

UBICACIÓN ÓPTIMA DE GENERACIÓN DISTRIBUIDA Y DISPOSITIVOS DE PROTECCIÓN USANDO OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA

JULIANA ANDREA GARCÍA MARÍN
JUAN SEBASTIAN VALENCIA MONTOYA

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA
2018

UBICACIÓN ÓPTIMA DE GENERACIÓN DISTRIBUIDA Y DISPOSITIVOS DE
PROTECCIÓN USANDO OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA

JULIANA ANDREA GARCÍA MARÍN
JUAN SEBASTIAN VALENCIA MONTOYA

Proyecto de grado
Para optar por el título de ingenieros electricistas

Director: Ms.C. RICARDO ALBERTO HINCAPIE IZASA

FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA
2018

RESUMEN

En este trabajo se presenta una metodología para resolver el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida en sistemas de distribución de energía eléctrica. Para solucionar éste problema se formula un modelo de programación no lineal entero mixto, el cual tiene como propósito minimizar el indicador de confiabilidad SAIFI (System Average Interruption Frequency Index) sujeto a un conjunto de restricciones técnicas. El modelo matemático desarrollado en este trabajo está basado en la formulación presentada en [5] y para darle solución al problema se empleó el solver de programación no lineal BONMIN disponible en el software de optimización comercial GAMS. Para comprobar el desempeño de la metodología se consideran dos sistemas de pruebas de diferentes tamaños disponibles en la literatura especializada.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.2. Presentación del documento	3
2. Elementos de protección en sistemas de distribución y generación distribuida	4
2.1. Reconectores	5
2.2. Fusibles	6
2.2.1. Esquema de salvamento de fusible	7
2.3. Generación Distribuida	8
3. Formulación matemática del problema	10
3.1. Planteamiento del problema	10
3.2. Modelo matemático	11
3.2.1. Función objetivo	11
3.2.2. Conjuntos	13
3.2.3. Restricciones	14
3.3. Modelo Matemático completo	16
4. Metodología propuesta	18
4.1. Pasos empleados para el desarrollo de la metodología	18
4.2. Ejemplo de aplicación	19
4.2.1. Características más relevantes de la RED	20
4.2.2. Cantidad de dispositivos disponibles	20
4.2.3. Características de cada localización de la red	20
4.2.4. Función objetivo del modelo matemático	21
4.2.5. Restricciones del modelo matemático para el sistema	24
5. Aplicación y resultados	28
5.1. Sistema de prueba 1	29
5.2. Sistema de prueba 2	31
6. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros	34
6.1. Conclusiones	34
6.2. Recomendaciones y trabajos futuros	35
6.3. Bibliografía	36

Índice de figuras

2.1. Característica de operación del fusible.	7
2.2. Curvas de coordinación de tiempo característica del esquema se salvamento	8
4.1. Diagrama unifilar sistema de prueba 1.	20
5.1. Diagrama unifilar sistema de prueba 1.	29
5.2. Convenciones empleadas.	30
5.3. Ubicación de dispositivos de protección y generación distribuida sistema 1.	31
5.4. Diagrama unifilar sistema de prueba 2.	31
5.5. Ubicación de dispositivos de protección y generación distribuida sistema 2.	33

Índice de cuadros

4.1. Características de cada localización de la red	20
4.2. Conjunto a_{ij}	21
4.3. Conjunto $p [1,i)$	22
4.4. Conjunto $p (j,i]$	22
4.5. Conjunto $p(j,i)$	22
4.6. Conjunto $d(i)$	23
4.7. Conjunto $d_{DG}(i)$	23
4.8. Conjunto $i_{du}(j, i)$	23
4.9. Conjunto $i_{du}[j, i)$	24
4.10. Conjunto $i_{DG,du}[j, i)$	24
5.1. Datos del sistema de prueba 1	29
5.2. Casos de prueba para el sistema 1.	30
5.3. Datos del sistema de prueba 2	32
5.4. Casos de prueba para el sistema 2.	32

Nomenclatura

λ_i	: Tasa de fallas permanentes de la localización i.
γ_i	: Tasa de fallas instantáneas de la localización i.
N_t	: Número total de usuarios.
$N_{total}(i)$: Total de usuarios aguas abajo de la localización i.
DG	: Generación distribuida. específica.
$n_{localizaciones}$: Número de localizaciones candidatas para dispositivos de protección.
$n_{max,reconectores}$: Número máximo de reconectores a ubicar.
$n_{max,fusibles}$: Número máximo de fusibles a ubicar.
$n_{localizaciones,DG}$: Número de localizaciones candidatas para generación distribuida.
$n_{max,DG}$: Número máximo de generación distribuida.
$n_{Localizaciones_{MF}}$: Número de localizaciones del alimentador principal de la red.
$n_{localizaciones_{NMF}}$: Número de localizaciones que no pertenecen al alimentador principal.

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad los sistemas de distribución de energía eléctrica se encuentran siendo adaptados a nuevos conceptos como micro redes conformadas por smart grids o redes inteligentes y generación distribuida, con el objetivo de mejorar las características operativas del sistema y garantizar un servicio eficiente a los usuarios.

La ubicación adecuada de los dispositivos de protección y generación distribuida es de suma importancia en el proceso de la adaptación a estos nuevos conceptos, puesto que una inadecuada ubicación puede afectar la confiabilidad del sistema de distribución, además puede ocasionar sobre costos debido a un exceso de elementos y pérdidas de energía al surgir nuevos flujos de potencia. Para mejorar las condiciones operativas del sistema de distribución, se han desarrollado diferentes técnicas para encontrar la ubicación óptima de dispositivos de protección como fusibles, reconectores y seccionadores, debido a que con su implementación mejora aspectos relacionados con la confiabilidad del sistema. Por otro lado, se ha contemplado la ubicación de generación distribuida, ya que con ello se acrecientan los perfiles de tensión y se reducen las pérdidas técnicas en el sistema.

Los sistemas de distribución de energía eléctrica tienen como finalidad suministrar energía a los usuarios de forma continua y con altos niveles de calidad. No obstante, estos sistemas son susceptibles a experimentar variaciones de frecuencia y de tensión, interrupciones en el suministro de energía, distorsiones en la forma de onda del voltaje y fallas provenientes de los elementos del sistema, que afectan la calidad del servicio.

La calidad del servicio de energía se define como la ausencia de los diferentes tipos de fallas y perturbaciones mencionadas anteriormente. Por consiguiente, la calidad del servicio se puede reflejar a través de la continuidad del suministro de energía, permitiendo que todos los usuarios se beneficien de un servicio más seguro y confiable.

La continuidad del servicio de energía forma parte de la confiabilidad de la red, la cual es valorada por medio de índices que tienen como objetivo evaluar el desempeño y funcionamiento del sistema, al medir la frecuencia y duración de las interrupciones ocasionadas por fallas, ya sean temporales o permanentes. Con el propósito de mejorar los índices de confiabilidad en la prestación del servicio de energía y minimizar el tiempo de duración de las interrupciones, en los últimos años se han empleado diferentes metodologías. Por una parte, se ha considerado la ubicación adecuada de

elementos de protección, ya que estos tienen como función reducir la indisponibilidad del servicio y la rápida transferencia de carga debido a sus características de operación automatizada. Adicionalmente se ha empleado la ubicación estratégica de generadores distribuidos, dado que estos reducen las pérdidas técnicas del sistema, aumentan los perfiles de tensión y disminuyen los costos de inversión en elementos del sistema.

Con el fin de mejorar las condiciones operativas en los sistemas de distribución, en este trabajo se propone implementar un modelo matemático que permite ubicar de forma simultánea elementos de protección y generación distribuida. El problema es formulado usando un modelo matemático del tipo no lineal entero mixto, y tiene como objetivo encontrar la solución óptima utilizando el software de optimización GAMS.

1.1. Estado del arte

La calidad y la confiabilidad son aspectos que se han sido considerados en los sistemas de distribución, por esta razón, se han desarrollado varias investigaciones como la ubicación óptima de dispositivos de protección, que han contribuido en aspectos relacionados a la confiabilidad. Por lo tanto, a continuación, se presentan las investigaciones más relevantes acerca de esta temática:

En 1998 [1], describe el problema como un modelo matemático binario, el cual permite identificar el tipo y la ubicación de los dispositivos de protección en redes de distribución. El algoritmo propuesto usa técnicas heurísticas para minimizar el tiempo de cómputo. La función objetivo empleada busca minimizar el índice SAIFI (System Average Interruption Frequency Index).

En [2], Se plantea una formulación matemática para el problema de ubicación de dispositivos de protección, que considera la posibilidad de adicionarlos en lugares estratégicos, buscando mejorar el índice de confiabilidad de la red. El modelo matemático propuesto corresponde a un problema de programación no lineal con variables de tipo binario.

En 2012 [3], Se presentan un nuevo modelo binario de programación para los índices SAIFI y MAIFI (Momentary Average Interruption Frequency Index), encontrando la adecuada ubicación de fusibles con y sin esquema de salvamento mediante la ubicación del reconector. Este modelo introduce nuevas soluciones factibles que dirigen el problema de optimización a mejores soluciones que en otras investigaciones.

En el proceso de la mejora continua de la calidad y confiabilidad aparecen nuevas tecnologías como la generación distribuida, siendo un tema de investigación en los últimos años. Algunas de las investigaciones más destacadas son:

En 2015 [4], Se plantea el desarrollo de un algoritmo de recocido simulado, para minimizar el índice de confiabilidad con la ubicación óptima de dispositivos de protección partiendo de que el sistema de distribución se ha instalado generación distribuida. En [5], Se proponen una formulación binaria para minimizar el índice de confiabilidad SAIFI como una función de la localización de fusibles, reconectores y generación distribuida. El modelo binario es usado para determinar la localización

óptima de estos elementos, con el objetivo de aumentar la confiabilidad del sistema de distribución.

1.2. Presentación del documento

Este trabajo se encuentra organizado de la siguiente forma: En el capítulo 2 se realiza una breve introducción acerca de las posibles fallas presentes en los sistemas de distribución y la forma de contrarrestarlas, además describe los dispositivos de protección empleados en este trabajo junto con el concepto de generación distribuida. En el capítulo 3 se describe la formulación y planteamiento del problema el cual contiene el modelo matemático con su función objetivo, conjuntos y sus respectivas restricciones. En el capítulo 4 se presenta la metodología propuesta para solucionar el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida representado por medio de un ejemplo de aplicación tomado de la literatura especializada. En el capítulo 5 se dan a conocer los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la metodología ya propuesta. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas mediante el desarrollo de este trabajo, y posteriormente la bibliografía.

Capítulo 2

Elementos de protección en sistemas de distribución y generación distribuida

Los sistemas de distribución experimentan fallas constantemente por encontrasen expuestos e involucrados con el medio ambiente, dichas fallas pueden ser transitorias o temporales, pero de igual forma ocasionan malestar en la calidad de vida de la sociedad, además de pérdidas económicas tanto para el sector industrial como para la empresa prestadora del servicio.

En la operación de los sistemas de distribución se detectan fallas ocasionadas por ramas de árboles, animales y descargas atmosféricas entre otras, es por esta razón que las empresas prestadoras del servicio han implementado varios tipos de mantenimientos que van desde el predictivo hasta el correctivo, pasando por el preventivo con actividades como limpieza de la red y reubicación de la misma, podas de árboles y mantenimientos a los equipos que la conforman, sin embargo esto no es suficiente para garantizar una buena confiabilidad sin interrupciones del servicio, por lo que se cuenta con la ubicación y coordinación de dispositivos de protección.

Se puede decir que los dispositivos de protección son empleados como llaves que permiten conectar y desconectar secciones de la red con el propósito de ubicar las fallas y despejarlas, en algunos casos de forma práctica como en el de una rama ocasionando un corto, o de manera extrema aislando una sección que se encuentra en falla permanente con el fin de rescatar el resto de la red. De esta forma los dispositivos de protección previenen o disminuyen el deterioro de los equipos del sistema y mejoran la confiabilidad y la calidad del servicio obteniendo una gran satisfacción para los clientes y las empresas prestadoras del servicio al incrementar su facturación.

Los dispositivos de protección además de ejecutar maniobras y establecer e interrumpir corrientes, deben tener la capacidad de conducir la misma normalmente y de forma continua, y en el momento de encontrasen abiertos garantizar la aislación de la carga por el tiempo que sea necesario. Se estudiará entonces a continuación las características de los dispositivos empleados en este trabajo.

2.1. Reconectores

En la actualidad el reconector es un dispositivo compacto y de poco mantenimiento especialmente diseñado para montajes en exteriores, está totalmente soldado y sellado, cuenta con interruptores de vacío en su interior, donde también contiene gas de hexafluoruro de azufre (SF₆) el cual tiene propiedades de aislación eléctrica empleadas en este caso para disipar el arco eléctrico. Su monitoreo y operación son telemandadas y su funcionamiento está basado en aperturas y cierres automáticos que permiten aislar el circuito de la salida de una subestación o de un alimentador principal frente a una falla. Al detectar una sobrecorriente éste entra en operación con un ciclo de aperturas y cierres programados por un tiempo determinado buscando despejar la falla, si terminado el ciclo programado la falla persiste éste queda abierto aislando así la sección en falla del resto del circuito. Usualmente un ciclo de operación está compuesto por tres o cuatro disparos, es decir el reconector abre de tres a cuatro veces por intervalos de tiempo diferentes entre la apertura y el cierre, quedando abierto en su último disparo. Se ha comprobado estadísticamente que en una línea aérea de distribución de media tensión el 10 % de las fallas son de carácter permanente, en cuanto al 90 % restante son de carácter transitorio, donde el reconector con su característica de apertura?cierre permite esclarecer la falla evitando que el circuito quede fuera de servicio frente a una falla transitoria.

Los reconectores son ubicados en los siguientes puntos del sistema de distribución:

- En subestaciones como dispositivos de protección primaria.
- En circuitos a cierta distancia de la subestación, con el fin de seccionar líneas de larga distancia y así evitar la salida de todo el circuito por fallas al final del mismo.
- En derivaciones de circuitos principales, con el propósito de evitar la salida del circuito al presentarse fallas en sus derivaciones.

En la instalación de un reconector es necesario considerar los siguientes factores:

- Tensión del sistema.
- Corriente máxima de corto circuito.
- Corriente máxima de carga.
- Corriente de corto circuito mínima dentro de la zona protegida por el reconector.
- Sensibilidad para fallas a tierra.
- La coordinación con otros dispositivos ubicados hacia la fuente y hacia la carga desde el reconector.

Cabe resaltar que las tensiones y la capacidad de corriente de corto circuito deben ser iguales o superiores a los nominales donde se va a ubicar y además debe comprobarse que la corriente de corto circuito al final del circuito de la sección o de la derivación protegida sea la necesaria para que el reconectador entre en operación.

Uno de los factores más interesantes a la hora de ubicar un reconectador es la coordinación con otros dispositivos de protección ya que de esta forma se fortalece la operación del esquema de protecciones en la red de distribución, el reconectador puede ser coordinado con seccionadores y fusibles, siendo este último de gran interés para este trabajo, puesto que con la coordinación entre estos dos se da lugar al concepto de salvamento de fusible el cual se explicará más adelante.

2.2. Fusibles

El fusible es un dispositivo sencillo, económico y de una sola operación, muy empleado en los circuitos de distribución como protección frente a cortocircuitos o sobrecargas, está conformado por un tubo de confinamiento del arco con recubrimiento interior de fibra des-ionizante y un hilo conductor de estaño, el cual acaba fundiéndose frente a una corriente que sobrepase su valor nominal.

Este dispositivo aprovecha el calor producido por la corriente que circula en su interior para detectar sobre corrientes, y si estas perduran durante un tiempo definido el calor que es acumulado termina fundiendo el conductor e interrumpiendo el paso de corriente, liberando de esta forma la sección en falla del resto del circuito.

Frente a valores de corrientes muy elevados el fusible tarda menos tiempo en fundirse lo que implica que con una corriente determinada alcanza su estado de fusión hasta en un semiciclo o menos.

Cuando el hilo conductor es fundido produce gases des-ionizantes que se van acumulando dentro del tubo de confinamiento, los cuales se escapan por los extremos llevándose las partículas que sostienen el arco eléctrico causando la extinción del mismo y limitando la corriente de arco, la cual no alcanza el valor máximo que se hubiera presentado si el fusible no hubiese estado presente allí. Esta característica es llamada delimitación la cual es propia de los dispositivos que evitan que se alcance la corriente máxima de corto circuito.

La zona de operación de los fusibles se encuentra limitada por dos curvas; la curva inferior representa el tiempo mínimo para una determinada corriente que tarda en empezar a fundirse, y la curva superior representa el tiempo total para una determinada corriente que tarda el fusible en fundirse por completo. La figura 2.1 tiempo vs corriente representa la característica de operación del fusible.

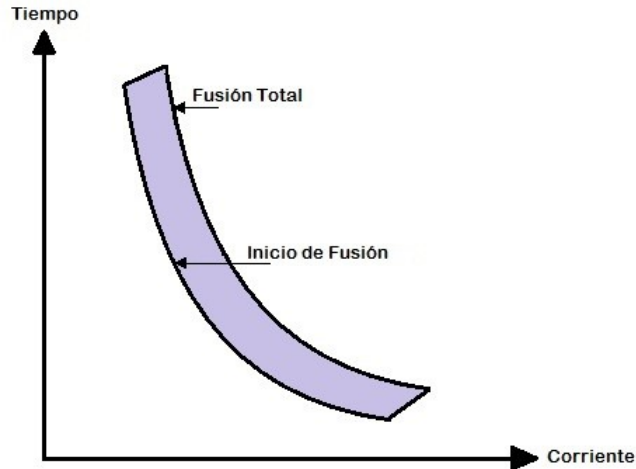


Figura 2.1: Característica de operación del fusible.

Esta característica de operación del fusible permite establecer una coordinación con otros dispositivos aguas arriba con el fin de sobreguardar la integridad del mismo, dando lugar a lo que se conoce como esquema de salvamento de fusible.

2.2.1. Esquema de salvamento de fusible

El esquema de salvamento de fusible es una estrategia que consiste en disponer a operar primero un reconector que se encuentre aguas arriba de un fusible con el fin de que la corriente de falla no alcance a intervenir su curva inferior, por lo menos hasta después del segundo cierre del reconector, con el fin de que si se encuentran frente a una falla transitoria ésta sea despejada por el reconector salvando así la integridad del fusible, por otra parte no siempre se debe seleccionar un tiempo de cierre inferior al mínimo para empezar a fundirse, ya que en el caso de que la falla se encuentre aguas abajo del fusible este nunca entraría en operación y la falla persistiría ocasionando la salida de todo el circuito por parte del reconector.

Esto se logra coordinando las características de operación del reconector con respecto a las características de operación del fusible como se muestra en la figura 2.2.

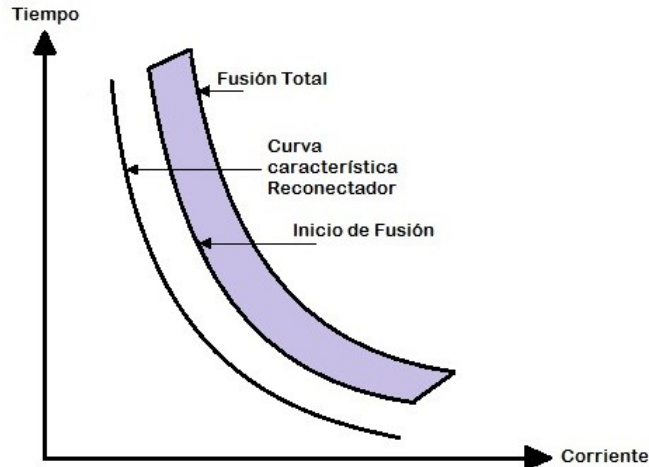


Figura 2.2: Curvas de coordinación de tiempo característica del esquema de salvamento

2.3. Generación Distribuida

Ante el esquema de generación convencional o centralizada que se ha implementado durante muchos años, surge la integración de una nueva tecnología sustentada en fuentes renovables y caracterizada por generar energía eléctrica a pequeña o mediana escala, situada cerca a los centros de consumo o conectados directamente al sistema de distribución, así surge el concepto de generación distribuida.

La generación distribuida se considera como un sistema alternativo de respaldo, puesto que contribuye con un porcentaje considerable en los niveles de generación para ayudar a suplir el aumento de consumo de energía eléctrica y así poder incrementar la eficiencia y mejorar el comportamiento del sistema actual.

Esta tecnología de generación además de producir energía eléctrica, es empleada como un elemento de eficiencia, debido a que disminuye las interrupciones sostenidas las cuales se ven reflejadas en caídas de tensión y en el suministro de electricidad, entonces al incluir esta tecnología se mejora la confiabilidad, continuidad y calidad de la energía eléctrica.

A continuación, se presentan algunas de las ventajas para el funcionamiento del sistema de energía eléctrica al incluir la generación distribuida en el mismo.

- Reducción de las pérdidas en el sistema eléctrico: Debido a que la generación se ubica cerca a los lugares de consumo existen menos pérdidas de energía en el transporte de la electricidad, desde la generación hasta la distribución. Esto implica que se reduzcan las redes de transporte de energía.
- Mejora la confiabilidad y calidad del sistema eléctrico: La generación distribuida está funcionando simultáneamente con la fuente de alimentación principal, en el momento que ocurra

una falla ésta proporciona energía de respaldo a la red. De esta manera se reduce las interrupciones que pueden experimentar los usuarios o cargas importantes del sistema garantizando un funcionamiento estable del sistema.

- La generación distribuida aumenta la oferta de energía eléctrica por lo cual puede ayudar a abastecer la demanda en los momentos en que ésta se incrementa, por lo tanto, estas fuentes de generación distribuida son las más adecuadas para responder a los cambios que presenta la demanda y garantizar la continuidad del suministro de energía eléctrica.
- Las fuentes de generación distribuida facilitan la flexibilidad del sistema en cuanto al aumento de la demanda, ya que son modulares y su instalación es sencilla. Adicionalmente proporciona un gran beneficio por su fácil mantenimiento.
- Utilización de fuentes de Energía renovables: Esta alternativa de generación emplea diversas fuentes de energía renovable, solar, eólica, hidráulica, entre otras, lo cual resulta beneficioso para el medio ambiente, puesto que uno de los factores que más se reduce al utilizar energías limpias es la emisión de contaminantes a la atmósfera como es el dióxido de carbono.

Con el propósito de maximizar las ventajas al implementar la generación distribuida en la red de distribución, se debe determinar la ubicación más pertinente de este elemento y adicionalmente encontrar la capacidad adecuada de estas fuentes de generación para garantizar la operación correcta del sistema y del esquema de protecciones.

Uno de los principales efectos que presenta la integración de la generación distribuida en una red eléctrica, es el cambio en los flujos de corriente. Este efecto se ve reflejado en el aumento o reducción de la magnitud y ángulo de la corriente de carga, puesto que los flujos de corriente son bidireccionales. Con la presencia de la generación distribuida se deben realizar los cambios apropiados en el esquema de protecciones, ya que el utilizado tradicionalmente es unidireccional.

Al incluir la generación distribuida en el sistema de distribución es necesario enfocarse en la planificación, diseño, control y esquema de protecciones, con el objetivo de mejorar la confiabilidad, eficiencia y estabilidad del sistema sin afectar el funcionamiento del existente.

Capítulo 3

Formulación matemática del problema

En este capítulo se describe la formulación matemática del problema de ubicación óptima de reconectadores, fusibles y generación distribuida en sistemas de distribución, por medio de un modelo matemático no lineal entero mixto.

3.1. Planteamiento del problema

Para solucionar el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida en sistemas de distribución, en este proyecto se expone una metodología para la ubicación de reconectadores, fusibles con o sin esquema de salvamento y generación distribuida, con el fin de reducir el índice de confiabilidad SAIFI.

La formulación de este problema se describe a través de un problema de programación no lineal entero mixto, donde la función objetivo es no lineal y está sujeta a un conjunto de restricciones lineales. Este planteamiento se fundamenta en la formulación matemática presentada en [5] para minimizar el índice de confiabilidad SAIFI o frecuencia de interrupción media del sistema (*System Average Interruption Frequency Index*).

La solución del modelo matemático se obtiene empleando el software MATLAB en conjunto con el paquete de optimización comercial GAMS. A continuación, se presenta la forma general del modelo matemático:

Minimizar $z = \text{Índice de confiabilidad SAIFI}$
s.a. *Límite máximo de reconectores a ubicar en la red.*
Límite máximo de fusibles con o sin esquema de salvamento a ubicar en la red.
Límite máximo de generación distribuida a ubicar en la red.
Ubicación obligatoria de un dispositivo de protección para una localización específica.
Límite máximo de elementos que pueden ser instalados en una localización de la red.
Aguas abajo de un fusible sin esquema no se debe ubicar un fusible con esquema, y aguas abajo de un fusible no se debe ubicar un reconector.
Sobre el alimentador principal no debe ser ubicado ningún fusible.
Debe ir un fusible sin esquema de salvamento en alguna de las localizaciones posibles.

Para el adecuado desarrollo del modelo matemático se involucran las características de la red que abarcan las tasas anuales de fallas permanentes y temporales y el número de usuarios por posibles localizaciones en la red.

3.2. Modelo matemático

Un modelo matemático lleva una situación o fenómeno real a un lenguaje matemático, es decir, convierte las situaciones y fenómenos en una función de variables y constantes relacionadas y operadas entre sí, con el propósito de describirlos por completo hasta llegar predecir su comportamiento.

La correcta formulación del modelo matemático del problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida considera aspectos como la topología y las características de la red junto con las posibles localizaciones para los dispositivos de protección y generación distribuida, con la finalidad de encontrar el elemento y su ubicación adecuada para minimizar el índice de confiabilidad SAIFI.

A continuación, se presentan detalladamente los términos que componen el modelo matemático, las restricciones y los conjuntos generales del problema.

3.2.1. Función objetivo

El índice de confiabilidad SAIFI representa la frecuencia promedio anual de interrupciones por cliente, está dado por el cociente entre, la suma total de interrupciones por el número de clientes afectados, sobre el número total de usuarios de la red. Este indicador es indispensable para las empresas distribuidoras de energía eléctrica debido a que mide la calidad media del servicio de energía.

SAIFI puede ser calculado por medio de la siguiente expresión:

$$SAIFI = \frac{\sum_{i \in S} \lambda_i N_i}{N_t} \quad (3.1)$$

El denominador es un valor constante y depende del número total de usuarios de la red, y el numerador es un valor no constante que está en función de la localización de los dispositivos de protección y la generación distribuida. Este último se divide en seis términos que se muestran a continuación.

$$SAIFI = \frac{\sum_{i \in S} A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}{N_t} \quad (3.2)$$

De la ecuación (3.2) se tiene que los términos A_3 y A_4 representan la acción de las fallas temporales en el indicador SAIFI, y los términos A_1 , A_2 , A_5 y A_6 representan la acción de las fallas permanentes en el mismo indicador, como se explica a continuación.

El primer término indica la interrupción experimentada por los usuarios aguas abajo de la sección i , la cual es afectada por una falla permanente.

$$A_1 = \sum_{i \in S} \lambda_i N_{total}(i) \quad (3.3)$$

El segundo término indica la interrupción experimentada por los usuarios de la sección i , si existe un elemento de protección en la misma, debido a que aguas abajo de i se presenta una falla permanente.

$$A_2 = \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (N_{total}(j) - N_{total}(a_j i)) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k2} x_{k3} \quad (3.4)$$

El tercer término indica la interrupción percibida por los usuarios aguas abajo la sección i cuando una falla temporal ocurre en la misma, cuando en ésta se encuentra ubicado un fusible sin esquema de salvamento.

$$A_3 = \sum_{i \in S} \gamma_i N_{total}(i) (1 - x_{i1}) \quad (3.5)$$

El cuarto término indica la interrupción experimentada por los usuarios de la sección j , si se encuentra instalado un fusible sin esquema de salvamento en ésta, debido a que aguas abajo de dicha sección ocurre una falla temporal.

$$A_4 = \sum_{i \in S} \gamma_i \sum_{i \in P[1,i]} N_{total}(j) (1 - x_{j1}) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k3} \quad (3.6)$$

El quinto término indica la prevención de interrupciones aguas abajo de una sección i con falla permanente, si:

- Un reconectador es ubicado en la sección j , la cual se encuentra aguas abajo de la falla.
- No se encuentran ubicados fusibles o reconectadores en el trayecto de la sección i hacia la sección aguas abajo j , permitiendo la ubicación de estos dispositivos en ambas secciones.
- Al menos una generación distribuida se encuentra ubicada aguas abajo de la sección j .

$$A_5 = -\left(\sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in d(i)} (N_{total}(j))(1 - x_{j3}) \prod_{k \in P(i,j)} x_{k1}x_{k2}x_{k3} (1 - \prod_{l \in d_{DG}[j]} x_{l4})\right) \quad (3.7)$$

El sexto término indica la prevención de interrupciones entre dos secciones p e i cuando se presenta una falla permanente en la sección i , si:

- Un reconectador es ubicado en la sección j aguas arriba de la sección i .
- No se encuentran ubicados fusibles o reconectadores en el trayecto de la sección j a la sección i , permitiendo la ubicación de estos dispositivos en ambas secciones.
- Un reconectador es ubicado en la sección p , la cual se encuentra tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i .
- No se encuentran ubicados fusibles o reconectadores en el trayecto de la sección j a la sección p , permitiendo la ubicación de estos dispositivos en ambas secciones.
- Al menos una generación distribuida se encuentra ubicada aguas abajo de la sección p .

$$A_6 = \left(-\sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (1 - x_{j3}) \prod_{k \in p(j,i]} (x_{k1}x_{k2}x_{k3}) \sum_{p \in i_{du}(j,i)} (1 - x_{p3}) \sum_{m \in i_{du}[p,i]} N_m \prod_{n \in p(j,p)} x_{n1}x_{n2}x_{n3} (1 - \prod_{o \in i_{DG,du}[p,i]} x_{o5})\right) \quad (3.8)$$

3.2.2. Conjuntos

Para desarrollar el modelo matemático es necesario establecer los conjuntos que componen la función objetivo. Para plantear los conjuntos se concretiza que la localización j se ubica aguas arriba

de la localización i .

S :	Conjunto de todas las localizaciones.
a_{ij} :	Localización inmediatamente aguas abajo de la localización i .
$p[1, i)$:	Conjunto de localizaciones en el trayecto de la subestación a la localización i , se excluye la localización i .
$p(j, i]$:	Conjunto de todas las localizaciones en el trayecto de la localización j a la localización i , incluyendo la localización i y excluyendo la localización j .
$p(j, i)$:	Conjunto de todas las localizaciones en el trayecto de la localización j a la sección i , excluyendo ambas localizaciones.
$d(i)$:	Conjunto de todas las localizaciones aguas abajo de la localización i , excluyendo la localización i .
$d_{DG}(i)$:	Conjunto de todas las localizaciones de Generación Distribuida aguas abajo de la localización i .
$i_{du}(j, i)$:	Conjunto de todas las localizaciones tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , excluyendo ambas localizaciones.
$i_{du}[j, i)$:	Conjunto de todas las localizaciones tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , incluyendo la localización j y excluyendo la localización i .
$i_{DG, du}[j, i)$:	Conjunto de todas las localizaciones de Generación Distribuida tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , incluyendo la localización j y excluyendo la localización i .

3.2.3. Restricciones

El modelo matemático planteado requiere las siguientes consideraciones:

- Los dispositivos a ubicar están en perfecto estado.
- Los dispositivos de protección estarán ubicados en las tres fases.
- Las fallas son mutuamente excluyentes e independientes.
- La topología de la red será y permanecerá siempre radial.

Las restricciones del modelo corresponden a un grupo de ecuaciones lineales binarias que han sido formuladas empleando variables de decisión, considerando las condiciones analizadas a continuación:

- Dispositivos fijos.
 $x_{ij}=0$, indica que un dispositivo j es ubicado en la localización i .

- Ausencia de dispositivos.

$x_{ij}=1$, indica que un dispositivo j no es ubicado en la localización i . La variable j puede tomar valores de: 1 para fusibles sin esquema de salvamento, 2 para fusibles con esquema de salvamento, 3 para reconectores y 4 para Generación Distribuida.

- Cantidad Máxima de dispositivos a ubicar.

$$\sum_{i \in S} x_{i3} \geq n_{localizaciones} - n_{max,reconectores} \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) indica que no se puede ubicar una cantidad de reconectores mayor a la máxima establecida.

$$\sum_{i \in S} x_{i1} + x_{i2} \geq 2 * n_{localizaciones} - n_{max,fusibles} \quad (3.10)$$

La ecuación (3.10) indica que no se puede ubicar una cantidad de fusibles mayor a la máxima establecida.

$$\sum_{i \in S} x_{i4} \geq n_{localizaciones} - n_{max,DG} \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) indica que no se puede ubicar una cantidad de Generación Distribuida mayor a la máxima establecida.

- Exigencia de un elemento de protección en una localización.

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} = 2 \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) indica que en la localización i debe ser ubicado un dispositivo de protección.

- Limitación general de dispositivos de protección en la red.

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} \geq 2 \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) indica que en la localización i puede ser ubicado o no un sólo dispositivo de protección.

- Coordinación de fusibles y reconectores. Asumiendo que i y j son localizaciones, y que j se encuentra aguas abajo de i , se tiene:

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{j3} \geq 2 \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) indica que aguas abajo de un fusible no debe ser ubicado un reconector.

$$x_{i1} + x_{j2} \geq 1 \quad (3.15)$$

La ecuación (3.15) indica que aguas abajo de un fusible sin esquema de salvamento no debe ser ubicado un fusible con esquema de salvamento.

- Ubicación apropiada de fusibles.

$$\sum_{i \in MF} x_{i1} + x_{i2} \geq 2 * n_{Localizaciones_{MF}} \quad (3.16)$$

La ecuación (3.16) indica que sobre el alimentador principal (MF) no debe ser ubicado un fusible con o sin esquema de salvamento.

- Exigencia de un fusible sin esquema de salvamento.

$$\sum_{i \in NMF} x_{i1} = n_{Localizaciones_{NMF}} - 1 \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) indica que un fusible sin esquema de salvamento debe ser ubicado en una de las localizaciones posibles (NMF).

3.3. Modelo Matemático completo

El modelo matemático completo para el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y Generación Distribuida en sistemas de distribución de energía eléctrica para la reducción del índice de confiabilidad SAIFI, se presenta a continuación.

$$\begin{aligned} \min SAIFI = & \sum_{i \in S} \lambda_i N_{total}(i) + \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (N_{total}(j) - N_{total}(aj)) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k2} x_{k3} + \\ & \sum_{i \in S} \gamma_i N_{total}(i) (1 - x_{i1}) + \sum_{i \in S} \gamma_i \sum_{j \in P[1,i]} N_{total}(j) (1 - x_{j1}) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k3} - \\ & \left(\sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in d(i)} (N_{total}(j)) (1 - x_{j3}) \prod_{k \in P(i,j)} x_{k1} x_{k2} x_{k3} \right. \\ & \left. (1 - \prod_{l \in DG[j]} x_{l4}) - \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (1 - x_{j3}) \prod_{k \in P(j,i)} (x_{k1} x_{k2} x_{k3}) \right) \\ & \sum_{p \in i_{du}(j,i)} (1 - x_{p3}) \sum_{m \in i_{du}[p,i]} N_m \prod_{n \in P(j,p)} x_{n1} x_{n2} x_{n3} (1 - \prod_{o \in i_{DG,du}[p,i]} x_{o5}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

s.a.

$$\sum_{i \in S} x_{i3} \geq n_{localizaciones} - n_{max,reconectores} \quad (3.19)$$

$$\sum_{i \in S} x_{i1} + x_{i2} \geq 2 * n_{localizaciones} - n_{max,fusibles} \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in S} x_{i4} \geq n_{localizaciones} - n_{max,DG} \quad (3.21)$$

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} = 2 \quad (3.22)$$

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} \geq 2 \quad (3.23)$$

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{j3} \geq 2 \quad (3.24)$$

$$x_{i1} + x_{j2} + \geq 1 \quad (3.25)$$

$$\sum_{i \in MF} x_{i1} + x_{i2} \geq 2 * n_{Localizaciones_{MF}} \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in NMF} x_{i1} = n_{Localizaciones_{NMF}} - 1 \quad (3.27)$$

Capítulo 4

Metodología propuesta

En este capítulo se presenta detalladamente la metodología para solucionar el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida en sistemas de distribución de energía eléctrica, con el propósito de mejorar el índice de confiabilidad SAIFI.

El número de dispositivos de protección y generación distribuida depende de aspectos como: la importancia de la red, agentes externos que puedan ocasionar fallas permanentes o temporales en el sistema y los recursos disponibles de las empresas prestadoras del servicio de energía.

4.1. Pasos empleados para el desarrollo de la metodología

Determinar las características más relevantes de la red

- Diagrama unifilar.
 - Número de usuarios.
 - Nodos del sistema.
 - Localizaciones de dispositivos en la red.
 - Importancia de la red.

- Asignar la cantidad de dispositivos disponibles.
 - Número máximo de fusibles.
 - Número máximo de reconectores.
 - Número máximo de Generación Distribuida.

- Obtener las características de cada localización de la red. -Nombre de cada localización de la red.

-Nodo de envío.

-Nodo de recibo.

-Tasa de fallos permanente de cada localización.

-Tasa de fallos temporales de cada localización.

-Número de usuarios de cada localización.

-Localizaciones pertenecientes al alimentador principal.

- Plantear la función objetivo del modelo matemático a partir de lo mencionado en el capítulo 3, en función de las tasas de fallos, la distribución de clientes desde el punto de vista de cada localización y las variables asociadas a los dispositivos de protección y Generación Distribuida.
- Establecer el conjunto de restricciones del modelo matemático para el sistema, a partir de los criterios señalados en el capítulo 3.
- Solucionar el modelo matemático obtenido de los pasos anteriores, y de esta forma obtener la ubicación óptima de los dispositivos de protección y Generación Distribuida.

Se debe tener en cuenta que las variables de decisión son de tipo binario, por lo tanto, si la variable toma un valor igual a cero indica que un dispositivo de protección o Generación Distribuida es ubicado en la localización asociada, y si toma un valor de 1 indica lo contrario.

4.2. Ejemplo de aplicación

A continuación, se muestra un ejemplo de aplicación del modelo matemático y la solución óptima para la ubicación de dos reconectores, dos fusibles y una Generación Distribuida, a través de un circuito de prueba tomado de [6] con sus respectivas características.

4.2.1. Características más relevantes de la RED

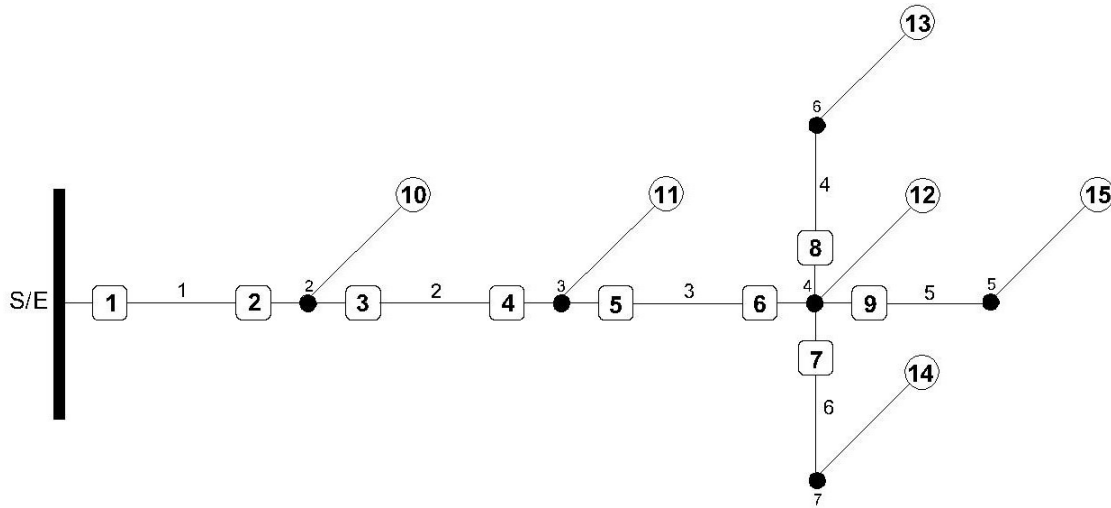


Figura 4.1: Diagrama unifilar sistema de prueba 1.

4.2.2. Cantidad de dispositivos disponibles

Partiendo de que la red empleada para el ejemplo es relativamente pequeña, se considera la siguiente

cantidad de dispositivos a ubicar: Fusibles = 2
 Recnectadores = 2
 Generación Distribuida = 1

4.2.3. Características de cada localización de la red

Cuadro 4.1: Características de cada localización de la red

Localización	Nodo de envío	Nodo de recibo	Tasa de fallas permanentes λ_i	Tasa de fallas temporales γ_i	Número de consumidores por sección	Alimentador principal	DG
1	1	2	0,2	0,2	100	1	-
2	1	2	0	0	-	2	10
3	2	3	0,1	0,1	240	3	-
4	2	3	0	0	-	4	11
5	3	4	0,3	0,3	220	5	-
6	3	4	0	0	-	6	12
7	4	7	0,6	0,6	800	-	14
8	4	6	0,2	0,2	130	-	13
9	4	5	0,2	0,2	1000	9	15

4.2.4. Función objetivo del modelo matemático

$$\begin{aligned}
SAIFI = & \sum_{i \in S} \lambda_i N_{total}(i) + \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (N_{total}(j) - N_{total}(aj_i)) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k2} x_{k3} + \\
& \sum_{i \in S} \gamma_i N_{total}(i) (1 - x_{i1}) + \sum_{i \in S} \gamma_i \sum_{j \in P[1,i]} N_{total}(j) (1 - x_{j1}) \prod_{k \in P(j,i)} x_{k1} x_{k3} - \\
& \left(\sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in d(i)} (N_{total}(j)) (1 - x_{j3}) \prod_{k \in P(i,j)} x_{k1} x_{k2} x_{k3} \right. \\
& \left. (1 - \prod_{l \in d_{DG}[j]} x_{l4}) \right) - \sum_{i \in S} \lambda_i \sum_{j \in P[1,i]} (1 - x_{j3}) \prod_{k \in p(j,i)} (x_{k1} x_{k2} x_{k3}) \\
& \sum_{p \in i_{du}(j,i)} (1 - x_{p3}) \sum_{m \in i_{du}[p,i]} N_m \prod_{n \in p(j,p)} x_{n1} x_{n2} x_{n3} (1 - \prod_{o \in i_{DG,du}[p,i]} x_{o5})
\end{aligned} \tag{4.1}$$

La función objetivo está sujeta a las tasas de fallo y a los usuarios pertenecientes al sistema, por lo tanto, se tienen los siguientes conjuntos:

- Conjunto de todas las localizaciones

$$S = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9]$$

- Localización inmediatamente aguas abajo de la localización i . a_{ij} :

Cuadro 4.2: Conjunto a_{ij}

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	2	2	2	2	2	2	2	2
2	[]	[]	3	3	3	3	3	3	3
3	[]	[]	[]	4	4	4	4	4	4
4	[]	[]	[]	[]	5	5	5	5	5
5	[]	[]	[]	[]	[]	6	6	6	6
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	7	8	9
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

- Conjunto de localizaciones en el trayecto de la subestación a la localización i , se debe excluir la localización i . $p[1,i]$:

Cuadro 4.3: Conjunto $p [1,i]$

i=1	[]
i=2	1
i=3	[1 2]
i=4	[1 2 3]
i=5	[1 2 3 4]
i=6	[1 2 3 4 5]
i=7	[1 2 3 4 5 6]
i=8	[1 2 3 4 5 6]
i=9	[1 2 3 4 5 6]

- Conjunto de todas las localizaciones en el trayecto de la localización j a la localización i , incluyendo la localización i y excluyendo la localización j . $p (j,i)$:

Cuadro 4.4: Conjunto $p (j,i)$

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	2	[2 3]	[2 3 4]	[2 3 4 5]	[2 3 4 5 6]	[2 3 4 5 6 7]	[2 3 4 5 6 8]	[2 3 4 5 6 9]
2	[]	[]	3	[3 4]	[3 4 5]	[3 4 5 6]	[3 4 5 6 7]	[3 4 5 6 8]	[3 4 5 6 9]
3	[]	[]	[]	4	[4 5]	[4 5 6]	[4 5 6 7]	[4 5 6 8]	[4 5 6 9]
4	[]	[]	[]	[]	5	[5 6]	[5 6 7]	[5 6 8]	[5 6 9]
5	[]	[]	[]	[]	[]	6	[6 7]	[6 8]	[6 9]
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	7	8	9
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

- Conjunto de todas las localizaciones en el trayecto de la localización j a la sección i , excluyendo ambas localizaciones. $p (j,i)$:

Cuadro 4.5: Conjunto $p(j,i)$

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	[]	2	[2 3]	[2 3 4]	[2 3 4 5]	[2 3 4 5 6]	[2 3 4 5 6]	[2 3 4 5 6]
2	[]	[]	[]	3	[3 4]	[3 4 5]	[3 4 5 6]	[3 4 5 6]	[3 4 5 6]
3	[]	[]	[]	[]	4	[4 5]	[4 5 6]	[4 5 6]	[4 5 6]
4	[]	[]	[]	[]	[]	5	[5 6]	[5 6]	[5 6]
5	[]	[]	[]	[]	[]	[]	6	6	6
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

- Conjunto de todas las localizaciones aguas abajo de la localización i , excluyendo la localización i . $d(i)$:

Cuadro 4.6: Conjunto $d(i)$

i=1	[2 3 4 5 6 7 8 9]
i=2	[3 4 5 6 7 8 9]
i=3	[4 5 6 7 8 9]
i=4	[5 6 7 8 9]
i=5	[6 7 8 9]
i=6	[7 8 9]
i=7	[]
i=8	[]
i=9	[]

- Conjunto de todas las localizaciones de Generación Distribuida aguas abajo de la localización i . $d_{DG}(i)$:

Cuadro 4.7: Conjunto $d_{DG}(i)$

i=1	[10 11 12 13 14 15]
i=2	[10 11 12 13 14 15]
i=3	[11 12 13 14 15]
i=4	[11 12 13 14 15]
i=5	[12 13 14 15]
i=6	[12 13 14 15]
i=7	14
i=8	13
i=9	15

- Conjunto de todas las localizaciones tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , excluyendo ambas localizaciones. $i_{du}(j, i)$:

Cuadro 4.8: Conjunto $i_{du}(j, i)$.

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	[]	2	[2 3]	[2 3 4]	[2 3 4 5]	[2 3 4 5 6 8 9]	[2 3 4 5 6 7 9]	[2 3 4 5 6 7 8]
2	[]	[]	[]	3	[3 4]	[3 4 5]	[3 4 5 6 8 9]	[3 4 5 6 7 9]	[3 4 5 6 7 8]
3	[]	[]	[]	[]	4	[4 5]	[4 5 6 8 9]	[4 5 6 7 9]	[4 5 6 7 8]
4	[]	[]	[]	[]	[]	5	[5 6 8 9]	[5 6 7 9]	[5 6 7 8]
5	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[6 8 9]	[6 7 9]	[6 7 8]
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[8 9]	[7 9]	[7 8]
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

- Conjunto de todas las localizaciones tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , incluyendo la localización j y excluyendo la localización i . $i_{du}[j, i)$:

Cuadro 4.9: Conjunto $i_{du}[j, i)$

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	1	[1 2]	[1 2 3]	[2 3 4]	[1 2 3 4 5]	[1 2 3 4 5 6 8 9]	[1 2 3 4 5 6 7 9]	[1 2 3 4 5 6 7 8]
2	[]	[]	2	[2 3]	[2 3 4]	[2 3 4 5]	[2 3 4 5 6 8 9]	[2 3 4 5 6 7 9]	[2 3 4 5 6 7 8]
3	[]	[]	[]	3	[3 4]	[3 4 5]	[3 4 5 6 8 9]	[3 4 5 6 7 9]	[3 4 5 6 7 8]
4	[]	[]	[]	[]	4	[4 5]	[4 5 6 8 9]	[4 5 6 7 9]	[4 5 6 7 8]
5	[]	[]	[]	[]	[]	5	[5 6 8 9]	[5 6 7 9]	[5 6 7 8]
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[6 8 9]	[6 7 9]	[6 7 8]
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

- Conjunto de todas las localizaciones de Generación Distribuida tanto aguas abajo de j como aguas arriba de i , incluyendo la localización j y excluyendo la localización i . $i_{DG,du}[j, i)$:

Cuadro 4.10: Conjunto $i_{DG,du}[j, i)$

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[]	[]	10	10	[10 11]	[10 11]	[10 11 12 13 15]	[10 11 12 14 15]	[10 11 12 13 14]
2	[]	[]	10	10	[10 11]	[10 11]	[10 11 12 13 15]	[10 11 12 14 15]	[10 11 12 13 14]
3	[]	[]	[]	[]	11	11	[11 12 13 15]	[11 12 14 15]	[11 12 13 14]
4	[]	[]	[]	[]	11	11	[11 12 13 15]	[11 12 14 15]	[11 12 13 14]
5	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[12 13 15]	[12 14 15]	[12 13 14]
6	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[12 13 15]	[12 14 15]	[12 13 14]
7	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
8	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
9	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]

4.2.5. Restricciones del modelo matemático para el sistema

Las restricciones están sujetas al número de dispositivos disponibles y a las consideraciones pertinentes a partir de la importancia de la red y el impacto que representa cada una de sus localizaciones. Dentro de las consideraciones se tiene que: debe ir ubicado un reconector en la localización inmediatamente aguas abajo de la subestación, los re conectadores deben ser ubicados sobre el alimentador principal y se debe ubicar un fusible sin esquema de salvamento.

A continuación, se muestra el conjunto de restricciones para el modelo matemático del sistema en función de las consideraciones descritas en el capítulo 3 y las anteriormente mencionadas.

- Restricción para limitar el número de reconectores a ubicar en la red.

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} + x_{73} + x_{83} + x_{93} \geq 7$$

- Restricción para limitar el número de fusibles a ubicar en la red.

$$x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} + x_{31} + x_{32} + x_{41} + x_{42} + x_{51} \\ + x_{52} + x_{61} + x_{62} + x_{71} + x_{72} + x_{81} + x_{82} + x_{91} + x_{92} \geq 16$$

- Restricción para limitar el número de generación distribuida a ubicar en la red.

$$x_{104} + x_{114} + x_{124} + x_{134} + x_{144} + x_{154} \geq 5$$

- Exigencia de un elemento de protección en una localización específica, en este caso un reconector debe ubicarse en la localización 1.

$$x_{13} = 0$$

- Restricción que establece que sólo un dispositivo de protección puede ir ubicado en una localización.

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq 2$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \geq 2$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} \geq 2$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} \geq 2$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} \geq 2$$

$$x_{71} + x_{72} + x_{73} \geq 2$$

$$x_{81} + x_{82} + x_{83} \geq 2$$

$$x_{91} + x_{92} + x_{93} \geq 2$$

- Restricción para evitar que un reconector sea ubicado aguas abajo de un fusible.

$$x_{11} + x_{12} + x_{23} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{33} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{43} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{53} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{63} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{73} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{83} \geq 2$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{93} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{33} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{43} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{53} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{63} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{73} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{83} \geq 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{93} \geq 2$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{43} \geq 2$$

$$\begin{aligned}
x_{31} + x_{32} + x_{53} &\geq 2 \\
x_{31} + x_{32} + x_{63} &\geq 2 \\
x_{31} + x_{32} + x_{73} &\geq 2 \\
x_{31} + x_{32} + x_{83} &\geq 2 \\
x_{31} + x_{32} + x_{93} &\geq 2 \\
x_{41} + x_{42} + x_{53} &\geq 2 \\
x_{41} + x_{42} + x_{63} &\geq 2 \\
x_{41} + x_{42} + x_{73} &\geq 2 \\
x_{41} + x_{42} + x_{83} &\geq 2 \\
x_{41} + x_{42} + x_{93} &\geq 2 \\
x_{51} + x_{52} + x_{63} &\geq 2 \\
x_{51} + x_{52} + x_{73} &\geq 2 \\
x_{51} + x_{52} + x_{83} &\geq 2 \\
x_{51} + x_{52} + x_{93} &\geq 2 \\
x_{61} + x_{62} + x_{73} &\geq 2 \\
x_{61} + x_{62} + x_{83} &\geq 2 \\
x_{61} + x_{62} + x_{93} &\geq 2
\end{aligned}$$

- Restricción para evitar la instalación de un fusible con esquema de salvamento aguas abajo de un fusible sin esquema. $x_{11} + x_{22} \geq 1$

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{32} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{42} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{52} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{62} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{11} + x_{92} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{32} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{42} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{52} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{62} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{21} + x_{92} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{42} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{52} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{62} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{31} + x_{92} &\geq 1 \\
x_{41} + x_{52} &\geq 1 \\
x_{41} + x_{62} &\geq 1 \\
x_{41} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{41} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{41} + x_{92} &\geq 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{51} + x_{62} &\geq 1 \\
x_{51} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{51} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{51} + x_{92} &\geq 1 \\
x_{61} + x_{72} &\geq 1 \\
x_{61} + x_{82} &\geq 1 \\
x_{61} + x_{92} &\geq 1
\end{aligned}$$

- Restricción para evitar que un fusible se ubique en el alimentador principal de la red.

$$x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} + x_{31} + x_{32} + x_{41} + x_{42} + x_{51} + x_{52} + x_{61} + x_{62} + x_{91} + x_{92} = 14$$

- Restricción que indica que un fusible sin esquema de salvamento debe instalarse en el sistema.

$$x_{71} + x_{81} = 1$$

La función objetivo completa se muestra en el anexo A.

Capítulo 5

Aplicación y resultados

En este capítulo se presenta los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la metodología propuesta en el capítulo 4. Para verificar la validez de esta metodología se utiliza el software MATLAB y el paquete de optimización GAMS con el fin de analizar dos sistemas de prueba.

Para el primer sistema de prueba se considera una cantidad máxima de dos reconectores, dos fusibles y una generación distribuida, debido al tamaño y la configuración de la red. En el segundo sistema de prueba se considera una cantidad máxima de cuatro reconectores, cuatro fusibles y una generación distribuida, dado que éste es de mayor tamaño.

Para la implementación de la metodología propuesta se consideran los siguientes criterios:

- La generación distribuida opera en modo paralelo a la red, es decir, tanto la generación distribuida como la fuente de alimentación suplen de energía simultáneamente a los usuarios disponibles en el sistema.
- La generación distribuida tiene asociada un reconector aguas arriba de su ubicación.
- La generación distribuida tiene tasa de fallos nula.
- Los perfiles de tensión, pérdidas en las líneas y la calidad de la energía no son considerados en el modelo matemático.
- Se considera que solo ocurre una falla a la vez.
- Los dispositivos de protección no fallan al aislar una falla.
- Un reconector debe ir ubicado en la localización uno de ambos sistemas de prueba.
- Los fusibles no pueden ser instalados en el alimentador principal del sistema.

5.1. Sistema de prueba 1

El primer sistema de prueba es mostrado en el capítulo 4, dispone de nueve posibles localizaciones para dispositivos de protección y seis localizaciones candidatas para generación distribuida, como se presenta a continuación en la figura 5.1.

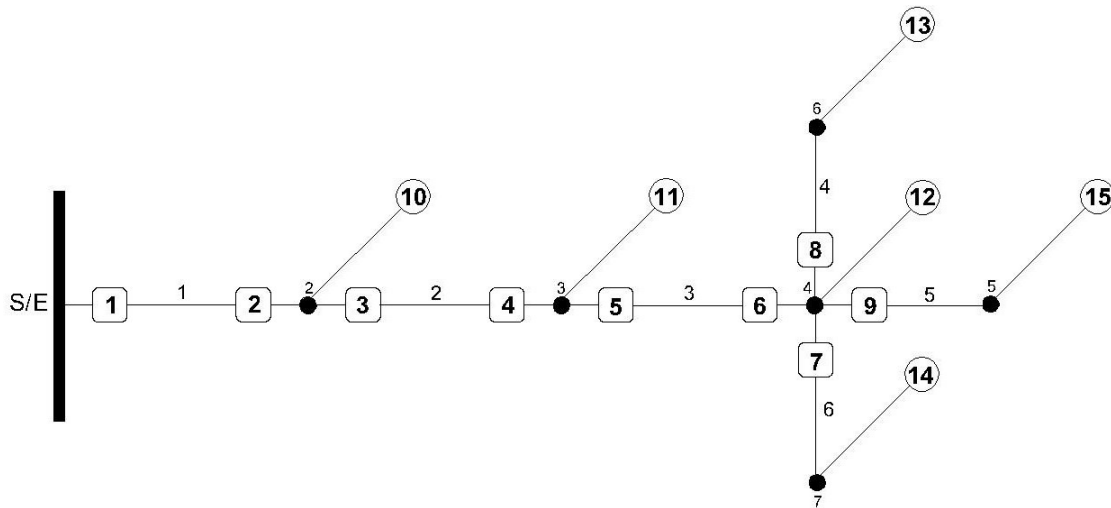


Figura 5.1: Diagrama unifilar sistema de prueba 1.

En la tabla 5.1 se presentan las características más representativas de la red.

Cuadro 5.1: Datos del sistema de prueba 1

Localización	Nodo de envío	Nodo de recibo	Tasa de fallas permanentes λ_i	Tasa de fallas temporales γ_i	Número de consumidores por sección	Alimentador principal	DG
1	1	2	0,2	0,2	100	1	-
2	1	2	0	0	-	2	10
3	2	3	0,1	0,1	240	3	-
4	2	3	0	0	-	4	11
5	3	4	0,3	0,3	220	5	-
6	3	4	0	0	-	6	12
7	4	7	0,6	0,6	800	-	14
8	4	6	0,2	0,2	130	-	13
9	4	5	0,2	0,2	1000	9	15

Con el fin de analizar el resultado del indicador de confiabilidad SAIFI se realizan tres casos de prueba. En el primer caso de prueba se muestra la ubicación óptima de dispositivos de protección

sin considerar la instalación de generación distribuida en la red, y en el segundo caso de prueba se presenta la ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida en la red.

Para realizar el primer caso de prueba es necesario omitir los términos A_5 y A_6 de la función objetivo y la restricción que especifica el límite máximo de generación distribuida a ubicar en la red, debido a que éstos están relacionados con la generación distribuida.

En la tabla 5.2 se muestra los resultados obtenidos de los dos casos de prueba.

Cuadro 5.2: Casos de prueba para el sistema 1.

Caso	Reconectador	Fusible sin esquema de salvamento	Fusible con esquema de salvamento	Generación distribuida	Indicador SAIFI
1	1, 9	8	7	N/A	0,894
2	1, 9	8	7	15	0,653

Se observa que, en el segundo caso de prueba el índice de confiabilidad SAIFI disminuye comparado con el primer caso, confirmando que al instalar la generación distribuida en la red se mejora la confiabilidad del sistema.

En la figura 5.2 y 5.3 se ilustra la nomenclatura utilizada para representar los dispositivos de protección y generación distribuida y la solución óptima encontrada por GAMS para el segundo caso respectivamente.

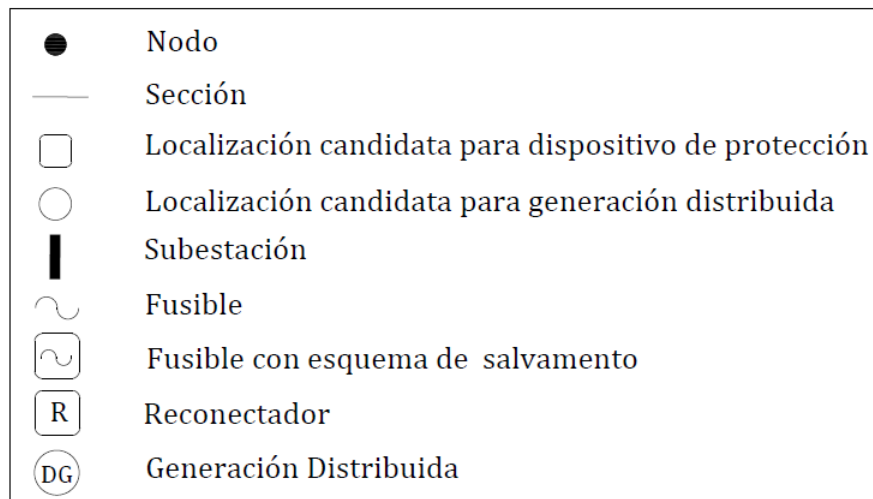


Figura 5.2: Convenciones empleadas.

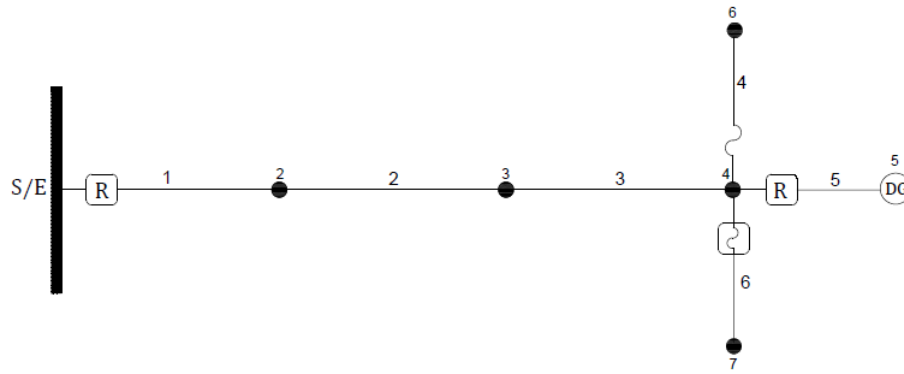


Figura 5.3: Ubicación de dispositivos de protección y generación distribuida sistema 1.

5.2. Sistema de prueba 2

El segundo sistema de prueba dispone de 18 localizaciones posibles para la ubicación de dispositivos de protección y 12 localizaciones candidatas para la instalación de generación distribuida en la red. En la figura 5.4 se presenta el sistema de prueba 2.

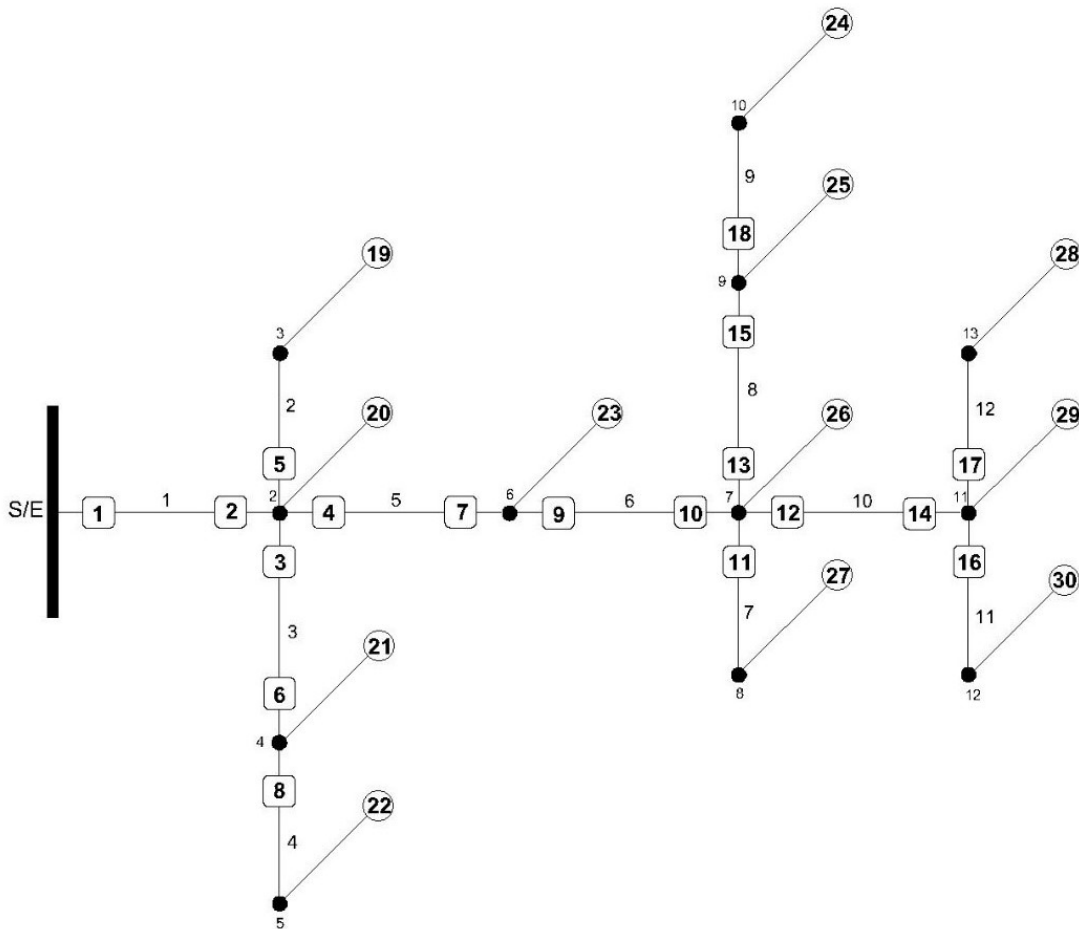


Figura 5.4: Diagrama unifilar sistema de prueba 2.

En la tabla 5.3 se presentan las características más representativas de la red.

Cuadro 5.3: Datos del sistema de prueba 2

Localización	Nodo de envío	Nodo de recibo	Tasa de fallas permanentes λ_i	Tasa de fallas temporales γ_i	Número de consumidores por sección	Alimentador principal	DG
1	1	2	0,1	0,2	100	1	0
2	1	2	0	0	0	2	20
3	2	4	0,2	0,3	125	0	0
4	2	6	0,15	0,3	500	4	0
5	2	3	0,3	0,1	300	0	19
6	2	4	0	0	0	0	21
7	2	6	0	0	0	7	23
8	4	5	0,6	0,3	50	0	22
9	6	7	0,25	0,4	1000	9	0
10	6	7	0	0	0	10	26
11	7	8	0,4	0,3	400	0	27
12	7	11	0,4	0,6	200	12	0
13	7	9	0,5	0,55	250	0	0
14	7	11	0	0	0	14	29
15	7	9	0	0	0	0	25
16	11	12	0,3	0,4	100	0	30
17	11	13	0,4	0,5	50	0	28
18	9	10	0,7	0,9	40	0	4

De igual manera que el sistema de prueba 1, se realiza los mismos casos de prueba para verificar que cuando se considera la generación distribuida en la red el índice de confiabilidad SAIFI disminuye. A continuación, se presentan la solución óptima encontrada por GAMS para ambos casos.

Cuadro 5.4: Casos de prueba para el sistema 2.

Caso	Reconectador	Fusible sin esquema de salvamento	Fusible con esquema de salvamento	Generación distribuida	Indicador SAIFI
1	1,7,11,12	15	3,5,13	N/A	0,73
2	1,4,9,12	11	3,5,13	15	0,577

De acuerdo con los resultados obtenidos se observa que al instalar generación distribuida se reduce el indicador de confiabilidad de la red y también se percibe la variación de la ubicación de los

dispositivos de protección en ambos casos, debido a que el modelo matemático es no lineal entero mixto presenta más de una solución óptima.

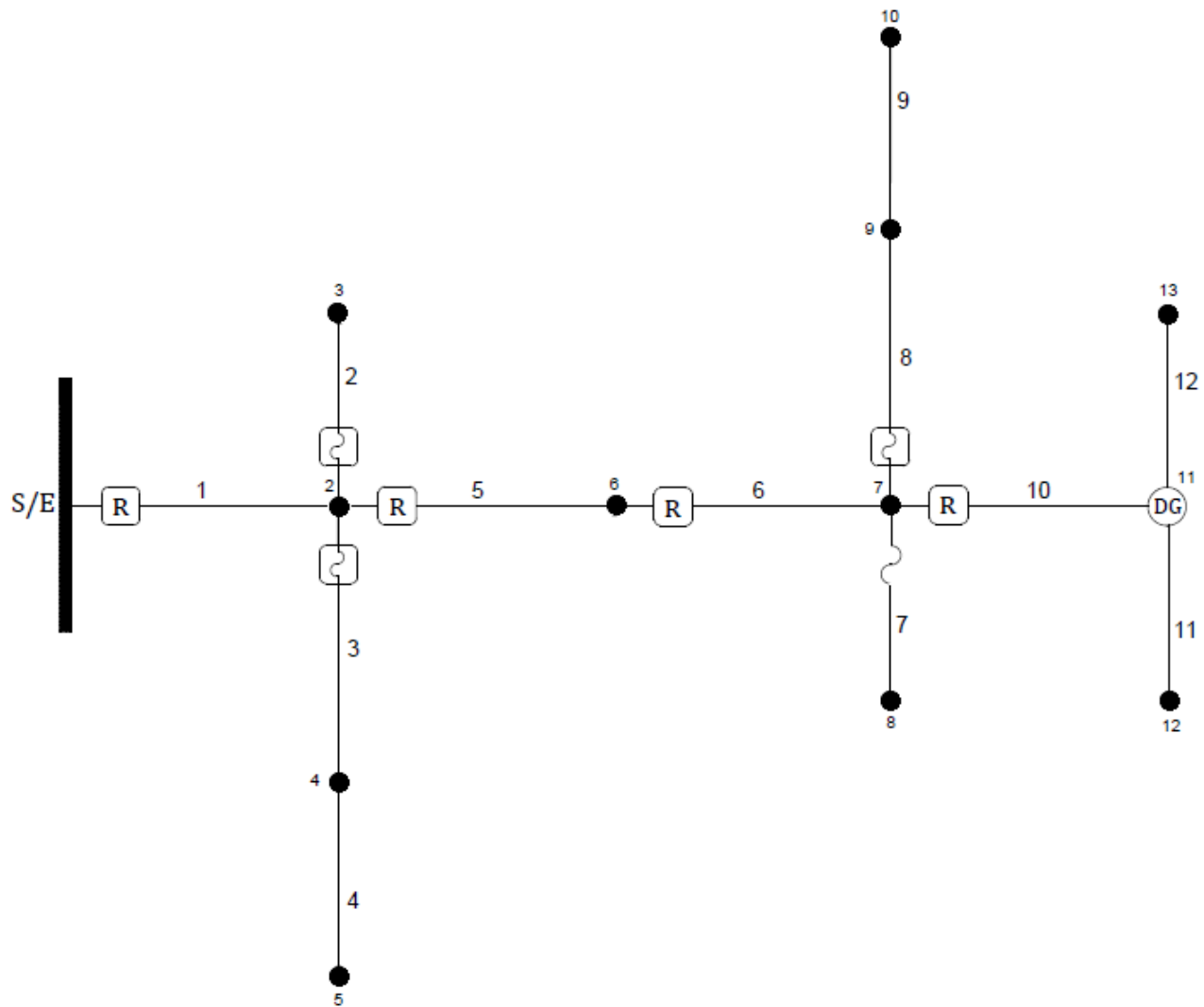


Figura 5.5: Ubicación de dispositivos de protección y generación distribuida sistema 2.

En la figura 5.5 se muestra la solución óptima encontrada por GAMS para el segundo caso.

Capítulo 6

Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros

6.1. Conclusiones

- Para solucionar el problema de ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida para minimizar el indicador de confiabilidad SAIFI, en este trabajo se desarrolla una formulación basado en un modelo no lineal entero mixto, en el cual la función objetivo es no lineal y está sujeta a un conjunto de restricciones lineales. Esta metodología fue aplicada para dos sistemas de prueba encontrados en la literatura, y se logra la ubicación óptima de fusibles, reconectores y generación distribuida para mejorar la confiabilidad del sistema.
- Se comprueba que al instalar generación distribuida en el sistema de distribución se reduce el indicador de confiabilidad SAIFI, debido a que la DG está funcionando simultáneamente con la fuente de alimentación principal, entonces en el momento que ocurra una falla ésta proporciona energía de respaldo a la red. De esta manera se reduce las interrupciones que pueden experimentar los usuarios o cargas importantes del sistema garantizando un funcionamiento estable.
- Con el propósito de identificar el impacto positivo de la generación distribuida en el indicador de confiabilidad SAIFI, se plantean y se solucionan dos casos de prueba: el primero es un caso base el cual considera la ubicación óptima de dispositivos de protección dado que no se instala generación distribuida en la red. El segundo caso encuentra simultáneamente la ubicación óptima de dispositivos de protección y generación distribuida, en este caso se observa que el índice de confiabilidad SAIFI disminuye considerablemente con respecto a cuándo solo se considera la ubicación óptima de los dispositivos de protección.
- Al integrar la generación distribuida en la función objetivo y restricciones, el resultado de la ubicación de los dispositivos cambio con respecto a cuándo no se considera la generación distribuida, debido a que al aparecer una nueva fuente de alimentación algunos usuarios tienen

la posibilidad de tomar energía por dos trayectos diferentes, por lo tanto, la formulación matemática identifica los nuevos usuarios susceptibles a experimentar fallas.

6.2. Recomendaciones y trabajos futuros

- La metodología puede ser aplicada para diferentes sistemas de distribución, garantizando siempre que la topología del sistema permanezca radial.
- Al considerarse la generación distribuida en el sistema tiene como efecto el cambio en los flujos de corriente, pasan de ser unidireccionales a bidireccionales, por lo se debe realizar los cambios apropiados en el esquema de protecciones.
- Como trabajo futuro se propone linealizar el modelo matemático, con el fin de encontrar una solución óptima para el sistema. Por otro lado, se pueden emplear otros algoritmos para solucionar el problema de programación no lineal entero mixto con el objetivo de comparar los resultados y obtener nuevas conclusiones.

6.3. Bibliografía

- [1] K. Tomsovic, “Optimized Distribution Protection Using Binary Programming,” vol. 13, no.1, pp. 218–224, 1998.
- [2] Silva, L.G.W. Alocação otimizada de dispositivos de proteção em sistemas de distribuição de energia elétrica. Dissertação (Mestrado)– Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2002.
- [3] A.E. D. C. Tio, I. B. N. C. Cruz, B. M. Malquist, and R. D. Del Mundo, “A binary programming model for reliability optimization considering fuse –blow and fuse –save schemes,” IEEE Reg. 10 Annu. Int. Conf. Proceedings/TENCON, 2012.
- [4] B. Baruah, S. Das, and M. Ghosh, “Optimal placement of protective devices in a distributed power system,” 2015 Annu. IEEE India Conf., pp.1-6, 2015.
- [5] M.T. G. Donalvo, A. E. D. C. Tio, and W. R. D. Tarnate, “Maximizing reliability by optimal siting of distributed generation and protective devices,” 2015 IEEE 15th Int. Conf. Environ. Electr. Eng. EEEIC 2015–Conf. Proc., pp.455-460, 2015.
- [6] A.E. D. C. Tio and I. B. N. C. Cruz, “A binary formulation of SAIDI for the predictive reliability assessment of radial distribution systems with tie–lines,” Asia–Pacific Power Energy Eng. Conf. APPEEC, no. December, 2013.
- [7] R. Unido, “Generación distribuida y Autoconsumo,” pp.1-41, 2016.
- [8] K. Kauhaniemi and L. Kumpulainen, “Impact of Distributed Generation on The Protection of Distribution Networks,” Eighth IEE Int. Conf. Dev. Power Syst. Prot., vol. 2004, no. Mv, pp. 315-318, 2004.
- [9] H. Kuang, S. Li, and Z. Wu, “Discussion on advantages and disadvantages of distributed generation connected to the grid,” 2011 Int. Conf. Electr. Control Eng. ICECE 2011–Proc., pp.170–173, 2011.
- [10] M. A. Pedraza, D. R. Reyes, C. A. Gomez, and F. Santamaria, “Optimization methodology to distributed generation location in distribution networks assessing protections coordination,” IEEE Lat. Am. Trans., vol. 13, no. 5, pp. 1398-1406, 2015.
- [11] C. Gischler and N. Janson, “Perspectivas sobre la generación distribuida mediante energías renovables en America Latina y el Caribe,” p. 65, 2011.
- [12] Gers, J.M. “Aplicación de protecciones eléctricas”. Primera Edición. Ediciones, Universidad del Valle. Cali, 1993.

Anexos A

Función objetivo completa

$$\begin{aligned} MINSAIPI = & 0,2722891566 * x71 * x72 * x73 - 0,09598393574 * x31 - 0,2590361446 * x51 - \\ & 0,1927710843 * x71 - 0,01044176707 * x81 - 0,08032128514 * x91 - 0,0004016064257 * x31 * x33 * \\ & (239,0 * x21 - 239,0) - 0,0004016064257 * x51 * x53 * (645,0 * x41 - 645,0) - 0,0004016064257 * x71 * \\ & x73 * (1158,0 * x61 - 1158,0) - 0,0004016064257 * x81 * x83 * (386,0 * x61 - 386,0) - 0,0004016064257 * \\ & x91 * x93 * (386,0 * x61 - 386,0) - 0,2 * x11 + 0,1445783133 * x81 * x82 * x83 + 0,07469879518 * x91 * \\ & x92 * x93 - 0,0004016064257 * x41 * x42 * x43 * (215,0 * x53 - 215,0) * (x124 * x134 * x144 * x154 - \\ & 1,0) - 0,0004016064257 * x21 * x23 * x31 * x33 * (249,0 * x11 - 249,0) - 0,0004016064257 * x41 * x43 * \\ & x51 * x53 * (717,0 * x31 - 717,0) - 0,0004016064257 * x61 * x63 * x71 * x73 * (1290,0 * x51 - 1290,0) - \\ & 0,0004016064257 * x61 * x63 * x81 * x83 * (430,0 * x51 - 430,0) - 0,0004016064257 * x61 * x63 * x91 * \\ & x93 * (430,0 * x51 - 430,0) - 0,0004016064257 * x61 * x62 * x63 * (39,0 * x83 - 39,0) * (x134 - 1,0) - \\ & 0,0004016064257 * x61 * x62 * x63 * (240,0 * x73 - 240,0) * (x144 - 1,0) - 0,0004016064257 * x61 * x62 * \\ & x63 * (300,0 * x93 - 300,0) * (x154 - 1,0) - 0,0004016064257 * x21 * x22 * x23 * (478,0 * x33 - 478,0) * (x114 * \\ & x124 * x134 * x144 * x154 - 1,0) + 0,004016064257 * x21 * x22 * x23 * x31 * x32 * x33 + 0,02891566265 * x41 * \\ & x42 * x43 * x51 * x52 * x53 + 0,05301204819 * x61 * x62 * x63 * x71 * x72 * x73 + 0,01767068273 * x61 * x62 * \\ & x63 * x81 * x82 * x83 + 0,01767068273 * x61 * x62 * x63 * x91 * x92 * x93 - 0,0004016064257 * x31 * x33 * x41 * \\ & x43 * x51 * x53 * (717,0 * x21 - 717,0) - 0,0004016064257 * x51 * x53 * x61 * x63 * x71 * x73 * (1290,0 * x41 - \\ & 1290,0) - 0,0004016064257 * x51 * x53 * x61 * x63 * x81 * x83 * (430,0 * x41 - 430,0) - 0,0004016064257 * \\ & x51 * x53 * x61 * x63 * x91 * x93 * (430,0 * x41 - 430,0) - 0,0004016064257 * x21 * x22 * x23 * x31 * x32 * x33 * \\ & (430,0 * x43 - 430,0) * (x114 * x124 * x134 * x144 * x154 - 1,0) - 0,0004016064257 * x41 * x42 * x43 * x51 * \\ & x52 * x53 * (193,0 * x63 - 193,0) * (x124 * x134 * x144 * x154 - 1,0) - 0,0004016064257 * x21 * x23 * x31 * \\ & x33 * x41 * x43 * x51 * x53 * (747,0 * x11 - 747,0) - 0,0004016064257 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x71 * \\ & x73 * (1434,0 * x31 - 1434,0) - 0,0004016064257 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x81 * x83 * (478,0 * \\ & x31 - 478,0) - 0,0004016064257 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x91 * x93 * (478,0 * x31 - 478,0) - \\ & 0,0004016064257 * x21 * x22 * x23 * x31 * x32 * x33 * x41 * x42 * x43 * (430,0 * x53 - 430,0) * (x124 * x134 * \\ & x144 * x154 - 1,0) - 0,0004016064257 * x31 * x33 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x71 * x73 * (1434,0 * \\ & x21 - 1434,0) - 0,0004016064257 * x31 * x33 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x81 * x83 * (478,0 * x21 - \\ & 478,0) - 0,0004016064257 * x31 * x33 * x41 * x43 * x51 * x53 * x61 * x63 * x91 * x93 * (478,0 * x21 - 478,0) - \\ & 0,0004016064257 * x41 * x42 * x43 * x51 * x52 * x53 * x61 * x62 * x63 * (13,0 * x83 - 13,0) * (x134 - 1,0) - \\ & 0,0004016064257 * x41 * x42 * x43 * x51 * x52 * x53 * x61 * x62 * x63 * (80,0 * x73 - 80,0) * (x144 - 1,0) - \\ & 0,0004016064257 * x41 * x42 * x43 * x51 * x52 * x53 * x61 * x62 * x63 * (100,0 * x93 - 100,0) * (x154 - 1,0) + \end{aligned}$$

$1,228915663*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x43-0,6)*(x63-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+1,497991968*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x43-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+1,148594378*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x43-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)+0,8634538153*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*(0,3*x23-0,3)*(x43-1,0)*(x114-1,0)+0,01204819277*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53+0,0578313253*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73+0,01927710843*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83+0,01927710843*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93-0,0004016064257*x21*x23*x31*x33*x41*x43*x51*x53*x61*x63*x71*x73*(1494,0*x11-1494,0)-0,0004016064257*x21*x23*x31*x33*x41*x43*x51*x53*x61*x63*x81*x83*(498,0*x11-498,0)-0,0004016064257*x21*x23*x31*x33*x41*x43*x51*x53*x61*x63*x91*x93*(498,0*x11-498,0)-0,0004016064257*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*(386,0*x63-386,0)*(x124*x134*x144*x154-1,0)+1,823293173*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*(0,3*x13-0,3)*(x33-1,0)*(x114-1,0)+0,8634538153*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*(0,3*x13-0,3)*(x43-1,0)*(x114-1,0)+2,092369478*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x33-0,6)*(x53-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+1,228915663*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x33-0,6)*(x63-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+2,361445783*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x33-0,2)*(x53-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+1,497991968*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x33-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+2,012048193*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x33-0,2)*(x53-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)+1,148594378*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x33-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)-0,0004016064257*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*(26,0*x83-26,0)*(x134-1,0)-0,0004016064257*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*(160,0*x73-160,0)*(x144-1,0)-0,0004016064257*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*(200,0*x93-200,0)*(x154-1,0)+2,092369478*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x23-0,6)*(x53-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+1,228915663*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x23-0,6)*(x63-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+2,361445783*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x23-0,2)*(x53-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+1,497991968*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x23-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+2,012048193*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x23-0,2)*(x53-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)+1,148594378*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x23-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)+2,955823293*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x23-0,6)*(x114*x124*x134*x154-1,0)*(x43-1,0)+3,224899598*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x23-0,2)*(x114*x124*x144*x154-1,0)*(x43-1,0)+2,875502008*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x23-0,2)*(x114*x124*x134*x144-1,0)*(x43-1,0)+0,02409638554*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73+0,008032128514*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83+0,008032128514*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93+2,092369478*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x13-0,6)*(x53-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+1,228915663*x21*x22*$

$$\begin{aligned}
& x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x13-0,6)* \\
& (x63-1,0)*(x124*x134*x154-1,0)+2,361445783*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43* \\
& x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x13-0,2)*(x53-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+ \\
& 1,497991968*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82* \\
& x83*(0,2*x13-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x144*x154-1,0)+2,012048193*x21*x22*x23*x31*x32* \\
& x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x13-0,2)*(x53-1,0)*(x124* \\
& x134*x144-1,0)+1,148594378*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61* \\
& x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x13-0,2)*(x63-1,0)*(x124*x134*x144-1,0)+3,915662651*x21* \\
& x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x13- \\
& 0,6)*(x114*x124*x134*x154-1,0)*(x33-1,0)+2,955823293*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41* \\
& x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x71*x72*x73*(0,6*x13-0,6)*(x114*x124*x134*x154- \\
& 1,0)*(x43-1,0)+4,184738956*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61* \\
& x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x13-0,2)*(x114*x124*x144*x154-1,0)*(x33-1,0)+3,224899598* \\
& x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x81*x82*x83*(0,2*x13- \\
& 0,2)*(x114*x124*x144*x154-1,0)*(x43-1,0)+3,835341365*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41* \\
& x42*x43*x51*x52*x53*x61*x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x13-0,2)*(x114*x124*x134*x144- \\
& 1,0)*(x33-1,0)+2,875502008*x21*x22*x23*x31*x32*x33*x41*x42*x43*x51*x52*x53*x61* \\
& x62*x63*x91*x92*x93*(0,2*x13-0,2)*(x114*x124*x134*x144-1,0)*(x43-1,0)+1,677108434
\end{aligned}$$