dos puntos, como el niño logra subitizar la colección, corresponde la acción física de los dedos sobre los puntos con la representación mental de cantidad de objetos de un grupo; el niño combina y aplica estrategias para responder a las preguntas de ¿cuántos hay? ¿Cuántos ves? realiza la conexión de la numerosidad y la representa con los dedos de sus manos consolidando la subitización perceptual, el niño en la ejecución de las tareas del nivel 4 comprende que la palabra número que dice es la posible cantidad que el ha observado en ese grupo de objetos. J se encuentra transitando en la discriminación de arreglos en las colecciones de tarjetas de tres a cinco objetos y puntos, porque está relacionando los arreglos espaciales que encuentra en ellas y se intuye que los movimientos de cabeza y ojos hacen parte de este proceso en apoyo de su aprendizaje.

Episodio 1. Video 1- 00:21 segundos. Tarea 3 - Nivel 3

((Se le muestra la tarjeta y se le da la indicación: que no debe hablar, sino que debe mostrar con los dedos, ¿cuántos puntos ve?)) ((la tarjeta se muestra por un segundo))

R: ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de dos puntos))

J: Muestra dos dedos con su mano levantada ((J gira la cabeza y la mirada, dando la impresión de estar contando, uno a uno))

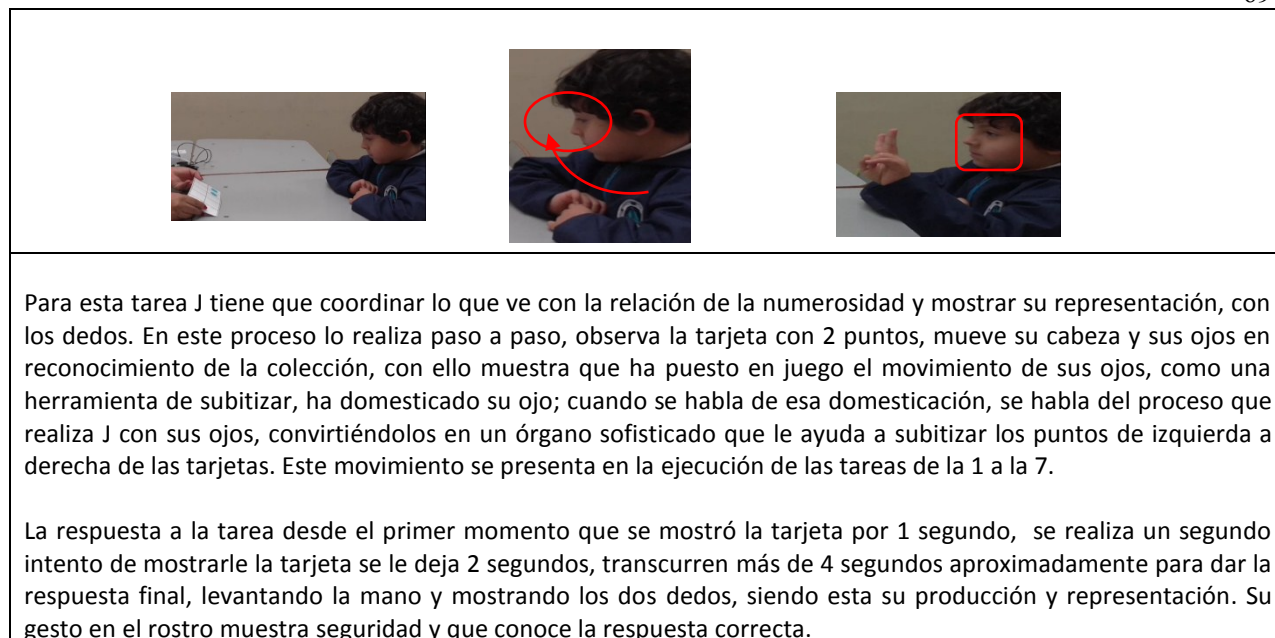


Ilustración 4. Representación con los dedos, puntos azules. Sujeto J. Tarea 3, Nivel 3

Fuente: Creación propia, 2017

J en el nivel 4, 5 y 6 presenta algunos avances en la subitización conceptual, logra captar la cantidad de objetos colocados en fila (4 y 5) pero en la mayoría de las tareas a él se le dificulta, sobre todo cuando esta misma cantidad de objetos o puntos están colocados en ciertos arreglos espaciales diagonales o estilo dominó, por lo tanto, aún esta en construcción la estructuración de arreglos, aunque por tiempo de exposición de las tarjetas el registro a parece que no se cumple, J al ir desarrollando la subitización perceptual entiende que la última palabra que verbaliza es la cantidad de objetos que hay en esa colección que ha subitizado, permitiendo inferir, que un poco mas de entrenamiento J puede llegar a la hacer sus propios arreglos estructurados canónicamente, en ese momento se toma la decisión de mostrar las tarjetas por más tiempo teniendo en cuenta que con ello el niño no se sentiría frustrado en la ejecución del resto de la actividad.

Se evidenció en la ejecución de algunas tareas, pérdida de su señalamiento indexical, ya que su orientación espacial debe ser fortalecida con mas actividades para ello, esto hace que

entre lo que subitizó y señala para justificar la respuesta, pierda la posición, señala el primero, segundo, tercero, cuarto y quinto al pasar al siguiente sigue diciendo cinco, cuando se le pregunta por el siguiente señala, pero sigue con el cinco y se devuelve a contar desde el 1, J usa el conteo como un procedimiento para validar sobre la cantidad de objetos subitizados.

En el paso que debe cumplir J para la subitización conceptual, aún no se evidencia de manera exacta y con claridad la discriminación de patrones y estructuración de arreglos, se infiere, que su proceso es más demorado que el de otros niños de la investigación por falta de un desarrollo de habilidades y entrenamiento previo que se adquiere, en algunos casos, en los primeros grados de escolaridad. J carece de esta escolaridad previa, ya que tuvo a los tres años de edad un inconveniente de salud y faltaba regularmente al aula, el cambio de colegio al año siguiente fue de mala experiencia e incomprensión de la maestra a su bajo rendimiento académico para su edad, en su casa se le presto poco apoyo al proceso de desescolarización, por lo tanto la inserción al sistema educativo lo realizó directamente al grado primero.

J aprende de su entorno en el aula, grado primero; asimismo, este conocimiento, no es la consecuencia de las acciones adaptativas de un estudiante en el momento de resolver un problema, pues éstas son situadas dentro de las condiciones particulares de cada cultura y de cada forma de comprender el mundo (Vergel, 2014).

Episodio 2. Video 2- 01:59 segundos. Tarea 8- Nivel 6

((se muestra la tarjeta de equipo de baloncesto))

R: ¡y aquí J!

((el niño se queda pensativo))

R: ¿alcanzaste?

J: dice que no... ((con la cabeza))

((se muestra nuevamente la tarjeta))

J: 6

R: vamos a mírala otra vez... ((se coloca en la mesa))

J: 5 ((cuenta de uno-uno deícticamente))



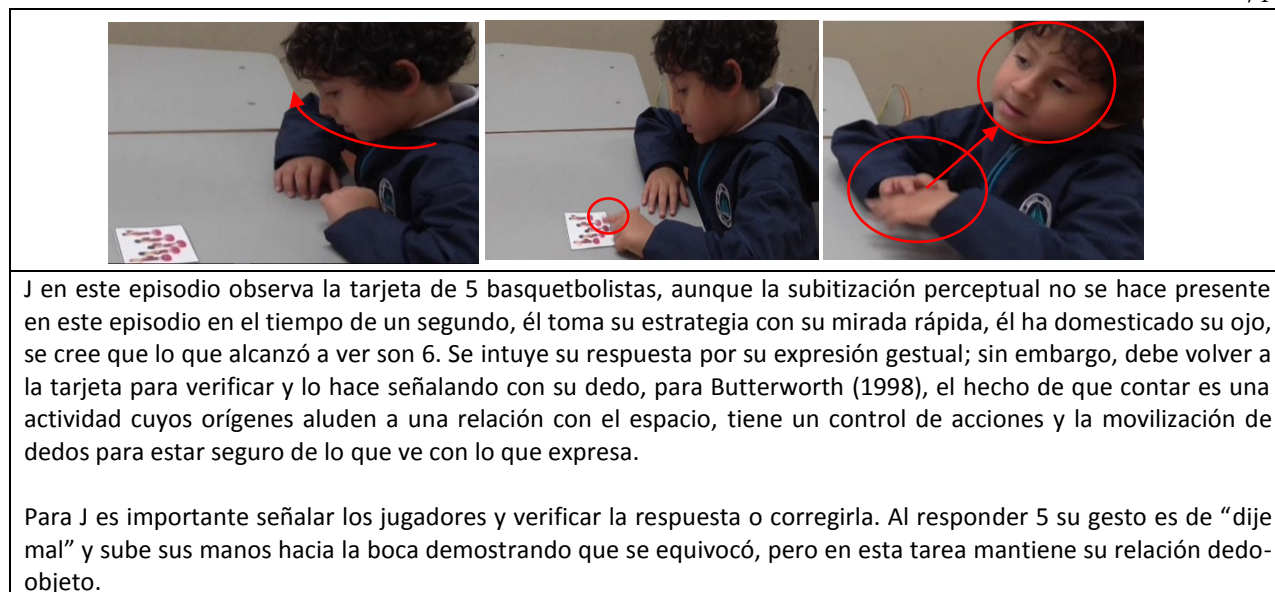


Ilustración 5. Subitización perceptual cinco, Sujeto J, Tarea 8, Nivel 6.

Fuente: Creación propia, 2017

Para la anterior Ilustración 6, cabe resaltar que se verificaron los videos de las diferentes tareas con las tarjetas de objetos, puntos azules y arreglos fáciles, medio y difíciles, pero en ellas la subitización perceptual al tiempo establecido de 1 a 2 segundos no se da, en estas tareas le fue difícil estructurar arreglos, su estrategia es señalamiento decíctico-objeto para verificar la respuesta dada.

Episodio 3. Video 5A- 00:03 segundos. Tarea 7- Nivel 5

R: ¿cuántos ves? ((la tarjeta se muestra por 2 seg))

J:5

R: ¿sí? ¿Cómo los viste?

J: 5 ((muestra con un movimiento de la mano encima de la tarjeta semicircular))



J en esta tarjeta subitiza, cuando se interroga por como los vio él muestra la posición con la mano y dedo izquierdo; sabe que hay 5 puntos y responde muy seguro, se lleva inmediatamente la mano a la boca. Demuestra la forma en que los vio y sabe cuántos hay, su ubicación espacial se muestra de arriba hacia abajo cuando utiliza la mano y su dedo índice para señalar. Su expresión en la cara es de seguridad y que sabe lo que dice.

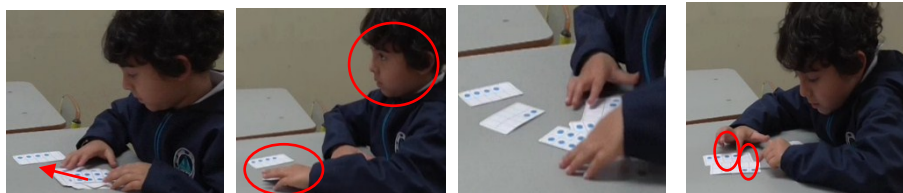
Ilustración 6. Arreglos tarjetas de cinco puntos, Sujeto J. Tarea 7, Nivel 5.

Fuente: Creación propia, 2017

En los niveles 7, 8, J está transitando en la THA de subitización con las ideas de adición y sustracción con números pequeños. Cuenta objetos en fila hasta 5 con precisión y responde la pregunta “¿cuántos hay?” con el último número tal como señalan Clements y Sarama (2015). Cuando los objetos son visibles, y especialmente con números pequeños, comienza a entender el concepto de cardinal como subitizador conceptual hasta 10, es decir, que se encuentra en construcción del proceso, nombra (verbaliza la cantidad) las colecciones, conexión con numerosidad y representación de pequeños números, J está transitando por los niveles realizando algunas combinaciones aditivas hasta 10.

En este nivel de la tarea 12, J empezó a realizar más seguro su acercamiento al proceso aditivo con números pequeños, donde nombra ( nombra la palabra-número) y lo cuantifica, reconociendo un acercamiento al proceso aditivo.

Episodio 4. Video 6 A-00:12 segundos. Tarea 12-- Nivel 8  
 ((Se le plantea la situación de compras para la fiesta 4 +2 globos))  
 R: cuatro más dos, ¿Qué tarjetas tienes que buscar?  
 ((J empieza a buscar en todas las tarjetas y contando los puntos uno a uno, hasta hallar el cuatro))  
 J: 1,2,3,4 (solo coloca en la mesa la tarjeta)  
 R: más dos.  
 ((sigue buscando en cada una de las tarjetas el número indicado))  
 R: ¿Qué ficha tienes que buscar?  
 J: ((coloca la tarjeta de dos puntos en la mesa))  
 R: ¿Cuánto tienes en total?  
 J: 5  
 R: observa las tarjetas. ((vuelve a contar en voz baja))  
 J: 6 ((cuenta 1,2,3,4...5,6))



Busca en la tarjetas, el cuatro y el dos identificándolas, apartándolas del montón, donde se evidencia el reconocimiento del número, observa con rapidez, pero algo lo motiva a devolverse y toma sus tarjetas, utiliza las dos manos y sus dedos para señalar y contar en secuencias, primero con la mano derecha donde hay más y luego la izquierda donde hay menos, por lo tanto responde este señalamiento y muestra que el objeto matemático

aditivo está presente en el niño, su construcción se está perfeccionando.

Ilustración 7. Situaciones aditivas, Sujeto J.

Fuente: Creación propia, 2017

Las hipótesis planteadas para J en los niveles 9 y 10, se modificaron en su totalidad porque le falta consolidar la estructuración de arreglos de cincos y dieces para lograr hacer las combinaciones aditivas, por lo tanto se utilizaron cantidades pequeñas del 1 hasta 10.

**4.2.2 Rejilla de niveles de la TRAS del Sujeto L.** En la rejilla el 1 es aprobación de tareas tiene color verde, el 0 se encuentra en blanco, donde no cumple con las tareas o hipótesis de la THA.

Tabla 14

Rejilla TRAS de Subitización sujeto L

Actividad TRAS		PERCEPTUAL																			
Tareas	Proces o vinculado	N1		N2			N3		N4			N5 – N6									
		fácil			medio			difícil													
Tarjeta objetos ¿Cuántos ves?																					
	Percepción	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	
	Nominación (palabra número)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Discriminación arreglos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tarjeta puntos subitización 1-5	Representación																				

	Discriminación arreglos					0	0	0	0	
Actividad TRAS		Conceptual								
Tareas	Proceso vinculado	N7								
Tarjeta puntos ¿Cuántos puntos faltan para 10?										
	Nomina arreglos	∪	∪	∪	0	0	∪	∪	0	∪
	discrimina patrones	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tarjetas puntos subitización conceptual							
	Representación						
Tarjetas arreglos 6-9							
	Percepción	0	0	0	0	0	0
	Nomina	1	1	1	1	1	1
	Discrimina patrones	0	0	0	0	0	0
	cuantifica	1	1	1	1	1	1

Tareas	Proceso vinculado	Nivel 8			Nivel 9			Nivel 10		
Situación problemas aditivos		9+8	9+9	10+8	4+6	4+5+2+2 +1+1+2+ 1	6+5	10+9	10+1 0	
	Nomina	1	1	1	1	1	1	1	1	
	Estructura arreglos	0	0	0	0	0	0	0	0	

	Discrimina (# arábigos)			1	1	1	1	1	1
	Estrategias	1	1	1	1	1	1	1	1
	Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1

Fuente: Creación propia, 2017

Para el análisis por niveles 1, 2, 3 y 4, L tiene conocimiento explícito del número y realiza la subitización perceptual para las colecciones de 1 a 4 objetos, nombra las partes de cualquier total, guarda conexión entre la numerosidad y la palabra número, manifestando una reacción sensible a un estímulo de cantidades de uno hasta 4 objetos, se percibe un sistema de almacenamiento de información sobre cantidad, que le permite diferenciar y comparar las cantidades de objetos de varias tarjetas de puntos. Para este nivel L realiza asociaciones entre cantidades y etiquetas verbales de los números; mantienen una representación mental de la cantidad de objetos que subitizó, L hace corresponder las acciones físicas de sus dedos con lo subitizado.

Episodio 1. Video 1 -01:25 segundos. Sujeto L. Tarea 3- Nivel 3 ((se le muestra la tarjeta de las muñecas))

R: ¿Cuántos ves?

L: tres ((Responde inmediato))



L en este episodio muestra cierto grado de ansiedad, lo demuestra en su posición corporal, movimientos y los gestos que realiza: en la secuencia de fotos comenzando de izquierda a derecha la niña se muestra muy atenta, pero en una posición corporal de brazos cruzados como queriendo decir rápido, con su mano izquierda aprieta su chaqueta evidenciando el jalonamiento y las arrugas que produce en L; cuando se muestra la tarjeta de muñecas ella la observa en 1 segundo, responde de inmediato tres, en voz muy baja, levantado su mirada simultáneamente, pero al mismo tiempo desliza todo su cuerpo hacia atrás, casi con su movimiento separándose de la mesa (flechas amarillas y su dirección), pero luego retoma su posición cuando se le presenta la siguiente tarjeta.

Como antes de presentar esta tarjeta se había indagado por otra, su representación está mediada por su posición corporal, donde se desarrolla una interacción dialéctica entre L, la respuesta y la investigadora a partir de su comprensión a la pregunta ¿Cuántos ves? Y donde sus gestos corporales demuestran tensión, ansiedad y angustia.

*Ilustración 8.* Subitización perceptual colección de tres objetos, Sujeto L, Tarea 3, Nivel 3

Fuente: Creación propia, 2017

En el nivel 5 y 6 L muestra su proceso en la construcción en la subitización conceptual, reconoce instáneamente las tarjetas de colecciones hasta 5, nominando la cantidad de objetos usando los esquemas mentales sobre las entaradas perceptuales, si embargo L, usa el conteo como un procedimiento para validar la respuesta sobre la cantidad de objetos subitizados en las tarjetas de puntos y de objetos.

L está realizando la combinación de esquemas mentales de 3 y 2 para reconocer el 5; en la tarea 7 de arreglos de tarjetas de 5 nivel fácil, alcanza a subitizar perceptualmente dos de las tarjetas, para el nivel medio solo una tarjeta en el tiempo determiando para subitizar.

En la tarea 8 de la tarjeta de los jugadores, en el episodio realiza la verificación de lo subitizado utilizando el conteo uno a uno, explicando cómo los ve y mostrando la conexión entre la numerosidad y la palabra número; para estos arreglos su estructura mental está partiendo de ideas aditivas 2-3 y 1-4.

Episodio 2. Sujeto L. Nivel 6- tarea 8- Video 1- 00:08 segundos.

((se muestra la tarjeta de los jugadores))

R: ¿Cuántos ves?

((se nota la expresión de la niña que no alcanza a ver))

R: ¿Alcanzaste a ver? ¿Cuántos?

L: Si, cuatro

R: Cuatro viste ((se muestra la tarjeta nuevamente))

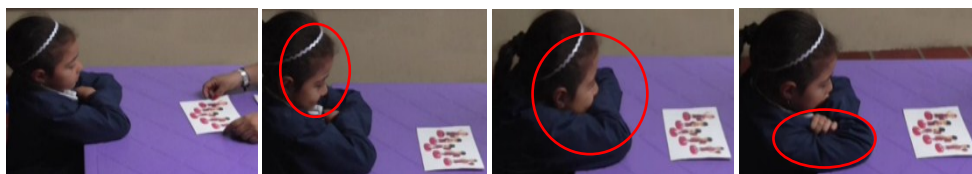
L: Cinco

R: ¿Cómo los viste?

L: Lo vi con mis ojos y colocando atención.

R: ¿Qué hiciste tú para ver esos 5?

L: Con mis ojos y decía el número



Para este episodio como el anterior, L se encuentra algo inquieta, ya que es la primera sesión que se graba, pero responde según la comprensión a la pregunta que se propuso, en la secuencia de izquierda a derecha L observa la tarjeta por primera vez a 2 segundos, la cual no alcanza a subitizar y se vuelve a mostrar por el término de 3 seg. Cuando da la respuesta esconde su rostro dentro sus brazos cruzados y muy tímidamente cuantifica, su explicación de cómo hizo para ver ese 5, lo expresa en lenguaje natural. Sin embargo, en varias de sus respuestas ella responde lo mismo “lo vi con mis ojos y colocando atención”

Ilustración 9. Subitización conceptual de cinco objetos, Sujeto L, Nivel 6, Tarea 8.

Fuente: Creación propia, 2017

L para el nivel 7 reconoce los patrones numéricos hasta 10 como unidad y compuestos, realizando representación no verbal de arreglos con patrones dedos y con su mirada 2-3-3, como se evidencia en el episodio 3, nomina e identifica que le último número que dice es la cantidad de objetos que se encuentran en esa colección. L aún le falta adquirir más confianza para sus explicaciones y que a su edad faltan palabras para justificar sus acciones o respuestas a ellas, pero también puede ser su medio cultural que ha permeado estos aprendizajes, va aprehendiendo la matemática según su edad y su desarrollo cognitivo.

L en el siguiente episodio utiliza sus ojos y gestos para dar a entender sus respuestas, los utiliza como medios semióticos, son estos medios los que a veces se desconocen en la enseñanza aprendizaje en el aula por parte del maestro, pero son importantes ya que con ellos muestran los niños que entienden, están confundidos o que por el contrario ahí que cambiar las estrategias de la enseñanza. Los niños cuando utilizan sus ojos como J o L en la subitización, lo que están haciendo es dándole un sentido a ese órgano un uso y adaptación según su necesidad, para obtener y dar respuestas.

Episodio 3. Sujeto L, Nivel 7, Tarea 9, Video 3- 00:35 segundos.

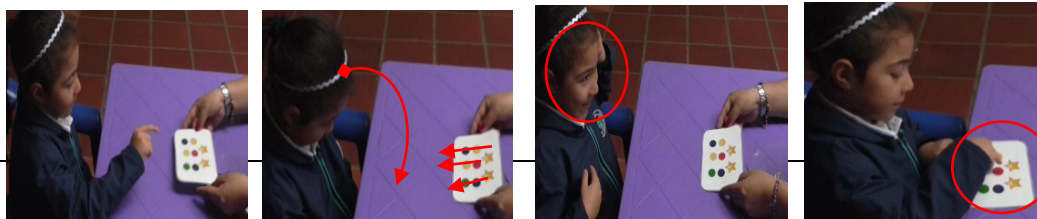
R: ¡Y aquí!

L: Ocho ((cuenta con la cabeza))

R: ¿Cómo contaste los ocho?

L: Con las manos... y ... Con los deditos ((señala con el dedo cada figura))

R: Muéstrame...Muéstrame...



L utiliza señalamiento indexical en el primer momento que se muestra la tarjeta, por 2 seg. pero no alcanza a verla fue muy corto el tiempo, 3 segundos; la estrategia de ella en la segunda ocasión fue el agrupar con la mirada 3-3-2 porque se evidencia la intención de subitizar la tarjeta teniendo en cuenta su movimiento de cabeza y los ojos; tiende a ir más allá.

En este episodio al parecer es donde Lina *ha domesticado el ojo* para ver y reconocer en la organización de las filas, las figuras y su la numerosidad; donde la niña coordina mano, dedo y ojo y puede expresarse a través de esta situación, dando a emerger que la niña puede subitiza esta tarjeta.

Ilustración 10. Subitización conceptual hasta 9 Sujeto L

Fuente: Creación propia, 2017

Para este nivel 8 y 9, L estructura arreglos hasta 20, tomando como ayuda los cinco y dieces en sus diferentes combinaciones. En la situación problema planteada en la tarea L toma cada uno de los materiales manipulables de fichas y tarjetas, en el episodio se muestra que L reconoce los números arábigos en las tarjetas, realiza saltos para determinar la cantidad de objetos de un grupo de dieces y cinco, además de sus deducciones en el proceso aditivo. Busca las estrategias para conteo y realizar operaciones aritméticas sofisticadas.

Episodio 4. Sujeto L, Nivel 8- tarea 12- Video 6- 00:33 segundos.

((se tiene en la mesa unas fichas matemáticas, tarjetas con los números arábigo y tarjetas como la de los puntos azules en blanco))

((se plantea la situación problema de compras para la piñata))

R: Nos vamos de compras para realizar una piñata y necesitamos 9 globos azules más 8 rojos.

¿Qué tenemos que hacer?

L: Mmm... busco el número y el color.

R: ¿Cómo sabes que hay número?

L: Mmm.... Como el cinco

R: ¿Cuáles son los números?

((L toma las cartas de los arábigo))

L: El nueve

R: ¿Cuáles son?

L: Mmm... ((observa la caja de las fichas de colores))

R: No importa.... No te fijas en los colores

L: Nueve ...

R: Listo vamos de compras

L: Compro 8 globos... ((En voz muy baja)) compro 9 globos rojos para unos amigos que se los llevan para la casa.

((Saca el número 9 de las tarjetas de arábigos y 9 fichas de la caja... se queda pensativa))

R: ¿Dónde están los ocho globos?

((Lina saca el número 8 de las tarjetas))

L: Nueve... nueve **más** ocho.... Diez... diecisiete ((cuenta en los dedos por debajo de la mesa))







		Cuantifica						1	1	1
Tarjetas puntos subitización conceptual										
	Representación									
Tarjetas arreglos 6-9										
	percepción	0	0	0	0	0	0			
	Nomina	1	1	1	1	1	1			
	Discrimina patrones	1	1	1	1	1	1			
	cuantifica	1	1	1	1	1	1			
Tareas	Proceso vinculado	Nivel 8			Nivel 9		Nivel 10			
Situación problemas aditivos		8+9	8+8	10+5	10+7=	10+7	20-5			
	Nomina	1	1	1	1	1	1			
	Estructura arreglos	0	0	1	1	1	1			
	Discrimina (# arábigos)			1	1	1	1			
	Estrategias	1	1	1	1	1	1			
	Cuantifica	1	1	1	1	1	1			

Fuente: Creación propia, 2017

En los niveles 1-2-3-4, Y cumple con las hipótesis plateadas tanto de reconocimiento de colecciones de 1 hasta 4 objetos, subitizando perceptualmente, realiza conexión entre la palabra número, la cardinalidad y a partir del nivel 3 realiza sus propios arreglos canónicos. Y manifiesta una reacción sensible e inmediata al estímulo de cantidades subitizadas en las colecciones de 1 hasta 5 objetos, ella tiene un almacenamiento análogo de la información cuantitativa que le permite comparar las cantidades de objetos de dos grupos o más como es el caso de las tarejt

de puntos y la pregunta ¿cuánto ves? ¿Cuántos hay? Y ¿cuántos faltan para 10?. En ninguna de las tareas utiliza el conteo uno a uno para verificar sus respuesta a lo subitizado.

En el nivel 5, Y desarrolla estrategias para los arreglos de cinco, teniendo en cuenta que el proceso lo realiza subitizando conceptualmente, usa esquemas mentales de 2-1-2, 4-1, 2-3 en cada uno de las clasificaciones fácil, medio y difícil de los arreglos para la tarea. Plasma estas estrategias aritméticas con ideas de adicción. En el episodio 1, está mediando con sus manos la explicación que da a la investigadora, esto a su vez significa que le está dando sentido a la tarea, además objetiva su conocimiento, ejecutando los arreglos con sus manos 2-1-2.

Episodio 1. Sujeto Y. Video 2, Tarea 7- 01:15 segundos.

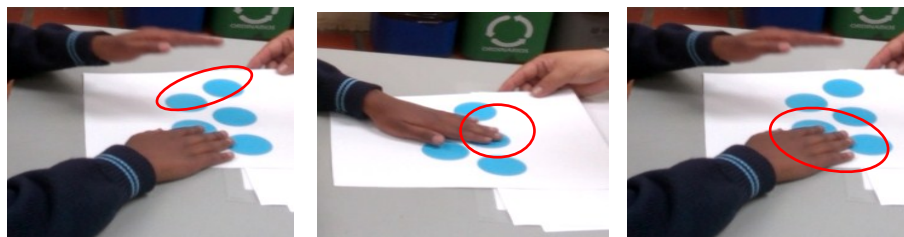
Arreglo fácil

R: ¿Cuántos ves?

Y: cinco

R: ¿Cómo los viste?

Y: dos ((señala con su mano izquierda dos puntos de la izquierda de la figura)) uno acá ((el punto del centro)) y dos acá ((señala con la mano sobre los otros dos de su derecha))



Y muestra la subitización conceptual que realiza a la tarjeta de arreglos de 5, cuando se le muestra, utiliza sus manos con la intención de demostrar la discriminación que realizó en el arreglo espacial que vio, el cual es 2-1-2; extiende primero su mano izquierda, cubriendo los puntos que aparecen en diagonal a ese lado y luego toca el punto del centro con esa misma mano, se evidencia que realiza su propia organización espacial de puntos, diferente a la que se muestra; los últimos puntos que toca, son los de su derecha que cubre con su mano derecha y termina su explicación.

Sus manos se convierten en un signo de representación (medio semiótico) que utiliza para objetivar su conocimiento matemático en la discriminación de arreglos que realiza. En este proceso, es necesario destacar que la elección de los signos no es neutra, ni independiente, pues dicha elección determina el destino en el cual se expresa el pensamiento, es decir, el destino de la comunicación Vergel (2014).

Ilustración 12. Subitización conceptual de cinco. Sujeto Y

Fuente: Creación propia, 2017

El nivel 6 para Y es su paso de la subitización perceptual a la conceptual, realizando discriminación de patrones en las tarjetas de objetos de cinco que se le presentan, explica cómo observa los arreglos y la combinación de patrones que subitizó; Y subitiza, verbaliza la nomina, cuantifica y consolida el tránsito a las estrategias aditivas.

Episodio 2. Video 1, Sujeto Y, Tarea 8- 00:31 segundos

R: ¡aquí! ((se muestra la tarjeta de los payasos por 1 seg.))

Y: cinco

R: ¿cómo supiste que había cinco? ¿Qué hiciste?

Y: porque vi acá que habían cuatro y aquí uno



La tarjeta de estas imágenes es más compleja que las otras, ya que su organización espacial, coloca unos payasos detrás de otros y estos entrelazan las piernas, payasos en posiciones 1,3,5.

Y responde inmediatamente, después de que se ha mostrado la tarjeta, la subitiza conceptualmente, señala con su dedo índice derecho los 4 primeros payasos de izquierda a derecha y luego el que sobra lo denomina 1, el señalamiento indexical muestra la dirección en la que realizó el agrupamiento y un patrón que utiliza para demostrar que supera la tarea y que la entendió.

*Ilustración 13.* Paso de la subitización perceptual a la conceptual, Sujeto Y

Fuente: Creación propia, 2017

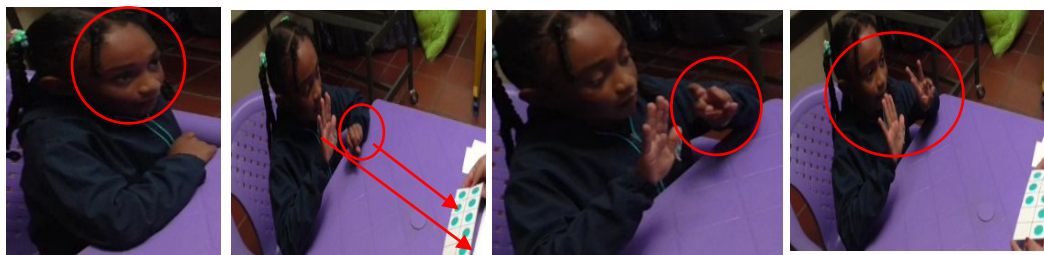
En este nivel 7, su complejidad es más notoria ya que debe realizar las abstracciones reconociendo los patrones 3-3, 3-3-2, 4-4-1 en las tarjetas hasta 9, cuantifica usando esquemas existentes, combinando los arreglos que se presentan, además de estructurar con la representación de los dedos lo que ve y entiende por numerosidad, se evidencia la subitización conceptual en la realización total de esta tarea; la complejidad de la tarea está en que la niña debe tener coordinación ente lo que subitiza, cuantifica, representa y adiciona a la vez.

**Episodio 3.** Video 5, Sujeto Y, Tarea 7- 00:40 segundos.

Teniendo en cuenta la instrucción para esta tarea, que es la de no decir verbalmente nada, sino tener que decir con la representación de los dedos ¿Cuántos puntos ves? Y responde según la transcripción lo siguiente:

R: ¿y aquí?

Y: 8 ((Y muestra su derecha primero con 5 dedos y luego la izquierda tratando de darle acomodación a tres, hasta que logra sujetar sus dedos en la mano derecha y colocar la posición 3))



En el episodio las imágenes que se muestran son organizadas de derecha a izquierda; donde la primera foto muestra la atención que Y coloca a la instrucción y con movimientos afirmativos de la cabeza da a entender que entiende lo que debe realizar. Muestra tranquilidad y serenidad la niña, al parecer entendió la información correctamente para ejecutar la tarea.

En la foto número 2, se le muestra la tarjeta de 8 puntos por 1 seg., la observa, pero no dice nada, al parecer organiza, sus manos de acuerdo con lo que subitizó, Y muestra primero su mano derecha extendida representando la fila de puntos de arriba, con su mano izquierda la tiene empuñada al parecer para los tres puntos restantes; en la foto 3 ella mira sus dedos, la tarjeta esta oculta, observa su mano izquierda y el cómo puede sujetar los dos dedos que le sobran para mostrar solo tres, en representación de la fila de abajo; utiliza sus dedos como patrones temporales de conteo, Clementes y Sarama (2015). Cuando da su respuesta se le coloca la tarjeta para verificar lo que subitizó.

Este medio muestra que cualquier parte de nuestro cuerpo puede ser utilizada como un medio semiótico, de percepción comprensión y representación *que emerge de un objetivo matemático*.

Ilustración 14. Representación deíctica de cantidad. Sujeto Y

Fuente: Creación propia, 2017

Para el nivel 8 y 9, Y realiza arreglos estructurados y cálculos mentales sofisticados para resolver las situaciones planteadas en las tareas de compras de la fiesta o piñata, estructura arreglos de 10 para dar sus respuestas, además están vinculados los procesos verbales de nominación (números), discriminación de arreglos y patrones, estrategias de saltos para determinar la cantidad para el proceso aditivo.

En el episodio siguiente, Y utiliza gestos; el lenguaje gestual como otros sistemas de signos puede organizar y formar expresiones similares a las expresiones fonéticas características del lenguaje verbal (Teodorsson, 1980), pero también realiza acciones cinestésicas con los dedos, como recursos para la comprensión que emerge de la tarea. Lo fundamental acá es entender cómo

los signos y los artefactos son usados por un sujeto en sus procesos de objetivación del saber, es decir que interesa comprender y explicar el papel que juega el recurso a los signos y las formas de significación en la toma de conciencia de los objetos culturales, también resulta crucial entender cómo los diferentes canales sensoriales y signos semióticos, como la lingüística, símbolos y gestos aportan al conocimiento.

Episodio 4. Video 7, Sujeto Y, Tarea 12- 00:58 segundos.

R: Te voy a entregar estas tarjetas vacías y estas fichas y nos vamos de compras...vamos a comprar 8 globos rojos y 9 globos azules.

Y: Debemos comprar...17 ((cuenta rápidamente en sus dedos y las manos cerradas, observando hacia un lado del salón))

R: ¿Cómo lo hiciste?

Y: Contando

R: ¿No utilizaste nada?

Y: No ((mueve la cabeza en negación de lado a lado))

Y: Ni las cartas, ni las fichas



Para este episodio la organización de las fotos es de izquierda a derecha, donde se muestra un trabajo diferente que Y realiza. La situación problema se explica en la transcripción del texto en el episodio y partiendo de allí, puedo analizar que la niña está operando en dos planos diferentes como lo dice Radford (2012) desde sus ideas, que sería el plano interno y el plano externo que se refiere al mundo o el exterior, material concreto, o su propio cuerpo y movimientos.

Cuando se le plantea la situación problema en la primera foto, Y con sus ojos mira hacia otro lugar, en este momento entraría en su plano interior, aparentemente *organizando sus ideas*; para *utilizar sus dedos como artefactos* del *proceso aditivo* que realiza en la foto dos; en la tercera foto está haciendo *conciencia* de la respuesta que va a dar. Respuesta que es correcta; y que en la foto cuatro, espera ser aprobada, y que mueve en forma triangular sus dedos (movimiento rítmico) McNeill (1985) siguiendo las ranuras de la mesa. Se muestra otro contexto que Y supera y realiza al parecer de manera fácil.

Lo anterior está relacionado en una nueva forma de pensar entre la mente, lo cognitivo y un contexto y lo que estudiantes realizan para dar respuesta a un objeto matemático, canales sensoriales y signos semióticos, Radford (2012).

Ilustración 15. Estrategias aditivas en situaciones problema. Sujeto Y




















Fuente: Creación propia, 2017

En estos niveles 9 y 10, Y se encuentra transitándolos, verbalizando las combinaciones de valor posicional de dieces y combinándolos con cincos, además del proceso aditivo con estrategias de cálculo mental sofisticadas, con ayuda de sus patrones de dedos, también posee un desarrollo y organización espacial cuando realiza las tareas en las tarjetas, y organiza las fichas en ellas.

Y reconoce las unidades y las decenas como el valor posicional que tienen los números en su estructura y organización del sistema de numeración, ella aun no puede definir y no reconoce el proceso aditivo como la base del multiplicativo, identifica la secuencia numérica y puede adicionar o sustraer según se le plantee.

**4.2.4 Rejilla de niveles de la TRAS de S.** En la rejilla de análisis se utiliza el 1 cuando se realiza esa acción dentro de la TRA, y cero 0 cuando no se cumple.

Tabla 16  
Rejilla TRAS de sujeto S

Actividad TRAS		PERCEPTUAL																		
Tar	Proceso vincula do	N1		N2			N3		N4		N5 – N6									
		fácil			medio			difícil												
Tarjeta objetos ¿Cuántos ves?																				
	Percepción	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
	Nomina (palabra número)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Discriminación arreglos													0	0	0	0	0	1	0



Tarjeta puntos subitización 1-5											
	Representación										
	Discriminación arreglos				1	1	1				
Actividad TRAS		Conceptual									
Tareas	Proceso vinculado	N7									
Tarjeta puntos ¿Cuántos puntos faltan para 10?											
	Nomina arreglos										1
	discrimina patrones	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Tarjetas puntos subitización conceptual											
	Representación										
Tarjetas arreglos 6-9											
	Percepción	1	0	1	1	1	0				
	Nomina	1	1	1	1	1	1				
	Discrimina patrones	1	1	1	1	1	1				
	cuantifica	1	1	1	1	1	1				
Tareas	Proceso vinculado	Nivel 8			Nivel 9			Nivel 10			
Situación		8+4	9+9	8+5	10+9=	9+6	9+9				

problemas aditivos	Nomina	1	1	1	1	1	1
Situación problemas aditivos	Estructura arreglos	0	0	1	0	1	1
	Discrimina (# arábigos)			1	1	1	1
	Estrategias	1	1	1	1	1	1
	Cuantifica	1	1	1	1	1	1

Fuente: Creación propia, 2017

S en los niveles 1, 2, 3, 4 realiza los procesos vinculados a la TRAS con conexiones entre la numerosidad y la cardinalidad de las colecciones, combinando los esquemas mentales de representación de cantidad de objetos con las respuestas de representación de sus manos, con un sistema de almacenamiento de la información sobre cantidad que le permite realizar las comparaciones de colecciones al subitizarlas.

Realiza asociaciones entre cantidades usando esquemas mentales de 3-2 y 1-4, combinándolos para formar colecciones hasta 5 y con ellas las etiquetas verbales para cada una, el usa estrategias de conteo para verificar las respuestas a lo subitizado.

Episodio 1. Video 2, Sujeto S, Tarea 7- 01:52 segundos.  
((se muestra la tarjeta 5 de la tarea arreglo difícil por 1 seg.))

R: ¿Esta?

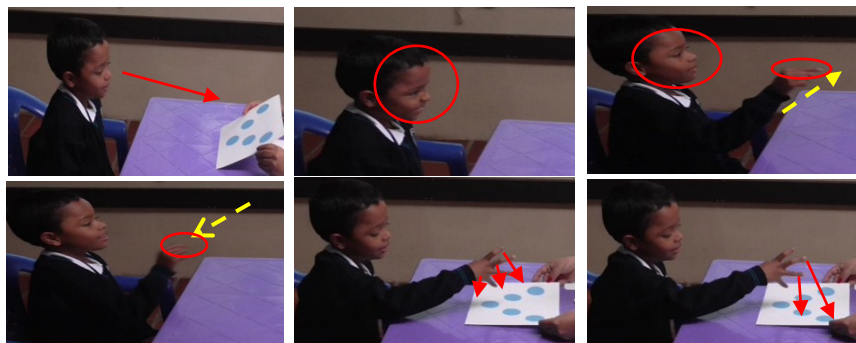
S: Cinco ((sonríe al responder))

R: ¿Por qué crees que es cinco?

S: Porque vi rápido ((señala en el aire haciendo la distribución espacial del arreglo de la tarjeta))

R: Vamos a mirar

S:1,2,3,4,5 ((cuenta con los dedos alternándolos))



En este episodio S subitiza la tarea, entrega una explicación más amplia, utilizando su mano derecha y sus dedos en forma indexical, además de tener un reconocimiento de su organización espacial para esta tarjeta de puntos. S en la foto 3 de arriba de izquierda a derecha, empieza el conteo 1, 2, 3 y en la foto 4 de abajo, de izquierda a derecha termina con 4 y 5, las flechas amarillas muestran las formas diagonales de la tarjeta y estas las hace en el aire.

Sus dedos se convierten en un signo de representación (medio semiótico) que utiliza para objetivar su conocimiento matemático en la discriminación de arreglos que está realizando.

En este episodio, también es pertinente el comentario de Vergel (2014) que la elección de los signos no es neutra, ni independiente, pues dicha elección determina el destino en el cual se expresa el pensamiento, es decir, el destino de la comunicación.

*Ilustración 16.* Subitización conceptual, arreglos de cinco. Sujeto S

Para el nivel 5, 6 y 7, S realiza proceso aditivo, reconociendo los patrones de dos en dos y combinando los arreglos que presenta para las tarjetas de objetos hasta 9, nomina sobre lo perceptuado; S tienen habilidades visuales que le permiten abstraer de un grupo de 9 o 10 objetos otros subgrupos que los puede cuantificar usando el existente. S asigna desde su construcción de conceptos, los atributos de numerosidad dados a cada tarjeta de puntos; visto como un todo, compuesta por varias partes a su vez.

Episodio 2. Video 3ª, Sujeto S, Tarea 9- 01:52 segundos.

R: ¡Acá!

S: nueve ((el niño mueve los ojos y la cabeza contando de dos en dos y uno))

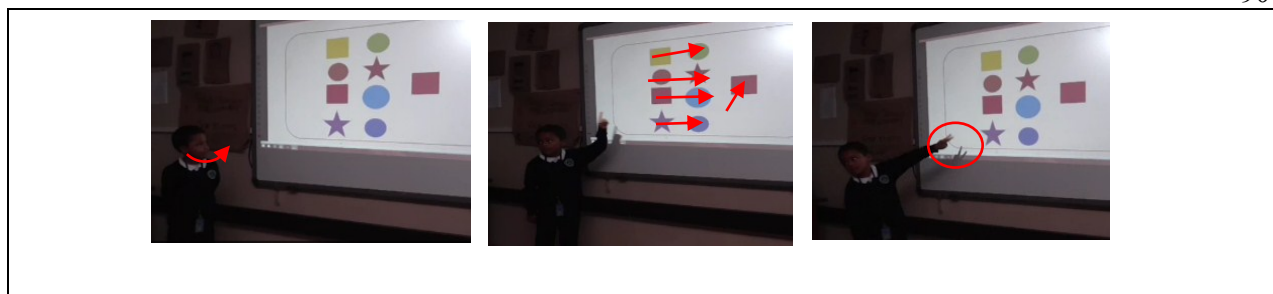
S: porque vi dos estrellas, una morada, dos círculos azules, un café, dos cuadrados rojos, un cuadrado amarillo

R: ¿Y que más viste, fuera de eso?..¿Cómo supiste que eren nueve?... ((la expresión facial de S denota que no entendió las preguntas))... ¿Qué tuviste que hacer?

S:conté las imágenes

R: ¿Me puedes decir como lo hiciste'

S: contando de dos en dos



En este episodio S subitiza la tarjeta realizando arreglos de 2 en 2, se evidencia la *domesticación del ojo* para realizar esta acción; su explicación es muy detallada reconociendo las figuras geométricas, por forma, colores y su nombre, puede definir como las subitizó y muestra indexicalmente que procedimiento siguió.

S reconoce los patrones de números como un todo (como unidad en si misma) y también como un compuesto de varias partes (unidades individuales); en este nivel ya es capaz de ver el número y los patrones del número como unidades de unidades.

*Ilustración 17.* Subitización conceptual arreglos hasta nueve. Sujeto S

Fuente: Creación propia, 2017

En los siguientes niveles 8, 9 y 10, S muestra un avance significativo en su proceso de TRAS usando un conocimiento explícito de dieces y cincos como arreglos del paso al proceso aditivo, reconoce las cantidades de objetos contado por grupos de la misma cantidad de objetos, esta en el desarrollo de estrategias mentales para dar respuestas a las situaciones problema. En las tareas que se le presentan.

Episodio 3. Video 6, Sujeto S. Tarea 12-00:50 segundos ((se explica la tarea de ir de compras y se le colocan en la mesa algunos manipulativos que puede utilizar, fichas matemáticas, tarjetas vacías con cuadros y tarjetas de signo más, menos e igual))

R: vamos a ir de comprar porque no encargaron unas cosas para la fiesta de Lina. Necesitamos 8 bombas azules y 4 de color rojo.

((S mueve la cabeza afirmativamente, demostrando que entiende la actividad))

S: Tocaría ocho de acá ((saca de la caja 8 fichas azules y las 4 rojas))

R: Listo, son tuyas

S: Silencio ((S toma las tarjetas de color rojo, con signos de suma resta e iguales))

R: ¿Qué más harías, explícame?

S: Pagar...

R: Tú irías a pagar... ¿Cómo pagarías?

S: Con billetes... ((Mira las tarjetas de signos y responde, las asume como billetes))

R: ¿Esos son billetes?

S: Billetes

R: No ¿Qué signo tienes ahí?

S: Una cruz

R: ¿Y esa cruz que significa?

S: De ambulancia

R: ¿Y qué más?

S: mmmmm...

R: Bueno y ya que tienes esto aquí, ¿qué harías con esto? ((se señalan las tarjetas vacías, ya que tiene desorganizada la mesa con las fichas))

S: ¿Con cuáles?

R: Con estas tarjetas ((se señalan nuevamente)) ¿Para qué piensas que son esas tarjetas?

S: Silencio ((S empieza a organizar las fichas en cada uno de los cuadros de las tarjetas))

R: ¿Entonces cuantas bombas tendrías que comprar? ¿Cuántos nos encargaron?

S: Ocho bombas azules y cuatro rojas

R: ¿Cuántas tienes que pagar en total?

S: Eeehhh... ((cómo sino entendiera la pregunta))

R: ¿Cuántas nos llevamos?

S: Doce ((cuenta las fichas de las tarjetas con sus ojos))

R: ¿Por qué sabes que son doce?

S: Conté

R: ¿Contaste qué?

S: Las fichas ((señala indexicalmente las fichas de las tarjetas))

R: ¿Pero ahí que estás haciendo?

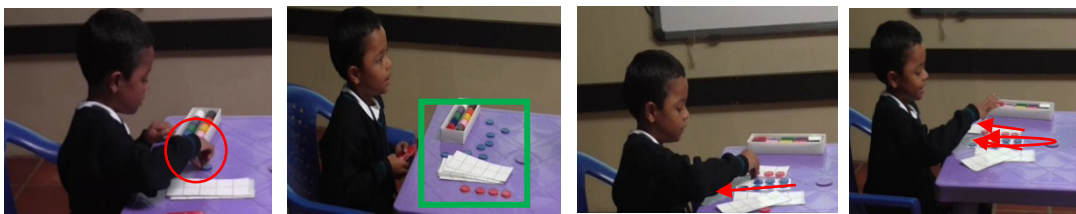
S: Las pague a mil

R: Pero ¿ahí que haces? cuando cuentas las bombas azules y las bombas rojas

S: Forman doce bombas

R: ¿Qué más pasa ahí?

S: Silencio... ((se pasa a la otra tarea, ya que el niño mira como si ya hubiese terminado para el))



Este episodio muestra construcción en subitización conceptual en proceso aditivo, transita por la THA de conteo verbal y conteo de objetos al mismo tiempo que la TRAS; en la foto 1 él está en silencio y busca las fichas según los colores, de las bombas, aunque se le indaga que haría con las tarjetas blancas con cuadros, se intuye que él las asemeja con la de los puntos azules y organiza muestra organización espacial en filas, las fichas para adición, pudiendo realizar en ellas subitización de dos en dos, así mismo, realiza señalamiento indexical para explicar cómo obtiene los resultados de la situación problema.

as en tercer orden

Espacialmente organiza en filas, pero no hace conexión entre la tarea y el signo de + y -

*Ilustración 18.* Situación problema, estrategias aditivas. Sujeto S.

Fuente: Creación propia, 2017

### 4.3 Análisis por niveles

Se encontró que respecto de las THAS y los niveles propuestos por Clements y Sarama (2015), la mayor frecuencia de las acciones en las tareas ejecutadas, fueron realizadas en la

subitización perceptual y conceptual en las TRAS de los niños J, S, Y, L que participaron en la investigación.

Surgen algunos interrogantes en la ejecución de las tareas de las trayectorias reales de los niños en la investigación, así como se plantearon en las THA de los investigadores Clements y Sarama (2015).

- **¿Los niños transitan por varios niveles de la THAS al mismo tiempo?**

En las investigaciones de Clements y Sarama (2015) es una afirmación y posibilidad que se presentan al ejecutar las trayectorias; según la ejecución de los procesos de subitización perceptual y conceptual mostrados en la TRAS de los niños, ellos posiblemente estén trabajando en tres niveles de progresión por edad y su previa escolaridad.

Los niveles de progresión no son los que enmarcan el saber, son los medios o los puntos de referencia que se tiene del aprendizaje del estudiante al momento de realizar sus producciones, igualmente, en la ejecución de la actividad de la trayectoria se hizo notoria los altibajos emocionales, las inseguridades y el cansancio de la jornada escolar (distracciones, los cuales pudieron mostrar bajo rendimiento al momento de ejecutar la tarea) sin embargo, en la ejecución de la trayectoria se muestran avances y desarrollo de habilidades de comunicación con un lenguaje matemático, verbal, cinestesia y gestual acordes a su edad, a sus experiencias y ambientes de aprendizaje de familia, escuela y contexto.

- **¿Qué sucede con los niños que no alcanzan el proceso de subitización?**

Debido a la naturaleza del proceso de subitización y la meta a cumplir en la trayectoria debe seguirse apuntalando el desarrollo de esta habilidad de los niños para subitizar números, con tareas que le permitan seguir construyendo desde lo perceptual a lo conceptual; tomando

tareas con patrones rítmicos y auditivos espaciales, además de una escritura numérica que refuerce el proceso, incluyendo el juego (manipulativos como cartas, bloque lógicos, concéntrese) como una estrategia en la enseñanza, todo ello para el desarrollo del sentido numérico.

- **¿Cómo los niveles de desarrollo de la trayectoria apoyan la enseñanza y el aprendizaje?**

Los niveles ayudan directamente a planificar las tareas instructivas al maestro para desarrollar la meta matemática de subitización, pero también aportan de manera directa a una evaluación en el niño del cómo está construyendo su proceso perceptual y si tiene avances al proceso conceptual al ejecutar las tareas, logrando así, una secuencia de actividades que apoya desde el currículo construcción de conocimiento y aplicando su saber, motivando a ver con otros ojos las matemáticas y su enseñanza.

- **¿Qué ha sucedido con el proceso de subitización en el currículo Colombiano?**

Según las investigaciones de Clements y Sarama (2015) los profesores en los Estados Unidos de Norteamérica vienen trabajando sobre la educación de calidad y esto ha permitido que los experimentos de enseñanza como las trayectorias y el proceso de subitización sean introducidos en el currículo desde edades tempranas (educación inicial) con buenos resultados.

Se hace necesario y de manera urgente evidenciar que este proceso es base fundamental para el desarrollo del sentido numérico, apoya los procesos de enseñanza y aprendizaje como un medio solidario entre el maestro y estudiante, se requiere implementarlo desde edades tempranas para alcanzar la educación de calidad que se pretende en nuestro contexto de la educación pública.





	L	Nomina arreglos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		discrimina patrones	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Y	Nomina arreglos	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
		discrimina patrones	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	S	Nomina arreglos	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		discrimina patrones	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Tarjetas puntos subitización conceptual	Proceso vinculado		T-5	T-6	T-7	T-8	T-9	T-10					
	J	Representación	0	0	0	0	0	0					
	L		1	1	1	1	1	1					
	Y		1	1	1	1	1	1					
	S		1	1	1	1	1	1					
Tarjetas arreglos 6-9	Procesos vinculados		T-6	T-8	T-7	T-9	T-9 CIR.	T-9 tri.cua					
	J	Percepción	0	0	0	0	0	0					
		Nomina	1	1	0	1	0	0					
		Discrimina patrones	0	0	0	0	0	0					
		cuantifica	1	1	1	1	1	1					
	L	Percepción	0	0	0	0	0	0					
		Nomina	1	1	1	1	1	1					
		Discrimina patrones	0	0	0	0	0	0					
		cuantifica	1	1	1	1	1	1					
	Y	Percepción	0	0	0	0	0	0					
		Nomina	1	1	1	1	1	1					
		Discrimina patrones	1	1	1	1	1	1					
		cuantifica	1	1	1	1	1	1					
	S	Percepción	1	0	1	1	1	0					
		Nomina	1	1	1	1	1	1					
		Discrimina patrones	1	1	1	1	1	1					
cuantifica		1	1	1	1	1	1						
Tareas	Proceso vinculado		Nivel 8			Nivel 9			Nivel 10				
Situaciones problemas en proceso aditivo	J	Nomina	1	1	0	0	0	0					
		Estr. arreglos	0	0	0	0	0	0					
		Discr. arábigos			0	0	0	0					
		Estrategias	0	0	0	0	0	0					
		Cuantifica	1	1	0	0	0	0					
	L	Nomina	1	1	1	1	1	1					
		Estr. arreglos	0	0	0	0	0	0					
		Discr. número arábigos			1	1	1	1					
		Estrategias	1	1	1	1	1	1					
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1					
	Y	Nomina	1	1	1	1	1	1					
		Discr. número arábigos			1	1	1	1					

		Estrategias	1	1	1	1	1	1
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1
	S	Nomina	1	1	1	1	1	1
		Estr. arreglos	0	0	1	0	1	1
		Discr. número arábigos			1	1	1	1
		Estrategias	1	1	1	1	1	1
		Cuantifica	1	1	1	1	1	1

## Capítulo 5. Conclusiones

Para las conclusiones de la presente investigación se dividen en tres grupos la primera con referencia a la pregunta de investigación a partir de los objetivos propuestos, enmarcados dentro de la Trayectorias Reales de Aprendizaje caracterizadas. Un segundo grupo, las reflexiones sobre los referentes conceptual y metodológico. Y como un tercer aporte, se sugieren algunos temas que pueden ser abordados para investigaciones futuras.

Teniendo como referente a pregunta de investigación ¿Qué registros semióticos emergen de los procesos de subitización perceptual y conceptual en niños de grado primero a través de una serie de tareas en el aula bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje? Se planteo un objetivo general Caracterizar la subitización perceptual y conceptual en niños de grado primero de la Institución Educativa Distrital Juan Lozano y Lozano, jornada de la mañana, a través de una serie de tareas en el aula bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje. El objetivo de la investigación nos condujo a:

- a. Realizar un estudio del arte sobre lo que son las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, en especial la de Subitización y su descripción, las metas matemáticas a partir de unas hipótesis relacionadas con los propósitos formulados en los documentos sobre Puntos Focales del currículo para las matemáticas de NCTM (2006) e investigaciones de Clmenst y Sarama (2015) teniendo hipótesis para niveles de desarrollo de la THAS, de actividades, que permiten promover la capacidad de subitizar números en los niños.
- b. el diseño de secuencia didáctica con adaptaciones de 5 actividades llamadas prototipo de las cuales se desglosaron algunas tareas que presentaron complejidad según

los niveles de ejecución en la trayectoria teniendo en cuenta a los criterios a las cantidades de objetos a subitizar y a la disposición espacial (arreglos) de los objetos del grupo subitizado.

Por otra parte, se realizaron algunos acercamientos a un grupo de estudiantes (prueba piloto) con presentaciones de Power Point con diferentes láminas de objetos, los cuales tuvieron que rediseñarse para estos primeros niveles, porque esta ayuda audiovisual no permitía explorar adecuadamente el proceso, además de no contar las garantías para su proyección por conectividad o disposición de las herramientas multimedia para el día de la sesión. Arrojando como resultado después de la indagación con los diez niños del grupo focal y la ejecución de cada tarea y colocando en juego el indicador de nivel, se evidenció la necesidad de observar retrospectivamente las tareas de la Trayectoria de subitización para los primeros niveles, lo que implicó contar con material concreto como la impresión de las tarjetas de objetos de tamaño visual adecuado que permitiera referenciar la percepción y la numerosidad en colecciones pequeñas.

- c. selección de procesos vinculados a la subitización para los niños de grado primero y los criterios para caracterización las TRAS de los niños. Con lo anterior el diseño de las rejillas para caracterizar las TRAS de los niños según los elementos propuesto en al investigación de Clements y Sarama (2015).

### **5.1 Trayectorias Reales de Aprendizaje de los estudiantes**

En el análisis de la TRAS realizados a las producciones de los estudiantes y tomadas de las THAS de Clements y Sarama se puede concluir que: los niños de la investigación han adquirido la habilidad para subitizar y se encuentran transitando en uno o dos niveles; los niveles permiten

observar que en la Trayectoria Real cada estudiante tiene una aprehensión diferente y se están movilizándolo entre los niveles 5 y 6 específicamente en el paso de lo perceptual a lo conceptual según sus producciones; los ambientes de aprendizaje enriquecidos desde edades tempranas favorecen la construcción de ideas matemáticas en el proceso de la subitización para el desarrollo del sentido numérico.

Así mismo, los niños están desarrollando una comprensión del significado del número y deben fortalecerse en trabajos, el diversificar las tareas de aula propician el buen desempeño en la subitización, para que ellos vayan creando sus propias estrategias, arreglos y estructuraciones para la subitización conceptual, este proceso es el mediador para el paso de conteo y el proceso aditivo.

Las reflexiones sobre los referentes conceptuales y metodológicos permitieron observar que los experimentos de enseñanza comprobaron las hipótesis sobre la trayectoria hipotética de subitización propuestas por Clements y Sarama, las cuales se validaron en los análisis de los datos obtenidos. Datos que se evidenciaron a través del uso de video grabaciones de niños de 6 y 7 años, encontrando algunas acciones y registros que hacen los niños para enfrentar la ejecución de las tareas de subitización y las posibles estrategias que usan.

Así mismo, en esta metodología las transcripciones de los videos y anotaciones que hace el investigador, y la relación entre hipótesis y registros que emergen permitió analizar cómo aumentan las habilidades en los niños para subitizar, qué estrategias usan, para llevar a cabo su aprendizaje. Pero al mismo tiempo para que el maestro pueda replantearse la enseñanza de las matemáticas a partir de edades tempranas apuntando al proceso subitizador como la base fundamental para el desarrollo del sentido numérico, colocando metodologías que permitan ver

de manera detallada los avances o retrocesos de los estudiantes en el aula de manera retrospectiva, creando ambientes de aprendizaje significativos y de alta calidad en la escuela pública.

Emerge un registro como lo es el uso del ojo como un órgano que apoya el proceso de subitización, órgano que es fundamental para el niño en la ejecución de sus tareas en los diferentes niveles de progresión de la trayectoria, para Max (1988) citado por vergel (2014) los niños hacen adaptaciones de diferentes partes del cuerpo para dar respuestas y comunicar su pensamiento matemático, es importante resaltar que estos movimientos son casi imperceptivos durante la ejecución de las tareas, para la investigadora solo pudieron evidenciarse de manera repetitiva al transcribir y analizar cada uno de los videos de los niños participantes.

Aparece el gesto como mediador entre la respuesta del niño y su comunicación verbal, que permite intuir que esta siendo entendida o es confusa la tarea, lo mismo sucede con el señalamiento indexical y la relación que ejerce al mostrar lo que vió. La mayoría de los niños en la totalidad de sus tareas hizo uso de las manos y sus dedos como el apoyo para subitizar validando así sus respuestas, utilizan sus manos como un recurso para validar su conocimiento y al mismo tiempo la relación de la comunicación verbal al dar sus respuestas, para MacNeill (1985) la utilización de las manos y los brazos acompañados de las palabras permiten que el estudiante de a conocer el conocimiento adquirido.

Al indagar por el gesto, se toma como una forma de comunicación, este se convierte en un auxiliador del maestro en el aula para entender como esta siendo impartida la enseñanza y como se esta comunicando el aprendizaje y conocimiento, Kendon (1980) establece que los niños

pueden sin palabras comunicar sus inquietudes y necesidades al presentar una producción matemática,

## **5.2 Sugerencias para futuras investigaciones**

Las sugerencias que pueden ser abordados por futuras investigaciones en relación con el presente trabajo de investigación sobre la caracterización de la trayectoria de subitización de los niños de grado primero son:

¿Qué otras tareas promueven la subitización en niños de grado primero?

¿Cómo la THA de conteo aporta al desarrollo del sentido numérico desde el grado segundo y tercero de la básica primaria?

¿Cómo se caracterizan las otras trayectorias del desarrollo del sentido numérico?

¿Qué otros procesos matemáticos pueden estar vinculados en la trayectoria de subitización?

¿Cómo se relaciona el gesto en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los primeros años de escolaridad?

La sugerencia primordial es formar a los maestros para entender y desarrollar los procesos de subitización en el aula, desde ciclo inicial y la básica primaria.

### Referencias

- Acosta, D. A. y Vasco, C. E. (2013). *Habilidades, competencias y experticias: Más allá del saber qué y el saber cómo*. Bogotá: Corporación Universitaria Unitec
- Alcaldía Mayor de Bogotá, Secretaría Distrital del Integración Social, Universidad Pedagógica Nacional, Secretaría de Educación Distrital. (2006). *Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito*. Bogotá: DVO Universal.
- Arzarello, F. & Edwards, L. (2005): Gesture and the construction of mathematical meaning, En: Chick, H. L. & Vincent, J. L. (eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Melbourne. PME*, pp. 123-154.
- Baroody, A. J. (1998). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor.
- Baroody, A. J., Lay, M. L. & Mix, K. S. (2005). *Changing views of Young children's numerical and arithmetical competencies*. Paper presented at the National Association for the Education of Young Children. Washington, D. C.
- Brizuela, B. (2000). Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños. En: Elichiry, N. (Comp.): *Aprendizaje de niños y maestros. Hacia la construcción del sujeto educativo*, Buenos Aires: Manantial.
- Bruno, A. (2000). Sentido Numérico. En: Martínón, A. *Las matemáticas del siglo XX*. Madrid: Libros y Ediciones.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Calderón, D. y León O. L. (2001). *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. Bogotá: Colciencias.
- Carper, D. V. (1942). Seeing Numbers as Groups in Primary-Grade Arithmetic. *Elementary School Journal*, N°43, pp. 166-70.
- Case, R. (1998). *A psychological model of number sense and its development*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego.



- Castaño, J. (2010). La matemática en los grados de transición y primero de Escuela Nueva. En: *Ministerio de Educación Nacional. (Ed.). Manual de Implementación Escuela Nueva. Bogotá: MEN.*
- Cerón, C. H. y Gutiérrez, L. V. (2013). *La construcción del concepto de número natural en Preescolar: una secuencia didáctica que involucra juegos con materiales manipulativos. (Tesis de Pregrado).* Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Área de Educación Matemática. Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática. Santiago de Cali.
- Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiment in educational research. *Educational Researcher, Vol. 32, N°1, pp. 9-13.*
- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En: *Kelly, A.E., Lesh, R.A. & Baek, J.Y. (Eds.), Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching, (pp. 68-95). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.*
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En: *Sawyer, R.K. (ed.). The Cambridge Handbook of the Learning Sciences, pp. 135-152. Nueva York: Cambridge University Press*
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad. El enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje.* Traducido por O.L. León Corredor, A.A. Lange, L.M. León y A. Toquica. Learning Tools LLC
- DBRC (The Design Based Research Collective) (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher, Vol. 32, N°1, pp. 5-8.*
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology, N°14, pp. 218-224*
- Douglass, H. R. (1925). The development of number concept in children of preschool and kindergarten ages. *Journal of Experimental Psychology, N°8, pp. 443-70.*

- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Fitzhugh, J. (1978). The role of subitizing and counting in the development of the young children's conception of small numbers. Ph. D, diss. *Abstract en Dissertation Abstracts International*. N°40, pp. 4521B-522B. *University microfilms no. 8006252*.
- Freeman, F. (1912). Grouped objects as a concrete basis for the number idea. *Elementary School Teacher*, N°8, pp. 306-14.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Godino, J., Font, V., Konic, P. & Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. En: J. M. Cardeñoso y M. Peñas. *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico*. Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Jefferson, G. (1984): Transcription Notation. En: J. Atkinson & J. Heritage (eds.). *Structures of Social Interaction*. New York: Cambridge University Press
- Jiménez, N. (2015). *Una Trayectoria de Aprendizaje de Subitización en niños y niñas de Educación Inicial. (Tesis de Maestría)*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- Kaufman, E. L. Lord, T.W. Reese y Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, Vol. 62, N°4, pp. 498-525
- Kendon, A. (1980). Gesticulation and speech: Two aspects of the process of the utterance. En: M. R. Key, *The relationship of verbal and nonverbal communication (pp. 207-227)*. England: Mouton.
- \_\_\_\_\_. (1987). *On Gesture: It's complementary relationship with speech*. Bloomington: Indiana Press
- Kelly, A. E., Baek, J. Y., Lesh, R. A. y Bannan-Ritland, B. (2008). Enabling innovations in education and systematizing their impact. En: Kelly, A.E., Lesh, R.A. y Baek, J.Y. (eds.). *Handbook of design*

*research in methods in education. Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching*, pp. 3-18. Nueva York: Routledge.

Kelly, A. E. & Lesh, R.A. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Klahr, D., y Wallace, J. G. (1976). *Desarrollo cognitivo: Un punto de vista de procesamiento de información*. Hillsdale, Nueva Jersey, Estados Unidos: Lawrence Erlbaum Associates.

Klein, A., & Starkey, P. (1988). Universals in the development of early arithmetic cognition. En: Saxe, G. & Gearhart, M. (Eds.), *Children: Mathematics*, (pp. 27-54). San Francisco: JosseyBass.

Lerner, D. (1997). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Buenos Aires: Aique.

León, O., Calderón, D. y Orjuela, M. (2009). *La relación lenguaje-matemáticas en la didáctica de los sistemas de numeración: aplicaciones en población sorda*. Curso dictado en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/761/1/larelacion.pdf>

León, O. L., Díaz, F. y Guilombo, M. (2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 7, N°2, pp. 9-28.

McNeill, D. (1985). ¿So you think gestures are nonverbal? *Psychological Review*, Vol. 92, N°3, pp. 350-371.

Miranda, I. (2009). *Objetivación de saberes científico-culturales relacionados con el movimiento lineal representado con gráficas cartesianas: una experiencia con estudiantes de bachillerato*. [Tesis Doctoral no publicada]. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México, D. F.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Imprenta Nacional

- \_\_\_\_\_. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. MEN. Bogotá.
- \_\_\_\_\_. (s.f.). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar!* Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, Vol. 29, N°1, pp. 75– 88*.
- Nieder, A. (2005). Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience, N°6, pp. 177-190*
- Radford L. (2015). Early Algebraic Thinking: Epistemological, Semiotic, and Developmental Issues. En: Cho S. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer, Cham
- Rico, L., Cañadas, M. C., Gutiérrez, J. F., Molina, M. y Segocia, I. (coords.). (2013). *Investigación en didáctica de la matemática. Homenaje a Encarnación Castro*. España: Comares
- Rodríguez, L. F. (2016). *Trayectoria hipotética de aprendizaje: aprendizaje de las operaciones suma y resta en aulas inclusivas con incorporación tecnológica*. (Informe final de investigación como opción de trabajo de grado para optar el Título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Facultad de Ciencias y Educación. Proyecto Curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Bogotá, D.C.
- Secretaría de Educación del Distrito. (2010). *Lineamiento pedagógico y curricular para la Educación Inicial en el Distrito*. Bogotá: Imprenta Nacional
- Simon, M. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 26, N°2, pp. 114- 145*.

- Simon, M. & Tzur, R. (2004) Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, N°6, pp. 91-104.
- Steffe, L., & Cobb, P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer-Verlag.
- Steffe, L. y Thompson, P.W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements, En: Kelly, A.E & Lesh, R.A. (eds). *Handbook of research design in mathematics and science Education*, pp 267-306. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Teodorsson, S.-T. (1980). Autonomy and linguistic status of nonspeech language forms. *Journal of Psycholinguistic Research*, Vol. 9, N°2, pp. 121-145.
- Von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: the role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de psychologie*, Vol. 50, N°194, pp. 191-218
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. (Tesis de Doctorado). Universidad Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.
- Wang, M., Resnick, L., & Boozer, R. (1971). The sequence of development of some early mathematics behaviors. *Child Development*, Vol. 42, N°6, pp. 1767-1778.
- Wynn, K. (1998). Psychological foundations of number: numerical competence in human infants. *Trends in cognitive sciences*, Vol. 2, N°8, pp. 296-303

## Apéndice A

Convenciones de transcripción de Jefferson<sup>1</sup>

SÍMBOLO	NOMBRE	USO
[ texto ]	Corchetes	Indica el principio y el final de solapamiento entre hablantes. Pienso que no [puedo] [no puedes] hacerlo
=	Signo de igual	Indica un cambio de turno sin interrupción. Quiero decir que= =que te tienes que marchar
(# de segundos)	Pausa	Un número entre paréntesis indica la duración, en segundos, de una pausa en el habla. (0.3) (2.3)
(.)	Micropausa	Una pausa breve, normalmente menos que 0.2 segundos
. o ↓	Punto o flecha hacia abajo	Preceden a una bajada marcada de entonación.
? o ↑	Signo de interrogación o flecha hacia arriba.	Precede a una subida marcada de entonación.
,	Coma	Indica una subida o bajada temporal en la entonación.
-	Gulón	Indica una finalización brusca o la interrupción brusca de una palabra o sonido. Claro-
<texto>	Símbolos de mayor que / menor que	Indica que el texto entre los símbolos se dijo de una forma más rápida de lo habitual para el hablante
<texto>	Símbolos de menor que / mayor que	Indica que el texto entre los símbolos se dijo de una forma más lenta de lo habitual para el hablante
~	Símbolo de graduación	Indica susurro o expresiones más silenciosas que el resto. Es que "no quería hacerlo"
<b>MAYÚSCULAS</b>	Texto en mayúsculas	Indica grito o expresiones más sonoras que el resto.
<u>subrayado</u>	Texto subrayado	Indica palabras o partes de palabras que son acentuadas por el hablante.
:::	Dos puntos(s)	Indican la prolongación del sonido inmediatamente anterior. Fantás:::tío

<sup>1</sup> Jeffersonian Transcription Notation as described in Jefferson, Gail (1984). On the organization of laughter in talk about troubles. In J. Maxwell Atkinson & John Heritage (Eds.), *Structures of Social Action: Studies in Conversation Analysis* (pp.345-369). Cambridge: Cambridge University Press.

## Apéndice B

## Transcripción del video de J

Nivel	Tarea	video	min: seg	Voces del niño e investigador
1	1	2	0:07	R: Me vas a decir ¿cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de dos balones)) J: Dos
			0:13	R: ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta con la pantera rosa)) J: Uno
2	2	2	1:48	R: ¡Y aquí! Jero ((se muestran la tarjeta de muñecas)) ((no alcanza a subitizar en 2 seg.)) R: ¿Alcanzaste? J: Dice con la cabeza... que no... ((Se le muestra nuevamente con 4 seg.)) R: ¿Cuántos? J: Tres ((dice de inmediato))
			2:16	R: ¡Ahora acá! ((se le muestra la tarjeta de tortugas ninja)) J: Dos
			2:20	R: ¡Y acá! ((se le muestra la tarjeta de corazón)) J: uno
3	3	1	0:21	((Se le muestra la tarjeta y se le da la indicación: que no debe hablar, sino que debe mostrar con los dedos, ¿cuántos puntos ve?)) R: ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de dos puntos)) J: Muestra dos dedos con su mano levantada ((el niño gira la cabeza y la mirada, dando la impresión de estar contando, uno a uno))
			0:30	((se muestra la tarjeta de un punto)) R: ¿Cuántos ves? J: Levanta la mano y muestra 1 dedo.
			0:54	R: ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de tres puntos)) J: muestra 3 dedos con la mano levantad.
	4	2	2:26	R: ¡Y acá! ((Se muestra la tarjeta de fresas)) J: Uno ((responde de inmediato))
4	5	1	3:23	((Se muestra la tarjeta de 4 puntos)) R: ¿Y esta? J: Muestra 4 dedos con su mano levantada R: Muy bien
			0:36	((Se muestra la tarjeta de 5 puntos)) R: ¿Cuántos ves? ((gira la cabeza hacia su derecha, como forma de conteo)) J: Muestra primero tres dedos... los observa y cambia luego a 4 dedos.
	6	2	0:20	R: ¿Cuántos ves? ((Se le muestra la tarjeta de 4 libros, por 2 seg.)) ((Jerónimo se queda en silencio)) R: ¿Alcanzaste a verlos? J: Dice que no ((con movimiento de cabeza)) R: ¿te los vuelvo a mostrar? ((se muestra nuevamente la tarjeta)) J: 4 ((dice inmediato)) R: ¿Cómo supiste que son cuatro?... Jero J: Los conté en silencio ((responde en voz muy baja)) R: Muéstrame... J: Queda en silencio y mira las tarjetas.... R: Sólo en silencio...muy bien.
		2	1:23	((Se muestra la tarjeta de gorras)) R: ¿Cuántos hay acá? ((Se muestra por 2 seg.)) R: ¿Alcanzaste a ver? J. Dice que no ((con la cabeza hace movimiento que no)) ((Se muestra la tarjeta nuevamente por 4 seg.)) R: ¡Nuevamente! J: Cuatro ((cuenta los objetos de las tarjetas, se observa el movimiento de labios))
5	7	5	0:40	((Se muestra la tarjeta de arreglo fácil puntos verticales))

	Arreglo Fácil			R: ¡Aquí! ¿Cuántos ves Jero? ((El niño se queda en silencio)) R: ¿Alcanzaste? J: Dice no con la cabeza R: ¿Te doy otro espacio? ((Se le muestra otra vez)) J: 6 ((cuenta en voz baja de 1,2, 3,4,5,6)) R: mira a ver J: cuenta deícticamente 1,2,3,4,5,6 R: vamos los dos de nuevo ((se le deja solo con la tarjeta)) J: 1,2,3,4, ((silencio)) 5. R: ¿Cuántos? J: 5 R: Muy bien
		5A	0:03	R: ¿cuántos ves? J:5
		5A	0:16	R: Acá ((se muestra la tarjeta)) ((El niño no alcanza a subitizar)) R: ¿alcanzaste? J: No. ((se muestra nuevamente la tarjeta)) J: 5 ((Jerónimo cuenta de abajo hacia arriba en forma circular, con la cabeza uno a uno los puntos)) R: Muéstrame como los.... J: Hace un círculo deícticamente desde la parte de abajo rodeando los puntos.
	7 Arreglo Medio	5A	0:40	R: ¿Este? ((Jerónimo empieza a contar uno a uno los puntos con la mirada y moviendo la cabeza)) J: 5 ((Responde en voz muy baja y se coloca los dedos en la boca))
		5A	0:56	R: ¿Y aquí? ((Se muestra la tarjeta y se retira como las anteriores a dos segundos)) J: solo mira R: ¿no alcanzaste? J: No ((dice con movimiento de la cabeza)) ((se muestra nuevamente la tarjeta)) J: 6 R: Vamos a mirarlo otra vez ((El niño realiza un movimiento diagonal como la posición de los puntos en la tarjeta)) R: ¿Hay 6? J: Sí ((afirma Jerónimo con la cabeza)) R: Mira a ver J: 5 ((Responde en voz muy baja)) R: ¿Cuántos? J: 5 R: Dime con la manito ((señala los puntos en diagonal contándolos uno a uno)) J: 5 R: Y muéstrame con tu manito cuantos te dieron ((muestra su mano con los 5 dedos abiertos))
		5	1:48	R: ¿cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de puntos arreglo de circulo por 2 segundos)) ((No alcanza a subitizar la tarjeta)) R: ¿alcanzaste a verlos? J: No ((Se muestra nuevamente)) J: 5 ((Cuenta de manera circular siguiendo la forma del arreglo uno a uno)) R: ¿Alcanzaste? J: 5 R: ¿Cómo los ves? ((Jerónimo realiza el movimiento deíctico de forma circular de izquierda derecha))
		7 Arreglo	5	0:10



	Difícil			<p>R: ¿Alcanzaste?  J: No (con movimiento de cabeza)  R: ¿De nuevo otra vez? ((se coloca en la mesa otra vez))  J: 4  R: ¿Cuántos?  J: 4  R: Vamos a verifica, mira.  J: 5 ((cuenta deícticamente con el dedo meñique uno a uno de abajo hacia arriba))</p>
			1:15	<p>((Se muestra la tarjeta))  R: ¿En este?  ((No alcanza a subitizar))  R: ¿Alcanzaste?  J: No ((con movimiento de cabeza))  R: ¿Otro poquito? ((se coloca nuevamente la tarjeta en la mesa))  J:5</p>
6	8	2	01:59	<p>((Se muestra la tarjeta de equipo de baloncesto))  R: ¡Y aquí Jero!  ((el niño se queda pensativo))  R: ¿Alcanzaste?  J: Dice que no... ((con la cabeza))  ((Se muestra nuevamente la tarjeta))  J: 6  R: vamos a mírala otra vez... ((se coloca en la mesa))  J: 5 ((cuenta de uno-uno deícticamente))</p>
	8	2	0:54	<p>((Se muestra la tarjeta de payasos))  R: ¿Cuántos hay acá?  J: 4  R: ¿Vuelvo y te la muestro? ((se le vuelve a mostrar la tarjeta))  R: ¿Ya?  J:4  R: Vamos a mirar más despacio...  J: Cuenta 1,2,3,4...4, 5 dice 5</p>
7	9	3	1:07	<p>R: ¿Aquí? ((se le coloca en la mesa la tarjeta de 6 estrellas))  J: 6 ((cuenta con la mirada rápido uno a uno siguiendo las diagonales con la cabeza y ojos, 1,2,3,4,5,6 diciendo en voz baja))</p>
			0:46	<p>R: ¿Cuántos ves ahí? ((se coloca en la mesa la tarjeta de 8 figuras de círculo y estrellas))  ((Jerónimo colocó rápidamente los dedos sobre la tarjeta y empezó a contar deícticamente y con voz baja 1,2,3,4... pausa. Pero decidió quitar la mano porque perdió la cuenta, y volvió al movimiento de cabeza y ojos para el conteo, 1,2,3,4,5,6,7,8))  J: ocho</p>
			1:05	<p>((Se coloca la tarjeta de 7 de soles en la mesa))  R: ¿Cuántos ves acá?  R: ¿Alcanzaste? ((Se trata de retirar la tarjeta))  J: Diez ((Jerónimo responde y se nota que al conteo en voz baja se salta de números... 1,4,6,... - pausa - 8,9,10))  R: Vamos a mirarlos  ((Jerónimo empieza a contar en la tarjeta primero los soles 1,2,3,4,5,6...pausa))  R: ¿Qué pasó? Vamos fuerte...  ((Vuelve a contarlos en voz alta y deícticamente uno a uno))  J: siete</p>
			0:10	<p>R: Me vas a decir ¿Cuántos ves?  ((Se muestra la tarjeta de figuras geométricas de 9, por 2 segundos y se trata de retirar))  R: ¿Alcanzaste?  J: No ((él no lo hace con la cabeza))  J: Once</p>

				<p>R: ¿Once?  J: 1,2,3,4,5,6,7,8,... ((pausa)) 9  R: ¿Cuántos?  J: 9</p>
			1:46	<p>R: ¿Y aquí? ((Se muestra la tarjeta de 9 puntos en arreglo circular))  ((Jerónimo cuenta rápido con la mirada uno a uno, siguiendo la forma del círculo, con la mirada y la cabeza...1,2,3,4,5,6... ))  R: ¿Alcanzaste?  J: Cinco  R: Vamos a contarlos dos ((empieza el niño a contar de nuevo  1,2,3,4,5...pausa ...6,8,9,10))  R: Volvamos hacerlo, dale otra vez.  J: Nueve ((1,2,3,4,5,6,7,8,9, cuenta deicticamente uno a uno))</p>
	10	4	1:18	<p>((Consigna, vas a decir ¿cuántos faltan para completar diez?)) ((se muestra la tarjeta de 1 punto azul))  R: ¿Cuántos faltan para completar diez?  J: Cuatro y cinco ((mira la tarjeta, pero se demora unos segundos, se coloca ansioso para responder, se mueve mucho en la silla))</p>
			2:06	<p>R: ¿Cuántos falta para completar diez? ((se muestra la tarjeta de dos puntos azules))  ((Jerónimo empieza a mirar a otro lado a fijar la mirada, muy pensativo))  R: ¿Cuántos falta para completar diez?  ((se toma los dedos y hace como si contara))  J: Nueve</p>
			0:54	<p>R: ¿Cuántos falta para completar diez? ((se muestra la tarjeta de 3 puntos azules))  J: Cuatro  R: Muéstrame como es el cuatro.  J: Cuatro ((muestra la mano con cuatro dedos)).  R: ¿Faltan esos puntos para ahí?  J: Sí ((moviendo la cabeza afirmativamente))</p>
			0:08	<p>R: Jero... tú me vas a decir ¿cuántos puntos faltan para completar diez? ((se muestra la tarjeta de 4 puntos azules))  Me muestras con dedos, me dices como tú quieras cuantos faltan para diez.  J:5</p>
			4:43	<p>R: ¿Cuántos puntos faltan para completar diez? ((se muestra la tarjeta de 5 puntos azules))  J: Nueve ((cuenta en la tarjeta en voz baja 1,2,3,4,5... pausa...dice nueve))</p>
			4:20	<p>((se muestra la tarjeta de 6 puntos azules))  R: ¿Cuántos azules te faltan?  J: Nueve</p>
			3:27	<p>((Se muestra la tarjeta de 7 puntos azules))  R: ¿cuantos puntitos azules te faltan para completar diez?  J: Nueve  R: ¿Cuántos?  J: Nueve</p>
			3:47	<p>((Se muestra la tarjeta de 8 puntos azules))  R: ¿Cuántos puntitos te faltan para completar diez?  J: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,...pausa...9 ((este conteo lo hace en voz muy baja, pero no responde se queda mirando, como si no entendiera lo que hace))</p>
			2:49	<p>((Se muestra la tarjeta de 9 puntos azules))  R: ¿Cuántos puntos azules faltan para completar diez?  J: Nueve  R: ¿Cuántos?  J: Nueve</p>
			0:31	<p>((Se muestra la tarjeta de 10 puntos azules))  R: ¿Aquí? ¿Cuántos faltan para diez?  ((silencio de Jerónimo, no responde y solo observa la tarjeta, pero no entiende la pregunta))  R: ¿Falta alguno para completar diez? ((se le cambia la pregunta para ver si</p>

				encuentra la estrategia para la respuesta) J: No responde ((silencio por varios minutos))
	11	1	0:38	((La consigna para esta tarea es decir con los dedos ¿cuántos puntos ve? En la tarjeta, sin decir ninguna palabra)) ((Se muestra la tarjeta de 5 puntos)) R: ¿cuántos ves? J: Muestra 3 dedos
			1:02	((Se muestra la tarjeta de 6 puntos)) R: ¿Cuántos ves? J: Muestra 4 dedos
			1:47	((Se muestra la tarjeta de 7 puntos)) R: ¿Cuantos hay? ((Se observa que el niño cuenta los puntos en las tarjetas, con la mirada y el movimiento de cabeza)) J: Muestra en una mano 3 dedos y en la otra mano 4 dedos.
			1:24	((Se muestra la tarjeta de 8 puntos)) R: ¿cuántos hay? J: muestra las dos manos, 10 dedos.
			3:05	((se muestra la tarjeta de 9 puntos)) R: ¿y aquí? J: muestra las dos manos, 10 dedos.
			2:35	((Se le muestra la tarjeta de 10 puntos)) R: ¿Cuántos puntos hay? J: Muestra las dos manos, con sus 10 dedos.
8	12	6A	0:06	((Se le plantea la situación de compras para la fiesta 4 +2 globos)) R: Cuatro más dos, ¿Qué tarjetas tienes que buscar? ((Jerónimo empieza a buscar en todas las tarjetas y contando los puntos uno a uno, hasta hallar el cuatro)) J: 1,2,3,4 (solo coloca en la mesa la tarjeta)) R: más dos. ((sigue buscando en cada una de las tarjetas el número indicado)) R: ¿Qué ficha tienes que buscar? J: ((coloca la tarjeta de dos puntos en la mesa)) R: ¿Cuánto tienes en total? J: 5 R: Observa las tarjetas. ((vuelve a contar en voz baja)) J: 6 ((cuenta 1,2,3,4...5,6))
			1:47	R: Vamos a sumar cinco más tres; 5 dulces y después te regalan tres. ((Jerónimo empieza a buscar las tarjetas y cuenta de uno en uno los puntos)) coloca la tarjeta 5 sobre la mesa)) R: Cinco más tres dulces ((sigue buscando la tarjeta)) J: ((está en silencio)) ((saca la tarjeta y la muestra en la mesa)) R: ¿Cuantos puntos tienes? J: 1,2, 3... (empieza a contar y se pierde en el cuatro, esto lo realiza en voz baja)) R: Duro J:1,2,3... 4, 5... 6,7,8 ((se queda pensativo cuando cambia de tarjeta para adicionar la otra en el conteo 4))
9	13	7	0:18	((Proceso aditivo)) R: Tu mamá te regala 3 lápices y la profe Ana María 4 lápices. ¿Cuántos lápices tienes en total? ((Jerónimo empieza a buscar en las tarjetas de puntos y saca la de tres puntos y la coloca encima de la mesa)) ((Sigue buscando en las otras de números arábigos, se deja un tiempo prudencial para preguntar)) R: ¿estos qué son? ((señalo las tarjetas de los números arábigos)) J: Son los números R: ¿Qué son estos? ((señalando la tarjeta de tres puntos)) J: punticos R: ¿Que buscas?

				J: Los números ((la actividad se termina allí porque el niño muestra mucha ansiedad se mueve del puesto, se para y pasa las tarjetas sin mirar ni contarlas))
10	14			No alcanza a este nivel.

## Apéndice C

## Transcripción del video de L

Nivel	Tarea	video	min: seg	Voces del niño e investigador
1	1	1	02:29	((Se le muestra la tarjeta de corazones con la consigna ¿cuántos ves?)) R: Te voy a mostrar las tarjetas y tú me dices ¿Cuántos ves? L: os ((responde de inmediato))
			02:33	((se le muestra la tarjeta de la pantera rosa)) R: ¿Acá? L: Uno ((Responde muy tranquila))
2	2	1	01:30	((Se le muestra la tarjeta tortugas ninjas)) R: ¡Aquí! L: Dos ((responde de inmediato))
			02:33	((Se le muestra la tarjeta de la pantera rosa)) R: ¿Acá? L: Uno ((Responde muy tranquila))
			01:25	((Se le muestra la tarjeta de las muñecas)) R: ¿Cuántos ves? L: Tres ((Responde inmediato))
3	3	5	00:20	((Con la consigna ¿cuántos puntos ves?, pero los muestras con las manos y con los dedos)) ((se muestra la tarjeta de dos puntos)) R: ¿Cuántos ves? L: 2 ((muestra la mano derecha con dos dedos levantados de inmediato))
			5	00:30
		5	00:33	((Se muestra la tarjeta de tres puntos)) L:3 ((muestra su mano derecha con tres dedos))
	4	1	01:25	((se le muestra la tarjeta de las muñecas)) R: ¿Cuántos ves? L: tres ((Responde inmediato))
4	5	5	01:01	((Se muestra la tarjeta de cuatro puntos)) L: 4 ((responde con la mano derecha coloca cuatro dedos))
			5	00:49
	6	1	02:37	((Se muestra la tarjeta de las gorras)) R: ¡Acá! L: Cuatro ((responde de inmediato))
			1	02:24
5	>C	2	01:22	R: Te voy a mostrar otras tarjetas, pero tienes que estar muy pendiente de lo que ves. R: ¿Aquí? L: Cinco
			2	00:09
		2	00:42	R: ¿Aquí? L: Cinco ((responde muy segura))

	7 Arreglo Medio	2	00:59	R: ¿Aquí? ((se muestra la tarjeta por cuatro segundos)) L: Cinco ((responde muy segura))
		2	00:47	R: ¿Aquí? Se muestra la tarjeta por 3 segundos) ((a Lina le da risa nerviosa antes de responder)) R: ¿Cuánto? L: cinco
		2	01:22	((Se muestra la tarjeta y la niña de inmediato lanza la mano y cuenta deícticamente sobre ella)) L: Cinco
	7 Arreglo Difícil	2	01:18	((Se muestra la tarjeta)) L: Cinco ((de inmediato cuenta con los dedos sobre la tarjeta y se sienta tranquila cuando los hace))
			01:10	R: ¿Y aquí? ((se muestra la tarjeta y la niña comienza a contar uno a uno sobre la tarjeta con el dedo)) L: Cinco
6	8	1	00:08	((Se muestra la tarjeta de los jugadores)) R: ¿Cuántos ves? ((se nota la expresión de la niña que no alcanza a ver)) R: ¿Alcanzaste a ver? ¿Cuántos? L: Sí, cuatro R: Cuatro viste ((se muestra la tarjeta nuevamente)) L: Cinco R: ¿Cómo los viste? L: Lo vi con mis ojos y colocando atención. R: ¿Qué hiciste tú para ver esos 5? L: Con mis ojos y decía el número
		1	01:33	((Se muestra la tarjeta de payasos)) R: ¡Aquí! L: Cinco R: Muéstrame ((cruza los brazos de nervios)) L: Silencio ((no responde))
7	9	3	00:07	((Se muestra la tarjeta y se da la instrucción de que pasaran muy rápido)) R: ¿Cuántos ves? ... ¿si pudiste ver? ¿Te la pongo otra vez? L: Siete ((contesta sonriendo)) ((se le muestra nuevamente la tarjeta)) L: Seis ((cuenta deícticamente uno a uno))
			00:35	R: ¡Y aquí! L: Ocho ((cuenta con la cabeza)) R: ¿Cómo contaste los ocho? L: Con las manos y los deditos ((señala con el dedo cada figura))
			01:14	((Se muestra la tarjeta y no alcanza a subitizar se muestra de nuevo)) L: Siete ((responde en voz baja, después de contar uno a uno))
		01:41	((Se muestra la tarjeta de 9)) R: ¿Cuántos hay? L: Nueve ((Lina toma la tarjeta y cuenta uno a uno))	
		01:31	((Se muestra la tarjeta)) L: Nueve ((empieza a contar deícticamente)) R: ¿Cuántos? L: Nueve	
		01:52	R: ¿Y aquí? L: Nueve ((cuenta deícticamente muy rápido))	
		10	4	02:00
	02:18			R: ¿Y acá? L: Ocho ((cuenta rápidamente con el dedo))
00:28	R: ¿Cuántos faltan para 10?			

			<p>L: ((silencio)) ((señala los puntos azules como preguntándose ¿esos son?))  R: ¿Cuántos faltan para completar 10 puntos?... ¿Cómo hacemos para saber cuántos puntos hacen falta para el 10?  L: Para el diez... ((se queda pensativa))  L: Contar.... Con las manitas y para saber cuántos y completar 10.  R: Por eso y entonces.... ¿Cuántos puntos nos faltan en esa tarjeta?  L: Siete ((cuenta los espacios vacíos, deícticamente))</p>
			<p>02:29 R: ¿Y acá?  L: Seis ((cuenta uno a uno))</p>
			<p>02:40 R: ¿Y acá?  L: Cinco  R: ¿Cómo sabes que es cinco?  L: Para contar con las manos y sé que es cinco y son los que no tienen circulitos y entonces para saber que número es.</p>
			<p>03:03 R: ¿Y aquí?  L: Cuatro.... ((suspira))</p>
			<p>02:25 R: ¿Y acá?  L: tres</p>
			<p>02:36 R: ¿Y acá?  L: Dos</p>
			<p>02:13 R: ¿Y acá?  L: Uno</p>
			<p>00:16 ((Es la primera tarjeta que se muestra, con la consigna de ¿Cuántos faltan para el 10?  R:</p>
	11	5	<p>00:49 ((Se muestra la tarjeta de 5 puntos))  R: ¡Aquí!  L: 5 ((Aprieta los labios y muestra de inmediato la mano izquierda con los 5 dedos extendidos))</p>
			<p>00:39 ((Se muestra la tarjeta de 6 puntos))  L:... ((La niña suspira y extiende las manos sobre la mesa, la observa))  L: 6 ((Levanta la mano derecha solo 1 dedo y de la izquierda 5))</p>
			<p>01:04 ((se muestra la tarjeta de 7 puntos))  L: 8 ((levanta de la mano derecha 3 dedos y de la izquierda 5)) ((se muestra en dos ocasiones en segundos diferentes esta tarjeta y ella coloca los dedos en la misma posición))</p>
			<p>00:54 ((se muestra la tarjeta de 8 puntos))  L: 8 ((Lina se demora en acomodar los dedos de la mano derecha y levanta 3; tiene la mano izquierda levantada con los 5 dedos))</p>
			<p>00:25 ((tarjeta de 9 puntos))  R: ¿Cuántos ves?  L: 9 ((muestra con la mano derecha 4 y mano izquierda 5))</p>
			<p>00:36 ((Se muestra la tarjeta de 10 puntos))  L: 10 ((responde con sus manos de inmediato con los dedos extendidos))</p>
8	12	6	<p>00:33 ((se tiene en la mesa unas fichas matemáticas, tarjetas con los números arábigo y tarjetas como la de los puntos azules en blanco))  ((se plantea la situación problema de compras para la piñata))  R: nos vamos de compras para realizar una piñata y necesitamos 9 globos azules <i>más</i> 8 rojos.  ¿Qué tenemos que hacer?  L: mmm... busco el número y el color.  R: ¿Cómo sabes que hay número?  L: mmm.... Como el cinco  R: ¿Cuáles son los números?  ((La niña se dirige a tomar las cartas de los arábigo))  L: El nueve  R: ¿Cuáles son?</p>

				<p>L: mmm... ((observa la caja de las fichas de colores))  R: No importa.... No te fíjes en los colores  L: Nueve ...  R: Listo vamos de compras  L: Compro 8 globos... ((En voz muy baja)) compro 9 globos rojos para unos amigos que se los llevan para la casa.  ((saca el número 9 de las tarjetas de arábigos y 9 fichas de la caja... se queda pensativa))  R: ¿dónde están los ocho globos?  ((Lina saca el número 8 de las tarjetas))  L: Nueve... nueve <b>más</b> ocho.... Diez... diecisiete ((cuenta en los dedos por debajo de la mesa))</p>
			02:33	<p>R: ahora seguimos de comprar.... Vamos a comprar nueve platos <b>más</b> nueve vasos para la torta y la gaseosa.  L: mmm... se ríe...  R: ¿Qué vas a hacer?  L: Nueve platos...  R: Nueve platos y nueve vasos ¿Cuántos tendríamos?  L: Dieciocho  R: ¿Cómo supiste?  L: eehh...hay...(suspira)  R: ¿Cómo sabes que son dieciocho? Lo hiciste muy rápido  L: Nueve más nueve, yo aprendo en casa con mis dedos nueve más nueve y para el colegio que aprender.</p>
9	13	7	00:14	<p>R: Lina faltaron las cucharas y los tenedores...nos vamos de comprar diez tenedores más ocho cucharas.  ((Lina saca los numero 10 y 8 de las tarjetas; saca y cuenta las fichas))  L: Ocho... y los tenedores....  R: ¿Cuántos tenemos en total?  L: Dieciocho ((cuenta una a una las fichas))</p>
			01:38	<p>((Se toman las tarjetas en blanco como el diseño de las de puntos azules y algunas fichas))  R: Te voy a colocar unas fichas acá, me vas a decir cuántas hay.  L: Cuatro  R: Más estas (2)  L: Seis  R: Más estas (3)  L: Nueve  R: Más dos  L: Once  R: ¿Cómo sabes que son once?  L: Para mirar y coger fichas y para contar en los dedos.  R: Más estas dos  L: Trece ((señala las fichas con el dedo des el aire))  R: Y esta (1)  L: Catorce  R: Estas (2)  L: Dieciséis  R: Y esta (1)  L: Diecisiete  R: ¿Dónde estará el diecisiete?  L: ¡Aquí! ((señala el número 17 en la recta numérica))  R: Será que en estas...((señala las tarjetas de arábigos))  ((Lina busca y arma el número 17))  L: No hay diecisiete  R: ¿Qué hiciste ahí?  L: Saque el 1 y el 7 y forme el 17</p>
10	14	7	04:34	<p>((Con las fichas y las tarjetas en blanco con las divisiones de casillas como la de los puntos se continua la actividad))  R: Si yo te dejo estos acá (6) y estos acá (5) ¿Cuántos nos da?  L: Once ((cuenta uno a uno))</p>



			<p>R: ¿Dónde estará el once?          ((Lina toma las tarjetas número y empieza a buscar dos 1 y arma el número 11))</p>
		05:13	<p>R: Si te pongo estas (4) y estas (4) ((se colocan en cada tarjeta 4 fichas))          L: eeehh... diecinueve</p>
		05:18	<p>R: Más estas (4)          L: Veinte          ¿Cómo sabes que son veinte?          L: En mi casa yo enseñe a aprender a numerar con mis dedos          R: Y aquí... ((señala las tarjetas con las fichas)) ¿Cómo ves esto?.. ¿Cuántos ves acá?          L: Diez          R: Y aquí          L: Diez          R: Como sería el veinte          ((Toma las tarjetas número y busca el 20))          L: No hay cero          R: ¿Dónde ves un veinte?          L: Veinte ((señala la recta numérica))</p>

## Apéndice D

## Transcripción del video de Y

Nivel	Tarea	video	min: seg	Voces del niño e investigador
1	1	1	00:18	((Se muestra la tarjeta de corazones)) R: Tú vas a decir ¿Cuántos ves? Y: Dos ((responde de inmediato))
			00:14	R: Aquí ((se muestra la tarjeta de la pantera rosa)) Y: Uno ((responde de inmediato))
2	2	1	00:44	R: Aquí ((se muestra la tarjeta de las tortugas)) Y: Dos
			00:14	R: Aquí ((se muestra la tarjeta de la pantera rosa)) Y: Uno ((responde de inmediato))
			00:47	((Se muestra la tarjeta de tres muñecas)) R: ¿Y aquí? Y: Tres
3	3	5	01:02	R: Te voy a mostrar unas tarjetas y tú me vas a decir, solo con los dedos ¿Cuántos ves? ¿Cuántos hay? ((Se muestra la tarjeta de dos puntos)) Y: 2 ((levanta la mano con sus dos dedos rápidamente))
			01:16	((Se muestra la tarjeta de un punto)) Y: 1
			01:19	((Se muestra la tarjeta de tres puntos)) Y: 3
	4	1	00:47	((Se muestra la tarjeta de tres muñecas)) R: ¿Y aquí? Y: Tres
4	5	5	00:50	((Se muestra la tarjeta cuatro)) R: Aquí Y: 4
			00:32	((Se muestra la tarjeta cinco)) Y: 5
	6	1	00:10	R: Me vas a decir ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta de cuatro gorras)) Y: Cuatro
			00:20	R: ¿Y aquí? ((se muestra la tarjeta de cuatro libros)) Y: Cuatro
5	7 Arreglo Fácil	2	01:52	((Se muestran las tarjetas de arreglos de cinco)) R: ¿Y en este? Y: No alcance a ver ((se muestra la tarjeta otra vez)) Y: Cinco
			01:15	R: ¿Cuántos ves? Y: Cinco R: ¿Cómo los viste? Y: Dos ((señala con su mano izquierda dos puntos de la izquierda de la figura)) uno acá ((el punto del centro)) y dos acá ((señala con la mano sobre los otros dos de su derecha))
			01:36	R: ¿Cuántos ves? Y: Cinco ((responde de inmediato)) R: ¿Cómo los ves? Y: Porque yo sé que cuando acá hay 1 acá, 1 acá, 1 acá, 1 acá y queda 1 acá hay cinco ((señala cada uno de los puntos con la mano derecha e izquierda, explicando la posición de abajo hacia arriba))
	7 Arreglo Medio	2	00:56	R: Seguimos con las tarjetas ¿Cuántos ves? Y: Seis R: ¿Seis?... ira a ver ((se muestra de nuevo la tarjeta)) Y: Cinco R: ¿Por qué viste seis?

				Y: Porque pensé que había otro acá ((señala los dos puntos)) y los otros acá ((Señala los otros tres puntos))	
		2	01:46	R: ¿Y este? Y: Cinco	
		2	00:33	R: ¿Cuántos ves? Y: Cinco R: ¿Como los ves? Y: Este para acá ((muestra un punto hacia abajo)) y este para acá ((muestra el grupo de dos puntos de su izquierda y el otro de su derecha con las respectivas manos)) ...aquí hay dos, dos, uno...cinco	
		7 Arreglo Difícil	2	00:02	R: ¿Cuántos ves acá Y? Y: Cinco R: ¿Cómo los ves? Y: Porque aquí hay una fila, uno para halla y el otro para acá ((señala la fila de tres y el de uno a la derecha y el otro a su izquierda))
				00:14	R: ¿Cuántos ves? Y: Cinco R: ¿Cómo los ves? Y: Aquí hay una fila de tres y aquí una fila de dos
6	8	1	00:50	((Se muestra la tarjeta de los basquetbolistas)) R: Y aquí Y: Cinco R: Explicame como los viste Y: Como aquí también hay cuatro y aquí otro más	
			00:31	R: ¡Aquí! ((se muestra la tarjeta de los payasos)) Y: Cinco R: ¿Cómo supiste que había cinco? ¿Qué hiciste? Y: Porque vi acá que habían cuatro y aquí uno	
7	9	3	02:32	((Se muestra la tarjeta de estrellas)) Y: Seis...porque aquí hay tres y tres son seis	
			02:15	R: Aquí ((se muestra la tarjeta de nuevo porque no alcanza a verla)) Y: Ocho R: ¿Por qué? Y: Porque aquí hay tres y tres y acá dos	
			01:51	R: Acá ((se muestra la tarjeta por 3 segundos y se retira)) ¿alcanzaste? ((la niña mueve la cabeza en forma negativa)) ((se muestra nuevamente)) Y: Ya siete ((cuenta por filas con los ojos)) R: ¿Siete? Y: Porque hay tres, tres ((señala las filas)) son seis con una	
			00:42	R: ¿Aquí cuantos ves? ¿Alcanzaste a verla? Y: No ((se le muestra de nuevo la tarjeta)) Y: Nueve R: ¿Cómo supiste que eran nueve hay? Y: Porque hay cuatro y cuatro aquí... Y este ((señala la figura que está sola))	
			01:14	R: ¿Cuántos ves? ((se retira la tarjeta después de tres segundos)) ¿alcanzaste a verla? Y: No ((se muestra de nuevo)) Y: Diez R: Vamos a mirar Y: aaahhh no... nueve ¿cómo hiciste para mirar esos nueve? Y: Porque aquí hay cuatro y acá cuatro y queda uno	
			00:11	R: Me vas a decir ¿Cuántos ves? ((se muestra la tarjeta solo por tres segundos)) ¿Alcanzaste a ver? Y: Ocho ((mueve la cabeza afirmativamente)) ((se muestra la tarjeta de nuevo)) Y: Si R: ¿Cómo viste los ocho? Y: aahhii no... son nueve R: Explicame porque son nueve	

				Y: Porque aquí cuatro, este cinco y aquí... ((observa hacia la pared)) cinco...seis, siete, ocho y nueve
	10	4	00:43	R: ¿Y acá? Y: Nueve
			00:52	R: ¿Cuántos faltan? Y: Ocho
			00:36	R: ¿Aquí cuantos faltan? Y: Siete
			01:02	R: ¿Y aquí? Y: Seis R: ¿Cómo sabes que te faltan aquí seis? Y: Porque aquí hay tres y con este tres
			01:25	R: ¿Y acá? Y: Cuatro...cinco R: ¿Cuántos faltan? Y: Cinco
			01:36	((Se muestra la tarjeta)) Y: Cuatro
			00:58	R: ¿Y aquí? Y: Siete
			01:16	R: ¿Y aquí? Y: Dos R: ¿Por qué sabes que faltan dos? Y: Porque están vacíos los cuadritos
			00:48	R: ¿Aquí? Y: Uno
			00:16	((esta es la primera tarjeta que salió para la tarea)) R: ¿Cuántos puntos faltan para completar diez? Y: Diez R: ¿Te faltan ahí? ¿diez faltan? ((la niña mira solo la tarjeta pensativa)) Y: No faltan R: ¿Por qué? Y: Porque ya todos los cuadros están llenos de los puntos
	11	5	00:32	((Se muestran las tarjetas de punto, la niña debe mostrar solo con sus manos la cantidad que ve)) R: ¿Cuántos ves? Y: 5 ((muestra su mano derecha con los cinco dedos extendidos))
			00:24	R: ¿Cuántos ves? Y: 6 ((muestra su mano derecha con 5 y su izquierda con 1 dedo))
			00:55	((Se muestra la tarjeta sin preguntar nada)) Y: 7 ((muestra con su mano derecha 5 y su izquierda 2 dedos))
			00:40	R: ¿Y aquí? Y: 8 ((Y muestra su derecha primero con 5 dedos y luego la izquierda tratando de darle acomodación a tres, hasta que logra sujetar sus dedos en la mano derecha y colocar la posición 3))
			01:06	((Se muestra la tarjeta 9 puntos sin preguntar nada)) Y: 9 ((muestra su mano derecha con 5 dedos y con su mano izquierda cerrada abre de uno en uno hasta 4 dedos y completar la cantidad que ve))
			01:22	((Se muestra la tarjeta de 10 puntos sin preguntar nada)) Y: 10 ((tienen sus dos manos empuñadas sobre la mesa listas para responder, las alza al tiempo mostrando sus 10 dedos))
8	12	7	00:58	R: Te voy a entregar estas tarjetas vacías y estas fichas y nos vamos de compras... vamos a comprar 8 globos rojos y 9 globos azules. Y: Debemos comprar...17 ((cuenta rápidamente en sus dedos y las manos cerradas, observando hacia un lado del salón)) R: ¿Cómo lo hiciste? Y: Contando R: ¿No utilizaste nada? Y: No ((mueve la cabeza en negación de lado a lado)) ni las cartas, ni las fichas.

			01:38	R: vamos a seguir de compras. 8 platos más 8 vasos. Y: 16 ((cuenta en los dedos nuevamente))
9	13	7	04:34	R: 10 cucharas más 5 tenedores. Y: 15 ((toma las fichas y las acomoda, ya que se le sugiere utilizar el material concreto)) ((Y ubica en la recta numérica los números arábigos, reconociendo el que nombra))
			01:09	R: 10+7 ((se le colocan las fichas de dos en dos partiendo del número 15)) Y: 17
10	14	9	00:10	((Utilizando la cantidad anterior 17 se le plantea una situación problema sencilla)) R: Me voy a comer 10 dulces y mi abuela me regala 7 ¿Cuántos tendría en total? Y:17 ((se evidencia que cuenta a partir del 10))
			00:43	((Situación de sustracción 20-5)) R: 20...aaahhh, pero regale 5 Y:15 R: ¿Cómo supiste que eran 15? Y: Contar y quite

## Apéndice E

## Transcripción del video de S

Nivel	Tarea	video	min: seg	Voces del niño e investigador
1	1	1	00:40	((Se muestran la tarjeta 2 corazones de objetos)) R: ¿Cuántos ves? S: Dos (subitiza, responde inmediatamente))
			00:44	R: ¿Cuántos ves? S: Uno
2	2	1	00:32	R: ¿Cuántos ves? S: Dos
			00:44	R: ¿Cuántos ves? S: Uno
			00:14	R: Vamos a trabajar lo siguiente, yo te voy a mostrar unas fichas y me vas a decir ¿Cuántos ves? S: Tres ((subitiza))
3	3	5	00:57	R: ¿Cuántos ves? S: 2 ((muestra su mano izquierda con dos dedos levantados))
			00:44	((Se muestra la tarjeta y no se pregunta nada)) S: 1 ((indica con la mano izquierda y su índice levantado))
			00:38	R: ¿Cuántos puntos ves? S: 3 ((indica con su mano izquierda levantando tres dedos))
	4	1	00:14	R: Vamos a trabajar lo siguiente, yo te voy a mostrar unas fichas y me vas a decir ¿cuántos ves? S: tres ((subitiza))
4	5	5	00:38	R: ¿Cuántos ves? S: 3 ((muestra 3 dedos con su mano izquierda))
			01:21	R: ¿Cuántos puntos hay? S: 4 ((muestra la mano izquierda con cuatro dedos levantados))
			00:15	R: ¿En esta? S: 5 ((levanta su mano izquierda muy seguro y rápidamente))
	6	1	00:24	((Se muestra las tarjetas de gorras)) R: ¿Cuántos ves? S: Cuatro
			00:37	R: ¿Cuántos ves? S: Cuatro
5	7 Arreglo Fácil	2	01:17	R: ¿Cuántos viste? ¿En esta? S: Solo alcance a ver cuatro ((se le muestra otra vez la tarjeta)) S: Seis R: Vamos a mirar otra vez S: Cinco ((cuenta con los dedos alternándolos en la tarjeta))
			03:00	R: ¿Y aquí? S: Seis R: ¿Seis? S: Cinco ((lanza la mano
			02:55	R: ¿Aquí? S: Cinco
			02:19	R: ¡Acá! ¿Alcanzaste a verla? ((Se queda pensativo mirando la tarjeta)) S: Vi dos ..... Cinco ((se muestra la tarjeta señala la tarjeta con su dedo))
	7 Arreglo Medio	2	02:44	R: ¡Acá! S: Cinco R: ¿Por qué... hay cinco? S: Cinco ((Sebastián cuenta con los dedos alternado su movimiento))
			00:12	((Se muestra la tarjeta de arreglos)) R: ¿Alcanzaste a ver?

				<p>S: Cinco R: ¿La volvemos a ver? ((Sebastián con su mirada muestra la afirmación)) ¿Cómo supiste que eran cinco? S: Cuatro acá y el último</p>
	7 Arreglo Difícil		01:07	<p>R: ¿Acá? S: Seis R: ¿Hay seis? ¿Volvemos a mirarla? ((Se muestra la tarjeta nuevamente)) S: Cinco ((cuenta uno a uno en la tarjeta))</p>
			01:52	<p>R: ¿Esta? S: Cinco ((sonríe para dar la respuesta, muy seguro)) R: ¿Por qué crees que es cinco? S: Porque vi rápido ((señala en el aire haciendo la distribución espacial del arreglo de la tarjeta)) R: Vamos a mirar S: 1,2,3,4,5 ((cuenta con los dedos alternándolos))</p>
6	8	1	00:27	<p>R: ¿Cuántos ves? S: Cinco ((agrupa con los ojos y da su respuesta en 2 seg.))</p>
	8	1	00:19	<p>R: ¿Cuántos ves? S: Cinco ((agrupa con los ojos dos en dos y da su respuesta en 3 seg.))</p>
7	9	3	00:01	<p>((Se muestran las tarjetas en presentación de power point en video vean)) ((Tarjeta de estrellas)) R: ¿Cuántos ves? S: Seis ...conté de tres R: ¿Dónde contaste los tres?... Acércate ((Sebastián estira su cabeza como señalando hacia el tablero.... Pero acerca su cuerpo y muestra la última estrella; dando a entender que agrupo dos de tres))</p>
		3 A	00:23	<p>((Tarjeta 8)) R: ¿Esta? ¿Cuántos hay? S: Ocho ((cuenta de tres en tres con su mirada)) R: Explicame S: Hay dos estrellas amarillas, dos círculos morados, uno verde y uno rojo ((explica realizando la clasificación de las figuras y colores, pero en el video se capta realizando agrupación o arreglos en la tarjeta))</p>
		3 A	00:09	<p>((Tarjeta 7- soles)) R: ¡Acá! S: Siete R: ¿Cómo sabes que son siete? S: Vi seis soles amarillos y una estrella roja ((se muestra en el video que agrupa rápidamente los soles))</p>
		3 A	00:23	<p>Tarjeta 9 R: ¡Acá! S: Nueve ((el niño mueve los ojos y la cabeza contando de dos en dos y uno)) S: Porque vi dos estrellas, una morada, dos círculos azules, un café, dos cuadrados rojos, un cuadrado amarillo R: ¿Y qué más viste, fuera de eso? ... ¿Cómo supiste que eran nueve? .... ((Sebastián coloco cara de no entender las preguntas)) ... ¿Qué tuviste que hacer? S: Conté las imágenes R: ¿Me puedes decir como lo hiciste? S: Contando de dos en dos</p>
		3 A	0	<p>((Tarjeta círculo)) R: ¿Y acá? S: Nueve R: ¿Cómo viste los nueve? S: Conté lado a lado y la mitad ((señala con su mano y dedos explicando frente al tablero la figura))</p>
		3	00:32	<p>((Tarjeta triángulos y cuadrados 9)) R: ¿Acá cuantos hay? ((se muestra por 2 seg. La tarjeta)) ¿Alcanzaste?</p>

				<p>((Sebastián mueve la cabeza en negación)) ((se muestra la tarjeta y se deja allí))  S: Diez  R: ¿Diez?... ¿Vamos a mirar otra vez?  S: Nueve ((Sebastián cuenta con su mirada rápidamente)) ((en el momento que el niño iba a explicar, ingresan al aula y se interrumpe la tarea; se corta la filmación y se comienza de nuevo a los dos minutos)) ((Se le solicita a Sebastián que explique cómo los vio))  S: Vi cinco arriba y cuatro abajo</p>
10	4	01:30	<p>R: ¿Cuántos faltan para diez?  S: Nueve</p>	
		01:43	<p>R: ¿Cuántos falta para diez?  S: Siete... digo ocho  R: ¿Cómo sabes que son ocho?  S: Conté dos, cuatro, seis, siete y ocho...</p>	
		01:14	<p>R: ¿En esta?  S: Siete  R: ¿Cómo lo hiciste aquí?  S: Cinco y dos</p>	
		00:24	<p>R: ¿Cuántos faltan para diez?  S: Seis  R: ¿Cómo sabes cuantos puntos faltan?  S: Conté los cuadritos  R: ¿Qué cuadros contaste?  S: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis ((cuenta los cuadros sin puntos, los vacíos))</p>	
		00:45	<p>R: ¿Cuántos puntos faltan para diez?  S: Cinco  R: ¿Cómo supiste que eran cinco?  S: Porque dos, cuatro y conté aquí uno ((señala la tarjeta agrupando de 2-2-1 con señalamiento deíctico))</p>	
		01:04	<p>R: ¡Aquí!  S: Cuatro</p>	
		02:03	<p>((Se coloca la tarjeta de siete puntos encima de la mesa, sin preguntar nada))  R: ¿Cómo supiste que los que faltan son esos cuatro?  S: Tres  S: Los vi en blanco  R: ¿Por qué podrían ser estos? ((señala los puntos de la tarjeta))  S: No señora  R: ¿Por qué?  S: Porque hay puntos</p>	
		00:41	<p>R: ¿Y aquí cuantos faltan?  S: Dos</p>	
		01:39	<p>R: ¿Cuántos puntos faltan para Diez?  S: Uno</p>	
		01:08	<p>R: ¿Aquí? ((se muestra la tarjeta de Diez puntos))  S: Ninguno</p>	
11	5	00:19	<p>R: Ahorita te voy a mostrar unas tarjetas, tú me vas a ... tú me vas a señalar, no me vas a decir nada, me señalas con los dedos ¿Cuántos puntos ves?  S: 5 ((levanta la mano izquierda con sus cinco dedos extendidos))</p>	
		00:25	<p>R: ¿Cuantos puntos hay?  S: 6 ((levanta la mano izquierda con 5 y el dedo meñique con la mano derecha))</p>	
		00:51	<p>((Se coloca la tarjeta sobre la mesa sin decir nada))  R: 7 ((levanta la mano izquierda con los 5 dedos y la mano derecha con dos, meñique y anular))</p>	
		01:16	<p>R: ¡Acá!  S 8 ((mano izquierda cinco y derecha tres dedos))</p>	
		01:02	<p>R: ¡Acá!  S: 9 ((levanta las manos, izquierda con cinco dedos y la derecha con cuatro))</p>	



			00:30	R: ¿Cuántos puntos hay? S: 10 ((levanta las dos manos al tiempo con dedos extendidos))
8	12	6	00:50	((Se explica la tarea de ir de compras y se le colocan en la mesa algunos manipulativos que puede utilizar, fichas matemáticas, tarjetas vacías con cuadros y tarjetas de signo más, menos e igual)) R: Vamos a ir de comprar porque no encargaron unas cosas para la fiesta de Lina. Necesitamos 8 bombas azules y 4 de color rojo. ((Sebastián mueve la cabeza afirmativamente, demostrando que entiende la actividad)) S: Tocaría ocho de acá ((saca de la caja 8 fichas azules, y las 4 rojas)) R: Listo, son tuyas S: Silencio ((Sebastián toma las tarjetas de color rojo, con signos de suma resta e iguales)) R: ¿Qué más harías, explícame? S: Pagar... R: Tú irías a pagar... ¿Cómo pagarías? S: Con billetes... ((Mira las tarjetas de signos y responde, las asume como billetes)) R: ¿Esos son billetes? S: Billetes R: No ¿Qué signo tienes ahí? S: Una cruz R: ¿Y esa cruz que significa? S: De ambulancia R: ¿Y qué más? S: mmmm... R: Bueno y ya que tienes esto aquí, ¿qué harías con esto? ((se señalan las tarjetas vacías ya que tiene desorganizada la mesa con las fichas)) S: ¿Con cuáles? R: Con estas tarjetas ((se señalan nuevamente)) ¿Para qué piensas que son esas tarjetas? S: Silencio ((Sebastián empieza a organizar las fichas en cada uno de los cuadros de las tarjetas)) R: ¿Entonces cuantas bombas tendrías que comprar? ¿Cuántos nos encargaron? S: Ocho bombas azules y cuatro rojas R: ¿Cuántas tienes que pagar en total? S: eeehhh... ((cómo sino entendiera la pregunta)) R: ¿Cuántas nos llevamos? S: Doce ((cuenta las fichas de las tarjetas con sus ojos)) R: ¿Por qué sabes que son doce? S: Conté R: ¿Contaste qué? S: Las fichas ((señala indexicalmente las fichas de las tarjetas)) R: ¿Pero ahí que estás haciendo? S: Las pague a mil R: Pero ¿ahí que haces? cuando cuentas las bombas azules y las bombas rojas S: Forman doce bombas R: ¿Qué más pasa ahí? S: Silencio... ((se pasa a la otra tarea))
			04:50	R: Pero nos faltan los platos y las cucharas, nos encargaron 9 platos y 9 vasos ¿Qué tienes que hacer ahí? S: Silencio ((organiza las fichas blancas en filas en la tarjeta)) R: ¿Esas cuáles son? S: Los platos R: ¿Y los vasos? S: Silencio ((organiza los vasos en otra tarjeta)) R: ¿Cuántos nos toca llevar a casa? ¿Cuántas en total? S: Dieciocho
9	13	7	00:40	En la mesa se encuentran otras tarjetas con los números arábigos. R: Nos tocó comprar los helados, vamos a comprar, cinco paletas y ocho conos S: Silencio ((él toma las tarjetas de número arábigos y empieza a buscar los

				<p>números y los coloca en la mesa)  R: ¿Cuántos helados y conos tenemos que pagar?  S: Trece ((empieza a ordenar las fichas en las tarjetas con las cantidades dadas))  R: ¿Cuánto te dio?  S: Trece  R: ¿Acá donde la ubicarías? ((se muestra la recta colocada en la mesa))  S: Trece ((coloca una ficha encima del número trece en la recta numérica))</p>
			03:00	<p>R: Vamos a comprar diez tenedores  S: Silencio ((Busca el número en las tarjetas de arábigos y lo coloca en la mesa))  R: Nueve cucharas ((Saca la tarjeta número 9)) ¿Cuántos tendríamos que pagar?  S: Silencio ((ubica las fichas de colores en las tarjetas blancas grandes de cuadros, organizando primero los 10 y luego los 9))  R: ¿Cuántos en total llevamos para casa?  S: Diecinueve</p>
10	14	8	00:40	<p>Se organiza de otra manera la situación problemática; aumentando y disminuyendo las cantidades de las fichas en las tarjetas de cuadros.  R: nueve más estos ((se coloca en una tarjeta 9 y en la otra 6))  S: Quince  R: ¿Cómo sabes que hay quince?  S: Conté  R: ¿Qué cuentas?  S: Las fichas, ya sabía que habían nueve y conté estas.</p>
			01:18	<p>((se colocan 9 fichas en cada una de las tarjetas))  R: Silencio ((coloca las fichas en las tarjetas))  S: Dieciocho  R: ¿Cómo sé que hay dieciocho?  S: Conté  R: Yo no conozco el dieciocho  S: Silencio ((coloca una ficha encima de la recta en el número 18))</p>