

Sekélyvízű tavak szélkeltette áramlásának modellezése hálómertes módszerrel

Tóth Balázs

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. (E-mail: toth.balazs@epito.bme.hu)

Kivonat

Jelen munkában a vízügyi területen újszerűnek számító hálómertes, simított részecskekinamika (SPH - smoothed particle hydrodynamics) módszer szélkeltette sekélyvízi áramlásokra történő alkalmazását mutatom be. A módszer elméleti háttere alapvetően különbözik a megszokott hálóalapú véges térfogatok módszerétől, melynek köszönhetően, más alkalmazásokhoz hasonlóan ezen a területen is számos érdekes és hasznos tulajdonsággal rendelkezik. Az SPH, mint kollokációs módszer, a véges differenciák módszeréhez hasonlóan parciális differenciálegyenletek közelítő megoldásának előállítására alkalmas, a merev és gyakran nehezen kezelhető számítási rácsok alkalmazása nélkül. A módszer fontos tulajdonságai közé tartozik, hogy Lagrange-i szemléletének köszönhetően az Euleri véges térfogatok módszerétől eltérően az áramlást anyagi pontokhoz kötött koordinátákkal írja le. Ennek megfelelően egyrészt, akár gyors lefolyású, nempermanens áramlásokban is hatékonyan teszi lehetővé a szennyezőanyagok keveredésének vizsgálatát, másrészt alkalmas a száraz és elöntött területek, a medergeometriának megfelelően történő természetes kialakítására. Noha a sekélyvízi egyenletek SPH-s megoldására számos példa található a szakirodalomban, a modellek alkalmazása és fejlesztése a megoldók rugalmatlansága miatt jelentős nehézségekkel jár. A Nauticle, a szerző által fejlesztett általános célú, nyílt forráskódú hálómertes részecskealapú numerikus megoldó mind a megoldandó egyenleteket, mind pedig a megoldási módszert tekintve rugalmas számítási környezetet biztosít a matematikai modell felépítésére. A szoftver egydimenziós Riemann-problémán keresztül történő validációját követően a számítások egyszerűsített medergeometriájú négyzet és ellipszis alakú sekélyvízű tavak teszteseteire lettek elvégezve. A számítási eredményeket a szakirodalomban található eredménnyel összevetve igen jó kvalitatív egyezés mutatkozik.

Kulcsszavak

SPH, simított részecskekinamika, szélkeltette áramlás, numerikus modellezés

Modeling of wind induced flow in shallow lake with a meshless numerical method

Abstract

This paper presents the application of the meshless smoothed particle hydrodynamics (SPH) method as a novel approach to wind induced water flows in shallow lake environment. Since the theoretical background of SPH is fundamentally different from the conventional mesh based finite volume methods, similarly to other application areas, it provides numerous interesting and beneficial properties in the field of hydrology as well. As a collocation technique, analogously to finite difference methods, SPH is suitable for approximating the solution of partial differential equations, however, without the rigid and often tedious application of an underlying numerical grid. In contrast with the Eulerian finite volume methods, one of the major characteristics of SPH is its Lagrangian nature, governing the fluid flows using substantial coordinates. Using the Lagrangian description, on the one hand, the investigation of contamination spreading and mixing is straightforward even in case of highly transient flows, while on the other hand, the evolution of dry and wet areas occurs naturally based on the bed topology without any further consideration of local parameters. Although, several SPH implementations of the shallow water equations exist in the literature, the application and development of the models are highly obstructed by the rigid simulation tools. The open source general purpose particle-based simulation tool Nauticle provides a flexible environment for building free-form equations concerning both the mathematical model and the numerical methods. After, the validation of the software using the implemented numerical model through the one-dimensional Riemann-problem, the calculations were performed on square and ellipse shaped shallow lake test cases. Results show good qualitative agreement with the literature.

Keywords

SPH, smoothed particle hydrodynamics, wind induced flow, numerical modeling

BEVEZETÉS

A sekély tavak napjainkban folyamatosan növekvő gazdasági, társadalmi, és ökológiai értéke azok vízminőségének és környezetének megóvását, javítását teszi szükségessé. A szélsőséggé váló éghajlati viszonyok, a globális klímaváltozás káros hatásai a tavak ökológiai rendszerére is veszélyt jelent, melynek kezelése és megelőzése a tavak áramlási jellemzőinek megismerését is magába foglalja.

A sekély víztestek áramlási folyamatainak, keveredési jellemzőinek megismeréséhez gyakran alkalmazott matematikai modell a mélységátlagolt sekélyvízi egyenlet, melynek esetében a víztestben kialakuló függőleges irányú rétegződéseket átlagoljuk, a függőleges irányú áramlásokat elhanyagoljuk. A sekélyvízi egyenletek alkalmazásával a vízszintes irányban a függőlegesenél nagyságrendekkel nagyobb kiterjedésű szabadfelszínű áramlási problémák hatékonyan egyszerűsíthetők anélkül, hogy a nagyléptékű áramlási jelenségek kialakulását jelentős mértékben befolyásolnánk. Bár a víztestet mozgásba hozó hatások forrásának a víz felszínén kialakuló szélnyírófeszültséget tekintjük, a nagyskalájú cirkulációs áramlások kialakulásához további feltétel, vagy feltételek teljesülése szükséges (Józsa 2014). Ilyen, úgynevezett örvényességforrások például a medergradiens hatása (Simons 1980), a partközeli növényzet (Sarkkula és társai 1991, Józsa és társai 1999), vagy a tó felületén

kialakuló nem egyenletes szélnyírás (Józsa és társai 1990, Curto és társai 2006). A víztestek nagy tehetetlensége miatt a tavak méretével azonos léptékű áramlási struktúrák kialakulásához tartósan fennálló szélnyírófeszültség szükséges, ezért a szél irányát és nagyságát gyakran állandónak feltételezzük.

A vízmérnöki gyakorlatban kiemelten fontos szerepet töltenek be a numerikus számításokon alapuló térben osztott paraméterű permanens és időfüggő tavi, illetve folyami jelenségeket leíró modellek. A számítógépes kapacitás növekedésével és a numerikus módszerek fejlődésével egyidőben a számítások komplexitása, térbeli felbontása és pontosságának folyamatos növekedése figyelhető meg.

A sekélyvízi modellek numerikus megoldásának széles körben elterjedt eszközei a hálólalapú véges differencia (FDM - finite difference method), véges térfogat (FVM – finite volume method) és végelem módszerek (FEM – finite element method). Ezen konvencionális, hálólalapú módszerek a számítási tartomány numerikus cellákra történő felosztásával a leíró egyenletek diszkretizációjával, algebrai egyenletek megoldásával közelítik a valós áramlási folyamatokat. Jelentős hátrányuk azonban, hogy a számítási háló generálása nehezen, sokszor egyáltalán nem automatizálható, ezért a megfelelő minőségű számítási rácskészítésének időigénye sok esetben meghaladja a tényleges számítási időt.

Jelen munka célja a tavi hidraulikában jelenleg kevésbé ismert, újszerűnek számító részecskealapú és hálómentes simított részecskekinematika módszer bemutatása és alkalmazása egyszerű mederalakkal rendelkező sekélyvízi tavak szélkeltette áramlásának vizsgálatára.

A SIMÍTOTT RÉSZESKEDINAMIKA MÓDSZER

Az SPH módszert először 1977-ben publikálta R.A. Gingold és J.J. Monaghan, valamint tőlük függetlenül L.B. Lucy. Kezdetben asztrofizikai területen alkalmazták peremfeltételek nélküli, nagy skálájú öngravitáló gázok, csillagok és galaxisok kialakulásának modellezésére. Ezt követően, az 1990-es évek közepén jelentek meg az első alkalmazások folyadékok áramlásának modellezésére (Monaghan 1994), mely megalapozta a módszer térhódítását áramlástan területén is. Ilyen területek a komplex szabadfelszíni áramlások, például partközeli hullámtörés, többfázisú áramlások, vagy kapcsolt multifizikai számítások. A hagyományos, hálólalapú módszerekhez viszonyított nagy számítási igénye miatt azonban csak a 2000-es évek második felében, a párhuzamos számításokat támogató eszközök elterjedésével vált szélesebb körben is ismertté, alkalmazottá (GPUSPH, DualSPHysics). Jelenleg a klasszikus SPH módszert, és annak folyamatosan fejlődő számos specializált változatát töretlenül növekvő figyelem kíséri mind gépészmérnöki, mind vízmérnöki alkalmazások területén.

A módszer alapját képező általánosított interpoláció (konvolúció) az alábbi alakban írható fel:

$$A(r) = \int_{\Omega} A(r') \delta(r - r') dr', \quad (1)$$

ahol $A(r)$ egy tetszőleges r helytől függő függvény, $\delta(r - r')$ az $\epsilon \rightarrow 0$ sugarú Dirac-delta függvény, Ω pedig az r körüli, $\epsilon \rightarrow 0$ sugarú véges tartomány. Az (1) kontinuum azonosság egyrészt a $\delta(r - r')$ függvény, másrészt az analitikus integrálszámítás miatt numerikusan nem alkalmazható. Ezt a két problémát a $\delta(r - r')$ függvény helyettesítésével, valamint a kontinuum értelmezési tartomány diszkretizálásával oldhatjuk fel. A $\delta(r - r')$ függvény helyettesítésére egy arra alkalmas $\phi(r - r', h)$ simítófüggvényt szokás használni, mely rendelkezik az alábbi tulajdonságokkal:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \phi(r - r', h) &= \delta(r - r'), \\ \int_{\Omega} \phi(r - r', h) dr' &= 1, \\ \text{supp}\{\phi(r - r_0)\} &\subset \{r \mid |r - r_0| < \epsilon, r \in \mathbb{R}^d\}, \\ \phi(r - r', h) &= \phi(r' - r, h), \end{aligned} \quad (2)$$

ahol h a függvény simító paramétere, ϵ pedig a haranggörbe alakú függvény hatósugara. Ilyen függvény például az ötödfokú Wendland-polinom:

$$\phi(q) := \alpha_2 \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q - 1), \quad (3)$$

ahol $\alpha_2 = 7/(4\pi h^2)$ a függvény normalizálásához szükséges konstans, valamint $q = r/h$. A függvény hatósugara a (3) alaknak megfelelően $2q$. A simítófüggvénnyel felírt konvolúció pedig

$$A(r) \approx \int_{\Omega} A(r') \phi(r - r', h) dr', \quad (4)$$

ami jelen formájában már csak egy közelítő összefüggés, hiszen ebben az esetben az $A(r)$ függvény simítását végezzük el egy véges szélességű kompakt tartójú alul áteresztő $\phi(r - r', h)$ szűrővel. Végül, a kontinuum értelmezési tartomány diszkrét anyagi pontokra történő leképezésével előállítható a diszkrét konvolúció:

$$\langle A_i \rangle = \sum_j A_j \phi_{ij} V_j, \quad (5)$$

ahol a jobb oldalon az i -edik pont környezetében elhelyezett j -edik anyagi pontokhoz tartozó $A_j = A(r_j)$ értékek $\phi_{ij} = \phi(r_i - r_j, h)$ -vel súlyozott összege szerepel. A $V_j = m_j / \rho_j$ a pontokhoz (részecskékhez) rendelt véges elemi térfogat.

Az A függvény részecskéken értelmezett deriváltjainak számítására a levezetés részleteinek elhagyásával az alábbi diszkrét differenciál-operátorokat használhatjuk (Monaghan 2005 és Violeau 2012):

$$\langle \text{div}(\vec{A})_i \rangle = \sum_j (\vec{A}_j - \vec{A}_i) \frac{m_j}{\rho_j} \nabla \phi_{ij}, \quad (6)$$

$$\langle \text{grad}(A)_i \rangle = \rho_i \sum_j \left(\frac{A_i}{\rho_i^2} + \frac{A_j}{\rho_j^2} \right) m_j \nabla \phi_{ij}, \quad (7)$$

$$\langle \Delta(A)_i \rangle = \sum_j 2(A_j - A_i) \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|^2} \frac{m_j}{\rho_j} \nabla \phi_{ij}. \quad (8)$$

A (6-8) operátorokat felhasználva a kívánt differenciálegyenlet kontinuum deriváltjai lecserélhetők diszkrét, algebrai kifejezésekre, és a megoldandó parciális differenciálegyenletből N darab közönséges differenciálegyenlet áll elő, ahol N a szimulációban alkalmazott részecskék száma. A közönséges differenciálegyenlet-rendszer tehát felfogható egy anyagi pontokból álló dinamikai rendszer mozgásegyenleteként.

A MATEMATIKAI MODELL

A sekélyvízi egyenletek célja a függőlegesen vízszintes irányokban nagyságrendekkel nagyobb méretű víztestek áramlási folyamatainak hatékony modellezése a mélység irányában átlagolt sebességmező figyelembevételével. Ezzel a megközelítéssel a háromdimenziós problémák kétdimenzióssá redukálhatók. A sekélyvízi egyenletek a következő alakban írhatók fel x és y irányban:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -g \frac{\partial(b+z)}{\partial x} + S_{sx} + S_{bx}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -g \frac{\partial(b+z)}{\partial y} + S_{sy} + S_{by}, \\ \frac{\partial b}{\partial t} + \left(\frac{\partial b u}{\partial x} + \frac{\partial b v}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ahol u és v a mélységátlagolt sebességkomponensek x és y irányban, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, b és z rendre a vízmélység és a meder geodéziai magassága, S_s és S_b a szél és a meder nyírófeszültségéből származtatott forrástagok, végül $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ a víz sűrűsége. A két komponens egy egyenletben felírva és figyelembe véve, hogy lagrange-i vonatkoztatási rendszerben a (9) bal oldalán álló lokális és konvektív tagok szubsztanciális deriváltaként írhatók fel, az egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \nabla \vec{v} &= \frac{d \vec{v}}{dt} = -g \nabla(b+z) + S_s + S_b, \\ \frac{\partial b}{\partial t} + \vec{v} \nabla b &= \frac{db}{dt} = -b \nabla \vec{v} \end{aligned} \quad (10)$$

A szélnyírásból származó forrástag nagysága az alábbiak szerint számolható (Dean és Dalrymple, 1991):

$$S_s = \frac{k_v |\bar{w}| w}{b},$$

$$k_v = \begin{cases} 1.2 \cdot 10^{-6} & \text{ha } |\mathbf{w}| < 5.6 \frac{m}{s}, \\ 1.2 \cdot 10^{-6} + 2.25 \cdot 10^{-6} \left(1 - \frac{5.6}{|\mathbf{w}|}\right)^2 & \text{ha } |\mathbf{w}| \geq 5.6 \frac{m}{s}, \end{cases} \quad (11)$$

Itt \bar{w} a szélesebbességvektor a vízfelszíntől 10 m magasságban, amely jelen cikkben térben és időben egyaránt konstans és $|\bar{w}| = 10$ m/s. A meder nyírásának hatása pedig:

$$S_b = -\frac{gn^2 |\vec{v}| v}{b^{4/3}}, \quad (12)$$

ahol jelen cikkben az $n = 0.02$ s/m^{1/3} a Manning-féle mederérdességi tényező.

A (10)-es sekélyvízi egyenletek SPH-s diskretizáció lépéseinek (Xia és társai 2013) terjedelme miatt az egyenleteknek csak a végső alakját mutatom be.

Az SPH modell a sekélyvízi egyenleteket a kétdimenziós térben mozgó anyagi pontok dinamikájára redukálja, melyben az anyagi pontokhoz egyenlő térfogatú folyadékoszlopokat rendelünk hozzá, ahol a folyadékoszlopok magassága az adott ponthoz tartozó mélységgel egyezik meg. Természetesen ennek következtében a vízmélység változásával a folyadékoszlopok átmérője is változik. A diszkrét folyadékoszlopok másik fontos tulajdonsága, hogy a véges térfogat módszer celláival ellentétben az áramlással együtt, anyagi pályákon haladva írják le a víztest mozgását. Az i -edik folyadékoszlophoz, részecskéhez tartozó mélységet és gyorsulást az alábbi összefüggésekkel számolhatjuk:

$$b_i = \sum_j V_j \phi_{ij} - \sum_j (z_j - z_i) \frac{V_j}{b_j} \phi_{ij}, \quad (13)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = -g \sum_j V_j \nabla \phi_{ij} - g \nabla z - g \frac{n^2 |\vec{v}| \vec{v}}{b^{4/3}} + \frac{k_v |\bar{w}| \bar{w}}{b} + D(\vec{v}), \quad (14)$$

ahol $D(\vec{v})$ a természetes disszipáció hiányában szükséges mesterséges diffúziót tartalmazza. A mesterséges diffúzió hatásának csökkentését a véges térfogat módszernél ismert MUSCL (Monotonic Upwind Scheme for Conservation Laws) séma SPH implementációjának segítségével valósítottam meg (van Leer 1979, Monaghan 1997). A (14)-es egyenletben szereplő ∇z gradiens az egyszerűsített medergeometriának köszönhetően analitikus úton előállítható. A vízmélységeknek megfelelően pedig a részecskéhez tartozó, a folyadékoszlop sugarával arányos hatósugár:

$$R_i = R_0 \sqrt{\frac{b_0}{b_i}}, \quad (15)$$

ahol R_0 és b_0 rendre a kezdeti sugár és vízmélység. A kapott (13-15) egyenletrendszer a (16) elsőrendű félimplicit séma szerinti numerikus integrálásával kellő időlépés után kialakul a permanens áramlási kép.

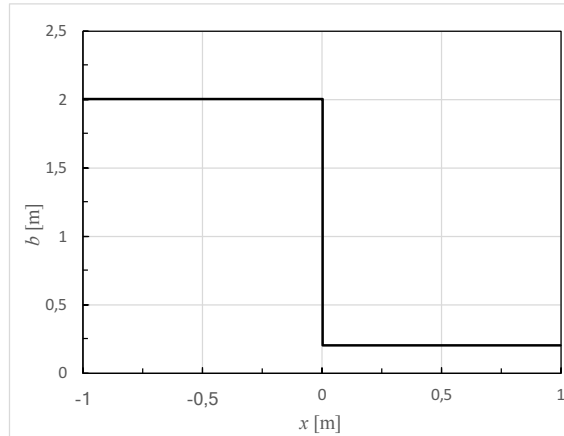
$$\vec{v}_i^{n+1} = \vec{v}_i^n + \Delta t \frac{d\vec{v}_i}{dt} \Big|_n, \quad (16)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \Delta t \vec{v}_i^{n+1}.$$

Itt \vec{r}_i^n az i -edik részecske n -edik időlépéshez tartozó pozícióját jelenti. felső index az időlépés számát jelöli. Az integrálást természetesen magasabb rendű numerikus sémával is végezhetjük.

SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYEK

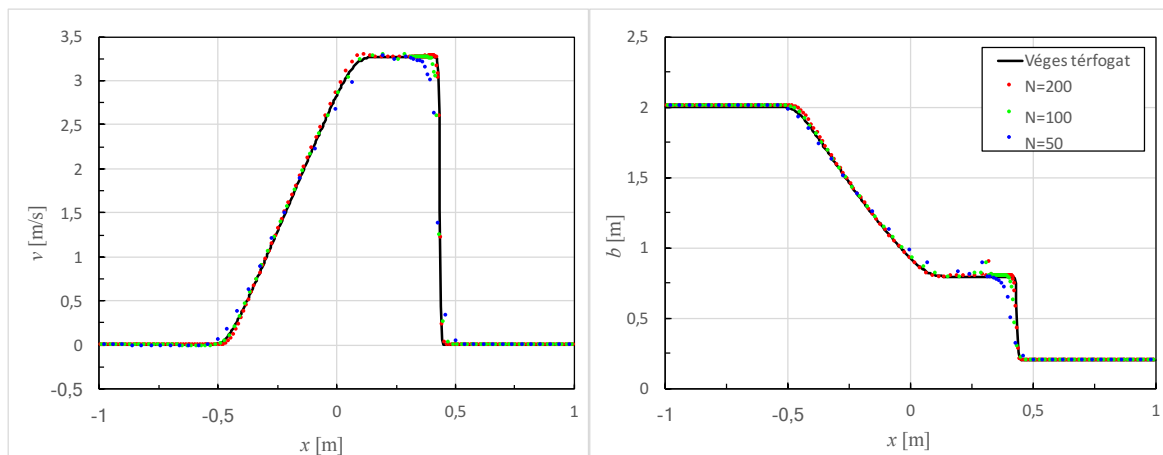
Ebben a fejezetben a részecskealapú SPH módszer sekélyvízi modelljének alkalmazását mutatom be az egydimenziós Riemann-problémára illetve egyszerűsített geometriájú tavak esetére. Mivel a leíró egyenletei teljes mértékben kompatibilisak a sekélyvízi egyenletekkel, továbbá az egydimenziós esetének megoldása jól ismert, ezért a Riemann-probléma a numerikus sémák egyik gyakran alkalmazott validációs tesztetete. A részecskealapú megoldó segítségével implementált sekélyvízi modell igazolását az 1. ábrán látható kezdeti feltételű egydimenziós gátszakadási problémán keresztül végeztem el.



1. ábra: Az 1D Riemann-probléma kezdeti feltétele a gátszakadás esetére.

Figure 1.: Initial condition of the 1D Riemann-problem for the dam break case.

A szimuláció eredményeit a $t = 0.1$ s időpillanatban értékeltem ki, és hasonlítottam össze a jól ismert véges térfogat módszer eredményeivel. A **Error! Reference source not found.** ábra két diagramja mutatja a számítási tartományon a sebesség és mélység alakulását; a Nauticle eredményei kiváló egyezést mutatnak a végestérfogat módszerrel, még alacsony részecskeszám esetén is. Természetesen a MUSCL séma alkalmazása csak a lökeshullám jelenléte, azaz a mélységfüggvény nemfolytonossága miatt indokolt, a szélkeltette tavi áramlások modellezésekor, folytonos kezdeti feltétel és geometria miatt nincs jelentős szerepe.

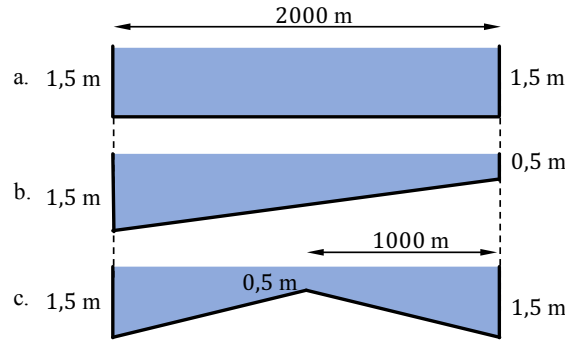


2. ábra: Az 1D Riemann-probléma közelítő megoldása SPH-val és véges térfogat módszerrel. A sebesség (bal) és mélység (jobb) alakulását a $t = 0.1$ s-nál értékeltem ki.

Figure 2.: Approximate solution of the 1D Riemann-problem using SPH and finite volume method. The local velocity (left) and depth (right) are evaluated at instant $t = 0.1$ s.

A Nauticle segítségével felépített egydimenziós sekélyvízi modell igazolását követően kiterjeszhető a modell a kétdimenziós egyszerűsített tavi esetekre. A vizsgált 2 km élhosszúságú négyzet alapterületű tavak kelet-nyugat irányú metszeteit mutatja az **Error! Reference source not found.** ábra. Az *a.*, sík meder esetében a medergradiens a tó minden pontjában nulla, ezért konstans szélnyírás mellett a rendszer nem rendelkezik rotációforrással, tehát a sekélyvízi egyenlet triviális megoldásként a tó vize nyugalomban kell, hogy maradjon. A medergradiens hatására a *b.* esetben egyes, a *c.* esetben pedig a medergradiens előjelváltása miatt kettős cirkuláló áramlás kialakulását várjuk. A negyedik tesztet egy ellipszis alakú, $R_1 = 0,7$ km és $R_2 = 1,25$ km sugarú tó, melynek mederalakját az alábbi függvény definiálja:

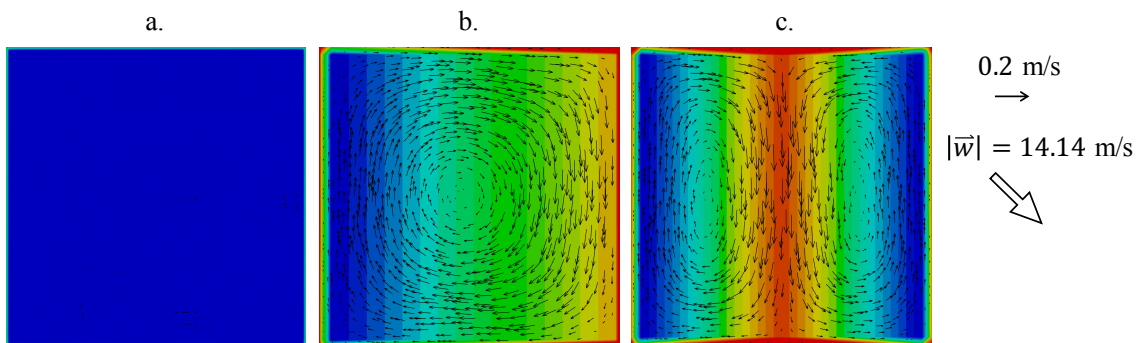
$$z(x, y) = 2 \cdot 10^{-6} \left(x^2 + \left(\frac{y}{2} \right)^2 \right) - 2 \quad (17)$$



3. ábra: az egyszerűsített, négyzet alakú sekélyvízű tavak mederalakjának metszete.

Figure 3.: Cross-section of the simplified bed of the square-shaped lakes.

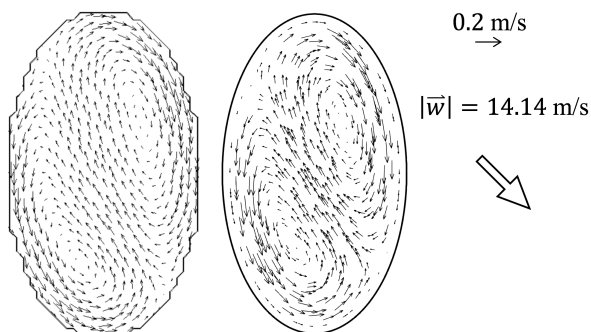
A numerikus modellben a részecskék kezdetben egy egyenközű rács csomópontjaiban lettek elhelyezve, mind a három szimulációban 3000, míg az ellipszis alakú tóban 4500 részecskét alkalmaztam.



4. ábra: Permanens sebességmező az a. és b. esetben. A \vec{w} szélesebbességvektor mind a három esetben a nyíl által mutatott északnyugati irányú. A színskála a meder geodéziai magasságát mutatja.

Figure 4.: Permanent velocity field in the case a. and b. The wind velocity vectors \vec{w} are the same in both cases, as shown by the arrow on the right. The colors mark the bed elevations.

A számításokban alkalmazott felszíni nyírófeszültséget a tó felszíne fölött időben állandó, a tó felszínétől mérve 10 m magasságban $|\vec{w}| = 14.14$ m/s sebességű, északnyugati irányú szélnek megfelelő értékre állítottam be. A szélnyírás mértékét a tavak teljes felszínén hely és idő szerint is állandónak feltételeztem. A tó vize kezdetben



5. ábra: Ellipszis alakú tóban kialakuló kettős cirkuláló áramlás a szakirodalom szerint (Curto és társai 2006) (bal) és az SPH szerint (jobb).

Figure 5: Double circulating flow in the ellipse shaped lake according to the literature (Curto et al. 2006) (left) and SPH (right)

nyugalomban volt, az áramlás permanens jellege a szimulációs idő szerint néhány óra után elfogadható mértékben kialakult, a cikkben közölt eredmények a 25. órát követő állapotot mutatják. Az elvárásoknak megfelelően a tavakban a mélység változásának megfelelően az b. esetben egy, míg a c. esetben kettős cirkuláló áramlási struktúra alakult ki, az áramlás maximális sebessége pedig mind a két esetben ~ 0.2 m/s nagyságú. Mivel a mélységgradiens érteke zérus és más örvényességforrás sem szerepel a modellben, az a. esetben nem alakul ki áramlás a tóban.

Végül az utolsó, ellipszis alakú tó esetében a part felé közeledve növekvő mélységgradiens miatt szintén kettős cirkuláló áramlási képet alakul ki. A tó felszínének a nyugalmi szinthez képesti maximális kitérése 20 és 25 cm között alakult. Az ellipszis alakú tóban kialakuló áramlási kép jó kvalitatív egyezést mutat a szakirodalomban ismertetett számítással (Curto és társai 2006), ám a tóban kialakuló áramlási sebességek nagyságát az SPH modell alul becsüli. A számítási eredmények kvalitatív igazolását követően

a modell további fejlesztése és kalibrálása megalapozott, melyet követően turbulens jelenségek, térben változó

szélnyírás, például belső határréteg-modellel (Krámer 2007), végül pedig valós medergeometriájú tavak vizsgálata is lehetségessé válhat.

ÖSSZEFOGLALÁS, KONKLÚZIÓ

A tavi hidraulikában újszerűnek számító részecskealapú megközelítés számos jelentős előnnyel kecsegtet a hálóalapú euleri módszerekhez képest. Ilyen előnyök például a szennyezőanyagterjedés lagrange-i szemléletből adódó természetes megközelítése, a hatékony párhuzamosíthatóság, valamint a gyakran nehézkes és időigényes numerikus hálózás elkerülése.

A cikkben az SPH módszer rövid ismertetése mellett bemutatom annak alkalmazhatóságát sekélyvízi teszteseteken keresztül. A Nauticle, a szerző által fejlesztett részecskealapú numerikus megoldó Riemann-problémán keresztül történő validációját követően, egyszerűsített medergeometriájú, négyzet és ellipszis alapterületű tavakon végzett számítások eredményei megmutatják, hogy a lagrange-i SPH módszer alkalmas a sekélyvízű tavak szélkeltette áramlásának modellezésére.

Az SPH sekélyvízi modelljének fejlődése még napjainkban is folyamatban van. A jelen munkában alkalmazott modell egyik legnagyobb hátránya, hogy az időben változatlan térfogatú folyadékoszlopok sugara fordítottan arányos a mélységgel, aminek káros hatása, hogy az elvárásokkal ellentétben a partközeli tartományok térbeli felbontása durvább, a tavak belső, mélyebb területein pedig finomabb. A probléma a részecskék felosztásával és egyesítésével orvosolható (Vacondio és társai 2012), ám ennek alkalmazásával a módszer robusztussága sérülhet. A széles körben alkalmazható, a fenti problémáktól mentes robusztus részecskealapú numerikus sekélyvízi SPH modell fejlődése jelenleg is folyamatban van.

IRODALOM

- A. Hérault, G. Bilotta, R. A. Dalrymple. (2010) SPH on GPU with CUDA, *Journal of Hydraulic Research*. 48, 74–79.
- A. J. C. Crespo, J. M. Domínguez, B. D. Rogers, M. Gómez-Gesteira, S. Longshaw, R. Canelas, R. Vacondio, A. Barreiro, O. García-Feal. (2015). DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). *Computer Physics Communications*, 187, 204–216.
- B. Tóth. (2017). Nauticle: a general-purpose particle-based simulation tool. Preprint, *arXiv:1710.08259*
- B. van Leer (1979). Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method, *Journal of Computational Physics* 32(1) 101–136.
- D. Violeau. (2012). Fluid Mechanics and the SPH Method, *Oxford University Press*.
- G. Curto, J. Józsa, E. Napoli, G. Lipari, T. Kramer. (2006). Large scale circulations in shallow lakes, *Vorticity and Turbulence Effects in Fluid Structure Interactions*, 25, 83–104.
- J. J. Monaghan. (1994). Simulating free surface flows with SPH, *Journal of Computational Physics*. 110(2), 399–406.
- J. J. Monaghan. (1997). SPH and Riemann Solvers, *Journal of Computational Physics*. 136, 298–307.
- J. J. Monaghan. (2005). Smoothed particle hydrodynamics, *Reports on Progress in Physics*. 68, 1-34.
- J. Józsa. (2014). On the internal boundary layer related wind stress curl and its role in generating shallow lake circulations, *Journal of Hydrology and Hydromechanics*. 62(1), 16–23.
- J. Sarkkula. (1991). Measuring and modelling wind induced flow in shallow lakes, *Hydrology of Natural and Manmade Lakes*. 206, 219–226.
- Józsa, J., Sarkkula, J., Tamsalu, R. (1990). Calibration of modelled shallow lake flow using wind field modification. Proc. VIII. *International Conference on Computational Methods in Water Resources*, Venice, Italy, CMP/Springer, 165–170.
- K. Tamás. (2006). Solution-adaptive 2D modelling of wind-induced lake circulation, PhG thesis (November) (2006) 1–203.
- L. B. Lucy. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *The Astronomical Journal*. 82, 1013.
- R. A. Gingold, J. J. Monaghan. (1977). Smoothed particle hydrodynamics - theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 181, 375–389.
- R. G. Dean, R. A. Dalrymple. (1991). *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. 2.
- T. Simons. (1980) Circulation Models of Lakes and Inland Seas, *Canadian Bulletin of Fisheries & Aquatic Sciences*. 203, 146.
- Vacondio, R. and Rogers, B. D. and Stansby, P. K. (2012). Accurate particle splitting for smoothed particle hydrodynamics in shallow water with shock capturing, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 69, 1377-1410.
- X. Xia, Q. Liang, M. Pastor, W. Zou, Y. F. Zhuang. (2013). Balancing the source terms in a SPH model for solving the shallow water equations, *Advances in Water Resources*. 59, 25–38.

A Szerző adatai



TÓTH BALÁZS Numerikus áramlástanai modellezési területre szakosodott okleveles gépészeti modellező mérnök. Jelenleg tudományos segédmunkatársként dolgozik a BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszékén. E-mail: toth.balazs@epito.bme.hu