

Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia – ABMEC

Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional

V. 1 | 2016



Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia - ABMEC

Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional

V.1 | 2016

SIMMEC 2016
23 a 25 de maio, Diamantina, MG, Brasil

Ficha Catalográfica – Serviço de Bibliotecas/UFVJM
Bibliotecário Anderson César de Oliveira Silva, CRB6 – 2618.

S612a	<p>Simpósio de Mecânica Computacional (12. : 2016: Diamantina, MG) Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional / Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia; [Editor Thiago Parente Lima]. Diamantina: UFVJM, 2016. 654 p. : il.</p> <p>ISSN 2525-3018 SIMMEC 2016, 23 a 25 de maio, Diamantina, MG, Brasil</p> <p>1. Engenharia. 2. Métodos numéricos. I. Título. II. Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia. III. Lima, Thiago Parente.</p> <p style="text-align: right;">CDD 620.1</p>
-------	--

Elaborado com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Presidente da ABMEC

Gray Farias Moita

Presidente da Comissão Organizadora

Libardo Andrés González Torres

Comissão Organizadora

Anamaria de Oliveira Cardoso

Elton Diêgo Bonifácio

Euler Guimarães Horta

João Vinícios Wirbitzki da Silveira

José Alberto de Sousa

José Izaquiel Santos da Silva

Matheus dos Santos Guzella

Paulo César de Resende Andrade

Thiago Henrique Lara Pinto

Thiago Parente Lima

Comissão Científica

Alexandre Ramos Fonseca, Bernardo dos

Santos Afalo, Bernardo Foresti, Carlos

Alexandre Oliveira de Souza, Cristiano de

Castro Vieira, Emiliana Mara Lopes Simões,

Estevam Barbosa de Las Casas, Euler

Guimarães Horta, Flávia de Souza Bastos,

João Vinícios Wirbitzki da Silveira, José

Alberto de Sousa, José Alejandro Guerrero

Vargas, José Izaquiel Santos da Silva, José

Maria Leal, Libardo Andrés González Torres,

Lucas Figueiredo Grilo, Matheus dos Santos

Guzella, Moisés de Matos Torres, Paulo

César de Resende Andrade, Ricardo Soares

Minette, Thiago Henrique Lara Pinto, Thiago

Parente Lima

Editor

Thiago Parente Lima

Os Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional são de acesso livre sob a licença CC BY-NC-ND 3.0 Brasil



Promoção



Organização



Apoio



Capa: Igreja de Nossa Senhora do Carmo, Diamantina-MG
Arte: Lany Nole

Sumário

APRESENTAÇÃO	13
AGRADECIMENTOS	14
BIOMECÂNICA	15
Análise computacional da influência de mudanças geométricas na difusão de clareadores em dentes <i>Thayane Cinara Souza, Daniel Lamounier, Marcus Canuto, Agnes Batista Meireles, Thiago Parente Lima, Cíntia Tereza Pimenta de Araújo e Libardo Andrés González Torres</i>	16
Comportamento mecânico da sutura palatina devido ao padrão interdigitação <i>José Alejandro Guerrero Vargas, Larissa Carvalho Trojan, Estevam Barbosa de Las Casas e Diego Alexander Garzón Alvarado</i>	22
Influência da frequência na percepção subjetiva de ruídos de impacto em edificações <i>Hugo Sampaio Líbero, Max de Castro Magalhães e Sofia Maria Carrato Diniz</i>	30
Modelagem computacional do processo de regeneração de fraturas ósseas através do método dos elementos finitos <i>Stephany de Camilo e Alonso, Rafael Antônio Ferreira Garcia e Libardo Andrés González Torres</i>	38
Utilização de MEF na validação de deformação de um modelo de restauração odontológica <i>João Batista Novaes Júnior, Elissa Talma, Max de Castro Magalhães, Estevam Barbosa de Las Casas e Alex Fok</i>	54
COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA	62
Agente tomador de decisões baseadas em lógica Fuzzy no jogo de pôquer <i>Heitor Magno Rodrigues Junior, Leonardo Bonato Felix, Erivelton Geraldo Nepomuceno e André Luiz Carvalho Ottoni</i> 63	
Algoritmos de busca e exploração aplicados em ambientes construídos de múltiplos pavimentos <i>Henrique Costa Braga, Gray Farias Moita e Paulo Eduardo Maciel de Almeida</i>	71
Aplicação do sistema Neuro-Fuzzy ANFIS na previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve <i>Jonata Jefferson Andrade, Leonardo Goliatt da Fonseca, Luciana Conceição Dias Campos, Michèle Cristina Resende Farage, Flávio de Souza Barbosa, Anne-Lise Beaucour e Sophie Ortola</i>	79
Aprendizado por reforço na solução do problema do caixeiro viajante assimétrico: uma comparação entre os algoritmos Q-learning e SARSA <i>André Luiz Carvalho Ottoni, Erivelton Geraldo Nepomuceno e Marcos Santos de Oliveira</i>	87
Avaliação de métodos de aprendizado de máquina para predição de cargas energéticas de edifícios <i>Grasiele Regina Duarte, Leonardo Goliatt da Fonseca e Luciana Conceição Dias Campos</i> 95	
Correção de perspectiva em imagens aplicada à navegação autônoma de VANTs <i>Brayan Rene Acevedo Jaimes, Frank Sill Torres e Cristiano Leite de Castro</i>	103
Diagnóstico termodinâmico em um sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor utilizando modelos e técnicas de inteligência computacionais <i>Tiago Mendes, Euler Gui-</i>	

<i>marães Horta, Jader Fernandes Pereira, Matheus dos Santos Guzella, Osvaldo José Venturini e Marcelo José Pirani</i>	111
Extração e análise de dados para o desenvolvimento de redes de palavras-chave: um estudo sobre os artigos da revista virtual da Nature <i>Elton Angelo Rabelo, Jhonathan Fernando de Oliveira, Patricia Mascarenhas Dias Gray Farias Moita e Thiago Magela Rodrigues Dias</i>	119
Função de custo logística sensível para melhorar performance da rede perceptron de múltiplas camadas <i>Yuri Sousa Aurélio, Cristiano Leite Castro e Antônio Pádua Braga</i>	128
Implementação de uma RNA com validação cruzada para estimativa do volume de árvores <i>Cinara Jesus Santos, Grasiela Regina Duarte, Leonardo Goliatt da Fonseca e Nielson Soares</i> .	136
k-FN Bagging <i>Ramon Santos Corrêa, Tamires Martins Rezende, Ciniro Aparecido Leite Nametala e Antônio Pádua Braga</i>	142
Maximização da taxa pixel/m em superfícies não coplanares utilizando algoritmo genético <i>Calebe Giaculi Jr., Hani C. Yehia e Carlos Renato Noll</i>	148
Processamento de sinais aplicado à análise comparativa do timbre de instrumentos produzidos com madeiras nacionais e tradicionais <i>Thiago Henrique Lara Pinto, Olavo Cosme da Silva e Aleksander Vanzela</i>	156
Reconhecimento de expressões faciais em sinais da língua brasileira de sinais (libras) utilizando os classificadores k-NN e SVM <i>Tamires Martins Rezende, Cristiano Leite de Castro, Felipe Augusto Oliveira Mota, Ciniro Aparecido Leite Nametala, Ramon Santos Corrêa e Sílvia Grasiella Moreira Almeida</i>	164
Sistema Fuzzy aplicado na programação da geração térmica <i>Lara Toledo Cordeiro e André Luiz Carvalho Ottoni</i>	172
DINÂMICA E VIBRAÇÕES	178
Análise de vibração do motor de um veículo mini baja, por meio de simulação numérica <i>Gustavo Magela Melchiades, Tiago Simão Ferreira, Diógenes Sena de França e Silva, Timóteo Simão Ferreira e Reginaldo Almeida</i>	179
Aplicação de métodos computacionais a dados vibracionais para detecção de alterações estruturais <i>Rafaelle Piazzaroli Finotti Amaral, Flávio de Souza Barbosa, Alexandre Abrahão Cury, Leonardo Goliatt da Fonseca e Aldemon Lage Bonifácio</i>	186
Interface gráfica para identificação modal de estruturas <i>João Paulo de Souza Rosa e Alexandre Abrahão Cury</i>	192
Metodologia numérica para avaliação estrutural de uma carroceria veicular submetida às provas de torção e extração de frequência natural <i>Bruno Cesar Pockszevnicki, Bernardo Oliveira Hargreaves e Daniella Fernanda dos Santos Magalhães</i>	200
Processamento de sinais aplicado à análise comparativa do timbre de instrumentos produzidos com madeiras nacionais e tradicionais <i>Thiago Henrique Lara Pinto, Olavo Cosme da Silva e Aleksander Vanzela</i>	208
Variabilidade das frequências naturais de vigas mistas aço-concreto com o processo de fabricação <i>Dâmia Carina Dias do Carmo, Max de Castro Magalhaes, Rodrigo Barreto Caldas, Jacqueline Maria Flor e Ricardo Hallal Fakury</i>	216
FENÔMENOS DE TRANSPORTE	225

Análise da transferência de calor no escoamento em meio poroso em um reservatório constituído por uma superfície aquecida utilizando o esquema de discretização flux-spline <i>Luís Roberto Castro</i>	226
Convecção natural em cavidade com sólido interno aquecida por fluxo constante <i>Igor Straehl Gonçalves Machado e Thiago Parente Lima</i>	234
Estudo de caso sobre o controle de fumaça em galpões <i>José Edier Paz Hurtado, Lucimar de Oliveira Meira, Francisco Carlos Rodrigues, Rodrigo Barreto Caldas, Tiago Tadeu Fonseca do Carmo e Pedro Enrique Batista Borges Louro</i>	241
Estudo do projeto de flights em secadores rotativos na secagem de fertilizantes <i>João Luiz Colombo Neto, Arthur Oliveira, Guilherme Freitas, Edu Barbosa Arruda e Fran Sérgio Lobato</i>	248
Estudo numérico da redução de vórtices em um cilindro circular com placa plana <i>Mateus Calbe Almeida Dantas Cavalcante, Gustavo Bono e Giuliana Furtado Franca Bono</i>	256
Simulação numérica de um spray de etanol com análise da influência do modelo de colisão de gotas <i>Deborah Domingos da Rocha, Leonardo Mayer Reis, Márcio Expedito Guzzo e Ramon Molina Valle</i>	263
Simulação numérica do escoamento incompressível em cavidades bidimensionais empregando o método de Lattice Boltzmann <i>Matheus dos Santos Guzella, Gustavo dos Santos Ribeiro, Caroline Calseverino dos Santos e Luben Cabezas-Gómez</i>	271
Simulação tridimensional do escoamento a frio em um motor com pré-câmara e comparação com um modelo quase-dimensional <i>Bruno Silva de Lima, Alysson Fernandes Teixeira, Fábio de Castro Radicchi, Raphael Meireles Braga e Ramón Molina Valle</i>	278
MECÂNICA DOS SÓLIDOS	286
Análise computacional de estruturas de concreto empregando o modelo de dano de Mazars <i>Lahis Souza de Assis, Thais Rossi Lopes Soares, Michèle Cristina Resende Farage e Flávia de Souza Bastos</i>	287
Análise de confiabilidade estrutural aplicada à fratura frágil de vasos de pressão cilíndricos <i>Heider de Castro e Andrade e Edson Denner Leonel</i>	293
Análise de perfis formados a frio submetidos à flexão composta via método da resistência direta <i>Thallus Simon Monteiro, André Luis Riqueira Brandão, Washington Batista Vieira e Carlos Augusto de Souza Oliveira</i>	301
Análise de vida remanescente por fadiga de uma viga de rolamento <i>Gustavo Costa Ávila e Ernani Sales Palma</i>	309
Análise numérica do momento resistente em vigas celulares com a variação no valor da imperfeição geométrica inicial <i>Alexandre Rossi, Carlos Humberto Martins, Felipe Piana Vendramell Ferreira e Washington Batista Vieira</i>	317
Análise paramétrica termo-hídrica do concreto <i>Thaís Rossi Lopes Soares, Michèle Cristina Resende Farage e Norbert Renault</i>	324
Análise por meio de elementos finitos do comportamento anômalo em oxidação cíclica de ligas FeMnSiCrNi <i>Valdecy Rodrigo do Nascimento, Shaiane Carazza Vallim e Artur Mariano de Sousa Malafaia</i>	332
Como uma árvore pode armazenar energia elástica? <i>Paula de Oliveira Ribeiro e Marcelo Miranda Barros</i>	340

Confiabilidade estrutural de perfis formados a frio sujeitos à instabilidade local na flexão	
<i>Raylza Santos da Silva Campos, André Luis Riqueira Brandão, Marcílio Sousa da Rocha Freitas e Antônio Roque Alves</i>	348
Determinação dos parâmetros de rugosidade de pavimentos asfálticos via escaneamento tridimensional a laser	
<i>Gabriel Henrique Carvalho Neves, Gisele Goulart Tavares, Leonardo Goliatt, Flávia de Souza Bastos, Natália Resende, Geraldo Luciano Marques e Michèle Farage</i>	356
Estudo numérico-experimental do comportamento de vigas casteladas de aço sujeitas ao colapso por flambagem do montante de alma em regime elástico	
<i>Washington Batista Vieira, Gustavo de Souza Veríssimo, José Luiz Rangel Paes, Rodrigo Barreto Caldas, Francisco Carlos Rodrigues e Ricardo Hallal Fakury</i>	362
Modelagem numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto	
<i>André Barbosa Gonçalves, José Luiz Rangel Paes, Gustavo de Souza Veríssimo e José Carlos Lopes Ribeiro</i>	370
Modelagem numérica de vigas mistas de aço e concreto com conectores Crestbond	
<i>Mateus Couri Petruski, Gustavo de Souza Veríssimo, José Carlos Lopes Ribeiro e José Luiz Rangel Paes</i>	377
Redimensionamento de cubo de roda de um veículo mini-baja, por meio de simulação numérica, visando diminuição da resistência ao rolamento	
<i>Diógenes França, Tiago Simão Ferreira, Gustavo Magela Melchiables, Timóteo Simão Ferreira e Reginaldo Almeida</i>	385
Similitude em deslocamento da barra com seção circular no eixo inclinado da cadeira de rodas paralímpica	
<i>Moisés de Matos Torres, Marciane Lourenço Torres e Lucas de Souza Cardoso</i>	393
Simulação numérica do uso de materiais compósitos em dormentes ferroviários	
<i>Pedro Ramalho Figueirêdo, Carolina Coelho Martuscelli e Ugo Nogueira Castañon</i>	402
MÉTODOS NUMÉRICOS	408
3d modelling in bim for f. E. Limit analysis of frame structures	
<i>José Ricardo Queiroz Franco e Bruno Cesarino Soares</i>	409
A kernel-independent fast multipole technique for the analysis of problems with the boundary element method	
<i>Hélvio de Farias Costa Peixoto e Ney Augusto Dumont</i>	419
Análise não linear via método dos elementos finitos generalizados e um modelo elastoplástico com dano	
<i>Anelize Borges Monteiro, Anderson Renato Vobornik Wolenski, Roque Luiz da Silva Pitangueira, Felício Bruzzi Barros e Samuel Silva Penna</i>	427
Análise numérica da influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção de perfis I submetidos a momento constante	
<i>Carla Cristiane Silva, Ricardo Hallal Fakury e Ana Lydia Reis de Castro e Silva</i>	435
Análise numérica da transferência de forças por parafusos de alta resistência em pilares mistos preenchidos com concreto	
<i>Lucas Ribeiro dos Santos, Rodrigo Barreto Caldas e Hermano de Sousa Cardoso</i>	443
Análise probabilística da corrosão em vigas isostáticas de concreto armado via simulação de Monte Carlo	
<i>Karolinne Oliveira Coelho e Edson Denner Leonel</i>	451
Aplicação do método dos elementos de contorno na determinação de cargas críticas de flambagem de placas perfuradas considerando o efeito da deformação por cortante	
<i>Romildo Aparecido Soares Júnior e Leandro Palermo Júnior</i>	459

Aspectos relevantes sobre a modelagem computacional de vigas mistas de aço e concreto	
<i>Leonardo Carvalho Mesquita, José Luiz Rangel Paes, Gustavo de Souza Veríssimo e Mateus Couri Petruski</i>	467
Avaliação da estabilidade de pórticos planos mistos de aço e concreto via acoplamento MCD/MRPR	
<i>Ígor José Mendes Lemes, Ricardo Azoubel da Mota Silveira, Paulo Anderson Santana Rocha e Andréa Regina Dias da Silva</i>	476
Avaliação do enriquecimento polinomial no método dos elementos finitos generalizados	
<i>Thaianne Simonetti de Oliveira e Felício Bruzzi Barros</i>	484
Comparação da força axial de compressão em colunas metálicas pela ABNT NBR 8800:2008 e por simulações numéricas	
<i>Alexandre Rossi, Carlos Humberto Martins, Felipe Piana Vendramell Ferreira e Washington Batista Vieira</i>	492
Conectores de cisalhamento formados por parafuso e rebite tubular com rosca interna para pilares mistos em perfis de aço formados a frio e concreto	
<i>Júlia Andreatta Prates, Francisco Carlos Rodrigues, Rodrigo Barreto Caldas e Hermano de Sousa Cardoso</i>	500
Correção de perspectiva em imagens aplicada à navegação autônoma de VANTs	
<i>Brayan Rene Acevedo Jaimes, Frank Sill Torres e Cristiano Leite de Castro</i>	508
Estudo numérico e analítico de problemas de contato hertziano	
<i>Matheus Zegatti e Silva e Thiago Doca</i>	516
Framework computacional para modelos de plasticidade: tratamento das singularidades dos modelos de Tresca e Mohr-Coulomb	
<i>Danilo Bento Oliveira, Samuel Silva Penna e Roque Luiz da Silva Pitangueira</i>	524
Influência dos efeitos dinâmicos na fratura de componentes estruturais pelo método dos elementos finitos posicional	
<i>Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel</i>	532
Método da subtração de singularidade aplicado às equações integrais dos problemas elasto-estáticos anisotrópicos	
<i>Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel</i>	542
Metodologia de dimensionamento de mercado de manutenção aeronáutico	
<i>Bernardo Santos Aflalo e Takashi Yoneyama</i>	551
Modelagem 3d em ambiente BIM para análise de estruturas reticuladas	
<i>Carolina Larissa Machado, Bruno Cesarino Soares e José Ricardo Queiroz Franco</i>	559
Modelo de dano ortotrópico não local aplicado à regularização de resultados de análise fisicamente não linear	
<i>Pedro Lúcio Ferreira Brasil de Souza, Samuel Silva Penna e Roque Luiz da Silva Pitangueira</i>	568
Procedimento de elementos finitos para análise de mancais multilóbulos lubrificados a gás	
<i>Rodrigo de Araújo Simões e Marco Túlio Corrêa de Faria</i>	576
Proposta teórica para modelagem multiescala de meios parcialmente frágeis heterogêneos utilizando o método dos elementos finitos generalizados	
<i>Humberto Alves da Silveira Monteiro, Roque Luiz da Silva Pitangueira e Felício Bruzzi Barros</i>	583
Simulação numérica do comportamento mecânico viscoelástico de fluência em barras de PEAD utilizando a formulação posicional do MEF	
<i>Juliano dos Santos Becho, João Marcos Guimarães Rabelo, Felício Bruzzi Barros e Marcelo Greco</i>	591
Um modelo numérico para a otimização de forma de treliças planas considerando comportamento mecânico elastoplástico e incertezas associadas	
<i>Antônio Rodrigues Neto, Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel</i>	599

OTIMIZAÇÃO	607
Análise e dimensionamento otimizados de estruturas planas de aço por meio de simulação numérica <i>Felipe Isamu Harger Sakiyama, Gustavo de Souza Veríssimo, José Luiz Rangel Paes e José Carlos Lopes Ribeiro</i>	608
Criação e otimização de um ranking objetivo para salas de ópera utilizando os métodos PROMETHEE II e elipsoidal <i>Calebe Giaculi Jr., Marco Antônio M. Vecci, Hani C. Yehia e Rodney R. Saldanha</i>	616
Desenvolvimento de um modelo mecano-probabilístico para a otimização topológica de estruturas planas utilizando o método dos elementos finitos <i>Antônio Rodrigues Neto, Heider de Castro e Andrade e Edson Denner Leonel</i>	624
Maximização da área de superfície em sistemas ramificados <i>Lucas Teotônio de Souza e Marcelo Miranda Barros</i>	632
Navegação autônoma de VANTs baseada em imagens orbitais e métodos de otimização <i>Ramon Santos Corrêa, Rodney Rezende Saldanha e Antônio Pádua Braga</i>	640
Otimização no dimensionamento de pilares esbeltos utilizando método SQP, quase Newton e busca linear <i>Danielle Cavalcante Gomes, Felipe Silva dos Santos e Sávio Raider Matos Sarkis</i>	648

Apresentação

O Simpósio de Mecânica Computacional (SIMMEC) é um evento multidisciplinar de âmbito nacional realizado desde 1991 como evento da Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia (ABMEC). Seu objetivo é a divulgação da produção técnica e científica na área de métodos computacionais aplicados a diversas áreas da engenharia, incentivando a geração de conhecimento, parcerias e produtos.

O XII SIMMEC foi realizado de 23 a 25 de maio de 2016 na cidade de Diamantina, Minas Gerais, cidade Patrimônio Cultural da Humanidade desde 1999. Esta edição foi organizada pelo Instituto de Ciência e Tecnologia da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.

Nesta edição o SIMMEC contou com contribuições nas seguintes áreas temáticas: biomecânica, computação científica, dinâmica e vibração, fenômenos de transporte, mecânica dos sólidos, métodos numéricos e otimização.

Libardo Andrés Gonzáles Torres

Presidente da Comissão Organizadora

Agradecimentos

Aos professores Gray Farias Moita e Estevam Barbosa de Las Casas pela oportunidade de realizar o XII SIMMEC em Diamantina.

Aos palestrantes Bernado dos Santos Aflalo, Jovani Favero, Marco Túlio Corrêa de Faria, Muhammad H. Zaman e Paulo Roberto Maciel Lyra.

À Amanda da Silva Lima, Daniel Lamounier, Daniella Corrêa, Évillia Azevedo Schirmer, Felipe Rodrigues Maynard, Marcus Vinícius Félix, Paulo Henrique Oliveira Ramos, Stephany de Camilo e Alonso e Thayane Cinara Souza pela colaboração na organização do evento.

À CAPES e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

A todos aqueles que contribuíram para a realização do XII SIMMEC.

Biomecânica

ANÁLISE COMPUTACIONAL DA INFLUÊNCIA DE MUDANÇAS GEOMÉTRICAS NA DIFUSÃO DE CLAREADORES EM DENTES

Thayane Cinara Souza^a, thayane.souza@live.com

Daniel Lamounier^b, daniel-lamounier@hotmail.com

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Alto da Jacuba / CEP: 39100-000 - Diamantina-MG-Brasil

Marcus Canuto^b, quimcanuto@yahoo.com.br

Agnes Batista Meireles^b, agnesabm@gmail.com

Thiago Parente Lima^a, thiagopl@ict.ufvjm.edu.br

Cíntia Tereza Pimenta de Araújo^b, ctpimenta@gmail.com

Libardo Andres Gonzalez Torres^a, lgonzales@ict.ufvjm.edu.br

a - Instituto de Ciência e Tecnologia;

b - Faculdade de Ciências Biológicas e da Saúde.

Resumo. O processo de clareamento dental é bastante discutido no ambiente odontológico. Ainda não é claro o fenômeno de interação entre o gel clareador e o dente a ser clareado, há estudos que mostram que o peróxido de hidrogênio presente em alguns clareadores pode danificar o tecido pulpar, no entanto não há muitos estudos que quantifiquem a quantidade de peróxido de hidrogênio que pode chegar até a polpa. Nosso estudo buscou desenvolver e implementar a solução de um modelo computacional gerado no software Abaqus que simule a difusão do peróxido de hidrogênio através da estrutura dentária, o objetivo foi analisar a influência das modificações geométricas na difusividade do clareador. Para isso, foi desenvolvido um modelo computacional, em duas dimensões, no qual foram aplicadas diferentes condições de contorno para avaliar possíveis modificações geométricas, ao todo foram testadas 4 condições de contorno diferentes. Os resultados mostraram que as mudanças geométricas podem provocar grandes modificações nas quantidades finais de peróxido de hidrogênio que penetram nos blocos dentários analisados, principalmente quando elas estão relacionadas com o aumento ou diminuição do tamanho dos blocos.

Palavras-chave: Difusão, clareadores, peróxido de hidrogênio, modelagem.

1. INTRODUÇÃO

Muitos tratamentos são novidade no campo da Odontologia estética, é muito comum a procura por um sorriso que se encaixe em padrões de beleza e o clareamento dental é um dos procedimentos mais realizados, oferecendo bons resultados e satisfação aos pacientes.

O clareamento se processa por meio da difusão do Peróxido de Hidrogênio através do esmalte e da dentina. A eficácia do agente clareador está relacionada com a sua capacidade de difusão dos peróxidos através dessas estruturas (Briso et al., 2013), porém muitos casos de sensibilidade relatada pelos pacientes submetidos a terapias de clareamento dental indicam que este procedimento pode danificar o tecido pulpar (Soares et al., 2013). No entanto, estudos avaliando a difusão do peróxido de hidrogênio ainda são escassos.

Há estudos que sugerem uma destruição das proteínas da dentina pelo Peróxido de Hidrogênio devido a um processo de oxidação e também uma mudança em seus componentes minerais (Rotstein et al., 1996), o que demonstra a necessidade de maiores esclarecimentos sobre o tratamento clareador e o peróxido de hidrogênio que chega até a polpa e a partir de que quantidade pode ser nocivo aos tecidos dentários.

A difusão de agentes clareadores em biomateriais pode ser considerada um problema onde um fluido (gel clareador) passa por um meio poroso (esmalte- menos permeável; dentina- mais permeável), sendo possível assim aplicar métodos computacionais para a geração de metodologias que permitam o estudo e a otimização da técnica clareadora.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica de engenharia que consiste na discretização de uma geometria em pequenos elementos, este método permite obter a aproximação de uma ou mais variáveis de interesse (concentração de uma substância ou temperatura, por exemplo) por meio de modelagem computacional. O MEF segundo Durand et al. (2015) é considerado uma ferramenta importante no estudo de sistemas complexos pela facilidade de obtenção e interpretação dos resultados. É uma ferramenta de pesquisa, que usada adequadamente, pode gerar resultados muito próximos de uma situação real e seus resultados podem ser significativos para análises em pesquisas biológicas.

O MEF pode ser aplicado à modelagem de fenômenos nas áreas biológicas e da saúde, uma dessas aplicações é a vascularização do endotélio que controla seletivamente o transporte de conteúdo de plasma através da parede do vaso sanguíneo capilar. Neste caso, o modelo de Elementos Finitos baseia-se na modelagem de transporte difusivo transvascular (Corovic et al, 2015). Da mesma maneira, inúmeros trabalhos mostram que o MEF é aplicável com bons resultados na realização de pesquisas científicas em Odontologia (Lotti et al, 2006). Entretanto, para a correta execução deste método, é necessária a interação entre profissionais da Engenharia e da Odontologia para que se possa por em prática as ideias e obter resultados corretos e válidos (Lotti et al, 2006). Desse modo, o MEF apresenta-se como uma

alternativa para superar as dificuldades da execução experimental e principalmente possibilitar a verificação de outras situações que não foram abordadas no experimento.

Assim, o objetivo deste estudo é o de realizar um modelo computacional que estude a difusividade do peróxido de hidrogênio, um agente clareador amplamente utilizado nos tratamentos odontológicos, analisando a influência da geometria do modelo testado na concentração final do clareador. Para isso, baseamos nos estudos de Costa (2015) que fez experimentos com blocos dentários bovino, o nosso estudo pretende considerar possíveis divergências construtivas que culminam na modificação geométrica do bloco e avaliar quanto essas modificações podem influenciar na concentração final de peróxido de hidrogênio.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Modelo computacional

O nosso projeto propôs avaliar a penetração do peróxido de hidrogênio existente nos clareadores dentários por meio de modelagem computacional. O processo de transporte do peróxido de hidrogênio foi modelado de acordo com a Eq. (1) no software comercial de elementos finitos Abaqus 6.12-1.

Equação (1):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - kc \tag{1}$$

A geometria gerada foi baseada nos estudos de Costa (2015), que estudou a difusão de clareadores em blocos dentários bovinos de 4X4 mm.

Na nossa simulação elaboramos modelos dos blocos dentários em duas dimensões que tinham 4 mm de comprimento e 3,5 mm de altura, sendo que, 2,2 mm correspondiam a dentina, enquanto 1,3 mm correspondiam ao esmalte, como descrito por Costa (2015) e é demonstrado na Fig. 1.

2.2 Condições de contorno

No modelo construído foram feitas 4 simulações diferentes, com o objetivo de avaliar possíveis diferenças geométricas construtivas nos blocos dentários.

Na primeira simulação (simulação 1), condições de contorno de 21% de peróxido de hidrogênio foram aplicadas no topo (Fig. 1) do esmalte, chegou-se à esta concentração a partir de medições feitas com a mistura de três gotas de peróxido de hidrogênio a 35%, concentração contida no clareador utilizado por Costa (2015), com uma gota de gel espessante, que também é utilizado na preparação do gel clareador por Costa (2015) e não contém nenhuma concentração de peróxido de hidrogênio. No fim da dentina (Fig. 1), foi atribuída concentração de 0 % de peróxido de hidrogênio, pois inicialmente não havia nenhum peróxido de hidrogênio neste local.

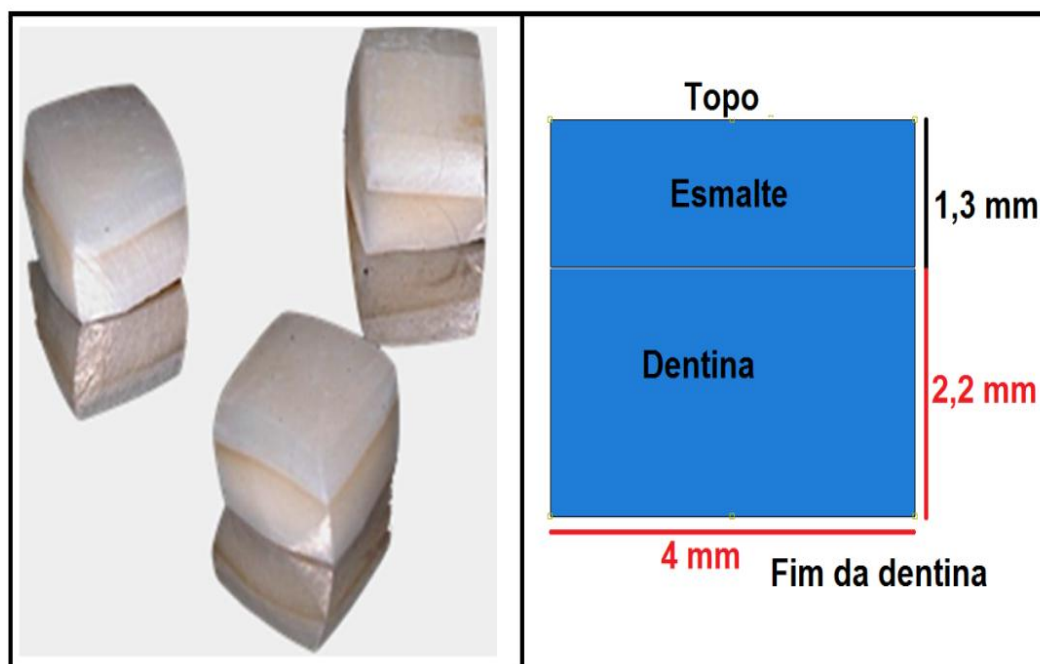


Figura 1: blocos dentários preparados por Costa (2015) à esquerda e modelo do bloco esmalte/dentina construído em abaqus com dimensões plotadas à direita.

Na segunda simulação (simulação 2), as mesmas condições de contorno da simulação 1 mais uma condição de contorno de concentração de clareador adicional igual a 0 % foi aplicada na lateral dos blocos, em uma região que vai da ponta da dentina subindo até 0,88 mm, conforme mostra a Fig. 2. Isso foi feito, para simular regiões do dente que não foram totalmente isoladas e pode haver fluxo de clareador por elas.

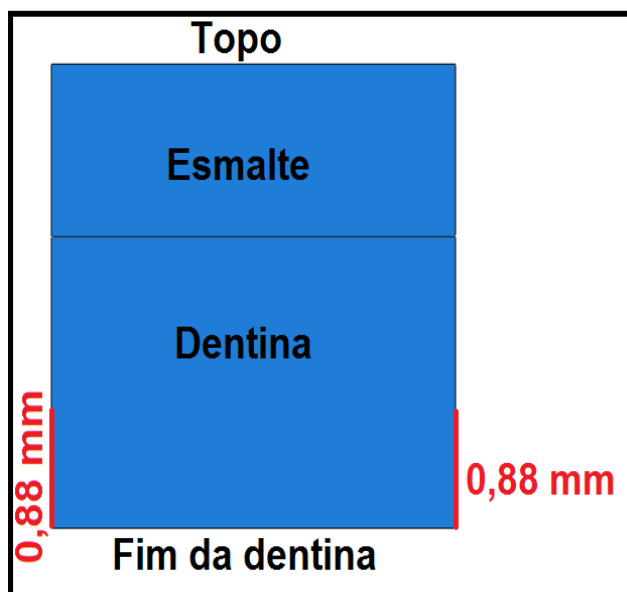


Figura 2: modelo do bloco esmalte/dentina com dimensões de 0,88 mm acima do fim da dentina indicadas.

Na terceira simulação (simulação 3) e na quarta (simulação 4), foram modificadas as dimensões dos blocos, sendo que, na simulação 3 os blocos tiveram a altura reduzida de 3,5 mm para 2,75 mm, e na simulação 4 os blocos tiveram a sua altura aumentada de 3,5 mm para 4,25 mm. Isso para avaliar possíveis modificações nos tamanhos dos blocos quando estes foram construídos.

2.3 Propriedade dos materiais

A difusividade do peróxido de hidrogênio (D) à temperatura de 25°C em dentina e esmalte bovino foi determinada por Kyle (2012) como sendo, $1,47 \times 10^{-7} \pm 0,30 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$ e $5,83 \times 10^{-8} \pm 0,50 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$, respectivamente. A constante de proporcionalidade k, também foi considerada. Um valor de $2,12 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ para essa constante foi encontrado também por Kyle (2012), e foi considerada apenas no esmalte, onde a sua reação com o peróxido de hidrogênio é consideravelmente maior.

Em todas as simulações foi considerado um tempo de 18000 segundos, sendo o comprimento do incremento igual a 10.

3. RESULTADOS

Os resultados obtidos para as 4 simulações realizadas no modelo em duas dimensões são apresentados na Fig. 3 e na Tab. 1.

Na Fig. 3 são apresentadas imagens que representam as concentrações de peróxido de hidrogênio em cada ponto do bloco para os tempos de 0s, 9000s e 18000s para cada uma das 4 simulações. Vê-se que, a partir do tempo 0 a tendência é a concentração ir aumentando do topo do bloco, onde foi atribuída uma concentração inicial igual a 21 %, para o fim, onde a concentração inicial atribuída foi de 0 %. No tempo 0 a concentração é nula em todo o bloco por que ainda não houve difusão, a medida que o tempo aumenta o clareador é difundido gradativamente para o interior do bloco, no sentido da maior concentração para a menor.

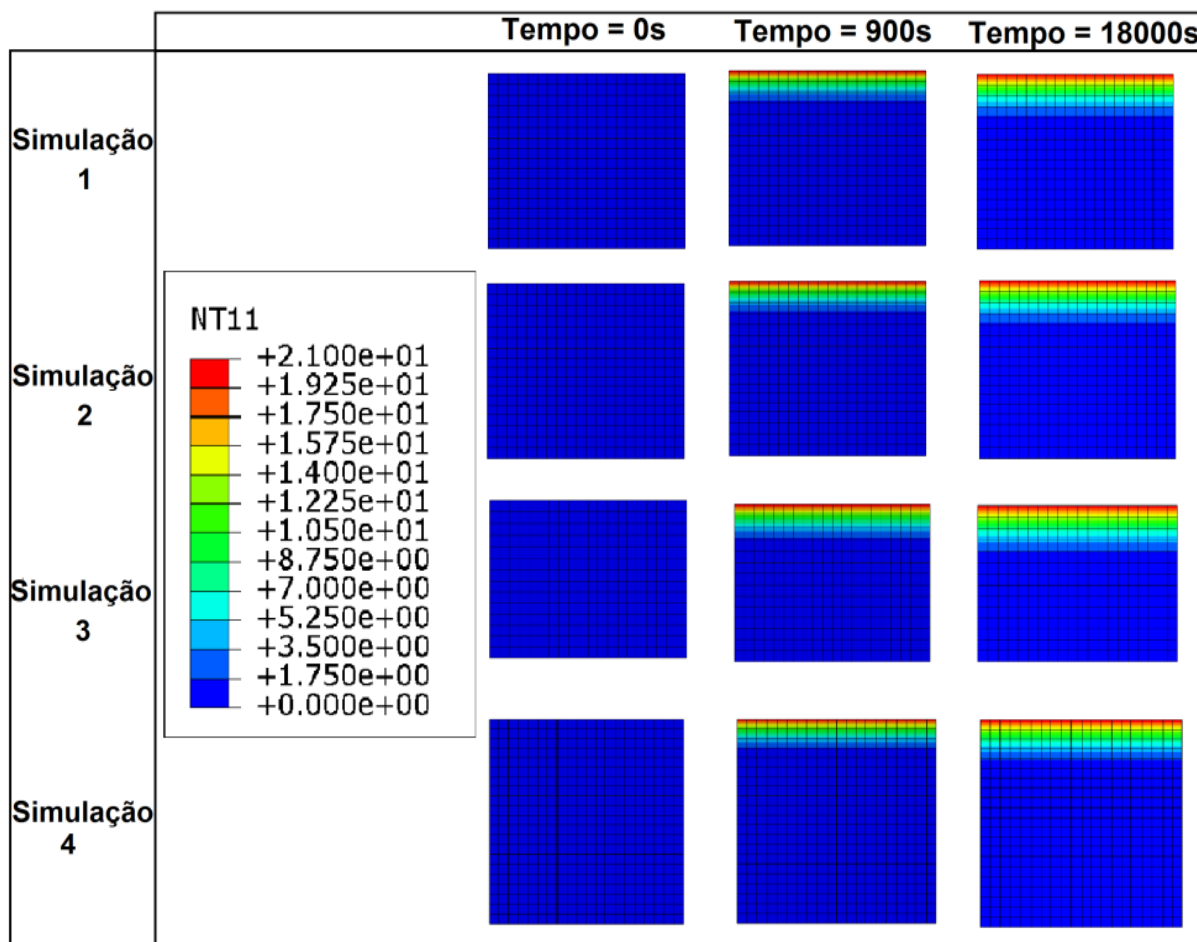


Figura 3: concentração de clareador em cada ponto do bloco, para os tempos de 0, 900 e 18000 segundos, para todas as simulações.

Na Tab. 1, é apresentado o volume de clareador que conseguiu penetrar os blocos no tempo estimado, para cada uma das 4 simulações realizadas. Esses volumes foram obtidos a partir de gráficos de fluxo de calor em relação ao tempo gerados pelo programa. Para a construção desses gráficos foi analisado o fim da dentina, isso para saber o quanto de peróxido de hidrogênio havia penetrado por todo o esmalte e dentina e chegado até o fim do bloco.

Tabela 1. Volume de clareador que atravessa o bloco esmalte dentina, calculado para as 4 simulações realizadas no modelo 2D.

Simulação	Volume de clareador que atravessa o bloco [μL]
1	$1,6035 \times 10^{-5}$
2	$7,3800 \times 10^{-5}$
3	$2,2294 \times 10^{-3}$
4	$6,0244 \times 10^{-8}$

4. DISCUSSÃO

Na análise dos resultados vamos considerar as condições desenvolvidas na simulação 1 como ponto de referência, pois foram essas condições adotadas no experimento realizado por Costa (2015), e queremos avaliar o quanto as modificações dessa geometria podem influir nos resultados finais.

Quando analisamos a Tab. 1 vemos que as maiores divergências na quantidade de clareador que penetra no bloco em relação à simulação 1 ocorre nas simulações 3 e 4.

Na simulação 4 a quantidade de clareador difundida foi consideravelmente menor, que na simulação 1, essa modificação é esperada por que na simulação 4 a dimensão do bloco teve a sua altura aumentada em 0,75 mm, ou seja, o esperado é que a quantidade de clareador que penetre o bloco seja menor para um mesmo tempo, já que o caminho que ele percorre é maior.

Já na simulação 3 a quantidade de clareador que penetrou no bloco foi consideravelmente maior, isso por que no caso da simulação 3 o bloco teve a sua altura diminuída em 0,75 mm, e de forma análoga ao ocorrido com a simulação 4 o caminho que devia ser percorrido pelo clareador foi menor, ou seja, para um mesmo tempo a quantidade de clareador que penetra no bloco deve ser maior.

Pode-se salientar ainda, que nas simulações 3 e 4, o bloco teve a sua altura diminuída e aumentada, respectivamente, em uma mesma quantidade (0,75 mm), ao analisar a quantidade de clareador que penetrou no bloco percebe-se que para a simulação 3 a quantidade de clareador que penetrou foi aproximadamente 139 vezes maior que na simulação 1, enquanto na simulação 4 a quantidade foi aproximadamente 266 vezes menor que na simulação 1.

Na simulação 2, foram atribuídas condições de contorno de concentração de clareador igual a 0 % também em uma porção das laterais do bloco, isso para simular que havia fluxo de clareador também por essa porção. O resultado obtido foi exatamente o esperado, que uma quantidade maior de clareador penetraria, em relação à simulação 1, porém essa quantidade não foi tão maior se comparado com as simulações 3 e 4 que apresentaram diferenças muito maiores.

Os resultados mostraram que as diferenças geométricas podem produzir variações consideráveis na quantidade final de peróxido de hidrogênio que penetra o bloco, principalmente nos casos em que o tamanho do bloco é modificado, como na simulação 3 e 4 onde houve modificação de aproximadamente 139 e 266 vezes respectivamente na quantidade de clareador, por isso é importante que os experimentos que utilizem amostras sejam rigorosos quanto a preparação destas, para evitar possíveis erros que possam provocar grandes modificações nos resultados obtidos.

5. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi avaliar a quantidade de peróxido de hidrogênio que conseguia penetrar pelo esmalte e dentina, e avaliar a influência que as possíveis modificações geométricas das amostras tinham nos resultados finais. Para isso, foram feitas 4 simulações com condições de contorno e geométricas diferentes.

As propriedades dos materiais adotadas para a difusão do peróxido de hidrogênio foram baseadas em propriedade reais adquiridas em experimento, no entanto, os resultados mostram que os valores para as simulações apresentaram resultados que variaram bastante, principalmente para as simulações 3 e 4 quando comparadas com a simulação 1, por isso, mais estudos são necessários para melhor esclarecer a influência de mudanças geométricas na concentração final dos clareadores.

Uma adequação importante seria a elaboração de modelos em três dimensões, por exemplo, isso proporcionaria uma abordagem mais realista e estaria mais relacionado com os estudos realizados por Costa (2015), ou ainda a elaboração de mais modelos que considerem mais condições de contorno diferentes que possam apresentar mais resultados para comparação. Pretende-se ainda, aprofundar esse estudo considerando essas melhorias para analisar mais detalhadamente a difusividade do peróxido de hidrogênio no esmalte e na dentina.

AGRADECIMENTOS

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

NOMENCLATURA

c	Concentração de Peróxido de Hidrogênio, kg/m ³	Letras gregas	
D	Difusividade do Peróxido de Hidrogênio no esmalte ou na dentina, m ² /s	μ	micro (10 ⁻⁶)
k	Constante de proporcionalidade da taxa de reação do Peróxido de Hidrogênio (kc), s ⁻¹	Símbolos matemáticos	
t	tempo, s	∂	diferencial parcial
x	direção x, m		

REFERÊNCIAS

- Briso A.L.F., Lima A.P.B., Gonçalves R.S., Gallinari M.O., Santos P.H., 2013. Transenamel and Transdental Penetration of Hydrogen Peroxide Applied to Cracked or Microabraded Enamel. *Operative Dentistry*, 38-6.
- Corovic S., Markelc B., Dolinar M., Cemazar M., Jarm T., 2015. Modeling of Microvascular Permeability Changes after Electroporation. *PLoS ONE* 10 3 doi:10.1371/journal.pone.0121370
- Costa, D. C., 2015. Penetração trans-amelodentinária de peróxido de hidrogênio proveniente de géis clareadores aplicados do esmalte após microabrasão com dois agentes abrasivos. Dissertação (mestrado), Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, MG, BRA.
- Durand BL, Guimarães CJ, Monteiro Junior S, Baratiéri LN., 2015. Effect of Ceramic Thickness and Composite Bases on Stress Distribution of Inlays - A Finite Element Analysis. *Brazilian Dental Journal* 26(2): 146-151.

- Lotti R.S., Machado A.W., Mazzeiro E.T., Landre Júnior J., 2006. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial;11(2): 35-43
- Kyle, P. B., 2012. Quantitative analysis of the diffusion of hydrogen peroxide through teeth. Tese (doutorado), University Of California, California, LA, USA.
- Rotstein I., Dankner E., Goldman A., Heling I., 1996. Stabholz A and Zalkind M. Histochemical analysis of dental hard tissues following bleaching. Journal of Endodontics. 22:23-5.
- Soares, Diana G., 2013. Effective tooth-bleaching protocols capable of reducing H₂O₂ diffusion through enamel and dentine.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Comportamento mecânico da sutura palatina devido ao padrão interdigitação

José Alejandro Guerrero Vargas

Larissa Carvalho Trojan

Estevam Barbosa de Las Casas

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Av. Antônio Carlos, 6627, Escola de Engenharia, Belo Horizonte, Brasil

Diego Alexander Garzón Alvarado

Universidade Nacional da Colômbia, Bogotá, Cidade Universitária, Cra 30 45-03, Prédio 407, Escritório 202A, Colômbia

Resumo. *Uma análise de elementos finitos com cargas de tração e compressão em modelos bidimensionais da interface osso – sutura – osso foi realizada com o objetivo de observar a influência da interdigitação na distribuição de tensões principais resultante. A geometria da sutura foi modelada com interdigitação zero, moderada, complexa e fractal. A influência das fibras de colágeno, alinhadas transversalmente ao longo da sutura, foi considerada pela inclusão de estruturas de ligação das frentes ósseas; suas propriedades foram baseadas nas propriedades do colágeno e ajustadas para assegurar o mesmo efeito, em relação à densidade de fibras, em todos os modelos. De acordo com os resultados, com cargas de tração, houve uma diminuição na magnitude da primeira tensão principal e da primeira deformação principal dentro da sutura devido à presença de fibras de colágeno e maior complexidade na interdigitação. Essa resposta reflete o fato do domínio ter mais material pela presença das fibras, o que resulta em uma rigidez mais elevada. Em contrapartida, o mesmo aumento na complexidade e interdigitação gera pequenos aumentos da primeira tensão principal na fronteira entre o osso e a sutura e uma tendência para aumentar a primeira deformação principal com a carga aplicada de compressão. Contrariamente ao comportamento fisiológico observado, o modelo não considera a deposição do material que ocorre na sutura, e indica o estímulo necessário para promover a deposição do material. Tanto em tração e em compressão, as tensões principais no osso foram mais homogêneas com a introdução das fibras de colágeno.*

Palavras-chave: *análise de elementos finitos, interdigitação, sutura palatina mediana.*

1 INTRODUÇÃO

Os ossos do crânio estão unidos por suturas, atuando como articulações, contribuindo na absorção de choques durante o impacto (Maloul, Fialkiv, Wagner, & Whyne, 2014) (Khonsari *et al.*, 2013). O processo de ossificação das suturas geralmente é de origem intramembranosa e começa a partir das extremidades ósseas suturais (Maloul, Fialkiv, Wagner, & Whyne, 2014). A formação e ossificação das suturas têm sido amplamente estudadas, mas não há consenso teórico. A sutura palatina é uma das suturas craniofaciais e, de acordo com o dicionário Mosby: medicina, enfermagem e ciências da saúde, “esta sutura corresponde à linha que liga as porções horizontais dos dois ossos palatinos que se estendem a partir de ambos lados do crânio para formar a parte posterior do palato” (Mosby Inc., 2003). É também descrita como um tipo de sutura de “ponta a ponta” com alterações características em sua morfologia durante o crescimento (Angelieri *et al.*, 2013) e alguns animais, no interior, contém cartilagem secundária, que é altamente sensível a cargas mecânicas (Hou, Fukai, e Olsen, 2007).

Khonsari *et al.* (2013) argumentam que o crescimento e o padrão das suturas estão sujeitos ao efeito das tensões mecânicas. Afirmam que no início as células osteogênicas estão no centro da área mesenquimal e que as fibras de colágeno não têm uma orientação definida. Em seguida, quando a sutura está sob carga, as fibras de colágeno dentro do mesênquima irradiam-se em um padrão em forma de leque nas áreas de interdigitação, das partes convexas para as côncavas e as células osteogênicas migram para a fronteira da sutura. Zollikofer *et al.* (2011) desenvolveram um modelo bidimensional morfo-genético da sutura sagital com o propósito de determinar o espaço morfo-espaço das suturas e, assim, avaliar a diversidade das morfologias que o modelo pode produzir. Asseguram que o crescimento sutural corresponde a um processo de deposição/reabsorção em função do gradiente local de tensão. Miura *et al.* (2009) assumem uma abordagem mecano-biológica e procuram explicar a ossificação da sutura por meio dum sistema de reação-difusão; modelam o comportamento do tecido celular primeiro com morfologia de linha reta e depois com interdigitação, atingindo fractalidade. Além disso, fizeram um estudo *in vitro* em que foi observada reabsorção óssea, sem a presença de crescimento do tecido explantado. Isto sugere que o processo de interdigitação ocorre independentemente do crescimento cerebral e da expansão da calvária. Ou seja, propõem que as cargas mecânicas não são as únicas a influenciar a interdigitação sendo, de acordo com a revisão da literatura, o único autor a fazer esse tipo de afirmação. Maloul *et al.* (2014) realizaram um estudo para quantificar o impacto das características morfológicas, da direção da carga e das propriedades do material da sutura no comportamento mecânico da mesma e nas proximidades ósseas. Para as simulações foram utilizadas cargas de tração, compressão e cisalhamento. Jasinowski *et al.* (2010) realizaram um estudo semelhante sobre modelos de suturas cranianas bidimensionais com interdigitação zero, moderada e complexa. Usaram cargas

uniformes, em tensão e em compressão, e propriedades de material isotrópicas e ortotrópicas. Neste caso, os modelos geométricos foram desenvolvidos com fibras de colágeno alinhadas.

Em particular, sobre sutura palatina, a grande maioria dos estudos têm-se centrado em determinar a sua influência em tratamentos ortodônticos de expansão da maxila. Angelieri *et al.* (2013) desenvolveram um novo método de classificação, para a avaliação individual, da morfologia desta sutura, usando tomografias computadorizadas. O objetivo deste estudo foi determinar quais pacientes podem ser submetidos a expansão rápida da maxila, como uma alternativa menos invasiva do que a expansão assistida cirurgicamente. Franchi *et al.* (2010) também fizeram uso das tomografias, mas para analisar as mudanças na densidade da sutura palatina medial, quando submetido a expansão rápida da maxila. Outros autores optaram por uma abordagem mais biológica. Por exemplo, Hou *et al.* (2007) realizaram um acompanhamento da sutura sob carregamento, a fim de estabelecer qual seria o seu comportamento celular quando é sujeita a cargas de expansão.

Como é evidente, as cargas mecânicas influenciam os processos morfológicos e de maturação da sutura palatina e, portanto, é importante ter clareza sobre o ambiente biomecânico ao qual está exposta. O objetivo deste estudo é observar a influência da interdigitação na distribuição das tensões e deformações principais quando da aplicação de cargas de tensão e de compressão.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento deste estudo foram desenvolvidos 8 modelos geométricos idealizados da interface osso - sutura - osso com dimensões de 10 mm por 10 mm e com uma espessura aproximada da sutura de 0,2 milímetros. Os modelos foram divididos em dois grupos de quatro, um com fibras de colágeno de diâmetro constante de 200 μm (Lodish, et al., 2000), que ligam as duas frentes do osso, e outro sem fibras de colágeno (Fig. 1). A morfologia da sutura foi modelada com interdigitação zero, moderada, complexa e fractal (Fig. 2), para cada grupo.

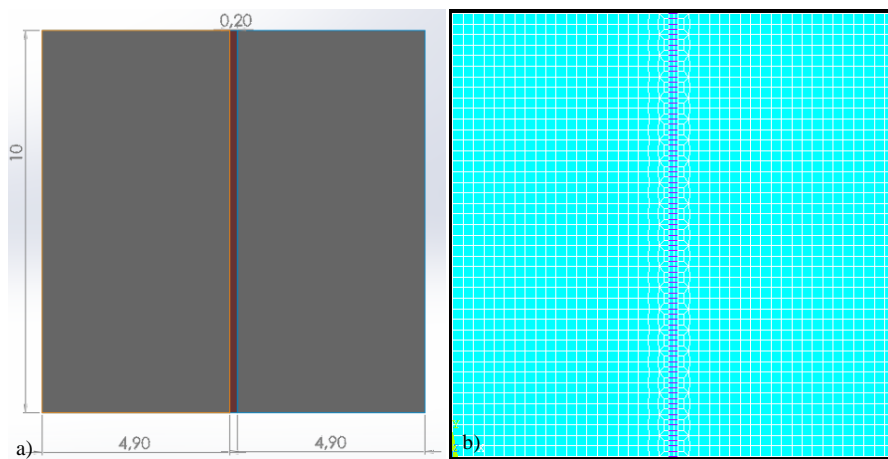
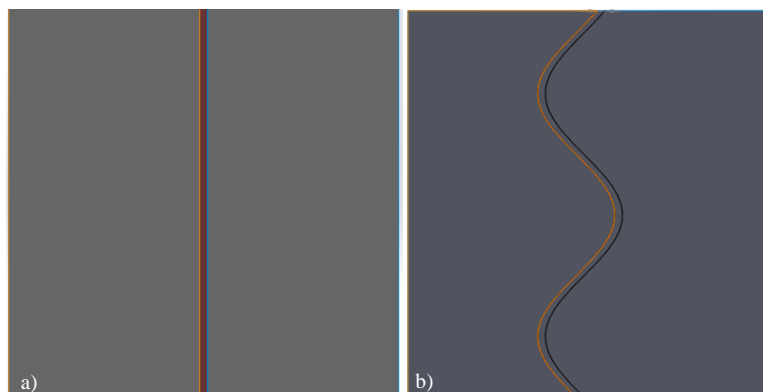


Figura 1. Exemplo dos modelos desenvolvidos para o estudo. a) Detalhamento das dimensões do modelo desenhado. b) Disposição das fibras que ligam as duas extremidades ósseas no modelo desenvolvido.



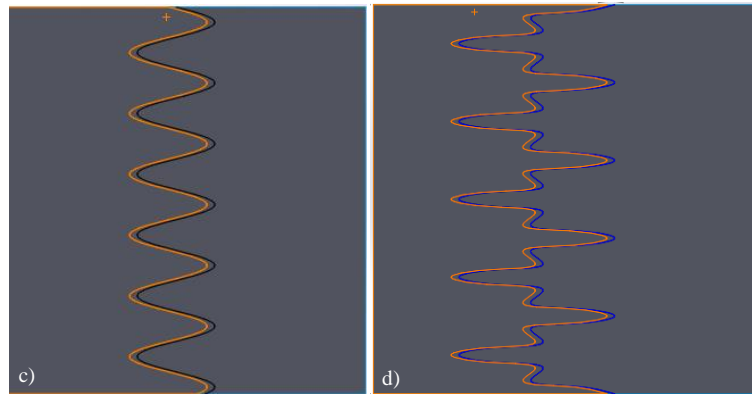


Figura 2. Morfologias das suturas modeladas com interdigitação: a) zero, b) moderada c) complexa e d) fractal.

A análise de elementos finitos (AEF) foi programada em linguagem APDL no software ANSYS Mechanical APDL 15,0. A análise foi realizada considerando estado plano de tensão com elementos tipo PLANE definidos por quatro nós para o osso e para o tecido sutural e com elementos tipo Link 2-D para as fibras de colágeno, com rigidez apenas à tração. Os materiais dos três componentes do estudo foram definidos como lineares, homogêneos e isotrópicos. Para o osso, foi assumido um módulo de elasticidade de 6000 MPa e um coeficiente de Poisson de 0,27, tal como é indicado na literatura (Josinoski, Reddy, Louw, & Chinsamy, 2010). Os valores das propriedades mecânicas da sutura variam amplamente nos diferentes estudos relatados e há uma discussão sobre o comportamento visco-elástico da mesma. No entanto, como afirmou Romanyk *et al.* (2013), se procura-se encontrar a resposta inicial do tecido para uma carga aplicada conhecida, a natureza visco-elástica da sutura pode não ser necessária para obter resultados suficientemente precisos e o valor pode estar em um intervalo entre 0,64 e 4,51 MPa. Por esta razão, os valores assumidos foram 2 MPa para o módulo de Young e 0,167 para o coeficiente de Poisson (Isaksson, et al., 2007).

Para atribuir as propriedades do material das fibras de colágeno foi considerado, nos modelos desenvolvidos, o número de fibras varia de acordo com o número de nós que têm o modelo na margem do osso. A fim de que todos os modelos tenham uma rigidez no modelo correspondente ao número e rigidez das fibras e, assim, poder fazer uma verdadeira comparação, foi realizada uma alteração no módulo de elasticidade das fibras. Determinou-se o número de feixes de fibras que pode ter uma sutura real. Para tal, foi utilizada uma imagem de microscopia eletrônica de varredura (Fig. 3) reportada por Marinho *et al.* (1998), onde é possível observar uma camada da sutura e fazer uma contagem aproximada do número de fibras. Estimou-se que o número de feixes de fibras presentes em uma sutura de 10 mm de comprimento é de aproximadamente 620. Sabendo que o módulo de elasticidade dum feixe de fibra de colágeno é de 50 MPa (Josinoski, Reddy, Louw, & Chinsamy, 2010) foi estimado que o conjunto de todas as fibras teria um valor de 30986 MPa. Dividindo este valor pelo número de *links* de cada modelo foi obtido o módulo de elasticidade equivalente de cada feixe de fibra (Tab. 1). O coeficiente de Poisson atribuído para as fibras foi de 0,3 (Josinoski, Reddy, Louw, & Chinsamy, 2010).

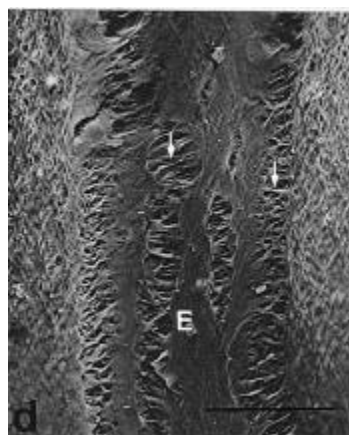


Figura 3. Imagem de microscopia eletrônica de varredura da sutura palatina utilizada para estimar a rigidez das fibras de colágeno modeladas como *links* no modelo (Del Santo, Minarelli, & Ap. Liberti, 1998).

Tabela 1. Valor do módulo de elasticidade das fibras de colágeno, considerado para cada modelo.

Tipo de Interdigitação	Número de links no modelo	Módulo de elasticidade de cada fibra em MPa
Zero	85	364,5

Moderada	109	284,3
Complexa	712	43,5
Fractal	1283	24,2

Para a AEF, uma carga de 0,1MPa foi aplicada, tanto em tração como em compressão, numa das faces do domínio e se restringiram ao movimento nos outros três lados, o lado de cima e de baixo só na direção vertical, como é visto na Fig. 4.

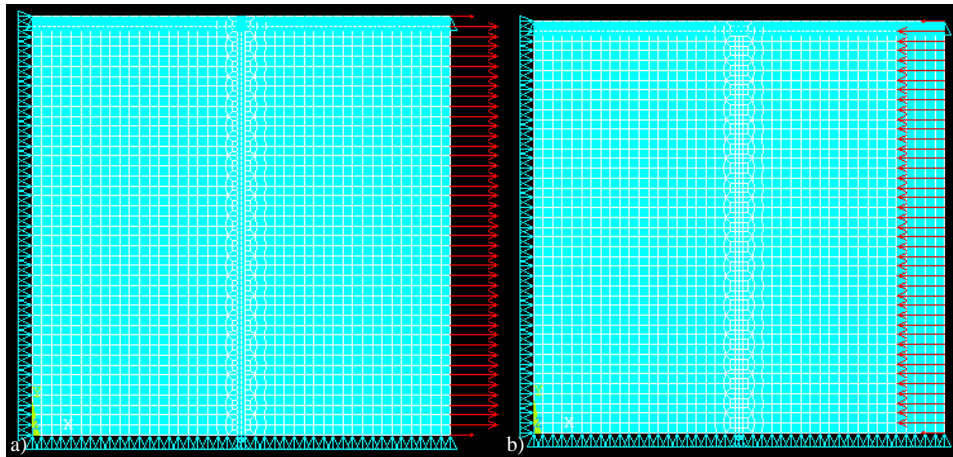


Figura 4. Condições de contorno aplicadas para a análise de elementos finitos. a) Em tração. b) Em compressão.

3 RESULTADOS

Na Figura 5 podem ser vistas as primeiras tensões principais obtidas da análise estática sob uma carga de tração. No modelo com interdigitação zero, as tensões máximas estão localizadas no osso com um valor de 0,0332 MPa. Nos outros tipos de interdigitação observou-se que as tensões máximas estão concentradas nas margens suturais com valores de 0,0356 MPa para interdigitação moderada, 0,0433 MPa para interdigitação complexa e 0,0892 MPa para interdigitação fractal. Em todos os casos, as tensões menores foram encontradas no interior da sutura.

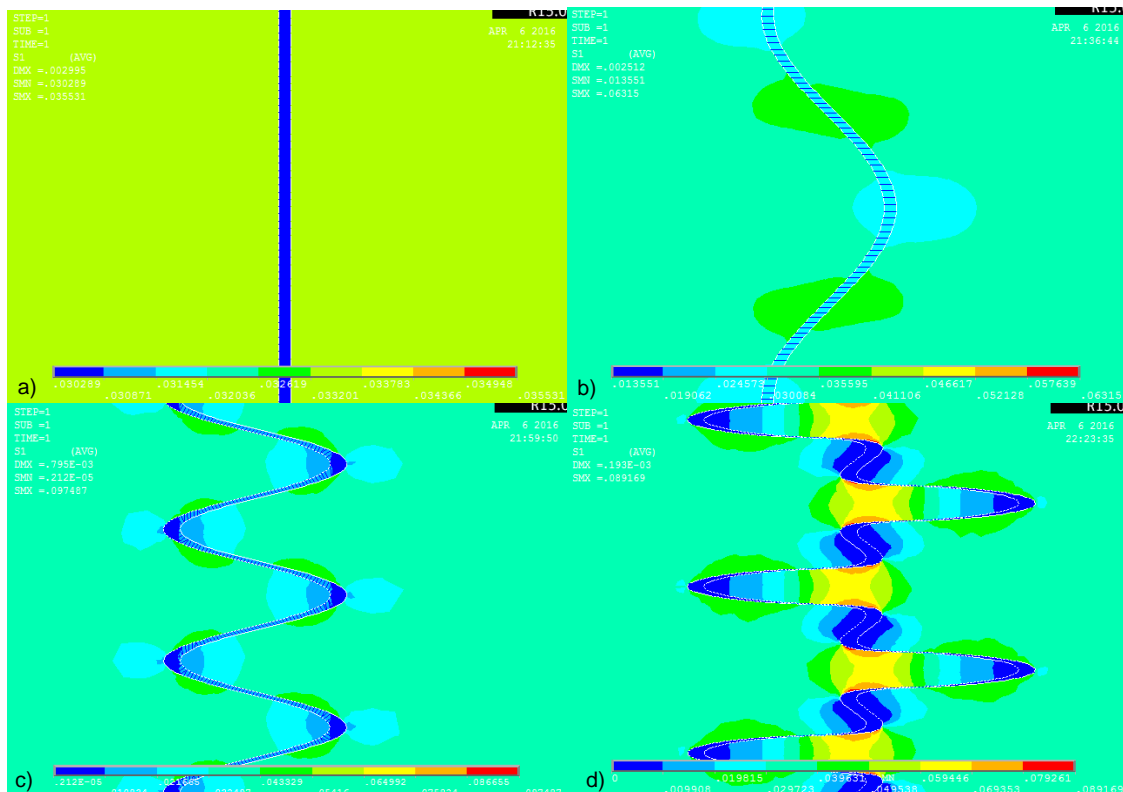


Figura 5. Primeiras tensões principais obtidas sob uma carga de tração para os diferentes tipos de interdigitação da sutura: a) zero, b) moderada, c) complexa e d) fractal.

Na Figura 6 encontram-se as deformações principais obtidas a partir da análise estática sob uma carga de tração. Em todos os casos, as deformações do osso e das margens ósseas foram próximas de zero. De outro lado, as deformações máximas estão presentes dentro da sutura com valores de 0,0147 mm, 0,0130 mm, 0,00964 mm e 0,00976 mm para morfologias da sutura com interdigitação zero, moderada, complexa e fractal, respectivamente.

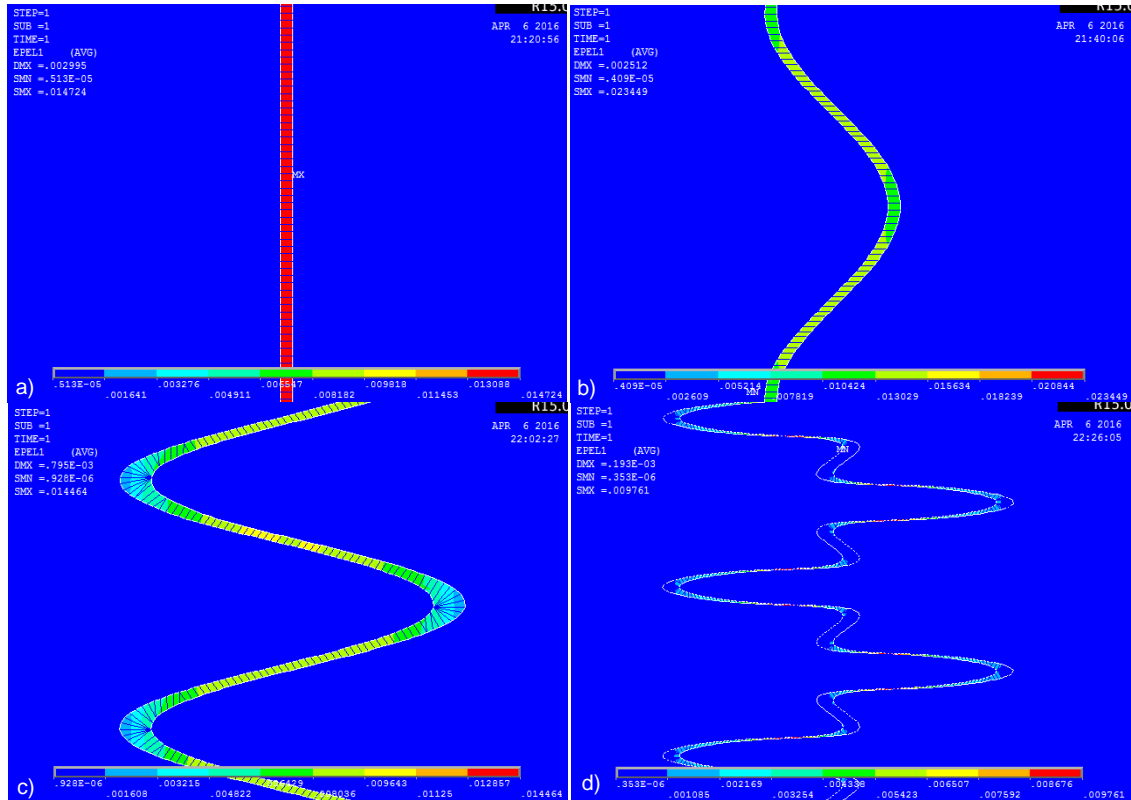


Figura 6. Primeiras deformações principais obtidas sob uma carga de tração para os diferentes tipos de interdigitação da sutura: a) zero, b) moderada, c) complexa e d) fractal.

Os resultados obtidos, para todos os modelos das primeiras e segundas tensões principais, assim como das primeiras e segundas deformações principais, estão expostos na Tab. 2 para uma carga de tração e na Tab. 3 para uma carga de compressão.

Tabela 2. Valores máximos obtidos da análise de elementos finitos dos modelos com diferentes tipos de interdigitação quando submetidos a cargas de tração.

		Zero	Moderada	Complexa	Fractal
Primeira tensão principal	Osso	0,0332	0,0301	0,0325	0,0297
	Margem sutural	0,0332	0,0356	0,0433	0,0897
	Sutura	0,0303	0,0246	0,0108	0,00990
Segunda tensão principal	Osso	0,00850	0,00876	0,00911	0,00673
	Margem sutural	0,00850	0,0153	0,0127	0,0264
	Sutura	0,00506	0,00219	0	-0,00112
Primeira deformação principal	Osso	5,31E-06	4,09E-06	9,28E-07	3,53E-07
	Margem sutural	5,31E-06	4,09E-06	9,28E-07	3,53E-07
	Sutura	0,0147	0,0130	0,00964	0,00976
Segunda deformação principal	Osso	-1,81E-08	1,25E-06	9,76E-06	1,98E-05
	Margem sutural	-1,81E-08	1,25E-06	9,76E-06	1,98E-05
	Sutura	-1,81E-08	-0,00346	-0,00108	-3,46E-04

Tabela 3. Valores máximos obtidos da análise de elementos finitos dos modelos com diferentes tipos de interdigitação quando submetidos a cargas de compressão.

		Zero	Moderada	Complexa	Fractal
	Osso	0	0	0	0
	Margem sutural	0	0,00951	0	0,0475

Primeira tensão principal	Sutura	0	0	0,00781	0,0105
Segunda tensão principal	Osso	-0,00908	-0,0109	-0,0109	-0,0107
	Margem sutural	-0,00908	-0,0175	-0,0146	-0,0264
	Sutura	-0,00506	-0,00438	0	-0,00281
Primeira deformação principal	Osso	1,90E-06	1,44E-06	6,01E-07	1,08E-07
	Margem sutural	1,90E-06	1,14E-06	6,01E-07	1,08E-07
	Sutura	0,00295	0,00223	0,00634	0,00885
Segunda deformação principal	Osso	-1,81E-08	-1,25E-06	-9,76E-06	-1,98E-05
	Margem sutural	-1,81E-08	-1,25E-06	-9,76E-06	-1,98E-05
	Sutura	-1,81E-08	0,00216	9,00E-04	3,46E-04

Em relação ao efeito das fibras de colágeno, uma inspeção visual foi realizada para estabelecer a influência das fibras de colágeno no desempenho global das tensões e deformações e foi calculado o valor percentual de variação entre os modelos com e sem fibras. Para ilustrar isto, a Fig. 7 mostra uma comparação entre as primeiras tensões principais dos modelos com interdigitação complexa e fractal. Nota-se como a inclusão das fibras contribuiu para uma distribuição mais homogênea das tensões no domínio com interdigitação complexa. Por contraste, no domínio com interdigitação fractal não é perceptível esta contribuição. Na Tab. 4 estão as porcentagens de variação para cada modelo.

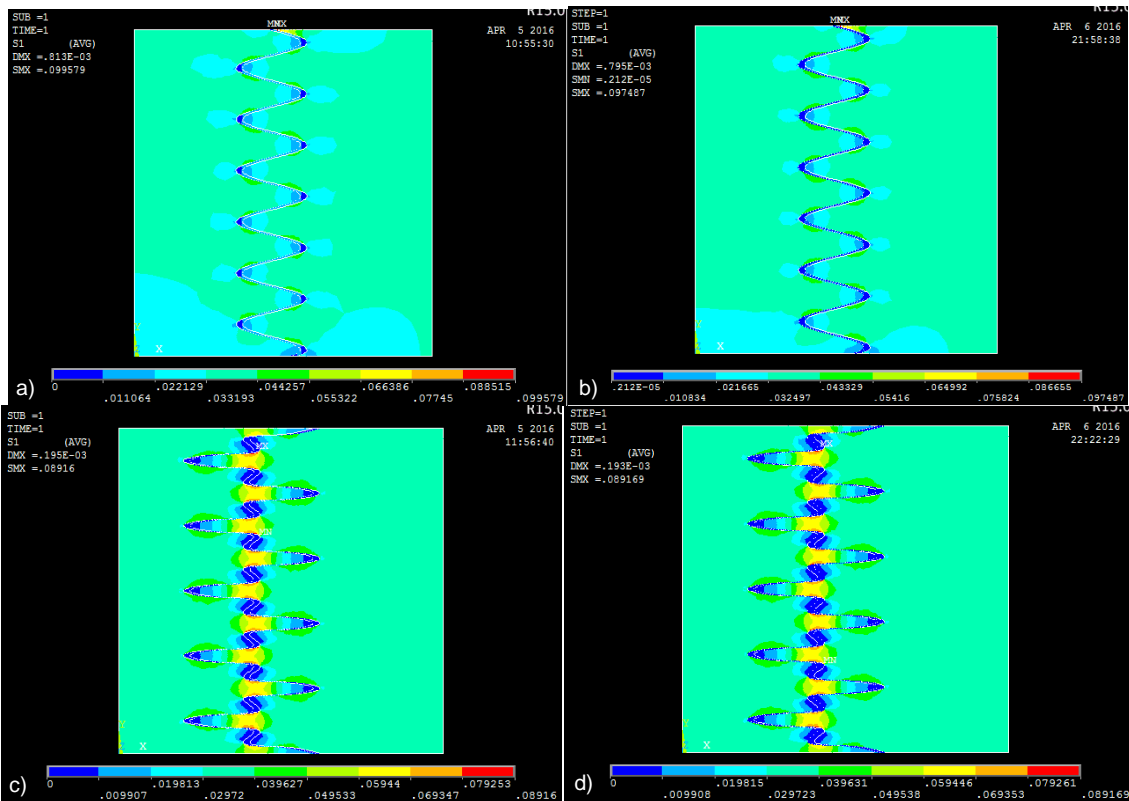


Figura 7. Resultados das primeiras tensões principais, nos domínios de interdigitação complexa e fractal, para exemplificar a influência das fibras de colágeno. a) Resultados do domínio com interdigitação complexa sem fibras de colágeno. b) Resultados do domínio com interdigitação complexa com fibras de colágeno. c) Resultados do domínio com interdigitação fractal sem fibras de colágeno. d) Resultados do domínio com interdigitação fractal com fibras de colágeno.

Tabela 4. Variação percentual dos valores máximos encontrados, nas diferentes análises feitas para cada modelo, em relação à inclusão das fibras de colágeno.

		Zero	Moderada	Complexa	Fractal
Tração	Primeira tensão principal	3,33%	6,62%	2,09%	0,01%
	Segunda tensão principal	6,76%	3,94%	0,26%	2,57%
	Primeira deformação Principal	5,11%	7,63%	2,68%	0,62%
	Segunda deformação principal	0,00%	15,71%	2,03%	0,38%
C	Primeira tensão principal	0,00%	6,26%	2,43%	0,93%

	Segunda tensão principal	3,59%	14,61%	0,26%	0,79%
	Primeira deformação Principal	3,04%	3,68%	0,79%	1,07%
	Segunda deformação principal	0,00%	10,53%	2,03%	0,38%
	Variação média	2,73%	8,62%	1,57%	0,84%

4 DISCUSSÃO

De acordo com os resultados, o efeito das fibras de colágeno, em todas as partes que compõem o domínio, tanto à tração quanto à compressão, diminui à medida que a interdigitação aumentou. No caso fractal o efeito é bastante reduzido com variações médias das magnitudes de 0,84%; tendo análise, como a da primeira tensão em tração, onde a diferença é nula. Isso também é evidente na forma como são distribuídas as tensões principais nos diferentes modelos; foi possível observar que, nos modelos com interdigitação zero, moderada e complexa, a distribuição foi mais homogênea com a presença de fibras, enquanto no modelo com a interdigitação fractal a variação foi menor ou não relevante.

Em geral, as fibras de colágeno contribuíram na redução dos valores das primeiras tensões principais, quando a carga aplicada é a tração enquanto a compressão não gerou diferenças significativas. Em contrapartida, no caso das primeiras deformações principais e as segundas tensões principais, foi possível perceber a contribuição independentemente da direção da carga aplicada. Os valores das segundas tensões principais, tanto em tração como em compressão, são próximas a zero em comparação com as dimensões e unidades usadas e, portanto, não permitiram fazer nenhum tipo de análise ou conclusão da influência das fibras de colágeno ou interdigitação nelas.

Em comparação com estudos semelhantes, tais como o desenvolvido por Jasinowski *et al.* (2010), os resultados têm algumas discrepâncias em ordens de magnitude. Possivelmente, isto é, devido a uma diferença na espessura assumida quando o estudo em estado plano de tensão foi realizado. Para simulações mais realistas a interface osso-sutura-osso, a espessura assumida foi de 3 mm; este valor está dentro do intervalo especificado em estudos morfológicos (Peixoto Ennes, 2002) e em estudos tridimensionais realizados sobre a sutura (Maloul, Fialkiv, Wagner, & Whyne, 2014). A razão para acreditar nisso é que a distribuição das tensões, nas secções mostradas pelos autores, é bastante semelhante à encontrada neste estudo. Para corroborar esta hipótese, análises com uma espessura de valor unitário foram desenvolvidos e os resultados mostraram que as ordens de magnitude estavam em conformidade com os estabelecidos por eles. A diferença entre os valores da espessura usados pode corresponder a que a abordagem do estudo de Jasinowski *et al.* (2010) foi em suturas cranianas, enquanto o foco deste artigo é de sutura palatina. Além disso, em relação à análise desenvolvida por Maloul *et al.* (2014), foi apenas possível observar a similaridade no comportamento e distribuição das tensões com a presença de carga de tração na interface, devido a que os autores utilizaram cargas e dimensões maiores.

5 CONCLUSÕES

Este estudo, de acordo com a revisão da literatura, é o primeiro que procura compreender o ambiente mecânico presente na sutura palatina mediana, do ponto de vista da simulação e análise de elementos finitos. Portanto, o interesse é abrir o caminho para um campo de pesquisa focado na cavidade oral. Os resultados e procedimentos apresentados mostram que existe uma relação estreita entre o comportamento mecânico da sutura palatina e das suturas cranianas e, portanto, devem ser aproveitados para as análises realizadas nestas últimas. Pode ser visto que o fator mais influente na magnitude e distribuição das tensões e deformações é o grau de interdigitação que possui a sutura. Para uma maior interdigitação, menor o efeito da carga sobre a interface osso-sutura-osso. De igual modo, quanto maior interdigitação menor influência das fibras de colágeno na resposta mecânica.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG pelo apoio financeiro.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Referências bibliográficas

- Angelier, F., Cevidanes, L., Franchi, L., Gonçalves, J. R., Benavides, E., & McNamara, J. (2013). Midpalatal suture maturation: Classification method for individual assessment before rapid maxillary expansion. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 144(5), 759-769.
- Bristol, R., & Beals, S. (2014). Craniosynostosis. *Encyclopedia of the Neurological Sciences (Second Edition)*, 894-895.

- Burn, A., Herring, S., Hubbard, R., Zink, K., Rafferty, K., & Lieberman, D. (2010). Dietary consistency and the midline sutures in growing pigs. *Orthodontics & Craniofacial Research*, 13(2), 106-113.
- Craven, J. (2014). Anatomy of the skull. *Anaesthesia & Intensive Care Medicine*, 15(4), 146-148.
- Del Santo, M., Minarelli, A. M., & Ap. Liberti, E. (1998). Morphological aspects of the mid-palatal suture in the human foetus: a light and scanning electron microscopy study. *European Journal of Orthodontics*, 20, 93-99.
- Fontes, D., Natoli, Ó., & Pinyot, J. (2011). Estudio de la craneosinostosis por tomografía computarizada. *Imagen Diagnóstica*, 2(2), 47-52.
- Franchi, L., Baccetti, T., Lione, R., Fanucci, E., & Cozza, P. (2010). Modifications of midpalatal sutural density induced by rapid maxillary expansion: A low-dose computed-tomography evaluation. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 137(4), 486-488.
- Hou, B., Fukai, N., & Olsen, B. R. (2007). Mechanical force-induced midpalatal suture remodeling in mice. *Bone*, 40(6), 1483-1493.
- Isaksson, H., Comas, O., van Donkelaar, C., Mediavilla, J., Wilson, W., Huiskes, R., & Ito, K. (2007). Bone regeneration during distraction osteogenesis: Mechano-regulation by shear strain and fluid velocity. *Journal of Biomechanics*, 40, 2002-2011.
- Josinoski, S., Reddy, B., Louw, K., & Chinsamy, A. (2010). Mechanics of cranial sutures using the finite element method. *Journal of Biomechanics*, 43(16), 3104 - 3111.
- Khonsari, R., Olivier, J., Vigneaux, P., Sánchez, S., Tafforeau, P., Ahlberg, P., . . . Calvez, V. (2013). A mathematical model for mechanotransduction at the early steps of suture formation. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 280(1759), 20122670.
- Liu, S., Opperman, L., Kyung, H., & Buschang, P. (2011). Is there an optimal force level for sutural expansion? *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 139(4), 446 - 455.
- Lodish, H., Berk, A., Zipursky, S. L., Matsudaira, P., Baltimore, D., & Darnell, J. (2000). *Molecular Cell Biology*, 4th edition (4th ed.). New York: W. H. Freeman.
- Maloul, A., Fialkiv, J., Wagner, D., & Whyne, C. (2014). Characterization of craniofacial sutures using the finite element method. *Journal of Biomechanics*, 47(1), 245 - 252.
- Miura, T., Perlyn, C., Kinboshi, M., Ogihara, N., Kobayashi-Miura, M., Morris, K., . . . Shiota, K. (2009). Mechanism of skull suture maintenance and interdigitation. *Journal of Anatomy*, 215(6), 642-655.
- Mosby Inc. (2003). *Diccionario Mosby: medicina, enfermería y ciencias de la salud*. Madrid: Elsevier Science Imprint.
- Peixoto Ennes, J. (2002). *Análise morfológica da sutura palatina mediana de ratos, de coelhos, de macacos e de homens em diferentes fases do desenvolvimento cronológico*. São Paulo: Universidade de São Paulo. Faculdade de Odontologia de Bauru.
- Peptan, A., López, A., Kopher, R., & Mao, J. (2008). Responses of intramembranous bone and sutures upon in vivo cyclic tensile and compressive loading. *Bone*, 42, 432 - 438.
- Renier, D., Lajeunie, É., Catala, M., Arnaud, É., & Marchac, D. (2008). Craneostenosis. *EMC - Pédiatrie*, 43(2), 1-19.
- Romanyk, D., Collins, C., Lagravere, M., Toogood, R., Major, P., & Carey, J. (2013). Role of the midpalatal suture in FEA simulations of maxillary expansion treatment for adolescents: A review. *International Orthodontics*, 97, 1-20.
- Vij, K., & Mao, J. (2006). Geometry and cell density of rat craniofacial sutures during early postnatal development and upon in vivo cyclic loading. *Bone*, 38, 722-730.
- Zollikofer, C., & Weissmann, J. (2011). A bidirectional interface growth model for cranial interosseous suture morphogenesis. *Journal of Anatomy*, 219(2), 100-114.

INFLUÊNCIA DA FREQUÊNCIA NA PERCEPÇÃO SUBJETIVA DE RUIDOS DE IMPACTO EM EDIFICAÇÕES

Hugo Sampaio Líbero, hugo.libero@gmail.com

Max de Castro Magalhães, maxdcem_biomec@hotmail.com

Sofia Maria Carrato Diniz, diniz@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, DEES, Belo Horizonte, Minas Gerais, 31270-901, Brasil

Resumo. O conforto acústico é um fator importante e essencial no que diz respeito ao bem estar e à qualidade de vida do ser humano. Quando excessivo ou indesejado, o som pode ser chamado de ruído, podendo afetar a mente, a saúde e as atividades humanas de forma bastante incisiva. Sendo assim, o conforto acústico é caracterizado por uma situação no qual tais ruídos sejam minimizados ou até mesmo eliminados. Nesse trabalho, busca-se analisar a influência da frequência de determinados tipos de ruído de impacto gerados em edificações, no que diz respeito ao nível de incômodo do ser humano. Para tanto, selecionaram-se dois ruídos estruturais tidos como indesejáveis: som de passos em um piso de concreto e som de um objeto sendo arrastado pelo piso estrutural. Selecionaram-se, também, dois grupos de voluntários de forma aleatória. Para a geração dos dados que serão apresentados a esses voluntários, utilizou-se o Método de Comparação em Pares cujo algoritmo foi implementado no programa computacional MATLAB. Tal método tem por objetivo apresentar ao usuário determinada quantidade de ruídos, tomados de dois a dois e, em sequência, classificá-los quanto a sua ordem de conforto/desconforto aos usuários, considerando a influência dos seus respectivos componentes de frequência. Notou-se que a sensação de incômodo não necessariamente estava atrelada às altas frequências. Acredita-se que este trabalho é de suma importância para o controle do ruído estrutural em edificações, podendo ser utilizado como fonte de consulta para os engenheiros e arquitetos que realizam projetos de acústica.

Palavras-chave: Percepção subjetiva, ruído estrutural, edificações, piso estrutural.

1. INTRODUÇÃO

Existem muitos sons nos quais as pessoas sentem uma sensação desagradável ao ouvi-los como, por exemplo, o som que as unhas geram ao serem raspadas em um quadro-negro (Magalhaes *et al.*, 2009). Em contrapartida, em se tratando de ruídos presentes em edificações, destaca-se o ruído estrutural. Este, por sua vez, é originado através de vibrações geradas por impactos e/ou excitações dinâmicas de diversas naturezas em componentes da edificação, tais como pisos, paredes, coberturas, dentre outros. As superfícies dos elementos de edificações funcionam como amplificadores dos sons gerados por vibração (Metha *et al.*, 1999).

Com a crescente expansão territorial e urbana registrada nos últimos tempos, a verticalização dos sistemas estruturais tornou-se comum, principalmente por melhor aproveitar o espaço físico disponível. Com isso surgem os problemas advindos do excesso de barulho gerado entre sistemas residenciais adjacentes.

Segundo Bistafa (2006), uma das mais importantes e incômodas fontes de ruído em edificações é as geradas pelo impacto. Sendo assim, os sons gerados pela colisão de objetos no chão, por exemplo, produzem um grande desconforto nos apartamentos adjacentes, principalmente no apartamento inferior. Trata-se de uma excelente fonte de contato, no qual a laje se torna um radiador de energia sonora em ampla faixa de frequência em virtude do comportamento vibratório gerado pela excitação localizada.

O ruído a níveis elevados pode gerar, além de incômodos, interferência no desempenho das tarefas do dia a dia, na inteligibilidade da fala e no sono. Quando a exposição ao ruído é feita de forma intermitente e prolongada, como aqueles encontrados em edificações de múltiplos pavimentos (ruídos hidráulicos ou ruído de impacto em pisos, por exemplo), aumenta-se a possibilidade do mesmo em causar efeitos psicofisiológicos nos indivíduos, tais como estresse, hipertensão, falta de concentração, baixa produtividade, deterioração da qualidade de vida e redução de oportunidades de repouso.

Ao analisar o ruído de impacto, Gerretsen (1976) exhibe em seu trabalho os espectros de ruídos mais comuns encontrados por ele, tais como: pequena queda de objetos, limpeza de piso, arrastar de móveis, caminhar de pessoas e crianças pulando. Conforme constatado pelo mesmo autor, o ruído gerado por pisadas é a fonte de ruído mais frequente.

Enquanto sons que causam irritação, como o ruído do tráfego urbano, tem recebido atenção especial considerável, demais sons aversivos tem sido objeto de estudo. As pessoas podem ter fortes reações a esses sons, podendo tomar uma ação evasiva ao cobrir os ouvidos ou ainda tomar qualquer outro tipo de reação que demonstre irritação ou incômodo.

Um dos poucos estudos relacionados a sons desagradáveis foi realizado por Halpern *et al.* (1986). Eles examinaram as respostas das pessoas quando em contato aos vários sons desagradáveis. No primeiro experimento, eles pediram aos 24 ouvintes para dizer o quão desagradável eram os sons e descobriram que uma ferramenta de jardim sendo raspada para baixo em um pedaço de ardósia foi o que causou uma sensação maior de incômodo. Este som é semelhante ao de

unhas sendo raspadas em um quadro-negro, por exemplo. Sendo assim, eles alteraram a resposta dos sons através do auxílio de filtros passa-baixa e passa-alta e mostraram que o dissabor estava relacionado às frequências médias.

Em uma publicação posterior, Blake (1986) comparou a forma de onda do ruído de raspagem com o dos gritos de macacos e constatou que eles eram semelhantes. Infelizmente, não são conhecidas quais características da forma de onda foram comparadas. Blake sugeriu que a resposta ao som de raspagem pode ter alguma relação com o reflexo vestigial dos seus antepassados. A teoria é que os seres humanos respondem a este som porque uma resposta reflexa aos gritos de alerta dos macacos ainda estão presentes em nossos cérebros.

Em pesquisas mais recentes, McDermott e Hauser (2004) investigaram a preferência de um som em detrimento de outro e incluíram a comparação entre sons de raspagem e unhas arranhando um quadro negro para baixo. Eles investigaram ‘micos’ e seres humanos. ‘Micos’ são macacos do Novo Mundo que, por sua vez, seguiram um caminho evolutivo diferente dos macacos do Velho Mundo (cerca de 40 milhões de anos atrás). Os ‘micos’ reagiram da mesma maneira para um som estridente (comparável ao de unhas arranhando um quadro-negro), e para um ruído branco pareado por amplitude. Em contraste, os seres humanos mostraram uma clara preferência para o ruído branco; os humanos não gostaram do som estridente. Portanto, se o desagrado de sons de raspagem vem de algum reflexo vestigial, esse reflexo não parece estar presente nos ‘micos’. Por conseguinte, não se pode dizer que este resultado refuta a teoria do reflexo vestigial porque, por exemplo, este reflexo poderia ter se desenvolvido somente nos últimos 40 milhões de anos. Entretanto, tal resultado pode servir de base para reduzir as probabilidades de que a teoria do reflexo vestigial seja verdade.

A discussão a respeito do grau de conforto/desconforto de um determinado som aos ouvidos humanos é alvo de pesquisa deste trabalho. Dado que o ruído estrutural presente em edificações é bastante comum e gera bastante incômodo, decidiu-se examinar a resposta desses sons realizando uma série de experimentos. Embora os resultados apontem uma determinada faixa de frequência que represente o dissabor, é necessário um estudo mais amplo e maior aprofundamento nas análises.

2. O MÉTODO DE COMPARAÇÃO EM PARES

Segundo Guilford (1954), Brown *et al.* (2007) e Brown *et al.* (2005), o método de comparação em pares se baseia em aspectos psicológicos, no qual todos os possíveis pares de estímulos são apresentados para os voluntários previamente selecionados que farão o julgamento de tais estímulos. Os resultados são apresentados em escalas psicológicas, segundo a sensação subjetiva de cada indivíduo. Em geral, os estímulos são de natureza semelhante e são julgados de acordo com o seu grau de desagrado. Os resultados numéricos são apresentados em termos de uma matriz de proporção que representa a proporção atrelada a cada estímulo.

Tal método é, basicamente, denotado por uma escolha binária. Através do método de comparação em pares, um conjunto de estímulos é avaliado por meio da apresentação de todos os possíveis pares de estímulos ao indivíduo que, por sua vez, opta pelo estímulo que melhor satisfaz o critério de escolha específico (neste caso, o som mais desagradável). Uma das principais vantagens do método de comparação em pares não é apenas a sua simplicidade, mas também o uso de julgamentos comparativos. O método utiliza da capacidade dos humanos em fazer comparações para associar as escolhas e preferências de uma pessoa a um determinado tipo de estímulo. Entre os métodos disponíveis para promover julgamentos comparativos, o método de comparação em pares é considerado o mais simples, dado que só se compara dois estímulos de cada vez.

A abordagem mais simples (considerada nesse trabalho) consiste na apresentação de todos os pares possíveis dos itens para cada entrevistado. Com N itens, existem $N(N-1)$ pares no total. Cada par resulta numa escolha binária. Logo, todas as combinações possíveis são consideradas no teste experimental. Para cada indivíduo, um conjunto completo de opções produz uma pontuação de preferência para cada estímulo, representando o número de vezes que um ruído particular foi preferido pelo sujeito a outro estímulo considerado no conjunto. Estas pontuações foram calculadas através da geração de uma matriz (N por N), introduzindo o número “1” em cada célula da matriz correspondente a escolha de um indivíduo em particular, e um “0” no caso contrário. Assim, para cada julgamento, a matriz resultante a partir de cada sujeito é produzida, a fim de formar a matriz de contagem.

O próximo passo é calcular a matriz de proporção. Ela é obtida dividindo-se os valores na matriz de contagem pelo número de sujeitos. Em seguida, faz-se a soma das colunas em ordem crescente dos valores finais de classificação, da esquerda para a direita. Portanto, a matriz de proporção é produzida através da soma dos valores de classificação das linhas após a divisão dos valores da matriz de contagem pelo número de sujeitos.

3. A LEI DO JULGAMENTO COMPARATIVO

A avaliação comparativa é baseada em uma escolha entre dois estímulos. De acordo com a lei do julgamento comparativo, uma dada separação de resposta numa escala particular, é uma função do desvio normal (ou padrão da distância medida entre dois estímulos j e k), da dispersão dos dois estímulos e do coeficiente de correlação entre os mesmos. A lei do julgamento comparativo, dada por Guilford (1954), também conhecida como lei de Thurstone de julgamento comparativo, é conhecida por:

$$R_j - R_k = z_{jk} \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_k^2 - 2r_{jk}\sigma_j\sigma_k} \quad (1)$$

no qual R_j e R_k são as respostas a estímulos S_j e S_k , respectivamente; z_{jk} é a distância medida padrão a partir da média de uma unidade de distribuição normal; σ_j^2 e σ_k^2 são os desvios padrão e r_{jk} é o coeficiente de correlação entre as respostas.

O parâmetro z_{jk} também é conhecido como a matriz de valores de separação escala. É obtido utilizando os valores da proporção da matriz e ajuste de uma curva de distribuição normal para eles. Os demais parâmetros não podem ser obtidos diretamente. De acordo com o Thurstone, algumas aproximações podem ser feitas no que diz respeito à lei descrita acima. Apesar de existirem cinco "casos" ou aproximações descrito por Guilford (1954), foi assumido o caso III, ou seja, que $z_{jk} = 0$. Isso significa que não há nenhuma correlação entre a resposta e qualquer par de estímulos considerado. Dessa forma, neste caso, a eq. 1 é recalculada e apresentada por:

$$R_j - R_k = z_{jk} \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_k^2} \quad (2)$$

$$\sigma_j^2 = \frac{c}{V_{zj}} \quad (3)$$

$$V_{zj} = \frac{\text{var}(z_{jk})(N-1)}{N} \quad (4)$$

$$c = \frac{N}{\sum 1/V_{zj}} \quad (5)$$

N é o número total de estímulos, var significa variância, σ_j é o desvio padrão para a dispersão de estímulo j ; σ_k é igual a trasposta de σ_j ; z_{jk} é a matriz de separação escala que é criado por ajuste de uma curva de distribuição normal para os valores na matriz de proporção.

Logo, uma nova matriz pode ser obtida a partir da eq. 2. Finalmente, o vetor que contém os valores da escala de classificação R_j são obtidos somando os valores em cada coluna e tomando-se a média.

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para verificar a influência da frequência na análise subjetiva aos ruídos de impacto presentes em edificações, determinados procedimentos experimentais foram aplicados. Dois ruídos em formato WAV foram adquiridos com auxílio da internet, através do sítio virtual www.freesound.org. Como de proposição do trabalho, foi selecionado o ruído gerado por um objeto sendo arrastado sobre um piso e o ruído provocado pelo caminhar de uma pessoa. O ruído de arrasto e o de passos tem a duração de 6 e 7 segundos, respectivamente. A duração original dos sons foi mantida para se conservar a originalidade dos mesmos. Realizaram-se testes para os dois tipos de ruídos, no qual os voluntários foram separados em dois grupos: um com 11 outro com 8 indivíduos.

Foi desenvolvido um código no programa computacional MATLAB[®] para processamento dos dados e análise dos resultados. Para uma melhor captação dos sons apresentados aos voluntários, foi utilizado um fone de ouvido Philips Over Ear, modelo SHL3000 com 1000mW de potência, 24 ohm de impedância e 106 dB de sensibilidade. Um laptop Dell modelo Inspiron 1545, processador Intel Core 2 Duo T6600 2.20 GHz foi utilizado para dar suporte a todo procedimento experimental. O Laptop e o fone de ouvido são mostrados na Fig. 1 abaixo.

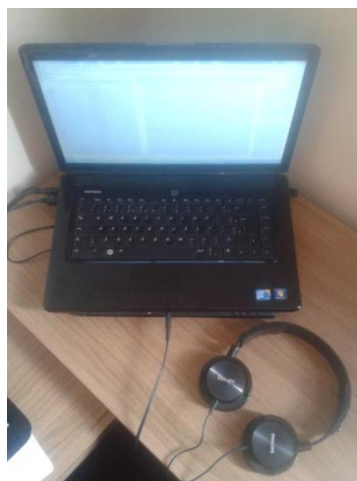


Figura 1. Laptop e Fone de ouvido que foram utilizados no procedimento experimental

O grupo com 11 indivíduos realizou o primeiro experimento. Eles avaliaram os ruídos resultantes da aplicação dos filtros passa-alta e passa-baixa advindos do som de objeto sendo arrastado em um piso estrutural. Em contrapartida, o

grupo com 8 voluntários realizou o julgamento referente ao ruído do som de passos gerados por uma pessoa ao caminhar sobre um piso de concreto.

Dessa forma, o método de comparação em pares é utilizado para medir ordens de preferência de determinados voluntários em relação a dois estímulos diferentes: ruído de arrasto e ruído de passos, ambos exemplos de sons sendo propagados via estrutural. Tais estímulos foram apresentados aos voluntários como opções binárias discretas. Cada som foi filtrado utilizando 7 filtros (4 passa-alta e 3 passa-baixa). Cada ruído resultou em 8 estímulos diferentes, sendo 7 gerados por filtros e 1 retratando o som original. Os voluntários foram instruídos a indicarem o primeiro ou o segundo estímulo de cada par fornecia uma sensação desagradável maior. A duração do intervalo de resposta foi determinada pelo tempo de resposta do voluntário. A geração e apresentação do sinal, bem como todos os outros aspectos referentes à coleta de dados do procedimento experimental estavam sob controle do computador.

O procedimento de escalonamento adotado baseou-se na lei do julgamento comparativa, caso III. Escolhas individuais inconsistentes foram detectadas utilizando o procedimento *Doubled Sorted* (DS). Como resultado, estas escolhas foram testadas novamente, isto é, os pares correspondentes de estímulo foram apresentados novamente para o voluntário, no final do teste. Por exemplo, os 11 voluntários do primeiro grupo foram selecionados para avaliar 8 sons distintos, tomados de dois a dois, referentes ao ruído de arrasto. Logo, eles fizeram o julgamento de 56 pares de combinações (64 – 56), uma vez que não faz sentido a comparação de um som com ele mesmo. Sendo assim, o mesmo par de sons é apresentado ao usuário duas vezes, em ordens diferentes. Se o mesmo usuário for inconsistente na sua resposta, ao final do teste este par é apresentado novamente ao voluntário, de forma que ele tem por opção manter a sua inconsistência ou mudar de opinião referente a sua escolha. Esse procedimento, chamado de *retest*, permite determinar se as respostas inconsistentes foram originadas apenas por um erro ou se elas eram, de fato, as escolhas reais do entrevistado. O *retest* é um procedimento bastante importante, no qual permite identificar e corrigir erros devido ao estado momentâneo do indivíduo, gerados por distração, falta de atenção, ruídos externos, etc., realizando-se, assim, uma análise mais aprofundada a respeito da percepção subjetiva desses sujeitos.

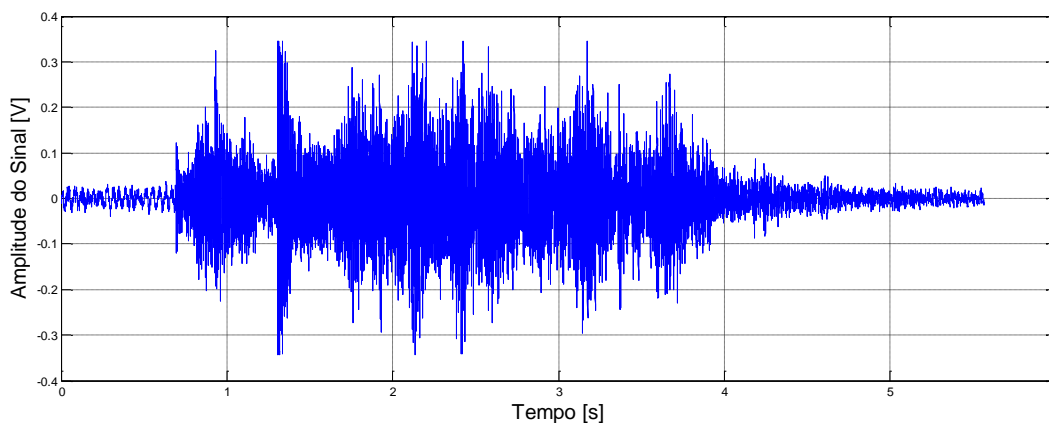
Finalmente, o procedimento de escalonamento adotado baseou-se na lei do julgamento comparativo, caso III. Os valores de escala de classificação foram obtidos pela soma dos valores de cada coluna da matriz definida pela eq. 2 e do cálculo da média dos seus valores.

4.1 Cálculo do desvio padrão via simulação de Monte Carlo

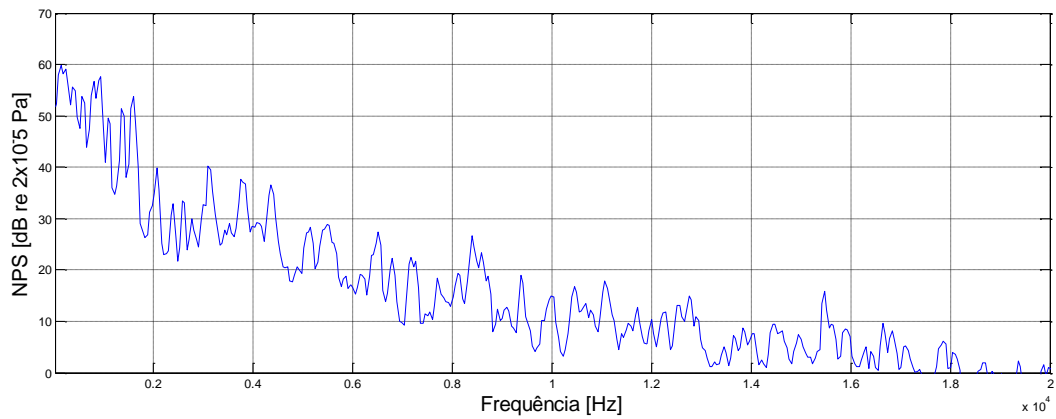
A simulação de Monte Carlo foi utilizada para calcular o desvio padrão dos parâmetros que indicam o grau de satisfação/insatisfação do usuário (R_i) ao se aplicar o método de comparação em pares. Conforme procedimento descrito por Montag (2006), o desvio padrão é calculado para a matriz de contagem ao longo de um grande número de repetições. Em sequência, um valor na matriz de contagem é alterado pelo desvio padrão da mesma matriz, gerando alteração na escala de classificação; feito isso, o desvio padrão da escala de classificação é obtido considerando todas as possíveis repetições. Os limites encontrados são calculados para um nível de confiança de 95%.

6. RESULTADOS

A Figura 2 se refere ao ruído original (sem filtro) de um objeto sendo arrastado sobre um piso estrutural. Ela mostra a amplitude do sinal no tempo (fig. 2a) e os níveis de pressão sonora em ampla faixa de frequência (fig. 2b). Em contrapartida, a fig. 3 retrata as mesmas variáveis (amplitude do sinal e nível de pressão sonora), porém para o ruído original gerado pelo caminhar de uma pessoa sobre um determinado sistema de piso.

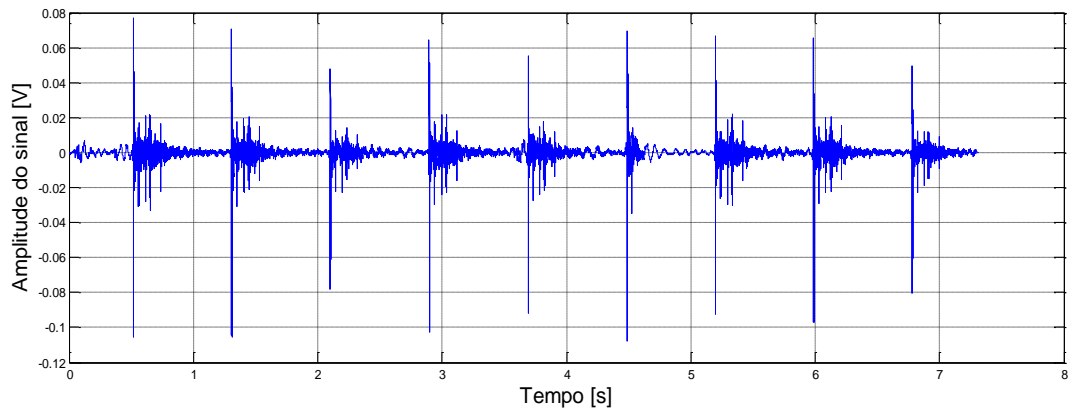


a) Amplitude do sinal ao longo do tempo

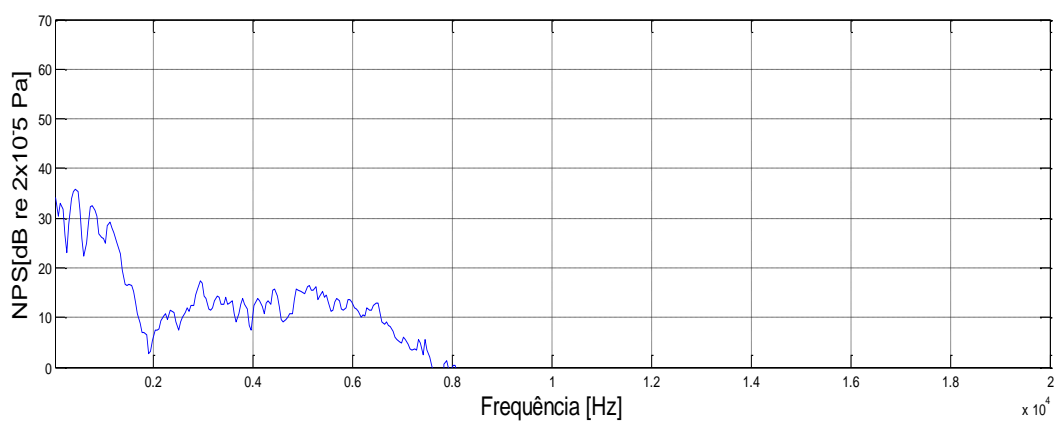


b) Nível de Pressão Sonora do sinal ao longo da frequência

Figura 2. Amplitude (a) e Nível de Pressão Sonora (b) do sinal original do ruído referente a um objeto sendo arrastado sobre um piso estrutural



a) Amplitude do sinal ao longo do tempo



a) Nível de Pressão Sonora do sinal ao longo da frequência

Figura 3. Amplitude (a) e Nível de Pressão Sonora (b) do sinal original do ruído referente ao caminhar de uma pessoa sobre um piso estrutural

A figura 4 mostra, tanto para o ruído de arrasto quanto para o ruído de passos, o gráfico de nível de pressão sonora de tais ruídos quando os mesmos são filtrados por um filtro passa-baixa cuja frequência de corte é de 2818 Hz.

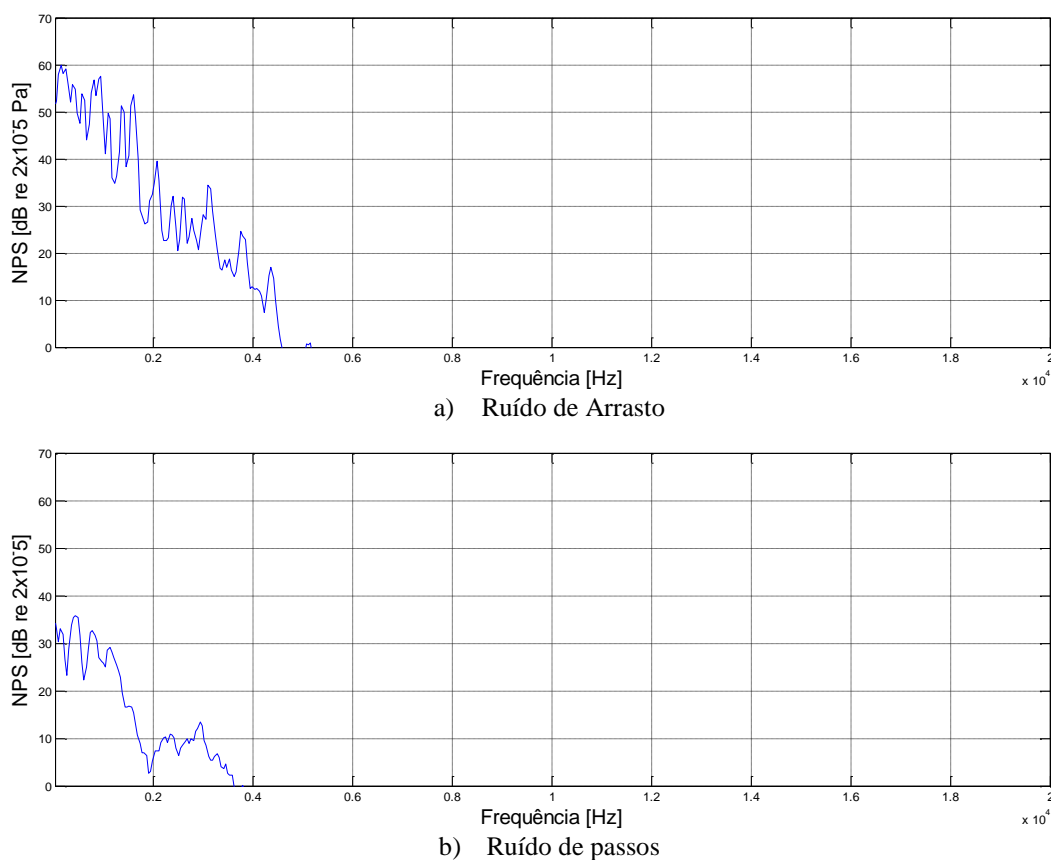
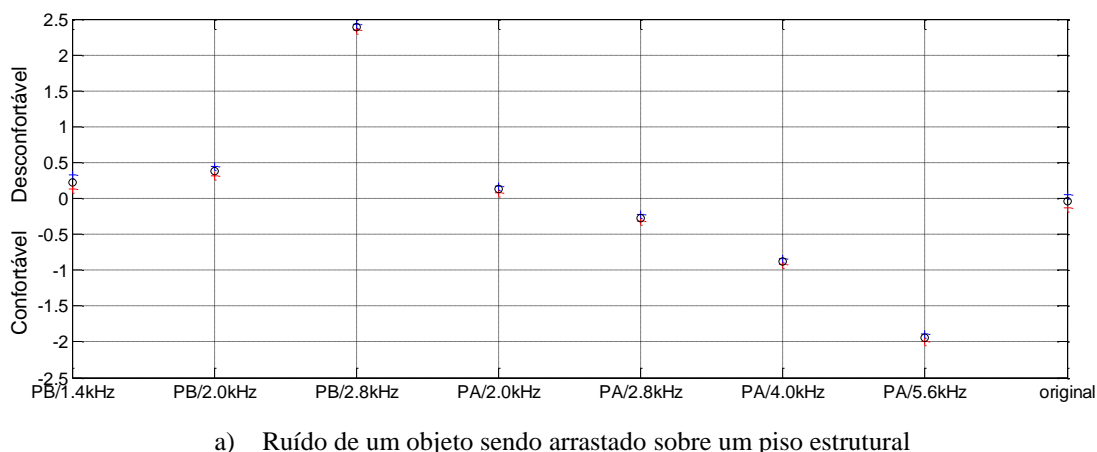
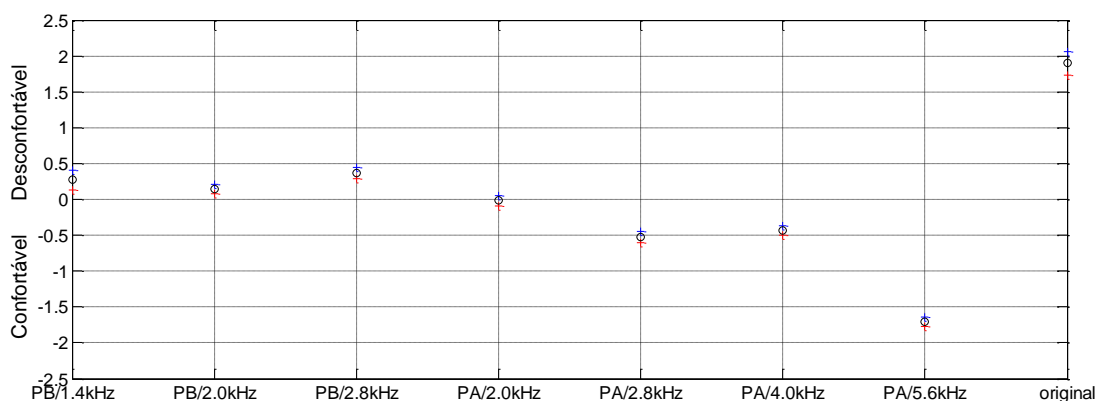


Figura 4. Nível de Pressão sonora do ruído de arrasto (a) e ruído de passos (b) após a aplicação do filtro passa-baixa com frequência de corte de 2818 Hz.

A figura 5 diz respeito à comparação entre a classificação dos valores de escala (R_j), acompanhados dos seus respectivos desvios padrão, para dois conjuntos separados. O primeiro conjunto (Fig. 5a) faz referência ao grupo de 11 voluntários que avaliaram o ruído referente ao arrasto de um objeto e o segundo conjunto (Fig. 5b) diz respeito ao conjunto de 8 voluntários que se dispuseram em julgar o nível de incômodo gerado pelo som de uma pessoa ao caminhar sobre um piso. Observa-se, no primeiro conjunto, uma opção ao som proveniente da aplicação do filtro passa-baixa com frequência de corte de 2818 Hz como o mais desconfortável. Já no segundo conjunto, as classificações dos valores de escala se aproximam bastante. Nota-se uma leve tendência de desconforto para os ruídos presentes nas médias frequências.





b) Ruído gerado por uma pessoa ao caminhar sobre um piso estrutural

Figura 5. Classificação dos valores de escala (R_j) de dois tipos de ruído gerados em pisos estruturais: a) ruído de arrasto e b) ruído de passos; juntamente com seus respectivos valores de desvio padrão.

PB: filtro passa-baixa, PA: filtro passa-alta

7. CONCLUSÕES

A análise subjetiva da percepção de sons desagradáveis indica que o dissabor provocado pelo ruído desconfortável pode estar relacionado com a frequência. Até então, os demais fatores que fazem com que um indivíduo opte por um som em detrimento do outro, associando-o ao aspecto de desconforto, são desconhecidos.

De acordo com os resultados obtidos, verifica-se que o dissabor advindo de um som tido com desconfortável não necessariamente está relacionado as altas frequências. Pelo contrário, observa-se, para o grupo de voluntários avaliados, uma tendência das médias frequências serem as responsáveis pelo caráter indesejável que ruídos estruturais possuem. Em especial, o parâmetro que avalia a sensação de conforto/desconforto foi maior quando o filtro-passa baixa com frequência de corte de 2818 Hz foi aplicado, sendo mais acentuado o desconforto para o ruído proveniente de um objeto sendo arrastado sobre um piso estrutural. Uma amostra maior de voluntários pode ajudar a conduzir a resultados mais satisfatórios.

Os resultados encontrados são úteis, não só pelo fato de melhor explicar a condição humana, mas também por permitir o desenvolvimento de regimes de controle de ruído mais efetivos e com atenção especial para as faixas de frequências que geram a sensação de desconforto para os ruídos estruturais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio em forma de fomento à pesquisa concedida pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e PROPPEs/UFMG (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais).

NOMENCLATURA

NPS	Nível de Pressão Sonora
R	resposta ao estímulo S
r	coeficiente de correlação
N	número total de estímulos
var	variância
z	distância medida a partir da média

Letras gregas	
σ	desvio padrão

Subscritos	
j, k	diferenciação quanto ao estímulo

REFERÊNCIAS

- Bistafá, S. R., 2006. "Acústica aplicada ao controle de ruído". São Paulo: Blucher, Brasil. 368p.
- Blake, R., 1986. "Margins – primal screech". Psychology today. 20 (9). 68p.
- Brown, T. C., Peterson, G. L., 2007. "An Enquiry into the Method of Paired Comparison: Reliability, Scaling and Thurstone's Law of Comparative Judgment". Rocky Mountain Research Station, U.S. Forest Service Report: RMRS-RWU-4851.

- Brown, T. C., Peterson, G. L., Brodersen, R. M., Ford, V., Bell, P. A., 2005. "The judged seriousness of an environmental loss is a matter of what caused it". *Journal of Environmental Psychology*. 25 (1): 13-21.
- Gerretsen, E., 1976. "A New System for Rating Impact Sound Insulation". *Applied Acoustic*, v.9.
- Guilford, J. P., 1954. "Psychometric methods". New York: McGraw-Hill (1954).
- Halpern, D. L., Blake, R. e Hillenbrand, J., 1986. "Psychoacoustics of a chilling sound". *Perception & Psychophysics*, 39(2), 77-80.
- Magalhaes, M. D. C., Robinson, M. e Cox, T. J, 2009. "The effect of frequency-range on the perception of unpleasant sounds using the method of pair comparison". *The Sixteenth International Congress on Sound and Vibration*, Kraków, Poland. 8p.
- McDermott, J. e Hauser, M., 2004. "Are consonant intervals music to their ears? Spontaneous acoustic preferences in a nonhuman primate". *Cognition*, 94 (2). B11-B21.
- Mehta, M., Johnson, J. e Rocafort, J., 1999. "Acoustics: principles and design". New Jersey: Prentice Hall, 445p.
- Montag, E., 2006. "Empirical formula for creating error bars for the method of paired comparison". *Journal Electronic Imaging*, Vol.15(1), pp 10502, 1-3.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELAGEM COMPUTACIONAL DO PROCESSO DE REGENERAÇÃO DE FRATURAS ÓSSEAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Stephany de Camilo e Alonso, stephanyengmec@gmail.com

Rafael Antônio Ferreira Garcia, rafael.afgarcia@yahoo.com.br

Libardo Andres Gonzalez Torres, l.gonzales@ict.ufvjm.edu.br

UFVJM, Rodovia MGT 367 - Km 583, nº 5000 Alto da Jacuba CEP 39100-000

Resumo. As fraturas ósseas são injúrias de elevada ocorrência e representam, além de dor e sofrimento para o paciente, elevados custos econômicos tanto para os sistemas de saúde, quanto para o paciente, que fica impossibilitado de trabalhar durante a recuperação. O processo de regeneração da fratura óssea consiste de uma série de eventos biológicos complexos que envolvem proliferação, diferenciação, migração celular, entre outros fenômenos. Diversos estudos consideram os inúmeros fatores externos e microambientes bioquímicos e mecânicos aos quais o local da fratura está submetida, responsáveis pelos resultados do processo de regeneração. Porém, ainda não está completamente esclarecida a forma com que esses fatores modificam o processo. Desta maneira, o presente trabalho objetiva estudar computacionalmente duas teorias de diferenciação celular, comparando-as com resultados experimentais encontrados na literatura. O estudo foi realizado a partir de um modelo de elementos finitos gerado no software Abaqus, seguindo um modelo matemático usando equações diferenciais parciais. Foram obtidos resultados, para ambas as teorias de diferenciação, que mostram a evolução temporal da concentração de células tronco, células ósseas, células de cartilagem, células de cartilagem hipertrofiadas, células de tecido fibroso, vascularização e estímulo mecânico. Com essas comparações pode-se concluir que ambas as teorias se mostram coerentes com a realidade. O presente trabalho evidenciou também a importância da biomecânica e do método dos elementos finitos que possibilitam o estudo e modelagem de processos biológicos.

Palavras-chave: Fratura, regeneração óssea, estímulo mecânico, modelagem computacional.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com Nikolaou et al. (2011), a incidência de fraturas da diáfise do fêmur varia de 9,5 a 18,9 por 100.000 habitantes por ano e seu tratamento resulta em altos custos econômicos, além de sofrimento do paciente. Portanto, regeneração óssea é um campo de estudo extremamente necessário.

Descobriu-se através de estudos experimentais (TORRES; AZNAR; BENITO, 2011) que a magnitude do fluxo de fluido intersticial é a variável mecânica mais importante modificada pela frequência de estímulo. Sendo assim, no presente trabalho, propõe-se usar a lei de diferenciação proposta por Prendergast et al. (1997) por considerar o fluxo de fluido, que será influenciado pela frequência de um estímulo externo aplicado, comparando-a com a teoria proposta por Torres, Aznar e Benito (2011).

Neste estudo, objetiva-se o desenvolvimento de um modelo 2D de elementos finitos que reproduza de forma realista o processo de regeneração da fratura de ossos longos, ainda que assumindo diversas simplificações devido à complexidade do problema. Desta maneira, o presente trabalho pretende aprofundar a compreensão um dos fatores que influenciam o processo de regeneração óssea, processo este que ainda não é completamente conhecido.

2. O PROCESSO DE REGENERAÇÃO ÓSSEA

O osso é um dos únicos tecidos que pode se regenerar sem formar cicatriz fibrosa (Marsell; Einhorn, 2011), enquanto os outros tecidos biológicos adultos se regeneram com a produção de cicatriz, o osso se regenera com nova formação de osso. A fim de restaurar a forma e funções originais de um osso fraturado, vários eventos celulares tais como a proliferação, migração e diferenciação envolvendo células tronco mesenquimais, condrócitos, osteoblastos, osteoclastos e fibroblastos ocorrem de forma orquestrada influenciados pelo microambiente químico e mecânico (Torres; Aznar; Benito, 2011; Zhang et al, 2012). A regeneração óssea pode ocorrer através da regeneração primária ou secundária (Isaksson, 2012). Na maioria dos casos, o método de tratamento usado em fraturas de ossos longos é a regeneração secundária, que consiste de tanto na regeneração de osso endocondrial quanto intramembranoso. Devido ao uso de um sistema de fixação mais flexível, o microambiente mecânico estimula a cicatrização óssea (Marsell; Einhorn, 2011). Na regeneração secundária, a estabilização da fratura é consequência de vários processos de diferenciação de tecidos, que conduz à formação de um calo externo que aumenta a seção transversal de fraturas e a sua rigidez (Isaksson, 2012).

A regeneração secundária é composta por quatro fases que se sobrepõem: inflamação, diferenciação do calo ou formação do calo macio, ossificação ou formação do calo duro e remodelação. Quando a fratura óssea acontece, imediatamente se inicia a fase de inflamação. Os tecidos circundantes, o osso cortical, o periósteo e vasos sanguíneos encontram-se rompidos e a necrose dos osteócitos começa (Geris et al., 2008). A partir daí se inicia a resposta inflamatória, o tecido necrótico é removido e o tecido de granulação é formado proporcionando uma estabilização provisória do calo (Doblaré et al., 2004).

Após aproximadamente duas semanas, a fase de diferenciação do calo macio começa e as células tronco mesenquimais que migraram para o local da fratura durante a fase de inflamação se diferenciam em condrócitos, osteoblastos ou fibroblastos, dependendo das condições mecânicas e bioquímicas (Doblaré et al., 2004). Os condrócitos geram a cartilagem, que proporciona a estabilização mecânica à fratura (Geris et al., 2008), enquanto que os osteoblastos são responsáveis pela formação de tecido ósseo intramembranoso (Doblaré et al., 2004). A diferenciação de células tronco mesenquimais em fibroblastos é mais difícil de ocorrer (Gomez-Benito et al., 2005). No final da fase de diferenciação calo macio, os condrócitos se diferenciam em condrócitos hipertróficos (Geris et al., 2008) e mineralizam a matriz da cartilagem. Em seguida, a ossificação endocondral substitui gradualmente este calo cartilaginoso com osso (Malizos; Papatheodorou, 2005).

A terceira fase da cicatrização óssea é a ossificação ou formação do calo duro, onde apenas uma pequena lacuna de tecido não ossificado separa as superfícies do calo (Claes; Heigele, 1999). Os condrócitos hipertróficos gerados na segunda fase secretam fatores de crescimento que atraem osteócitos, os quais, de acordo com Geris et al. (2008), tem a função de degradar a cartilagem mineralizada permitindo a invasão de vasos sanguíneos na cartilagem calcificada, que é essencial para a formação de calo duro (Schindeler et al., 2008). Doblaré et al. (2004) afirmam que o processo da ossificação da cartilagem continua até que todo o calo seja substituído por tecido ósseo e uma ponte óssea que confere estabilidade e rigidez suficiente para o espaço da fratura. Geris et al. (2008) afirmam que a união clínica ocorre quando as extremidades da fratura se encontram conectadas por calo ósseo.

Schindeler et al. (2008) descreve calo duro como um tecido ósseo irregular não modelado. Assim, depois da ossificação, a remodelação óssea ocorre, de modo a restaurar a forma e a estrutura originais do osso (Doblaré et al., 2004). De acordo com Geris et al. (2008), inicialmente ocorre reabsorção óssea seguida pela transformação do tecido ósseo irregular do calo em osso lamelar, enquanto o processo de neovascularização permanece constante até que o fornecimento de sangue retorne às condições normais. Essa série de eventos encerra o processo de regeneração óssea e resulta na restauração do osso fraturado à sua forma e função original.

Quando se trata de processos biológicos, deve-se ter em mente que tais processos dependem de inúmeros fatores internos e externos que influenciam direta ou indiretamente em seu resultado. Gómez-Benito et al. (2005) citam que a genética, fatores celulares e bioquímicos, idade do paciente, tipo de fratura, movimento interfragmentar, geometria da fratura, entre outros fatores atuam em conjunto de modo a influenciar de maneira decisiva a regeneração óssea. Isaksson (2012) e Epari et al. (2010), atribuíram à fixação flexível um aumento da formação do calo, enquanto a fixação rígida limita a estimulação da formação do calo. A formação desse calo é extremamente importante, pois sua função biomecânica é reduzir o movimento inicial de modo a possibilitar a união dos fragmentos de osso com as chamadas pontes ósseas. Lacroix e Prendergast (2002) classificam os tipos de diferenciação de acordo com os níveis de estímulo biofísico. Segundo eles, altos níveis de estímulo favorecem a diferenciação em fibroblastos, níveis intermediários favorecem os condrócitos e níveis baixos favorecem os osteoblastos. Wilson et al. (2015) afirmam que as condições mecânicas de carregamento da fratura governam a formação de osso intramembranoso e endocondral no calo e que essas condições são constantemente alteradas pelas mudanças na geometria e na rigidez do tecido. Zhang et al. (2012) concluíram em seu estudo que o ambiente mecânico ao qual a fratura estava submetida influenciou fortemente no tamanho e formato do calo e que mudanças em componentes do calo que dependiam do tempo acarretaram mudanças correspondentes nas propriedades mecânicas e na estabilidade da fratura.

Prendergast et al. (1997) introduziram um modelo de diferenciação de tecidos baseado em um modelo de elementos finitos de tecidos bifásicos poroelásticos e propuseram dois estímulos biofísicos como variáveis mecânicas: deslocamento de cisalhamento (deviatório) na fase sólida e velocidade de fluido na fase do fluido intersticial (Isaksson, 2012). Segundo essa teoria, altas magnitudes de deslocamento deviatório e velocidade de fluido estimulam a diferenciação em tecido fibroso, enquanto quando ambos os estímulos são baixos pode ocorrer formação óssea. Mais tarde, Lacroix e Prendergast (2002), aplicaram essa teoria em um modelo de elementos finitos 2D simétrico capaz de prever regeneração mais lenta com o aumento do tamanho do espaço da fratura e maior produção de tecido conjuntivo com o aumento do deslocamento interfragmentar.

3. METODOLOGIA

O processo de cicatrização da fratura óssea pode ser estudado matematicamente considerando uma lei de conservação levando em conta: a migração, a diferenciação, a proliferação e a morte celular. As equações geradas são aplicáveis aos diferentes tipos de tecidos envolvidos na cicatrização de fratura e contém variáveis que dependem da concentração celular, da vascularização, do estímulo mecânico e do tempo.

Conforme já discutido anteriormente, as células tronco mesenquimais podem se diferenciar em células cartilaginosas, ósseas ou fibrosas, enquanto as células cartilaginosas podem se diferenciar em células de cartilagem hipertrofiada e esta pode se diferenciar em células ósseas. Sendo assim, a partir da Lei Geral de Conservação Celular, desenvolveu-se as Eq. (1) a (5), que foram utilizadas afim de reproduzir o processo de regeneração óssea computacionalmente. A Eq. (6) representa a taxa de vascularização da região fraturada.

$$\frac{\partial c_b}{\partial t} = k_h^b F_h^b(\psi, v) c_h + k_s^b M^b(\psi, v, t) c_s \quad (2) \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = \nabla(D_s(\rho_g) \nabla c_s) + \alpha_p \left(\frac{\psi}{\psi + \psi_{ref}} \right) - k_s^b M^b(\psi, v, t) c_s - k_s^c M^c(\psi, t) c_s - k_s^f M^f(\psi, t) c_s$$

$$\frac{\partial c_c}{\partial t} = -k_c^h F_c^h(\psi, s) c_c + k_s^c M^c(\psi, t) c_s \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_h}{\partial t} = k_c^h F_c^h(\psi, s) c_c - k_h^b F_h^b(\psi, v) c_h \quad (4)$$

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} = k_s^f M^f(\psi, t) c_s \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \nabla(D_v(\rho_j) \nabla v) F_v(\psi) \quad (6)$$

Onde: $\frac{\partial c_s}{\partial t}, \frac{\partial c_b}{\partial t}, \frac{\partial c_c}{\partial t}, \frac{\partial c_h}{\partial t}, \frac{\partial c_f}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}$ são a evolução temporal da concentração de células tronco mesenquimais, ósseas, de cartilagem, de cartilagem hipertrofiada, fibroblastos e vascularização, respectivamente; D_s representa a difusão das células tronco mesenquimais; α_p e ψ são parâmetros que descrevem a proliferação das células tronco mesenquimais; k_s, k_c, k_h são as constantes de diferenciação das células tronco mesenquimais, de cartilagem e de cartilagem hipertrofiada, respectivamente; M e F são as constantes de amadurecimento das células; c_s, c_c, c_h são as concentrações de células tronco mesenquimais, de cartilagem e de cartilagem hipertrofiada, respectivamente; ψ é o estímulo mecânico; D_v é o coeficiente de difusão do tecido rompido e v é o nível de vascularização.

De acordo com Geris et al. (2008), as células ósseas, de cartilagem, de cartilagem hipertrofiada e fibroblastos se diferenciam em um dia, portanto, os valores de k são 1. Geris et al. (2008) ainda equacionam a angiogênese, que é o processo de geração de vascularização como dependente de fatores de crescimento angiogênicos referentes a osteoblastos e cartilagem, além de considerarem o decaimento natural da produção desses fatores de crescimento. Deste modo, após realizarmos análises e considerações, baseando em Geris et al. (2008), utilizamos $D_v = 3$. Como D_v é uma variável dependente do estímulo mecânico, conseqüentemente a vascularização dependerá do estímulo mecânico. A diferenciação de células de cartilagem hipertrofiada a células ósseas depende da vascularização, sendo assim, também vai depender da magnitude do estímulo mecânico, justificando as considerações feitas adiante na Eq. (9).

Note que nas equações descritas acima não consta o termo referente à morte celular, visto que se usou apenas o estímulo mecânico correspondente ao carregamento proveniente do esforço de caminhada, que não é alto o suficiente para causar danos à célula de modo a causar morte celular significativa. O termo referente ao campo de velocidade da fase sólida do calo também foi suprimido afim de simplificar a simulação.

As simulações foram feitas de modo a comparar a teoria de Prendergast et al. (1997) apresentada anteriormente, que considera deslocamento de cisalhamento (deviatório) na fase sólida e velocidade de fluido na fase do fluido intersticial, com a teoria proposta por Torres, Aznar e Benito (2011) que considera somente o deslocamento. Na teoria de Prendergast et al. (1997), o estímulo mecânico usado é calculado com a Eq. (7), enquanto na teoria proposta por Torres, Aznar e Benito (2011) o estímulo mecânico usado é calculado com a Eq. (8).

$$\psi(x, t) = J_2 + a \frac{v_F}{b} \tag{7}$$

$$\psi(x, t) = J_2 = \sqrt{(\varepsilon I - \varepsilon_{oct})^2 + (\varepsilon II - \varepsilon_{oct})^2 + (\varepsilon III - \varepsilon_{oct})^2} \tag{8}$$

Onde: $\psi(x, t)$ é o estímulo mecânico, que depende da localização x e do tempo t ; v_F é a velocidade relativa do fluido intersticial na matriz sólida extracelular; $a = 0,0375$; $b = 3 \mu m/s$ (Prendergast et al., 1997). J_2 é o segundo invariante do tensor de deslocamento deviatórico; $\varepsilon I, \varepsilon II, \varepsilon III$ são os deslocamentos principais e $\varepsilon_{oct} = (\varepsilon I + \varepsilon II + \varepsilon III) / 3$ é o deslocamento octaédrico.

Para ambas as teorias, baseado em Torres, Aznar e Benito (2011), considerou-se que a diferenciação de tecidos depende diretamente do nível de estimulação mecânica e de vascularização. Desta forma:

$$Se = \begin{cases} 0,005 < \psi < 0,03; v > v_{\min} \rightarrow \text{osso} \\ 0,005 < \psi < 0,1; v < v_{\min} \rightarrow \text{cartilagem} \\ 0,1 < \psi < 0,8; v < v_{\min} \rightarrow \text{fibroblastos} \end{cases} \tag{9}$$

As equações matemáticas comentadas anteriormente permitem a modelagem computacional da cicatrização óssea e podem ser resolvidas usando a técnica de elementos finitos, com as condições iniciais e de contorno características da situação de estudo.

Durante a realização do presente estudo, utilizou-se o método dos elementos finitos aplicado a uma geometria bidimensional que representa de forma simplificada o calo ósseo de um metatarso fraturado de uma ovelha. Tal geometria foi gerada no software Abaqus 6.12-1, utilizando $\frac{1}{4}$ do calo, considerando-o simétrico em relação aos eixos x e y (Fig. 1), a partir de observações de imagens de raio-x encontradas na literatura (Torres; Aznar; Benito, 2011).

A essa geometria aplicou-se as condições de contorno propostas por Torres, Aznar e Benito (2011), bem como o algoritmo gerado por esses autores em linguagem Fortran aplicados aos softwares Abaqus 6.12-1 e Microsoft Visual Studio 2010, de forma combinada.

Na Figura 1 é apresentado um modelo axisimétrico que representa a geometria, condições de contorno, carregamento e condições de fixação do metatarso. Inicialmente o espaço da fratura é formado por tecido de granulação, osso cortical completamente vascularizado, concentração máxima de células tronco no perióstio, enquanto a concentração e a densidade de outras células e tecidos é considerada nula na região fraturada. O fluxo de fluido intersticial é permitido nas áreas indicadas na Figura 1. O estímulo mecânico cíclico corresponde ao carregamento axial proveniente do esforço de caminhada, com uma frequência de cerca de um passo por segundo, ou seja, 1Hz.

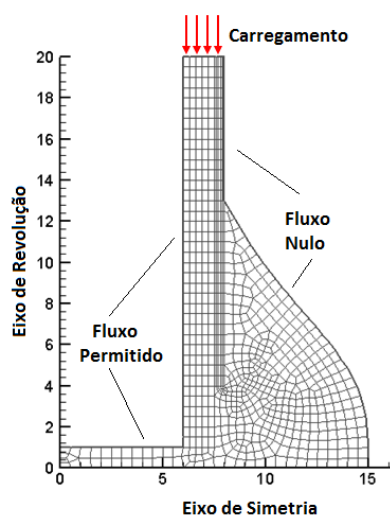


Figura 11: Geometria, carregamento e condições de contorno do modelo da fratura

Note que o carregamento axial não é o único presente na região da fratura, porém, no presente modelo adotou-se a simplificação de utilizar somente esse carregamento, visto que ele representa magnitude mais significativa (Torres; Aznar; Benito, 2011).

O algoritmo foi desenvolvido a partir das teorias de Prendergast et al. (1997) e das equações propostas por Gómez-Benito et al. (2005). O algoritmo usado resultou em um arquivo com o qual, através do software Tecplot, foi possível visualizar as simulações geradas, as quais serão apresentadas e discutidas posteriormente.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como já tratado anteriormente, no presente trabalho foi feita uma comparação entre duas teorias, a proposta por Prendergast et al. (1997), que considera deslocamento de cisalhamento (deviatórico) na fase sólida e velocidade de fluido na fase do fluido intersticial, com a teoria proposta por Torres, Aznar e Benito (2011) que considera somente o deslocamento. Com isso, foram feitas simulações para ambas as teorias, considerando um tempo de 60 dias a partir do dia da fratura. Os resultados apresentados mostram um quarto do calo da fratura para os dias 1, 15, 30, 45 e 60, respectivamente.

Na Figura 2-a vemos que nos primeiros dias após a fratura (fase de inflamação) ocorre grande migração das células tronco mesenquimais, além de estar ocorrendo também proliferação das mesmas. No décimo quinto dia já pode se notar que em alguns pontos as células tronco “desaparecem”, pois estão se diferenciando em células ósseas. Isso pode ser percebido se compararmos o décimo quinto dia da Fig. 2-a, com o mesmo período da Fig. 3-a, que mostra os resultados para migração e diferenciação de células tronco em células ósseas. Outro fato importante de se notar é que a medida que passam os dias, a concentração de células tronco decresce, pois, além de se diferenciar em células ósseas, as células tronco mesenquimais se diferenciam em células de cartilagem e células de tecido fibroso (fibroblastos).

As mesmas análises podem ser feitas para a teoria de Prendergast (1997), lembrando que essa teoria, diferente da que propõe Torres, Aznar e Benito (2011), leva em consideração além do deslocamento intersticial, a velocidade de fluido intersticial. Isso explica algumas diferenças que podem ser notadas ao analisar as respostas das duas teorias para cada tipo de célula.

Comparando as Fig. 2-a e 2-b, percebe-se diferenças muito sutis. No trigésimo dia em ambas se nota que, para a teoria proposta por Prendergast et al (1997), existe uma concentração de células tronco bem maior do que no modelo da teoria proposta por Torres, Aznar e Benito (2011). Essa diferença se dá justamente por Prendergast considerar, além do deslocamento de cisalhamento, a velocidade de fluido intersticial no calo da fratura.

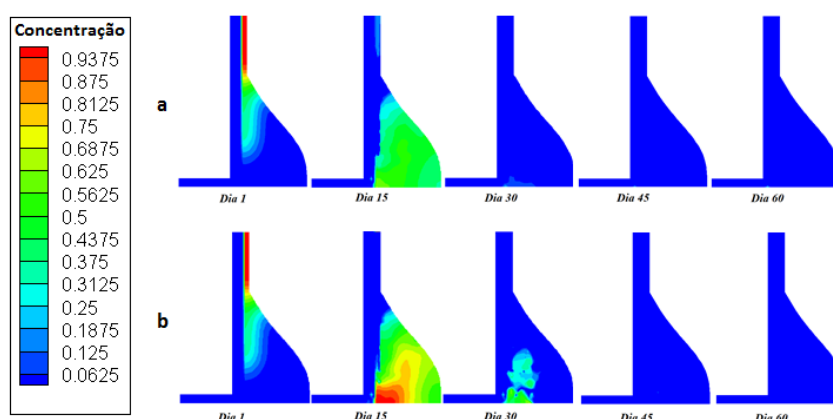


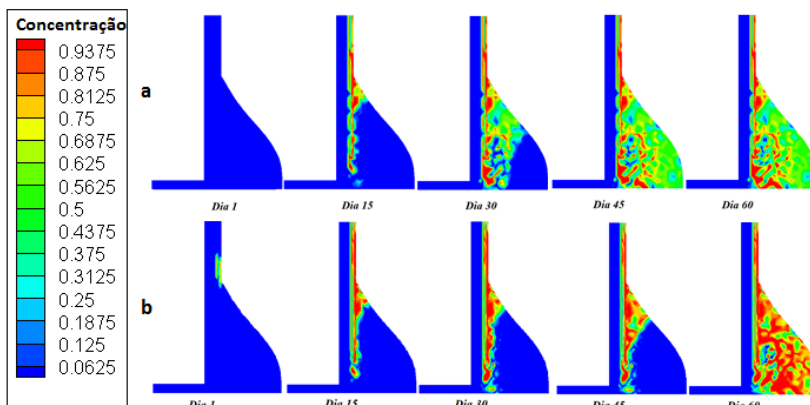
Figura 2: Resultados para concentração de células tronco 1, 15, 30, 45 e 60 dias após a fratura **a)** Teoria de Torres, Aznar e Benito (2011); **b)** Teoria de Prendergast et al. (1997)

O principal ponto a ser notado na Fig. 3-a é que com 15 dias de simulação as células ósseas começam a crescer justamente onde as células tronco começam a desaparecer. Comparando as Fig. 3-a e 3-b, onde pode-se perceber que ao fim dos 60 dias para a teoria de Prendergast et al. (1997), a concentração de células ósseas é maior que na Fig. 4-a. Ainda comparando as Fig. 3-a e 3-b, nos dias 30 e 45, percebe-se que para a teoria que considera somente a deformação houve uma difusão maior das células ósseas e já para a teoria de Prendergast et al. (1997) a difusão das células ósseas é menor, porém as mesmas se apresentam com concentrações maiores, isso provavelmente se deve ao fato da segunda teoria considerar além da deformação, a velocidade de fluido, que é uma variável muito importante no processo.

Outro detalhe é que o aumento da concentração de células ósseas coincide com o aumento da vascularização no calo, como podemos ver nas Fig. 4-a e 4-b, o que é uma condição para o crescimento desse tipo de célula. Inicialmente, nas Fig. 4-a e 4-b, podemos ver que existe vascularização no perióstio, o que foi imposto como condição de contorno, e com o passar dos dias essa vascularização tende a cobrir toda a área do calo da fratura. Porém, na teoria de Prendergast et al. (1997), podemos perceber que a vascularização demora mais para cobrir totalmente a região do calo. Isso ocorre devido ao fato de a vascularização ser dependente do nível de estímulo mecânico, que para esta teoria era mais alto.

Os resultados obtidos para as células de cartilagem em ambas as teorias, não se mostraram muito diferentes (Fig. 5-a e 5-b). As células de cartilagem, diferente das células ósseas, só começam a aparecer a partir do décimo sexto dia, isso se deve ao tempo que esse tipo de célula leva até seu total amadurecimento. No décimo sexto dia (Fig. 5), podemos ver

uma alta
células de
concentração essa
décimo oitavo dia,
de cartilagem
diferenciar em
cartilagem
que fica claro ao
décimo nono dia



concentração de
cartilagem,
que aumenta até o
quando as células
começam a se
células de
hipertrofiada, o
compararmos o
nas Fig. 6-a e 6-b.

Figura 3: Resultados para concentração de células ósseas 1, 15, 30, 45 e 60 dias após a fratura **a)** Teoria de Torres, Aznar e Benito (2011); **b)** Teoria de Prendergast et al. (1997)

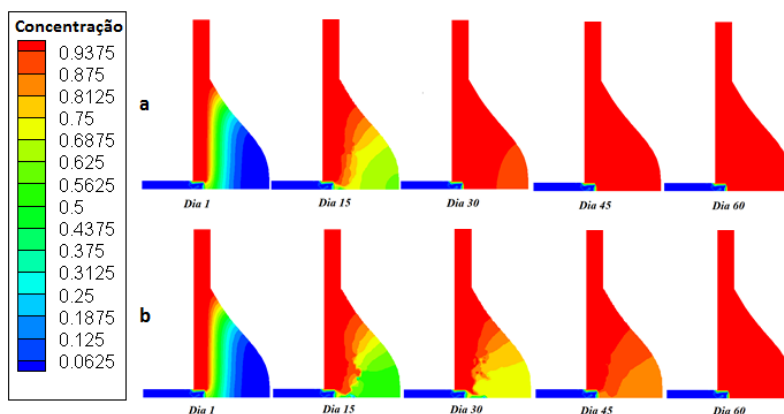


Figura 4: Resultados para a vascularização 1, 15, 30, 45 e 60 dias após a fratura **a)** Teoria de Torres, Aznar e Benito (2011); **b)** Teoria de Prendergast et al. (1997)

A cartilagem hipertrofiada, obtida após a maturação da cartilagem, aumenta por alguns dias, a partir do décimo nono dia, porém volta a diminuir (Fig. 7-b), diferenciando-se também em células ósseas, podemos notar esse crescimento comparando os dias 45 e 60 da Fig. 6 com a Fig. 7.

Há uma nítida diferença entre os resultados das duas teorias quando se compara a conversão de cartilagem em cartilagem hipertrofiada. Na Fig. 7-a vemos que resta apenas uma pequena quantidade de cartilagem hipertrofiada após 45 dias da fratura, e já na Fig. 7-b, também com 45 dias, podemos notar uma alta concentração de células de cartilagem hipertrofiada.

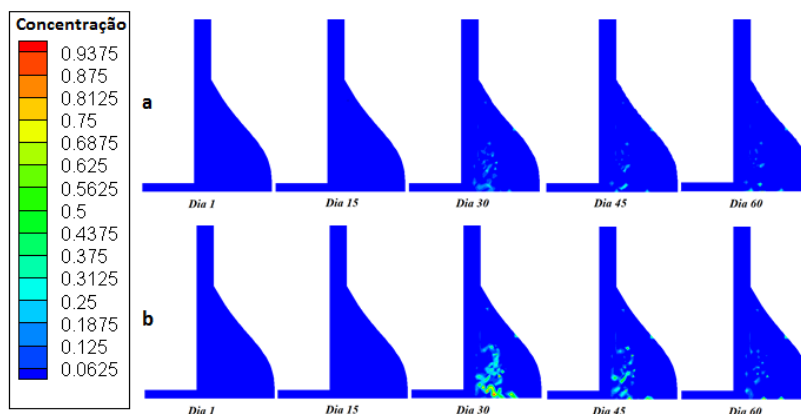


Figura 52: Resultados para concentração de células de cartilagem 1, 15, 30, 45 e 60 dias após a fratura **a)** Teoria de Torres, Aznar e Benito (2011); **b)** Teoria de Prendergast et al. (1997)

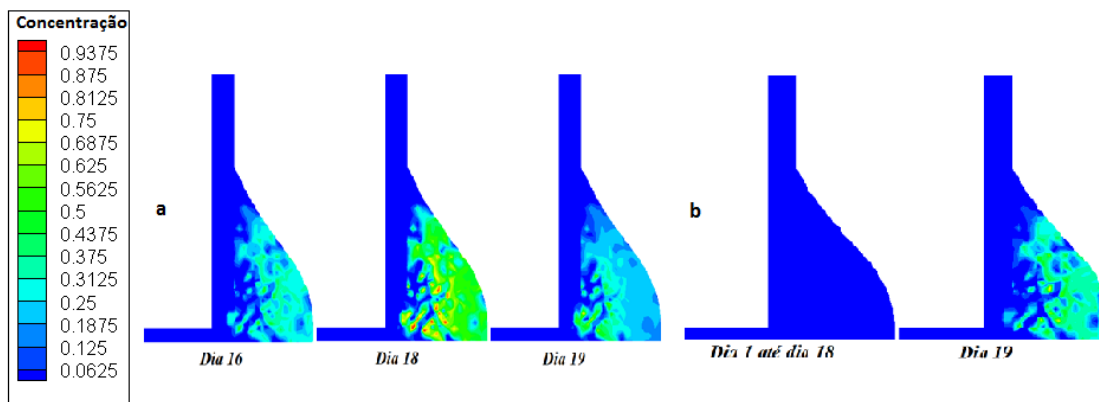


Figura 6: **a)** Desenvolvimento das células de cartilagem até o início do crescimento da cartilagem hipertrofiada para ambas as teorias; **b)** Início do crescimento das células cartilagem hipertrofiadas para ambas as teorias.

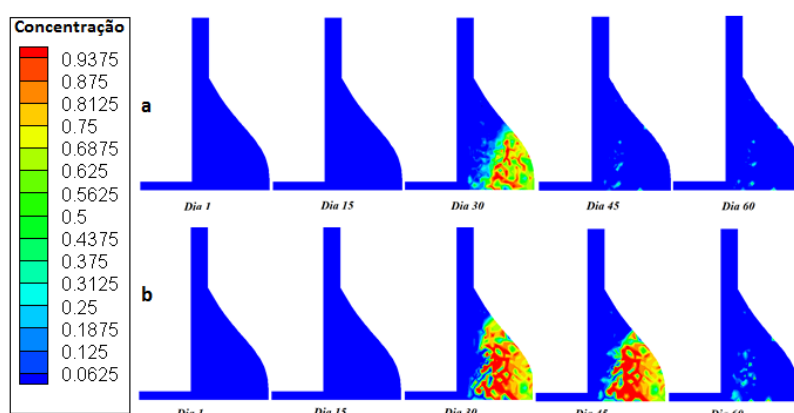


Figura 7: Resultados para células de cartilagem hipertrofiadas 1, 15, 30, 45 e 60 dias após a fratura **a)** Teoria de Torres, Aznar e Benito (2011); **b)** Teoria de Prendergast et al. (1997)

Com relação ao estímulo mecânico percebemos que ele é concentrado na região de maior instabilidade da fratura, tendo em vista que é a região mais próxima da ruptura. Outro ponto importante é que o estímulo tende a diminuir com o tempo, isto se dá exatamente porque à medida que o calo é preenchido com osso e cartilagem, o ambiente antes instável passa a se estabilizar gradativamente, reduzindo o estímulo, como podemos ver na Fig. 8.

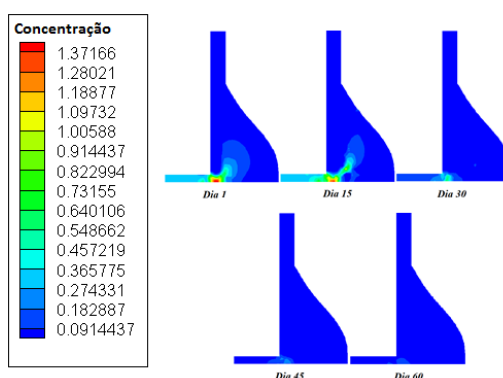


Figura 8: Resposta para o estímulo mecânico no calo da fratura ao longo do tempo

5. CONCLUSÕES

Com o presente trabalho pode-se concluir, primeiramente a grande importância do método dos elementos finitos. Com ele é possível estudar através da resolução de sistemas de equações diferenciais desde problemas simples até problemas mais complexos, como o tratado nesse trabalho. A modelagem matemática dos processos que envolvem o corpo humano pode facilitar pesquisas para o avanço da medicina atual, como por exemplo acelerar o tempo de cicatrização óssea. Deste modo, fica evidente a relevância desse tipo de abordagem mecânica dos processos biológicos.

Uma inovação do modelo utilizado no presente trabalho são os resultados das distribuições de concentrações celulares. Enquanto as simulações presentes até o momento na literatura apresentam um preenchimento total do calo por células ósseas, o modelo aqui descrito mostra, para ambas as teorias analisadas, que no resultado final a concentração de células ósseas não é uniforme no calo, o que se aproxima mais da realidade (Epari, 2006). A teoria proposta por Prendergast et al. (1997), por considerar uma variável a mais compondo o parâmetro de estímulo mecânico, teve resultados um pouco diferentes da teoria de Torres, Aznar e Benito (2011), que se trata de um modelo mais atual e simplificado.

Estudos mais aprofundados objetivando diminuir as simplificações do modelo e conseqüentemente aprimorar as simulações de modo a reproduzir cada vez mais fielmente o processo de regeneração da fratura óssea são necessários. Um dos estudos a serem feitos futuramente é a análise de convergência da malha, com o intuito de refinar a mesma buscando resultados cada vez mais realistas. Outro trabalho futuro proposto é o de estudar o efeito de estimulação mecânica externa no processo de cicatrização óssea, sempre objetivando obter os resultados mais reais possíveis com o modelo.

REFERÊNCIAS

- Claes, L. E., Heigele, C. A., 1999. "Magnitudes of local stress and strain along bony surfaces predict the course and type of fracture healing". *Journal of Biomechanics*, No. 32, pp. 255- 266.
- Doblaré, M., García, J. M., Gómez, M. J., 2004. "Modelling bone tissue fracture and healing: a review". *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 71, pp. 1809-1840.
- Epari, D. R., 2006. "The Mechanobiology of Diaphyseal Secondary Bone Healing". Dissertação (Doutorado em Engenharia), Faculdade de Engenharia Mecânica e Sistemas de Transportes da Universidade Técnica de Berlim, Berlin.
- Epari, D. R., Duda, G. N., Thompson, M.S., 2010. "Mechanobiology of bone healing and regeneration: in vivo models". *Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 224, No. 12, pp. 1543-1553.
- Geris, L. et al., 2008. "Angiogenesis in bone fracture healing: A bioregulatory model." *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 251, pp. 137-158.
- Gómez-Benito, M. J. et al., 2005. "Influence of fracture gap size on the pattern of long bone healing: a computational study". *Journal of Theoretical Biology*, No. 235, pp. 105-119.
- Isaksson, H., 2012. "Recent advances in mechanobiological modeling of bone regeneration". *Mechanics Research Communications*, No. 42, pp. 22-31.
- Lacroix, D., Prendergast, P. J., 2002. "A mechano-regulation model for tissue differentiation during fracture healing: analysis of gap size and loading". *Journal of Biomechanics*, No. 35, pp. 1163-1171.
- Malizos, K. N., Papatheodorou, L. K., 2005. "The healing potential of the periosteum: Molecular aspects". *Injury*, Vol. 36S, pp. S13-S19.
- Marsell, R., Einhorn, T. A., 2011. "The biology of fracture healing". *Injury*, No. 42, pp. 551- 555.
- Nikolaou, V.S., Stengel, D., Konings, P., Kontakis, G., Petridis, G., Petrakakis, G., 2011. "Use of femoral shaft fracture classification for predicting the risk of associated injuries". *Journal of Orthopaedic Trauma*, Vol. 25, No. 9, pp. 556-559.
- Prendergast, P. J., Huiskes, R., Soballe, K., 1997. "Biophysical stimuli on cells during tissue differentiation at implant interfaces". *Journal of Biomechanics*, Vol. 30, No. 6, pp. 539- 548.
- Schindeler, A. et al., 2008. "Bone remodeling during fracture repair: The cellular picture". *Seminars in Cell & Developmental Biology*, Vol. 19, pp. 459-466.
- Torres, L. A. G., Aznar, J. M. G., Benito, M. J. G., 2011. "Mechanobiology of bone healing: Computational and experimental study". Dissertação (Doutorado em Mecânica Computacional), Universidad de Zaragoza, Zaragoza.
- Wilson, C. J., Schuetz, M. A., Epari, D. R., 2015. "Effects of strain artefacts arising from a pre-defined callus domain in models of bone healing mechanobiology". *Biomechanics and modeling in mechanobiology*.
- Zhang, L., Richardson, M., Mendis, P., 2012. "Role of chemical and mechanical stimuli in mediating bone fracture healing". *Clinical and Experimental Pharmacology and Physiology*, Vol. 39, pp. 706-710.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELAGEM DE PRÓTESE SOBRE IMPLANTE PARA EDENTADOS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Gabriel Santos Rosalem, gsrosalem@hotmail.com

Libardo Andrés Gonzáles Torres, l.gonzales@ict.ufvjm.edu.br

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Campus JK – Diamantina/MG; Rodovia MGT 367 – Km 583, nº 5000; Alto do Jacuba – CEP 39100-000

Dimitri Ribas Fonseca, dimitri.ribas@gmail.com

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Campus I – Diamantina/MG; Rua da Glória, nº 187; Centro – CEP 39100-000

Resumo. O presente trabalho apresenta o estudo com análise de Elementos Finitos aplicado a uma nova abordagem da restauração protética em três modelos de próteses, dois novos modelos e um tradicional, que seguem o conceito *all - on - four*. O conceito *all - on - four* consiste no desenvolvimento de uma prótese sustentada por 4 implantes, dois inclinados e dois retos. Os objetivos do trabalho são: comparar as tensões geradas no tecido ósseo e na resina acrílica quando as próteses são submetidas a carregamentos axiais. Foi utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é um método numérico usado para resolver, de forma aproximada, equações diferenciais que governam o comportamento mecânicos dos materiais utilizados. Foi utilizado o software de desenho 3D, SolidWorks 2015, para a criação dos modelos. A análise comparativa entre os resultados computacionais e experimentais foi realizada em termos qualitativos e quantitativos. O estudo dos resultados das tensões no tecido ósseo permitiu determinar a região de maiores tensões, que esteve de acordo com o relatado por estudos clínicos. Os novos modelos apresentaram uma menor tensão na região de osso cortical, quando comparados com o modelo tradicional.

Palavras-chave: conceito *all - on - four*, próteses, tensões ósseas, método dos elementos finitos, implantes.

1. INTRODUÇÃO

A inserção cirúrgica no tecido ósseo de parafusos confeccionados em titânio e a comprovação da utilização para suportes protéticos e dentes artificiais, definiu o paradigma da osseointegração e revolucionou o método de reabilitação de edêntulos. Em 1977, Bränemark *et al.*, desenvolveram um modelo de prótese total suportada por cinco ou seis implantes, que era composta por dez a doze dentes. Esse modelo ficou conhecido como sistema Bränemark de implantes.

No cenário dos edêntulos uma condição agravante foi detectada após as extrações dentárias (Thomé *et al.*, 2009). A reabsorção óssea, que causa indisponibilidade óssea e atrofia, acometia esse tipo de pacientes. Essa condição biológica limita ou impede a instalação de implantes e se tornou um encaço para a reabilitação (Maia *et al.*, 2008). Dentre várias técnicas que possibilitam o contorno a essa deficiência, o conceito *all - on - four* teve grande aceitação na área odontológica. Desenvolvido por Malo *et al.* (2007), ele consiste em inserir quatro implantes, dispostos estrategicamente, que servem de suporte para próteses totais fixas. Um dos aspectos importantes do conceito *all - on - four* é a inclinação, de dois implantes posicionados a distal, que possibilita uma melhor ancoragem e conduzem a uma grande probabilidade de sucesso para a reabilitação de edêntulos.

As próteses sobre implantes do sistema Bränemark ou no conceito *all - on - four* apresentam a mesma característica: são confeccionados com resina acrílica e componentes metálicos. Os processos clássicos de confecção do sistema de próteses envolvem soldas ou elementos usinados que tornam o processo oneroso, restringe as possibilidades de geometria das próteses e demanda um tempo muito longo. Além dessa consideração, para o sucesso da inserção da prótese total depende de fatores biomecânicos como cantilever (viga em balanço) reduzido, estabilidade primária satisfatória dos implantes, passividade de assentamento protética e a manutenção da rigidez da prótese por todo o período de cicatrização, diminuindo as tensões sobre o osso residente. Com base nessas necessidades, Fonseca (2012) propôs uma nova abordagem para a restauração protética do conceito *all - on - four*. Essa proposta apresenta uma nova abordagem no que tange à disposição da resina acrílica no corpo protético, particularmente na interface do contato da resina acrílica com os componentes da prótese, influenciando no contato entre os próprios componentes da mesma.

Como os estudos *in vivo* representam fases de pesquisa posteriores às etapas *in vitro*, considerou-se a utilização do método computacional dos elementos finitos (MEF). O MEF é amplamente utilizado para análises biomecânicas. O objetivo principal desse estudo é avaliar computacionalmente o comportamento e distribuição das tensões no tecido ósseo na nova prótese para restauração, comparando com o modelo de restauração que é utilizado convencionalmente.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

O presente estudo foi baseado no trabalho de Fonseca (2012). Foram considerados três modelos de estudo, nomeados como G2, G3 e G4, do trabalho citado. Os modelos G2 e G3 são referentes a nova abordagem e o modelo G4 ao método convencional ou modelo em monobloco (Fig. 1). Eles são formados por: resina acrílica, cilindros e barra metálica. Os implantes e tecido ósseo, osso cortical e trabecular, são considerações para tornar o modelo completo no âmbito do escopo do trabalho. Para a construção das geometrias foi utilizado o software Solid Works 2015. As dimensões da resina acrílica e da barra metálica foram tiradas da dissertação de Fonseca (2012). Os componentes definidos como cilindros, implantes e os componentes adicionais aos mesmos foram tirados da literatura e catálogos de produtos da Bionnovation- implantes e biomateriais. As dimensões do tecido ósseo, tal qual a geometria, foram consideradas tal qual se encontrada em literatura orientada no trabalho de Fonseca (2012). A Figura 1 exemplifica os modelos da dissertação e Fig. 2 as diferenças pontuais que cada um apresenta, respectivamente. No presente trabalho foi simplificada a geometria. Foi considerada apenas metade da porção do modelo e a angulação foi omitida. Os modelos da Fig. 1 foram considerados como barras retas. A análise computacional e construção do modelo foram realizadas pelo software de elementos finitos Abaqus 6-12.1.



Figura 1. Modelos estudados em Fonseca.
Fonte: Fonseca (2012).

G2	Pré-Fabricado(Ti) Jateamento Óxido de alumínio 125µm	Fundida (Co-Cr) Sem soldas Isolada dos cilindros	Apoio passivo da infraestrutura com a face cervical do cilindro Metal sobre metal	Preenchendo a interface passiva entre cilindro e barra	
G3	Pré-Fabricado(Ti) Jateamento Óxido de alumínio 125µm	Fundida (Co-Cr) Sem soldas Isolada dos cilindros	Infraestrutura sem contato direto com cilindro (colar de resina de 1,5 mm) Resina entre metais	Preenchendo a interface passiva entre cilindro, barra e colar	
G4	Pré-Fabricado(Ti) Jateamento Óxido de alumínio 125µm	Fundida junto aos cilindros (Co-Cr) Soldada (3 uniões)	Estrutura fusionada	Compondo a barra acima da infraestrutura	

Figura 2. Diferenças na disposição dos componentes da prótese.
Fonte: Fonseca (2012).

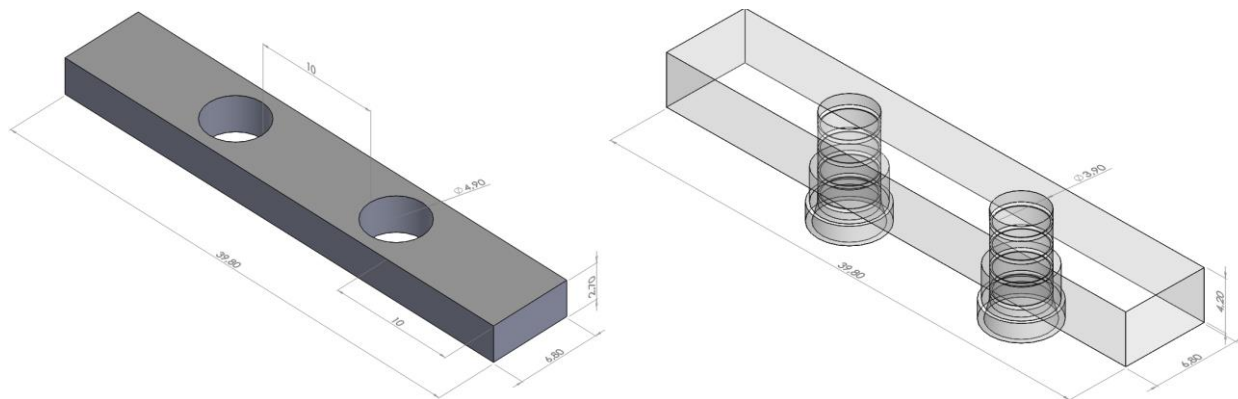
2.1. Geometria das Estruturas

Os modelos G2, G3 e G4, apresentam, essencialmente, as mesmas estruturas constitutivas, só modificando alguma dimensão geral. A geometria dos cilindros utilizada foi retirada do catálogo Bionnovation – implantes e biomateriais. A Tabela 1 lista as estruturas e as suas dimensões de uma forma geral.

Tabela 1. Dimensões dos componentes do modelo.

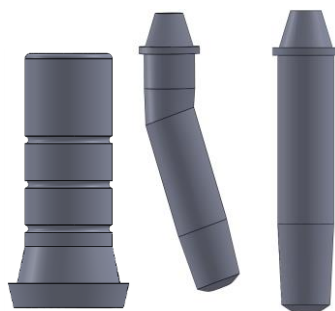
Estrutura	Dimensões (mm)					
	Altura	Comprimento	Largura	Diâmetro externo	Diâmetro	Espessura
Cilindro	10 mm	X	X	3,80 mm	X	X
Barra Metálica	2,7 mm	39,80 mm	6,80 mm	X	4,9 mm	X
Resina Acrílica	4,20 mm	39,80 mm	6,80 mm	X	3,80 mm	X
Osso Cortical	20 mm	39,80 mm	13 mm	X	X	5 mm
Osso Trabecular	15 mm	39,80 mm	8 mm	X	X	8 mm
Implantes	X	13 mm	X	X	4,1 mm	X

A barra metálica apresenta dois furos de diâmetros já documentados (Tab. 1) com o centro dos mesmos estando a 12,45 mm da extremidade da barra. No modelo G4, os cilindros e a barra metálica formam um mesmo componente, constituindo um monobloco, porém as dimensões não se alteram. Os modelos G2 e G3 apresentam uma porção de resina que permeia os cilindros e a barra metálica. O modelo G4 não apresenta essa porção por ser construído em monobloco (Fig. 2). Foram utilizados dois implantes, um reto e outro inclinado. Os implantes utilizados são conhecidos como implantes ossointegráveis rosqueáveis de hexágono externo. O modelo geométrico utilizado está no catálogo da Bionnovation – implantes e biomateriais. A inclinação do implante foi de 18°. Os componentes adicionais, tal como os minipilares reto e de angulação, foram considerados na confecção dos implantes. O tecido ósseo foi modelado como sendo um paralelepípedo formado por duas estruturas.

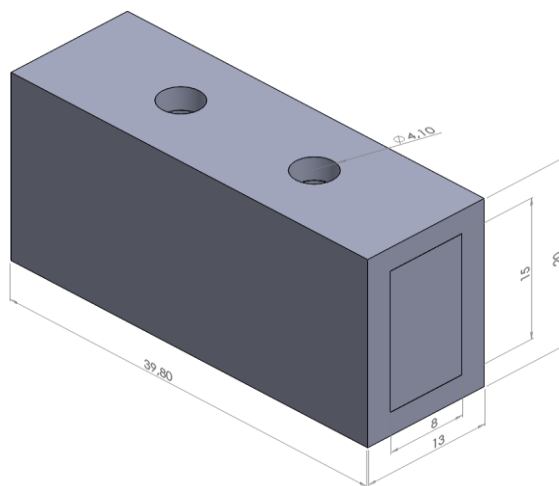


(a) Modelo da Barra Metálica.

(b) Modelo da Resina Acrílica.



(c) Modelo do Cilindro e dos Implantes Rosqueáveis de Hexágono Externo Inclinado e Reto.



(d) Modelo do Tecido Ósseo

Figura 3. Ilustração das Estruturas do Modelo.

A geometria utilizada no modelo de elementos finitos que está representada na Fig. 3.

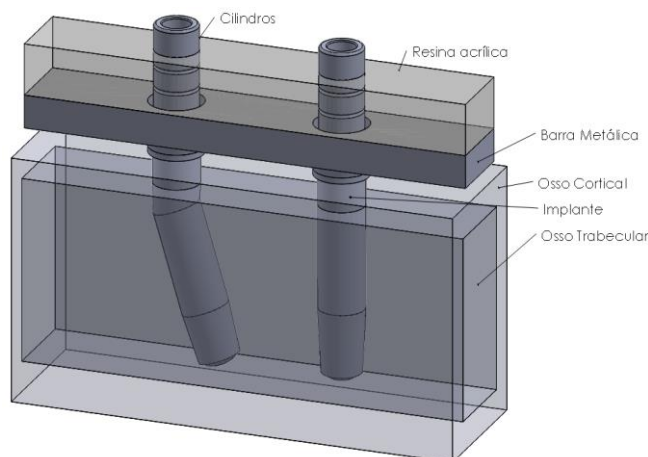


Figura 4. Modelo geométrico de prótese sobre implante.

2.2. O Modelo de Elementos Finitos

2.2.1. Materiais

Os materiais utilizados nos componentes foram definidos de acordo com Fonseca (2012). Nos modelos G2 e G3 os cilindros e os implantes são compostos por titânio, a barra metálica por uma liga de cobalto – cromo. Completo pela resina acrílica e os ossos cortical e trabecular. No modelo G4, o monobloco é constituído apenas pela liga cobalto – cromo.

Nas propriedades dos materiais dos modelos: todos foram considerados isotrópicos, homogêneos e linearmente independentes. As propriedades dos materiais usados se encontram na Tab. 2.

Tabela 2. Propriedades dos materiais.

Material	Módulo de Elasticidade (E) MPa	Coefficiente de Poisson (ν)	Referências
Osso cortical	13700	0,3	Barbier <i>et al.</i> , 1998
Osso trabecular	1370	0,3	Barbier <i>et al.</i> , 1998
Titânio	110000	0,3	Holmgren <i>et al.</i> , 1998
Liga CoCr	218000	0,33	Eskitascioglu <i>et al.</i> , 2004
Resina	2460	0,35	Stegarioiu <i>et al.</i> , 1998 –Faot, 2006

2.2.2. Malha e Condições de Contorno

Para a criação da malha (subdivisão/elementos discretos do modelo) foram utilizadas as ferramentas do software Abaqus 6.12-1. Os elementos foram considerados tetraédricos quadrados tipo C3D10. O tamanho dos elementos foi de 0.20 mm. A Tabela 3 lista os números de nós e elementos de cada modelo. A malha foi refinada no osso cortical e na resina acrílica porque eles representam as regiões de interesse para a análise.

Tabela 3. Número de nós e elementos dos modelos.

	Nós	Elementos
G2	340902	1787733
G3	345667	1809552
G4	333626	1760167

A Figura 4 exemplifica o modelo de malhas.



Figura 3. Modelo de malhas pelo MEF.

Para a definição das condições de contorno, foram analisadas as condições mecânicas impostas ao tecido ósseo. O modelo foi considerado engastado na face inferior e nas faces laterais tal qual está ilustrado na Fig. 5. O engaste define que não existe deslocamentos e rotações na região submetida ao mesmo.

2.2.3. Simulação do Modelo

O carregamento utilizado foi feito de forma análogo ao trabalho de Fonseca (2012). Um pistão de 1 mm de raio aplicou uma força de 500 N na resina acrílica a 5 mm, medidos do centro do mesmo, na extremidade do cantilever. A primeira consideração foi feita com base nos estudos e experimento de Fonseca (2012). A segunda foi feita porque considerou-se a osseointegração perfeito do componente com o tecido ósseo. Para a análise dos resultados foram utilizados dois critérios de falha. Nesse estudo, onde a resina foi tratada como um material frágil, considerou-se a análise somente da tensão máxima principal. No tecido ósseo, o critério utilizado foi o de Von Mises. Mesmo o osso sendo um material frágil e o critério de Von Mises sendo utilizado para materiais dúcteis, ele foi utilizado porque não foi considerado a ruptura do tecido ósseo e ele é mais facilmente avaliado para essa situação de simulação. A região de análise é o aonde se encontra o contato entre o implante inclinado e o osso cortical. Essa região, na Figura 5, se encontra abaixo do ponto de aplicação do carregamento. A Figura 5 exemplifica as condições de contorno e o ponto de aplicação do carregamento.

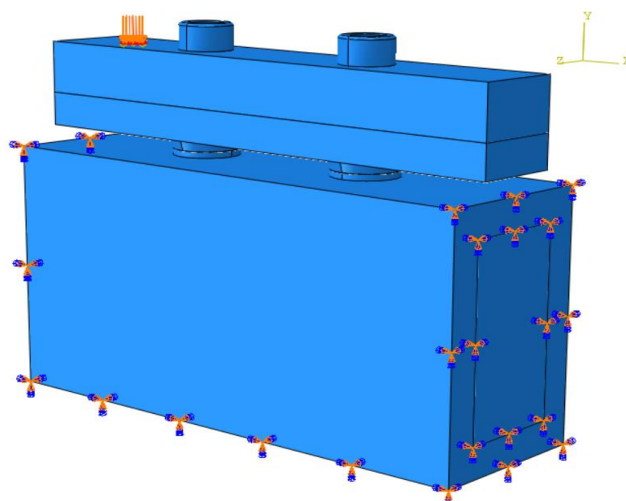


Figura 4. Condições de contorno e carregamento para os modelos.

3. RESULTADOS

Foi realizada uma análise qualitativa da distribuição das tensões de Von Mises no tecido ósseo para comparação entre os modelos. Utilizou-se as tensões de Von Mises máximas que foram fornecidas pelos próprios resultado como o limiar superior da escala de tensões.

3.1. Tensões de Von Mises

A Figura 6 mostra a distribuição de tensões nos modelos G2, G3 e G4. No primeiro modelo as tensões se concentraram na porção onde ocorre o contato do implante inclinado com o osso cortical. O maior valor de tensão encontrada foi de 69,5 MPa. No modelo G3 as tensões se distribuíram na mesma região do modelo G2. A maior tensão detectada nessa região foi de 58,56 MPa. No último modelo percebe-se que os maiores valores das tensões se concentraram na mesma região dos modelos G2 e G3. A tensão máxima avaliada nesse modelo foi de 70,23 MPa.

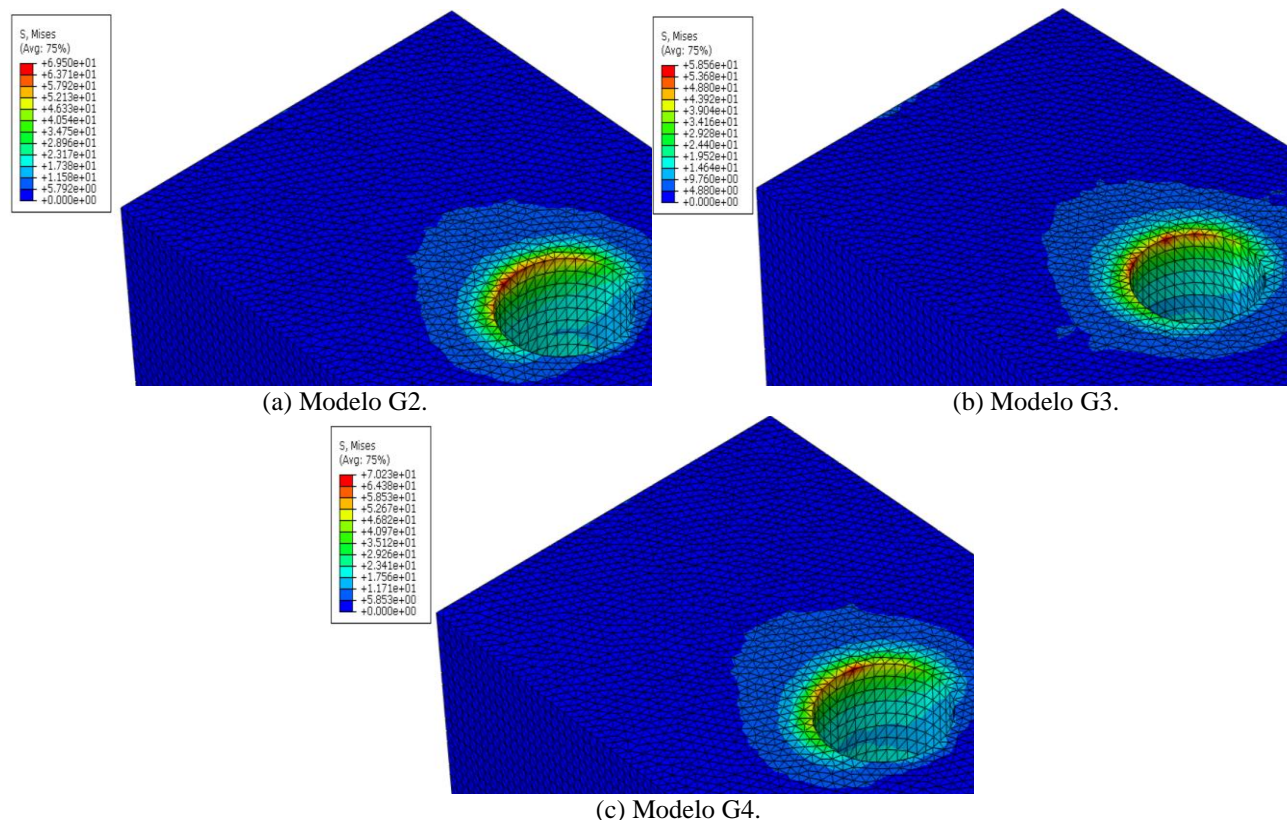


Figura 6. (a) Distribuição de tensões no tecido ósseo no modelo G2, (b) G3 e (c) G4 [MPa].

4. DISCUSSÃO

A análise dessa simulação visa esclarecer as suposições feitas por pesquisadores. Eles consideram que as tensões no tecido ósseo nos novos modelos, G2 e G3, seriam menores do que no modelo convencional G4. De acordo com Pugh *et al.* (1973) existe um limiar de tensões para o início da reabsorção óssea e os esforços carregados na interface implante – osso comprometem a osseointegração, podendo causar falhas na prótese e problemas graves da reabilitação do paciente (Greco *et al.*, 2009; Hobo *et al.*, 1991). A análise dos resultados aponta para uma concentração de tensões na interface implante – cortical, e esse resultado é corroborado em outros estudos (Skalak, 1985; Bränemark *et al.*, 1985). A segunda coluna da Tabela 4 apresenta os resultados de tensões máximas encontradas na região cortical do tecido ósseo. O modelo G2 apresenta uma variação de 1,04% em relação à maior tensão (modelo G4).

O modelo G3 apresentou uma tensão máxima de 58,56 MPa. Em comparação com o modelo convencional ele apresentou uma tensão 16,61% (11,67 MPa) menor.

Foi analisado o modelo do sistema prótese – tecido ósseo para estudar as tensões no osso. Porém, como o interesse da simulação é comparar a distribuição das tensões no tecido ósseo quando as próteses estão na conformação G2, G3 ou G4, o estudo das tensões na resina acrílica é essencial para o desenvolvimento do estudo. A Figura 7 mostra como se deu a distribuição das tensões nos modelos. Os valores das tensões na prótese acrílica são maiores quando se apresenta menores tensões no osso cortical. A Tabela 4 compara as tensões máximas encontradas na prótese acrílica com as tensões máximas no tecido ósseo.

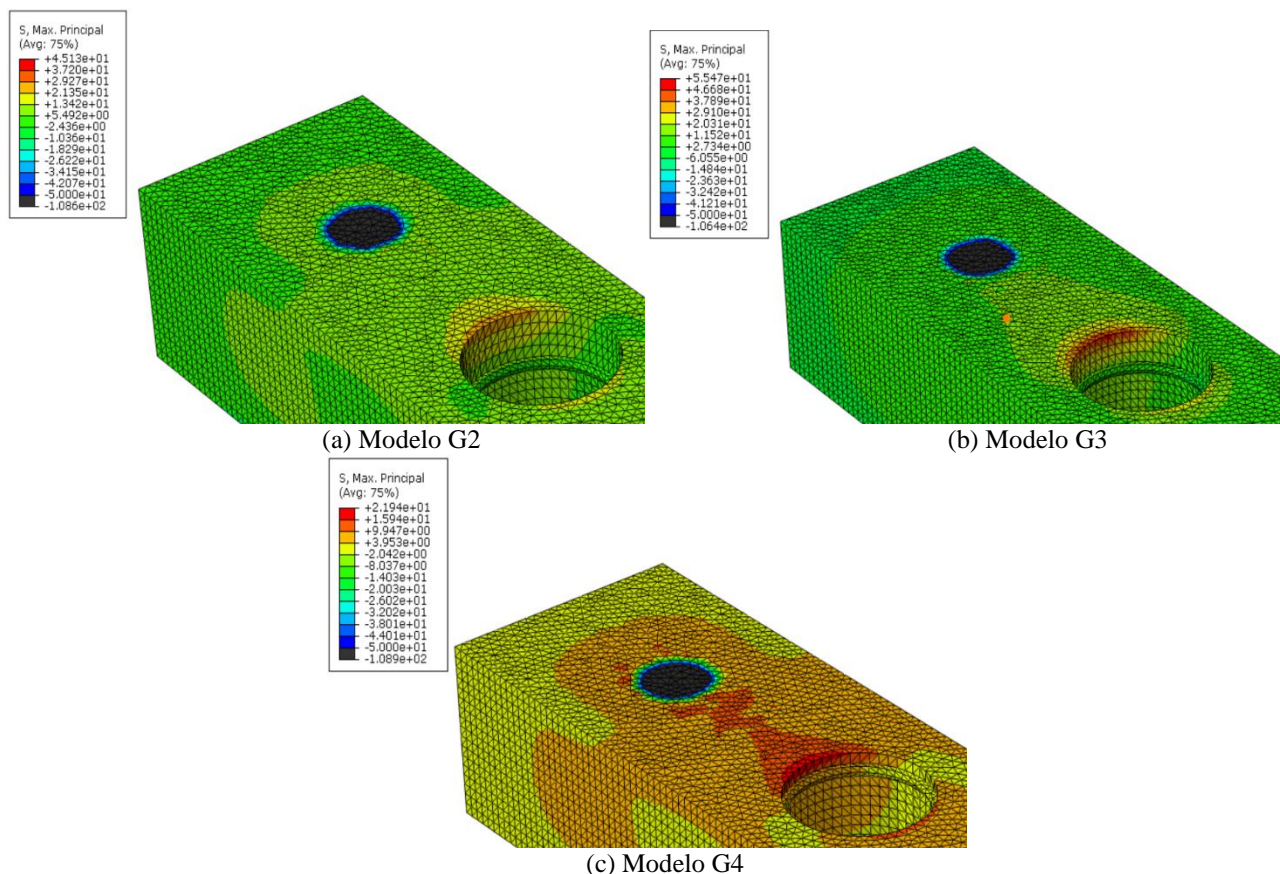


Figura 7. (a) Distribuição de tensões na resina acrílica no modelo G2, (b) G3 e (c) G4 [MPa].

Tabela 4. Comparação entre os valores das maiores tensões na prótese acrílica e no osso cortical

Modelo	Tensões Prótese Acrílica Máxima Principal (MPa)	Tensões Osso Cortical Von Mises (MPa)
G2	45,13	69,50
G3	55,47	58,56
G4	21,94	70,23

Tensões maiores na resina aparecem com tensões menores na cortical. Mecanicamente pode-se considerar que esse fenômeno ocorre porque a energia que foi transferida para o modelo, oriunda da força externa aplicada, se concentrou em maior parte no contato resina – cilindro, e uma menor parte foi transmitida para o tecido ósseo. As tensões na resina sempre foram maiores para o modelo G3. Em comparativo com o modelo G4, o resultado é significativo. A estrutura acrílica do G4 concentra menos energia de deformação e conseqüentemente transfere mais energia para o implante e tecido ósseo. A do G3 concentra mais energia de deformação na resina e conseqüentemente transfere menos para o implante e tecido ósseo. Esse resultado é de extrema importância porque viabiliza um método que otimiza a reabilitação de edêntulos agindo em uma osseointegração integral.

5. CONCLUSÃO

Considerando as limitações da metodologia utilizada neste estudo, os resultados obtidos foram relevantes. Os maiores valores de tensão se encontraram nos implantes distais quando foi realizado o carregamento no cantilever. A utilização da abordagem inovadora se mostrou relevante no que diz respeito a distribuição de tensões no tecido ósseo. Os corpos protéticos que apresentavam um maior contato com intermediação da resina acrílica, tal qual os modelos G2 e G3, apresentaram menores tensões na cortical. O modelo G2 apresentou uma tensão ligeiramente menor que em G3, e o G3 menor do que a maior tensão encontrada no modelo G4. Em relação as tensões no tecido ósseo e na resina acrílica, a distribuição de tensões esteve intrinsecamente ligada as mesmas distribuídas na resina acrílica.

REFERÊNCIAS

- BRÄNEMARK, P. I.; HANSSIN, B. O.; ADELL, R., et al. Osseointegrated implants in the treatment of edentulous jaw: experience from a 10-year period. *Scand. J. Plast. Reconstr. Surg.*, Stockholm, v. 16, n. 1, p. 132, 1977.
- BRÄNEMARK, P. I.; ZARB, G. A.; ALBREKTSSON, T. *Tissue-integrated prosthesis: osseointegration in clinical dentistry*. Chicago: Quintessence, 1985, 350 p.
- FONSECA, D. R. Avaliação in vitro do comportamento mecânico de próteses totais fixas sobre implantes em mandíbula edêntula: conceito all-on-four. 2012. 69 p. Dissertação (Mestrado em Odontologia) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina. 2012.
- GRECO, G. D.; JANSEN, W. C.; LANDRE JUNIOR, J.; SERAIDARIAN, P. I. Biomechanical analysis of the stress generated by different disocclusion patterns in an implant-supported mandibular complete denture. *J Appl Oral Sci* 2009; 17:515-20
- HOBO, S.; ICHIDA, E.; GARCIA, L. T. *Osseointegration and occlusal rehabilitation*. Quintessence, 1991. Cap. 18, p. 315-328.
- MAIA, B. G. F.; JAHN, R. S.; MAIA, S.; NEIVA, T. G. G.; BLATT, M. Implantes inclinados no tratamento reabilitador da maxila atrofica. *Implantnews* 2008; 5(4):359-64.
- MALÓ, P.; NOBRE, M de A.; LOPES, A. The use of computer-guided flapless implant surgery and four implants placed in immediate function to support a fixed denture: preliminary results after a mean follow-up period of thirteen months. *J Prosthet Dent*. 2007; 97(Suppl 6):27-34.
- PUGH, J. W., ROSE, R. M., RADIN, R. L. Elastic and viscoelastic properties of trabecular bone: dependence on structure. *J Biomech*, 6:475-485, 1973.
- SKALAK, R. Aspects of biomechanical considerations. In: BRÄNEMARK, P. I.; ZARB, G. A.; ALBREKTSSON, T. (eds). *Tissue-integrated prostheses: osseointegration in clinical dentistry*. Chicago: Quintessence; 1985:117-28.
- THOMÉ, G; BERNADES, SR; SARTORI, IM. Uso de Implantes curtos: decisão baseada em Evidências Científica. *Jornal do Ilapeo*, 2009, jun p.2-4.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

UTILIZAÇÃO DE MEF NA VALIDAÇÃO DE DEFORMAÇÃO DE UM MODELO DE RESTAURAÇÃO ODONTOLÓGICA.

João Batista Novaes Junior¹ novaes@ufmg.br

Elissa Talma¹ elissatalma@hotmail.com

Max de Castro Magalhães¹ max@dees.ufmg.br

Estevam Barbosa de Las Casas¹ estevam@dees.ufmg.br

¹ Grupo de Engenharia Biomecânica Departamento de Estruturas Escola de Engenharia - Av. Antônio Carlos 6627 Bloco I sala 4116, Belo Horizonte MG, Brasil - CEP 31270-901.

Alex Fok² alexfof@umn.edu

² Minnesota Dental Research Center for Biomaterials and Biomechanics, School of Dentistry, University of Minnesota, United States.

Resumo: A contração de polimerização de resinas compostas cria tensões entre o material restaurador e as paredes da cavidade, e as tensões podem causar desadaptação entre as paredes da cavidade e a restauração. O propósito desse estudo foi determinar a deformação oclusal analisando o deslocamento de vetores na superfície das restaurações Classe II de resina composta, alterando o número de paredes da cavidade com adesão, utilizando Digital Image Correlation (DIC) e Método de Elementos Finitos (MEF). Métodos: Uma resina composta comercial (Z100TM) e um sistema adesivo comercial (AdperTM Single Bond Plus) foram utilizados nos dois grupos de restauração Classe II (8-mm comprimento, 4-mm largura and 4-mm profundidade) em blocos de alumínio. Pontos de carbono forma aplicados na superfície para que pudessem ser analisadas pelo D.I.C. Resultados: O GI apresentou um deslocamento máximo da superfície (intrusão) de 34 microns ($\pm 6,7$ microns) e o GII apresentou deslocamento máximo de 21 microns ($\pm 3,36$). A partir do cálculo teórico de deslocamento de contração baseado na deformação de contração volumétrica de 2,5%, os vetores foram analisados numa linha axial central na restauração. As imagens dos vetores de deslocamento do DIC validaram os resultados do MEF, que simulou valores crescentes do Módulo de Elasticidade ao longo do tempo de polimerização do material restaurador. Conclusões: Os resultados demonstraram que a deformação na superfície da restauração Classe II está relacionada ao número de paredes aderidas, com maior deformação para maior número de paredes aderidas.

Palavras chave: MEF, DIC, Deformação, resina composta, contração de polimerização.

1. INTRODUÇÃO

A deformação observada em restaurações de resina composta devido à contração de polimerização está intrinsicamente relacionada com a adaptação da restauração à cavidade. A polimerização de resinas compostas é um processo transiente e dinâmico que gera tensões entre a restauração e o dente, a polimerização começa após a iluminação da resina e gradativamente transforma monômeros em polímeros, aumentando as propriedades mecânicas do material desde que haja suficiente intensidade luminosa. O polímero formado deverá apresentar as propriedades físicas máximas e também a contração de polimerização máxima. A expressão da contração de polimerização, que ocorre na matriz resinosa, gerando a deformação total final da restauração de resina composta em cavidades conformadas acontecerá em dois passos: fase pré-gel e fase pós-gel. A fase pré-gel ocorre no início do processo e permite que a resina flua devido ao seu ainda baixo Módulo de Elasticidade, gerando um mínimo de tensões nas paredes cavitárias. Na fase pós-gel o processo de polimerização continua aumentando o Módulo de Elasticidade, mas inversamente diminuindo o volume da restauração, isso ocorre devido à contração da matriz, devido à polimerização estimulando a formação de polímeros em rede na estrutura da matriz resinosa e também o aumento do módulo de Elasticidade ao ponto de criar tensões entre a resina composta e as paredes da cavidade. No fim do processo de polimerização ficará determinado o Módulo de Elasticidade, Grau de Conversão, contração de polimerização e finalmente tensões na interface adesiva, bem como a deformação total da restauração e das estruturas dentárias devido à geometria da cavidade (Asmussen, Peutzfeldt 2003; Stansbury et al.. 2004; Watts, Cash 1991; Ataiá Watts 1994; Silikas, Eliades, Watts 2000.).

Na literatura existem diferentes métodos que foram utilizados para a análise de deformação das restaurações com resinas compostas como Digital Image Correlation DIC (Chuang, Chen, Chang 2008; Chuang, Chang, Chen 2011; Li ET al.. 2009; Martinsen, El-Hajjar, Berzins 2013; Lau ET al.. 2015, Chuang, Chang, Chen 201), câmera colorida CCD (Kweon ET al., 2013), micro tomografia computadorizada μ TC (Chiang et al.. 2010; Cho et al. 2011; Van Ende et al. 2015; Kim, Park 2014), micro tomografia computadorizada de raios X μ TCX (Takemura et al. 2014). A análise espacial da deformação emprega marcadores aplicados numa superfície da restauração nas análises em 2D ou misturados às resinas compostas nas análises em 3D, e ambas permitem um melhor entendimento dos padrões externos e internos da deformação da restauração associada com a adaptação interna das restaurações. Em geral, as imagens espaciais do DIC e do μ CT demonstram em tempo real a deformação total da material restaurador e

utiliza estas imagens para caracterizar os padrões de deformação e a relação com qualidade da adesão, a condição da interface adesiva e a geometria e tamanho da cavidade, bem como a deformação da superfície livre (Kweon et al., 2013; Chiang et al. 2010; Cho et al. 2011; Van Ende et al. 2015; Irie et al. 2014) .

Nos modelos de Classe I, cavidade tipo caixa ou cilindro, conformada em todos os lados, em 3D a resina composta fica aderida em mais de duas paredes ao redor e nessa situação a fluência fica muito restrita e os valores de tensão de contração podem exceder o da resistência adesiva, causando separação em um dos lados, portanto a forma da cavidade foi considerada ser de grande importância na conservação da adesão entre a dentina e a resina (Davidson, De Gee, Feilzer 1984; Fok 2013). Portanto, a tensão gerada tem de ser encarado como um padrão distribuído, que depende da localização e das propriedades de restauração do dente, da geometria, e das limitações e procedimentos de restauração (Versluis et al. 2004; Loguercio, Reis, Ballester 2004) Em testes de microtração utilizados para a determinação da influência de diferentes técnicas incrementais sobre a adesão a dentina da parede de fundo (Van Ende et al. 2013; Niu et L 2009; Bakhsh et al. 2013; Kwon, Ferracane, Lee 2012), a tensão máxima registrada no assoalho de cavidade Classe II foi de 20 MPa (Van Ende et al. 2013) e 32 MPa para restauração Classe I (Davidson, De Gee, Feilzer 1984). A qualidade da adesão observada em paredes internas da cavidade de Classe II (cavidade tipo calha, com paredes laterais e no fundo, porém com abertura anterior e posterior) foi mais baixa do que quando as medições foram feitas nas mesmas paredes correspondentes, mas nas superfícies isoladas (Bouillaguet et al. 2001) e há uma correlação entre a tensão de polimerização interfacial e selamento marginal (Schneider, Cavalcante, Silikas 2010; Boaro et al. 2014).

As avaliações espaciais de restaurações e de vetores de deslocamento da contração de polimerização visam uma melhor compreensão da adaptação marginal da resina composta à cavidade. A literatura demonstra que as razões para o fracasso das restaurações de resina composta são cárie e fratura da restauração e muitas dessas falhas indesejáveis têm correlação com a falha adesiva, mas que só serão detectadas apenas através da visualização dos sinais clínicos, como falha marginal, cáries secundárias, coloração marginal, deslocamento restauração, fratura do dente e a sensibilidade pós-operatória (Braga, Ballester, Ferracane 2005; Rodolpho et al. 2006). Estes são inconvenientes clínicos de aplicações de resina composta (Schneider, Cavalcante, Silikas 2010) e a interface da restauração do dente com lacunas e vazios (Boaro et al. 2014).

As correlações observadas entre a tensão de contração de polimerização e a qualidade da interface adesiva de restaurações profundas são sempre problemáticas porque elas mostraram altas tensões de cisalhamento, independentemente da sua largura, que podem causar descolamento das paredes ou do assoalho da cavidade (Boaro et al., 2014). Com base em resultados preliminares de DIC e μ CT que ampliaram a possibilidade de compreender o comportamento espacial das restaurações de resina composta seria possível detectar falha na adesão logo após a polimerização final da restauração? A medição da deformação da superfície oclusal da restauração pode detectar possíveis alterações na adesão cavidade?

2 – OBJETIVO

O propósito desse estudo foi determinar utilizando Digital Image Correlation (DIC) e Método de Elementos Finitos, a deformação oclusal analisando o deslocamento de vetores na superfície das restaurações Classe II de resina composta, alterando o número de paredes aderidas na cavidade.

3 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As equações são referentes à deformação de corpo livre em duas e três dimensões, o sinal negativo representa a contração de polimerização, l representa a altura, v é o volume da restauração e ϵ_s representa o percentual de contração de polimerização.

Equação (1) determina a deformação da altura oclusal em restaurações com adesão em três paredes

$$\Delta l = - \left(\frac{1+v}{1-v} \right) \epsilon_s l$$

Equação (2) determina a redução da altura oclusal em restaurações com adesão em duas paredes

$$\Delta l = - \left(\frac{1+v}{1-v} \right) \frac{\epsilon_s l}{2}$$

4 - MATERIAIS E MÉTODOS

4.1- Preparação das restaurações para análise do DIC

Um compósito dental foi selecionado para este estudo (Z100 - cor A2, número de série N649950, 3M ESPE, St Paul, MN) e o sistema adesivo que acompanha foi usado para preparar a adesão em paredes (Adper Single Bond). Além disso muito N561025, a 3M ESPE, St Paul, MN), em dez cavidades de Classe II com 8mm de comprimento, 4mm de

largura e 4 mm de profundidade em um bloco de alumínio (altura 14 milímetros x 8 milímetros de largura profundidade x 10 mm) (Fig. 1). A preparação da cavidade superfície interna foi abrasionada com jato de pó de óxido de alumínio, enxaguado com água e acetona. Após a secagem foi aplicado um primer para porcelana nas paredes (Rely X 3M ESPE) durante 2 minutos.. A etapa seguinte foi aplicação de duas camadas do adesivo Adper Single Bond Plus e fotopolimerização por 10 segundos com Elipar Freelight (3M ESPE, St Paul, MN - intensidade de luz medida como 1.200 mW / cm²). Cavidades foram preenchidas utilizando a técnica de incremento único e uma superfície proximal foi usada para tocar uma superfície pulverizadas com uma fina camada de pó de carbono, para se produzir manchas e uma superfície plana, para facilitar a aquisição e análise com o sistema de correlação de imagem. Esta superfície proximal da restauração composta foi posicionada em frente a câmera e abaixo da fonte de luz (Fig 2). A primeira imagem de aquisição de dados foi tomada antes da cura, a irradiação de luz foi aplicada durante 100 segundos, para cada amostra, 10 minutos após o início da irradiação, e com a amostra ainda posicionados em frente a câmera foi tomada a segunda imagem. Dois grupos foram testados, com cinco espécimes cada. Grupo I consistiu na restauração composta aderidas em três paredes (laterais e piso). O grupo II consistiu de amostras com a restauração composta aderidas nas paredes laterais, mas não na parede de fundo, que estava coberta com tiras de matriz (Patterson Dental - EUA), para simular a falha da adesão. Um total de 10 imagens foram realizados para cada grupo e analisadas usando software de Correlação Digital Image (7,2 Davis, LAVISION Inc.), que foram utilizadas para validar os resultados do ABAQUS, que simulou o método e a característica transiente da polimerização e do Módulo de Elasticidade. A contração de polimerização foi simulada impondo deformações correspondentes à diminuição em 1 grau da temperatura (Figuras 3, 4 e 5).



Figura 1. Cavidade preparadas no bloco de alumínio Figura 2 Imagem da montagem para aquisição de imagens, com a câmera, fotopolimerizador e bloco de alumínio.

4.2 – Propriedade e Geometria do Modelo de Elementos Finitos

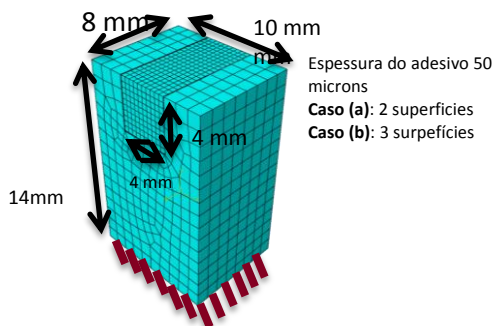


Figura 3- Geometria e dimensões do bloco de alumínio restauração da cavidade e adesivo

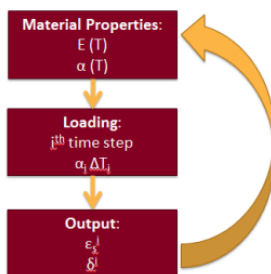


Figura 4 - Propriedade do material e carga usada no MEF

Step	Time (sec)	ΔT	Young's Modulus (MPa)	Alpha
1	22.13	22.13	27.31	-2.93E-04
2	26.03	3.90	268.49	-6.49E-05
3	45.05	19.02	10514.55	-1.93E-05
4	84.94	39.89	11991.74	-1.20E-05
5	134.06	49.12	11999.45	-3.73E-06
6	308.46	174.40	11999.98	-1.34E-06
7	595.30	286.84	12000.00	-6.51E-07

Total shrinkage strain:

$$\epsilon_{sTotal} = \sum \epsilon_s^i$$

Total deflection:

$$\delta_{Total} = \sum \delta^i$$

Figura 5 Demonstra o aumento progressivo do Modulo de Elasticidade formulação da deformação total e deflexão total.

5. RESULTADOS

5.1 – Resultados do D.I.C.

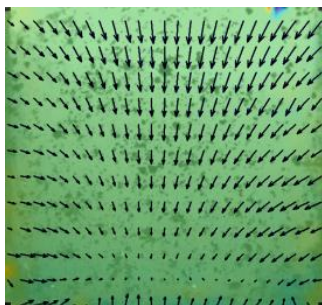


Figura 6 –Imagem do Davis7.2 II (Escala de vetores foi aumentada em 10X) Deslocamento espacial de vetores indicando padrão de contração de polimerização do Grupo I

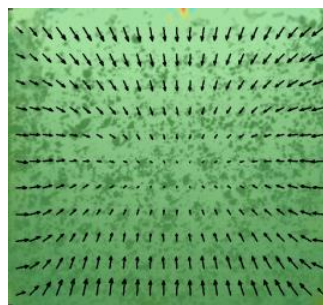


Figura 7 –Imagem do Davis7.2 II (Escala de vetores foi aumentada em 10X) Deslocamento espacial de vetores indicando padrão de contração de polimerização do Grupo II

Os vetores de deslocamento no Grupo I da Figura 6, obtida de imagem da contração de polimerização da superfície proximal da restauração medida pelo DIC, demonstram que deslocamento de vetores na resina composta aderida a três paredes estava direcionado para o centro da polimerização localizado a 1 mm acima do assoalho da cavidade. O deslocamento de vetores demonstrou grande movimento na superfície oclusal, e os vetores nas laterais da restauração estavam direcionados no sentido para o centro de polimerização, e eram tanto mais longo quanto mais distantes do alvo. Os vetores de deslocamento observados ligeiramente abaixo do centro de polimerização estavam direcionados em sentido oclusal e para o centro de polimerização, demonstrando um movimento inverso aos demais.

Os vetores de deslocamento no Grupo II (Figura 7) mostraram que estavam direcionados para o centro da polimerização, localizado ligeiramente abaixo do centro geométrico da restauração. Os vetores de deslocamento demonstraram grande movimento na superfície oclusal, principalmente numa linha axial central, e que a deformação apresenta uma imagem especular tanto no sentido da superfície oclusal quanto do assoalho da cavidade, ambas as superfícies livres para contrair.

5.2 – Resultados da análise em Elementos Finitos

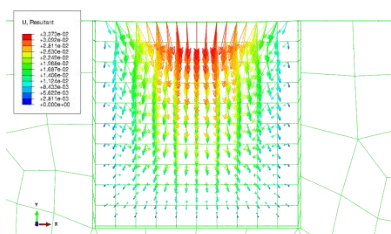


Figura 8 – Imagem de vetores de deslocamento da análise de MEF de espécime do Grupo I.

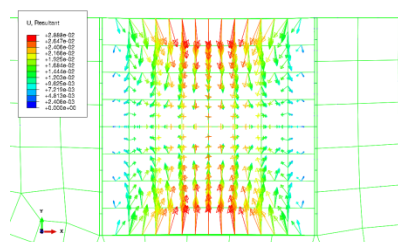


Figura 9 – Imagem de vetores de deslocamento da análise de MEF de espécime do Grupo II.

Os resultados de MEF dos vetores de deslocamento (Figura 8) obtidos pela simulação da contração de polimerização e de progressivo aumento do Modulo de Elasticidade e formulação da contração de polimerização total e deflexão total da resina composta no Grupo I, com grande similaridade com os resultados do Grupo I DIC (Figura 6), e no Grupo II (Figuras 9) também demonstrou grande similaridade com resultados de DIC (Figura 7). O DIC também validou os resultados observados no MEF.

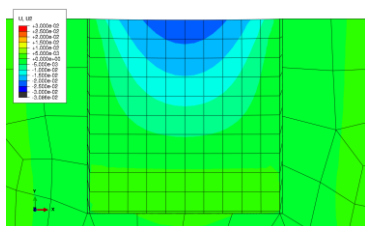


Figura 10 – Imagem da análise de tensões por MEF no Grupo I

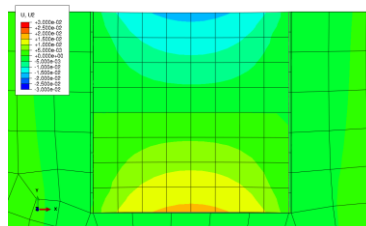


Figura 11 – Imagem da análise de tensões por MEF no Grupo II

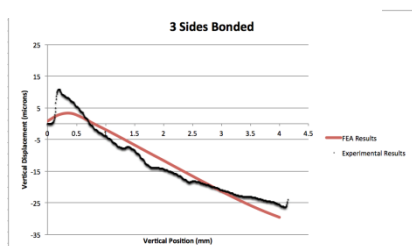


Figura 12 – Análise de deslocamento (micrometros) de D.I.C. (linha preta) e MEF (linha vermelha) no Grupo I

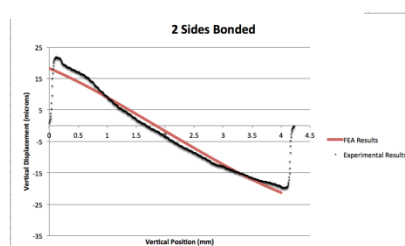


Figura 13 – Análise de deslocamento (micrometros) de D.I.C. (linha preta) e MEF (linha vermelha) no Grupo II

Os resultados do modelo de MEF (Figuras 12 e 13) demonstraram boa correlação com dados experimentais, estes resultados foram obtidos de uma linha axial central e demonstraram deslocamento vertical (mícrons) na posição vertical na cavidade. O ponto zero no eixo X representa o assoalho da cavidade e o 4 representa a superfície oclusal da

restauração. Os resultados do Grupo I (Figura 12) demonstrou que a maior parte do movimento foi negativa, de cima para baixo, e na superfície observou-se um movimento em torno de 30 microns, e um pequeno movimento positivo próximo ao assoalho da cavidade. Os resultados do Grupo II (Figura 13) demonstraram uma simetria no movimento tanto na superfície oclusal quanto no assoalho da cavidade, em torno de 20 microns de cada lado.

6 - DISCUSSÃO

A deformação total em restaurações de resina composta (d_{e}) consiste na soma de dois componentes: deformação elástica (d_{ee}), deformação plástica (d_{ec}) menos a contração de polimerização linear (d_{es}) $d_{\text{e}} = d_{\text{ee}} + d_{\text{ec}} - d_{\text{es}}$. Durante a polimerização, a intensidade de cada uma dessas alterações espaciais definirá a forma final da restauração, mas considerando que a restauração está aderida as paredes, a deformação elástica que ocorre devido à fluência nos primeiros segundos da reação de polimerização e a deformação plástica final serão determinadas pela amplitude da contração de polimerização restringida pela tensão máxima de contração da restauração pela adesão às paredes, sob uma rigidez proporcional ao pico do módulo de elasticidade (Fok 2013). A deformação observada na superfície oclusal também está associada à deformação de todo o conjunto da restauração e do entorno, desde que seja preservada a união entre a resina e as paredes. Nas restaurações de Classe II há uma correlação entre a deformação na superfície oclusal livre e das cúspides em balanço (Verluis et al. 2004) e há também uma correlação linear entre o grau de conversão e a deformação de contração de polimerização em profundidade (Silikas, Eliades, Watts 2000). Essa propriedade transiente que ocorre durante a polimerização da resina composta foi simulada no MEF (Figuras 3, 4 e 5) pela simulação crescente do Módulo de Elasticidade durante a polimerização.

Na literatura, as pesquisas que avaliam a deformação devido à contração de polimerização nas restaurações de resina composta estão correlacionadas com: a qualidade da adesão, Fator C que é a relação entre o número de paredes aderidas e a deformação da restauração, tipo de cavidade de Classe I ou Classe II e o tamanho da cavidade (Cho et al. 2011; Van Ende et al. 2015; Versluis et al. 2004). A análise em μTC é utilizada para restaurações de Classe I e DIC para restaurações de Classe II e ambas utilizam marcadores para determinar o deslocamento dos vetores de deformação na análise espacial. A literatura destaca que a ancoragem proporcionada pelo adesivo às paredes circundantes permitirá a deformação elástica, mas ela será apenas uma fração da deformação de contração total da restauração sem adesivo ou pouco aderida (Kim HJ, Park 2014; Fok 2013). A análise em 2D da contração de polimerização de resinas sem restrições mostraram que os vetores de deslocamento estavam direcionados para o centro geométrico da restauração, independente do volume, diâmetro ou tamanho da amostra, caracterizando um movimento centrípeto (Kweon et al. 2013). Em análises 3D em restauração Classe I sem utilização de adesivo os resultados para vetores de deslocamento foram semelhantes, e em geral, demonstraram o aparecimento de lacunas entre a resina composta e a cavidade (Kweon et al. 2013; Chiang et al. 2010; Takemura et al. 2014). Portanto, há uma correlação direta entre a utilização de adesivos e a deformação final das restaurações, porém devido à dinâmica do processo de polimerização e ao aumento no Módulo de Elasticidade, quando a tensão de contração torna-se mais alta que a resistência adesiva tardiamente durante o processo de polimerização ocorrerá formação de espaços limitados, mas se ocorrer prematuramente à formação de espaços tornar-se-á mais extensa e mais profunda (Irie et al. 2014). A conformidade da cavidade também altera a qualidade da adesão (Bouillaguet et al. 2001).

Essas afirmações podem explicar o sentido dos vetores de deslocamento e o descolamento da parede de fundo observado em alguns trabalhos, mas que foi reproduzido em laboratório no Grupo II desse trabalho. A estratificação da contração de polimerização desde a superfície para o fundo da cavidade (Silikas, Eliades, Watts 2000; Li et al. 2009) e a ancoragem criada nas paredes laterais da restauração tracionam na direção de baixo pra cima o corpo da restauração desde o assoalho, desde que a adesão não tenha alcançado resistência suficiente para contrapor a esse movimento, devido à profundidade e a baixa intensidade de luz. Chiang et al. (2010) observaram que quando utilizaram uma resina tipo “flow” pra classificar os vetores de movimento em restaurações adesivas de Classe I em molares humanos como Tipo I o movimento simétrico predominante em direção de baixo para cima, e como Tipo II o movimento direcionado para a lateral da cavidade, que pode ser considerado um movimento mais assimétrico. Nas imagens utilizadas para classificar os vetores é possível observar que os mesmos estão direcionados para o lado onde há maior espessura de esmalte; onde se observa maior ancoragem é para onde foi dirigida a deformação. Van Ende et al. 2015 também utilizaram uma resina composta com índice de contração volumétrica linear de 4% em restauração de Classe I com 4mm de profundidade, e observaram um descolamento da restauração do assoalho da cavidade e o aparecimento de espaço, o que não foi observado nas restaurações com 2 mm de profundidade.

Em nosso trabalho a deformação da superfície oclusal observada na imagem de D.I.C. (Figuras 6 e 7) configurou o movimento óptico de vetores de tensão de encolhimento amplificado 10 vezes, e representa a deformação total observada no Grupo I (Fig 6) e no Grupo II (Fig 7), e que foram comparadas com os resultados obtidos pelo MEF no Grupo I (Fig 8) e no Grupo II (Fig 9). O padrão de deslocamento observado na superfície oclusal proximal no Grupo I foi de grande intrusão da superfície oclusal, mas mantendo a adesão as paredes, e o centro da polimerização localizado próximo ao assoalho da cavidade, resultados similares aos observados na literatura (Chuang S, Chen T, Chang 2008; Chuang S, Chang C, Chen 2011). O padrão de deslocamento observado na superfície oclusal proximal no Grupo II foi de quase metade da intrusão observada no Grupo I, mas também mantendo a adesão as paredes, o centro da

polimerização localizado próximo ao centro geométrico da restauração, e houve um deslocamento positivo observado próximo ao assoalho da cavidade, com o aparecimento de espaço, resultados similares aos observados em restaurações de Classe I na literatura (Chiang et al. 2010; Van Ende et al. 2015).

Chuang et al. (2011) também utilizaram DIC e restaurações de Classe II na análise da deformação das restaurações de resina em dentes humanos e observaram que os resultados para vetores de contração de polimerização foram uma resposta à condição de adesão, e que o aumento da profundidade da cavidade tem significativa relação com aumento de tensões de contração e da incidência de falha na adesão. Os resultados também demonstraram grande similaridade com os resultados do nosso trabalho, as imagens de vetores de deslocamento (Figura 6) apresentaram padrão semelhante tanto na direção quanto na posição do centro de contração produzidos, entretanto o método de restauração utilizado por Chuang foi restauração em quatro incrementos de 1 mm e em nosso trabalho foi de preenchimento em incremento único e as resinas utilizadas foram Z250 e Z100, respectivamente. No nosso trabalho verificou-se que o centro de contração estava localizado em diferentes posições, e o padrão dos vetores da contração de polimerização que podem ocorrer nas restaurações de incremento único são influenciados pelo número de paredes e da altura das cúspides (Kim, Park 2014). Em restaurações de 4 mm de profundidade restauradas em incremento único há uma maior probabilidade de descolamento no assoalho, a simulação da descolagem observada no Grupo II produziu resultados semelhantes aos observados em outros trabalhos que também utilizaram substratos adesivos artificiais, mas foram produzidos em restaurações de Classe I (Cho et al. 2014; Van Ende et al. 2015), entretanto, quando comparados com resultados de deslocamento de vetores em restaurações de Classe I em dentes naturais, os resultados foram diferentes, pois a deformação observada tomava sentido para um dos lados da cavidade ou para a oclusal (Chiang et al. 2010). O padrão de deformação de vetores simétrico entre a superfície e o fundo da cavidade também foi observado nas restaurações de Classe I que apresentam falha na adesão na parede de fundo (Martinsen, El-Hajjar, Berzins 2013; Cho et al. 2014).

Os resultados do MEF mostraram que o movimento de vetores numa linha axial central tem o mesmo comportamento e o mesmo tamanho quando comparados com D.I.C, vetores próximos às paredes laterais na FEA mostraram duas direções diferentes, mas se considerarmos vetores resultantes, eles são similares aos resultados com análise por D.I.C (Figuras 12 e 13). Ambos os grupos apresentaram um movimento simétrico entre o centro geométrico e paredes laterais, o que caracteriza que a adesão às paredes foi preservada em ambos os lados, e a simetria pode ser explicada pelo substrato adesivo único (alumínio), pela mesma área nas paredes laterais e mesma espessura de cúspide, pela posição central do aparelho fotopolimerizador na superfície oclusal e pela técnica em incremento único usada para preencher a cavidade. A adesão às paredes restringiu a deformação irrestrita da restauração devido à contração de polimerização, e sempre que a união for mantida durante toda a reação de polimerização maior será a deformação da superfície oclusal livre como ocorreu no Grupo I, caracterizando uma deformação restringida tridimensionalmente. Os resultados observados no Grupo II demonstraram um movimento simétrico dos vetores entre a superfície oclusal e o assoalho da cavidade, como uma imagem especular, caracterizando uma deformação restringida bidimensionalmente. A contração de polimerização teórica com base no padrão de contração volumétrica de 2,5% foi 33,3 e 16,7 micrômetros para os dois grupos testados e os maiores deslocamentos experimentais foram provavelmente causados pelo slumping do compósito. A deformação total tridimensional da restauração observada no Grupo I produziu a máxima deformação na superfície oclusal livre, o que está de acordo com pesquisas anteriores (Kweon et al. 2013; Chiang et al. 2010; Cho et al. 2014; Van Ende et al. 2015; Irie et al. 2014).

O valor máximo de deslocamento de vetores medidos numa linha axial no centro das restaurações também comparou os resultados do Grupo I e II de DIC e MEF (Figuras 12 e 13). No Grupo I o máximo deslocamento oclusal medido numa linha axial central de 34.7 ± 6.7 micrômetros e no Grupo II o deslocamento máximo oclusal medido foi de 21.3 ± 3.4 micrômetros. A diferença entre os dois grupos foi estatisticamente significativa (valor de $p = 0,0007$). O deslocamento devido a contração de polimerização teórico, com base numa índice de contração volumétrica de 2,5%, foi de 33,3 e 16,7 micrômetros para os dois grupos. A hipótese de que o deslocamento da superfície da restauração tem uma correlação com descolagem no assoalho foi confirmado para análise do D.I.C. que também validou resultados do MEF. No Grupo I, o deslocamento negativo da superfície foi 15 microns a mais que do Grupo II, enquanto no Grupo I o deslocamento positivo no assoalho da cavidade foi de 5 microns e no Grupo II foi de 20 microns. Os resultados observados por outros autores (Kweon et al. 2013; Cho et al. 2014; Van Ende et al. 2015) encontraram comprimento vetores (resultados médios) em todas as direções $29,8 \pm 19,1 \mu\text{m}$, em cavidades de Classe I, Van Ende et al. 2015 encontraram deslocamento de vetores em cavidade com 4 mm de $54,96 \pm 30,32 \mu\text{m}$.

Em conclusão o método utilizado demonstrou que há uma correlação entre a intrusão máxima no centro da restauração se a adesão for preservada durante a fotopolimerização e que será menor caso haja desadaptação no assoalho da cavidade. Os resultados de DIC e MEF foram semelhantes tanto na direção quanto no tamanho do deslocamento predizendo corretamente como a falha na adesão altera a deformação total da restauração e a intrusão da superfície oclusal. Em trabalhos futuros o método poderá ser utilizado para verificar a influência da intensidade de luz na adesão ao assoalho da cavidade e também o comportamento de restauração de resina em cavidade de Classe II.

AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa foi apoiada pelo MDRCBB (Minnesota Dental Research Center for Biomaterials and Biomechanics) e pelo CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa – Brasil).

NOMENCLATURA

DIC – Digital Image Correlation
 μ TC – Micro Tomografia Computadorizada
 $d\epsilon$ – deformação total
 μm – Microns.

8 - REFERÊNCIAS

- Asmussen E, Peutzfeldt A. Short communication: polymer structure of a light-cured resin composite in relation to distance from the surface. *Eur J Oral Sci* 2003;111:277–9.
- Stansbury JW, Trujillo-Lemon M, Lu H, Ding X, Lin Y, Ge J. Conversion-dependent shrinkage stress and strain in dental resins and composites. *Dent Mater* 2004;21:56–67.
- Watts DC, Cash AJ. Determination of polymerization shrinkage kinetics in visible-light-cured materials: methods development. *Dent Mater* 1991;7:281–7.
- Ataia M, Watts D. A new kinetic model for the photopolymerization shrinkage-strain of dental composites and resin-monomers. *Dent Mater* 2006; 22: 785–91.
- Silikas, N., G. Eliades, and D. C. Watts. Light intensity effects on resin-composite degree of conversion and shrinkage strain. *Dent Mater* 2000;16.4: 292-296.
- Chuang S, Chen T, Chang C. Application of digital image correlation method to study dental composite shrinkage. *Strain* 2008;44:231–8.
- Chuang S, Chang C, Chen T. Spatially resolved assessments of composite shrinkage in MOD restorations using a digital-image-correlation technique. *Dent Mater* 2011;27:134–43.
- Li J, Fok A, Satterthwaite J, Watts D. Measurement of the full-field polymerization shrinkage and depth of cure of dental composites using digital image correlation. *Dent Mater* 2009;25:582–8
- Martinsen M, El-Hajjar RF, Berzins DW. 3D full field strain analysis of polymerization shrinkage in a dental composite. *Dent Mater* 2013;29:e161–7, <http://dx.doi.org/10.1016/j.dental.2013.04.019>.
- Andrew Lau, Jianying Li, Young Cheul Heo, Alex Fok A study of polymerization shrinkage kinetics using digital image correlation. *dental materials* 31 (2015) 391–398.
- Chuang S, Chang C, Chen T. Contraction behaviors of dental composite restorations — Finite element investigation with DIC validation. *Journal of mechanical behavior of biomedical material* 2011; 4: 2138-49.
- Kweon H-J, Ferracane JL, Kang K, Dhont J, Lee I-B. Spatio-temporal analysis of shrinkage vectors during photopolymerization of composite. *Dent Mater* 2013;29:1236–43.
- Chiang Y-C, Rösch P, Dabanoglu A, Lin C-P, Hickel R, Kunzelmann K-H. Polymerization composite shrinkage evaluation with 3D deformation analysis from micro CT images. *Dent Mater* 2010;26:223–31.
- Cho E, Sadr A, Inai N, Tagami J. Evaluation of resin composite polymerization by three dimensional micro-CT imaging and nanoindentation. *Dent Mater* 2011;27:1070–8.
- Van Ende A, Van Castele E, Depypere M, Munck J, Lia X, Maes F, Wevers M, Van Meerbeek B. 3D volumetric displacement and strain analysis of composite polymerization. *Dent Mater* 2015;31: 453–61.
- Kim HJ, Park SH. Measurement of the internal adaptation of resin composites using micro-CT and its correlation with polymerization shrinkage. *Oper Dent* 2014;39:57–70.
- Takemura Y, Hanaoka K, Kawamata R, Sakurai T, Teranaka T. Three-dimensional X-ray micro-computed tomography analysis of polymerization shrinkage vectors in flowable composite. *Dent Mater J* 2014;33:476–83.
- Irie M, Tanaka J, Maruo Y, Nishigawa. Vertical and horizontal polymerization shrinkage in composite restorations. *Dent Mater* 2014;30: e189-98.
- Davidson CL, De Gee A, Feilzer JA. The competition between the composite-dentin bond strength and the polymerization contraction stress. *J Dent Res* 1984;63:1396–9.
- Fok ASL. Shrinkage stress development in dental composites — An analytical treatment. *Dent Mater* 2013; 29: 1108–5.
- Versluis A, Tantbirojn D, Pintado MR, DeLong R, DouglasWH. Residual shrinkage stress distributions in molars after composite restoration. *Dent Mater* 2004;20:554-644.
- Loguercio AD, Reis A, Ballester RY. Polymerization shrinkage: effects of constraint and filling technique in composite restorations. *Dental Materials* 2004; 20: 236–43.
- Van Ende A, De Munck J, Van Landuyt KL, Poitevin A, Peumans M, Van Meerbeek B. Bulk-filling of high C-factor posterior cavities: Effect on adhesion to cavity-bottom dentin. *Dent Mater* 2013;29: 269–77.
- Niu Y, Ma X, Fan M, Zhu S. Effects of layering techniques on the micro-tensile bond strength to dentin in resin composite restorations. *Dent Mater* 2009;29: 129–34.

- Bakhsh T A, Sadr A, Shimada Y, Mandurah M M, Hariri I, Alsayed EZ, Tagami J, Sumi Y. Concurrent evaluation of composite internal adaptation and bond strength in a class-I cavity. *Journal of Dentistry* 2013; 41: 60 – 70.
- Kwon Y, Ferracane J, Lee I. Effect of layering methods, composite type, and flowable liner on the polymerization shrinkage stress of light cured composites. *Dent Mater* 2012;28: 801–9.
- Bouillaguet S, Ciucchi B, Jacoby T, Wataha JC, Pashley D. Bonding characteristics to dentin walls of class II cavities, in vitro *Dent Mater* 2001;17: 316-21.
- Schneider LFJ, Cavalcante LM, Silikas N. Shrinkage Stresses Generated during Resin-Composite Applications: A Review. *J Dent Biomech* 2010:2010.
- Boaro LC., Frões-Salgado NR, Gajewski VES, Bicalho AA, Valdivia ADCM, Soares CJ, Miranda Junior, Braga RR. Correlation between polymerization stress and interfacial integrity of composites restorations assessed by different in vitro tests. *Dent Mater* 2014; 30: 984–2.
- Braga RR, Ballester RY, Ferracane JL. Factors involved in the development of polymerization shrinkage stress in resin-composites: A systematic review. *Dent Mater* 2005;21; 962-70.
- Rodolpho PAR, Cenci MS, Donassollo TA, Loguercio AD, Demarco FF. A clinical evaluation of posterior composite restorations: 17-year findings. *J Dent*. 2006 Aug;34(7):427-35.
- Boaro LC, Brandt WC, Meira JC, Rodrigues FP, Palin WM, Braga RR. Experimental and FE displacement and polymerization stress of bonded restorations as a function of the C-factor, volume and substrate stiffness. *J Dent* 2014;42:140–8.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Computação Científica

AGENTE TOMADOR DE DECISÕES BASEADAS EM LÓGICA FUZZY NO JOGO DE PÔQUER

Heitor Magno Rodrigues Junior, heitormrjunior@hotmail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Associação ampla UFSJ/CEFET-MG
Pça. Frei Orlando, 170, Centro - 36307-352 - São João del-Rei, MG, Brasil

Leonardo Bonato Felix, leobonato@ufv.br

Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Viçosa
Av. Peter Henry Rolfs, s/n, Campus Universitário - 36570-900 - Viçosa, MG, Brasil

Erivelton Geraldo Nepomuceno, nepomuceno@ufsj.edu.br

Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de São João del-Rei
Pça. Frei Orlando, 170, Centro - 36307-352 - São João del-Rei, MG, Brasil

André Luiz Carvalho Ottoni, andreottoni@ymail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Associação ampla UFSJ/CEFET-MG
Pça. Frei Orlando, 170, Centro - 36307-352 - São João del-Rei, MG, Brasil

Resumo. *Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um agente tomador de decisões para o jogo de cartas pôquer. Para isso, foi desenvolvido um sistema baseado em lógica fuzzy, técnica discutida dentro do campo de conhecimentos da Inteligência Artificial. A complexidade envolvida no pôquer devido ao grande número de combinações de jogadas e cartas, aliada à falta de experiência, faz com que jogadores iniciantes tenham grande dificuldade nas tomadas de decisões e, principalmente, no aprendizado do jogo. Esse fato, portanto, foi a motivação para o desenvolvimento de um sistema fuzzy que auxilie a tomada de decisão do jogador, facilitando o entendimento e aprendizado do pôquer. O agente foi desenvolvido em Matlab e considera uma série de fatores para cada estado do jogo, como posição do jogador, quantidade de fichas restantes, quantidade de fichas já apostadas, ação do oponente, força da mão e estágio do jogo. O software usado para fazer o teste e a comparação do algoritmo foi o PokerTH, um simulador gratuito da modalidade Texas Hold'em, disponível em sistemas operacionais Unix-like e também no Microsoft Windows. A eficácia do sistema inteligente desenvolvido foi analisada pela comparação dos resultados obtidos em partidas desse agente e outros três tipos de jogadores virtuais contra um mesmo adversário. O jogador que toma decisões baseadas no algoritmo desenvolvido neste trabalho obteve o melhor resultado entre os agentes analisados. O sistema inteligente desenvolvido foi o único a vencer mais do que ser derrotado pelo jogador adversário.*

Palavras-chave: *Lógica Fuzzy, Inteligência Artificial em Jogos, Pôquer*

1. INTRODUÇÃO

A lógica *fuzzy* é a lógica baseada na teoria dos conjuntos *fuzzy*, desenvolvida por Zadeh (1965). Ela difere dos sistemas lógicos tradicionais em suas características e seus detalhes. Nesta lógica, o raciocínio exato corresponde a um caso limite do raciocínio aproximado, sendo interpretado como um processo de composição de relações nebulosas. Portanto, a lógica *fuzzy* constitui a base do campo de Inteligência Artificial (IA) para o desenvolvimento de métodos e algoritmos de modelagem e controle de processos, permitindo a redução da complexidade de projeto e implementação, tornando-se a solução para problemas intratáveis por técnicas clássicas (Gomide e Gudwin, 1994).

Dessa forma, informações difíceis de se quantificar e que fogem do conceito da lógica binária, podem ser tratadas pela

lógica *fuzzy*, que possui aplicação nas mais diversas áreas, como análise de dados (Moraes, 2008), reconhecimento de padrões (Cunha *et al.*, 2007), sistemas especialistas (Bilobrovec *et al.*, 2004), testes de software (Rabelo e Moita, 2014), modelagem computacional (Braga e Moita, 2014), diagnósticos de falhas (Cruz *et al.*, 2015), análise de incertezas (Pinto *et al.*, 2015), entre outras.

Dentre as diversas aplicações e problemas que envolvem dados incertos, está o problema de tomada de decisões em jogos de cartas, como no jogo de pôquer. Alguns trabalhos já trataram esse problema com o desenvolvimento de agentes com estratégias baseadas no comportamento dos adversários para definir quais ações deveriam ser tomadas (Benjamim *et al.*, 2012; Ziółko *et al.*, 2012). Nesse trabalho, procura-se desenvolver um sistema *fuzzy* com estratégia baseada em diversos outros fatores presentes no jogo, que auxilie na tomada de decisão de jogadores iniciantes.

O principal motivo de se desenvolver esse sistema, baseia-se no fato de que o pôquer aparenta ser trivial devido à simplicidade de suas regras, em que qualquer pessoa pode aprendê-las em poucos minutos. Porém, é um jogo que não exige apenas o conhecimento das regras, mas também a experiência dos jogadores para que as melhores decisões sejam tomadas (Sklansky, 1999).

Este artigo está organizado em cinco sessões: a próxima sessão descreve os conceitos que servirão como base para melhor entendimento do trabalho; a sessão 3 apresenta a aplicação do sistema *fuzzy* no jogo de pôquer; os resultados obtidos podem ser vistos na seção 4; finalmente, a sessão 5 apresenta as conclusões e propostas futuras de trabalho.

2. CONCEITOS BÁSICOS

2.1 Sistemas Fuzzy

Na teoria de conjuntos clássica, um elemento ou pertence a um conjunto ou não. Dado um universo U e um elemento particular $x \in U$, o grau de pertinência $\mu_A(x)$ com respeito a um conjunto $A \subset U$ é dado por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

Zadeh (1965) propôs uma caracterização mais ampla, sugerindo que alguns elementos são mais membros de um conjunto do que outros. Segundo essa caracterização, o fator de pertinência pode assumir qualquer valor entre 0 e 1, sendo que o valor 0 indica uma completa exclusão e um valor 1 representa completa pertinência. Essa generalização aumenta o poder de expressão da função característica (Gomide e Gudwin, 1994). Formalmente, tem-se que:

$$\mu_A : U \rightarrow [0, 1] \quad (2)$$

Para expressar conceitos, é muito comum o uso de elementos qualitativos ao invés de valores quantitativos. Elementos típicos incluem "mais ou menos", "muito", "pouco", "médio", etc. Essas ideias são capturadas pela definição de variável linguística, que ao invés de assumir instâncias numéricas, assume valores dentro de um conjunto de termos linguísticos, ou seja, palavras ou frases. Por exemplo, uma variável linguística *Temperatura* pode assumir como valor um dos membros do conjunto $\{baixa, média, alta\}$. Para se atribuir um significado aos termos linguísticos, associa-se cada um destes a um conjunto *fuzzy* definido sobre um universo de discurso comum, como mostrado na Fig. 1 (Gomide e Gudwin, 1994).

A forma mais comum de expressar o conhecimento é por meio de regras. As regras *fuzzy* descrevem situações específicas que podem ser submetidas a análise de um painel de especialistas, e cuja inferência conduz a algum resultado desejado. Cada regra *fuzzy* é composta por uma parte antecedente e uma parte consequente, resultando em uma estrutura do tipo "se-então", onde a parte antecedente descreve uma condição e define uma região *fuzzy* no espaço das variáveis de entrada do sistema, enquanto a parte consequente descreve uma conclusão ou ação a ser tomada, além de descrever uma região no espaço das variáveis de saída do sistema. A elaboração das regras constitui um aspecto fundamental no desempenho do sistema de inferência *fuzzy* (Klir e Yuan, 1995).

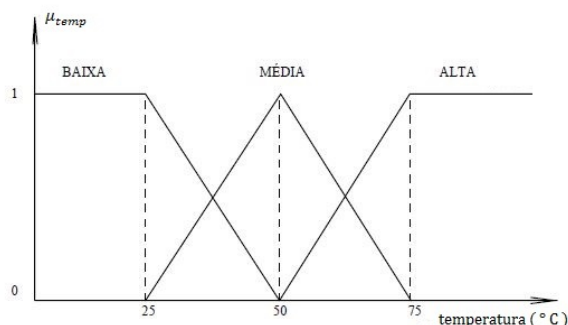


Figura 1. Variável linguística *temperatura*. Fonte: (Gomide e Gudwin, 1994).

Além da base de regras, um sistema de inferência é composto pelo módulo de *fuzzificação*, que é o que modela matematicamente a informação das variáveis de entrada por meio de conjuntos *fuzzy*. O sistema também é composto pelo módulo de inferência, que é onde se definem quais são os conceitos lógicos usados para estabelecer a relação *fuzzy* que modela a base de regras. Finalmente, no módulo de *defuzzificação*, os resultados difusos da inferência são transformados em valores de saída, onde uma interpretação dessas informações é realizada (Pedrycz e Gomide, 1998).

Portanto, por serem sistemas capazes de processar eficientemente informações imprecisas e qualitativas de forma geral, os modelos de inferência *fuzzy* são especialmente adequados em processos que exigem tomadas de decisão baseadas em conhecimento e experiência sobre um determinado estado do processo ou da situação (Rezende, 2003).

2.2 Lógica Fuzzy no Matlab

O software *Matlab* apresenta o *Fuzzy Logic Toolbox*, ferramenta usada para analisar, projetar e simular sistemas baseados em lógica *fuzzy*. Essa ferramenta permite criar e editar sistemas *fuzzy* de inferência no *Matlab* ou Simulink (MathWorks e Wang, 1998).

O tipo de método de análise *fuzzy* utilizado no trabalho foi o *Mandani*, padrão do *Matlab*, que também apresenta como opção o método *Sugeno*. Para melhor entendimento destes e de outros métodos de inferência e *defuzzificação*, recomenda-se a leitura de (Pedrycz e Gomide, 1998).

2.3 Texas Hold'em Poker

O *Texas Hold'em Poker* é uma das variáveis do pôquer e atualmente é a modalidade mais popular desse jogo. Basicamente, os jogos de pôquer consistem em maximizar os ganhos e minimizar as perdas de fichas, que são apostadas em cada estágio da rodada. Ao final de cada rodada, ganha o jogador que ainda estiver no jogo e possuir a melhor combinação possível com cinco cartas de um baralho completo. O jogador que ganha a rodada, leva o total das apostas feitas, chamado de pote. As definições abaixo foram retiradas de Bello (2008).

Cada rodada do *Texas Hold'em Poker* é composta por quatro estágios, onde, em cada estágio, há uma rodada de apostas. Essa modalidade geralmente é disputada entre até nove jogadores. A distribuição das cartas e a ordem das apostas é sempre realizada no sentido horário. Em cada rodada, um dos jogadores terá o botão do *dealer* a sua frente, indicando que as ações começam com o jogador a sua esquerda, de modo que o jogador com o botão seja o último a agir.

Os *blinds* são apostas obrigatórias que devem ser feitas pelos jogadores nas duas posições imediatamente a esquerda do *dealer*, antes mesmo de receber suas cartas. O primeiro jogador a esquerda, chamado de *small blind* deposita metade do valor do segundo jogador, que aposta o *big blind*.

Feito isso, são distribuídas duas cartas fechadas a cada um dos jogadores da mesa. O primeiro jogador a esquerda do *big blind* começa a primeira rodada de apostas, onde os jogadores possuem 3 opções de ação:

- *Fold*: desistir da mão;

- *Call*: pagar a aposta anterior e ir para o próximo estágio da rodada;
- *Raise*: aumentar a aposta feita anteriormente.
- *Check*: caso nenhum jogador tenha aumentado e o jogador que está no *big blind* não deseje aumentar, ele passa a jogada.

Após os jogadores terem tomado suas decisões no primeiro estágio, são abertas três cartas comunitárias na mesa, o que é o chamado *flop*. Então uma nova rodada de apostas se segue. O próximo estágio é o *turn*, onde mais uma carta comunitária é aberta na mesa, seguido por mais uma rodada de apostas. Finalmente, o último estágio é o *river*, onde mais uma carta comunitária é aberta na mesa e mais uma rodada de apostas é feita. Em qualquer estágio, caso algum jogador faça uma aposta e todos os demais desistam, ele leva o pote e a rodada é finalizada.

A modalidade abordada no trabalho foi o *Texas Hold'em Heads-Up Poker*, que segue as mesmas regras descritas acima, porém a disputa é entre dois jogadores.

2.3.1 Classificação das Mãos

No pôquer, as combinações de cartas ou mãos, são classificadas melhores que outras baseando-se nos termos abaixo:

- O valor individual de cada carta: onde a carta de menor valor é o 2 e a de maior valor o Ás, apesar deste também poder assumir o valor de 1 no caso de sequências A-2-3-4-5;
- Naipes não tem valor: mãos idênticas com naipes diferentes são equivalentes;
- Uma mão sempre consiste da combinação de cinco cartas;
- Cartas são combinadas primeiramente por combinação, depois por valor individual: mesmo a menor mão de uma combinação possível vence todas as outras mãos de combinações menores.

3. METODOLOGIA

O agente tomador de decisões no jogo de pôquer *Texas Hold'em Heads-Up* apresenta um algoritmo desenvolvido no software *Matlab* que considera uma série de fatores para cada estágio do jogo, de acordo com a posição em que o jogador se encontra na mesa e a ação do jogador oponente. Sendo assim, são usadas várias regras de inferência de acordo com o estado em que o jogo se encontra. A Figura 2 mostra, através de um diagrama de blocos, como são feitas as tomadas de decisões no estágio *flop*.

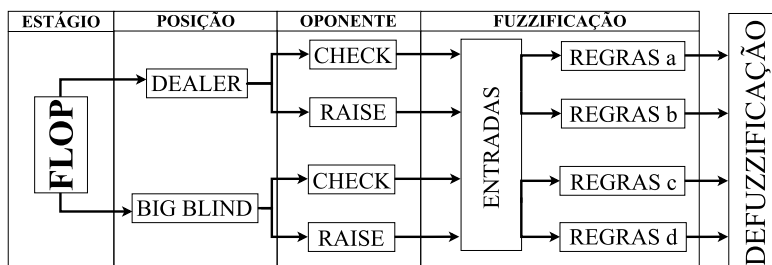


Figura 2. Esquema de tomada de decisão no *flop*.

3.1 Parâmetros e Variáveis Linguísticas

Além do estágio do jogo (*pré-flop*, *flop*, *turn* ou *river*), posição do jogador (*dealer* ou *big blind*) e ação do oponente (*fold*, *call*, *check* ou *raise*), os parâmetros utilizados como entrada para a tomada de decisão na jogada foram:

- Tamanho do pote: pequeno, médio ou grande;
- Tamanho da aposta do oponente: baixa, média ou alta;
- Fichas do jogador: poucas, médio ou muitas;
- Força da Mão: baixa, média ou alta.

Os pesos dados para cada parâmetro de entrada são diferentes e dependem do estágio da rodada. Em geral, parâmetros como posição e força da mão, possuem mais influência na tomada de decisão do que o tamanho do pote, por exemplo.

3.2 Regras de Inferência

Para cada estágio do jogo, existe uma respectiva regra de inferência. No total, o algoritmo é composto por 23 regras de inferência, cada uma considerando um tipo de estratégia. As regras foram definidas e adaptadas de literaturas relacionadas à modalidade (Moshman, 2010; Bello, 2009; Zadeh, 1977). A Figura 3 apresenta o conjunto das regras de inferência para o estágio *flop* e posição *dealer*, após uma aposta do oponente.

Se	MÃO	BAIXA					então	AÇÃO	FOLD
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	POUCAS			então	AÇÃO	ALL IN
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	BAIXA	então	AÇÃO	CALL
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	MÉDIA	então	AÇÃO	CALL
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	ALTA	então	AÇÃO	FOLD
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MUITAS	APOSTA	BAIXA	então	AÇÃO	ALL IN
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MUITAS	APOSTA	MÉDIA	então	AÇÃO	CALL
Se	MÃO	MÉDIA	FICHAS	MUITAS	APOSTA	ALTA	então	AÇÃO	FOLD
Se	MÃO	ALTA	FICHAS	POUCAS			então	AÇÃO	ALL IN
Se	MÃO	ALTA	FICHAS	MUITAS			então	AÇÃO	ALL IN
Se	MÃO	ALTA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	BAIXA	então	AÇÃO	RAISE
Se	MÃO	ALTA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	MÉDIA	então	AÇÃO	CALL
Se	MÃO	ALTA	FICHAS	MÉDIO	APOSTA	ALTA	então	AÇÃO	ALL IN

Figura 3. Regras de inferência para o *flop*, na posição *dealer*, depois de uma aposta do oponente.

3.3 Saída Obtida

Para todos os casos, a saída obtida é um valor numérico entre 0 e 1, que representa a agressividade da ação a ser tomada pelo jogador. O algoritmo *defuzzifica*, ou seja, interpreta o valor obtido na saída e o relaciona a uma informação precisa para a tomada de decisão do jogador.

Desse modo, saídas próximas de 0 tendem resultar em ações passivas, como desistência de jogar a rodada (*fold*). Já saídas com valores próximos a 1 tendem a culminar em ações mais agressivas, como apostas (*raise*), apostas em cima de apostas (*re-raise*) ou até mesmo apostas de todas as fichas do jogador (*all in*).

3.4 Eficiência do Algoritmo

O método usado para verificar a eficácia do tomador de decisões desenvolvido, foi comparar os resultados obtidos de um jogador controlado pelo algoritmo e outros tipos de jogadores contra um mesmo adversário. Foram usados nessa comparação, além do tomador de decisões baseadas em lógica *fuzzy*, outros três tipos de jogadores:

- **Jogador Check/Call:** jogador que sempre paga (*call*) as apostas feitas pelo oponente, a não ser que este não tenha feito nenhuma aposta no estágio. Neste último caso, o jogador passa a jogada (*check*);
- **Jogador Raise:** jogador que sempre faz apostas (*raise*) em qualquer estágio do jogo. Além disso, quando o oponente faz alguma aposta ou aumenta uma aposta já feita, ele aumenta ainda mais;
- **Jogador Random:** jogador que toma decisões aleatórias a cada turno, ou seja, não tem um padrão de jogo e não define a ação baseando-se em algum fator.

3.5 Software de Pôquer Usado

O software usado para fazer o teste e a comparação do algoritmo do agente tomador de decisões no jogo de pôquer foi o *PokerTH*, um simulador gratuito da modalidade *Texas Hold'em* disponível em sistemas operacionais *Unix-like*, como *Linux*, *BSD*, *OS X*, *Android* e também no *Microsoft Windows*. O software permite que o jogador jogue contra oponentes controlados pela máquina ou outros usuários online.

A escolha deste software se deu por muitos fatores, principalmente por ser um software acessível, bastante conhecido, além apresentar facilidade na configuração dos jogos e qualidade dos programas que controlam os jogadores virtuais. Além disso, para jogadores iniciantes, o *PokerTH* é uma grande ferramenta para se adquirir experiência e aprender mais sobre o jogo.

Foram jogadas 50 partidas com cada tipo de jogador contra o virtual controlado pelo software, de modo que a análise feita a partir da comparação dos resultados fosse bastante ampla. É importante salientar que uma partida se completa quando um dos jogadores fica sem todas as fichas. Portanto, geralmente, são necessárias várias rodadas para que se chegue a uma partida completa.

4. RESULTADOS

A Tabela 1 apresenta os resultados de cada tipo de jogador contra o mesmo oponente controlado pelo software *PokerTH*. A tabela detalha o número médio de mãos jogadas a cada rodada e a porcentagem de vitórias e derrotas.

Tabela 1. Resultados de cada tipo de jogador contra o *PokerTH*.

Jogador	Média de Mãos	Vitórias	Derrotas
Random	16,0	10,0%	90,0%
Check/Call	9,68	20,0%	80,0%
Raise	5,58	32,0%	68,0%
Fuzzy	15,54	56,0%	44,0%

Pela análise da Tabela 1, pode ser observado que o jogador que apresentou o pior resultado foi o jogador *Random*, que define suas ações aleatoriamente. Esse jogador apresentou uma taxa de sucesso de 10,0%, vencendo apenas 5 mãos das 50 disputadas. O segundo pior caso foi o do jogador *Check/Call*, que sempre passa a jogada ou paga a aposta do oponente, apresentando uma taxa de fracasso de 80,%, ou seja, o jogador perdeu 40 mãos das 50 jogadas. Já o jogador *Raise* obteve melhores resultados em relação aos anteriores, com uma taxa de sucesso de 32,0%, vencendo 16 mãos das 50 disputadas.

Finalmente, o jogador que toma decisões baseadas no algoritmo desenvolvido neste trabalho e leva em conta a lógica *fuzzy*, foi o que obteve não só o melhor resultado entre os jogadores analisados, mas o único a vencer mais do que ser derrotado pelo jogador virtual. Para esse caso, obteve-se uma taxa de sucesso de 56,0%, ou seja, das 50 partidas jogadas, o jogador *Fuzzy* venceu 28.

Outro fator descrito na Tabela 1 é o número médio de mãos jogadas a cada rodada por cada tipo de jogador enfrentando o mesmo oponente. Pode-se observar que esse parâmetro não tem influência significativa no resultado final, uma vez que tanto o pior quanto o melhor resultado apresentam números médios de mãos jogadas a cada rodada próximos. Como era de se esperar, o número médio de mãos jogadas dos jogadores com ações fixas (*Check/Call* e *Raise*) é menor devido à agressividade das ações.

5. CONCLUSÃO

Pela análise dos resultados, pode-se concluir que o objetivo do trabalho foi alcançado, uma vez que o resultado obtido pelo agente tomador de decisões baseadas em lógica *fuzzy* sugere que o algoritmo desenvolvido é melhor ou pelo menos tão bom quanto o usado para controlar o jogador virtual do software. Isso mostra que é uma ferramenta confiável e útil no aprendizado de jogadores iniciantes no jogo de pôquer.

Os casos dos jogadores *Random*, *Check/Call* e *Raise* lançam sugestões no sentido em que o jogo de pôquer não é definido apenas pelo fator sorte, mostrando que tomadas de decisões que não sejam baseadas em fatores como posição, número de fichas, força da mão, entre outras, apresentam grande chance de levar o jogador ao fracasso.

Além disso, os resultados para esses três tipos de jogadores sugerem que o fator agressividade tem influência nos resultados obtidos, uma vez que, para esses três casos, os melhores resultados foram obtidos com o tipo de jogador com ações mais agressivas.

Pretende-se no futuro associar este trabalho com Ziółko *et al.* (2012), de modo que o algoritmo seja capaz de não somente tomar decisões baseadas em lógica fuzzy, mas também usar as redes neurais para prever as ações do oponente. Além disso, pretende-se expandir o código para outras modalidades mais conhecidas como *Omaha* e *Five-Card Draw*, além do próprio *Texas Hold'em* para mais jogadores.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à CAPES, CNPq/INERGE, FAPEMIG e à Universidade Federal de São João del-Rei pelo apoio.

NOMENCLATURA

IA	Inteligência Artificial
U	Conjunto Universo
x	Elemento que pertencente ao Conjunto Universo
A	Subconjunto do Conjunto Universo
$\mu_A(x)$	Função de Pertinência com respeito ao conjunto A

REFERÊNCIAS

- Bello, L., 2008. *Aprendendo a Jogar Poker - Princípios, Técnica e Prática*. Nova Fronteira.
- Bello, L., 2009. *Dominando a Arte do Poker*. Nova Fronteira.
- Benjamim, A.G., Junior, J.J.P.F., Diniz, Y.S. e Gomes, I.R., 2012. “Abordagem híbrida fuzzy-bayesiana para um agente jogador de pôquer”. *XXXIV CNMAC, Águas de Lindóia - SP/Brasil*.
- Bilobrovec, M., Marçal, R.F.M. e Kovalski, J.L., 2004. “Implementação de um sistema de controle inteligente utilizando a lógica fuzzy”. *XI SIMPEP, Bauru/Brasil*.
- Braga, H.C. e Moita, G.F., 2014. “Modelagem computacional com lógica fuzzy da movimentação de pessoas: Determinação e relevância de aspectos ergonômicos cinemáticos”. *XI SIMMEC, Juiz de Fora - MG/Brasil*.
- Cruz, A.G.A., Lima Filho, A.C., Belo, F.A. e Silva, J.F., 2015. “Sistema híbrido para diagnósticos de falhas em motores de indução trifásicos com base no método vibracional, corrente de armadura e lógica fuzzy”. *XXXVI CILAMCE, Rio de Janeiro - MG/Brasil*.
- Cunha, F.L., Franca, J.E., Ortolan, R.L. e Junior Cliquet, A., 2007. “O uso de redes neurais artificiais para o reconhecimento de padrões em uma prótese mioelétrica de mão”. In: *VIII Congresso Brasileiro de Redes Neurais*.
- Gomide, F.A.C. e Gudwin, R.R., 1994. “Modelagem, controle, sistemas e lógica fuzzy”. *SBA controle & Automação*, Vol. 4, No. 3, pp. 97–115.
- Klir, G. e Yuan, B., 1995. *Fuzzy sets and fuzzy logic*, Vol. 4. Prentice Hall New Jersey.
- MathWorks, I. e Wang, W., 1998. *Fuzzy Logic Toolbox: for Use with MATLAB: User's Guide*. Mathworks, Incorporated.
- Moraes, O.B.d., 2008. *Método de análise de dados para avaliação de áreas urbanas recuperadas-uma abordagem utilizando a lógica fuzzy*. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo.
- Moshman, C., 2010. *Heads-Up: No-Limit Hold'em Poker*. Raise.
- Pedrycz, W. e Gomide, F., 1998. *An introduction to fuzzy sets: analysis and design*. Mit Press.

- Pinto, W.J.G.S., Silva, A.D.G., Cavalini Jr., A. e Steffen Jr., V., 2015. “Uncertainty analysis in a rotor system by using the fuzzy logic approach”. *XXXVI CILAMCE, Rio de Janeiro - MG/Brasil*.
- Rabelo, A.F. e Moita, G.F., 2014. “Aprimorar massa de testes com lógica fuzzy”. *XI SIMMEC, Juiz de Fora - MG/Brasil*.
- Rezende, S.O., 2003. *Sistemas inteligentes: fundamentos e aplicações*. Editora Manole Ltda.
- Sklansky, D., 1999. *The theory of poker*. Two Plus Two Publishing LLC.
- Zadeh, L.A., 1965. “Fuzzy sets”. *Information and control*, Vol. 8, No. 3, pp. 338–353.
- Zadeh, N., 1977. “Computation of optimal poker strategies”. *Operations Research*, Vol. 25, No. 4, pp. 541–562.
- Ziółko, B., Bochniak, D. e Jankowski, G., 2012. “Neural network application for automatic decisions in poker”. *Journal of Applied Computer Science*, Vol. 20, No. 1, pp. 119–127.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ALGORITMOS DE BUSCA E EXPLORAÇÃO APLICADOS EM AMBIENTES CONSTRUÍDOS DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS

Henrique Costa Braga, bragaseg@yahoo.com.br

Gray Farias Moita, gray@dppg.cefetmg.br

Paulo Eduardo Maciel de Almeida, pema@lsi.cefetmg.br

Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)

Av. Amazonas, 7675, Nova Gameleira, Belo Horizonte, MG, CEP 30510-000, Brasil

Resumo. A obtenção do melhor trajeto de movimentação em um ambiente construído é uma útil ferramenta para melhor se conhecer e otimizar os sistemas em que estão inclusos, sendo aplicáveis a várias áreas. Este melhor caminho pode ser encontrado pela aplicação de algoritmos de busca e exploração tipo *pathfinder* sobre os ambientes construídos discretizados na forma de uma matriz bidimensional. Estes algoritmos *pathfinder* são ferramentas de inteligência artificial que podem ser introduzidos em instrumentos tecnológicos de apoio ao projeto arquitetônico. Estes algoritmos se aplicados diretamente são normalmente capazes de pesquisar ambientes de um único pavimento, entretanto a maioria dos principais ambientes possui mais de um pavimento. A utilização direta destes algoritmos em ambientes de múltiplos andares seria possível por uma matriz tridimensional, mas normalmente irá requerer uma grande memória computacional. Neste trabalho é apresentado, detalhado e discutido um algoritmo computacional de suporte ao algoritmo *pathfinder* que propiciará que um ambiente construído com qualquer quantidade de pavimentos possa ser facilmente simulado sem necessidades especiais de memória. O princípio está na planificação do ambiente, de forma que o mesmo seja representado por única matriz ambiente bidimensional, e na criação de uma matriz de suporte que irá fazer a conexão das diferentes partes da matriz ambiente que fisicamente estão interligadas. Assim ambientes com qualquer sofisticação arquitetônica podem ser facilmente simulados. Adicionalmente é também tratado a possibilidade de serem simulados ambientes com múltiplos objetivos (movimentação multidirecional). Todos estes algoritmos são exemplificados em uma simulação de um ambiente de quatro pavimentos com a geração do respectivo mapa de distâncias.

Palavras-chave: algoritmos de busca e exploração, inteligência artificial, *pathfinder*, ambiente construído, simulação.

1. INTRODUÇÃO

A simulação e modelagem computacional da movimentação de pessoas ou materiais em ambientes construídos são instrumentos de grande valor para melhor se conhecer e otimizar os sistemas em que estão inclusos, sendo aplicáveis a áreas tão distintas como logística, pesquisa operacional, roteirização, robótica, automação, jogos (de natureza séria ou lúdica), segurança, proteção contra incêndio e pânico, dentre outras. Uma situação corriqueira é se determinar um melhor percurso a ser adotado por uma pessoa, considerando um posicionamento inicial qualquer no ambiente e um destino específico desejado, que pode ser tanto um setor como um almoxarifado ou depósito, uma rota de fuga ou uma saída de emergência (Ko *et al.*, 2007; Ronchi e Nilsson, 2013; Kuligowski *et al.*, 2013). Este melhor caminho, normalmente considerado como sendo o roteiro que permite o deslocamento com o menor percurso, pode ser encontrado pela análise de mapas de distâncias (Thompson e Marchant, 1995).

Os mapas de distâncias são obtidos pela aplicação direta de alguns algoritmos de busca e exploração. Existe uma grande gama de algoritmos de busca e exploração, mas de modo geral podem ser considerados como estratégias de inteligência computacional para a resolução de problemas e exploração (Russel e Norvig, 2004). A classe de algoritmos de busca e exploração especificamente utilizada para a geração dos mapas de distâncias é chamada de algoritmos *pathfinder*, pois visam encontrar ou contribuir na escolha de um melhor caminho ou roteiro entre dois pontos distintos de um ambiente (Stout, 1996; Chui e Shi, 2011).

Existem diversos algoritmos de busca da classe *pathfinder* já consolidados e também suas variações (Dijkstra, 1959; Hart *et al.*, 1968; Stout, 1996; Koenig, s. *et al.*, 2004; Dellling *et al.*, 2009). Entretanto, não existe um único melhor algoritmo *pathfinder* (Chui e Shi, 2011), tornando-se eventualmente necessária a adaptação de algoritmos já estabelecidos para melhor se atender a uma demanda específica.

Em trabalho anterior Braga *et al.* (2015) apresentaram detalhadamente um algoritmo de busca da classe *pathfinder* idealizado para a geração do mapa de distâncias de um ambiente construído genérico. Este algoritmo foi apresentado em duas variantes, conforme a primeira vizinhança de pesquisa, sendo estas a vizinhança de Von Neumann e a vizinhança de Moore (Wolfram, 1983).

No algoritmo *pathfinder* empregado para a geração do mapa de distâncias, inicialmente a busca se dá em largura pesquisando todos os primeiros vizinhos dos elementos objetivos, e somente após toda a primeira vizinhança considerada de todos os elementos objetivos terem sido pesquisadas é que se evolui em profundidade. Assim a busca do

algoritmo evolui a partir do(s) objetivo(s), de modo conjunto, para o restante do ambiente. A cada iteração a matriz que representa o mapa de distâncias é atualizada. Este processo segue até que todo o ambiente tenha sido pesquisado e o mapa de distâncias fique completo.

As principais características positivas identificadas para este algoritmo foram: grande capacidade de generalização (permite a simulação de ambientes com qualquer layout interno ou externo, desde que de um único pavimento), baixo tempo de processamento (considerando uma aplicação não dinâmica) mesmo para grandes ambientes (foram simulados ambientes formados por até 10^6 elementos), simplicidade lógica, capacidade de produzir resultados com certa similaridade com o teórico, e total automação na sua aplicação. Em relação às duas vizinhanças de pesquisa, o algoritmo segundo a vizinhança de Moore apresentou resultados quantitativos muito melhores que o algoritmo segundo a vizinhança de Von Neumann.

Entretanto, apesar dos aspectos positivos, um ponto de melhoria necessário a ser desenvolvido no algoritmo apresentado é a possibilidade de gerar os mapas de distâncias em ambientes de múltiplos andares, passando por escadas e rampas. Esta é uma condição necessária para que este algoritmo possa ser mais amplamente utilizado, pois a maioria das edificações mais relevantes possui acima de um pavimento. A solução desenvolvida neste trabalho foi elaborada de modo independente mas inspirada no trabalho de Thompson *et al.* (1997).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O mapa de distâncias

O mapa de distâncias é uma matriz suficientemente refinada para representar o ambiente em estudo, que contém em cada um dos seus elementos que podem servir de rota de encaminhamento o valor da menor distância deste elemento a outro elemento (ou conjunto de elementos) que represente o objetivo a ser alcançado (uma saída de emergência por exemplo).

Estando inicialmente em qualquer lugar do ambiente, basta selecionar no mapa de distâncias aquele elemento imediatamente vizinho ao seu que possa servir de rota e que possua a indicação da menor distância e então se transferir para ele. Depois desta primeira transferência de posição, deve-se continuar pesquisando e se transferindo para aquele elemento vizinho que sempre contenha a menor distância ao objetivo. Repetindo este processo de pesquisa aos elementos imediatamente vizinhos e sempre se transferindo para aquele com a menor distância indicada no mapa de distâncias, em um número finito de passos irá se atingir o objetivo passando pela rota (ou por uma das rotas) de menor comprimento.

Na Fig. 1a se apresenta um mapa de distâncias estilizado de um ambiente simples sem escala com uma saída (em laranja) e com as paredes internas e externas na cor preta, onde o ambiente é visto na sua vista de topo e as distâncias apresentadas (fundo verde) estão em números de elementos até a saída. Em função do mapa de distâncias da Fig. 1a, elaborou-se na Fig. 1b a respectiva indicação de uma das possibilidades de melhores rotas de deslocamento de qualquer ponto interno ao ambiente até a saída.

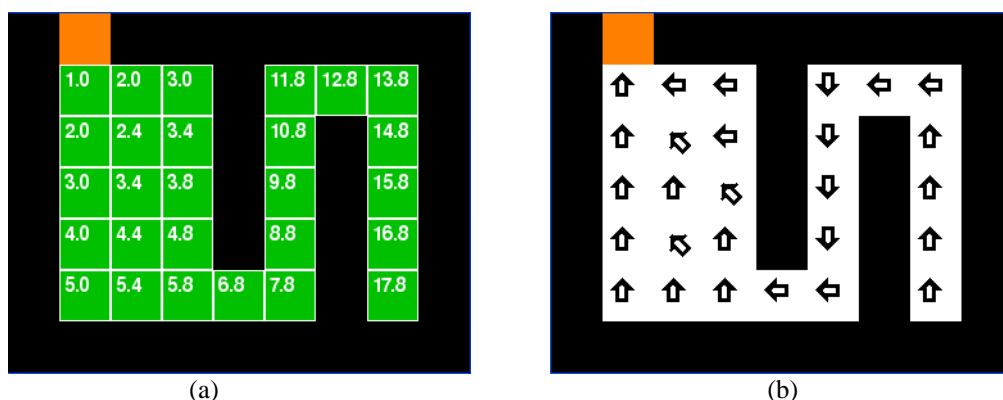


Figura 1. Em (a) o mapa de distâncias de um ambiente (sem escala), e em (b) a respectiva indicação de uma das melhores rotas de deslocamento até a saída.

Muitas vezes o mapa de distâncias também é representado por faixas de cores onde cada cor representa uma faixa de distanciamento fixa em relação ao ponto objetivo (Thompson e Marchant, 1995). Neste trabalho o mapa de distâncias é gerado pelo algoritmo *pathfinder* base pela vizinhança de Moore, simplificada a seguir. Um detalhamento mais completo deste algoritmo *pathfinder* base está apresentado em Braga *et al.* (2015).

2.2. Algoritmo *pathfinder* base

O primeiro passo no algoritmo de busca *pathfinder* que irá gerar o mapa de distâncias é representar o ambiente a ser estudado em sua visão de topo na forma de uma única matriz bidimensional chamada de matriz ambiente (*MA*). Na matriz *MA*, o índice das respectivas linhas e colunas representa um determinado posicionamento no mundo real. A distância no mundo real entre duas linhas ou colunas consecutivas é denominada resolução (*r*). Quando menor o valor de *r*, mais refinados serão os resultados da simulação, mas maior será também o custo computacional associado a elaboração do mapa.

Os valores contidos nos elementos de *MA* estão diretamente associados a um significado no mundo real. Por exemplo, o valor “0” em *MA* indica que este respectivo elemento no mundo real está vazio e pode ser usado como passagem; o valor “-1” em *MA* indica que este pertence a uma parede; o valor “-2” em *MA* indica que este elemento pertence a um dos objetivos da simulação (uma saída ou sala específica), e o valor “-3” em *MA* indica que este elemento representa uma área externa ao ambiente.

Uma vez discretizado o ambiente com a geração da matriz *MA*, é então criada uma matriz linha, denominada matriz de busca primária (*MBP*), contendo em cada elemento o posicionamento (índices) de todos os elementos de *MA* pertencentes ao objetivo (ou que contém o valor “-2”). Depois de criada a *MBP* é também gerada uma matriz com as mesmas dimensões da matriz *MA*, denominada matriz ambiente secundário (*MAS*), mas com todos os seus elementos contendo inicialmente o valor “0”.

O algoritmo se inicia pela pesquisa de cada elemento de *MBP*. A ordem da pesquisa em *MBP* não é relevante. Considerando o primeiro elemento de *MBP* ele contém o índice base de busca inicial, ou seja, este é um endereço que em *MA* representa um objetivo. Todos os elementos de *MA* (ou em *MAS*) que são os primeiros vizinhos de Von Neumann deste índice base estão a uma distância “1” deste objetivo, mas os primeiros vizinhos diagonais estão a uma distância “ $\sqrt{2}$ ” deste objetivo. Assim, todos estes elementos vizinhos em *MAS* terão o seu respectivo valor alterado pelo valor de *MAS* da casa base ou origem incrementado em “1” (como neste caso é a primeira busca o valor passará de “0” para “1”), ou em “ $\sqrt{2}$ ”, dependendo da posição do elemento vizinho.

Este incremento no valor de *MAS* não vai ocorrer caso este elemento vizinho do índice base pertença a uma parede, a um outro objetivo, ou, obviamente, esteja fora do ambiente (a matriz *MA* original é usada para esta verificação). Quando um elemento de *MAS* tem seu valor alterado, o índice deste elemento alterado é adicionado em uma nova matriz linha, denominada matriz de busca secundária (*MBS*). A matriz *MA* inicialmente criada nunca será alterada.

Terminada a busca sobre os primeiros vizinhos do primeiro índice base da matriz *MBP*, a busca vai prosseguir sobre o próximo elemento de *MBP*. Repetindo o raciocínio, todos os elementos em *MAS* que são os primeiros vizinhos deste novo elemento base terão o seu valor de *MAS* anterior substituído pelo valor de *MAS* do novo elemento base incrementado em “1” ou em “ $\sqrt{2}$ ”, conforma a vizinhança considerada (exceto, novamente, os pertencentes a paredes, objetivos ou externos).

Todos os endereços de *MAS* que sofreram alterações no seu valor são adicionados na nova matriz linha *MBS* em formação, cujo tamanho vai sendo incrementado com a busca. Ressalta-se que, caso algum novo valor de *MAS* seja eventualmente igual ou superior a um valor não nulo de *MAS* já existente no elemento vizinho que está sendo verificado, esta substituição de valores não vai se concretizar e este índice não será adicionado a matriz *MBS* em formação.

Finda esta nova busca sobre os primeiros vizinhos do segundo índice base em *MBP*, a busca vai prosseguir sobre o terceiro elemento de *MBP*, e assim sucessivamente até que todos os elementos de *MBP* tenham sido verificados. Terminada esta fase, a *MPB* original é apagada e uma nova *MBP* contendo o conteúdo de toda a matriz final *MBS* é criada. Após essa transferência e substituição a matriz *MBS* é feita nula. Neste momento, se tem uma nova *MBP*, com os endereços dos novos elementos base de busca em *MA*, uma nova *MBS* nula e uma matriz *MAS* em formação.

Uma nova rodada de pesquisa sobre a atual *MBP* é então realizada, com a contínua formação da matriz *MAS*, e assim sucessivamente. O processo irá terminar quando, após realizar uma verificação integral de uma *MBP*, não ocorrer nenhuma alteração em qualquer valor de *MAS*, ou seja, a matriz final *MBS* da rodada antes da sua transferência para a *MBP* seja nula. Nesse momento todo o ambiente foi integralmente pesquisado.

Para finalizar, todos os valores negativos na matriz *MA* são transferidos, na mesma posição que se encontram em *MA*, para a matriz *MAS*. A matriz *MAS* então formada contém em todos os seus elementos não nulos o respectivo número de elementos (ou distância) que este elemento está da saída ou objetivo desejado mais próximo além de ter identificado com o valor “0” os objetivos (ou saída), com “-1” as paredes ou obstáculos e, caso exista em *MA*, com “-2” a parte externa do ambiente. Esta matriz *MAS* final agora pode ser chamada de mapa de distâncias.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1. O algoritmo modificado para ambientes de múltiplos andares

Para se tratar ambientes de múltiplos andares, o princípio básico está em planificar toda a edificação na forma de uma única matriz bidimensional. Para melhor ilustrar este ponto, na Fig. 2 se tem a representação estilizada na forma planificada de um ambiente de dois pavimentos (cada pavimento constituído por um único salão livre) unidos por uma escada direta (sem quebras), estando a entrada do ambiente no primeiro pavimento e com *r* de 5 cm.

Ainda na Fig. 2, a entrada do ambiente está indicada em laranja (na matriz *MA* contém o valor “-2”), as áreas livres dos pavimentos e da escada (região que pode ser usada para a movimentação) estão indicadas na cor branca (na matriz *MA* contém o valor “0”). Na cor preta estão indicadas as paredes e os limites da escada (na matriz *MA* contém o valor “-1”), e na cor azul claro uma região que apesar de estar dentro da matriz não pertence ao ambiente considerado (na matriz *MA* possui o valor “-3”). Todas estas regiões já estão descritas no algoritmo *pathfinder* base.

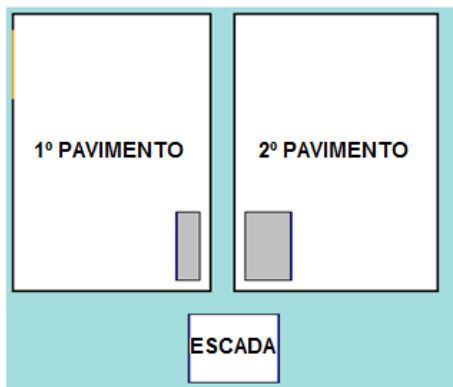


Figura 2. Representação de um ambiente de dois pavimentos em forma planificada.

Entretanto se têm adicionalmente duas novas regiões que somente aparecem quando da discretização de ambientes de mais um pavimento, representadas pela cor cinza e pela cor azul escuro. A região em cinza indica a área dos pavimentos que apesar de não estarem obstruídas por paredes não permitem a movimentação de pessoas pela restrição física imposta pela escada (na matriz *MA* contém o valor “-4”).

A indicação desta região em cinza é importante porque apesar de na verdade ela representar uma área vazia, a movimentação sobre a mesma não é possível, sendo necessária sua identificação para impedir que o algoritmo realize uma pesquisa nesta área restrita. Já as tênues faixas na cor azul escuro indicam o início e o fim das escadas (ou rampas), tanto na própria escada (ou rampa) como na sua respectiva posição dentro dos pavimentos (na matriz *MA* contém o valor “-5”).

Estando planificado e discretizado o ambiente na forma de uma única matriz bidimensional com todas as suas regiões numericamente identificadas, além de todos os passos anteriores do algoritmo *pathfinder* base, deve ser também criada uma nova matriz chamada de matriz conexões (*MC*). Esta matriz *MC* possui duas linhas e tantas colunas quanto forem os elementos que contêm o valor “-5” na matriz *MA* (elementos que indicam o início e fim das escadas).

A primeira linha da matriz *MC* deve conter o índice (linha, coluna) de todos os elementos “-5” da matriz *MA*. Cada um desses elementos na matriz *MA* está conectado a outro elemento também na matriz *MA*, que deve vir indicado na respectiva mesma coluna da segunda linha da matriz *MC*. Na Fig. 3 se apresenta em destaque a parte do ambiente da Fig. 2 que contém as regiões da cor azul escura (escadas) e a indicação de suas partes conectadas (*link A* e *link B*).

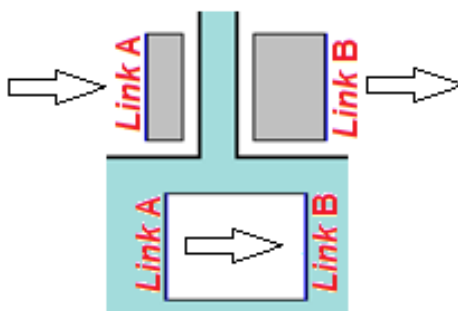


Figura 3. Imagem ampliada de parte da Fig. 2 indicando as conexões entre os pavimentos e a escada (*link A* e *link B*).

Assim quando o algoritmo de busca avançar a partir da entrada do 1º pavimento (em laranja) para seu interior até encontrar a região azul escuro (o *link A*) dentro do primeiro pavimento (o controle é feito pela primeira linha da matriz *MC*), a busca sobre o ambiente é transferida para o respectivo ponto do *link A* dentro da escada (conforme indicado na respectiva mesma coluna da segunda linha da matriz *MC*).

Seguindo com o algoritmo de busca dentro da escada, a busca irá avançar até o fim da escada, encontrando a outra região azul escuro (ou *link B*) dentro da escada (o controle é feito pela primeira linha da matriz *MC*). Nesse momento a busca é transferida para o respectivo ponto do *link B* dentro do segundo pavimento (conforme indicado na respectiva coluna da segunda linha da matriz *MC*).

As setas na Fig. 3 mostram esta sequência de transferências iniciando pela entrada da escada no primeiro pavimento e após explorando toda a escada até sair no segundo pavimento. Ou seja, a busca que se iniciou na entrada no primeiro pavimento prossegue até o *link* A, sendo então transferida para a escada. Na escada a busca prossegue até o *link* B, sendo então transferido para o segundo pavimento. No segundo pavimento a busca prossegue até pesquisar todo o ambiente. Na Fig. 4 se apresenta então o respectivo mapa de distâncias estilizado da Fig. 2, onde cada faixa de cor representa um distanciamento de 1 m da entrada (ou saída) no primeiro pavimento.

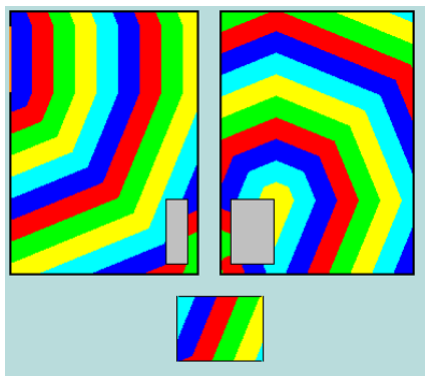


Figura 4. Representação do mapa de distâncias para o ambiente de dois pavimentos da Fig. 2, onde cada faixa de cor indica um distanciamento de 1 m em relação à saída em laranja.

3.2. O algoritmo modificado para movimentos multidirecionais

Outra situação realista muito importante é a possibilidade de em um mesmo ambiente haver múltiplos objetivos a serem alcançados. Por exemplo, no mesmo ambiente e ao mesmo tempo, algumas pessoas podem desejar alcançar uma saída enquanto outras pessoas desejam entrar no ambiente rumo à determinada sala. Para se resolver esta questão a solução está em se gerar uma matriz *MAS* distinta para cada conjunto de objetivos diferentes.

Cada pessoa sendo simulada estará então associada à matriz *MAS* relativa ao seu objetivo particular. É possível inclusive se alterar o objetivo de uma pessoa sendo simulada, bastando trocar a matriz *MAS* a qual esta pessoa está associada. Com isso uma pessoa pode, por exemplo, entrar no ambiente rumo à determinada sala, e depois de atingir este objetivo seguir rumo à outra sala qualquer ou mesmo sair do ambiente.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Todos os algoritmos deste trabalho foram computacionalmente implementados na linguagem Python 3.4 em um computador pessoal (sistema operacional Microsoft Windows XP versão 2002, 32 bits, processador Intel Pentium Dual Core, 2 GHz de processamento, 3,24 GB de RAM).

Para se ilustrar a aplicação do algoritmo modificado em um ambiente mais sofisticado é gerado o mapa de distâncias para uma edificação de duas torres e quatro pavimentos. A Fig. 5 apresenta a representação planejada deste ambiente.

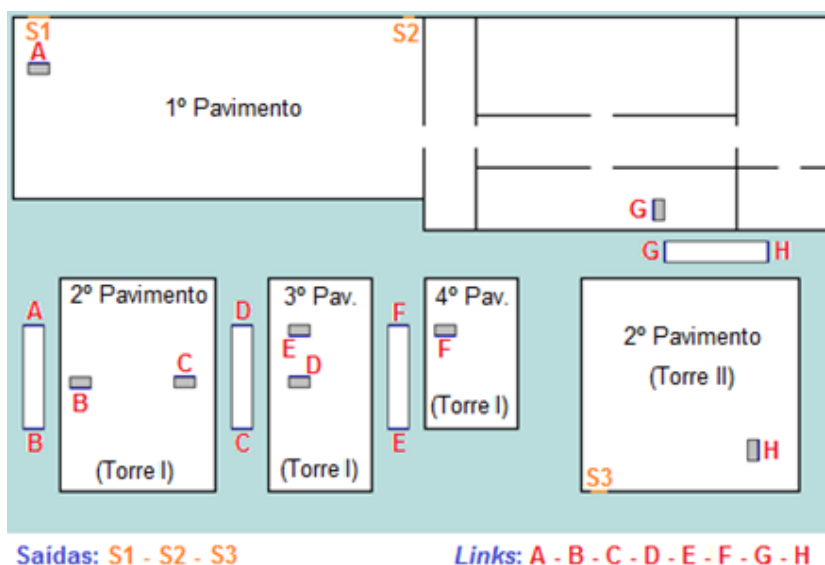


Figura 5. Representação planejada do ambiente de quatro pavimentos e duas torres.

Neste ambiente a primeira e a segunda torres possuem quatro e dois pavimentos respectivamente. No primeiro pavimento existem duas entradas separadas (S1 e S2), e as torres somente se interconectam pelo primeiro pavimento. A segunda torre também possui uma entrada independente no 2º pavimento (S3).

Na edificação existem ao todo quatro escadas ou oito *links* (A, B, C, D, E, F, G e H). O primeiro pavimento possui sete ambientes ou cômodos distintos e todos os demais pavimentos possuem somente um único cômodo.

Adicionalmente foi gerado pelo algoritmo *pathfinder* modificado o mapa de distâncias considerando o objetivo de se atingir a saída desejada mais próxima de qualquer ponto no interior da edificação em quatro situações distintas: considerando todas as saídas (S1, S2 e S3), considerando somente a saída S1, considerando somente a saída S2 e considerando somente a saída S3 do segundo pavimento da segunda torre. Estes mapas de distância nas quatro situações estão apresentados na Fig. 6.

Para melhor compreensão do significado de um mapa de distâncias apresenta-se a seguir uma explicação detalhada da evolução das primeiras faixas de cores da simulação correspondente a Fig. 6b que considerou somente a saída S1:

- inicialmente o algoritmo começa sua pesquisa na vizinhança da saída S1 gerando a primeira faixa na cor azul escura (indica um distanciamento de até 1 m da saída);
- a área da pesquisa vai crescendo até atingir o *link* A logo depois do início da primeira faixa verde (distanciamento pouco superior a 2 m);
- a busca acontece agora tanto dentro do maior salão do 1º pavimento como também dentro da escada da primeira torre que vai até o 2º pavimento;
- quando a busca atinge o final desta escada (*link* B) no início da segunda faixa verde (distanciamento pouco superior a 7 m) a busca continua dentro do salão maior do 1º pavimento, e também no 2º pavimento da primeira torre rumo ao *link* C;
- neste momento o distanciamento segue simultaneamente em três frentes distintas (dentro do maior salão do 1º pavimento, dentro do 2º pavimento da primeira torre, e na escada rumo ao *link* C);
- pouco antes da faixa de distanciamento atingir o 3º pavimento, a busca no 2º pavimento da primeira torre se encerra no início da terceira faixa azul escura (distanciamento pouco superior a 10 m);
- atingindo o *link* C já na terceira faixa vermelha gerada (distanciamento pouco superior a 11 m) a busca continua no maior salão do 1º pavimento e também no 3º pavimento, até atingir o *link* D na quarta faixa amarela gerada (distanciamento pouco superior a 13 m).

Assim, seguindo este raciocínio pode ser verificada toda a evolução das faixas de cores de um mapa de distâncias qualquer e conhecer como o distanciamento de um ponto qualquer ao objetivo considerado evolui no ambiente, assim como pelo caminho oposto possibilita ser gerado uma rota de um ponto qualquer desejado ao objetivo considerado quando da obtenção do mapa de distâncias (Fig. 1b).

Adicionalmente, ressalta-se que todos estes algoritmos foram especialmente desenvolvidos para serem processados antes das simulações (uso não dinâmico), sendo as matrizes *MAS* obtidas guardadas na memória para consulta. Se forem necessárias alterações dinâmicas nas rotas (se, por exemplo, duas ou mais pessoas disputarem o mesmo espaço ao mesmo tempo no ambiente), algoritmos complementares de tomadas de decisão serão necessários para gerenciar estes conflitos (Braga *et al.*, 2014).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através de um algoritmo baseado na planificação de uma edificação qualquer na forma de uma matriz bidimensional (*MA*) e da criação de outra matriz (*MC*) para se identificar as conexões necessárias entre os diferentes elementos da matriz *MA* que no mundo real fisicamente se unem, pode-se gerar o mapa de distâncias para edificações de múltiplos pavimentos e quaisquer geometrias internas ou externas.

Adicionalmente, com a multiplicidade de consideração dos objetivos se pode também gerar diversos mapas de distâncias para um mesmo ambiente considerando distintos objetivos.

Dessa forma, o algoritmo de busca *pathfinder* anteriormente detalhado permanece com todos os seus pontos positivos, mas agora também tendo a capacidade de explorar edificações com qualquer quantidade de pavimentos e também com a possibilidade de se considerar múltiplos objetivos, características essenciais para sua efetiva utilização no estudo de ambientes construídos reais.

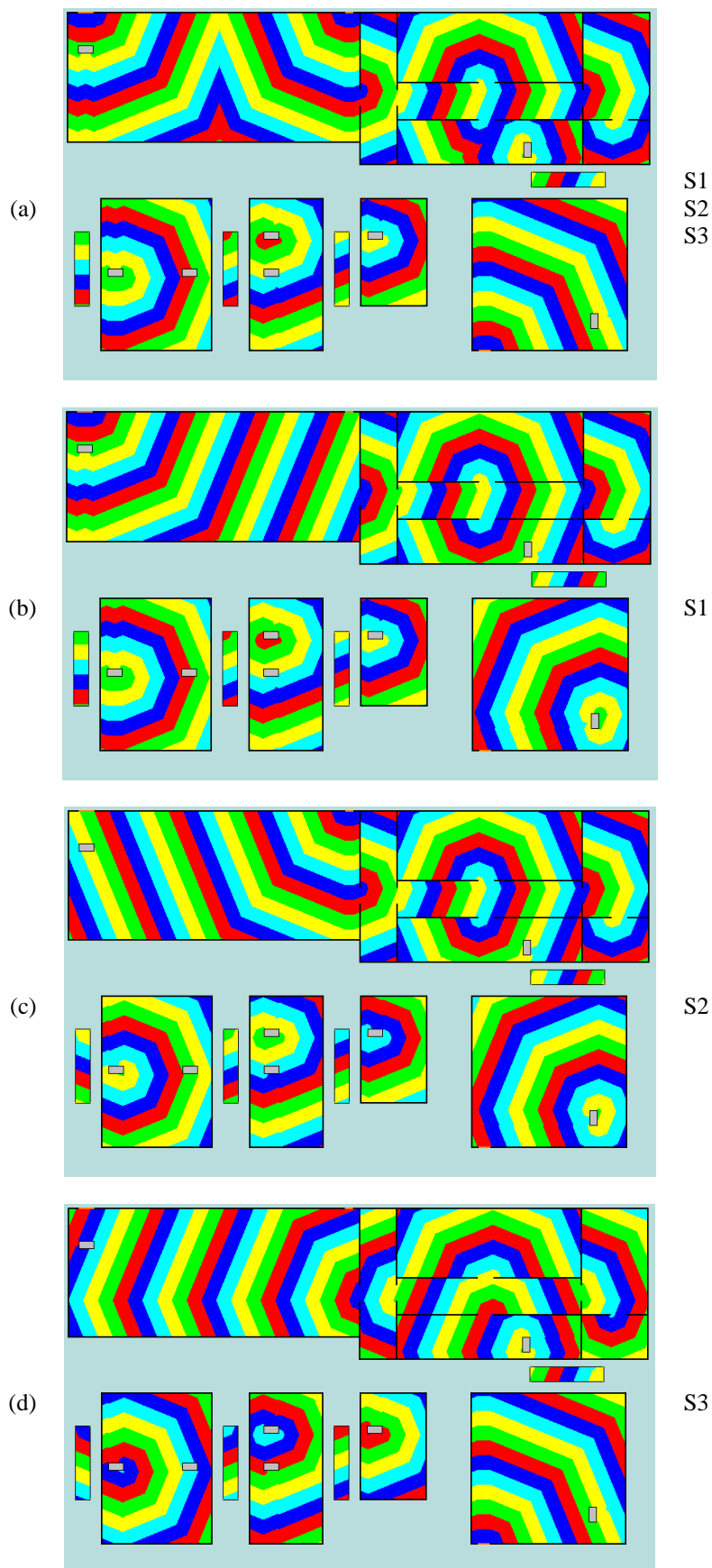


Figura 6. Representação dos mapas de distâncias para o ambiente da Fig. 5 onde cada faixa de cor indica um distanciamento de 1 m da saída mais próxima. Em (a) todas as saídas são consideradas, em (b) somente a saída S1, em (c) somente a saída S2, e em (d) somente a saída S3 (o posicionamento das saídas está indicado nas setas da legenda).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES pelo auxílio recebido.

NOMENCLATURA

<i>MA</i>	Matriz Ambiente	<i>MC</i>	Matriz Conexões
<i>MAS</i>	Matriz Ambiente Secundário	<i>r</i>	resolução das matrizes <i>MA</i> e <i>MAS</i> , [cm]
<i>MBP</i>	Matriz de Busca Primária		
<i>MBS</i>	Matriz de Busca Secundária		

REFERÊNCIAS

- Braga, H.C., Moita, G.F., Camargo, F. e Almeida, P.E.M., 2014. “Simulação da Movimentação de Pessoas em Situações de Emergência: aspectos ergonômicos e computacionais com autômatos *fuzzy* e sua aplicação ao projeto arquitetônico”. *Ambiente Construído*, v. 14, p. 61-77.
- Braga, H.C., Moita, G.F. e Almeida, P.E.M., 2015. “Análise Comparativa de Algoritmos de Busca para Simulação e Modelagem do Melhor Caminho Inicial de Percurso em um Ambiente Construído”. 1º EINEPRO – Encontro Interstadual de Engenharia de Produção. Anais ..., São João da Barra: UCAM, 12p.
- Chui, X. e Shi, H., 2011. “A*-based Pathfinding in Modern Computers Games”, *International Journal of Computer Science and Network Security*, v. 11, n. 1, p. 125-130.
- Delling, D., Sanders, P., Schultes, D. e Wagner, D., 2009. Engineering Route Planning Algorithms. In: Lerner, J., Wagner, D. e Zweig, K. A. (Eds.). *Algorithmics of Large and Complex Networks: design, analysis, and simulation*. Springer, p. 117–139. LNCS 5515.
- Dijkstra, E.W., 1959. “A Note on Two Problems in Connexion”. *Numerische Mathematik* 1, p. 269-271.
- Hart, P.E., Nilsson, N.J. e Raphael, B. A., 1968. “Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths”. *IEEE Transactions of System Science and Cybernetics*, v. 4, n. 2, p. 100-107.
- Ko, S.Y., Spearpoint, M.J. e Teo, A., 2007. “Trial Evacuation of an Industrial Premises and Evacuation Model Comparison”, *Fire Safety Journal*, v. 42, n. 2, p. 91-105.
- Koenig, S., Likhachev, M., Liu, Y. e Furcy, D., 2004. “Incremental Heuristic Search in AI”. *AI Magazine*, v. 25, n. 2, p. 99-112.
- Kuligowski, E., Peacock, R.D. e Averill, J., 2013. “Modeling the Evacuation of the World Trade Center Towers on September 11, 2001”, *Fire Technology*, v. 49, n. 1.
- Ronchi, E. e Nilsson, D., 2013. “Fire Evacuation in High-rise Buildings: a review of human behaviour and modeling research”, *Fire Science Review*, v. 2, n. 7, 21 p.
- Russell, S. e Norvig, P., 2004. Busca com Informação e Exploração, In: *Inteligência Artificial*, Cap. 4, Elsevier, 11º reimpressão, Rio de Janeiro, p. 94-133.
- Stout, B., 1996. “Smart Moves: intelligent pathfinding”, *Game Developer Magazine*, p. 28-35.
- Thompson, P.A. e Marchant, E.W., 1995. “A Computer Model for the Evacuation of Large Building Populations”, *Fire Safety Journal*, v. 24, p. 131-148.
- Thompson, P.A., Wu, J. e Marchant, E., 1997. “Simulex 3.0: modelling evacuation in multi-storey buildings”, In: *Fire Safety Science – Proceedings of the Fifty International Symposium*, Melbourne: International Association for Fire Safety Science, p. 725-736.
- Wolfram, S., 1983. “Statistical Mechanics of Cellular Automata”, *Reviews of Modern Physics*, v. 55, n. 3, p. 601-644.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

APLICAÇÃO DO SISTEMA NEURO-FUZZY ANFIS NA PREVISÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO DE AGREGADO LEVE

Jonata Jefferson Andrade, jonata.jefferson@ice.ufjf.br

Leonardo Goliatt da Fonseca, leonardo.goliatt@ufjf.edu.br

Luciana Conceição Dias Campos, luciana.campos@ufjf.edu.br

Michèle Cristina Resende Farage, michele.farage@ufjf.edu.br

Flávio de Souza Barbosa, flavio.barbosa@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora, 36036-900, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil

Anne-Lise Beaucour, anne-lise.beaucour@u-cergy.fr

Sophie Ortola, sophie.ortola@u-cergy.fr

Universidade de Cergy-Pontoise, 33 Boulevard du Port, 95011, Cergy-Pontoise, França

Resumo. *O concreto de agregado leve está sendo cada vez mais utilizado na construção civil, dado as suas importantes características, como baixo peso próprio e resistência a altas temperaturas. No concreto de agregado leve, a resistência à compressão e a densidade são as propriedades mais importantes e conseqüentemente as mais comumente analisadas. A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. Prever com precisão as propriedades mecânicas do concreto é um problema crítico em construções de concreto de agregado leve. O objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho do sistema Neuro-Fuzzy ANFIS (Adaptive Network based Fuzzy Inference System), para prever o módulo de elasticidade e a resistência à compressão de concretos de agregado leve, de forma a obter um valor próximo ao real. Depois de uma verificação da capacidade de generalização do método, através do processo de validação cruzada, e comparando com outros métodos já utilizados na literatura, observou-se que o mesmo consegue uma boa aproximação das propriedades mecânicas.*

Palavras-chave: *Aprendizado de máquina, Concreto de agregado leve, Inteligência Computacional*

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o concreto armado convencional, de peso específico normal, tem sido o material estrutural mais empregado no Brasil. A razão deste fato está associada às seguintes vantagens: (a) adaptação a qualquer tipo de forma permitindo liberdade à concepção arquitetônica; (b) solução para se obter estruturas monolíticas e hiperestáticas (c) grande durabilidade e baixíssimo custo de manutenção e conservação (d) resistência a efeitos térmicos, atmosféricos e a desgastes mecânicos. Por outro lado, a grande desvantagem do concreto armado convencional é o seu elevado peso próprio.

Nesse contexto, o uso de concretos de menor peso específico surge como a solução alternativa para esse problema. Além disso, a baixa condutividade térmica do concreto estrutural leve proporciona um desempenho significativamente superior em situação de incêndio quando comparado aos concretos de peso específico normal (Neville, 2015). A combinação de uma baixa condutividade térmica com um baixo coeficiente de dilatação térmica é benéfica no caso de exposição ao fogo, pois os agregados leves em geral são estáveis a temperaturas elevadas, uma vez que usualmente são fabricados em temperaturas superiores a 1100°C.

No concreto estrutural leve, a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e a massa específica são as propriedades mais importantes e conseqüentemente as mais comumente analisadas. Prever com precisão essas propriedades é um problema crítico em construções de concreto de agregado leve. Até o presente momento, considerando o cenário de pesquisa de concretos de agregados leves, nenhum trabalho explorou o uso do sistema Neuro-Fuzzy ANFIS na previsão

das propriedades do concreto de agregado leve.

Assim, o objetivo deste trabalho é implementar e avaliar o desempenho do sistema Neuro-Fuzzy ANFIS para prever duas importantes propriedades mecânicas de concretos de agregado leve, o módulo de elasticidade e a resistência à compressão, de forma a obter um valor próximo ao medido em laboratório, conseguindo dessa forma reduzir a quantidades de ensaios laboratoriais que demanda tempo e também o retrabalho.

2. CONCRETO LEVE

2.1 Características

O concreto feito com agregados leves, com baixo peso específico, é chamado de concreto de agregado leve. O concreto de agregado leve possui propriedades refratárias de isolamento térmico e seu peso específico é aproximadamente dois terços do peso específico do concreto feito com agregado normal. Nos Estados Unidos (ACI, 1999), por exemplo, o concreto leve estrutural é definido como o material que tem resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1850 kg/m³. No Brasil, a norma NBR NM 35 (ABNT, 1995) estabelece as seguintes relações entre a resistência à compressão e massa específica pra concretos leves estruturais: (a) resistência à compressão superior a 28 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1840 kg/m³; (b) resistência à compressão superior a 21 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1760 kg/m³; (c) resistência à compressão superior a 17 MPa aos 28 dias e massa específica não superior a 1680 kg/m³.

A massa específica dos concretos de peso específico normal varia entre 2200 kg/m³ e 2600 kg/m³, e a do concreto estrutural leve entre 1350 kg/m³ e 1850 kg/m³ (Tabela 1). Com isso, o uso do concreto estrutural leve pode representar uma redução significativa do peso próprio da estrutura. O custo de produção do concreto de agregado leve é maior que o concreto de peso específico normal, porém, mesmo com este investimento adicional o custo final da estrutura pode ser menor devido ao dimensionamento mais econômico das fundações.

Tabela 1. Classificação dos concretos leves quanto à sua massa específica aproximada.

Classificação	Peso específico (kg/m ³)	Agregado utilizado
Concreto de baixa massa específica	300 a 800	Vermiculita e Perlita
Concreto de moderada resistência	800 a 1350	Perlita, Pedra-pomes e Lava porosa
Concreto estrutural	1350 a 1850	Argila, folhelho, ardósia expandida em fornos rotativos, cinza volante sinterizada em grelhas, Argila expandida

2.2 Propriedades mecânicas

Em geral, para um determinado agregado leve, há uma relação entre o quantidade de argamassa do concreto e a resistência à compressão. Para um dado agregado, a resistência à compressão do concreto aumenta com o aumento de seu peso específico. Neste sentido, a maioria das normas e especificações apresenta relações entre a massa específica do agregado leve e sua resistência à compressão (Neville, 2015).

O módulo de elasticidade (módulo de Young) tem grande importância para o concreto estrutural leve dada a sua influência sobre as deformações das peças sujeitas à flexão, sobre a distribuição das forças internas e sobre a carga crítica no caso de peças sujeitas a flambagem. Em concretos de peso específico usual, o módulo de elasticidade da pasta de cimento é, geralmente, bem menor que o módulo dos agregados. Por outro lado, no concreto de agregado leve, os valores do módulo de elasticidade das partículas do agregado leve e da pasta de cimento são bastante próximos.

A relação entre os componentes do concreto e suas propriedades mecânicas é altamente não-linear, e o estabelecimento de um modelo matemático abrangente é usualmente problemático. O concreto de agregado leve possui vários ingredientes, tais como o tipo e a quantidade de agregado leve, além de aditivos e da composição da argamassa. Esses vários ingredientes, além da não linearidade das estruturas de concreto, podem complicar o cálculo da resistência à com-

pressão, do módulo de Young, entre outras propriedades. Dessa forma, modelos mecanicistas (analíticos) de propriedades do concreto podem não ser suficientes para atender as exigências do projeto de concretos de agregados leves.

Vários estudos têm mostrado que propriedades como a resistência à compressão e o módulo de Young são determinadas, independentemente do tipo de concreto, não só pelo fator água/cimento, mas também por outros materiais utilizados na mistura (Chandra e Berntsson, 2003; Kockal e Ozturan, 2011; Faust, 2000). As equações empíricas apresentadas para a estimativa da resistência à compressão e do módulo de Young são baseados em testes de concreto confeccionado com materiais que em geral estão disponíveis no mercado. Dado que o concreto de agregado leve pode ser produzido de vários tipos agregados, que muitas vezes não estão disponíveis no mercado, a validade dessas relações, para o concreto com agregados leves é, portanto, passível de discussão.

Calcular as propriedades mecânicas, como o módulo de elasticidade e a resistência a compressão, é uma tarefa importante mas também complicada para os engenheiros, dada a não linearidade da relação entre os componentes que constituem o concreto e as suas propriedades. Conseguir de alguma maneira prever os valores das propriedades do concreto com baixo custo e alta confiabilidade é um objetivo em comum dos pesquisadores da área.

3. PREVISÃO DE PROPRIEDADES DO CONCRETO

Muitos autores já se empenharam na pesquisa de vários métodos de inteligência computacional para a previsão das propriedades mecânicas do concreto de peso específico normal (Papadakis e Tsimas, 2002; Ni e Wang, 2000; Kasperkiewicz *et al.*, 1995; Duan *et al.*, 2013). Os modelos de previsão conseguem uma boa aproximação das propriedades do concreto na maioria dos casos, fazendo com que diminua o trabalho em laboratório, o que demanda muito tempo e um alto custo.

Assim como nesses trabalhos para concreto de peso específico normal, várias técnicas preditivas contidas na literatura tais como Redes Neurais Artificiais, Máquinas de Vetores Suporte, Máquinas de Aprendizado Extremo e Árvores de Decisão também foram utilizadas para a previsão das propriedades do concreto de agregado leve (Andrade, 2015). Neste trabalho, utilizaremos o sistema híbrido Neuro-Fuzzy ANFIS para prever essas propriedades, técnica na qual ainda não foi utilizada na literatura para este fim. O sistema Neuro-Fuzzy ANFIS é descrito a seguir.

3.1 Sistema Neuro-Fuzzy ANFIS

Um Sistema Neuro-Fuzzy (SNF), é um tipo de sistema híbrido incorporado constituído pela combinação de duas técnicas de modelagem muito conhecidas como as Redes neurais artificiais e a Lógica Fuzzy. A ideia básica de um SNF é a construção de um Sistema de Inferência Fuzzy (FIS), numa estrutura paralela distribuída de tal forma que os algoritmos de aprendizado das redes neurais possam ser aproveitados nestes sistemas híbridos para ajustar os parâmetros do FIS (Sanchez, 2009).

O sistema Neuro-Fuzzy ANFIS (Adaptive Network based Fuzzy Inference System) (Jang, 1993) é um dos modelos SNF mais conhecidos. Foi utilizado com sucesso em aplicações de previsão e aproximação de funções, além de variações para diversos tipos de problemas.

A Fig. 1 apresenta um exemplo da arquitetura de um sistema ANFIS. Cada uma das camadas são descritas a seguir (Sanchez, 2009).

- Camada 1: a saída desta camada são os graus de pertinências das entradas, baseado na premissa de cada regra. Para o exemplo na Fig. 1, cada entrada possui apenas duas funções de pertinência ($A_i = \text{Alto}$ e $B_i = \text{Baixo}$), podendo ser este número maior. Para este trabalho, foi utilizado 3 funções de pertinência para cada variável de entrada.
- Camada 2: Nesta camada, calcula-se o grau de pertinência ao qual é submetido o consequente de cada regra. Cada nó ou neurônio desta camada executa a operação de *t-norm* e corresponde a uma regra S_i .
- Camada 3: Esta camada realiza a normalização dos graus de ativação das regras. Cada nó desta camada executa a função normalização, a qual é utilizada como um pré-processamento para a defuzzificação.

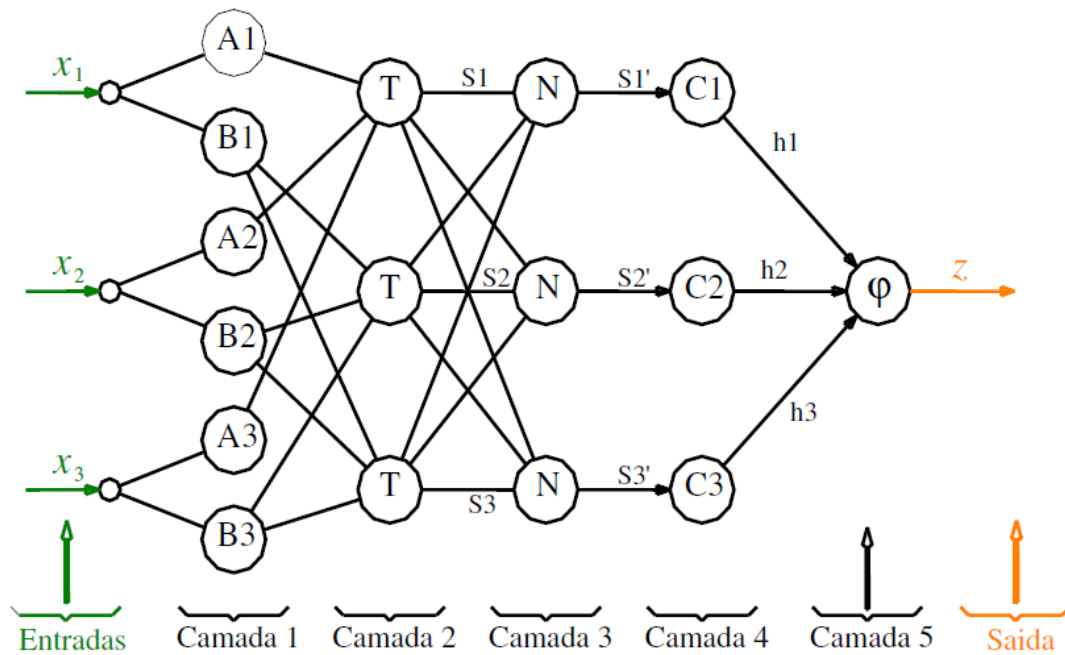


Figura 1. Exemplo da arquitetura ANFIS (Sanchez, 2009).

- Camada 4: Nesta camada, a saída de cada neurônio é calculada pelo produto da saída normalizada da camada anterior e o grau de ativação do consequente, dado por $h_i = S'_i \cdot C_i$, onde os C_i correspondem aos valores dos consequentes.
- Camada 5: A saída desta camada fornece a saída precisa do sistema ANFIS e é dado por $Z = \sum h_i$.

O espaço de particionamento das entradas e saídas utilizadas é do tipo *Fuzzy Grid Adaptativo*. O processo de aprendizado é feito em duas etapas, uma etapa onde os parâmetros dos consequentes são ajustados pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários, enquanto os antecedentes permanecem fixos, e outra etapa onde os parâmetros dos antecedentes são ajustados pelo método de Gradiente Descendente, enquanto os consequentes se mantêm fixos.

A ideia principal do sistema ANFIS é implementar um sistema fuzzy em uma rede neural, onde geralmente as funções de pertinência utilizadas são do tipo sigmóides e gaussianas.

Neste trabalho foi utilizado as funções de pertinência gaussianas, e seus parâmetros de centro e desvio foram definidos de forma aleatória entre 0 e 1.

4. GENERALIZAÇÃO DOS MODELOS DE PREDIÇÃO

4.1 Validação cruzada

Para testar o poder de generalização de uma técnica de previsão, faz-se necessário o uso de uma técnica estatística de amostragem. O método de validação cruzada com k -fold (Hastie *et al.*, 2009) realiza esta tarefa, de modo a avaliar o desempenho do modelo de previsão para um novo conjunto de dados com as mesmas características. Para realizar a validação cruzada é preciso que o conjunto de treinamento original seja dividido de forma aleatória em k subconjuntos. Para cada base de dados, dos k subconjuntos obtidos na divisão, um deles é separado para a validação do modelo já treinado nos $k - 1$ subconjuntos restantes. O processo é então repetido k vezes para o modelo treinado, de modo que todos os k subconjuntos sejam utilizados exatamente uma vez como dado de teste para validação do modelo.

Utilizar o parâmetro k adequado é um dos desafios existentes no método, dado que um valor muito alto para k indica um conjunto de teste pequeno, que muitas vezes podem não conter as mesmas características da base original. Na literatura

o valor de k é geralmente escolhido ente 5 e 10. Neste trabalho, após testes preliminares, foi escolhido $k = 7$.

4.2 Métricas de avaliação

De modo a avaliar o desempenho de previsão dos modelos, foram utilizadas neste trabalho três métricas de avaliação: o coeficiente de determinação R^2 , o erro percentual médio (MPE, do inglês Mean Percentual Error) e o erro quadrático médio (MSE, do inglês Mean Squared Error).

Sendo \hat{y} é a saída estimada, y é a saída correta, \bar{y} é a média das saídas corretas e N o número de amostras, podemos definir as métricas como a seguir:

O coeficiente de determinação R^2 é escrito como

$$R^2(y, \hat{y}) = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (1)$$

sendo que o valor do R^2 varia entre 0 e 1, e quanto mais próximo de 1, mais representativo é o modelo;

O erro médio percentual (MPE) é definido como

$$\text{MPE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100 \quad (2)$$

O erro quadrático médio (MSE) é dado por

$$\text{MSE}(y, \hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3)$$

De forma a garantir uma maior confiabilidade das métricas utilizadas, o processo de validação foi repetido 30 vezes para cada modelo e os valores finais de cada métrica para cada modelo serão dados pela média das 30 repetições.

5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

5.1 Base de dados

A fim de avaliar o desempenho dos métodos de inteligência computacional na previsão de propriedades mecânicas de concretos de agregado leve, foram empregados dados de ensaios laboratoriais de concretos com composições variadas. Os dados experimentais foram obtidos em um extenso programa experimental na Universidade de Cergy-Pontoise (Ke, 2008). A base de dados possui 75 amostras de teste com quatro parâmetros e duas saídas. As propriedades dos concretos de agregado leve coletadas foram o Módulo de Young (módulo de elasticidade) e a resistência à compressão aos 28 dias, em função do fator água/cimento, volume de agregado leve, quantidade de cimento e o peso específico do agregado leve. A variação das propriedades se deu da seguinte forma: fator água/cimento entre 2.90×10^{-1} e 4.46×10^{-1} , quantidade de cimento entre $4.15 \times 10^2 (kg/m^3)$ e $8.26 \times 10^2 (kg/m^3)$, volume do agregado entre $0.00(m^3)$ e $4.50 \times 10^1 (m^3)$ e o peso específico do agregado entre $3.18 \times 10^6 (kg/m^3)$ e $3.60 \times 10^7 (kg/m^3)$. Para cada amostra, as duas propriedades possuem até quatro medições, a fim de garantir uma maior confiabilidade dos dados. O valor final foi dado pela média aritmética das quatro medições. Em algumas amostras, houve um número menor de medições, e o valor final também é dado pela média aritmética.

5.2 Código computacional

O código desenvolvido realiza a leitura e preparação da base de dados e em seguida aplica o algoritmo de predição na base utilizando a técnica de validação cruzada, para que possa ser avaliado o poder de generalização do método. Um esquema resumido do algoritmo é apresentado na Fig. 2.

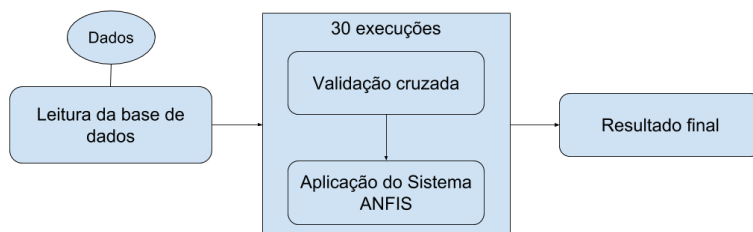


Figura 2. Esquema do algoritmo utilizado no trabalho.

Como os valores das métricas foram dados pela média de todas as execuções, também foram calculados os valores de desvio padrão para cada métrica ao fim das execuções.

Foi utilizado no sistema Neuro-Fuzzy ANFIS deste trabalho 6 épocas de aprendizado.

5.3 Resultados

Na Tabela 2 é apresentado o desempenho do sistema ANFIS, utilizando os valores encontrados do MPE, MSE, R^2 e seus respectivos desvios nas 30 execuções, para a previsão da resistência à compressão e do Módulo de Young, respectivamente.

Tabela 2. MPE, MSE, R^2 e seus respectivos desvios na previsão da Resistência à compressão e o Módulo de Young

Métrica	Resistência à compressão	Módulo de Young
MPE	5.886 (± 0.646)	2.392 (± 0.295)
MSE	12.292 (± 2.671)	5.9e+05 ($\pm 1.7e+05$)
R^2	0.957 (± 0.009)	0.982 (± 0.005)

Podemos observar nos gráficos na Fig. 3 e Fig. 4 as relações entre os valores reais e estimados para as 75 amostras de teste, utilizando a validação cruzada, para o sistema ANFIS com desempenho mediano na previsão das propriedades nas 30 execuções. Para isso, para cada propriedade, foram utilizados os valores do erro percentual médio (MPE) das execuções, e assim, foi usado o sistema ANFIS que possui valor mediano de MPE dentre todas as execuções para criar o gráfico. Nas figuras são identificadas as previsões das amostras de teste que ficaram dentro ou fora do intervalo confiança de 95% para todos métodos e cada propriedade, utilizando o MPE como métrica de avaliação.

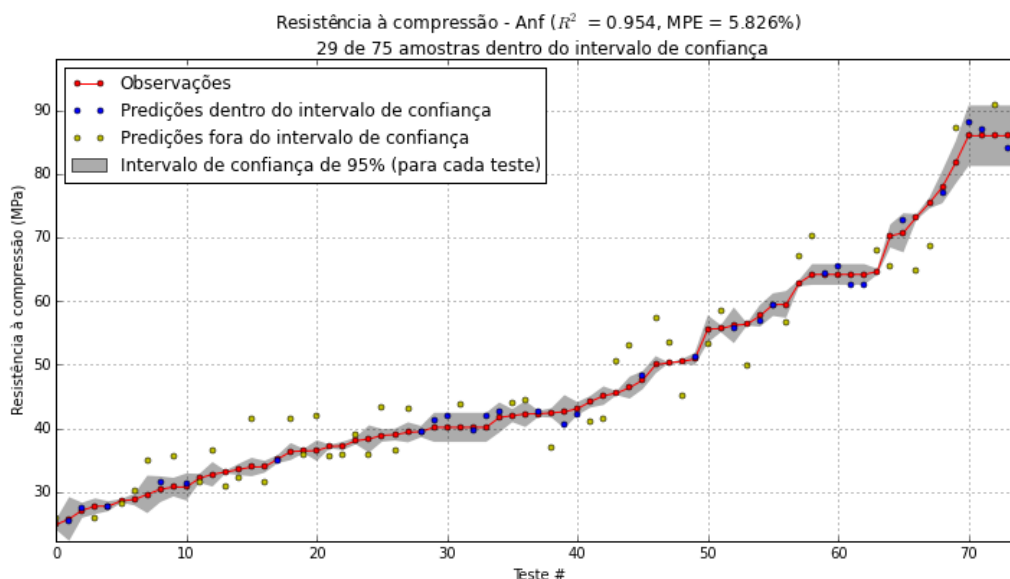


Figura 3. Previsão da Resistência à compressão pelo ANFIS com desempenho mediano

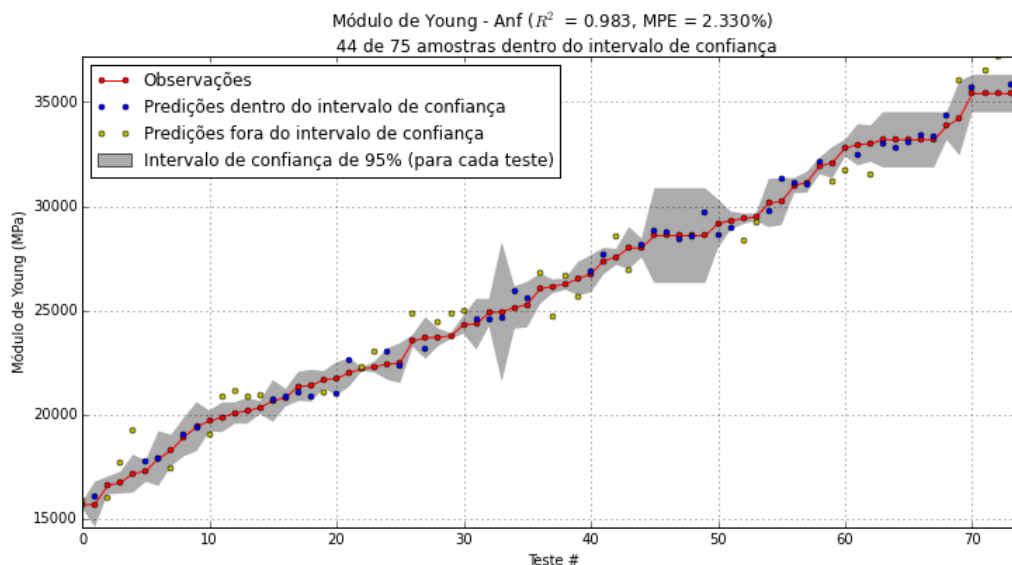


Figura 4. Previsão do Módulo de Young pelo ANFIS com desempenho mediano

6. CONCLUSÕES

Através dos resultados apresentados podemos verificar que o Sistema Neuro-Fuzzy ANFIS consegue em média uma boa aproximação dos valores reais, com valores de erro e desvio padrão baixos.

Levando em conta o MPE e o R^2 , o Sistema ANFIS obteve melhor desempenho na previsão do módulo de Young (Tab. 2). Com relação aos desvios, o ANFIS obteve os menores valores nas referidas métricas na previsão da resistência a compressão.

Na previsão da resistência a compressão, houve 38,7% dos dados dentro do intervalo de confiança e, na previsão do módulo de Young, houve 58,7% dos dados dentro do intervalo, para o Sistema ANFIS com desempenho mediano (Fig. 3 e Fig. 4). Isso mostra que o sistema ANFIS possui uma maior confiabilidade dos resultados para prever o módulo de Young.

Pelos valores dos desvios dos resultados nas execuções e a quantidade de dados dentro do intervalo de confiança, pode-se perceber que é mais difícil e menos confiável prever a resistência a compressão que o módulo de Young.

Em comparação as outras técnicas que já foram testadas na previsão das propriedades mecânicas do concreto de agregado leve em Andrade (2015), vemos que o Sistema ANFIS possui desempenho bastante satisfatório em relação as outras técnicas. No trabalho de Andrade (2015), a Máquina de Vetores Suporte (SVR) alcançou os melhores resultados para as métricas testadas para as duas propriedades, com valores de R^2 de 0.960 para a resistência a compressão e 0.989 para o módulo de Young. Considerando os valores encontrados neste trabalho, podemos concluir que o ANFIS possui um desempenho próximo ao melhor na previsão da resistência a compressão e do módulo de Young, considerando os modelos já testados até o momento.

Assim, o modelo ANFIS mostrou que pode ser utilizado na previsão dos valores reais das propriedades do concreto de agregado leve, dado o seu excelente desempenho em comparação outros métodos já estudados na literatura.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - PQ 306712/2012-1), a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG - PCE-01337-15, APQ-03900-10, APQ-01659-12 e PPM-00020/14), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica (Procad 071/2013) e à Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo apoio financeiro e de recursos para o desenvolvimento do projeto de pesquisa.

NOMENCLATURA

ANFIS	Adaptive Network based Fuzzy Inference System
FIS	Sistema de Inferência Fuzzy
SNF	Sistema Neuro-Fuzzy
SVM	Support Vector Machines
MPE	Mean Percentual Error
MSE	Mean Squared Error

REFERÊNCIAS

- ABNT, 1995. *Agregados leves para concreto estrutural: especificação. NBR NM 35*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI, 1999. *Guide for structural lightweight aggregate concrete. ACI 213R-87*. American Concrete Institute.
- Andrade, J.J., 2015. “Aplicação de métodos de inteligência computacional para a previsão de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve”. *XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*.
- Chandra, S. e Berntsson, L., 2003. *Lightweight aggregate concrete*. Science, technology and applications. Noyes Publications - William Andrew Publishing, USA.
- Duan, Z., Kou, S. e Poon, C., 2013. “Using artificial neural networks for predicting the elastic modulus of recycled aggregate concrete”. *Construction and Building Materials*, Vol. 44, No. 0, pp. 524 – 532. ISSN 0950-0618. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.02.064>.
- Faust, T., 2000. “Properties of different matrixes and lwas and their influences on the behavior of structural lwas.” *Second int proceedings second international symposium on structural lightweight aggregate concrete*, pp. 502 – 511.
- Hastie, T., Tibshirani, R. e Friedman, J., 2009. *The Elements of Statistical Learning*. Springer, New York.
- Jang, J.S.R., 1993. “Anfis: adaptive-network-based fuzzy inference system”. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, Vol. 23, No. 3, pp. 665–685.
- Kasperkiewicz, J., Racz, J. e Dubrawski, A., 1995. “Hpc strength prediction using artificial neural network”. *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 9, No. 4, pp. 279–284. doi:10.1061/(ASCE)0887-3801(1995)9:4(279).
- Ke, Y., 2008. *Characterization of the mechanical behavior of lightweight aggregate concretes: Experiment and modelling*. Tese (Doutorado), PhD. Thesis, Université de Cergy-Pontoise.
- Kockal, N.U. e Ozturan, T., 2011. “Strength and elastic properties of structural lightweight concretes”. *Materials and Design*, Vol. 32, No. 4, pp. 2396 – 2403. ISSN 0261-3069. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2010.12.053>.
- Neville, A., 2015. *Propriedades do Concreto - 5ª Edição*. Bookman. ISBN 9788582603666.
- Ni, H.G. e Wang, J.Z., 2000. “Prediction of compressive strength of concrete by neural networks”. *Cement and Concrete Research*, Vol. 30, No. 8, pp. 1245 – 1250. ISSN 0008-8846. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00345-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00345-8).
- Papadakis, V. e Tsimas, S., 2002. “Supplementary cementing materials in concrete: Part i: efficiency and design”. *Cement and Concrete Research*, Vol. 32, No. 10, pp. 1525 – 1532. ISSN 0008-8846. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)00827-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846(02)00827-X).
- Sanchez, E.C.M., 2009. *Controle por aprendizado acelerado e neuro-fuzzy de sistemas servo-hidráulicos de alta frequência*. Tese (Doutorado), PUC-Rio.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

APRENDIZADO POR REFORÇO NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE ASSIMÉTRICO: UMA COMPARAÇÃO ENTRE OS ALGORITMOS Q-LEARNING E SARSA

André Luiz Carvalho Ottoni, andreottoni@gmail.com

Grupo de Controle e Modelagem, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (Associação Ampla UFSJ & CEFET-MG), Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)

Erivelton Geraldo Nepomuceno, nepomuceno@ufsj.edu.br

Grupo de Controle e Modelagem, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)

Marcos Santos de Oliveira, mso@ufsj.edu.br

Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)

Resumo. O Aprendizado de Máquina é uma subárea da Inteligência Artificial e pode ser classificado em três tipos: Aprendizado Supervisionado, Aprendizado Não-Supervisionado e Aprendizado por Reforço (AR). O Aprendizado por Reforço é uma técnica baseada no aprendizado pelo sucesso e fracasso, e fundamentada nos Processos de Decisão de Markov (PDM). Em uma estrutura comum de AR, o aprendizado acontece a partir da interação direta do sistema inteligente (agente) com o ambiente. Baseando-se nisso, este trabalho visa analisar o desempenho do Aprendizado por Reforço na solução do Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico (PCVA). Esse problema se trata de um exemplo clássico da otimização combinatorial. Para isso, são adotados os algoritmos de AR mais tradicionais na literatura: Q-learning e SARSA. Pretende-se analisar a influência da definição de parâmetros no Aprendizado por Reforço nesse tipo de problema de otimização combinatorial. Assim, o objetivo é desafiar os algoritmos de AR na solução do PCVA, verificando como seus desempenhos são afetados pelas combinações dos parâmetros de taxa de aprendizado e fator de desconto. Além disso, é proposta uma metodologia baseada em experimentos e análises estatísticas para a seleção desses parâmetros para o PCVA. Foram realizadas simulações com quatro instâncias na biblioteca TspLib: Br17, Ftv33, Ftv44 e Ftv64. A análise dos resultados aponta o desempenho dos algoritmos para cada estudo de caso adotado.

Palavras-chave: Inteligência Artificial, Aprendizado por Reforço, Problema do Caixeiro Viajante

1. INTRODUÇÃO

O Aprendizado de Máquina é um importante campo da Inteligência Artificial (IA) (Russell e Norving, 2013). Os sistemas inteligentes dotados com algoritmos de aprendizado conseguem melhorar seu desempenho em uma tarefa por meio da experiência (Mitchell, 1997). De acordo com (Russell e Norving, 2013), o campo do Aprendizado de Máquina pode ser classificado em três casos: Aprendizado Supervisionado, Aprendizado Não-Supervisionado e Aprendizado por Reforço.

O Aprendizado por Reforço (AR) é uma técnica baseada no aprendizado pelo sucesso e fracasso, e fundamentada nos Processos de Decisão de Markov (PDM) (Sutton e Barto, 1998). Em uma estrutura comum de AR, o aprendizado acontece a partir da interação direta de um agente com o ambiente. Assim, no AR o agente usa sensores para identificar o estado (s) atual do ambiente, em seguida executa a melhor ação (a), e então recebe um retorno para o par estado-ação (s, a). Geralmente, recompensas positivas indicam sucesso na tomada de decisão. Já as recompensas negativas são as penalidades. Dessa forma, o agente armazena essas informações de sucesso e fracasso para auxiliar nas tomadas de decisões futuras.

Os métodos de aprendizado por reforço mais adotados são os baseados em diferença temporal, como os algoritmos

Q-learning e SARSA (Watkins e Dayan, 1992; Sutton e Barto, 1998). Nesses métodos de AR, a taxa de aprendizado (α), o fator de desconto (γ), e a política de ações $\epsilon - greedy$, podem ser definidos entre qualquer valor no intervalo entre 0 e 1 (Sutton e Barto, 1998). Dessa forma, a seleção desses parâmetros se torna um fator importante, pois o desempenho do AR pode ficar comprometido por uma definição inadequada para o experimento (Even-Dar e Mansour, 2003).

Alguns estudos sobre a definição dos parâmetros do aprendizado por reforço já foram realizados. Em (Even-Dar e Mansour, 2003), os autores mostraram que a convergência do Q-learning é sensível aos valores de α e γ . Já o trabalho (Schweighofer e Doya, 2003), introduz o conceito de meta-parâmetros para o AR. Dessa forma, em (Schweighofer e Doya, 2003) é proposto um algoritmo para o ajuste de parâmetros do AR de forma dinâmica. Os autores de (Gosavi, 2008), por sua vez, apresentam um estudo empírico sobre o efeito da taxa de aprendizado na convergência de algoritmos de AR.

O Aprendizado por Reforço possui aplicações diversas na literatura como, robótica, sistemas multiagentes, controle ótimo e otimização. Nesse aspecto, o AR também vem sendo aplicado em um campo específico da otimização, os denominados problemas de otimização combinatória. Um dos exemplos mais clássicos de otimização combinatória é o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) (Applegate *et al.*, 2007). Seu objetivo é definir a menor rota entre n cidades. Assim, o caixeiro deve passar por todas as cidades uma única vez, exceto aquela na qual se inicia e termina a jornada. Dessa forma, o AR pode ser aplicado ao PCV na tentativa do caixeiro aprender a sequência de cidades que deve acessar para minimizar a distância percorrida na rota (Gambardella e Dorigo, 1995; Santos *et al.*, 2009; Lima Júnior, 2009).

Nesse aspecto, alguns estudos já abordaram a aplicação do Aprendizado por Reforço no Problema do Caixeiro Viajante. Os autores de (Gambardella e Dorigo, 1995), realizam uma conexão entre a técnica de otimização de Colônia de Formigas, em inglês *Ant System (AS)*, e o Aprendizado por Reforço. Dessa forma, é introduzida a classe de algoritmos Ant-Q. Além disso, o Ant-Q é aplicado na solução do Problema do Caixeiro Simétrico e Assimétrico. Outra abordagem recorrente na solução de problemas de otimização combinatória é o desenvolvimento de soluções híbridas entre Algoritmos Genéticos (AGs) e Aprendizado por Reforço (Miagkikh e Punch, 1999; Liu e Zeng, 2009; Santos *et al.*, 2009; Lima Júnior, 2009). Seguindo a mesma linha de conciliar técnicas para a resolução do PCV, o trabalho (?) aplica a aceleração por heurísticas no AR.

Vale ressaltar que, em uma publicação recente dos autores deste trabalho, foram realizados alguns estudos sobre a análise do desempenho do Aprendizado por Reforço na solução do Problema do Caixeiro Viajante (Ottoni *et al.*, 2015). Ottoni *et al.* (2015) verificaram para o algoritmo Q-learning os efeitos de combinações da taxa de aprendizado (constante e decaindo) e política $\epsilon - greedy$ na resolução de três instâncias do PCV Simétrico.

Já este trabalho visa analisar o desempenho do Aprendizado por Reforço na solução do Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico (PCVA). Além disso, este artigo adota o Q-learning (Watkins e Dayan, 1992) e também outro algoritmo de AR tradicional na literatura, o SARSA (Sutton e Barto, 1998). Assim, o objetivo é desafiar os algoritmos de AR na solução do PCVA, verificando como seus desempenhos são afetados pelas combinações dos parâmetros de taxa de aprendizado e fator de desconto. Pretende-se também formular uma metodologia baseada em experimentos e análises estatísticas para a seleção desses parâmetros para o Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico.

2. ALGORITMOS DE APRENDIZADO POR REFORÇO

O Q-learning proposto por (Watkins e Dayan, 1992) é um dos algoritmos de Aprendizado por Reforço mais conhecidos e adotados. O método se baseia na atualização da matriz de aprendizado Q , a partir da Eq. 1.

$$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha[r(s, a) + \gamma \max_{a'} Q(s') - Q_t(s, a)], \quad (1)$$

em que:

- $Q_t(s, a)$ é valor no instante t na matriz de aprendizado Q para o par estado $(s) \times$ ação (a) ;

- $Q_{t+1}(s, a)$ é a atualização da matriz de aprendizado no instante $t + 1$ pela execução da ação a no estado s ;
- $r(s, a)$ é o recompensa imediata para a execução da ação a no estado s ;
- $\max_{a'} Q(s')$ é a utilidade de s' , ou seja, o valor máximo na matriz de aprendizado na linha do novo estado s' .
- α é a taxa de aprendizado;
- γ é o fator de desconto;
- $s = s_t, a = a_t, s' = s_{t+1}$ e $a' = a_{t+1}$.

O Algoritmo SARSA (Sutton e Barto, 1998) é uma modificação do Q-learning. O SARSA não adota a maximização das ações do Q-learning, assim a matriz de aprendizado é atualizada como na Eq. 2:

$$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha[r_t + \gamma Q_t(s', a') - Q_t(s, a)]. \quad (2)$$

O Algoritmo 1 retrata o SARSA.

Algoritmo 1: SARSA.

Definir os parâmetros: α, γ e ϵ

Para cada par s, a inicialize a matriz $Q(s, a) = 0$

Observe o estado s

Selecione a ação a usando a política $\epsilon - greedy$

repita

 Execute a ação a

 Receba a recompensa imediata $r(s, a)$

 Observe o novo estado s'

 Selecione a nova ação a' usando a política ϵ -gulosa

$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha[r_t + \gamma Q_t(s', a') - Q_t(s, a)]$

$s = s'$

$a = a'$

até o critério de parada ser satisfeito;

3. PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

O Problema do Caixeiro Viajante, no inglês Traveling Salesman Problem, consiste em determinar a menor rota entre um conjunto de cidades, $C = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_n)$ (Lima Júnior, 2009). A cada par de cidades é dada uma distância (ou custo) associado, d_{ij} . Como restrição, cada localidade deve ser visitada uma única vez. Além disso, o caixeiro deve iniciar e finalizar o percurso na mesma cidade.

O PCV é dito simétrico se satisfaz $d_{ij} = d_{ji}$. No entanto, se $d_{ij} \neq d_{ji}$, então o problema é assimétrico (Lima Júnior, 2009). Ou seja, a distância entre duas cidades é diferente de acordo com o sentido da rota.

4. MODELAGEM DO PROBLEMA

Para a solução do Problema do Caixeiro Viajante via métodos de Aprendizado por Reforço são necessárias algumas definições iniciais, como ações, estados e reforços do modelo. O caixeiro viajante passa então a ser considerado como um agente de aprendizado que deve buscar otimizar as tomadas de decisões (ações) na seleção da ordem das localidades (estados) que deve visitar. Assim, a metodologia adotada para o desenvolvimento da estratégia de aprendizagem é a mesma adotada em (Ottoni et al., 2015):

1. Definição do conjunto finito de estados do ambiente: Nesse caso, os estados são todas as localidades em que o caixeiro viajante (agente) deve acessar.
2. Definição do conjunto finito de ações que o agente pode realizar: Cada ação foi definida como sendo intenção de ir para outra localidade (estado) do problema. Vale ressaltar que, para evitar a repetição de localidades na rota, as ações que levem aos estados já visitados não devem estar disponíveis (Lima Júnior, 2009).
3. Definição dos valores dos reforços, para cada par estado (s) \times ação (a): Os reforços foram definidos como as distâncias entre as localidades multiplicada por -1. Assim, quanto maior a distância, mais negativo é o reforço. Dessa forma, espera-se que o agente procure encontrar a distância mais curta entre duas localidades para diminuir a penalidade. Essa abordagem é a mesma adotada por Bianchi (2004).
4. Aplicação dos algoritmos de aprendizado por reforço Q-learning e SARSA no simulador desenvolvido: Foi desenvolvido um simulador no software *Matlab* para realizar os experimentos.

5. METODOLOGIA DE DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS

Nesta seção é proposta uma metodologia para análise e definição de parâmetros no AR: taxa de aprendizado e fator de desconto. Em seguida, a sequência de passos da metodologia proposta é descrita:

1. Definição dos critérios de desempenho.
 - D_C : Distância calculada por combinação de parâmetros em cada episódio.
 - M_C : Média da distância calculada por combinação de parâmetros ao longo do conjunto de épocas.
 - Critérios de desempate: Média da distância calculada por parâmetros ao longo do conjunto de épocas.
 - M_α : Média para a taxa de aprendizado.
 - M_γ : Média para o fator de desconto.
2. Análise e definição da taxa de aprendizado (α) e fator de desconto (γ).
 - (a) Definição do conjunto de valores para γ , espaçados entre 0 e 1. Ver Tab. 2.
 - (b) Definição do conjunto de valores para α , espaçados entre 0 e 1. Ver Tab. 2.
 - (c) Definição de um valor para o parâmetro ϵ da política de seleção de ações $\epsilon - greedy$. Ver Tab. 2.
 - (d) Experimentos com todas as combinações de α e γ .
 - (e) Análise dos critérios de desempenho para cada combinação de α e γ .
 - (f) Definição dos parâmetros: taxa de aprendizado (α) e fator de desconto (γ).

6. FORMULAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Para cada algoritmo, foram realizados testes com o PCV adotando quatro problemas assimétricos da biblioteca TS-PLIB: Br17, Ftv33, Ftv44 e Ftv64. A Tab. 1 especifica o número de localidades e a solução ótima conhecida para cada um dos problemas estudados.

Vale ressaltar que, os valores para α e γ foram selecionados na perspectiva de analisar tanto magnitudes baixas e altas desses parâmetros, na compreensão do espaço de definição possível entre 0 e 1. No entanto, a modelagem com quaisquer outros valores para esses parâmetros também é perfeitamente possível.

Cada combinação de parâmetros foi simulada em cinco épocas (repetições) com 1000 (mil) episódios. Sendo que, cada episódio teve como resposta a distância total percorrida pelo agente na rota da instância.

A Tab. 2 resume as definições dos experimentos da 2ª Etapa, para cada algoritmo e instância adotados.

Tabela 1. Problemas da TSPLIB estudados.

Problema	Cidades	Solução Ótima Conhecida
Br17	17	39
Ftv33	34	1286
Ftv44	45	1613
Ftv64	65	1839

Tabela 2. Resumo dos Experimentos na 2ª Etapa da Metodologia.

	Quantidade	Valores
α	8	0,01; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 0,99
γ	8	0,01; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 0,99
ϵ	1	0,01
Combinações	$8 \times 8 \times 1 = 64$	-
Épocas por Combinação	5	-
Episódios por Época	1000 (mil)	-
Episódios por Combinação	$5 \times 1000 = 5000$	-
Total de Épocas	$64 \times 5 = 320$	-
Total de Episódios	$320 \times 1000 = 320000$	-

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados dos experimentos apontam uma alta sensibilidade à definição dos parâmetros (α e γ) no desempenho do AR na solução do PCVA. Para exemplificar essa afirmação, as Figs. 1 e 2 apresentam a Média da Distância (M_C) calculada por combinação de parâmetros para as instâncias Br17 e Ftv64, respectivamente. Nessas Figuras é possível observar, por exemplo, uma tendência na diminuição do M_C com valores mais baixos para o fator de desconto. Além disso, para $\alpha = 0,01$, em todos os casos gerou resultados altos para a Média da Distância calculada.

A Tab. 3 apresenta os melhores resultados dos algoritmos de AR para cada uma das quatro instâncias do Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico estudadas: Br17, Ftv33, Ftv44 e Ftv64.

Tabela 3. Parâmetros com melhores critérios de desempenho para cada problema e algoritmo.

Problema	Critério	Q-learning			SARSA		
		Valor	α	γ	Valor	α	γ
Br17	Menor D_C	39	*	*	39	**	**
Br17	Menor M_C	92,707	0,99	0,01	92,892	0,90	0,01
Ftv33	Menor D_C	1454	0,75	0,30	1382	0,6; 0,99	0,15
Ftv33	Menor M_C	1792,66	0,99	0,01	1776,40	0,99	0,01
Ftv44	Menor D_C	1906	0,90	0,01	1795	0,99	0,01
Ftv44	Menor M_C	2360,3	0,75	0,01	2327,8	0,90	0,01
Ftv64	Menor D_C	2197	0,75	0,01	2140	0,99	0,15
Ftv64	Menor M_C	3061,7	0,99	0,15	3093,2	0,99	0,01

*25 combinações dos parâmetros α e γ alcançaram o $D_C = 39$ para o Q-learning.

**26 combinações dos parâmetros α e γ alcançaram o $D_C = 39$ para o SARSA.

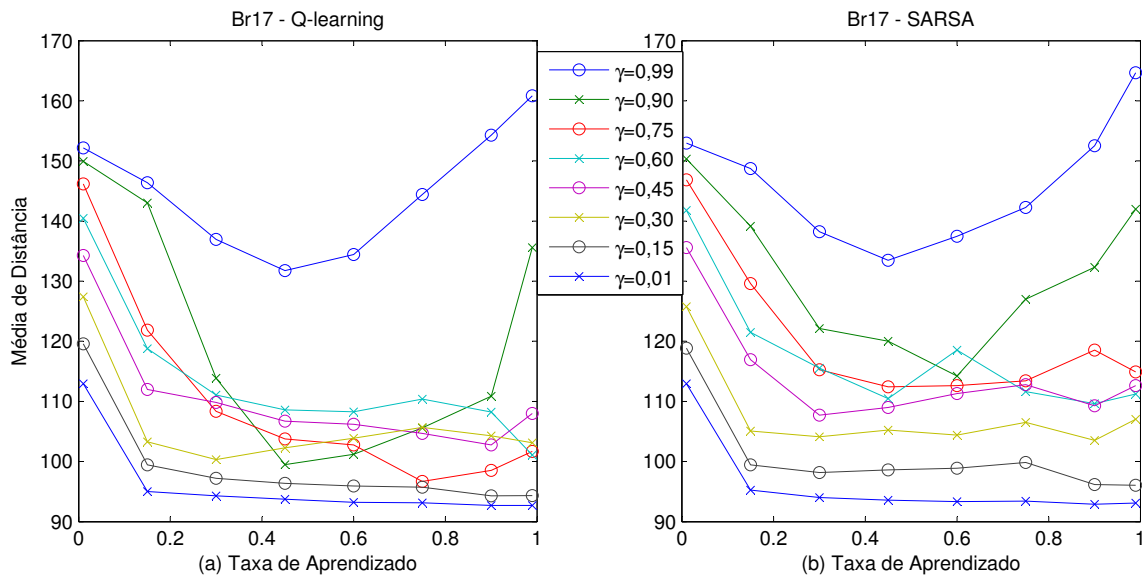


Figura 1. Média de distância para a instância Br17 versus combinações de parâmetros (α e γ) na 2ª Etapa da Metodologia. (a) Q-learning. (b) SARSA.

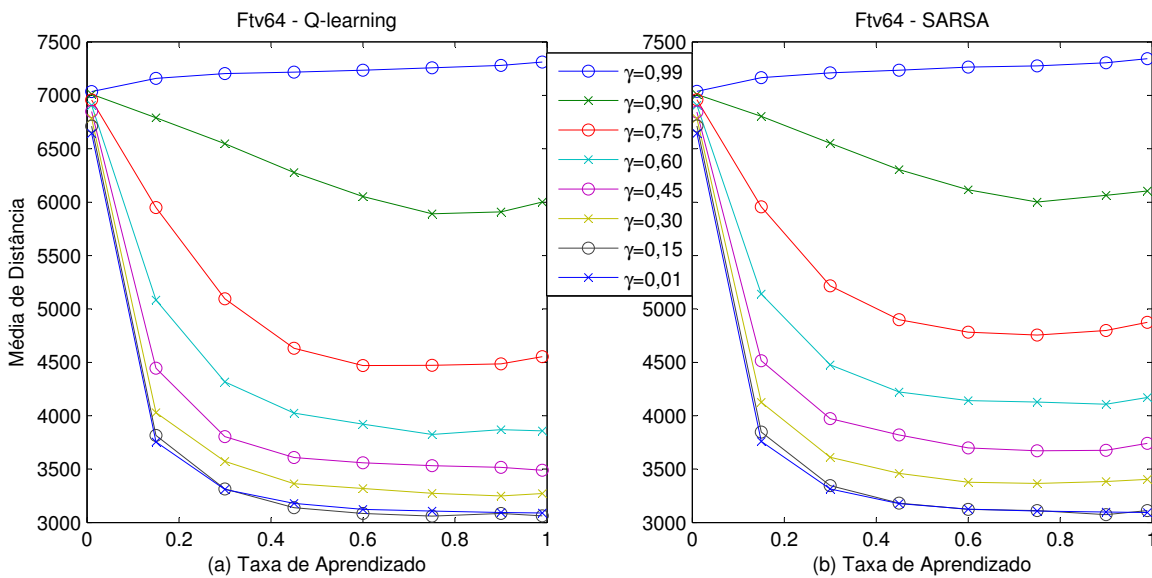


Figura 2. Média de distância para a instância Ftv64 versus combinações de parâmetros (α e γ) na 2ª Etapa da Metodologia. (a) Q-learning. (b) SARSA.

A metodologia proposta na Seção 5, prevê no item 2(f), a análise dos critérios de desempenho para as combinações de parâmetros. Dessa forma, em seguida são propostas uma sequência de três regras gerais para serem adotadas na análise no passo 2(f) da metodologia:

1. Verificar a combinação de parâmetros que calculou a menor valor para D_C . Definir a 1ª combinação (C_1).
2. Verificar a combinação que gerou a menor média M_C ao longo do processo. Definir a 2ª combinação (C_2).
3. Comparação: Se a primeira combinação de parâmetros é igual à segunda, ($C_1 = C_2$), então definir a combinação $C = C_1 = C_2$. Se não, definir os parâmetros, a partir de C_1 e C_2 , observando os critérios de desempate de menores valores para M_α e M_γ .

Assim, após a análise dos critérios de desempenho foram definidos os melhores parâmetros para cada instância e algoritmo, conforme Tab. 4.

Tabela 4. Definição dos parâmetros para cada problema e algoritmo estudado.

Problema	Algoritmo	α	γ
Br17	Q-learning	0,99	0,01
Br17	SARSA	0,90	0,01
Ftv33	Q-learning	0,75	0,01
Ftv33	SARSA	0,99	0,01
Ftv44	Q-learning	0,75	0,01
Ftv44	SARSA	0,90	0,01
Ftv64	Q-learning	0,75	0,15
Ftv64	SARSA	0,99	0,01

Para comparar os desempenhos dos algoritmos Q-learning e SARSA, é apresentada a Eq. 3:

$$D_{ij} = \left(1 - \frac{MS_{ij} - SO_i}{SO_i}\right) \times 100\%, \quad (3)$$

em que, D_{ij} é o desempenho do algoritmo i para a instância j , MS_{ij} é a melhor solução do algoritmo i na instância j , SO_j é a solução ótima conhecida da instância j . Assim, a Tab. 5 mostra os desempenhos de Q-learning e SARSA para cada problema analisado.

Tabela 5. Desempenho dos algoritmos.

Problema	Solução Ótima Conhecida	Melhor Solução Q-learning	Melhor Solução SARSA	Desempenho Q-learning	Desempenho SARSA
Br17	39	39	39	100%	100%
Ftv33	1286	1454	1382	86,93%	92,54%
Ftv44	1613	1906	1795	81,83%	88,72%
Ftv64	1839	2197	2140	80,53%	83,63%

8. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo estudar os efeitos da definição da taxa de aprendizado e fator de desconto sobre o desempenho do AR na solução do PCVA. Para isso, foram adotados os algoritmos Q-learning e SARSA. Assim, a metodologia de definição de parâmetros proposta visa avaliar de α e γ sobre os resultados em cada problema estudado.

O algoritmo SARSA alcançou desempenho superior ao Q-learning na maioria das instâncias adotadas. Além disso, vale ressaltar que, o desempenho de ambos algoritmos diminuiu com o aumento da complexidade dos problemas, ou seja, crescimento do número de localidades nas instâncias.

Em trabalhos futuros, pretende-se aprimorar a metodologia para avaliar os parâmetros α , γ e $\epsilon - greedy$. Assim, unindo aspectos deste trabalho e do artigo anterior destes autores (Ottoni *et al.*, 2015). Dessa forma, apresentar a análise da sensibilidade desses três parâmetros para problemas simétricos e assimétricos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à UFSJ, FAPEMIG, CAPES, CNPq e PPGEL (Associação Ampla UFSJ & CEFET-MG).

NOMENCLATURA

Em seguida, a nomenclatura adotada neste trabalho:

AR	Aprendizado por Reforço	Letras gregas	
PCV	Problema do Caixeiro Viajante	α	taxa de aprendizado
PCVA	Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico	γ	fator de desconto

REFERÊNCIAS

- Applegate, D., Bixby, R.E., Chvátal, V. e Cook, W., 2007. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press Princeton.
- Bianchi, R.A.C., 2004. *Uso de Heurística para a aceleração do aprendizado por reforço*. Tese (Doutorado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Even-Dar, E. e Mansour, Y., 2003. “Learning rates for q-learning”. *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 5, pp. 1–25.
- Gambardella, L.M. e Dorigo, M., 1995. “Ant-q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem”. *Proceedings of the 12th International Conference on Machine Learning*.
- Gosavi, A., 2008. “On step sizes, stochastic shortest paths, and survival probabilities in reinforcement learning”. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*.
- Lima Júnior, F.C., 2009. *Algoritmo Q-learning como Estratégia de Exploração e/ou Exploração para as Metaheurísticas GRASP e Algoritmo Genético*. Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Eng. Elétrica e de Computação da UFRN.
- Liu, F. e Zeng, G., 2009. “Study of genetic algorithm with reinforcement learning to solve the tsp”. *Expert Systems with Applications*, Vol. 36.
- Miagkikh, V. e Punch, W.F., I., 1999. “Global search in combinatorial optimization using reinforcement learning algorithms”. In: *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. Vol. 1, p. 196 Vol. 1. doi:10.1109/CEC.1999.781925.
- Mitchell, T.M., 1997. *Machine Learning*. McGraw-Hill Science.
- Otoni, A.L.C., Nepomuceno, E.G., Cordeiro, L.T., Lamperti, R.D. e Oliveira, M.S., 2015. “Análise do desempenho do aprendizado por reforço na solução do problema do caixeiro viajante”. *XII SBAI - Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*.
- Russell, S.J. e Norving, P., 2013. *Inteligência Artificial*. Campus, 3rd edi.
- Santos, J.Q., Lima Junior, F., Magalhaes, R., de Melo, J. e Neto, A., 2009. “A parallel hybrid implementation using genetic algorithm, grasp and reinforcement learning”. In: *Neural Networks, 2009. IJCNN 2009. International Joint Conference on*. pp. 2798–2803. ISSN 1098-7576. doi:10.1109/IJCNN.2009.5178938.
- Schweighofer, N. e Doya, K., 2003. “Meta-learning in reinforcement learning”. *Neural Networks*, Vol. 16, pp. 5–9.
- Sutton, R. e Barto, A., 1998. *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge, MA: MIT Press, 1st edi.
- Watkins, C.J. e Dayan, P., 1992. “Technical note q-learning”. *Machine Learning*.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA PREDIÇÃO DE CARGAS ENERGÉTICAS DE EDIFÍCIOS

Grasiele Regina Duarte, grasiele.duarte@engenharia.ufjf.br

Leonardo Goliatt da Fonseca, leonardo.goliatt@ufjf.edu.br

Luciana Conceição Dias Campos, lcdcampos@gmail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rua José Lourenço Kelmer, s/n - Campus Universitário - Bairro São Pedro - CEP: 36036-900 - Juiz de Fora - MG

Resumo. *As condições climáticas no interior dos edifícios residenciais podem ser definidas com equipamentos climatizadores, porém, o uso intenso destes equipamentos pode resultar num alto consumo energético. Para reduzir o uso desses equipamentos e manter as temperaturas internas desejadas é possível projetar edifícios energeticamente eficientes. Para avaliar a eficiência energética de um edifício é necessário estimar suas cargas de aquecimento e resfriamento considerando algumas de suas características físicas, definidas em projeto. Um recurso computacional aplicável neste problema são os métodos de aprendizado de máquina, que estimam uma resposta a partir de um conjunto de entradas. Para tal, esses métodos requerem uma etapa de treinamento, denominado treinamento supervisionado, que considera uma base de dados elaborada a partir de variáveis selecionadas no domínio do problema. Este trabalho avalia o desempenho de 3 métodos de aprendizado de máquina (GP, KNN e LM) na predição das cargas de resfriamento e aquecimento de edifícios residenciais. A base de dados para treinamento, disponível na literatura, consiste de oito variáveis de entrada e duas variáveis de saída, oriundas de projetos de edifícios. Os métodos de aprendizado de máquina foram ajustados com uma estratégia de busca exaustiva com validação cruzada e foram avaliados mediante 4 métricas de desempenho. O uso de tal estratégia resultou em algoritmos com parâmetros otimizados e permitiu obter resultados competitivos com a literatura.*

Palavras-chave: *Eficiência energética, Cargas de aquecimento e resfriamento, Métodos de aprendizado de máquina.*

1. INTRODUÇÃO

As condições climáticas no interior dos edifícios residenciais podem ser determinadas com o uso de tecnologias como equipamentos de ar condicionado, aquecedores etc. No entanto, o uso intenso e numeroso de tais equipamentos, pode gerar um alto consumo energético. Uma alternativa para reduzir o uso de equipamentos climatizadores e ainda assim manter as condições climáticas internas desejadas é projetar edifícios energeticamente eficientes, capazes de produzir tais condições. Para avaliar a eficiência energética de um edifício é necessário estimar e analisar suas cargas de aquecimento e resfriamento com base em características físicas definidas em seu projeto. Também devem ser consideradas informações como localização global, finalidade do edifício, ocupação, nível de atividade.

Entre as ferramentas computacionais para tal objetivo estão aquelas que simulam cenários, que frequentemente produzem resultados acurados. Essas ferramentas podem requerer conhecimento avançado do usuário devido a multidisciplinaridade presente em muitas delas. Além disto, simulações podem ter custo e tempo computacional consideráveis e os resultados podem variar de acordo com a ferramenta (*software*) utilizada Tsanas e Xifara (2012); Yeziro *et al.* (2008); Crawley *et al.* (2008); Cheng e Cao (2014).

Outro recurso computacional que pode ser aplicado neste tipo de problema são os métodos de aprendizado de máquina, identificados neste trabalho como MAM. Estas ferramentas são treinadas (aprendem) a partir de uma base de dados elaborada a partir de um conjunto de variáveis selecionadas no domínio do problema. Este tipo de treinamento é conhecido como Treinamento Supervisionado. Este treinamento consiste basicamente em reduzir o erro que pode haver entre o valor produzido pelo MAM e o valor contido na base de dados Hastie *et al.* (2009); Rutkowski (2008). A qualidade destas

ferramentas fica condicionada ao conhecimento construído no treinamento. A escolha tanto das variáveis quanto da base de treinamento é muito importante. Um MAM pode ser extremamente rápido para produzir um resultado para um nova entrada, desde que o modelo esteja devidamente treinado [Tsanas e Xifara \(2012\)](#).

Alguns MAM's já foram utilizados no contexto de desempenho energético de edifícios. As Redes Neurais Artificiais (ANN - do inglês *Artificial Neural Networks*) que imitam o funcionamento do cérebro humano, criando uma rede de neurônios artificiais interligados, foram aplicadas na predição do consumo energético voltado para resfriamento e aquecimento de edifícios em [Hou et al. \(2006\)](#), [Zhang e Haghighat \(2010\)](#) e [Kwok et al. \(2011\)](#). Outro MAM utilizado neste contexto foi a Regressão Polinomial, como foi feito em [Catalina et al. \(2008\)](#) ao proporem uma ferramenta para prever a demanda de aquecimento mensal de edifícios residenciais. A Máquina de Vetor de Suporte (SVM - do inglês *Support Vector Machine*) é outro MAM utilizado por pesquisadores para prever o consumo energético de edifícios, como foi feito em [Dong et al. \(2005\)](#) e [Jinhu et al. \(2010\)](#). Em [Cheng e Cao \(2014\)](#) foi aplicada a técnica intitulada Máquina de Regressão Multivariada Adaptativa (MARS - do inglês *Multivariate Adaptive Regression Splines*) para prever cargas de aquecimento e resfriamento produzidas por edifícios.

Entre tantos MAM's disponíveis na literatura é importante conhecer quais se adaptam melhor ao problema mencionado produzindo bons resultados ou ainda, quais não devem ser aplicados, não apresentam o perfil que atenda as condições do cenário. Este trabalho aplica três MAM's (GP, KNN e LM) na predição das cargas de resfriamento e aquecimento de edifícios residenciais. Faz-se um estudo avaliativo e comparativo sobre o desempenho dos métodos. Para a predição são consideradas oito variáveis de entrada (características de projeto de edifícios): compactidade relativa (RC), área de superfície, área de parede, área de telhado, altura geral, orientação, área de vidros e distribuição da área de vidros. Estas variáveis foram definidas com base nos estudos realizados em [Tsanas e Xifara \(2012\)](#) e [Cheng e Cao \(2014\)](#). Avalia-se o desempenho dos métodos através de 4 métricas estatísticas (MAE, RMSE, MRE e R^2) que indicam a proximidade dos valores de saída produzidos com os valores esperados.

2. BASE DE DADOS

O conjunto de dados utilizado no treinamento de um MAM deve representar o melhor possível o contexto do problema em que a ferramenta será aplicada. Esta escolha pode influenciar consideravelmente no desempenho do método. O conjunto de dados utilizado neste trabalho foi apresentado em [Tsanas e Xifara \(2012\)](#). Os dados foram obtidos com a simulação de um conjunto de edifícios utilizando o *software* Ecotect. O conjunto abrange as oito variáveis de entrada e as duas variáveis de saída mencionadas na Seção 1. A partir daqui as variáveis de entrada passam a ser identificadas como $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ e x_8 e as variáveis de saída como y_1 e y_2 , conforme descritas na Tab. 1.

Tabela 1. Representação matemática das variáveis de entrada e saída [Tsanas e Xifara \(2012\)](#).

Representação matemática	Variável de entrada ou saída	Número de valores possíveis
x_1	Compactidade Relativa (RC)	12
x_2	Área de Superfície	12
x_3	Área de Parede	7
x_4	Área de Telhado	4
x_5	Altura Geral	2
x_6	Orientação	4
x_7	Área de Vidro	4
x_8	Distribuição da Área de Vidro	6
y_1	Carga de Aquecimento	586
y_2	Carga de Resfriamento	636

Em [Tsanas e Xifara \(2012\)](#) foram simulados 12 edifícios localizados na cidade de Atenas - Grécia, compostos por 18 blocos de dimensão $3,5 \times 3,5 \times 3,5m$, o que resulta o volume de $771,75m^3$ para cada edifício simulado. Em [Tsanas e Xifara \(2012\)](#) foi considerado que todos os edifícios foram construídos com o mesmo material, todos com o menor

Valor-U. As características utilizadas (valores-U entre parênteses) foram: paredes (1,780), pisos (0,860), telhados (0,500) e janelas (2,260). No que diz respeito às áreas de superfície, dimensões de projeto e formas, os edifícios são diferentes, como demonstrado na Fig. 4 de Cheng e Cao (2014).

Em Tsanas e Xifara (2012) foi considerado que cada bloco era ocupado por sete pessoas com vida sedentária. O projeto interno dos blocos foi definido como: vestuário: 0,6clo, humidade: 60%, velocidade do ar: 0,30m/s, nível de iluminação: 300Lux. A sensibilidade para ganho interno foi 5 e a latência $2W/m^2$. A taxa de infiltração de ar foi 0,5 e a taxa de troca de ar com sensibilidade ao vento foi 0,25. Os edifícios foram simulados em Tsanas e Xifara (2012) com temperaturas variando no intervalo $[19, 24]^{\circ}C$ e foi considerado que as atividades nos edifícios ocorriam entre 15 e 20h em dias de semana e de 10 às 20h nos fins de semana.

Para cada um dos 12 edifícios simulados em Tsanas e Xifara (2012) foram considerados três tipos de área de vidro definidas como parcelas da área de piso: 10%, 25% e 40%. Para cada um desses tipos foram simulados cinco formas de distribuição destas áreas: (1) Uniforme: 25% de vidro em cada lado do edifício; (2) Norte: 55% de vidro no lado norte e 15% nos outros lados; (3) Sul: 55% de vidro no lado sul e 15% nos outros lados; (4) Leste: 55% de vidro no lado leste e 15% nos outros lados; (5) Oeste: 55% de vidro no lado oeste e 15% nos outros lados. Também foram simulados edifícios sem áreas de vidro. Por fim, todos os edifícios foram rotacionados de forma a ter a frente para os quatro pontos cardinais.

Com base nestas informações pode-se concluir que a base de dados utilizada é composta por $12 \times 3 \times 5 \times 4 + 12 \times 4 = 768$ amostras de edifícios.

3. MÉTODOS

3.1 k Vizinhos Mais Próximos

O método k Vizinhos Mais Próximos (KNN - do inglês *k-Nearest Neighbors*) é um método para classificação e regressão (predição) cujos passos podem ser descritos por: (1) Verificar similaridade entre os pontos do conjunto de dados e identificar os k mais próximos de cada um deles. Comumente a proximidade entre os pontos é dada pela distância euclidiana Eberhart e Shi (2007); Segaran (2007); Hastie et al. (2009). (2) Calcula-se a média da variável de saída entre os k vizinhos. Em muitos casos o KNN produz melhores resultados quando esta média é ponderada de acordo com alguma regra de ajuste de pesos. (3) Uma nova entrada terá o valor de saída predito como sendo a média calculada no passo (2).

3.2 Modelo Linear

O método de regressão (predição) Modelo Linear (LM - do inglês *Linear Model*) pode ser descrito por: dado um vetor de entrada $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, onde n é o número de variáveis de entrada, o valor de saída predito y_p é determinado por

$$y_p = \beta_0 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_i, \quad (1)$$

onde β_0 é o intercepto (y_p quando $\mathbf{x} = 0$). Comumente o valor 1 é inserido no vetor \mathbf{x} para inclusão do valor β_0 no vetor β e desta forma a Eq. (1) passa a ser o produto interno $y_p = \mathbf{x} \cdot \beta$. A estratégia mais utilizada para o ajuste do vetor β é aplicar o método dos Mínimos Quadrados (LS - do inglês *Least Squares*) Hastie et al. (2009).

3.3 Kriging ou Processo Gaussiano

Também conhecido como Processo Gaussiano de Regressão (GP - do inglês *Gaussian Process*), o *kriging* é um método de interpolação (regressão, predição) que se baseia na covariância entre os dados. O método parte do princípio de que pontos próximos no espaço tendem a produzir valores de saída parecidos. O valor predito (y_p) pelo GP para a variável de

saída y para uma determinada entrada \mathbf{x} é dado por

$$y_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i y_i, \quad (2)$$

onde N é a quantidade de pontos próximos a \mathbf{x} que serão considerados para o cálculo e y_i é o valor de saída na base, de cada um desses N pontos. Os valores de λ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) são definidos por uma função decrescente da covariância entre x_p e cada um dos N pontos. O treinamento do GP consiste em encontrar o vetor λ que minimiza o erro entre os valores y_p e as saídas contidas na base. Quanto maior o valor de N e quanto mais próximos os pontos se encontrarem, melhor será a eficiência do método [Li et al. \(2015\)](#); [Ulaganathan et al. \(2015\)](#).

3.4 Grid Search

A definição de valores para os parâmetros de um MAM pode provocar um grande impacto na sua acurácia. Além disto, os valores ideais para os parâmetros de um método podem variar com o problema.

O *Grid Search* é uma estratégia aplicável para o ajuste automático e otimizado de parâmetros do MAM. Esta técnica constrói uma malha a partir de conjuntos de valores pré-definidos para cada um dos parâmetros. Para cada combinação de valores possível o método é treinado com uma parcela dos dados da base, gerando um conjunto de saídas. A melhor configuração de parâmetros é definida como sendo aquela com a qual foi produzido o melhor conjunto de saídas. O número de possibilidades de configuração para o método é dado por

$$S = \prod_{k=1}^K N_k, \quad (3)$$

onde K é a quantidade de parâmetros e N_k é o número de valores escolhidos para o k -ésimo parâmetro [Bergstra e Bengio \(2012\)](#).

O método *Grid Search* é computacionalmente custoso, mas pode ser paralelizado de forma trivial. O ponto crítico do *Grid Search* é a definição dos conjuntos de valores que serão experimentados para cada um dos parâmetros.

3.5 Validação Cruzada – k -Fold

Após o treinamento é necessário testar a capacidade do MAM de se adaptar a um novo conjunto de dados com características similares. Este trabalho aplica a técnica Validação Cruzada (CV - do inglês *Cross Validation*) que divide o conjunto de dados em subconjuntos mutuamente exclusivos. Uma parte é utilizada para ajustar o modelo preditor (treinamento) e o restante para validá-lo (testar).

Para a divisão dos dados foi adotada a estratégia conhecida como k -Fold CV, que divide o conjunto de dados em k partes de tamanhos mais ou menos iguais. Tipicamente utiliza-se $k = 5$ ou $k = 10$ [Tsanas e Xifara \(2012\)](#); [Hastie et al. \(2009\)](#); [Segaran \(2007\)](#). O modelo é ajustado com $k - 1$ partes e validado com os dados da parte restante. Treinamento e teste são repetidos k vezes alternando os conjuntos de treinamento e teste entre as k partes. A Fig. 1 ilustra aplicação do k -Fold CV. Neste trabalho foi utilizado $k = 10$.

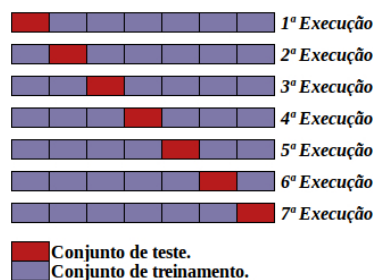


Figura 1. Treinamento e teste do MAM aplicando k -Fold CV com $k = 7$.

3.6 Avaliação de desempenho dos métodos

O recurso mais utilizado para avaliar a eficiência de um MAM é verificar o erro entre o valor predito para a variável de saída e o valor esperado, medido no treinamento e validação do método. Este trabalho aplica quatro métricas estatísticas para calcular este erro: *MAE*, *RMSE*, *MRE*, R^2 .

Dado um conjunto de dados composto por N observações, a métrica Média do Erro Absoluto (MAE - do inglês *Mean Absolute Error*) é dada por Tsanas e Xifara (2012); Cheng e Cao (2014)

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \bar{y}_i|, \quad (4)$$

onde y_i é o valor esperado para a variável de saída y com a entrada \mathbf{x}_i de acordo com a base de dados e \bar{y}_i é o valor predito para y com a mesma entrada \mathbf{x}_i . A Raiz da Média do Erro Quadrado (RMSE - do inglês *Root Mean Squared Error*) é outra métrica de desempenho e é dada por

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \bar{y}_i|^2}. \quad (5)$$

Outra métrica é a Média do Erro Relativo (MRE - do inglês *Mean Relative Error*), comumente dada em percentual e indica a relação entre o valor predito e o valor esperado e é dado por Tsanas e Xifara (2012); Cheng e Cao (2014)

$$MRE = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \bar{y}_i|}{y_i}. \quad (6)$$

Por fim, tem-se a métrica R -quadrado (R^2), também conhecido como coeficiente de determinação, que é dado por Cheng e Cao (2014)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (7)$$

onde \hat{y}_i é a média do valor predito para a variável y . O valor de R^2 deverá estar próximo de 1 para que o método seja bem avaliado.

4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para atingir o objetivo principal deste trabalho o experimento computacional pode ser descrito por:

1. Treinar e validar os MAM's descritos entre as Seções 3.1 e 3.3 para serem aplicados no problema descrito na Seção 1.
 - Identificar os melhores valores para os parâmetros do método aplicando o *Grid Search*.
 - Treinar e validar o método aplicando a técnica *k-Fold CV*.
2. Avaliar, comparar e identificar o método de melhor desempenho baseando em métricas estatísticas de desempenho.
 - MAE, RMSE, MRE, R^2 .

Para o experimento foi implementado código-fonte na linguagem de programação PythonTM versão 2.7.5. Sobre os MAM's, foram utilizadas as implementações disponíveis no pacote *scikit-learn* Pedregosa et al. (2011) versão 0.15, para a linguagem de programação PythonTM. Cada um dos MAM's foi treinado e validado em 50 execuções independentes.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Fig. 2 ilustra a média e o desvio padrão das métricas MAE, RMSE, MRE e R^2 entre as 50 execuções de cada um dos MAM's. Nota-se que é possível prever com qualidade tanto a carga de aquecimento (y_1) quanto a de resfriamento (y_2) aplicando métodos avaliados neste trabalho. Na Fig.2 nota-se que o método KNN foi o que apresentou melhor desempenho. Já o método que produziu os maiores erros na predição de y_1 ou y_2 foi o GP, como pode ser observado entre as Fig. 2(a) e 2(c). Este resultado pode estar relacionado à natureza do problema. Algumas variáveis são fortemente relacionadas, enquanto outras são quase inversas, como consta na Tab. 4 de Tsanas e Xifara (2012). Isto pode fazer com que os valores de saída tenham grande variação, ainda que as entrada sejam consideradas próximas. O método LM mostra-se aplicável para o problema segundo a Fig. 2, porém com um desempenho inferior ao do KNN, o que possivelmente é devido à não-linearidade do problema. O método LM se baseia exclusivamente em linearidade. Já o bom desempenho do método KNN possivelmente é devido ao fato de o método forçar o uso de pontos realmente próximos, considerando toda a entrada e também por basear sua predição na média dos valores de saída desses pontos. A Fig. 2(d) confirma a robustez do método KNN, indicando que os valores preditos para y_1 e y_2 em função das entradas podem ser melhor explicados com este método.

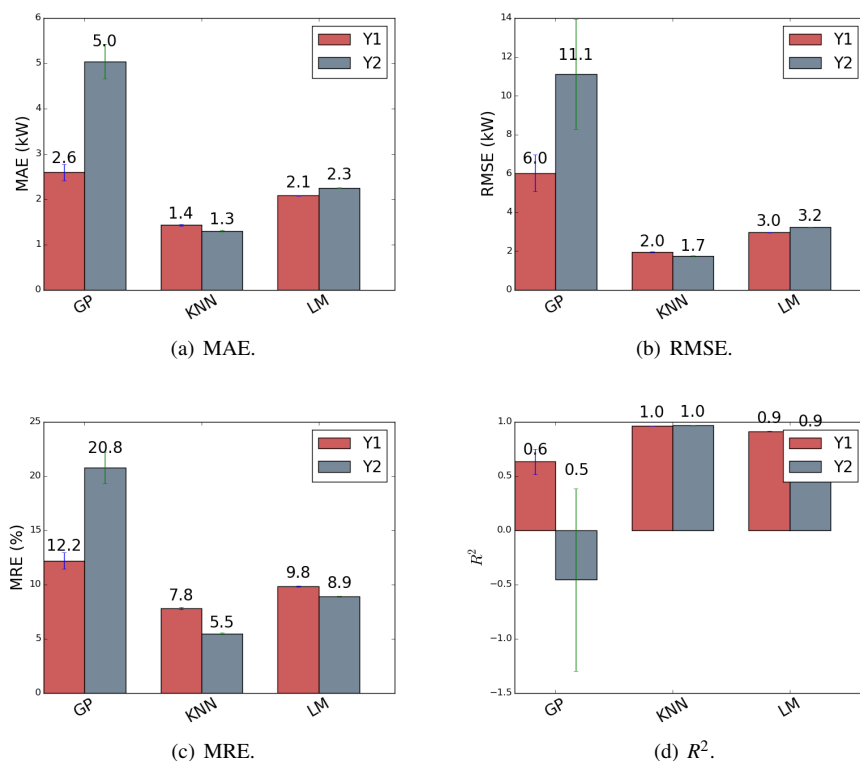


Figura 2. Valores médios das métricas avaliadas entre as 50 execuções dos MAM's.

A Fig.3 ilustra para cada um dos MAM's a reta de pontos na forma (VA, VA) e o espalhamento de pontos na forma (VA, MVP), onde VA = Valor Amostral e MVP = Média do Valor Predito de y_1 e y_2 . As Fig. 3(a) e 3(d) mostram algumas saídas preditas com o GP que se distanciam consideravelmente da reta. Os erros nestas predições podem ter contribuído significativamente para os resultados não positivos deste método. O LM produziu um número de saídas com erros substanciais maior que o método KNN. Isto pode ter contribuído com a queda no valor de R^2 produzido considerando a média dos valores preditos para cada uma das observações da base entre as 50 execuções, como pode ser observado nos títulos dos gráficos da Fig. 3. É possível observar nas Fig. 3(b), 3(e), 3(c) e 3(f) que os métodos KNN e LM tendem a apresentar comportamento similar, o que também se observa na Fig. 2(d).

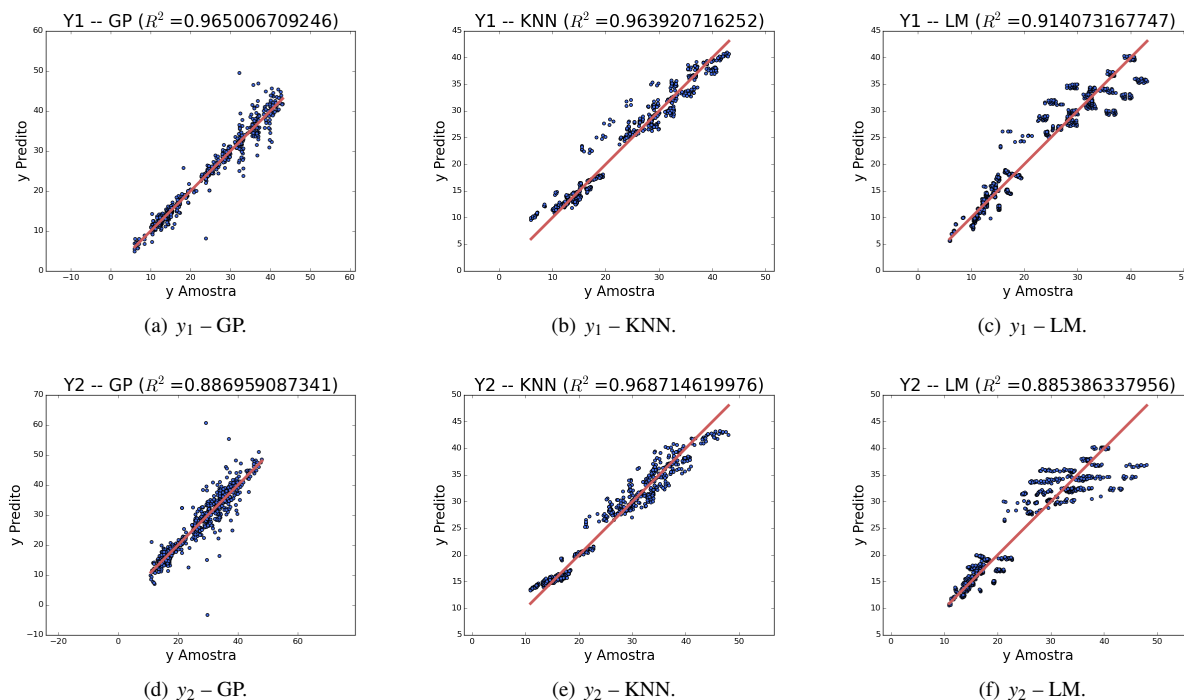


Figura 3. Valores amostrais x Média dos valores preditos.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou a aplicação de três MAM's (GP, KNN e LM) na predição da eficiência energética de edifícios residenciais baseando em um conjunto de dados de 768 edifícios simulados. Após medir a acurácia dos MAM's com 4 métricas estatísticas (MAE, RMSE, MRE e R^2) foi possível constatar que é possível prever com qualidade as cargas de aquecimento e resfriamento de edifícios com métodos analisados. Entre os três métodos avaliados, o KNN foi o que produziu os melhores resultados. Já o método GP foi o que produziu os resultados menos atraentes. O método LM tende a se comportar de forma similar ao método KNN, mas apresentou desempenho inferior.

Com base nos resultados obtidos, entre os MAM's aqui avaliados, o KNN é considerada a melhor escolha para prever cargas de aquecimento e resfriamento de edifícios residenciais se aplicadas as oito variáveis de entrada consideradas neste trabalho. Como trabalhos futuros, na tentativa de melhorar os resultados apresentados, outros MAM's serão avaliados. Pretende-se também substituir a estratégia *Grid Search* por algoritmos evolutivos de otimização para o ajuste dos parâmetros dos MAM's. Há indícios que esta metodologia pode melhorar os resultados já obtidos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG (APQ-01606-15) e à UFJF pelo suporte financeiro concedido.

REFERÊNCIAS

- Bergstra, J. e Bengio, Y., 2012. "Random search for hyper-parameter optimization". *J. Mach. Learn. Res.*, Vol. 13, pp. 281–305. ISSN 1532-4435.
- Catalina, T., Virgone, J. e Blanco, E., 2008. "Development and validation of regression models to predict monthly heating demand for residential buildings". *Energy and Buildings*, Vol. 40, No. 10, pp. 1825 – 1832. ISSN 0378-7788. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2008.04.001>.
- Cheng, M.Y. e Cao, M.T., 2014. "Accurately predicting building energy performance using evolutionary multivariate adaptive regression splines". *Applied Soft Computing*, Vol. 22, pp. 178 – 188. ISSN 1568-4946. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2014.04.001>.

org/10.1016/j.asoc.2014.05.015.

- Crawley, D.B., Hand, J.W., Kummert, M. e Griffith, B.T., 2008. “Contrasting the capabilities of building energy performance simulation programs”. *Building and Environment*, Vol. 43, No. 4, pp. 661 – 673. ISSN 0360-1323. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.buildenv.2006.10.027>. Part Special: Building Performance Simulation.
- Dong, B., Cao, C. e Lee, S.E., 2005. “Applying support vector machines to predict building energy consumption in tropical region”. *Energy and Buildings*, Vol. 37, No. 5, pp. 545 – 553. ISSN 0378-7788. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2004.09.009>.
- Eberhart, R.C. e Shi, Y., 2007. *Computational Intelligence: Concepts to Implementations*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, USA, 1st edição. ISBN 978-1558607590.
- Hastie, T., Tibshirani, R. e Friedman, J., 2009. *The Elements of Statistical Learning - Data Mining, Inference, and Prediction*. Springer, Verlag, New York, 2nd edição. ISBN 978-0-387-84857-0.
- Hou, Z., Lian, Z., Yao, Y. e Yuan, X., 2006. “Cooling-load prediction by the combination of rough set theory and an artificial neural-network based on data-fusion technique”. *Applied Energy*, Vol. 83, No. 9, pp. 1033 – 1046. ISSN 0306-2619. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2005.08.006>.
- Jinhu, L., Xuemei, L., Lixing, D. e Liangzhong, J., 2010. “Applying principal component analysis and weighted support vector machine in building cooling load forecasting”. In: *Computer and Communication Technologies in Agriculture Engineering (CCTAE), 2010 International Conference On*. Vol. 1, pp. 434 – 437. doi:10.1109/CCTAE.2010.5543476.
- Kwok, S.S., Yuen, R.K. e Lee, E.W., 2011. “An intelligent approach to assessing the effect of building occupancy on building cooling load prediction”. *Building and Environment*, Vol. 46, No. 8, pp. 1681 – 1690. ISSN 0360-1323. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.buildenv.2011.02.008>.
- Li, L., Romary, T. e Caers, J., 2015. “Universal kriging with training images”. *Spatial Statistics*, Vol. 14, Part C, pp. 240 – 268. ISSN 2211-6753. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.spasta.2015.04.004>.
- Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Blondel, M., Prettenhofer, P., Weiss, R., Dubourg, V., Vanderplas, J., Passos, A., Cournapeau, D., Brucher, M., Perrot, M. e Duchesnay, E., 2011. “Scikit-learn: Machine learning in Python”. *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 12, pp. 2825–2830.
- Rutkowski, L., 2008. *Computational Intelligence: Methods and Techniques*. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 9783540762874.
- Segaran, T., 2007. *Programming Collective Intelligence: Building Smart Web 2.0 Applications*. O’Reilly Media, Sebastopol, CA - USA. ISBN 978-0596529321.
- Tsanas, A. e Xifara, A., 2012. “Accurate quantitative estimation of energy performance of residential buildings using statistical machine learning tools”. *Energy and Buildings*, Vol. 49, pp. 560 – 567. ISSN 0378-7788. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.03.003>.
- Ulaganathan, S., Couckuyt, I., Dhaene, T., Degroote, J. e Laermans, E., 2015. “High dimensional kriging metamodelling utilising gradient information”. *Applied Mathematical Modelling*. ISSN 0307-904X. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2015.12.033>.
- Yezioro, A., Dong, B. e Leite, F., 2008. “An applied artificial intelligence approach towards assessing building performance simulation tools”. *Energy and Buildings*, Vol. 40, No. 4, pp. 612 – 620. ISSN 0378-7788. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2007.04.014>.
- Zhang, J. e Haghghat, F., 2010. “Development of artificial neural network based heat convection algorithm for thermal simulation of large rectangular cross-sectional area earth-to-air heat exchangers”. *Energy and Buildings*, Vol. 42, No. 4, pp. 435 – 440. ISSN 0378-7788. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2009.10.011>.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

CORREÇÃO DE PERSPECTIVA EM IMAGENS APLICADA À NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA DE VANTs

Brayan Acevedo Jaimes, payo@ufmg.br

Frank Sill Torres, franksill@ufmg.br

Cristiano Leite de Castro, crislcastro@ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. Este trabalho apresenta um método para realizar a transformação projetiva em imagens capturadas por VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados) quando a posição da câmera não é perpendicular à Terra. As imagens capturadas por essas aeronaves geralmente não possuem visada nadir devido ao tipo de câmera acoplado, manobras de virada ou perturbações no ambiente. A correção das imagens via transformação projetiva é condição fundamental para a estimação da posição de VANTs através da técnica de Casamento de Imagens que, para garantir estimativas corretas, necessita que ambas as imagens (capturada pela câmera e georreferenciada) tenham visada nadir. O método implementado toma como base o conhecimento prévio dos ângulos de inclinação do VANT, que são fornecidos pelos sensores inerciais da aeronave. Estes ângulos compõem os parâmetros de rotação da matriz homográfica, que é também composta por outras matrizes concatenadas que representam parâmetros intrínsecos da câmera e de translação na imagem. Os resultados obtidos mostram que o método realiza de forma correta a transformação projetiva da imagem e exige curto tempo de processamento sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

Palavras-chave: VANT, Transformação Projetiva, Visada Nadir, Homografia, Casamento de Imagens.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de navegação autônoma de VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados) que realizam a estimação de posição geográfica através de imagens capturadas em tempo real ao longo do voo, é uma recente metodologia que tem como objetivo substituir o sinal de GPS que, por alguma razão, pode tornar-se indisponível ou corrompido (Souza *et al.*, 2005). Falhas no sinal de GPS podem ocorrer devido a vários fatores, tais como alterações na ionosfera, muito comuns na América do Sul (Muella, 2008), vulnerabilidade ao jamming e ataques maliciosos. Além disso, como o GPS é uma tecnologia privada, seu uso em operações militares é restrito (Conte e Doherty, 2008; Shiguemori *et al.*, 2007).

Com o objetivo de estimar a posição atual da aeronave, uma imagem aérea capturada por uma vídeo câmera é comparada com um banco de imagens georreferenciadas da região sobrevoada. Esta técnica é conhecida como Casamento de Imagens (Goltz e Shiguemori, 2011; Conte e Doherty, 2008; Horta *et al.*, 2012), e tem sido amplamente utilizada na navegação autônoma de VANTs conforme é descrito em Santos *et al.* (2013), onde a posição atual é estimada mediante a uniformização das imagens via extração de bordas para depois calcular o maior grau de correlação espacial e dessa forma definir a posição da aeronave. Além disso, o Casamento de Imagens tem sido implementado em diversas aplicações, como o reconhecimento de área (Tahar *et al.*, 2012), localização de objetos em movimento (Rebouças *et al.*, 2013), mapeamento (Tahar e Ahmad, 2011), agricultura (Medeiros, 2007), entre outros.

O Casamento de Imagens visa encontrar uma boa precisão na correspondência entre imagens (câmera do VANT e imagem georreferenciada) com a mesma cena, capturadas em tempos diferentes (Sedaghat *et al.*, 2011). Além disso, a posição e resolução da câmera faz que a imagem aérea apresente distorção espectral e efeitos de perspectiva (Birchfield, 1998) que afetam diretamente a estimação da posição do VANT conforme é ressaltado em Tu e Dong (2013); González Jiménez (1999) e Pai (2010). O autor Toutin (2004) afirma que as características de imagens aéreas com distorção não conseguem representar com precisão a posição que esta sendo imageada. Adicionalmente, no caso particular de estimação de posição de VANTs via casamento de imagens, é essencial que ambas as imagens (aérea e georreferenciada) tenham visada nadir.

Considerando os problemas anteriormente mencionados, este trabalho é focado na correção de distorção projetiva em

imagens capturadas por VANTs quando a câmera não tem visada nadir, ou seja, quando a câmera não possui um ângulo perpendicular à Terra devido a manobras de viragem ou perturbações no ambiente. Como solução, é proposto um método paramétrico, que utiliza o conhecimento prévio dos ângulos de inclinação da aeronave, fornecidos pelos sensores inerciais da mesma. Estes ângulos conformam os parâmetros de rotação na matriz homográfica H , que também é formada por parâmetros intrínsecos da câmera. A maior contribuição deste trabalho é que o método toma como referência a informação dos ângulos de inclinação do VANT para definir a homografia sem a necessidade de definir pontos de controle (Ground Control Points) (Wang e Yang, 2011) ou utilizar outra imagem como referencia. Assim, a metodologia é independente da imagem porque não requer nenhum processo de identificação de descritores, ou extração de características nela. Além disso, os resultados obtidos mostram que o método exige curto tempo de processamento na correção projetiva da imagem sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a secção 2 mostra as distorções geométricas em imagens aéreas com visada não nadir; secção 3 detalha o modelo de correção geométrica implementado neste trabalho. A secção 4 discute o tema de homografia e transformação projetiva. A secção 5 apresenta os resultados experimentais e a análise. Finalmente, a secção 6 mostra as conclusões deste trabalho.

2. DISTORÇÕES GEOMÉTRICAS EM IMAGENS AEREAS COM VISADA NÃO NADIR

Na literatura, a correção de perspectiva tem sido amplamente abordada em diferentes tipos de aplicações como é descrito em Silva (2006). Esta correção é aplicada em imagens de prédios históricos com a finalidade de conservar e realizar futuras restaurações neles. Outra abordagem é discutida em Wang e Yang (2011) onde é proposto um método de correção geométrica polinomial por partes sobre imagens aéreas com amplo angulo de visão e uma distorção geométrica grande. Em Aracena Pizarro *et al.* (2005), os autores apresentam uma comparação das diferentes técnicas ou metodologias de calibração de câmeras, uma delas desenvolvida por Tuceryan *et al.* (1995); Trucco e Verri (1998) e a outra através de homografia proposta em Zhang *et al.* (1995). Em Li *et al.* (2011) os autores propõem um algoritmo que utiliza a informação dos parâmetros de posição de voo (atitude) para fazer uma rápida correção da distorção geométrica nas imagens capturadas pelo VANT. Portanto, para assegurar corretas estimativas de posição em VANTs via *Casamento de Imagens* é essencial que ambas imagens (câmera do VANT e imagem georreferenciada) tenham visada nadir (Goltz e Shigemori, 2008).

Imagens com visada não nadir possuem um nível considerável de distorção geométrica. A medida que aumenta o grau (ângulo) de distorção o tamanho dos pixels na imagem é também alterado não uniformemente (Galbraith *et al.*, 2005). Outros fatores, como o tipo de terreno, a inclinação, elevação e curvatura da terra são fatores secundários que podem

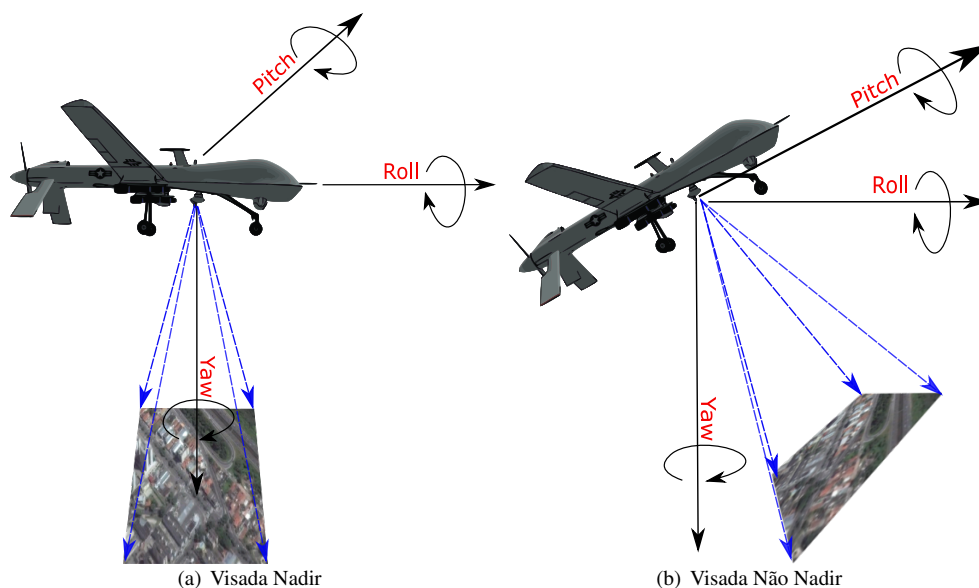


Figura 1: Tipos de Visadas em VANTs.

induzir uma leve distorção na imagem. A perspectiva gerada em imagens com visada não nadir devido a manobras de viragem ou perturbações no ambiente é mostrada na Fig. 1.

Para o caso de estudo neste trabalho, as distorções causadas pela curvatura da terra e tipo do terreno são ignorados pois as imagens testadas são de baixa altitude (360 m). Além disso, ignora-se a distorção da lente da câmera. Por conseguinte, apenas a distorção geométrica causada pela instabilidade do VANT será corrigida. O processo geral de correção da imagem capturada pelo VANT é mostrado na Fig.2. Este está composto inicialmente pela leitura da imagem distorcida junto com os ângulos de inclinação do VANT e os parâmetros da câmera. Depois, é calculada a matriz de rotação e a matriz que define os parâmetros intrínsecos da câmera. Com isso, é obtida a matriz homográfica e por fim é aplicada a transformação projetiva sobre a imagem para corrigir a distorção geométrica nela.

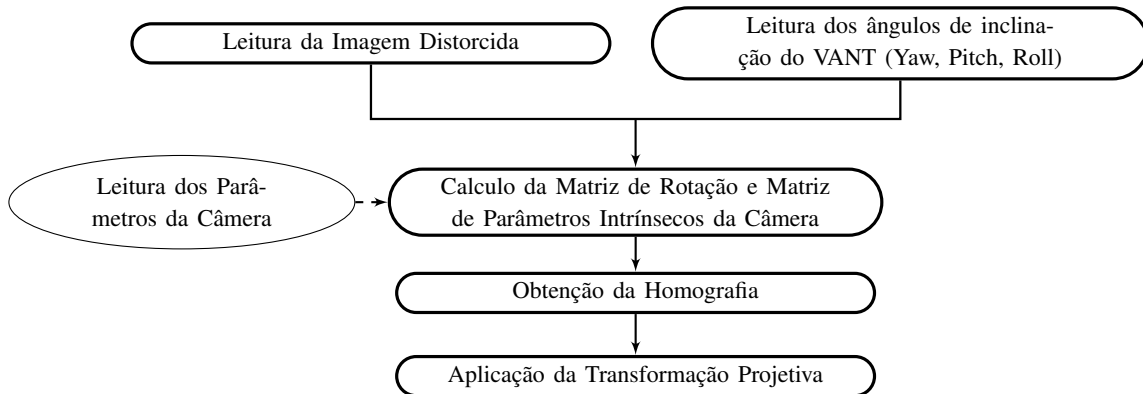


Figura 2: Processo Geral de Correção da Imagem

3. MODELO DE CALIBRAÇÃO DA CÂMERA

Para fazer correção de perspectiva em imagens capturadas por VANTs é necessário definir um modelo analítico da câmera, onde seja possível estimar as magnitudes e características da cena imageada que esta sendo analisada. Desta forma, pontos específicos da imagem poderão ser projetados em um plano partindo do modelo.

O modelo geralmente é obtido através da calibração da câmera (Zhang *et al.*, 1995) onde baseando-se no cálculo de homografias, são estimados os valores dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos do sensor. Estes parâmetros definem a forma de como um objeto 3D é projetado no plano da imagem e assim, informações podem ser extraídas para posterior análise. Em nosso caso, tem-se conhecimento das propriedades da câmera, e pode-se definir com tais propriedades, o modelo da câmera e estimar a homografia. Conforme foi descrito anteriormente, pretende-se corrigir a distorção causada pela visada não nadir da câmera abordo do VANT devido à variação dos ângulos (Yaw, Pitch, Roll) na aeronave, através de um método paramétrico de transformação projetiva. A câmera é descrita pelo modelo pinhole, que é amplamente utilizado na literatura (Hartley e Zisserman, 2000). O modelo da câmera é composto por parâmetros intrínsecos e parâmetros extrínsecos que podem ser formalmente descritos de forma matricial como segue.

3.1 Parâmetros Intrínsecos

Os parâmetros intrínsecos avaliados no modelo da câmera são compostos por especificações próprias do tipo do sensor, fornecidos pelo fabricante. Com isto, pretende-se obter a relação existente entre um ponto no plano da câmera (coordenadas u, v) e o ponto correspondente no plano do sensor (coordenadas em pixels). A matriz que representa o modelo dos parâmetros intrínsecos da câmera é mostrada na Eq. (1).

$$A = \begin{bmatrix} f \cdot k_u & 0 & u_0 \\ 0 & f \cdot k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde f é a distância focal da câmera, k_u e k_v são os fatores de escala horizontal e vertical respectivamente, cujas inversas

caracterizam o tamanho do pixel na unidade de coordenadas do mundo, u_o e v_o são as coordenadas do ponto central da câmera, isto é, a intersecção entre o eixo ótico e o plano da imagem.

3.2 Parâmetros Extrínsecos

Os parâmetros extrínsecos da câmera estão compostos por uma matriz de rotação que define a orientação do VANT em relação ao eixo inercial. Indica em que direção a lente da câmera esta apontando no momento de captura da imagem. Para definir a orientação relativa da aeronave, que contem a câmera, são utilizados os ângulos de Tait-Bryan, derivados dos ângulos de Euler, que são amplamente usados em aplicações aeroespaciais (Committee *et al.*, 1995). De modo que, são utilizados três ângulos que descrevem a rotação no espaço Euclidiano tridimensional, por meio de três rotações sucessivas em torno dos eixos do sistema (x, y, z) . As rotações são descritas da seguinte forma.

3.2.1 Matrizes de rotação que representam a orientação de um corpo rígido

A primeira rotação corresponde ao angulo de rolagem (ϕ) realizado em torno do eixo \vec{x} , a segunda rotação corresponde ao angulo de arfagem (θ) realizado em torno do eixo \vec{y} e a terceira e última rotação corresponde ao angulo de guinada (ψ) realizado em torno do eixo \vec{z} .

$$R_{\phi,\theta,\psi} = R(x, \phi) \cdot R(y, \theta) \cdot R(z, \psi) \quad (2)$$

Onde:

$$R_{\phi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

A matriz de rotação resultante é mostrada em Eq. (4).

$$R_{\phi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para simplificar os produtos dos coeficientes das matrizes de rotação, a matriz de rotação resultante será definida como se observa na equação Eq. (5). Esta matriz representa o modelo extrínseco e indica a orientação da câmera abordo do VANT.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para finalizar, através do modelo de calibração da câmera é obtida uma estimacão da cena analisada. O modelo inclui os parâmetros intrínsecos e extrínsecos formando uma matriz global, chamada matriz de projeção perspectiva P , onde é relacionado um ponto x_π em um sistemas de coordenadas $M = [x, y, z]^T$ no plano do mundo (3D), e as correspondentes coordenadas $m = [u, v]^T$ do ponto x no plano da imagem (2D), como é mostrado na Eq. (6).

$$\begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix}^T = P \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

Onde $P = A \cdot R$. Na Fig. 3 é ilustrado como os pontos no plano da imagem 2D e o plano da cena 3D estão relacionados por uma transformacão de plano projetivo.

4. ANÁLISE DE HOMOGRAFIA E TRANSFORMAÇÃO PROJETIVA

A correção de imagens pode ser considerada como o processo de transformar a projeção de uma imagem com distorcão (inclinação na lente da câmera) a uma imagem livre de distorcão com visada ortogonal do terreno. Existe então, uma função de transformacão homográfica $H(x, y)$ que associa duas imagens. Nesta função vetorial, cada pixel i da imagem

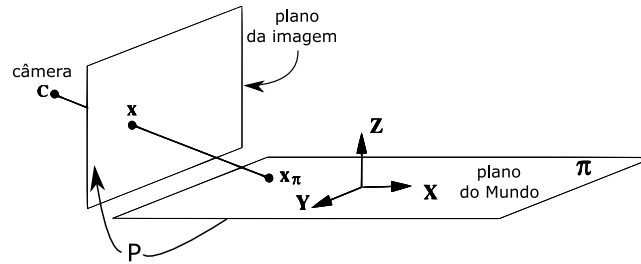


Figura 3: Transformação de plano projetivo

de referência com coordenadas (x, y) é mapeado a uma nova posição de uma imagem destino com coordenadas (u, v) como é indicado na seguinte equação:

$$u_i = H_x(x, y) \quad v_i = H_y(x, y) \quad (7)$$

A correção de imagens baseadas no modelo de calibração do sensor gera esta homografia entre planos, a qual por definição estabelece que, cada ponto é correspondido por outro ponto e cada reta é correspondida por outra reta. Em consequência, a matriz homográfica consegue atribuir o valor de cada pixel na imagem original para uma nova posição do pixel na imagem corrigida. Na Eq. (8) é observada a matriz homográfica (Hartley e Zisserman, 2000).

$$H = A' \cdot (R - tn^T/d) \cdot A^{-1} \quad (8)$$

Onde A é a matriz de calibração da câmera, R é a matriz de rotação, t é a posição da visão da cena, n é um vetor normal ao plano da cena e d é a distancia do ponto no plano da imagem até o ponto no plano do mundo. A matriz homográfica é caracterizada por ser uma matriz de dimensões 3x3, invertível e não singular. H pode ser representada como se observa na equação Eq. (9). Onde cada um dos coeficientes $h_{11} - h_{32}$ já são conhecidos utilizando a Eq. (8), com $h_{33} = 1$. Todos os nove coeficientes podem ter valores diferentes.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz H (Eq. (9)), é equivalente a estas duas expressões, Eq. (10).

$$u = \frac{h_{11}x + h_{21}y + h_{31}}{h_{13}x + h_{23}y + 1} \quad v = \frac{h_{12}x + h_{22}y + h_{32}}{h_{13}x + h_{23}y + 1} \quad (10)$$

Concluindo, a matriz homográfica H define a relação entre os planos através de uma transformação projetiva. Esta transformação projetiva possui 8 graus de liberdade e define um nível mais completo de homografia em comparação com a transformação afim ou euclidiana.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE

Para a avaliação do desempenho da metodologia foram utilizadas imagens aéreas sub-amostradas com dimensão de 800x533 pixels. As imagens capturadas pelo VANT foram obtidas de uma câmera SONY ILCE-7R com 24.3 Megapixels, distancia focal $f = 45 \text{ mm}$ e com dimensão de 7360x4912. A taxa de sub-amostragem aplicada foi 1/9.2 da dimensão original. As imagens capturadas pelo VANT possuem variações de rotação (Yaw, Pitch, Roll) e perspectiva. O método desenvolvido foi implementado em MATLAB 2014a sobre um processador Intel® Core™ i5-4200U CPU 1.60GHz 2.30GHz com 8 GB de RAM, rodando com sistema operacional Windows 8.1 Pro de 64 bits.

A fim de testar o método proposto, foram selecionadas 55 imagens aéreas capturadas pelo VANT que possuem distorção geométrica devido a variações nos ângulos (Yaw, Pitch, Roll) da aeronave no momento de captura da imagem. Seis das 55 imagens com maior ângulos de distorção foram selecionadas e são mostradas Figs. 4(a)-(f), parte esquerda. Na parte direita, apresentam-se os resultados depois de realizar a correção da distorção projetiva nas imagens aplicando o

método proposto. Todo o conjunto de imagens foi fornecido pelo Instituto de Estudos Avançados da Aeronáutica, situado na cidade de São José dos Campos.



(a) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



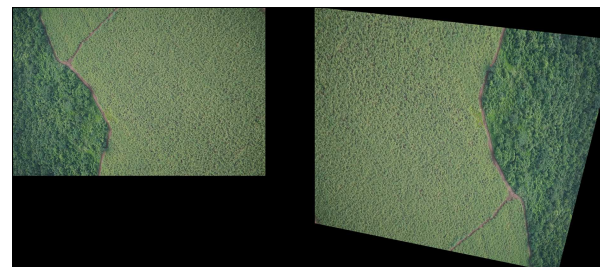
(b) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



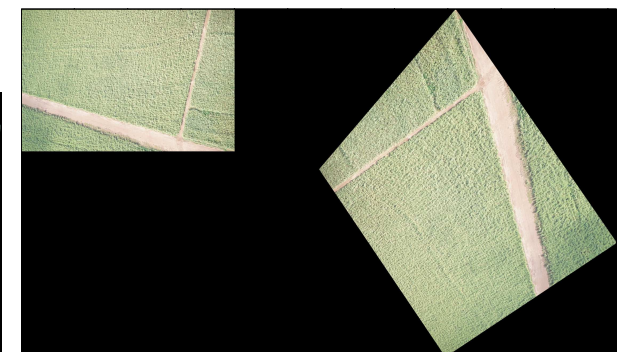
(c) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(d) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(e) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(f) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.

Figura 4: Resultados do método proposto aplicado às imagens capturadas pelo VANT e sua respectiva correção.

A Tabela 1 apresenta a latitude, longitude e os ângulos (Yaw, Pitch, Roll) de cada imagem com distorção. Também são mostrados os respectivos tempos de processamento que a metodologia exige para corrigir cada imagem de teste.

Os resultados mostram que em todos os casos de teste avaliados, a metodologia proposta consegue fazer correção de perspectiva nas imagens em um menor tempo de processamento, na faixa de 0.36 – 0.48 *segundos*. Este tempo de processamento resulta ser um fator importante para a estimação da posição de VANTs através da técnica de *Casamento de Imagens*, pois com um menor tempo de processamento na correção de perspectiva, vai garantir um maior número de estimativas de posição ao longo do voo.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresentamos uma nova metodologia para fazer correção de distorção projetiva em imagens capturadas por VANTs quando a câmera não tem visada nadir. A novidade de nosso trabalho está principalmente no fato de que a

Tabela 1: Ângulos (Yaw, Pitch, Roll) de cada imagem com distorção e seus respectivos tempos de processamento na correção.

<i>Imagem</i>	<i>Ângulos de inclinação do VANT</i>			<i>Tempo de processamento</i> [s]
	<i>Yaw</i>	<i>Pitch</i>	<i>Roll</i>	
a	112.6	4.9	7.7	0.4052
b	224.3	16.7	11.4	0.4724
c	250.9	8.5	-7.6	0.3982
d	113	6.9	12.6	0.3792
e	191.1	11.5	18.2	0.4184
f	234.4	17.9	11.4	0.4678

metodologia proposta usa como referência a informação dos ângulos de inclinação do VANT e os parâmetros intrínsecos da câmera para definir a homografia e fazer a transformação projetiva nas imagens. Portanto, não existe a necessidade de definir pontos de controle (Ground Control Points) ou utilizar outra imagem como referencia. Assim, a metodologia demonstra ser independente das características da imagem, não requer de de descritores, ou extração de características nela. Além de não ser afetada por mudanças espectrais ou físicas que podem ocorrer na região sobrevoada ou diferenças em tempos de captura.

Os experimentos mostram que esta metodologia é particularmente robusta na geração de imagens com visada nadir. Os diferentes parâmetros que compõem o modelo da câmera são obtidos automaticamente e com eles, é estabelecida a transformação projetiva aplicada com eficiência sobre a imagem com distorção. Tudo isso é refletido no curto tempo de processamento que a metodologia toda exige na correção. Sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

Além de obter resultados promissores, como proposta de continuidade, pretende-se melhorar a precisão na correção da distorção projetiva. Uma situação a ser estudada pelos autores será, o uso alternado de duas metodologias: a metodologia paramétrica desenvolvida neste trabalho para a correção de perspectivas de imagens capturadas por VANTs e uma metodologia não paramétrica que utiliza algoritmos de extração de pontos característicos (SURF, SIFT, ASIFT) entre a imagem com distorção e uma imagem de referência para obter a homografia e aplicar a transformação projetiva na imagem. Dessa forma, dependendo o grau de distorção projetiva apresentado na imagem a ser avaliada será atribuída uma das duas metodologias.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES, CNPq e FAPEMIG - Brasil.

REFERÊNCIAS

- Aracena Pizarro, D., Campos, P. e Tozzi, C.L., 2005. "Comparación de Técnicas de Calibración de Cámaras Digitales". *Revista Facultad de Ingeniería - Universidad de Tarapacá*, Vol. 13, pp. 57–67.
- Birchfield, S., 1998. "An introduction to projective geometry (for computer vision)". *Unpublished note, Stanford university*.
- Committee, D.S. *et al.*, 1995. "Ieee standard for distributed interactive simulation-application protocols". *IEEE Computer Society*, Vol. 1278.
- Conte, G. e Doherty, P., 2008. "An integrated UAV navigation system based on aerial image matching". *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, pp. 1–10.
- Galbraith, A., Theiler, J., Thome, K. e Ziolkowski, R., 2005. "Resolution enhancement of multilook imagery for the multispectral thermal imager". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, pp. 1964–1977.
- Goltz, G.A.M. e Shiguemori, E.H., 2008. "Aplicação do algoritmo sift em imagens de navegação autônoma". In:

- Workshop Anual de Pesquisa e Desenvolvimento do IEAv*. pp. 35–35.
- Goltz, G.A.M. e Shiguemori, E.H., 2011. “Position estimation of uav by image processing with neural networks”. *X Congresso Brasileiro de Inteligência computacional*, pp. 9–17.
- González Jiménez, A.J., 1999. “Visión por computador”.
- Hartley, R.I. e Zisserman, A., 2000. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.
- Horta, E., Shiguemori, E.H., Velho, H.F.C. e Braga, A.P., 2012. “Extração de características e casamento de padrões aplicados à estimação de posição de um VANT”. *Congresso Brasileiro de Automática*, Vol. 1, pp. 5045–5050.
- Li, Y., Li, Z., Tong, L., Yan, Y. e Guo, D., 2011. “A geometrical rectification algorithm of UAV remote sensing images based on flight attitude parameters”. In: *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. IEEE, pp. 487–490.
- Medeiros, F.A., 2007. “Desenvolvimento de um veículo aéreo não tripulado para aplicação em agricultura de precisão”. *Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria*.
- Muella, M.T.d.A.H., 2008. *Morfologia Dinâmica Das Irregularidades Ionosfericas Pequena Escala Imageamento Ionosferico Gps*. Tese (Doutorado).
- Pai, D.T., 2010. *Auto rectification for robotic helicopter aerial imaging*. Tese (Doutorado), San Diego State University.
- Rebouças, R.A., Habermann, M. e Shiguemori, E.H., 2013. “Identificação de objetos móveis com uso de imagens aéreas obtidas por vant”. *XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*.
- Santos, A., Torres, L., Fraga, H., Velho, D.C., Shiguemori, E.H. e Pádua Braga, A., 2013. “Controle e navegação de VANTs através de utilização de template matching”. *Computer on the Beach*, pp. 70–78.
- Sedaghat, A., Mokhtarzade, M. e Ebadi, H., 2011. “Uniform Robust Scale-Invariant Feature Matching for Optical Remote Sensing Images”. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 49, No. 11, pp. 4516–4527.
- Shiguemori, E.H., Martins, M.P. e Monteiro, M.V.T., 2007. “Landmarks recognition for autonomous aerial navigation by neural networks and Gabor transform”. *Proc. SPIE*, Vol. 6497, pp. 64970R–64970R–9.
- Silva, D.C.D., 2006. “Retificação de Imagens Digitais de Fachadas com Pré-correção das Distorções das Lentes”.
- Souza, C., Dias, M. e Santos, J., 2005. “Análise da Vulnerabilidade de Receptores GPS Comerciais sob Ação de Interferência Intencional”. *VIII Simpósio de Guerra Eletrônica (VIII SIGE)*.
- Tahar, K.N. e Ahmad, A., 2011. “UAV-based stereo vision for photogrammetric survey in aerial terrain mapping”. In: *2011 IEEE International Conference on Computer Applications and Industrial Electronics (ICCAIE)*. IEEE, pp. 443–447.
- Tahar, K.N., Ahmad, A., Akib, W.A.A.W.M. e Mohd, W.M.N.W., 2012. “Aerial mapping using autonomous fixed-wing unmanned aerial vehicle”. In: *2012 IEEE 8th International Colloquium on Signal Processing and its Applications*. IEEE, pp. 164–168.
- Toutin, T., 2004. “Geometric processing of remote sensing images: Models”. *Algorithms and*.
- Trucco, E. e Verri, A., 1998. *Introductory techniques for 3-D computer vision*, Vol. 201. Prentice Hall Englewood Cliffs.
- Tu, L. e Dong, C., 2013. “Histogram equalization and image feature matching”. In: *2013 6th International Congress on Image and Signal Processing (CISP)*. IEEE, Vol. 01, pp. 443–447.
- Tuceryan, M., Greer, D., Whitaker, R., Breen, D., Crampton, C., Rose, E. e Ahlers, K., 1995. “Calibration requirements and procedures for a monitor-based augmented reality system”. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 1, pp. 255–273.
- Wang, L. e Yang, R., 2011. “Global stereo matching leveraged by sparse ground control points”. In: *CVPR 2011*. IEEE, pp. 3033–3040.
- Zhang, Z., Deriche, R., Faugeras, O. e Luong, Q.T., 1995. “A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry”. *Artificial intelligence*, Vol. 78, pp. 87–119.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

DIAGNÓSTICO TERMODINÂMICO EM UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO MECÂNICA DE VAPOR UTILIZANDO MODELOS E TÉCNICAS DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAIS

Tiago Mendes, tiago.mendes@ict.ufvjm.edu.br

Euler Guimarães Horta, euler.horta@ict.ufvjm.edu.br

Jader Fernandes Pereira, jader.fernandes@ymail.com

Matheus dos Santos Guzella, matheus.guzella@ict.ufvjm.edu.br

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Rodovia MGT 367 – Km 583, nº 5000, Alta da Jacuba, 39100-000, Diamantina-MG, Brasil

Oswaldo José Venturini, osvaldo@unifei.edu.br

Marcelo José Pirani, pirani@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá, Av. BPS, nº 1303, 37500-093, Pinheirinho, Itajubá-MG, Brazil

Resumo. Nos últimos anos, a utilização de sistemas de refrigeração vem aumentando consideravelmente no setor comercial e industrial. Esse fenômeno é fomentado principalmente pela maior demanda por alimentos prontos para o consumo, por conta da mudança de hábitos alimentares da população. Os sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor, maciçamente empregados nesses setores, são grandes consumidores de energia. Atualmente modelos computacionais vêm sendo aplicados a esses sistemas para analisar suas condições de operação e melhorar a sua eficiência. Diante desse cenário, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo computacional de um sistema de refrigeração capaz de gerar dados de funcionamento do sistema com e sem a presença de degradações em seus principais componentes. Nestes dados será testado um classificador baseado em inteligência computacional quanto à sua performance em diagnosticar o estado do sistema analisado. Os resultados apresentados neste artigo mostram que a utilização de uma técnica de inteligência computacional é oportuna para o diagnóstico termodinâmico do sistema de refrigeração em estudo.

Palavras-chave: Sistema de Refrigeração, Diagnóstico Termodinâmico, Modelo Computacional, Inteligência Computacional e Degradações nos Componentes.

1. INTRODUÇÃO

As possibilidades de degradações nos principais componentes de um sistema de refrigeração para uma determinada condição de referência são muito amplas. Apenas considerando as possibilidades de avarias de forma individual em cada componente (compressor, condensador, dispositivo de expansão e evaporador), pode-se enumerar uma gama enorme de padrões de degradações quando comparado com situações de referência. Técnicas de inteligência computacional são oportunas para identificação desses padrões. Se devidamente estruturado, um algoritmo de aprendizagem pode ser treinado a partir de situações previamente conhecidas, realizando previsões e generalizações com alta velocidade e confiabilidade (Kocycigit, 2015). Por sua vez, a modelagem matemática e computacional tem sido amplamente utilizada para previsão de desempenho e funcionamento de sistemas de refrigeração (Qiao et al., 2010; Mendes et al., 2012 e Rasmussen e Shenoy, 2012). Essa modelagem também possibilita a obtenção de dados históricos do sistema analisado para a etapa de treinamento de um algoritmo de classificação (Ding, 2007 e Mohanraj et al., 2012).

Em diagnóstico e detecção de degradações em sistemas em geral, o objetivo é identificar as avarias em seu estado inicial. Esse fato confere uma dificuldade em se obter sucesso através da análise de pequenas variações nas grandezas lidas no sistema analisado. Diante desse contexto o esperado é que técnicas de inteligência computacional sejam capazes de lidar com essa dificuldade além de automatizar o procedimento de detecção de degradações.

Uma técnica de inteligência computacional geralmente utilizada para solução de problemas complexos são as redes neurais artificiais (RNAs) (Braga et al., 2007). Em geral, os algoritmos para treinamento de RNAs são lentos e computacionalmente caros (Mohanraj et al., 2012). Com o objetivo de minimizar esse problema, Huang et al. (2006) propuseram uma forma rápida e eficiente de treinamento de RNAs que denominaram *Extreme Learning Machine* (ELM). A ELM é uma técnica de treinamento que consiste simplesmente em definir de forma aleatória os parâmetros da camada escondida de uma RNA e calcular os pesos de saída através da solução de um sistema de equações lineares (Horta, 2015). Em virtude da facilidade do treinamento de uma ELM, a proposta deste trabalho é aplicar esse tipo de classificador em dados gerados através de um modelo matemático e computacional de um sistema de refrigeração, com o objetivo de identificar degradação nos componentes desse sistema. Esse estudo irá discutir a respeito da oportuna utilização de técnicas de classificação baseadas em inteligência computacional em diagnóstico e detecção de degradações. O modelo computacional do sistema de refrigeração apresentado nesse trabalho possui o papel de fornecer os dados utilizados para a análise dessa utilidade.

2. MODELO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL PARA O SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO

No presente trabalho, o modelo matemático e computacional do sistema de refrigeração será empregado para uma planta frigorífica utilizada para refrigerar e congelar 16 ton/dia de carne de cordeiro, com capacidade de refrigeração de 27,5 TR (~ 96,7 kW). Para o cálculo da carga térmica e dimensionamento do sistema foram considerados os seguintes parâmetros: 32,0 °C para a temperatura do ambiente externo (T_{ext}), e de -2,0 °C no interior do espaço refrigerado (temperatura da câmara T_{int}). O refrigerante utilizado foi o HCFC-22. A Fig. 1(a) apresenta o sistema idealizado, com os seus principais componentes, e a Fig. 1(b) a representação esquemática das grandezas obtidas nesse mesmo sistema.

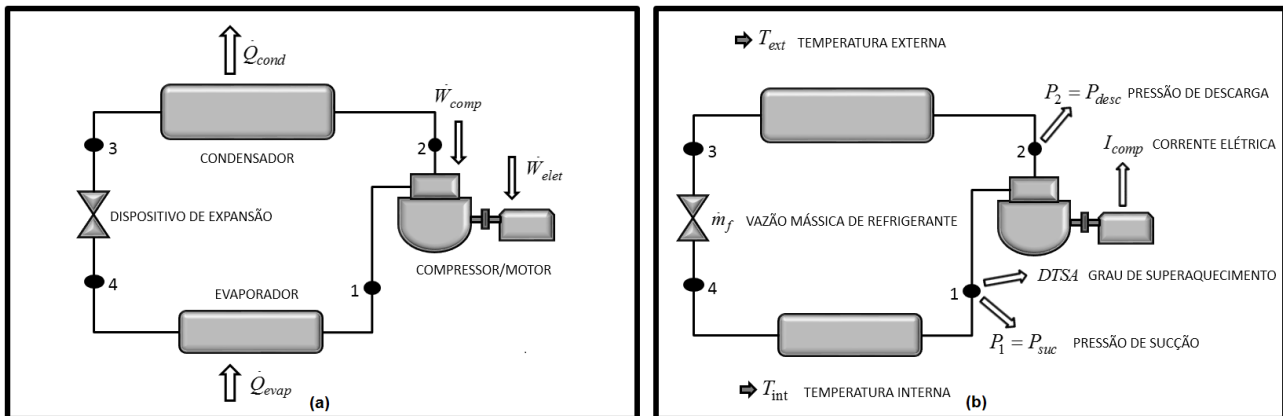


Figura 1. Representação esquemática do sistema de refrigeração (a) e das grandezas obtidas nesse mesmo sistema (b).

Os parâmetros de operação dos componentes do sistema de refrigeração foram obtidos a partir de dados dos fabricantes destes componentes:

- Volume deslocado pelo compressor;
- Eficiência volumétrica do compressor, em função da relação de pressão;
- Capacidades por diferença unitária de temperatura do condensador e do evaporador em função da vazão de ar dos ventiladores;
- Vazão mássica máxima fornecida pelo dispositivo de expansão (válvula de expansão termostática).

As seguintes considerações foram utilizadas para o desenvolvimento do modelo:

- O sistema de refrigeração opera em regime permanente;
- “Perdas de calor” são desprezadas (exceto no compressor);
- Variações de energia cinética e potencial são desprezadas.

A aplicação da 1ª Lei da Termodinâmica ao volume de controle que compreende o evaporador possibilita o cálculo da capacidade de refrigeração do sistema, \dot{Q}_{evap} , dado pela Eq. (1).

$$\dot{Q}_{evap} = \dot{m}_f \cdot (h_1 - h_4) \quad (1)$$

Do lado externo, emprega-se o modelo de Kan e Zubair (1999), dado pela Eq. (2).

$$\dot{Q}_{evap} = C_{evap} \cdot (T_{AEE} - T_{evap}) \quad (2)$$

Em que:

C_{evap} : capacidade por diferença unitária de temperatura;

T_{AEE} : temperatura do ar na entrada do evaporador;

T_{evap} : temperatura de evaporação.

A potência de compressão, $\dot{W}_{12} = \dot{W}_{comp}$, é dada pela Eq. (3).

$$\dot{W}_{12} = \dot{W}_{comp} = \dot{m}_f \cdot (h_2 - h_1) \quad (3)$$

Para o cálculo das eficiências volumétrica η_{vol} , Eq. (04) e isentrópica η_{isent} , Eq. (05), realizou-se um procedimento de regressão linear utilizando dados de catálogo do fabricante do compressor, tomando-se como variável independente a relação de pressão RP (Venturini et al., 1999).

$$\eta_{vol} = a \cdot RP^2 + b \cdot RP + c \quad (4)$$

$$\eta_{isent} = d \cdot RP^2 + e \cdot RP + f \quad (5)$$

A relação de pressão RP é dada pela razão das pressões de condensação, P_{cond} , e evaporação, P_{evap} , Eq. (6).

$$RP = \frac{P_{cond}}{P_{evap}} \quad (6)$$

Com o volume deslocado pelo compressor, \dot{V}_{desl} , obtido a partir dos dados de catálogo do fabricante, juntamente como volume específico do refrigerante na sucção desse componente, v_s , a vazão mássica de refrigerante pode ser calculada segundo Venturini et al. (1999), pela Eq (7).

$$\dot{m}_f = \frac{\dot{V}_{desl} \cdot \eta_{vol}}{v_s} \quad (7)$$

Utilizando a eficiência global (η_{global}) que é composta pelas eficiências mecânica (η_{mec}) e isentrópica (η_{isent}) e a eficiência elétrica (η_{elet}) do motor elétrico de acionamento, é possível determinar a potência elétrica consumida pelo compressor (Richardson et al, 2002.) pela Eq. (8).

$$\dot{W}_{elet} = \frac{\dot{W}_{comp}}{\eta_{global} \cdot \eta_{elet}} \quad (8)$$

Em posse da tensão elétrica (U) e do fator de potência (FP), pode-se calcular a corrente elétrica consumida pelo motor elétrico (I_{comp}) através da Eq. (9).

$$I_{comp} = \frac{\dot{W}_{elet}}{\sqrt{3} \cdot U \cdot FP} \quad (9)$$

A aplicação da 1ª Lei da Termodinâmica ao volume de controle que compreende o condensador possibilita o cálculo da taxa de rejeição de calor, \dot{Q}_{cond} , dado pela Eq. (10).

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}_f \cdot (h_2 - h_3) \quad (10)$$

Do lado externo, emprega-se o modelo de Kan e Zubair (1999), dado pela Eq. (11).

$$\dot{Q}_{cond} = C_{cond} \cdot (T_{cond} - T_{AEC}) \quad (11)$$

Em que:

C_{cond} : capacidade por diferença unitária de temperatura;

T_{AEC} : temperatura do ar na entrada do condensador (em geral, é igual à temperatura ambiente);

T_{cond} : temperatura de condensação.

A aplicação da 1ª Lei para o dispositivo de expansão resulta na Eq. (12).

$$h_3 = h_4 \quad (12)$$

O dispositivo de expansão utilizado no sistema de refrigeração em análise foi uma válvula de expansão termostática. A partir de dados fornecidos pelo fabricante, pode-se determinar o coeficiente característico da válvula (Ka) em função da temperatura de evaporação, como mostrado na Eq. (13). Esse coeficiente característico corresponde ao produto do coeficiente de descarga e a área do orifício da válvula (Koury et., 2001). Através da Eq. (14), é possível determinar a vazão máxima de refrigerante fornecida pela válvula ($\dot{m}_{f \max}$). O coeficiente característico da válvula e a vazão máxima de refrigerante, em conjunto com a Eq. (15), podem ser usados para simular o funcionamento da válvula em qualquer outra condição operacional, determinando assim o grau de superaquecimento, $DTSA$, segundo Yassuda et al. (1983).

$$Ka = g + h \cdot T_{evap} - i \cdot T_{evap}^2 \quad (13)$$

$$Ka = \frac{\dot{m}_{f \max}}{\sqrt{2 \cdot \rho_3 \cdot (P_{cond} - P_{evap})}} \quad (14)$$

$$DTSA = \left(\frac{\dot{m}_{f \max}}{\dot{m}_f} \right) DTSA_{OS} + DTSA_{SS} \quad (15)$$

Em que:

ρ_3 : massa específica do refrigerante na entrada da válvula;

$DTSA$: superaquecimento;

$DTSA_{OS}$: superaquecimento dinâmico;

$DTSA_{SS}$: superaquecimento estático.

A solução numérica do conjunto de equações não-lineares que compõem o modelo matemático para o sistema de refrigeração permitem a obtenção do comportamento do mesmo para diferentes condições de temperatura ambiente e do ar no interior da câmara de refrigeração. O *software Scilab* foi utilizado para solução do sistema de equações, junto ao método da bisseção para a convergência das temperaturas de evaporação, T_{evap} , e condensação, T_{cond} e dos graus de superaquecimento, $DTSA$, e sub-resfriamento, $DTSR$.

O presente trabalho tem foco no diagnóstico termodinâmico de sistemas de refrigeração por compressão de vapor utilizando modelos e técnicas de inteligência computacional. A partir do modelo matemático computacional apresentado, a presença de falhas de maneira individual em cada componente será representada por:

- Redução da capacidade por diferença unitária de temperatura C dos trocadores de calor (Condensador, C_{cond} e Evaporador C_{evap}). O objetivo é simular a presença de incrustações no condensador e formação de gelo no evaporador, ambos na superfície externa desses componentes, reduzindo assim a área de transferência de calor;
- Redução da eficiência isentrópica do compressor (η_{iso} , rendimento isentrópico). A ineficiência na compressão simula, por exemplo, uma maior dissipação de calor a partir dos cilindros durante o processo de compressão;
- Redução no coeficiente característico da válvula utilizada como dispositivo de expansão (Ka coeficiente característico da válvula). A ineficiência na válvula simula, por exemplo, a obstrução no escoamento do fluido refrigerante através da mesma.

As degradações apresentadas anteriormente, estão relacionadas a capacidades do compressor, condensador, evaporador e dispositivo de expansão. O comportamento dessas degradações de maneira individual, será avaliado através da medição das seguintes grandezas do sistema de refrigeração, representadas esquematicamente na Fig. 1(b):

- Temperatura do ambiente externo (T_{ext});
- Temperatura do espaço refrigerado ou da câmara (T_{int});
- Corrente elétrica consumida pelo motor de acionamento compressor (I_{comp});
- Pressão na descarga do compressor ($P_2 = P_{desc}$);
- Pressão de sucção do compressor ($P_1 = P_{suc}$);
- Vazão mássica de fluido refrigerante (\dot{m}_f);
- Grau de superaquecimento ($DTSA$).

Essas grandezas lidas são utilizadas como dados de entrada para o classificador ELM. Com diversos dados de degradação e de situações de referência é possível treinar uma ELM para detectar a presença de degradações nos componentes do sistema de refrigeração. O classificador ELM será detalhado na próxima seção.

3. MÁQUINA DE APRENDIZADO EXTREMO OU ELM (*EXTREME LEARNING MACHINE*)

O classificador *Extreme Learning Machine* (ELM) é uma técnica de aprendizado de máquina desenvolvida para o treinamento de redes neurais *feedforward* que possuam somente uma camada escondida (Huang et al., 2006). Para redes com essa topologia, os parâmetros da camada escondida podem ser definidos de forma aleatória, restando somente os pesos da camada de saída para serem determinados durante o treinamento, onde tais pesos podem ser obtidos de maneira analítica, com a solução de um sistema de equações lineares (Horta, 2015). A topologia do classificador ELM é apresentada na Fig. 2(a). A Fig. 2(b) apresenta uma topologia particularizada para o problema de diagnóstico termodinâmico do sistema de refrigeração.

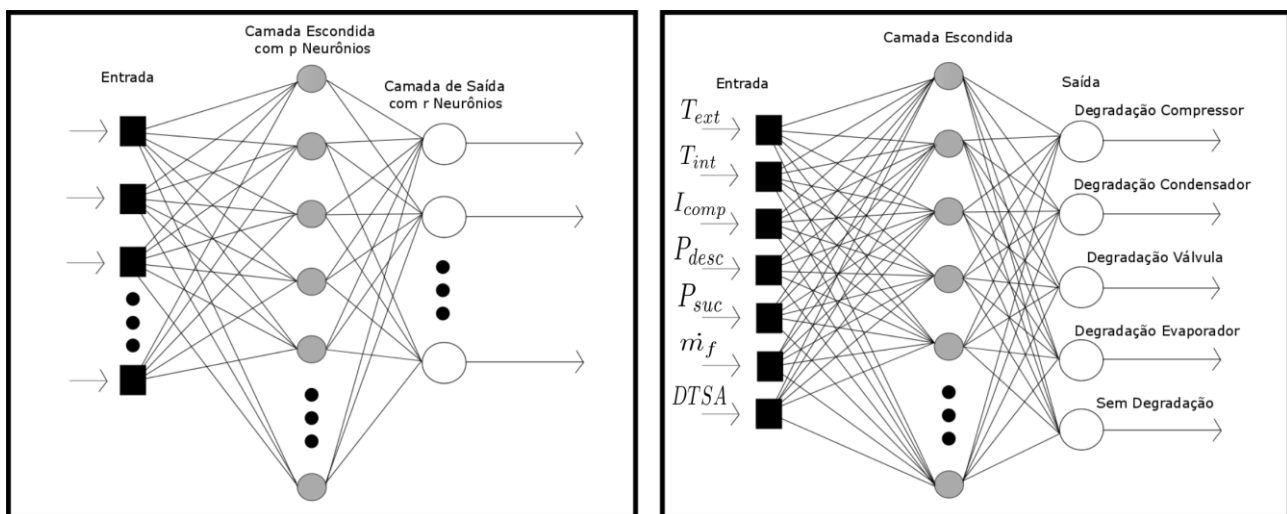


Figura 2. Topologia das ELMs (a) e topologia particularizada para o diagnóstico termodinâmico (b).

Tradicionalmente todos os parâmetros de redes neurais são determinados, em geral, pela retropropagação do erro de treinamento através das camadas da rede (Braga et al., 2007). Desta forma, para a determinação de todos os parâmetros são exigidas diversas iterações tornando o processo de aprendizagem mais lento e conseqüentemente o custo computacional mais elevado.

Dentre as características das ELM's tem-se que a determinação dos parâmetros da camada escondida é realizada de forma aleatória, e que os pesos da camada de saída são obtidos diretamente utilizando o método da pseudoinversa, sem a necessidade de iterações (Horta, 2015).

A matriz de entrada X possui " N " linhas e " n " colunas, onde " N " é o número de padrões e " n " é a dimensão do espaço de entrada, dada pela Eq. (16).

$$X = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \vdots \\ X_N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A matriz X é então propagada em um rede *feedforward* com única camada escondida com “ p ” neurônios e função de ativação $g(x)$. Uma vez que os parâmetros da camada escondida, pesos “ w ” e bias “ b ”, são definidos aleatoriamente pode ser calculada a matriz H , Eq. (17), na saída dos neurônios escondidos.

$$H = \begin{bmatrix} g(w_1 X_1 - b_1) & \cdots & g(w_p X_1 - b_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(w_1 X_N - b_1) & \cdots & g(w_p X_N - b_p) \end{bmatrix} \quad (17)$$

A saída da rede T pode ser expressa pelo sistema linear da Eq. (18).

$$H\beta = T \quad (18)$$

Assim tem-se β definido na Eq. (19), onde “ r ” é o número de neurônios na camada de saída.

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_p^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{p1} & \cdots & \beta_{pr} \end{bmatrix} \quad (19)$$

E ainda T , como apresentado na Eq. (20).

$$T = \begin{bmatrix} t_1^T \\ \vdots \\ t_N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N1} & \cdots & t_{Nr} \end{bmatrix} \quad (20)$$

O processo de treinamento se resume em propagar todos os padrões de treinamento na camada escondida ELM, obtendo-se a matriz H e solucionar o sistema linear resultante. Segundo Huang et al. (2006) a soluções para o sistema linear em que β possui a menor norma e que fornece o menor erro de treinamento e a apresentada pela Eq. (21).

$$\beta = \hat{H}T \quad (21)$$

Nessa equação \hat{H} é a pseudoinversa de Moore-Penrose. Para que \hat{H} seja a pseudoinversa da matriz H devem ser satisfeitas as quatro condições na Eq. (22) de Moore-Penrose (Ruiz Quiroz, 2014).

$$\begin{aligned} (i) \quad & H\hat{H}H = H \\ (ii) \quad & \hat{H}H\hat{H} = \hat{H} \\ (iii) \quad & (H\hat{H})^T = H\hat{H} \\ (iv) \quad & (\hat{H}H)^T = (\hat{H}H) \end{aligned} \quad (22)$$

Após a etapa de treinamento e obtenção de todos os parâmetros da rede w , b e β , a resposta Y a novos padrões de entrada X_{teste} é obtida propagando-se X_{teste} através da camada escondida obtendo-se uma nova matriz H , denominada H_{teste} . Realizando a multiplicação $H_{teste}\beta$ obtém-se um valor de saída para cada neurônio. A resposta Y corresponderá ao índice do neurônio que tiver o maior valor de saída (Huang et al., 2006).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o objetivo de utilizar o classificador ELM para identificar degradações em um sistema de refrigeração, uma base de dados foi gerada utilizando-se o modelo de refrigeração apresentado neste trabalho. Dessa forma, foram gerados 672 padrões compostos por 7 entradas e 5 classes. As entradas são: Temperatura do ambiente externo (T_{ext}); Temperatura do espaço refrigerado, interna ou da câmara (T_{int}); Corrente elétrica consumida pelo motor de acionamento do compressor

(I_{comp}); Pressão na descarga do compressor (P_{desc}); Pressão de sucção do compressor (P_{suc}); Vazão mássica de fluido refrigerante (\dot{m}_f); e Grau de superaquecimento ($DTSA$). Foram simuladas 5 situações, ou seja, classes, ver Tab.1(a).

A matriz de dados foi ordenada de forma aleatória e dividida em 70% para treinamento e 30% para teste. Todos os dados foram normalizados para terem média 0 e desvio padrão 1. Os dados de treinamento foram apresentados para uma ELM com 100 neurônios escondidos. O número de neurônios não precisa ser finamente ajustado, pois segundo Huang et al. (2006) para se ter uma boa classificação basta que esse número seja muito maior que o espaço de entrada e menor ou igual ao número de padrões de treinamento. Os códigos fonte utilizados estão disponíveis no website do autor, segue o link para o mesmo: http://www.ntu.edu.sg/home/egbhuang/elm_codes.html.

Tabela 1: Classes Envolvidas no Problema (a) e Acurácia do Classificador (b).

(a)		(b)	
Classe	Nº Padrões	Acurácia de Treinamento	0,999 +/- 0,001
Sistema sem Degradação	168	Acurácia de Teste	0,994 +/- 0,007
Degradação no Compressor	126		
Degradação no Condensador	126		
Degradação no Evaporador	126		
Degradação na Válvula.	126		

Com a rede treinada, foram apresentados os dados de teste para verificar a acurácia (percentual de acertos de classificação). Esse procedimento foi repetido 100 vezes sendo coletadas a média e o desvio padrão da acurácia de treinamento e da acurácia de teste, apresentados na Tab.1(b).

Como pode ser observado, o classificador foi capaz de acertar aproximadamente 100% dos dados apresentados para treinamento e para o teste. Isso indica que as classes são bem definidas, tendo pouca superposição entre as mesmas. Os dados obtidos para situações com e sem a presença de degradações foram bastante distintos. Distinção essa referente a caracterização dos mesmos quanto as grandezas lidas no sistema de refrigeração. Esse fato é devido à natureza simplificada do modelo, bem como a forma limitada com que foram modeladas e simuladas as degradações. Em trabalhos futuros almeja-se melhorar os modelos dos principais componentes do sistema de refrigeração, assim como a representação das degradações no mesmo. Além disso pretende-se inserir ruídos nas simulações com o objetivo de aproximar os dados de uma situação mais próxima do real.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um modelo de um sistema de refrigeração que possibilitou a simulação de situações operacionais com e sem a presença de degradação em seu principais componentes. Com esses dados foi treinado um classificador capaz de identificar através das grandezas obtidas no sistema se o mesmo estava operando em uma situação normal ou na presença de degradação. Entre os sintomas apresentados o classificador foi capaz de isolar o componente degradado. Isso corresponde a primeira etapa de um processo de diagnóstico termodinâmico. Dessa forma o procedimento de diagnóstico é direcionado para a interpretação das grandezas com o objetivo de identificar a origem da degradação no componente isolado pelo classificador.

O uso dessa ferramenta de inteligência computacional pode auxiliar na manutenção de sistemas de refrigeração, identificando desde pequenos desvios de funcionamento de seus componentes direcionando os reparos, contribuindo no desempenho do sistema em termos da qualidade de sua função e no consumo de energia.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a FAPEMIG, CAPES, CNPq e a PRPPG da UNIFEI e UFVJM pelo apoio financeiro. Além do agradecimento ao ICT/UFVJM e ao NEST/UNIFEI.

NOMENCLATURA

ELM	Extreme Learning Machine	P	Pressão
HCFC	Hidroclorohidrocarboneto	RP	Relação de pressão
RNAs	Redes neurais artificiais	DTSA	Grau de superaquecimento
C	Capacidade por diferença unitária de Temperatura	DTSR	Grau de sub-resfriamento
T	Temperatura	I	Corrente elétrica
h	Entalpia	Ka	Coefficiente característico da válvula
		\dot{W}	Potência

\dot{Q}	Taxa de calor	<i>evap</i>	evaporação ou evaporador
\dot{m}_f	Vazão mássica	<i>cond</i>	condensação ou condensador
U	Tensão	AEE	Ar na entrada do evaporador
\dot{V}	Vazão volumétrica	AEC	Ar na entrada do condensador
FP	Fator de Potência	ext	Externo
v	Volume específico	int	Interno
H	Matriz de dados propagados através da camada escondida	desc	Descarga
\hat{H}	Pseudoinversa da matriz H	suc	Sucção
Letras gregas		comp	compressão ou compressor
η	Rendimento	vol	Volumétrico
ρ	Massa específica	desl	deslocado
Subscritos		isent	Isentrópico
		mec	Mecânico
		elet	Elétrico
		global	Global
		OS	Dinâmico
		SS	Estático

REFERÊNCIAS

- Braga, A., D., P.; Carvalho, A., P., D., L., F., D.; 2007 Ludermir, T. B. “Redes Neurais Artificiais: Teoria E Aplicações”. 2ª Edição. Ed. Rio De Janeiro: Ltc- Livros Tecnicos E Cientificos.
- Ding, G., 2007. “Recent developments in simulation techniques for vapour-compression refrigeration systems”, *International Journal of Refrigeration*, Vol.30, pp. 1119-1133.
- Horta, E., G., 2015 “Aplicação De Máquinas De Aprendizado Extremo Ao Problema De Aprendizado Ativo”. 87 f. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2015.
- Huang, G., B.; Zhu, Q., Y.; Siew, C., K., 2006 “Extreme Learning Machine: Theory And Applications”. *Neurocomputing*, V. 70, P. 489–501.
- Khan, J., Zubair, S., M., 1999 “Design and performance evaluation of reciprocating refrigeration systems”, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 22, pp. 235–243.
- Kocuyigit, N., 2015 “Fault and sensor error diagnostic strategies for a vapor compression refrigeration system by using fuzzy inference systems and artificial neural network”, *International Journal of Refrigeration*, Vol.50, pp. 69-79.
- Koury, R., N., N., Machado L., Ismail K., A., R., 2001 “Numerical simulation of a variable speed refrigeration system”, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 24, pp.192-200.
- Mendes, T., Venturini, O., J., Pirani, M., J., 2012 “Thermodynamic Diagnosis Techniques to Assess the Behavior of Vapour Compression Refrigeration Systems” ENCIT - 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, November 18-22 2012, Rio de Janeiro, Brazil.
- Mohanraj M, Jayaraj S, Muraleedharan C. Applications of artificial neural networks for refrigeration, air-conditioning and heat pump systems—A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (2012) 1340– 1358.
- Qiao, H.; Radermacher, R.; Aute, V. A Review for Numerical Simulation of Vapor Compression Systems. *International Refrigeration and Air Conditioning Conference at Purdue*, West Lafayette, USA, 2010.
- Rasmussen, B., P., Shenoy, B., 2012 “Dynamic modeling for vapor compression systems-Part II: Simulation tutorial, *HVAC&R Research*, Vol.18 (No.5), pp. 956-973.
- Ruiz Quiroz, J., 2014 “Métodos De Quadrados Mínimos Totais Regularizados”. Dissertação (Mestrado). Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis.
- Venturini, O., J., Almeida, M., S., V.; Silva, E., 1999. “Modelo Computacional Para La Simulacion de Sistemas de Aire Acondicionado Con Termoacumulacion”, *Información Tecnológica*, La Serena - Chile, Vol. 10, No. 2, pp. 273-278.
- Yassuda, H., Touber, S., Machielsen, C., H., M., 1983 “Simulation Model of Vapour Compression Refrigeration System”, *ASHARE Transactions*, part 2a, pp. 408-425.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido neste artigo.

EXTRAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS PARA O DESENVOLVIMENTO DE REDES DE PALAVRAS-CHAVE: UM ESTUDO SOBRE OS ARTIGOS DA REVISTA VIRTUAL DA NATURE

Elton Angelo Rabelo, eltonrabelo93@gmail.com

Jhonatan Fernando de Oliveira, joliveira@divinopolisuemg.com.br

Patrícia Mascarenhas Dias, patricia.dias@uemg.br

UEMG – Divinópolis Avenida Paraná, 3001, Jardim Belvedere, 35501-170, Divinópolis, Minas Gerais, Brasil.

Gray Farias Moita, gray@dppg.cefetmg.br

Thiago Magela Rodrigues Dias, thiagomagela@gmail.com

CEFET-MG, Av. Amazonas, 7576, Nova Gameleira, 30510-000, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.

Resumo. Com o crescimento dos repositórios de dados científicos impulsionados principalmente pela facilidade de acesso e publicação proporcionados pela Internet, a adoção de técnicas de mineração de dados e técnicas de análise de redes têm sido amplamente empregadas com o intuito de explorar tais dados e extrair conhecimento antes desconhecidos. A revista virtual da Nature, é hoje um dos mais importantes repositórios de dados científicos, criada para que os artigos publicados na revista Nature sejam disponibilizados online. Informações como autores de uma publicação, ano de publicação, títulos e palavras-chave de cada trabalho publicado na revista podem ser acessados, se caracterizando como uma importante fonte de dados para compreender como a ciência tem evoluído ao longo dos anos. Neste trabalho, o principal objetivo é realizar a criação de uma plataforma que possibilite a análise de dados sobre as palavras-chave das publicações disposta na revista virtual da Nature, para que técnicas de mineração de dados possam ser empregadas para compreender como as palavras-chave se relacionaram ao longo do tempo.

Palavras-chave: Palavras-chave, Redes de Palavras, Plataforma.

1. INTRODUÇÃO

As produções científicas tiveram origem no Brasil por volta da década de 60, porém o aumento desta produção se deve, principalmente, ao surgimento dos primeiros programas de pós-graduação em Educação, como o da PUC-RIO em 1965 e o da PUC-SP em 1969. Essa característica do aumento da produção científica via pós-graduação acontece também com a pesquisa científica brasileira em geral. Os cursos de pós-graduação são responsáveis por mais de 80% de toda produção científica brasileira (HAYASHI et al., 2008).

Nesse contexto a revista virtual *Nature* surge hoje como um dos mais importantes repositórios científicos do mundo, criada para que os artigos publicados na revista *Nature* tenham seu conteúdo *online*. Dentre os diversos artigos já publicados pela revista constam a descoberta do raio x e do buraco na camada de ozônio, além de outros artigos em todas as áreas do conhecimento.

Devido ao grande conteúdo dos repositórios de dados atuais como o da *Nature* é necessária a utilização da extração de dados e técnicas de mineração para a descoberta de conhecimento, além de um tratamento dos dados já extraídos, para que a informação buscada possa ser descoberta e apresentada, um importante contribuinte nesse ponto é a utilização de Grafos para apresentação de resultados.

Nowell e Kleinberg (2003) citam que os grafos ou redes são ferramentas úteis para estudar os relacionamentos entre objetos, visto que, conseguem fazer uma representação onde os vértices são objetos, sejam estes pessoas ou coisas, e as arestas são os relacionamentos, como pode ser visto na figura 1.

Os grafos podem criar relacionamentos dos mais diversos tipos, de colaboração ou simplesmente relacionais, como é caso das redes de palavras-chave, nas quais é possível ver no decorrer dos títulos as palavras que relacionam.

Dias e Moita (2014, p.6) citam que, de posse dessas redes (redes de palavras) que podem ser caracterizadas como grafos, é possível identificar fatores que não são visualmente observáveis, e que podem ser informações valiosas se utilizadas como objeto de estudo.



Figura 1. Exemplo de Grafo

Com o grande volume de artigos publicados, é cada vez mais necessário ter algum direcionador para apoiar no momento de buscar informação. Por isso, surge como uma solução a utilização das palavras-chave, que são de certa forma, uma visão geral do que o texto a ser lido irá tratar. Para Miguéis et. al (2013, pág. 115), as palavras-chave são referenciais para o leitor. Os autores entendem que palavras-chave mostram o que basicamente determinado assunto é, ou seja, dá uma ideia melhor do que será observado a frente, seja no caso de mecanismos de pesquisa da *internet*, *sites* ou até mesmo em textos de artigos e periódicos científicos. Essas palavras irão, de forma individual, mostrar ao leitor o que é tratado e por isso são utilizadas tantas vezes como objeto de estudo.

Sendo assim o objetivo do presente trabalho é montar uma rede de palavras que utiliza, ao invés de dados dos pesquisadores, as palavras-chave retiradas dos títulos das publicações da revista virtual da *Nature*, visto que as mesmas são sempre os referenciais de textos mais longos e são observadas sempre pelos autores que estão iniciando novas produções, uma vez que estes autores ainda não possuem conhecimento suficiente sobre os objetos de estudo e talvez não tenham o conhecimento sobre os melhores temas de suas áreas.

2. TRABALHOS CORRELATOS

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi buscado um embasamento teórico e trabalhos que tivessem uma mesma linha de pesquisa, não foram detectados trabalhos da mesma perspectiva no ambiente estudado, porém novos pontos a serem analisados foram encontrados nos trabalhos aqui citados como correlatos e que utilizam técnicas semelhantes as utilizadas neste projeto.

Souza et. al (2014, pág. 29), é realizada a extração de dados de um repositório de artigos científicos o *IEEE Xplore*, os autores utilizaram os títulos dos artigos para retirada de palavras relevantes, relacionadas a um tema específico no caso Sistemas Embarcados e posteriormente realizaram a ligação entre as palavras por meio da criação de uma rede de relacionamento das mesmas, todo o tratamento foi realizado em cima das palavras foi feito com a linguagem de programação Java, diferente de outros trabalhos similares que utilizam a linguagem Python. O trabalho utiliza um ambiente de menor volume de informações, uma vez que é citado que são extraídos 20000 (vinte mil) artigos, diferente do ambiente da *Nature* que possui um acervo bem maior.

Dias e Moita (2014, pág.6), vendo o crescimento do volume de publicações científicas nos últimos anos, desenvolveram um trabalho que tem foco a identificação do conhecimento e a replicação deste para apoiar grupos de pesquisa, fazendo com que o volume de produção destes fosse elevado. Os autores também utilizaram um ambiente que continha artigos científicos, no caso a plataforma *Lattes*, nesse repositório foram identificadas as palavras-chave contidas nas publicações e foram feitos estudos buscando compreender quais era as com maior impacto e relevância. Essas informações ainda foram inseridas em um rede de relacionamento o que proporcionou aos pesquisadores realizarem uma análise de métricas das redes criadas.

Os pesquisadores mediram a relevância das palavras na rede, vendo a quantidade de vezes que determinado termo foi utilizado, diferente deste trabalho onde o foco são os relacionamentos entre as palavras, mostrando assim aquelas que mais tiveram colaboração em um período estudado, a base de dados difere os dois trabalhos uma vez que o repositório da *Nature* é mais antigo que o ambiente da plataforma *Lattes*, o que possibilita ter uma análise cronológica do volume de publicações.

Souza et. al (2014, pág. 280), em seu trabalho utiliza técnicas de análises de redes sociais, buscando compreender o relacionamento de palavras-chave em títulos de chamados de um sistema de *Help Desk*, o principal diferencial deste trabalho para os demais é o ambiente analisado que deixa de ser uma formal com textos devidamente analisados e se volta a um ambiente de reclamações de clientes, onde nem sempre os textos são analisados e revistos, assim são criadas também redes de relacionamento entre as palavras-chave utilizando também a ferramenta *Gephi* para a construção de tais redes.

No trabalho de Miguéis et. al (2013, pág. 115), fica evidente a importância das palavras-chave para os leitores, uma vez que o autor menciona várias utilizações para as palavras-chave, como em *metatags* onde as palavras-chave são referências no ambiente virtual para os usuários de determinados sites ou blogs, no cenário acadêmico onde são também

utilizadas como uma forma de resumo para títulos, uma vez que direcionam o leitor para o conteúdo que será lido, dentre outros pontos onde são utilizadas. Por isso a tentativa de produzir uma rede de palavras que tenham real relevância nos títulos de periódicos, sendo assim referenciadas como palavras-chave, podendo assim como buscado no trabalho de Miguéis auxiliar na difusão de conhecimento em áreas específicas.

Fadigas et. al (2009, pág. 169), tem foco na extração de palavras-chave de um repositório de publicações voltadas ao segmento de matemática, dessa forma o trabalho faz dois tratamentos sobre os títulos das publicações, primeiramente os autores realizaram um tratamento manual, afim de eliminar termos estranhos ou conteúdo não tratado da rede, em seguida os pesquisadores fizeram uso de um pacote *UNITEX*, disponibilizado pela Rede *Relex* Brasil, estes softwares realizam o tratamento e retirada das palavras-chave. O foco nas palavras-chave neste projeto é evidente e mostra que na área de exatas o conhecimento sobre termos co-relacionados também é buscado, um diferencial deste trabalho para os outros correlacionados é que foi utilizada uma ferramenta com configurações já voltadas para esse tipo de projeto o que releva ainda mais a importância de trabalhos desse segmento.

Santiago (2007) utiliza-se de redes de palavras-chave, porém nesse estudo as redes são montadas com palavras correlacionadas, ou seja que possuem um valor semântico semelhante ou que se relacionaram na área da saúde, vale ressaltar que neste estudo as redes são apresentadas em uma estrutura diferente da dos demais trabalhos, o autor mostra em quadros as palavras-chave que compõe a rede da palavra em destaque ao invés de apresentar os relacionamentos em um formato de grafo, assim não é possível saber as demais palavras-chave que se relacionam as citadas no quadro.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do projeto foi utilizada como base a metodologia de pesquisa de campo quantitativa, que é realizada após o estudo bibliográfico, para que o pesquisador tenha um bom conhecimento sobre o assunto, pois é nesta etapa que ele vai definir os objetivos da pesquisa, as hipóteses, definir qual é o meio de coleta de dados, tamanho da amostra e como os dados serão tabulados e analisados (MARCONI & LAKATOS, 1996).

Alinhado a essa metodologia, o projeto inicialmente teve como foco os estudos da linguagem *Python*, utilizada na construção do plataforma que realizou o tratamento dos dados extraídos da revista virtual da *Nature*.

Foi desenvolvida a plataforma na linguagem *Python* com intuito de realizar duas ações, primeiramente a retirada de todos os títulos de artigos contidos na plataforma virtual da revista e escrita dos mesmos em arquivos no formato .CSV, para que fosse possível contabilizar a quantidade de publicações em cada um dos anos e a variação de crescimento entre os anos.

A segunda ação desenvolvida foi o tratamento de todos os títulos, que também foi realizado pela plataforma criada em *Python*, os títulos tiveram suas palavras não relevantes eliminadas, foram consideradas não relevantes as palavras descritas em um grupo chamado *StopWords*, após isso foi realizada uma quebra das palavras-chave e em seguida elas foram novamente escritas em um arquivo .CSV, onde as palavras foram colocadas em um padrão de relacionamento, ligando todas as palavras como pode ser observado na figura 2.

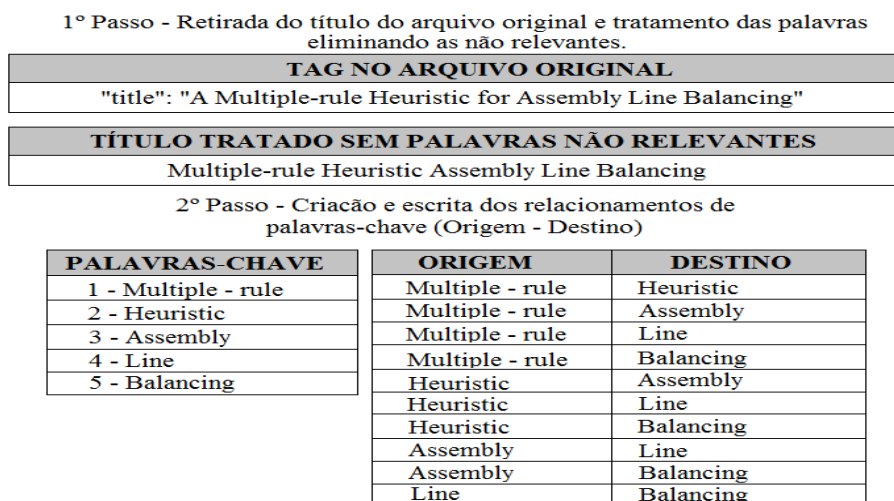


Figura 2. Processo de tratamento de palavras-chave / montagem dos relacionamentos

O processo de criação dos relacionamentos de palavras-chave descrito acima foi replicado somente nos anos de 1995, 2004 e 2014, buscando assim criar as redes de relacionamento de palavras-chave e ranqueamento somente de períodos mais atuais, para isso foram tratados os últimos 20 anos e os anos selecionados são respectivamente o primeiro, decimo e o vigésimo anos desse período.

Assim os 3 arquivos contendo os relacionamentos das palavras-chave, foram importados na ferramenta *Gephi*, onde foi possível realizar a montagem das redes de colaboração de palavras-chave, a ferramenta fazia automaticamente a ligação dos pontos e definia o ponto origem e destino. Após a criação da rede também foi montado o ranqueamento de utilização desses relacionamentos, este foi feito baseado em dados da ferramenta que mede o peso, ou seja a quantidade

de vezes que determinado relacionamento ocorreu e com base nesse valor foi montando um ranking com os 20 termos que mais se relacionaram nos anos analisados.

O *Gephi* proporcionou conhecer melhor as redes de palavras-chave criadas, foram feitas análises de métricas dos grafos dos anos de 1995 (1º ano do intervalo selecionado), 2004 (10º ano do intervalo selecionado) e 2014 (20º e último ano do intervalo selecionado) buscando verificar o Grau Médio citado no trabalho de Carvalho (2005, pág. 7) onde o grau é descrito como a quantidade de arestas que chegam a determinado nó, ou seja a quantidade de pontos que estão se ligando ao nó em análise, sendo assim, o grau médio a ser calculado é a média de todos os graus da rede, que nada mais é do que a quantidade média de pontos que relacionam a outros.

Outra métrica calculada é o comprimento médio de caminho, Carvalho (2005, pág.11) mostra que caminho é o número de arestas encontradas entre um determinado nó e outro nó qualquer, no caso do comprimento médio de caminho é a média de saltos necessários para chegar de um ponto a outro no melhor cenário, ou seja com a quantidade mínima de saltos. Também é uma métrica deste trabalho o diâmetro da rede, que é a maior distância entre dois pontos, essa métrica é o contrário do comprimento médio que apresenta a menor quantidade de passos de um ponto a outro.

Para finalizar foi feita uma análise estatística, afim de verificar a quantidade de publicações realizadas ao longo dos anos e a variação de um ano a outro, de posse de todas essas informações foi construído o artigo científico que aqui é lido. Isso foi possível utilizando o seguinte cálculo, quantidade de publicações do ano x dividida pela quantidade de publicações do ano y, onde x é o ano final e y o ano inicial, exemplificando x seria 1846 e y 1845 e assim sucessivamente até concluir todo o período abrangido na base, aqueles pontos onde o resultado foi inferior a 1,0 foram os períodos de queda, consequentemente os períodos com resultado superior a 1,0 foram os períodos de crescimento no volume de publicações.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados retirados da plataforma virtual da revista *Nature*, proporcionaram a retirada de um grande volume de dados. Para a apresentação destes dados, foram divididos em subtópicos visando apresentar os dados estatísticos e, em seguida as redes de relacionamento de palavras chave, suas métricas e o ranqueamento do mesmo.

Após realizar uma análise estatística de todos os anos, foi possível construir uma tabela com a quantidade de publicações da plataforma virtual ao longo dos anos e a primeira informação descoberta foi que existem publicações de outras revistas na plataforma virtual da *Nature*, visto que existem textos publicados na base do ano de 1845 e a primeira publicação da revista ocorreu somente no ano de 1869 como pode ser observado na figura 3 que mostra a primeira publicação da revista.

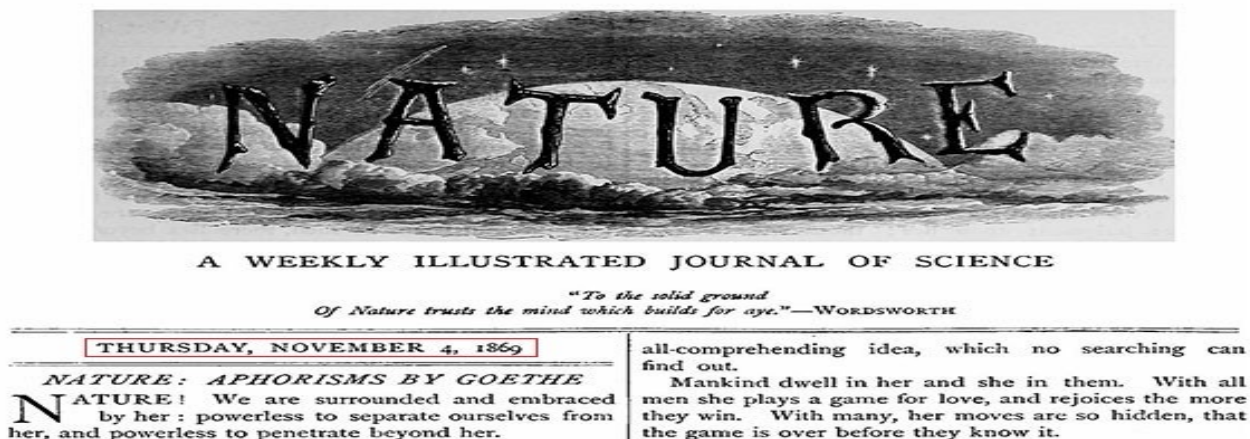


Figura 3. Imagem da primeira publicação da revista Nature

5.1 Dados Estatísticos

Analisando a quantidade de publicações ano a ano, foi criada a Tabela 1, que demonstra a quantidade de publicações de artigos em cada ano, no intervalo de 1845 a 2014. Na mesma também pode ser observada a variação de crescimento ao longo dos anos, sendo os pontos em verde os anos de crescimento e os pontos em vermelho os anos de queda em relação a quantidade de publicações do ano anterior.

Fica evidente também o quanto a revista se popularizou e se tornou importante no meio científico, principalmente se for considerado que no primeiro ano eram somente 271 publicações e no último ano analisado as publicações já somavam 37805, o que significa um crescimento de aproximadamente 13950%, atingindo no fim de 2014 um total de 1089220 (um milhão oitenta e nove mil duzentos e vinte) publicações em todos os anos.

Tabela 1. Quantidade de Publicações / Variação de Crescimento ano a ano

Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%	Ano	Publicações	%
1845	271	-	1871	2533	1,04	1897	3857	1,02	1923	2630	0,97	1949	3646	1,03	1975	6011	0,91	2001	19158	1,01
1846	1801	6,65	1872	2488	0,98	1898	3784	0,98	1924	2490	0,95	1950	3551	0,97	1976	5502	0,92	2002	19582	1,02
1847	4936	2,74	1873	2560	1,03	1899	3972	1,05	1925	2392	0,96	1951	3557	1,00	1977	6679	1,21	2003	23447	1,20
1848	4264	0,86	1874	2337	0,91	1900	3773	0,95	1926	2420	1,01	1952	3537	0,99	1978	7123	1,07	2004	24877	1,06
1849	3554	0,83	1875	2388	1,02	1901	3813	1,01	1927	2486	1,03	1953	3689	1,04	1979	5862	0,82	2005	28419	1,14
1850	2702	0,76	1876	4833	2,02	1902	4193	1,10	1928	2351	0,95	1954	3906	1,06	1980	6398	1,09	2006	29035	1,02
1851	2290	0,85	1877	4647	0,96	1903	4322	1,03	1929	2504	1,07	1955	3674	0,94	1981	8232	1,29	2007	29969	1,03
1852	2590	1,13	1878	4572	0,98	1904	4052	0,94	1930	2488	0,99	1956	4191	1,14	1982	6060	0,74	2008	31731	1,06
1853	2000	0,77	1879	4309	0,94	1905	3646	0,90	1931	2446	0,98	1957	4290	1,02	1983	6679	1,10	2009	32440	1,02
1854	2148	1,07	1880	4643	1,08	1906	3386	0,93	1932	3427	1,40	1958	5186	1,21	1984	8875	1,33	2010	33577	1,04
1855	2010	0,94	1881	4073	0,88	1907	3347	0,99	1933	3393	0,99	1959	5375	1,04	1985	9246	1,04	2011	33187	0,99
1856	2133	1,06	1882	4008	0,98	1908	3555	1,06	1934	3497	1,03	1960	5793	1,08	1986	7423	0,80	2012	10600	0,32
1857	1791	0,84	1883	3974	0,99	1909	3862	1,09	1935	3656	1,05	1961	6162	1,06	1987	8977	1,21	2013	36690	3,46
1858	1501	0,84	1884	3957	1,00	1910	3545	0,92	1936	3554	0,97	1962	6190	1,00	1988	8538	0,95	2014	37805	1,03
1859	1612	1,07	1885	3920	0,99	1911	3603	1,02	1937	3588	1,01	1963	6388	1,03	1989	8132	0,95	TOTA	1089220	
1860	1801	1,12	1886	4729	1,21	1912	2898	0,80	1938	3811	1,06	1964	6455	1,01	1990	8270	1,02	LEGENDA		
1861	979	0,54	1887	4617	0,98	1913	2838	0,98	1939	3609	0,95	1965	6296	0,98	1991	8074	0,98			
1862	1366	1,40	1888	4288	0,93	1914	2766	0,97	1940	3128	0,87	1966	6441	1,02	1992	8877	1,10			
1863	1030	0,75	1889	4026	0,94	1915	2889	1,04	1941	2590	0,83	1967	6313	0,98	1993	9053	1,02			
1864	1143	1,11	1890	3949	0,98	1916	2871	0,99	1942	2569	0,99	1968	6053	0,96	1994	9296	1,03			
1865	1083	0,95	1891	3889	0,98	1917	2593	0,90	1943	2342	0,91	1969	6026	1,00	1995	9287	1,00			
1866	1049	0,97	1892	3738	0,96	1918	2645	1,02	1944	2532	1,08	1970	6507	1,08	1996	12781	1,38			
1867	1233	1,18	1893	3947	1,06	1919	2477	0,94	1945	2519	0,99	1971	7181	1,10	1997	14404	1,13			
1868	1193	0,97	1894	3750	0,95	1920	3387	1,37	1946	3225	1,28	1972	6186	0,86	1998	16466	1,14			
1869	1469	1,23	1895	3646	0,97	1921	3063	0,90	1947	2073	0,64	1973	6399	1,03	1999	20745	1,26			
1870	2435	1,66	1896	3786	1,04	1922	2721	0,89	1948	3557	1,72	1974	6595	1,03	2000	19000	0,92			

Visando compreender melhor o relacionamento de fatos sociais e a variação na quantidade de publicações, foram observados os 3 principais momentos de queda na quantidade de publicações ao longo dos anos, que ocorreram nos anos de 1861 (Queda de 46% em relação ao ano anterior), 1947 (Queda de 36%) e 2012 (Maior queda registrada 68%).

Não se pode afirmar a forma como os fenômenos sociais impactam na rede, mas é evidente que em períodos de crise ou de guerras a interferência ocorre, como pode ser notado nos anos de 2012 e 1861, sendo 2012 o ano da crise econômica mundial que impactou diretamente nos Estados Unidos e países da união europeia e 1861 o ano principal da Guerra Civil Americana (Guerra de Secessão), nesses anos as quedas ocorreram exatamente nos anos em que os eventos ocorriam.

Por outro lado no ano de 1947 existe uma grande queda e esta pode estar diretamente ligada a Segunda Guerra Mundial, que havia se encerrado dois anos antes, porém os impactos daquele período ainda poderiam estar incidindo no volume de publicações daquele ano, desse modo o que é possível concluir é que o impacto existe e que nesses anos especialmente foi significativo.

5.2 Redes de relacionamento, Métricas do Gephi e Ranqueamentos

Após a montagem dos arquivos de relacionamento de palavras-chave, foi possível construir a rede de relacionamento das mesmas, essa rede será apresentada de duas formas, primeiramente a rede total do ano analisado, em seguida será demonstrada a rede de relacionamentos somente daquelas palavras que se encontram no ranqueamento de mais utilizadas.

O ranking de palavras-chave mais utilizadas apresenta aquelas que possuem as arestas de maior peso (repetição de utilização), sendo assim mostra as que tem maior impacto na rede analisada, além de permitir ter uma visão das áreas de maior representatividade no ano estudado.

As métricas calculadas permitiram verificar se a rede é mais homogênea ou heterogênea, ou seja se a rede possui uma área que é a de maior importância e também permitiu ver se a rede está fortemente ou fracamente conectada, se o grau de relacionamento entre as palavras-chave é alto ou baixo.

5.2.1 Informações sobre o ano de 1993

O volume de dados dessa rede é de 16442 (dezesseis mil quatrocentos e quarenta e dois) nós, ou seja, palavras-chave, e 170469 (cento e setenta mil quatrocentos e sessenta e nove) arestas, sendo que essas são os relacionamentos entre as palavras no ambiente da rede.

O ranqueamento demonstrado na Tabela 2 apresenta os 20 principais relacionamentos de palavras-chave dentro da rede do ano de 1995.

Verificando as palavras e relacionamentos fica claro que no ano de 1995 uma importante área de estudos era a saúde, visto que entre os principais relacionamentos existem palavras como sangue, câncer, mama, terapia, gene, renal, células e espinha, termos traduzidos, sendo assim provavelmente a área com maior volume de publicações naquele ano era a saúde.

Tabela 2. Ranqueamento de relacionamento de palavras-chave no ano de 1995

Posição	Origem	Destino	Quantidade de Ligações
1	growth	factor	94
2	spinal	cord	69
3	breast	cancer	65
4	human	cells	52
5	book	reviews	49
6	gene	therapy	45
7	human	cell	43
8	gene	expression	40
9	nitric	oxide	40
10	human	cancer	37
11	cord	injury	34
12	spinal	injury	32
13	blood	flow	32
14	cell	lines	31
15	growth	human	31
16	renal	disease	31
17	expression	human	30
18	insulin-like	growth	29
19	epidermal	growth	28
20	growth	growth	27

Foram realizados cálculos de métricas referentes a teoria dos grafos, foi possível concluir que a rede possui um Grau Médio igual a 10,36, um diâmetro igual 11 e um comprimento médio de caminho de 3,617. Essas informações nos mostram que a rede possui um volume grande de palavras-chave se relacionando sendo que em no máximo 11 movimentos você atinge qualquer palavra conectada na rede, além do que com o comprimento médio de 3,617 é possível concluir que a rede é fortemente conectada e que provavelmente existe um hegemonia por parte de algumas áreas do conhecimento o que faz com que as palavras existam em um volume maior de publicações, o grau médio nos mostra que cada palavra está ligada a outras 10,36 palavras-chave.

5.2.2 Informações sobre o ano de 2004

O volume de dados dessa rede é de 32773 (trinta e dois mil setecentos e setenta e três) nós/palavras-chave, e 548122 (quinhentos e quarenta e oito mil cento e vinte e duas) arestas, sendo que essas são os relacionamentos entre as palavras no ambiente da rede.

O ranqueamento demonstrado na Tabela 3 apresenta os 20 principais relacionamentos de palavras-chave dentro da rede do ano de 2004.

Como ocorrido no ano de 1995, as principais palavras-chave que se relacionam são voltadas a área da saúde, são apresentadas palavras que já apareciam em 1995 como câncer, sangue, gene e células.

Aparecem também palavras diferentes como no caso de medula, transplantação, além de termos ainda mais específicos como hematopoiético e alogênico termos estes também relacionados a procedimentos de transplante, com isso fica claro que a área de saúde ainda segue como uma grande produtora no ambiente da revista. Analisando as novas palavras um segmento com grande representatividade foi o de transplantes, visto que termos relacionados a essa área da saúde estão bem colocadas no ranqueamento de relacionamentos, vale pontuar que os termos mencionados aqui foram traduzidos para o idioma português.

Tabela 3. Ranqueamento de relacionamento de palavras-chave no ano de 2004

Posição	Origem	Destino	Quantidade de Ligações
1	stem	cell	283
2	gene	therapy	255
3	human	cells	203
4	breast	cancer	201
5	gene	expression	190
6	cell	transplantation	186
7	gene	transfer	165
8	stem	transplantation	165
9	stem	cells	160
10	growth	factor	131
11	cancer	cells	120
12	prostate	cancer	120
13	expression	cells	119
14	news	brief	112
15	expression	human	108
16	human	cancer	108
17	spinal	cord	108
18	hematopoietic	stem	106
19	allogeneic	transplantation	105
20	bone	marrow	103

Foram realizados cálculos de métricas referentes a teoria dos grafos, sendo assim foi possível concluir que a rede possui um Grau Médio igual a 16,725, um diâmetro igual 9 e um comprimento médio de caminho de 3,3.

Comparando-se ao primeiro grafo, essas métricas nos mostram que essa rede é ainda mais fortemente conectada, pois possui um grau médio superior ao da primeira rede, o que faz com que mais relacionamentos cheguem as palavras, consequentemente possui um diâmetro menor, assim qualquer ponto da rede mesmo no pior caso seja alcançado em no máximo 9 passos, sendo 2 passos a menos que na primeira rede, o que leva a redução do comprimento médio, chegando a ser de apenas 3,3 passos, 0,317 passos a menos.

5.2.3 Informações sobre o ano de 2014

O volume de dados dessa rede é de 116987 (cento e dezesseis mil novecentos e oitenta e sete) nós, ou seja, palavras-chave, e 852358 (oitocentos e cinquenta e dois mil trezentas e cinquenta e oito) arestas, sendo que essas são os relacionamentos entre as palavras no ambiente da rede, vale pontuar que esse foi o ano com maior volume de informações, tanto que o número de relacionamentos ocorrentes de forma separada somavam um total de mais de 1086000 (um milhão e oitenta e seis mil) linhas.

O ranqueamento demonstrado na Tabela 4 apresenta os 20 principais relacionamentos de palavras-chave dentro da rede do ano de 2014.

Como ocorrido nos anos anteriores, as principais palavras-chave que se relacionam são voltadas a área da saúde, são apresentadas palavras que já apareciam nos anos anteriores, como sangue, câncer, humano e células, as palavras novas de 2004 voltadas a área de transplante já não aparecem mais nas primeira posições.

Aparece no ano de 2014 um termo revisão sistemática que segundo Sampaio e Mancini (2007, pág. 84), é uma forma de pesquisa utilizada para verificar comportamentos, comparando resultados de pesquisas para ver se são conflitantes e/ou coincidentes, sendo um termo que não está diretamente ligado a área de saúde mas a todas as áreas de pesquisa.

Sendo assim no último ano analisado da base os termos da área de saúde ainda são os mais conectados no ambiente da rede e se tornam hegemônicos nas amostras analisadas da base.

Tabela 4. Ranqueamento de relacionamento de palavras-chave no ano de 2014

Posição	Origem	Destino	Quantidade de Ligações
1	stem	cells	308
2	breast	cancer	255
3	human	cells	232
4	stem	cell	204
5	cancer	cells	201
6	spinal	cord	196
7	prostate	cancer	193
8	gene	expression	140
9	prostate	cancer:	139
10	colorectal	cancer	139
11	lung	cancer	137
12	cell	death	127
13	cell	carcinoma	114
14	mouse	model	109
15	spinal	injury	109
16	acute	leukemicancer:	108
17	cord	injury	106
18	cancer	cell	102
19	blood	pressure	98
20	systematic	review	95

Foram realizados cálculos de métricas referentes a teoria dos grafos, sendo assim foi possível concluir que a rede possui um Grau Médio igual a 7,286, um diâmetro igual 11 e um comprimento médio de caminho de 6,422.

Se comparadas as métricas anteriores, o ano de 2014 traz alguns pontos que devem ser observados, a rede é mais fracamente conectada, mesmo com um maior volume de nós e arestas, a rede de relacionamento das palavras-chave desse ano, teve o menor grau médio dos anos analisados possuindo assim o menor número de ligações chegando a cada nó o que é surpreendente visto que a rede possui cerca de sete vezes mais palavras-chave que a rede 1995.

Para atingir qualquer outro ponto da rede o usuário consegue isso em média com 6,422 o que é o pior resultado também dos anos analisados, é mais difícil ter a ligação de uma palavra-chave a outra qualquer e com um diâmetro igual a 11 no pior caso voltam a ser necessários 11 movimentos para alcançar uma palavra da rede como ocorria no ano de 1995.

Mesmo com o grande volume de palavras-chave a rede perde em força de conexão, isso pode ocorrer pelo fato de novas áreas terem surgido ao longo dos anos e estarem publicando mais nos últimos anos e também pela utilização de novos termos que antes não eram utilizados na rede.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após realizar os dados da Revista virtual da Nature, pode-se concluir que o volume de informação nessa base é muito extenso como pode ser visto na Tabela 1, onde é apresentado o total de publicações existentes na base virtual que no fim de 2014 já contabilizava mais de um milhão de publicações.

A plataforma virtual permitiu visualizar que a área da saúde nos anos analisados foi a que possuía o maior número de relacionamentos de suas palavras-chave, isso nos leva a crer que essa área possui um grande volume de publicações no ambiente da revista, principalmente publicações ligadas ao termo câncer que foi o termo mais encontrado dentro dos ranqueamento de palavras-chave juntamente com o termo célula ou células o que mostra que são pontos que estão em constante estudo.

Os termos citados anteriormente estão presentes em grande parte dos artigos publicados na revista virtual, sendo assim pesquisadores da área de saúde que trabalham com esses termos podem buscar trabalhos correlacionados na base, o que faz da mesma um importante acervo de conteúdo para pesquisadores dessa e de diversas outras áreas do conhecimento.

Outro ponto visto foi que a rede chegou a ficar mais conectada e mais concentrada em alguns termos no ano de 2004 se comparado a 1995, porém em 2014 essa forte conexão sofreu algum impacto que fez com que a concentração e relacionamentos fosse reduzida isso pode apontar para novos termos de áreas diferentes começando a aparecer no ambiente da revista, porém só será possível ver se de fato isso irá acontecer em estudos futuros que analisem um período de pelo menos cinco anos após o último ano analisado neste projeto.

A plataforma possui informações que ainda não foram identificadas, sendo assim trabalhos futuros podem ser desenvolvidos para que se verifique quais as palavras mais utilizadas na rede, o que pode ser utilizado em comparativo a essa pesquisa para verificar se de fato a área da saúde é a principal contribuinte da revista.

O que é evidente é que a plataforma possui muito mais informações do que se sabe, o que é necessário é o estudo da mesma e a aplicação de práticas de análise de dados para que essas informações sejam coletadas de forma refinada.

REFERÊNCIAS

- CARVALHO, M.A.G. Teoria dos grafos – uma introdução. UNICAMP/CESET, 2005, Limeira, SP, Brasil.
- Dias, t. m. r.; mOITA, g.f. Caracterização e Análise de redes de Palavras-chave em repositórios de publicações científicas. SIMMEC/EMCOMP, 2014, Juiz de Fora, Brasil.
- FADIGAS, I. S.; Henrique, T; Senna, V. DE; Moret, M. A.; Pereira, H. B. DE B. Análise de redes semânticas baseada em títulos de artigos de periódicos científicos: o caso dos periódicos de divulgação em educação matemática. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 11, n. 1, p. 167-193, 2009.
- Hayashi, M. C. P. I.; Ferreira Jr, A.; Bittar, M.; Hayashi, C. R. M.; Silva, M. R. da. História da educação brasileira: A produção científica na biblioteca eletrônica SCIELO. Educ. Soc., Campinas, vol. 29, n. 102, p. 181-211, jan./abr. 2008
- LIBEN-NOWELL, D.; KLEINBERG, J. The link-prediction problem for social networks. Journal of the American Society for Information Science and Technology, v. 58, n. 7, p.1019-1031, 2007. ISSN 1532-2890. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1002/asi.20591> > Acesso em Junho de 2015.
- MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1996.
- MIGUÉIS, A.; NEVES, B.; SILVA, A. L.; TRINDADE, Á.; BERNARDES, J. A. A importância das Palavras-chave dos artigos científicos da área das ciências farmacêuticas, depositados no estudo geral: Estudo Comparativo com os termos atribuídos na MEDLINE. InCID: R. Ci. Inf. e Doc., Ribeirão Preto, v. 4, n. 2, Ed. esp., p. 112-125, jul./dez. 2013.
- SAMPAIO, R.F; MANCINI, M.C. Estudos de revisão sistemática: Um guia para síntese criteriosa da evidência científica. Rev. bras. fisioter., São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007
- SANTIAGO, M. S. Redes de Palavras-Chave para artigos de divulgação científica da medicina. 2007. 149 p. Dissertação (Pós Graduação em Linguística Aplicada) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo.
- SOUZA, J.; LYRA, D.; CAVALCANTI, J.; SIMÃO, R.; CÉSAR, Z.; DUARTE, N. A.; BRITO, A. V. Análise de redes de palavras baseada em títulos extraídos de um sistema de atendimento. XXXIV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação - CSBC 2014, Brasília - DF: CSBC, 2014, 280p.
- SOUZA, J.; LYRA, D.; MENDONÇA, J.; DUARTE, N. A.; BRITO, A. V. Análise de rede de termos em Sistemas Embarcados através de análise da rede de termos em títulos de trabalhos científicos. 2014. 29 p. Dissertação (Pós Graduação em Informática (PPGI)) – Universidade Federal da Paraíba, Joao Pessoa, PB. Brazil.

Função de custo logística sensível para melhorar performance da rede perceptron de múltiplas camadas

Yuri Sousa Aurélio, yurisousa@ufmg.br

Cristiano Leite Castro, crislcastro@ufmg.br

Antonio Padua Braga, apbraga@ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. Muitos trabalhos vem surgindo para tratar do problema de classes não balanceadas nos últimos anos. Estes trabalhos estão se tornando cada vez mais populares, pois atualmente a maioria dos problemas de classificação possuem classes altamente desbalanceadas. O trabalho aqui abordado tem como objetivo apresentar uma abordagem diferente para tratar este tipo de problema. O modelo apresentado toma como consideração a informação à priori do número de amostras de cada classe para criar uma função de custo sensível baseada no erro da função logística para o gradiente descendente. Uma das grandes vantagens deste método é a sua simples implementação, a qual requer apenas uma pequena mudança no algoritmo de aprendizado do backpropagation baseado no gradiente descendente com função de erro logística. Na avaliação do método será utilizado a métrica conhecida como G-mean e a área sobre a curva de operação do receptor, os resultados obtidos foram comparados com os da rede perceptron de múltiplas camadas tradicional com função de erro logística e mostraram uma importante melhoria, tornando o método uma alternativa promissora para a solução de classificação de problemas de dados não balanceados.

Palavras-chave: perceptron de múltiplas camadas, dados desbalanceados, classificação, backpropagation, gradiente descendente

1. INTRODUÇÃO

Diversos trabalhos vêm surgindo para tratar do problema de classes balanceadas nos últimos anos. Estes trabalhos estão se tornando cada vez mais populares, pois atualmente a maioria dos problemas de classificação possuem classes altamente desbalanceadas. O problema de aprendizado de dados desbalanceados têm atraído uma parcela de interesse significativo de organizações industriais e acadêmicas nos últimos anos. A maioria dos algoritmos de aprendizado considera o erro de cada uma das amostras igualmente importante logo, o problema de aprendizado resume-se em minimizar o erro de classificação global, o que leva ao detrimento da taxa de acerto da classe minoritária em problemas com conjunto de dados altamente desbalanceados. Apesar destes algoritmos clássicos terem um alta acurácia, eles possuem uma baixa taxa de acerto para a classe minoritária a qual, frequentemente, é a classe de maior interesse como por exemplo: detecção de falhas, fraudes, doenças, etc.

Devido à importância dos problemas de classes desbalanceadas muitos trabalhos emergiram na área. A maioria destes estudos sobre classificação com classes desbalanceadas lidam com o problema através de duas estratégias distintas, são elas: pré-processamento dos dados e manipulação algorítmica. Algumas dessas técnicas estão resumidos em (Michie *et al.*, 1994) (Chawla *et al.*, 2002) (Chawla *et al.*, 2004b) (Chawla *et al.*, 2004a) (He *et al.*, 2009) (Lan *et al.*, 2010) (Thai-Nghe *et al.*, 2010). Alguns trabalhos de sub/sobre-amostragem ganharam destaque nos últimos anos como *synthetic minority over-sampling technique (SMOTE)* (Chawla *et al.*, 2002) e *weighted Wilson's editing (WWE)* (Barandela *et al.*, 2004) todavia, como apresentado em (Castro e Braga, 2013) e nos resultados deste trabalho, estes apresentam uma melhoria não muito significativa em redes perceptron de múltiplas camadas (*multilayer perceptron (MLP)*).

Por outro lado, técnicas baseadas em manipulação algorítmica têm apresentado algumas melhorias interessantes em arquiteturas baseadas em redes MLP, especialmente aquelas que consideram uma ou mais informações à priori como penalidade distinta para cada uma das classes como apresentado em (Castro e Braga, 2013) e (Oh, 2011). Como visto em (Castro e Braga, 2013), o modelo proposto incorpora a informação à priori da distribuição das classes como função

de custo sensível. Como uma extensão daquele trabalho, este artigo propõe o uso da informação à priori da distribuição das amostras de cada classe junto a uma função de erro logística, com aprendizado baseado no gradiente descendente adaptado ao método de atualização dos pesos do *resilient backpropagation* Riedmiller e Braun (1993).

As principais contribuições da abordagem apresentada no trabalho comparado com outros métodos existentes até o momento são:

1. Propõe um algoritmo de aprendizado com função de custo sensível de erro logístico baseado no método do gradiente descendente adaptado;
2. Pode ser aplicado a problemas de classificação com mais de duas classes;
3. Implementação muito simples a qual requer apenas uma pequena modificação em um dos algoritmos de aprendizado mais populares, o gradiente descendente (*batch*);
4. Permite a utilização do método de atualização de pesos baseado no *resilient backpropagation* retirando-se apenas a função *sign* do algoritmo original

O restante deste trabalho está organizado de forma que: a Seção 2, apresenta o problema de aprendizado quando usa-se função de erro logística. A Seção 3 apresenta a função de custo sensível proposta a qual baseia-se na proporção do número de amostras de cada classe do conjunto de treinamento. Durante a apresentação da metodologia proposta na Seção 3, será demonstrado como a informação à priori agregada à função de erro logística pode levar a uma melhoria no problema de classificação. Neste mesma seção, a nome de função de custo sensível logística para redes perceptron de múltiplas camadas (*cost-sensitive logistic function MLP - CSLFMLP*) é designado à metodologia proposta. Os critérios técnicos para a avaliação da efetividade da solução proposta, assim como os experimentos e resultados serão apresentado na Seção 4. Por último, na Seção 5 é apresentada uma conclusão com sugestões para trabalhos futuros.

2. APRENDIZADO POR FUNÇÃO DE ERRO LOGÍSTICA

No problema de classificação utilizando-se aprendizado supervisionado existe um conjunto de amostras \mathbf{S} , tal que $\mathbf{S} = \{(\mathbf{x}(i), \mathbf{y}(i)) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \mid i = 1, \dots, N\}$ obtido de uma função geradora desconhecida $f(\mathbf{x})$. O objetivo torna-se então gerar os parâmetros do modelo desconhecido de forma a obter o modelo $f(\mathbf{x}|\theta)$ o qual se aproxime ao máximo da função geradora original $f(\mathbf{x})$. Geralmente \mathbf{y} é um vetor contendo o rótulo da classe de cada dado de amostra correspondente $\mathbf{x} \subseteq \mathbf{S}$ todavia, pode-se representar \mathbf{y} como uma matriz $m \times l$ onde m é o número de amostras e l o número de rótulos tal que, cada linha tem o número um na coluna correspondente à classe \bar{x} associada com a saída y e o valor zero nas outras colunas. Para um melhor entendimento do leitor dos modelos aqui apresentados, esta representação de \mathbf{y} em forma matricial será de agora em diante representada como \mathbf{y}' .

Existem diferentes modelagens de funções de custo para otimizar a solução para θ . As mais tradicionais envolvem o erro médio quadrático puro ou com peso. Nesta abordagem utilizaremos a função de erro logística para encontrar a solução ótima θ que aproxima o modelo $f(\mathbf{x}|\theta)$ da função geradora $f(\mathbf{x})$ através da minimização em função de θ do erro logístico entre a solução real e o modelo de saída:

$$\mathbf{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[-\mathbf{y}' \log(\hat{\mathbf{y}}') - (1 - \mathbf{y}') \log(1 - \hat{\mathbf{y}}') \right] \quad (1)$$

onde $\hat{\mathbf{y}}'$ é uma matriz $m \times l$ da saída do modelo obtido através do aprendizado de máquinas utilizando redes neurais de perceptron de múltiplas camadas (*multilayer perceptron - MLP*) que mapeia o espaço de entrada \mathcal{X} no espaço de saída \mathcal{Y} .

Na rede neural MLP, $\hat{\mathbf{y}}'$ será uma matriz contendo l saídas para cada uma das m amostras, isto é, a rede MLP terá l neurônios de saída, então $h_{\theta}(\mathbf{x})$ será o modelo de saída aproximado $f(\mathbf{x}|\theta)$, como pode ser observado na Fig. 1. Seguindo a notação para este trabalho, para o problema de classificação, as entradas \mathbf{x} são vetores de características no

espaço $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ e as saídas rotuladas são vetores de comprimento l que podem possuir somente dois valores $\mathbf{y} \in \mathcal{Y} = \{0, 1\}$, o qual somente assumirá o valor 1 para a coluna a qual representa a classe correspondente e zero para as outras colunas. Entretanto, a saída do modelo para um vetor de amostra de entrada \mathbf{x}_i pode assumir valores reais de um à zero, $\mathbf{y} \in \mathcal{Y} = [0, 1]$ e a classe designada será aquela representada pela saída com maior valor.

A função de custo logística aplicada à rede neural perceptron de múltiplas, pode também ser escrita como:

$$\mathbf{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^m [-y_i^{(j)} \log(\hat{y}_i^{(j)}) - (1 - y_i^{(j)}) \log(1 - \hat{y}_i^{(j)})] \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{y}}^{(j)} = h_{\theta}^{(j)}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

Para um problema com duas classes ($l = 2$), observa-se pelas Eqs. (2) e (3) que para uma saída específica $j \in l$, $J(\theta)^{(j)}$ será zero quando a saída do modelo $h_{\theta}^{(j)}(\mathbf{x})$ for igual a $y'^{(j)}$ observado de \mathbf{x} . De acordo com a Eq. (2) se a saída rotulada observada for igual à zero a equação se tornará somente em função de $-\log(1 - \hat{y}_i^{(j)})$, mas se $y'^{(j)}$ for um então se tornará em função somente de $-\log(\hat{y}_i^{(j)})$. Isso significa que o erro decairá logaritmicamente a medida que $\hat{y}_i^{(j)}$ se aproxima de $y'^{(j)}$ (Fig. 2).

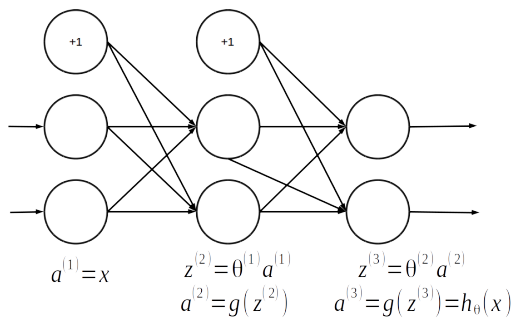


Figura 1. Rede neural usada no problema das duas gaussianas

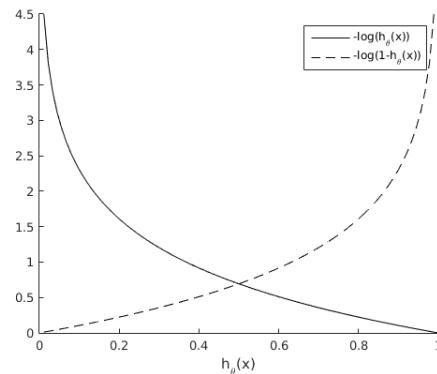


Figura 2. Ilustração da função de erro logística $J(\theta)$ para diferentes valores de saída do modelo $h_{\theta}(\mathbf{x})$ para $y_i^{(j)}$ igual a um (linha sólida) e $y_i^{(j)}$ igual a zero (linha tracejada)

Como observado na Fig. 2 o erro irá diminuir em uma taxa logarítmica igual para ambos os casos ($y'^{(j)} = 0$ ou $y'^{(j)} = 1$). Então é fácil de perceber que quando as classes forem balanceadas o erro de $-\log(\hat{y}_i^{(j)})$ será proporcional ao erro de $-\log(1 - \hat{y}_i^{(j)})$, porque para um neurônio de saída $\hat{y}_i^{(j)}$, cada um dos termos será responsável por uma parcela de 50% do erro de $J(\theta)^{(l)}$. Todavia, quando estamos trabalhando com dados de classes desbalanceadas, um dos termos terá maior influência no erro para a classe majoritária, em contra partida para a classe minoritária este mesmo termo será responsável por apenas uma pequena parcela do erro. Isto geralmente ocorre porque o número de uns na classe majoritária no vetor $\mathbf{y}'^{(j)}$ será maior que o número de zeros, logo o algoritmo tende a encontrar uma direção para a saída $\hat{\mathbf{y}}'^{(j)}$ que beneficie mais o erro quando $\mathbf{y}'^{(j)}$ observado é igual a um, porque fazendo isto o algoritmo irá diminuir mais o erro global do que quando for na direção balanceada.

Para exemplificar o que foi dito acima, observa-se como exemplo a base de dados de classes desbalanceadas da Fig. 3 onde deseja-se criar um separador para classificar amostras futuras. A saída observada é a matriz $\mathbf{y}' \in \mathcal{Y}^2 = \{0, 1\}$ com 200 linhas e 2 colunas. A primeira coluna da saída observada é $\mathbf{y}'^{(1)}$ e tem o valor de um na primeira metade dos valores (Classe A) e zero na outra (Classe B). De forma oposta $\mathbf{y}'^{(2)}$ tem o valor de um onde $\mathbf{y}'^{(1)}$ tem valores de zeros e, zeros onde $\mathbf{y}'^{(1)}$ tem valores iguais a um. Aplicando o *backpropagation* com erro logístico, começando de $\theta = [-0.01, 0.01]$,

usando uma estrutura de MLP igual a da Fig. 1 com dois neurônios na camada escondida e taxa de aprendizado de 0.5, nota-se que na quinta iteração que taxa de erro (Eq. (4)) é 1.005 e 0.997 para cada uma das saídas $\hat{y}'^{(1)}$ e $\hat{y}'^{(2)}$ respectivamente.

$$\frac{-y'_i{}^{(j)} \log(\hat{y}'_i{}^{(j)})}{-(1 - y'_i{}^{(j)}) \log(1 - \hat{y}'_i{}^{(j)})} \quad (4)$$

Tomando-se agora o mesmo exemplo mas considerando a Classe A com apenas 20 amostras tomadas aleatoriamente; na quinta iteração com a mesma condição inicial de θ anterior a taxa de erro (Eq. (4)) passou a ser de 0.696 e 1.440, para cada uma das saídas $\hat{y}'^{(1)}$ e $\hat{y}'^{(2)}$ respectivamente.. Desta forma, a maior parcela do erro da classe minoritária veio do termo $-(1 - y'_i{}^{(j)}) \log(1 - \hat{y}'_i{}^{(j)})$ e da classe majoritária a parcela do erro de $-y'_i{}^{(j)} \log(\hat{y}'_i{}^{(j)})$ foi a principal responsável pelo erro, o que era esperado de acordo com a explicação dada anteriormente.

3. FUNÇÃO DE CUSTO SENSÍVEL PROPOSTA

A diferença apresentada entre as taxas de erro para o problema das classes balanceadas e desbalanceadas sobre mesmas condições, pode ser contornado se considerarmos a regra de decisão ótima estatística da Eq. (5). De forma sucinta a equação diz que quando se faz uma predição deve-se balancear a equação de acordo com a informação à priori do número de amostras. Considerando a Eq. (5) espera-se que a taxa de erro (Eq. (4)) seja próxima ao valor unitário, como foi visto no primeiro caso do exemplo anterior. Entretanto, para o segundo caso um termo deveria ser cinco vezes maior ou menor que o outro conforme também a Eq. (5), mas o montante observado foi de apenas 1.44. Isto pode parecer como um erro mas voltando novamente para o problema discutido anterior e observando os mesmos valores na primeira iteração o resultado será de 0.202 e 4.993 para $\hat{y}'^{(1)}$ e $\hat{y}'^{(2)}$ respectivamente. Está claro que a taxa de erro tende para um valor próximo de um ao longo das iterações. Isto acontece porque em algum momento o termo de participação minoritária irá ter um grande impacto no todo, tornando-se mais influente.

$$f_0(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } \frac{p(\mathbf{x}|\mathbf{y}=1)}{p(\mathbf{x}|\mathbf{y}=0)} \geq \frac{p(\mathbf{y}=0)}{p(\mathbf{y}=1)} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

Analisando a Eq. (5) e o trabalho feito em Castro e Braga (2013) está claro que a agregação da informação a priori pode levar o algoritmo a uma melhor solução. Uma das formas de fazê-lo é incorporando a informação à priori do número de amostras na função de erro logística:

$$\mathbf{J}(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^m [-y'_i{}^{(j)} \log(\hat{y}'_i{}^{(j)}) \lambda^{(j)} - (1 - y'_i{}^{(j)}) \log(1 - \hat{y}'_i{}^{(j)}) (1 - \lambda^{(j)})] \quad (6)$$

$$\lambda^{(j)} = \left(N^{(j)} / M \right)^{-1}$$

onde $N^{(j)}$ é o número de amostras da classe j e M é o número total de amostras.

Se a base de dados do problema discutido anteriormente tiver classes balanceadas o seu comportamento será o apresentado na Fig. 2. Desta forma, se o problema tiver as classes desbalanceadas então a abordagem representada pela Eq. (2) e Fig. 2 não será tão boa quanto desejada.

Adotando a abordagem explicada e sintetizada pela Eq. (6), e considerando $(N^{\text{Class A}}/N^{\text{Class B}}) = 0.20$, pode-se observar pela Fig. 4 que o erro dado por $-\log(h_\theta^{(j)}(\mathbf{x})) \lambda^{(j)}$ decairá mais rapidamente do que o erro de $-\log(1 - h_\theta^{(j)}(\mathbf{x})) (1 - \lambda^{(j)})$. Além disso, para qualquer $h_\theta^{(j)}$ equidistante, $-\log(h_\theta^{(j)}(\mathbf{x})) \lambda^{(j)}$ será quatro vezes maior que $-\log(1 - h_\theta^{(j)}(\mathbf{x})) (1 - \lambda^{(j)})$.

$\lambda^{(j)}$.

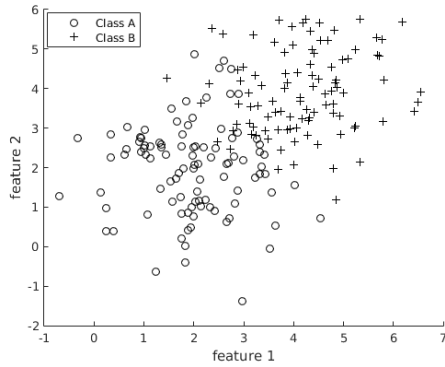


Figura 3. Problema de duas gaussianas - Classe A $\sim N(2,1)$ e Classe B $\sim N(4,1)$

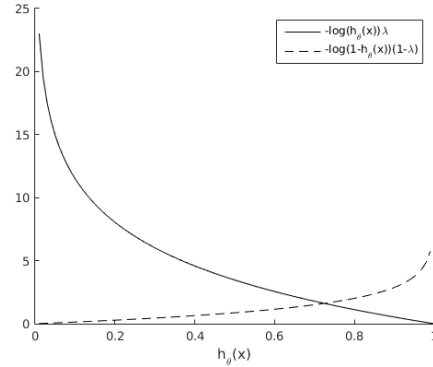


Figura 4. Saída da classe minoritária para a nova abordagem para a função de erro logística $J(\theta)$ para diferentes valores do modelo de saída $h_\theta(\mathbf{x})$ para $\mathbf{y}_i^{(j)}$ igual a um (linha sólida) and $\mathbf{y}_i^{(j)}$ igual a zero (linha tracejada)

Considerando a demonstração teórica acima, aplica-se o gradiente descendente na Eq. (6) para obter $\partial J(\theta)/\partial \theta^{(n-1)}$ e $\partial J(\theta)/\partial z^{(n-1)}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta^{(n-1)}} &= \left[(qg(z^{(n)}) - \lambda y') + yg(z^{(n)})(\lambda - q) \right] a^{(n-1)} \\ \frac{\partial J(\theta)}{\partial z^{(n-1)}} &= \delta^{(n)} \theta^{(n-1)} (1 - g(z^{(n-1)})) \\ \frac{\partial J(\theta)}{\partial z^{(n-1)}} &= \delta(n-1) \\ q &= \left(1 - N^{(j)} / M \right)^{-1} \\ qg(z^{(n)}) - \lambda y' &= \gamma \\ yg(z^{(n)})(\lambda - q) &= \beta \\ \gamma + \beta &= \delta \end{aligned} \tag{7}$$

onde n representa a última camada de neurônios.

Atentando-se para as equações do gradiente descendente acima aplicadas para a função de erro logística clássica pode-se observar que alterando-se apenas o erro da camada de saída $\delta^{(n)} = g(z^{(n)}) - y'$ para $\delta(n) = (qg(z^{(n)}) - \lambda y') + yg(z^{(n)})(\lambda - q)$ é o suficiente para chegar às demais equações e à proposta final do algoritmo.

Aplicando esta abordagem para o problema das duas gaussianas discutido no exemplo dessa seção, a taxa de erro para o caso das classes balanceadas foi de 0.987 e 1.017 para a primeira iteração e 0.998 e 1.003 na quinta iteração para as saídas $\hat{\mathbf{y}}^{(1)}$ e $\hat{\mathbf{y}}^{(2)}$ respectivamente. No caso em que as classes eram desbalanceadas os valores foram de 1.005 e 0.982 na primeira iteração e 1.000 e 0.998 na quinta iteração. Os resultados demonstram que adotando-se a abordagem do equacionamento expresso acima para se obter $\partial J(\theta)/\partial \theta^{(n-1)}$ e $\partial J(\theta)/\partial z^{(n-1)}$ foi possível contornar o problema do desbalanceamento com o gradiente descendente aplicado à função de erro logística.

4. METODOLOGIA DO EXPERIMENTO

A fim de diminuir número de variáveis e estabelecer uma comparação mais justa entre os modelos, foi adotada uma estratégia de atualização dos pesos parecida com aquela realizada pelo algoritmo Rprop. Nota-se que o algoritmo de atualização de pesos do Rprop não leva em consideração o gradiente do erro, apenas o seu sinal, por isso para a função de custo do modelo aqui proposto deve-se levar em consideração também o valor do gradiente, para tal basta apenas retirar

a função *sign* do algoritmo original do Rprop proposto em (Riedmiller e Braun, 1993).

Uma avaliação empírica foi realizada utilizando-se 17 bases de dados diferentes da UCI para cinco métodos distintos: função de custo sensível com função logística (CSLFMLP), MLP puro com Rprop considerando o sinal e valor do gradiente, Rprop padrão sem estratégia de balanceamento, SMOTE e SMOTE + Tomek Links (Batista *et al.*, 2004). As 17 bases de dados utilizadas foram tratadas conforme apresentado em (Castro e Braga, 2013).

Vinte casos distintos foram gerados para cada conjunto de dados, onde um terço foi utilizado para validação e dois terços para treinamento. Os dois terços de treinamento foram utilizadas no algoritmo *k-folds* com $k = 7$ para achar o melhor número de neurônios ($h^o = 1 : 3 : 13$) de cada conjunto de dados para cada um dos modelos testados. A topologia utilizada para todos os modelos foi $(n, h, 2)$ onde n é o número de características da base de dados e h é o número de neurônios na camada escondida. Todos os modelos utilizaram-se de 1000 iterações, taxa de aprendizado inicial de 0.001, taxa de aprendizado máxima de 1 e mínima de $1e - 6$.

Após definido o número ideal de neurônios na camada escondida para cada base de dados e modelo, foi feito o treinamento com os dois terços totais e a validação com o um terço destinado para tal. Os resultados, considerando as métricas *G-mean* e *AUC*, podem ser visualizados na Tab. 1.

Tabela 1. Valores médios de *G-mean* e *AUC* em %

Base	<i>G-mean</i>					<i>AUC</i>				
	CSLFMLP	MLP	Rprop	SMOTE	SMTTL	CSLFMLP	MLP	Rprop	SMOTE	SMTTL
Abalone	76.80	0.00	3.16	75.54	75.82	84.74	84.11	73.25	84.17	84.06
Abalone18-9	84.02	65.17	74.96	84.55	84.34	93.29	93.66	94.43	93.85	93.88
BreastCancer	67.07	65.66	64.22	64.42	64.82	73.21	74.94	73.18	71.73	70.02
Car	99.04	72.54	96.64	96.35	94.59	99.67	99.07	98.95	98.58	98.24
Diabetes	74.59	71.15	70.74	74.41	74.19	82.77	82.89	82.88	82.61	82.55
Euthyroid	91.39	88.14	89.91	91.42	91.26	96.90	94.54	93.65	93.66	93.26
German	70.92	69.71	69.49	70.51	71.06	78.26	78.79	78.23	77.41	77.54
Glass	90.39	90.17	89.05	91.28	90.19	94.96	94.75	90.61	92.11	92.16
Glass6-all	91.31	85.24	87.67	88.32	89.04	97.25	99.81	92.39	96.34	94.77
Heart	67.90	67.04	70.17	67.69	68.63	79.30	79.35	73.85	76.58	75.60
Ionosphere	85.79	84.52	85.14	87.43	87.18	91.74	90.01	90.99	91.15	91.87
Satimage	87.62	70.91	74.75	83.11	82.61	94.97	93.58	91.47	91.48	91.13
Segmentation-New	99.54	99.18	99.66	99.55	99.63	99.98	99.91	99.96	99.94	99.87
Vehicle	97.61	97.17	96.76	96.39	96.17	99.76	99.71	98.92	98.96	98.74
Vowel	99.05	94.02	97.50	98.69	98.38	99.90	99.65	99.02	99.81	99.70
Yeast	80.04	27.92	52.92	78.55	78.69	86.23	87.94	81.28	85.44	85.60
Yeast9-1	72.45	71.79	73.76	72.04	72.93	83.13	85.00	82.55	82.25	83.62
<i>Friedman Test</i> (média)	1.82	4.47	3.53	2.59	2.59	1.82	2.18	3.76	3.41	2.59

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

Durante muitos anos os testes paramétricos foram referência na análise comparativa de classificadores contudo, (Demšar, 2006) recomenda o teste não paramétrico e robusto de Friedman (Friedman, 1937) para comparação estatística de mais de dois classificadores ao longo de múltiplos conjuntos de dados. O teste de Friedman faz um ranqueamento de L algoritmos ao longo de M base de dados onde o melhor desempenho recebe o valor 1, o segundo 2, e assim por diante; o valor médio deste ranqueamento pode ser visualizado na Tab. 1. Assumindo-se a hipótese nula da qual todos os algoritmos são equivalentes então o valor médio dos rankings deve ser equivalente de forma que a estatística de Friedman é distribuída acordo com a distribuição-F com $L - 1$ e $(L - 1)(M - 1)$ graus de liberdade.

Quando a hipótese nula é rejeitada (Demšar, 2006) sugere que outro teste seja feito afim de quantificar a diferença entre os algoritmos. O modelo mais utilizado para analisar o comportamento de um algoritmo em relação aos demais é o teste *Bonferroni-Dunn post hoc* (Dunn, 1961), onde o classificador em foco é considerado estatisticamente diferente de

forma significativa se as médias dos rankings apresentarem uma diferença crítica (CD) mínima que pode ser encontrada em (Demšar, 2006).

O teste de Friedman foi aplicado aos resultados da Tab. 1, encontrando um valor de $F_F = 11.43$ para o $G-mean$ e $F_F = 8.60$ para a AUC, rejeitando assim a hipótese nula, que os algoritmos são equivalentes, segundo os valores críticos presentes em Sheskin (2003); e indicando uma diferença significativa para ambas as métricas.

Descartada a hipótese nula o teste de *Bonferroni-Dunn post hoc* foi aplicado, considerando $\alpha = 0.10$, o que corresponde um $CD = 1.215$ para este caso. Analisando-se os resultados presente na Tab. 2, nota-se que o algoritmo proposto é significativamente melhor que o MLP modificado e o Rprop mas estatisticamente similar ao SMOTE e SMTTL. Todavia, considerando a métrica da AUC o CSLFMLP mostrou uma melhoria estatística notória em relação ao Rprop, SMOTE e SMTTL; a abordagem proposta mostrou-se muito próxima ao MLP modificado para a métrica da AUC, o que por parte era esperado já que os algoritmos são muito parecidos com número de saídas igual ao número de rótulos, o que faz com que ambos modelos tenham uma probabilidade próxima de classificar uma amostra aleatória positiva melhor do que uma negativa.

Tabela 2. *Bonferroni-Dunn post hoc test* (CSLFMLP x Todos)

CSLFMLP contra				
Métrica	MLP	Rprop	SMOTE	SMTTL
<i>G-Mean</i>	<u>2.65</u>	<u>1.70</u>	0.77	0.77
<i>AUC</i>	0.35	<u>1.94</u>	<u>1.59</u>	<u>2.00</u>

6. CONCLUSÃO

O algoritmo proposto (CSLFMLP) mostrou-se através dos resultados um método eficiente para problemas com classes desbalanceadas. Apesar dele não ter se mostrado estatisticamente superior aos métodos de amostragem tradicionais (SMOTE e SMTTL) para a métrica $G-mean$, o mesmo apresentou uma melhoria significativa em relação à AUC, mostrando-se uma alternativa mais robusta para problemas de classificação com conjunto de dados desbalanceados.

O principal objetivo do trabalho aqui proposto foi atingido, o qual era criar uma metodologia de simples implementação, a partir do MLP padrão com *backpropagation*, que fosse estatisticamente melhor ou igual aos métodos tradicionais na abordagem de problemas de classificação com dados desbalanceados através de redes neurais perceptron com múltiplas camadas.

Além da robustez e eficiência da abordagem trabalhada, a sua simples implementação e entendimento, faz com que este algoritmo seja uma ferramenta didática e poderosa no campo das redes neurais MLP. É importante ressaltar que o algoritmo não é restrito a problemas binários, podendo tratar dados de múltiplas classes com diferentes níveis de desbalanceamento.

Para trabalhos futuros o algoritmo será testado considerando problemas não binários contra um número maior de estratégias que lidam com conjunto de dados desbalanceados no campo das redes neurais MLP. Outro campo de estudo para futuros estudos é a realização um pós processamento para melhoria do limiar de classificação das amostras.

NOMENCLATURA

MLP	multilayer perceptron	CSLFMLP	
SMOTE	synthetic minority over-sampling technique	cost-sensitive logistic function MLP	
WWE	weighted Wilson's editing	AUC	area under the curve
SMTTL	synthetic minority over-sampling technique with	G-mean	geometric mean
Tomek links		S	conjunto de amostras
Rprop	resilient backpropagation	x	vetor ou matriz de entrada

y vetor ou matriz de saída

m número de amostras

l número de rótulos

J matriz de erro logístico

h_θ saída da rede neural

$g()$ função sigmoide

h° número de neurônios camada intermediária

a, z, q variáveis numéricas reais

Letras caligráficas

\mathcal{X} conjunto de entrada

\mathcal{Y} conjunto de saída

Letras gregas

θ variável do modelo, pesos da rede neural

γ, β, δ variáveis numéricas reais

Subscritos

i índice da posição de m

n índice da última camada da MLP

Sobrescritos

j índice da posição de l

REFERÊNCIAS

- Barandela, R., Valdovinos, R.M., Sánchez, J.S. e Ferri, F.J., 2004. "The imbalanced training sample problem: Under or over sampling?" In: *Structural, Syntactic, and Statistical Pattern Recognition*, Springer, pp. 806–814.
- Batista, G.E., Prati, R.C. e Monard, M.C., 2004. "A study of the behavior of several methods for balancing machine learning training data". *ACM Sigkdd Explorations Newsletter*, Vol. 6, No. 1, pp. 20–29.
- Castro, C.L. e Braga, A.P., 2013. "Novel cost-sensitive approach to improve the multilayer perceptron performance on imbalanced data". *Neural Networks and Learning Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 24, No. 6, pp. 888–899.
- Chawla, N., Japkowicz, N. e Kolcz, A., 2004a. "Special issue on learning from imbalanced datasets, sigkdd explorations". In: *ACM SIGKDD*.
- Chawla, N.V., Bowyer, K.W., Hall, L.O. e Kegelmeyer, W.P., 2002. "Smote: synthetic minority over-sampling technique". *Journal of artificial intelligence research*, pp. 321–357.
- Chawla, N.V., Japkowicz, N. e Kotcz, A., 2004b. "Editorial: special issue on learning from imbalanced data sets". *ACM Sigkdd Explorations Newsletter*, Vol. 6, No. 1, pp. 1–6.
- Demšar, J., 2006. "Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets". *The Journal of Machine Learning Research*, Vol. 7, pp. 1–30.
- Dunn, O.J., 1961. "Multiple comparisons among means". *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 56, No. 293, pp. 52–64.
- Friedman, M., 1937. "The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance". *Journal of the american statistical association*, Vol. 32, No. 200, pp. 675–701.
- He, H., Garcia, E. et al., 2009. "Learning from imbalanced data". *Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 9, pp. 1263–1284.
- Lan, J., Hu, M.Y., Patuwo, E. e Zhang, G.P., 2010. "An investigation of neural network classifiers with unequal misclassification costs and group sizes". *Decision Support Systems*, Vol. 48, No. 4, pp. 582–591.
- Michie, D., Spiegelhalter, D.J. e Taylor, C.C., 1994. "Machine learning, neural and statistical classification".
- Oh, S.H., 2011. "Error back-propagation algorithm for classification of imbalanced data". *Neurocomputing*, Vol. 74, No. 6, pp. 1058–1061.
- Riedmiller, M. e Braun, H., 1993. "A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The rprop algorithm". In: *Neural Networks, 1993., IEEE International Conference on*. IEEE, pp. 586–591.
- Sheskin, D.J., 2003. *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures*. crc Press.
- Thai-Nghe, N., Gantner, Z. e Schmidt-Thieme, L., 2010. "Cost-sensitive learning methods for imbalanced data". In: *Neural Networks (IJCNN), The 2010 International Joint Conference on*. IEEE, pp. 1–8.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

IMPLEMENTAÇÃO DE UMA RNA COM VALIDAÇÃO CRUZADA PARA ESTIMATIVA DO VOLUME DE ÁRVORES

Cinara Jesus Santos, cinara.dcc@gmail.com

Grasiele Regina Duarte, grasiele.duarte@engenharia.ufjf.br

Leonardo Goliatt da Fonseca, leonardo.goliatt@ufjf.edu.br

Nielson soares, nielsonsoares@ymail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora

Cidade Universitária, Faculdade de Engenharia, 36036-330, MG, Juiz de Fora

Resumo. O Inventário Florestal tem por objetivo levantar informações sobre características quantitativas e qualitativas de uma floresta, como por exemplo, através do estudo de equações volumétricas a fim de garantir a representatividade de informações sobre o volume de madeira a ser obtido. Esta informação pode ser adquirida a partir de métodos como a cubagem rigorosa que figura um levantamento destrutivo além de dispendioso e moroso já que implica na derrubada de árvores para medição sucessiva de diâmetros ao longo do fuste com secções de comprimento iguais ou não para obtenção do volume útil da árvore. Vários estudos tem sido implementados na busca por um método seguro de estimação do volume de árvores permitindo um processo menos oneroso, mais rápido e que não comprometa a confiabilidade. Assim, Este estudo propõe a implementação de uma rede neural artificial (RNA) em múltiplas camadas (MLP) comparada aos métodos regressão linear e regressão “kernel ridge”, usando o ambiente python para estimativa do volume de árvores a partir do Diâmetro a Altura do Peito (DAP) e da Altura Total (Ht). As estimativas foram avaliadas por gráficos e pelos valores encontrados para o coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto do percentual da média (MAPE) e erro quadrático da média (MSE).

Palavras-chave: RNA, redes neurais, mensuração florestal, RNA em python, inteligência computacional

1. INTRODUÇÃO

Dentre as informações quantitativas e qualitativas buscadas a respeito de uma floresta está o volume de madeira útil a ser obtido de um povoamento. Esta informação pode ser adquirida de forma física por métodos como a cubagem rigorosa que figura um levantamento destrutivo além de dispendioso e moroso já que implica na derrubada de árvores para medição sucessiva de diâmetros ao longo do fuste com secções de comprimento não necessariamente iguais para obtenção do volume útil da árvore (da Silva et al., 2009). Este cálculo é feito a partir de fórmulas volumétricas como a fórmula de Smalian (Oliveira e Garcia, 2014) e a fórmula de Schumacher e Hall (da Silva et al., 2009), uma equação não linear que considera em sua constituição a multiplicação de fatores a serem determinados mas que possui um correspondente linearizado a partir da aplicação de logaritmos. Como alternativa ao processo físico, moroso e oneroso, métodos de predição para o volume da árvore vêm sendo implementados. Entre eles, o estudo de rede neural artificial (RNA) (da Silva et al., 2009; Binoti et al., 2014a e 2014b) e também métodos diversos de regressão (Lundgren, et al., 2015).

Em se tratando de predição, a maior preocupação é que o método não fique restrito a um determinado conjunto de dados, do contrário torna-se um método viesado ao conjunto de treino. Para tal, uma das técnicas empregadas é a validação cruzada, que tem como objetivo avaliar a capacidade de generalização de um modelo utilizando um conjunto de dados que será particionado em subgrupos a serem combinados no intuito de propiciar uma maior variedade de “dados para treino” e “dados para teste” para que se possa averiguar a eficiência de um determinado processo de predição (Hastie et al., 2009).

O objetivo do presente trabalho é confrontar os seguintes métodos de predição: regressão linear, regressão “kernel ridge” e RNA-MLP, considerando o uso da validação cruzada e o erro inerente a essa estratégia a partir do coeficiente de determinação (R^2), erro absoluto do percentual da média (MAPE) e erro quadrático da média (MSE). Para desenvolvimento do estudo foi utilizado o ambiente “python” para estimativa do volume de árvores a partir das variáveis do Diâmetro a Altura do Peito (DAP) e da Altura Total (Ht).

Este trabalho está dividido em (i) materiais e métodos, onde é apresentada a base de dados, seguida dos métodos de predição, métodos para aquisição de parâmetros e também apresentação do conceito de validação cruzada; (ii) experimentos computacionais onde há um breve descritivo dos parâmetros utilizados para medir a eficiência dos modelos, (iii) resultados obtidos dos métodos aplicados e (iv) conclusão.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Base de dados

A base de dados (da Silva, 2009) para o estudo descreve um povoamento de eucaliptos formado por 1.300 amostras que sofreram cubagem rigorosa. Das variáveis disponíveis nesta base de dados optou-se como variável de entrada o DAP (diâmetro da árvore a 1,30m do solo) e altura total da árvore (Ht) e, como variável de saída, o volume da mesma

(V). Para o DAP os valores mínimo e máximo observados respectivamente foram de 4,14 e 28,3 cm e, para a altura total (Ht) de 5,0 a 33,8 m.

Segundo da Silva (2009), os volumes individuais foram calculados pela fórmula de Smalian onde o diâmetro mínimo considerado foi de 4 cm. A fórmula para o modelo de Schumacher e Hall (da Silva, 2009) é dada a seguir.

$$V = \beta_0 DAP^{\beta_1} * Ht^{\beta_2} * \varepsilon \tag{1}$$

Que, linearizado, fica:

$$\begin{aligned} (DAP) + \beta_2 * \ln(Ht) + \varepsilon \\ \ln(V) = \beta_0 + \beta_1 * \ln \end{aligned} \tag{2}$$

onde V representa volume (em m³); β_i , parâmetros a serem definidos; DAP, diâmetro na altura do peito (1,30 m do solo); Ht, altura total da árvore (m); ε , erro aleatório com distribuição normal independente.

2.2 Métodos de regressão

Os métodos aqui aplicados foram regressão linear, regressão “kernel ridge” (KRR) e RNA do tipo MLP.

Dentre os modelos de predição, a regressão linear é o método mais tradicional dada a sua simplicidade de implementação. Será traçada uma reta que melhor se aproxima do comportamento dos dados descrita pela seguinte equação (Hastie, T. et al., 2009).

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n x_i \beta_i \tag{3}$$

onde x representa as variáveis de entrada; \hat{y} , o valor predito e β , o parâmetro de ajuste da regressão.

Sua desvantagem está no fato de não abranger todos os pontos caso estes não tenham um comportamento linear.

O método de regressão “kernel ridge” (KRR) é um método orientado pelo método dos mínimos quadrados. A solução depende de todos os dados de treinamento de maneira que, o método é adequado para conjuntos de treinamento com quantidade de amostras reduzida (Hastie, T. et al., 2009).

$$\begin{cases} \hat{y} = X\beta \\ \beta = (X^T X + \lambda I)^{-1} X^T y \end{cases} \tag{4}$$

onde x representa as variáveis de entrada; \hat{y} , o valor predito e β , o parâmetro de ajuste, influenciado pelo valor de λ , que é um parâmetro do processo.

O uso da rede neural está intimamente ligado ao conceito de um processo que possa se auto-ajustar (aprendizagem). Seus componentes são chamados perceptrons, inspirados nos neurônios, e, em conjunto, são capazes de realizar o aprendizado a partir do reconhecimento de padrões. Esses conjuntos são as camadas da rede, que é composta por pelo menos 3 níveis – camada de entrada, camada(s) intermediária(s) e camada de saída. Dentre as várias topologias será utilizada a chamada “multilayer perceptron”, designada pela sigla MLP, que consiste em uma configuração com múltiplas camadas e unidirecional (os sinais internos se propagam apenas na direção entrada/saída - feedforward) (Haykin,2001;Príncipe et al.,1999).

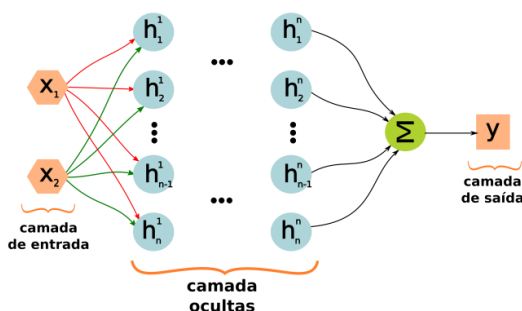


Figura 1. Esquema de uma rede neural
Adaptado de (Terra e Passador, 2012)

2.3 Validação Cruzada

Dentre os vários inconvenientes presentes no processo de predição podemos citar quantidade de dados reduzida para o estudo; dados que, a princípio podem ser vistos como redundantes e por isso causar “conflito” e o chamado “*overfitting*”, quando o processo fica condicionado aos dados de treinamento e, portanto, falha na validação de dados diferentes dos utilizados no momento de treino. A validação cruzada entra como suporte para que tal evento não ocorra. Neste estudo vamos utilizar o método de validação cruzada denominado “*k-fold*”, que usa parte dos dados para ajustar o modelo e uma parte diferente para testá-lo. Consiste em dividir de forma aleatória o conjunto de dados em “*k*” partes. Destas partes, “*k-1*” são utilizadas no treinamento e a parte restante para teste.

Este processo é realizado “*k*” vezes alternando de forma circular o subconjunto de teste para que cada subconjunto participe como dado de treino, no bloco de “*k-1*” partes, e também como dado de validação.

A Figura 2 ilustra um exemplo onde um conjunto de dados foi dividido em 4 partes para o processo de validação cruzada (Meloni 2009).

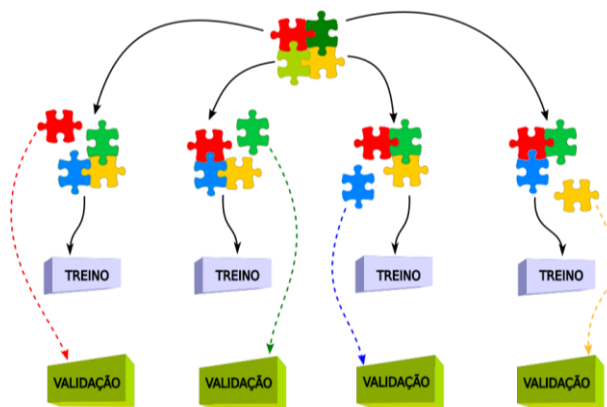


Figura 2. Esquema do processo de cross-validation do tipo k-fold
 Adaptado de Meloni (2009)

2.4 Busca exaustiva

Na aplicação de qualquer dos métodos anteriormente descritos, é necessário que haja um ajuste de parâmetros a fim de se alcançar a melhor configuração para a execução dos processos. Existem parâmetros que não são aprendidos diretamente no processo de estimação dos modelos, sendo necessário uma busca exaustiva no espaço dos parâmetros possíveis de serem usados para encontrar o conjunto que leva ao melhor desempenho do método, mesmo já se aplicando a validação cruzada. Com a estratégia denominada *Grid Search* um conjunto de possíveis valores é definido pelo usuário, para cada um dos parâmetros. A partir de tais conjuntos é montada uma grade que contém as possíveis combinações de valores para os parâmetros do método em questão para buscar a melhor. Para cada uma destas possíveis configurações o método de aprendizado será treinado e validado o que resulta num conjunto de valores a ser utilizado como parâmetro. Será considerada a melhor configuração de parâmetros aquela com a qual o método empregado produzir os melhores resultados (Bergstra e Yoshua, 2012).

A real contribuição para a estratégia do método é fortemente dependente dos valores informados visto que não é um processo de otimização, mas de teste.

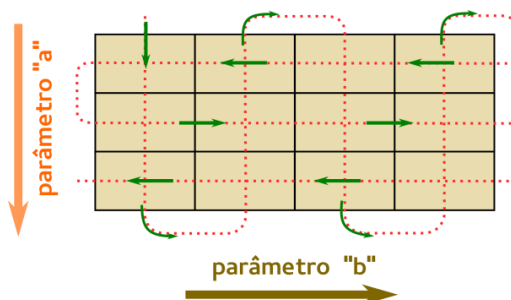


Figura 3. Grid Search

Adaptado de <http://www.leelofland.com/wordpress/wp-content/uploads/2008/02/65-grid-search.JPG>
 A tabela 1 apresenta a variação dos parâmetros utilizados.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na aplicação da busca exaustiva para os métodos de predição

Modelo	Descrição dos parâmetros	Variação utilizada							
LR	-	Sem parâmetros de ajuste							
	gamma	10 ⁻⁰⁴	10 ⁻⁰³	10 ⁻⁰²	10 ⁻⁰¹	10	10 ⁰¹	10 ⁰²	10 ⁰³
KRR	alpha	0,1000 ⁻⁰³		0,3981x10 ⁻⁰³	1,5849x10 ⁻⁰³	6,3096x10 ⁻⁰³			
				25,1189x10 ⁻⁰³	100x10 ⁻⁰³	500x10 ⁻⁰³	1		
MLP	Topologia	(1)Unidirecional simples (2) unidirecional totalmente conectada							
	Neurônios na camada oculta	1 camada oculta.....	[5], [10], [20],						
		2 camadas ocultas.....	[5,5], [10,10], [20,20],						
		3 camadas ocultas.....	[5,5,5],						
		1 camada oculta.....	[50], [100]						

3. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

A predição construída baseou-se no modelo linearizado de Schumacher e Hall (da Silva, 2009), aplicando-se a busca exaustiva em um conjunto de parâmetros a fim de se alcançar a melhor configuração. Os métodos de aprendizado de máquina utilizados fazem parte do pacote “skckit-learn” (Pedrosa, 2011).

Quando se trata de predição, uma medida para se garantir que o resultado não foi meramente fruto do acaso, é rodá-lo várias vezes, e observar os resultados alcançados. Não se espera encontrar sempre os mesmos valores, mas, se a cada execução os valores alcançados apresentarem divergências discrepantes, está caracterizado aí uma falha no método empregado. Cada um dos modelos foi executado 30 vezes e como referência de avaliação de desempenho de predição foram utilizados o coeficiente de determinação (R²), o erro absoluto médio percentual (MAPE, do inglês “Mean Absolute Percentual Error”) e o erro quadrático médio (MSE, do inglês “Mean Squared Error”).

O coeficiente de determinação (R²), varia entre 0 e 1, e aponta para uma melhor representatividade quanto mais próximo de 1 for o seu valor. É descrito pela seguinte fórmula:

$$R^2(y, \hat{y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{5}$$

O erro absoluto médio percentual (MAPE) é definido por

$$MAPE(y, \hat{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100 \tag{6}$$

O erro médio quadrático (MSE) é dado por

$$MSE(y, \hat{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{7}$$

onde *n* indica a quantidade de elementos envolvidos; \bar{y} , a média do valor observado; *y*, valor observado; e \hat{y} , valor predito;

4. RESULTADOS

Na Tabela 2 e Figura 4 são apresentados os valores médios do MRE produzido por cada um dos métodos entre as 30 execuções. Observamos que a menor variação de erro (desvio padrão MSE) foi obtida com método LR embora a menor média tenha sido do método KRR como pode ser observado na Figura 4. Observa-se porém que o desvio padrão do MRE do método MPL é consideravelmente alto em relação aos outros dois. Vemos que a média do valor de R² indica um bom desempenho para os 3 métodos avaliados, onde os métodos KRR e MLP se destacam, embora o desvio padrão do método MLP tenha se mostrado o mais elevado, o que nos leva a optar por deixá-lo em segundo plano frente a outros métodos com variação menor.

Podemos concluir pelas métricas comparativas adotadas que o melhor modelo para o conjunto de amostras utilizado é a regressão do tipo KRR.

Tabela 2. Valores das métricas de classificação de desempenho dos métodos aplicados

Modelo de predição	R^2	MSE	MAPE
LR	0,989 (5.561e-05)	0,0003244 (1,576e-06)	7,274 (0,010)
KRR	0,992 (0,0001411)	0,0002287 (4e-06)	6,000 (0,025)
MLP	0,991 (0,0007131)	0,0002439 (2,021e-05)	6,540 (1,858)

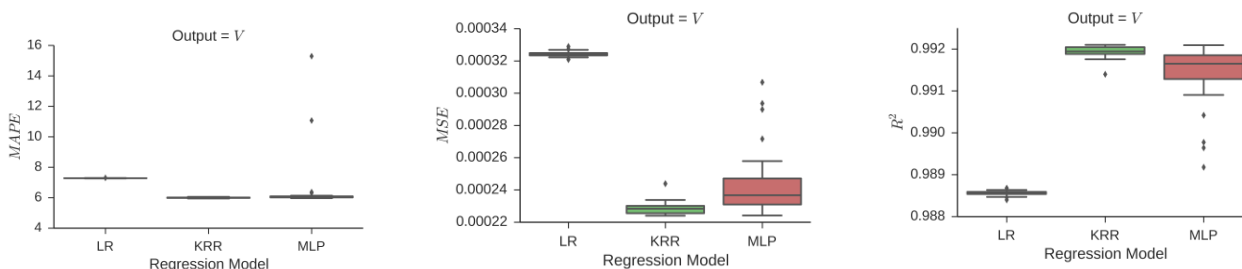


Figura 4. MAPE, MSE e R^2 dos métodos de predição empregados por boxplot

A Figura 5 ilustra a correspondência entre valores observados e os valores preditos, onde a reta serve como referência considerando os pontos onde valores preditos e observados assumem o mesmo valor. Os pontos representam os pares “valores preditos vs valores observados” que, conforme o valor médio de R^2 mostram-se bem próximos do observado.

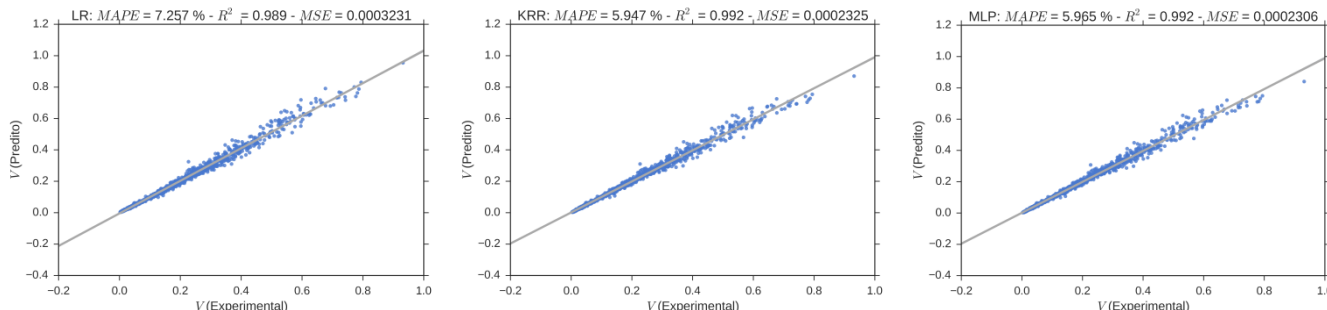


Figura 5. Melhor desempenho de cada um dos métodos aplicados

5. CONCLUSÃO

O uso de redes neurais artificiais para resolver problemas de estimação de volume de árvores tem crescido ao longo dos anos, visto que depois de treinada a rede se encarrega de modelar as relações lineares e não lineares (Binoti et al., 2014).

A configuração dos parâmetros de uma RNA na maior parte dos casos é definida empiricamente (Gorgens et al., 2014), o que pode tornar o processo de treinamento da rede um tanto demorado.

Como foi visto nos resultados, a utilização da técnica de validação cruzada para encontrar os melhores parâmetros se mostrou eficiente, não só para a RNA-MLP como também para os modelos LR e KRR, pois observando as tabelas e as figuras anteriormente apresentadas, todos os modelos de predição se mostraram bastante confiáveis dado que para todos eles o coeficiente R^2 praticamente atingiu o valor unitário. Neste estudo, o menor MSE observado pertence ao método KRR, o que não invalida os outros 2 métodos dada a proximidade de seus valores MSE. Isto porque existe a possibilidade de parâmetros melhores, visto que a aplicação da busca exaustiva de parâmetros não é uma função de otimização, mas um procedimento de verificação dos argumentos fornecidos. Vale por isso salientar que, não só a escolha do método como a escolha dos parâmetros é determinante para o bom desempenho do estudo de predição.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG – PCE-00099-16, APQ-01606-15) e à Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo apoio financeiro e de recursos para o desenvolvimento do projeto de pesquisa, e também ao Prof. Dr. Daniel Henrique Breda Binoti (Departamento de Engenharia florestal - UFV) pela gentileza em ceder os dados para este estudo.

REFERÊNCIAS

- Bergstra, J., & Bengio, Y., 2012. “Random search for hyper-parameter optimization”. *The Journal of Machine Learning Research*, No.13, pp.281–305.
- Binoti, D. H. B., da Silva Binoti, M. L. M., & Leite, H. G. 2014. “Configuração de redes neurais artificiais para estimação do volume de árvores”. *Revista Ciência da Madeira (Brazilian Journal of Wood Science)*, Pelotas, Vol. 05, No. 01, pp.58-67.
- Binoti, M. L. M. da S., Binoti, D. H. B., Leite, H. G., Garcia, S. L. R., Ferreira, M. Z., Rode, R., & da Silva, A. A. L., 2014. “Redes Neurais Artificiais para Estimação do Volume de Árvores”. *Revista Árvore*, Viçosa - MG, Vol.38, No.2, pp.283–288.
- da Silva, M. L. M., Binoti, D. H. B., Gleriani, J. M., & Leite, H. G., 2009. “Ajuste do Modelo de Schumacher e Hall e Aplicação de Redes Neurais Artificiais para Estimar Volume de Árvores de Eucalipto”. *Revista Árvore*, Viçosa - MG, Vo.33, No.6, pp.1133–1139.
- Gorgens, E. B., Leite, H. G., Gleriani, J. M., Soares, C. P. B., & Ceolin, A., 2014. “Influência da Arquitetura na Estimativa de Volume de Árvores Individuais por Meio de Redes Neurais Artificiais”. *Revista Árvore*, Viçosa - MG, Vol.38, No.2, pp.289–295.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J., 2009. “The Elements of Statistical Learning”, Springer, 2nd ed.
- Lundgren, W. J. C., da Silva, J. A. A., & Ferreira, R. L. C., 2015. “Estimação de Volume de Madeira de Eucalipto por Cokrigagem, Krigagem e Regressão”. *Revista CERNE*, Vol. 21, No.2, pp.243-250.
- Meloni, R.B.S., 2009. Classificação de Imagens de Sensoriamento Remoto usando SVM. Tese (Doutorado), PUC-Rio.
- Oliveira, R. Z. G., & Garcia, C., 2014. “Sobre Métodos de Obtenção do Volume de Toras de Madeira”. *Revista do Professor de Matemática*, Vol. 1, pp. 10-15.
- Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Dubourg, V., 2011. “Scikit-learn: Machine learning in Python”. *The Journal of Machine Learning Research*, Vol.12, pp.2825–2830.
- Principe, J. C., Euliano, N. R., & Lefebvre, W. C., 1999. “Neural and adaptive systems: fundamentals through simulations”. New York. John Wiley & Sons, Inc.
- Simon, H., 2001. “Redes Neurais—Princípios e Prática”. 2ª.ed. Porto Alegre: Bookman.
- Terra, L. A. A., & Passador, J. L., 2012. “Redes Neurais Artificiais na Previsão da Inflação: Aplicação Como Ferramenta de Apoio à Análise de Decisões Financeiras em Organizações de Pequeno Porte”. *Revista de Administração Mackenzie*, Vol. 13, No.1, pp.68-86.

K-FN BAGGING

Ramon Santos Corrêa, ramonscorrea36@ufmg.br
Tamires Martins Rezende, tamiresrezende@ufmg.br
Ciniro Aparecido Leite Nametala, ciniro@gmail.com
Antônio Pádua Braga, apbraga@cpdee.ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Resumo. A combinação de modelos é uma estratégia que vem sendo bastante utilizada para aumentar o desempenho na modelagem. A premissa que se tem é de que combinar decisões independentes e diferentes de modelos individuais faz com que erros aleatórios se cancelem e decisões corretas sejam reforçadas. Um ensemble baseia-se, então na ideia de diversidade: quanto mais diversidade estiver presente no ensemble, melhor será o desempenho. O bagging (bootstrap aggregating), um dos mais conhecidos métodos ensemble, além de simples de implementar, permite a paralelização do algoritmo e possibilita a redução do erro de generalização em termos de variância. A proposta deste trabalho é modificar o algoritmo bagging tradicional para selecionar os melhores modelos individuais, baseando-se no desempenho e diversidade dos mesmos. O método proposto foi denominado *k*-Farthest-Neighbors Bagging, pois foi baseado na ideia dos *k* vizinhos mais próximos para a seleção dos modelos, contudo o objetivo é o oposto, isto é, selecionar os modelos com maior diversidade entre si. Os resultados empíricos mostraram que o método proposto obteve um ganho considerável de desempenho e redução da complexidade do modelo, com custo computacional adicional muito baixo.

Palavras-chave: Bagging, *k*-NN, Ensemble, Diversidade

1. INTRODUÇÃO

Enquanto os métodos tradicionais de aprendizado selecionam uma única hipótese, os métodos de aprendizado *ensemble* ou por agrupamento selecionam uma coleção de hipóteses e combinam suas previsões (Dietterich, 2002).

Quando decisões independentes e diferentes são combinadas, erros aleatórios se cancelam e decisões corretas são reforçadas, obtendo-se um desempenho melhor do que quando um único modelo é utilizado (Dietterich, 2002).

Os métodos *ensembles* são baseados na ideia de diversidade, isto é, utiliza-se dados de treinamento diferentes ou algoritmos diferentes para aprender múltiplas definições de um conceito. Assim, quanto maior a diversidade presente, melhor será o resultado (Dietterich, 2002).

O *bagging* (**bootstrap aggregating**) é um método *ensemble* que foi criado por Breiman em 1996. Ele é baseado na criação de novos conjuntos de treinamento (réplicas *bootstrap*) T_k , que são gerados aleatoriamente, com reposição, a partir do conjunto de treinamento original T (Breiman, 1996).

Pode ser aplicado a problemas de classificação e de regressão, sendo a agregação feita nestes por meio da média ou mediana dos resultados dos classificadores e naqueles por votação (Breiman, 1996).

Um fator crítico para que o *bagging* funcione é que o algoritmo de treinamento seja instável, isto é, que pequenas mudanças na base de treinamento resultem em grandes mudanças nos modelos gerados (Breiman, 1996).

Nos experimentos de Breiman, verificou-se que, geralmente, 50 réplicas *bootstrap* são suficientes para classificação e 25 para regressão, pois a adição de mais réplicas não contribui para uma redução significativa da taxa de erro. Também, utilizou-se o tamanho das réplicas igual ao tamanho do conjunto de treinamento (Breiman, 1996).

Além de simples de implementar, o *bagging* permite que os modelos individuais sejam treinados de forma independente, propiciando a utilização de programação paralela e, conseqüentemente, a diminuição do tempo computacional para a formação do *ensemble*. Além disso, ainda possibilita a redução do erro de generalização em termos de variância.

Uma característica desejável de um *ensemble* é que seus membros possuam muita diversidade (ortogonalidade, complementaridade, independência, etc.). *Ensembles* mais diversos parecem possuir maior potencial para melhorar o desempenho do que os menos diversos. Logo, a diversidade é um elemento vital para o sucesso em aprendizado *ensemble* (Cunningham e Carney, 2000).

A discussão acerca da diversidade é atraente, apresentando uma grande variedade de implicações (Brown, 2004).

Muitas formas de medir a diversidade em um *ensemble* vêm sendo propostas (Kuncheva e Whitaker, 2003; Chandra e Yao, 2004). Kuncheva e Whitaker (2003) apresentaram um resultado empírico detalhado de diversas formas propostas por vários pesquisadores e a relação entre elas, mostrando que ainda não há uma definição sólida de diversidade, mas que há similaridades nas métricas utilizadas.

Na prática é difícil medir a diversidade de um modelo. De acordo com Brown (2004), há duas principais formas de se medir a diversidade: medidas pareadas e medidas não pareadas.

Medidas pareadas consideram um par de modelos de cada vez; então, um *ensemble* de k modelos produz $k \cdot (k-1)/2$ pares de diversidade (Brown, 2004).

Medidas não pareadas consideram o grupo, isto é, calcula uma única vez a diversidade para todo o *ensemble* (Brown, 2004).

Um índice de diversidade muito utilizado em problemas de regressão é a correlação entre as saídas de dois estimadores. Uma outra medida que pode ser utilizada é a entropia relativa ou de Kullback-Leibler.

No trabalho de Skurichina *et al.* (2002) foi feito um estudo comparativo da acurácia e diversidade de *ensembles* obtidos com as técnicas de *bagging* e *boosting* utilizando um classificador de média mais próxima. Foram consideradas duas medidas de diversidade: a estatística Q e a medida de discordância. Foram realizados testes em quatro base de dados distintas e as conclusões obtidas foram: a diversidade e a precisão dependem do tamanho do conjunto de treinamento; o *bagging* e *boosting* apresentam uma melhora significativa quando o *ensemble* é diverso e o tamanho do conjunto de treinamento não é muito pequeno; e a relação entre diversidade e eficiência do *ensemble* é muito mais forte no *boosting* do que no *bagging*.

Zeng *et al.* (2010) propôs um novo modelo *ensemble* que refina o algoritmo *bagging* por meio de um processo de otimização. A otimização busca selecionar os modelos “ótimos”, baseando-se na acurácia e diversidade dos mesmos. Como medida de diversidade foi utilizada a entropia, que é uma medida não pareada de diversidade. O método proposto superou o método original em termos de acurácia e complexidade.

Além da diversidade, um outro requisito para se obter um bom desempenho de um *ensemble* é a eficiência individual de seus membros.

Neste trabalho foi proposta uma alteração no método *bagging* tradicional para permitir a seleção dos melhores modelos individuais, baseada no desempenho e na diversidade dos mesmos. A solução proposta baseou-se no método dos *k* vizinhos mais próximos, contudo, são selecionados os *k* modelos mais distantes entre si (que possuem maior diversidade). Então, o método foi denominado *k-FN (k-Farthest-Neighbors) Bagging*.

2. MATERIAIS

Para avaliar os ganhos de desempenho e de redução da complexidade (tamanho) dos modelos desenvolvidos a partir do método proposto, foram selecionadas três bases de dados de problemas de classificação e três de regressão. As características (número de amostras, número de entradas e de saídas e o tipo de problema abordado) das bases de dados utilizadas nos testes estão apresentadas na Tab. 1.

Tabela 1. Características das bases de dados utilizadas nos testes.

<i>Tipo do Problema</i>	<i>Problema</i>	<i>Número de Amostras</i>	<i>Número de Entradas</i>	<i>Número de Saídas</i>
Classificação	<i>glass</i>	214	9	6
	<i>fisheriris</i>	150	4	3
	<i>inosphere</i>	351	34	2
Regressão	<i>concrete</i>	1030	8	1
	<i>housing</i>	506	13	1
	<i>winequalityred</i>	1599	11	1

3. METODOLOGIA

O primeiro passo para implementar o método proposto foi implementar o algoritmo *bagging* tradicional. Este algoritmo está apresentado no Algoritmo 1 e ilustrado na Fig. 1.

Algoritmo 1 *Bagging*

Entrada: *T, V, k, n, funT, funV*

Saída: *M, Y'*

- 1: **para** *j = 1 até k faça*
 - 2: **para** *i = 1 até n faça*
 - 3: Sorteia um número aleatório entre 1 e *n*
 - 4: Adiciona o padrão *T[i]* à réplica *bootstrap T_j*
 - 5: **fim para**
 - 6: **fim para**
 - 7: **para** *j = 1 até k faça*
 - 8: Treina o modelo *M_j* utilizando a réplica *bootstrap T_j* e a função *funT*
 - 9: Testa o modelo *M_j* utilizando *V* e a função *funV* e armazena o resultado em *Y_j*
-

- 10: **fim para**
- 11: **se** problema = 'regressao'
- 12: Calcula a média ou mediana de Y_j e armazena o resultado em Y'
- 13: **senão**
- 14: Realiza votação, associando Y' à classe com maior número de votos
- 15: **fim se**

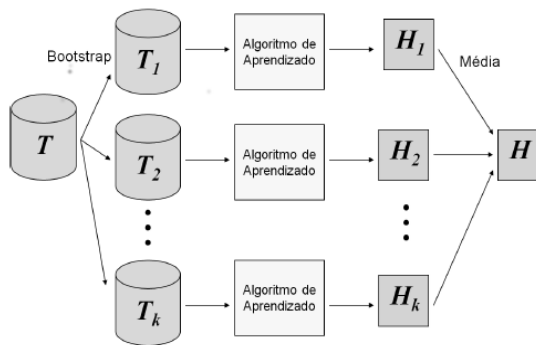


Figura 1. Bagging.

Após a implementação do *bagging*, partiu-se para a implementação do *k-FN Bagging*, cujo algoritmo está apresentado no fluxograma da Fig. 2.

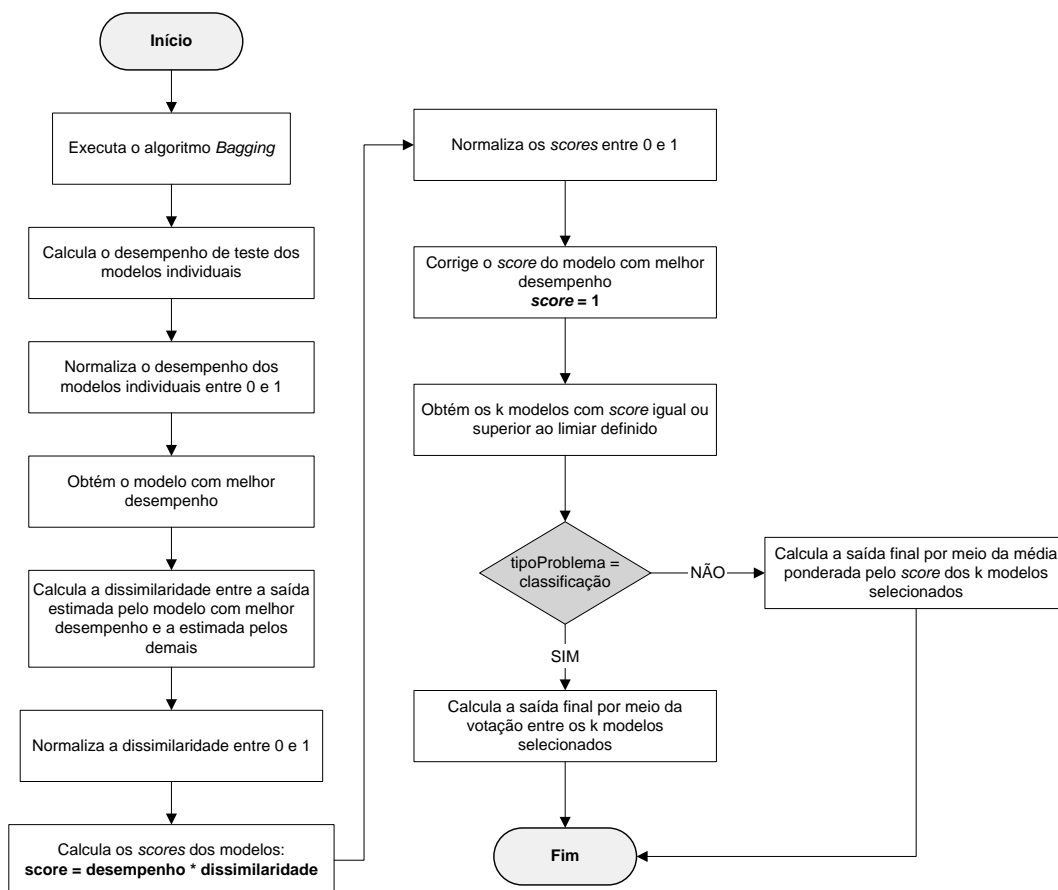


Figura 2. Fluxograma do algoritmo *k-FN Bagging*.

Os modelos individuais que compuseram os *ensembles k-FN Bagging* foram redes neurais do tipo *MLP (MultiLayer Perceptron – Perceptron de Múltiplas Camadas)*. No entanto, qualquer algoritmo instável de treinamento poderia ser utilizado, como por exemplo, árvores de decisão.

As redes MLP foram treinadas utilizando o algoritmo de aprendizado *SCG* (*Scaled Conjugate Gradient Backpropagation*), disponível no *toolbox* de redes neurais do *MATLAB*. Foi utilizada uma taxa de aprendizado relativamente baixa e um número de épocas suficientemente grande para garantir a convergência do treinamento.

Foi utilizada apenas uma camada oculta e a quantidade de neurônios foi escolhida suficientemente grande para permitir uma boa aproximação e generalização do modelo.

Para os problemas de classificação, foram utilizadas funções de ativação sigmoidais do tipo tangente hiperbólica (*tansig*) tanto nos neurônios da camada oculta, quanto nos da camada de saída; para os de regressão, na camada de saída, foi utilizada função de ativação do tipo linear (*purelin*).

A quantidade de neurônios na camada de saída foi igual a um nos problemas de regressão e igual ao número de classes (*numClasses*) nos problemas de classificação.

Os parâmetros utilizados nas redes *MLP* estão apresentados na Tab. 2.

Tabela 2. Parâmetros utilizados nas redes *MLP k-FN Bagging*.

Parâmetro	Valor
Taxa de Aprendizado	0,05
Nº Máximo de Épocas de Treinamento	1500
Algoritmo de Treinamento	SCG
Nº de Camadas Ocultas	1
Nº de Neurônios da Camada Oculta	20
Nº de Neurônios da Camada de Saída	<i>numClasses</i> / 1
Função de Ativação dos Neurônios da Camada Oculta	<i>tansig</i>
Função de Ativação dos Neurônios da Camada de Saída	<i>tansig</i> / <i>purelin</i>

O método *k-FN Bagging*, além dos parâmetros tradicionais do *bagging*, quantidade e tamanho das réplicas *bootstrap*, possui também a métrica de dissimilaridade utilizada e o limiar de seleção dos *K* melhores modelos que irão compor o *ensemble*, cujo valor deve ser atribuído entre zero e um. Cabe ressaltar que qualquer métrica de dissimilaridade pode ser usada, sendo necessária apenas a precaução de se escolher uma métrica adequada para dados categóricos, ao utilizar o método em problemas de classificação.

O tamanho das réplicas *bootstrap* utilizado foi igual ao tamanho do conjunto de treinamento (*nTr*) e foi utilizada a quantidade sugerida por Breiman para obter um equilíbrio entre desempenho e custo computacional, de acordo com os experimentos que foram realizados por ele.

Nos problemas de classificação foi utilizada a métrica de dissimilaridade Hamming e o limiar de seleção igual a 0.7; nos de regressão, foi utilizada a correlação como métrica de dissimilaridade e o limiar de seleção foi igual a 0.5.

Os parâmetros utilizados no *k-FN* estão apresentados na Tab. 3.

Tabela 3. Parâmetros utilizados no *k-FN Bagging*.

Parâmetro	Problema	
	Classificação	Regressão
Nº de Réplicas Bootstrap	50	25
Tamanho das Réplicas Bootstrap	<i>nTr</i>	<i>nTr</i>
Métrica de Dissimilaridade	Hamming	Correlação
Limiar de Seleção dos Modelos	0,7	0,5

Para o teste da metodologia proposta, os dados foram divididos em dois conjuntos: sendo separados 70% para o treinamento e 30% para teste. Nos problemas de classificação, os dados foram separados de modo que cada classe possuísse 70% dos dados no conjunto de treinamento e 30% no de teste.

Os dados de entrada foram normalizados com média zero e desvio padrão unitário.

Para avaliar o desempenho dos modelos desenvolvidos com o método proposto, foram utilizadas as métricas de acurácia para os problemas de classificação e o *RMSE* (*Root Mean Squared Error* – Raiz do Erro Médio Quadrático) para

os de regressão. Estes índices de desempenho são calculados, respectivamente, conforme as Eq. (1) e (2), onde y é o valor estimado pelo modelo, yd é o valor real e N é o número de amostras do conjunto de teste.

$$Acurácia = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = yd_i \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - yd_i)^2} \quad (2)$$

4. RESULTADOS

Para verificar os ganhos de desempenho e de redução de complexidade (quantidade de modelos individuais) da metodologia proposta, foi feita uma comparação com os resultados obtidos com o algoritmo *bagging* tradicional, para os problemas de classificação e regressão selecionados. Os resultados obtidos, para o conjunto de teste, estão apresentados na Tab. 4. Os melhores desempenhos e complexidade estão destacados em negrito.

Tabela 4. Comparação entre o desempenho e a complexidade dos modelos obtidos com os algoritmos *Bagging* e *k-FN Bagging*.

Tipo do Problema	Problema	Bagging		k-FN Bagging	
		Desempenho (Acurácia/ RMSE)	Número de Modelos	Desempenho (Acurácia/ RMSE)	Número de Modelos
Classificação	<i>glass</i>	61,54 %	50	69,23 % (+13%)	18 (-180%)
	<i>fisheriris</i>	93,33 %	50	93,33 %	13 (-290 %)
	<i>inosphere</i>	82,86 %	50	89,52 % (+8%)	8 (-530 %)
Regressão	<i>concrete</i>	0,2639	25	0,2503 (-5%)	21 (-20%)
	<i>housing</i>	0,4978	25	0,4705 (-6%)	22 (-10%)
	<i>winequalityred</i>	0,7559	25	0,7489 (-1%)	17 (-50%)

Os modelos individuais que compuseram os *ensembles k-FN Bagging* foram os mesmos gerados no *bagging*, utilizando, pois, os mesmos parâmetros, porém com o processamento posterior realizado pelo método para a seleção dos K melhores modelos.

Verifica-se que, o *k-FN Bagging* possibilitou uma redução na estrutura do modelo de até 530% e ganho de até 13% de desempenho nos problemas de classificação. Nos problemas de regressão, os ganhos de desempenho e de redução de complexidade foram menos significativos: de até 6% e 50%, respectivamente.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma alteração do algoritmo *bagging* tradicional para seleção dos melhores modelos individuais baseada no desempenho e diversidade dos mesmos.

Cabe ressaltar que os parâmetros do *k-FN Bagging* não foram otimizados, ou seja, ganhos ainda mais significativos de desempenho e redução de complexidade podem ser obtidos por meio de uma escolha ótima da métrica de dissimilaridade e limiar de seleção dos modelos mais apropriados para cada problema.

Os resultados obtidos mostraram que o método proposto obteve não só um ganho considerável de desempenho, como uma redução de complexidade do modelo, com adição mínima do custo computacional.

NOMENCLATURA

k-FN k vizinhos mais distantes
T conjunto de treinamento

V conjunto de teste
k quantidade de modelos

n	tamanho das réplicas <i>bootstrap</i>	y	saída estimada pelo modelo
$funT$	função de treinamento	N	número de amostras do conjunto de teste
$funV$	função de teste	$tansig$	tangente hiperbólica sigmoidal
M	modelo individual	$purelin$	linear
Y	saída estimada pelo modelo individual		
Y'	saída estimada pelo <i>ensemble</i>		
MLP	perceptron de múltiplas camadas		
nTr	tamanho do conjunto de treinamento	i	índice das amostras de treinamento / teste
RMSE	raiz do erro médio quadrático	j	índice do modelo individual
yd	valor real da saída		

Subscritos

REFERÊNCIAS

- Breiman, L., 1996. "Bagging predictors". Machine Learning, Vol. 24, No. 2, pp. 123–140.
- Brown, G., 2004. "Diversity in Neural Networks Ensembles". Tese (Doutorado), School of Computer Science, University of Birmingham, Birmingham, United Kingdom.
- Chandra, A. e Yao, X., 2004. "Divace: diverse and accurate ensemble learning algorithm". In: Proceedings of the Fifth International Conference on Intelligent Data Engineering and Automated Learning.
- Cunningham, P. e Carney, J., 2000. "Diversity versus Quality in Classification Ensembles Based on Feature Selection". Tech. Report TCD-CS-2000-02, Dept. of Computer Science, Trinity College, Dublin.
- Dietterich, T.G., 2002. "Ensemble learning". The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, 2nd Ed.
- Kuncheva, L.I. e Whitaker, C.J., 2003. "Measures of diversity n classifier ensemble". Machine Learning, Vol. 51, No. 2, pp. 181-207.
- Skurichina, M., Kuncheva, L. e Duin, R.P.W., 2002. "Bagging and Boosting for the Nearest Mean Classifier: Effects of Sample Size on Diversity and Accuracy". In: Proceedings of the Third International Workshop on Multiple Classifier Systems (MCS '02), Fabio Roli and Josef Kittler (Eds.), Springer-Verlag, London, UK, UK, pp. 62-71.
- Zeng, X.D., Chao, S. e Wong, F., 2010. "Optimization of bagging classifiers based on SBCB algorithm". In: Proceedings of the Ninth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, IEEE Computer Society.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Maximização da Taxa Pixel/m em Superfícies Não Coplanares Utilizando Algoritmo Genético

Calebe Giaculi Jr., calebejr@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Belo Horizonte, MG, Caixa Postal 209 – 30.161-970, Brasil

Hani C. Yehia, hani@cpdee.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Departamento de Engenharia Eletrônica (DELT)
Av. Antônio Carlos 6627, 31270 - 901, Belo Horizonte, MG, Brasil

Carlos Renato Nolli, renatonolli@gmail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Uberlândia (UFU)
Av. João Naves de Ávila 2121, 38400 - 902, Uberlândia, MG, Brasil

Resumo. *Este trabalho tem como objetivo aplicar a técnica de otimização utilizando algoritmo genético (AG) para maximizar a taxa de pixel por metro em aplicações utilizando projeções em superfícies não coplanares, assim como as utilizadas em projeções 3D ou volumétricas. Inicialmente é apresentada a técnica utilizada para a modelagem matemática do problema e do AG. Posteriormente são apresentados os resultados de um estudo de caso contendo um cena composta por 3 superfícies planares, onde a função objetivo é a taxa de pixel/m média, não permitindo que dispersão entre tal valor e a taxa de cada superfície seja maior que a dispersão máxima aceitável. Por último, é mostrada uma análise dos resultados considerando aspectos da montagem da cena real e a conclusão do trabalho realizado.*

Palavras-chave: algoritmo genético, taxa pixel/m, projeção volumétrica

1. INTRODUÇÃO

Aplicações utilizando projeções volumétricas, ou projeções 3D, têm se tornado cada vez mais comuns em projetos na área de arte digital, tanto os com fins comerciais quanto os com fins artísticos. Esta técnica permite projetar em superfícies de formas geométricas complicadas, a partir da reprodução virtual da cena em 3D, ou da subdivisão destas superfícies em planos em 2D, por exemplo. Porém, independentemente da técnica de mapeamento utilizada, uma questão recorrente em tais projetos é o posicionamento dos projetores.

Tal questão é de grande importância, pois definirá a qualidade da imagem projetada. Sendo assim, a taxa de pixel/m obtida em cada superfície é uma das variáveis mais importantes, pois é diretamente proporcional à resolução e à distribuição de lúmens em cada superfície. Outro ponto desejável é que a distribuição de pixel/m seja constante em todas as superfícies que compõem a cena 3D real.

Para realização de um estudo de caso, escolheu-se uma cena composta por 3 superfícies planares, e em cada superfície é calculada uma taxa de pixel/m, e a função a ser otimizada é a média destas, não permitindo que a dispersão entre esse valor e a taxa de cada superfície seja maior que um valor pré-determinado (dispersão máxima aceitável), obtendo assim uma uniformidade nas taxas de cada superfície.

Sendo assim, este artigo tem como objetivo apresentar a técnica utilizada para modelagem matemática do problema e a utilizada para implementação do algoritmo genético utilizado para a maximização da taxa de pixel/m média da cena.

2. Descrição Matemática do Problema

A imagem projetada é sempre em 2D, como por exemplo em um projetor de resolução nativa XGA (1024x768 pixels), sendo assim a imagem em cada superfície também terá essa característica. Um dos fatores mais importantes na qualidade da projeção é a taxa de pixel projetada em determinada área da superfície, ou seja, uma variável dada em px/m². Porém, considerou-se apenas a resolução horizontal (1024 px no caso de um projetor XGA), obtendo uma distribuição dada em px/m.

A partir dessa consideração, o posicionamento do projetor é obtido a partir do eixo cartesiano considerando apenas duas dimensões assim como todas as variáveis utilizadas para os cálculos, as quais estão detalhadas a seguir.

2.1 Definição das Variáveis Utilizadas

Para obter a formulação matemática do problema e consequentemente a função objetivo a ser otimizada, foi preciso realizar a definição de diversas variáveis, as quais estão apresentadas na Tab. 1, assim como uma descrição de cada, a indicação da figura na qual está representada e sua fórmula de cálculo, para as que se aplicam.

Estas variáveis estão ilustradas nas figuras 1, 2, 3, 4 e 5 para que o leitor possa ter uma melhor compreensão de cada.

Tabela 1. Variáveis utilizadas na formulação matemática do problema

Símbolo	Descrição	Figura	Fórmula
R_H	Resolução Horizontal da imagem ($R_H=1024px$, no caso de um projetor XGA)		
\bar{P}	Ponto de Posicionamento do Projetor (fornece as coordenadas de posicionamento do projetor no plano cartesiano ($[X_p, Y_p]$))	Fig. 1	
α	Ângulo de rotação do projetor em relação ao eixo de coordenadas vertical	Fig. 1	
f_L	Fator da lente (número adimensional que fornece a relação entre a distância necessária para uma abertura horizontal da imagem de 1m)	Fig. 2	
θ_p	Ângulo de abertura da imagem do projetor	Fig. 2	$\theta_p = \arctan\left(\frac{1}{2f_L}\right)$
\bar{L}_e e \bar{L}_d	Pontos limite da superfície	Fig. 3	
$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_n$	Vetores dos vértices intermediários da superfície	Fig. 3	
$\bar{L}P_e$ e $\bar{L}P_d$	Pontos de limite da projeção	Fig. 3	
β_1 e β_2	Ângulos de abertura da imagem em relação ao eixo vertical	Fig. 4	$\beta_1 = \alpha + \frac{\theta_p}{2}$ $\beta_2 = \alpha - \frac{\theta_p}{2}$
x_e e x_d	Comprimentos da abertura horizontal da imagem em relação à posição (\bar{P}) do projetor	Fig. 4	$x_e = (\bar{L}P_e(2) - \bar{P}) * \tan \beta_1$ $x_d = (\bar{L}P_d(2) - \bar{P}) * \tan \beta_2$
$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$	Ângulos de abertura da imagem utilizados para projetar em cada superfície	Fig. 5	
$T_{PM1}, T_{PM2}, \dots, T_{PMm}$	Taxas de Pixel por metro de cada superfície		$T_{PMS} = \frac{\delta_S \cdot R_H}{\theta_p \cdot \ \bar{a}\ }$
M_{TPM}	Média das Taxas de Px/m dos Planos		$M_{TPM} = \frac{\sum_{i=1}^m T_{PMi}}{m}$
$D_{TPM1}, D_{TPM2}, \dots, D_{TPMm}$	Dispersão entre a taxa de px/m de cada plano (T_{PMS}) e a média das taxas de px/m (M_{TPM})		$D_{TPMS} = \frac{ M_{TPM} - T_{PMS} }{M_{TPM}}$

Como a distribuição de pixel por ângulo de abertura da imagem é homogênea, ou seja:

$$\frac{\partial P_s}{\partial \delta_s} = cte = \frac{\theta_p}{R_H} \quad (1)$$

Assim, pode-se afirmar que a taxa de pixel utilizada em uma determinada superfície (P_S) é diretamente proporcional ao

ângulo de abertura da imagem utilizado para cobri-la (δ_s).

Utilizando notação vetorial e a lei dos cossenos em sua forma correspondente, temos que os ângulos δ são dados pela seguinte equação:

$$\delta_s = \arccos \left(\frac{\|\bar{b}\|^2 + \|\bar{c}\|^2 - \|\bar{a}\|^2}{2 \cdot \|\bar{b}\| \cdot \|\bar{c}\|} \right) \quad (2)$$

Assim, para uma superfície com extremos dados por (L_e) e (I_1), temos que (Fig. 6):

$$\bar{b} = \bar{P} - \bar{L}_e$$

$$\bar{c} = \bar{P} - \bar{I}_1$$

$$\bar{a} = \bar{b} - \bar{a}$$

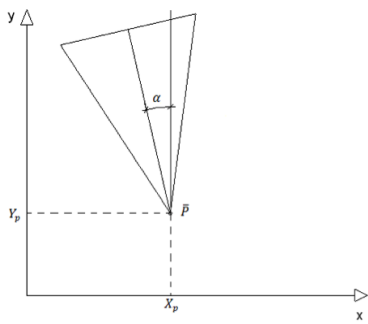


Figura 1. Ilustração da Posição do Projetor (\bar{P}) e do seu ângulo de rotação (α) para um ponto arbitrário

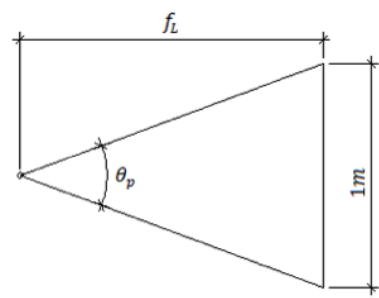


Figura 2. Ilustração da relação entre o fator da lente (θ_p) do projetor e de seu ângulo de abertura (f_L)

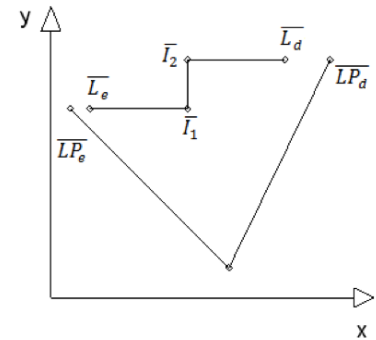


Figura 3. Representação dos pontos limite da superfície (\bar{L}_e e \bar{L}_d), dos pontos intermediários da superfície ($\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_n$) e dos limites da projeção (\bar{LP}_e e \bar{LP}_d)

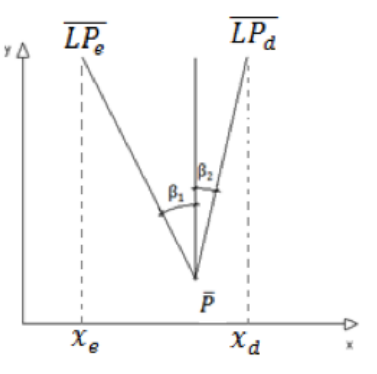


Figura 4. Ângulos de abertura da imagem em relação ao eixo vertical (β_1 e β_2) e os pontos no eixo horizontal das aberturas da esquerda e da direita em relação ao ponto

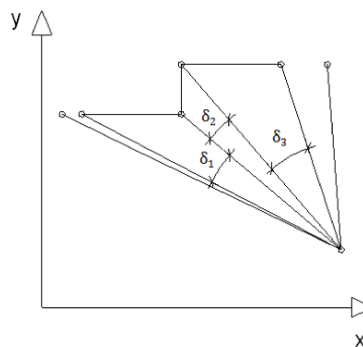


Figura 5. Ângulos de abertura da imagem utilizados para cobrir cada superfície

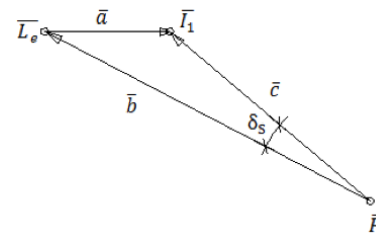


Figura 6. Ilustração dos pontos e dos vetores utilizados para o cálculo do ângulo de abertura da imagem (δ_s) utilizado para cobrir uma superfície arbitrária

2.2 Definição dos Pontos Válidos

A partir da definição das variáveis apresentadas acima, pode-se desenvolver um algoritmo para cálculo das taxas de px/m dos diversos planos que constituem qualquer superfície. Este procedimento pode ser executado variando as posições x e y do projetor ($[X_p, Y_p]$), assim como seu ângulo de rotação (α). Porém nenhum tópico descrito anteriormente garante que a abertura da imagem cobrirá toda a superfície, sendo assim, a seguir é proposto um método para identificar os pontos válidos.

Suponhamos que a superfície a ser projetada possua a forma ilustrada na Fig. 3, a qual possui 3 planos, e consequentemente, 2 pontos intermediários. Sendo assim, temos que: $m = 3$; e $n = 2$; Como podemos notar, temos que garantir que: $P(1) > I_n(1)$

Onde $P(1)$ é a posição no eixo horizontal do ponto no eixo cartesiano do projetor. Este critério é de fácil percepção, porém não é trivial uma abstração para qualquer tipo de superfície, sendo assim, fica a cargo do projetista identificar inicialmente tais regiões válidas.

Para garantir que o projetor irá cobrir toda a superfície, também temos que assegurar que:

$$\overline{L_e}(1) > (\overline{P}(1) - x_e) \qquad \overline{L_d}(1) < (\overline{P}(1) + x_d)$$

Caso essas duas condições não sejam mutuamente satisfeitas, a abertura da imagem do projetor não irá cobrir toda a superfície em questão.

Outro critério a ser levado em consideração é a dispersão em cada superfície ($D_{TPM1}, D_{TPM2}, \dots, D_{TPMm}$). Pois, para obtermos uma distribuição homogênea das taxas de px/m , estipulou-se que todas estas deverão ser menores que um valor denominado de máxima dispersão aceitável (D_{max}). Sendo assim, todos para o ponto em questão. Sendo assim, todos os valores das dispersões em cada superfície deverão ser maiores que D_{max} para o ponto em questão.

Os pontos que violam algum dos critérios descritos anteriormente possuem o valor de sua taxa de px/m média (M_{TPM}) zerado.

3. ESTRUTURA UTILIZADA PARA IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO

Para encontrar o ponto que maximizasse a qualidade da imagem, implementou-se um algoritmo genético, os quais são caracterizados pela evolução de um conjunto de soluções-tentativas (Takahashi, 2007).

3.1 Função Objetivo ($f(x, y, \alpha)$)

Como o objetivo do problema é maximizar a média das taxas de px/m dos planos, tratou-se essa variável como sendo a função objetivo para o problema de otimização, ou seja:

$$[x, y, \alpha] = \arg \max_{x,y,\alpha} (f(x, y, \alpha)) \tag{3}$$

Assim, temos que a função objetivo é dada por:

$$f(x, y, \alpha) = M_{TPM}(x, y, \alpha) \tag{4}$$

Para efeito de simplificação na implementação do algoritmo, todas as restrições de desigualdade foram tratadas na formulação matemática do problema. E como o problema em questão não possui restrições de igualdade, podemos tratá-lo como um problema irrestrito.

A região factível representa, por exemplo, o tamanho da sala utilizada para a projeção (x_L e y_L) e o ângulo de inclinação do projetor, o qual será obtido pelo bom senso do projetista. No estudo de caso apresentado na seção 4., pode-se observar que não é necessário trabalhar com ângulos $\alpha > 90^\circ$, e neste caso tem-se que $\alpha_L = 90^\circ$. Podemos então definir a região factível para um dado problema:

$$0 > x > x_L \qquad 0 > y > y_L \qquad 0 > \alpha > \alpha_L$$

3.2 Representação Genética Utilizada

Utilizou-se o tamanho de cada cromossomo sendo igual a n_b ($I = n_b$), e como são 3 variáveis de entrada, cada indivíduo possui um gene de tamanho igual a ($3 * n_b$). A Figura 7 ilustra o código genético de um indivíduo para $n_b = 6$: Assim, teremos um intervalo para cada variável dado por:

Posição x						Posição y						Angulo α					
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0

Figura 7. Representação genética utilizada e suas subdivisões de acordo com cada variável para $n_b = 6$

$$\epsilon_x = \frac{x_L}{2^{n_b} - 1}$$

$$\epsilon_y = \frac{y_L}{2^{n_b} - 1}$$

$$\epsilon_\alpha = \frac{\alpha_L}{2^{n_b} - 1}$$

3.3 Processos de Recombinação Binária, Mutação, Seleção e Sobrevivência Utilizados

Para a recombinação binária, utilizou-se um tamanho de corte da janela igual a i_c . Tal processo ocorre para todos os cromossomos, assim como ilustrado na Fig. 8, onde temos $i_c = 2$. Em seguida, uma mutação em uma posição aleatória do código genético é feita em cada indivíduo (processo ilustrado na Fig. 9). Por fim, é realizado processo de seleção, o qual consiste na conservação de 50% dos melhores indivíduos para a próxima geração, e para a criação da outra metade.

Posição x						Posição y						Angulo α					
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0



Posição x						Posição y						Angulo α					
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0

Figura 8. Ilustração do processo de recombinação genética para $i_c = 2$

Posição x						Posição y						Angulo α					
0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0



Posição x						Posição y						Angulo α					
0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	

Figura 9. Ilustração do processo de mutação utilizado

4. ESTUDO DE CASO

4.1 Caracterização da Cena

Para a verificação dos processos propostos nos itens anteriores, foi realizado um estudo de caso com as seguintes características:

- Superfície (similar a da Fig. 3)

$$\overline{L}_e = [1 \ 5]m$$

$$\overline{L}_2 = [2 \ 2.5]m$$

$$x_L = 5m$$

$$\alpha_L = 90^\circ$$

$$\overline{L}_1 = [2 \ 5]m$$

$$\overline{L}_d = [3 \ 3.5]m$$

$$y_L = 5m$$

$$D_{max} = 0.2^1$$

- Projetor

Resolução: XGA (1024x768)

Fator da Lente: $f_L = 1.5$

Implementou-se no MATLAB o procedimento para cálculo dos valores de M_{TPM} para cada valor de x, y e α assim como descrito na Seção 2. Na Figura 10 está ilustrada a média das taxas de px/m de cada superfície. Note que nos pontos não factíveis a função objetivo foi zerada.

O valor máximo calculado para a função objetivo foi: $M_{TPM} = 0.3166$

4.2 Caracterização do Algoritmo Genético

A implementação do AG foi realizada utilizando os seguintes parâmetros de entrada:

¹valor obtido a partir de testes, pois para valores menores não obteve-se pontos factíveis

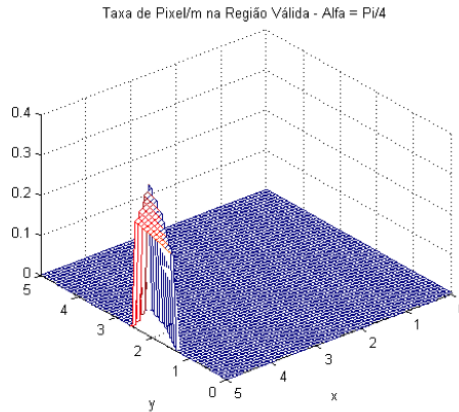


Figura 10. Resultado do cálculo da função objetivo para $\alpha = 45^\circ$

$i_c = 2$
 $n_b = 6$

Número inicial de indivíduos: $n_i = 128$
Número de iterações: $n_{it} = 1024$

4.3 Resultados Teóricos

Para avaliação dos resultados obtidos, foram gerados dois gráficos, um da média do valor da função objetivo para os respectivos códigos genéticos dos indivíduos e o outro do valor do indivíduo que possui o maior valor. Foram realizados dois testes, cujos resultados estão apresentados nas Figuras 11 e 12:

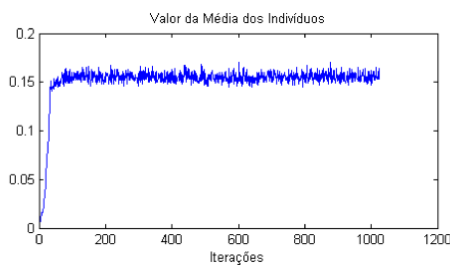


Figura 11. Valor médio da função objetivo dos indivíduos em cada iteração

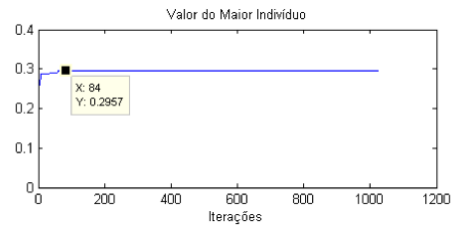


Figura 12. Maior valor dos indivíduos em cada iteração para o primeiro teste

Analisando as Figuras 11 e 12, podemos notar que o algoritmo não convergiu para o ponto máximo da função, porém foi encontrado um ponto bem próximo do desejado, cujo erro obtido foi de:

$$e_1 = 100\% * \frac{|maxFr - maiori|}{maxFr} = 6.6\% \quad (5)$$

Para o primeiro teste, obteve-se os seguintes valores para o maior indivíduo: $[x, y, \alpha] = [4.603, 2.540, 45.714]$

A taxa da média em px/m calculada foi de: $M_{TPM1} = 302.8 \text{ px/m}$

Realizou-se um segundo teste (Fig. 13), obtendo um valor de erro um pouco menor ($e_2 = 4.26\%$).

Neste teste, a posição encontrada foi de: $[x, y, \alpha] = [4.603, 2.698, 41.429]$.

Observa-se que em nenhum dos testes realizados o algoritmo convergiu para a solução do problema, porém em ambos obteve-se valores de erro aceitáveis, pois na prática, como os valores de posicionamento e rotação do projetor são bem próximos dos ideais, é impossível a reprodução idêntica do posicionamento obtido. Assim, pequenos desvios no posicionamento sempre ocorrerão.

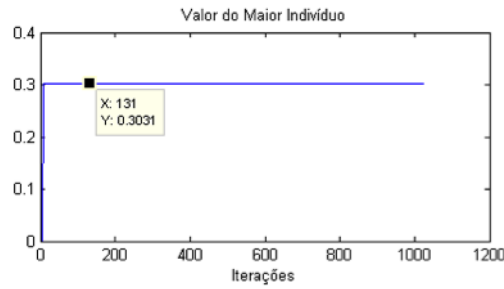


Figura 13. Maior valor dos indivíduos em cada iteração para o segundo teste

4.4 Resultados Práticos

Para avaliação dos resultados teóricos, foi reproduzida a cena do estudo de caso apresentado, colocando o projetor na posição encontrada no primeiro teste. Em seguida, realizou-se a avaliação dos resultados a partir da comparação das taxas de px/m de cada plano, e das dispersões obtidas para os mesmos.

O projetor foi posicionado de acordo com os dados obtidos no primeiro teste, e para averiguação dos valores, foi utilizada uma imagem contendo listras verticais de cor clara com largura igual a 4 pixels, intercaladas por listras pretas de mesma largura.

Em cada plano, foi contado o número pixels na horizontal, e este número utilizado para cálculo das taxas reais de px/m . A partir desses valores foi possível calcular também os valores reais para as variáveis M_{TPM} e para as D_{TPM} dos 3 planos.

Pode-se ver na Tab. 2 uma comparação dos valores calculados teoricamente com os valores obtidos na prática, com seus respectivos erros tendo como base os valores teóricos.

Tabela 2. Comparação dos valores teóricos e práticos obtidos para as variáveis: $M_{TPM}, T_{PM1}, T_{PM2}, T_{PM3}, D_{TPM1}, D_{TPM2}, D_{TPM3}$

	Teórico	Prático	Erro(%)
$M_{TPM}(px/m)$	302.8	302	0.26
$T_{PM1}(px/m)$	261.02	248	4.99
$T_{PM2}(px/m)$	284.29	298	4.82
$T_{PM3}(px/m)$	363.21	360	0.88
D_{TPM1}	0.138	0.179	29.7
D_{TPM2}	0.061	0.013	78.68
D_{TPM3}	0.199	0.1992	0.1

Podemos notar que os resultados práticos para as taxas de px/m e para a médias das taxas de px/m estão dentro da margem de erro aceitável ($< 5\%$). Os altos valores de erro encontrados para a dispersão são justificados pelo fato de que estes foram calculados com base em valores pequenos (0.138 e 0.013), assim os desvios obtidos nos valores práticos geraram um grande erro.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A superfície foi montada utilizando 4 cubos com aresta de 0,5m, e o resultado da montagem descrita anteriormente está apresentado na Fig. 14. Note que o plano mais a esquerda não compõe a superfície em questão. Os planos 1, 2 e 3 aparecem da direita para a esquerda respectivamente.

Pode-se ver na Fig. 14 que a distribuição de px/m nos planos 1, 2 e 3 parece visualmente uniforme, o que afirma que o valor da dispersão máxima aceitável adotado (igual a 20%) gera um resultado satisfatório.

A partir dos resultados apresentados na Tab. 2 e na Fig. 14, pode-se avaliar o procedimento descrito neste trabalho

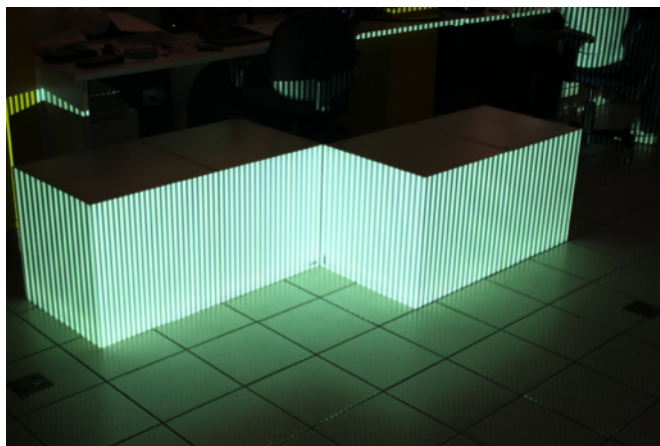


Figura 14. Foto da superfície projetada

como satisfatório devido aos baixos erros entre os valores teóricos e práticos das taxas de px/m de cada plano. Os quais podem ser justificados por pequenas diferenças no fator da lente do projetor, no posicionamento e no no ângulo de rotação do projetor, entre outros.

O AG implementado não resultou em um acerto de 100%, porém, em todos os testes realizados, o ponto para o indivíduo de maior valor encontrado teve um erro pequeno, e devido às dificuldades de posicionamento exato do projetor relatadas, pode-se validá-lo como satisfatório.

6. CONCLUSÃO

A partir dos testes teóricos e práticos, verificou-se que o resultado foi satisfatório mesmo não tendo obtido uma solução de 100% para o AG implementado. No estudo de caso realizado, contou-se a correta formulação e solução do problema, pois as variáveis T_{PMn} apresentaram erros menores que 5% na montagem da cena.

O caráter genérico apresentado para a formulação do problema, facilita a aplicação do método apresentado para outras superfícies. Como trabalho futuro, pretende-se implementar o método para uma análise em 3D, o que tornará o método mais robusto e com um número maior de aplicações reais.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil.

À empresa Coddart Digital Design, por ceder tempo para realização de tal pesquisa e também os equipamentos utilizados, e aos amigos Cláudio Cunha e Cristiano Candian, pela ajuda na formulação matemática do problema.

NOMENCLATURA

- m número de planos da superfície
 n número de vértices intermediários ($n = m - 1$)

REFERÊNCIAS

Takahashi, R.H.C., 2007. *Otimização Escalar e Vetorial. Volume 2: Otimização Escalar*. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/taka/Download/OTEV-Vol2.pdf> - acessado em: 9/4/2016, Belo Horizonte.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

PROCESSAMENTO DE SINAIS APLICADO À ANÁLISE COMPARATIVA DO TIMBRE DE INSTRUMENTOS PRODUZIDOS COM MADEIRAS NACIONAIS E TRADICIONAIS

Thiago Henrique Lara Pinto, M.Sc., thiago.lara@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

PosEEs, Departamento de Eng. de Estruturas, Escola de Engenharia, UFMG – Campus Pampulha, BH, MG, Brasil

Olavo Cosme da Silva, Dr., olavo.cosme@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

Alexsander Vanzela, alexvanzela@gmail.com

Conservatório Estadual de Música Lobo de Mesquita - Diamantina, MG, Brasil

PPG SaSA / UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

Resumo. *Instrumentos musicais considerados de alta qualidade são, em geral, construídos com o uso de madeiras tradicionais, como maple e mogno, muitas vezes escassas e de alto custo. No Brasil, possuímos opções de madeiras mais acessíveis aos nossos luthiers e, no entanto, de alta qualidade para a produção de instrumentos musicais, como o pau ferro e a braúna. O objetivo deste trabalho é verificar a qualidade do timbre de um instrumento produzido utilizando-se madeiras nacionais, tendo como objeto de estudo a Guitarra AV-1, produzida por um profissional da região e, como base de comparação, propõe-se a utilização de instrumentos renomados encontrados no mercado. Os estudos foram realizados utilizando-se arquivos de gravações realizadas com a guitarra AV-1 e os instrumentos de referência, tentando-se reproduzir detalhes característicos nos diversos instrumentos objetos de estudo. Tais gravações são então convertidas em sinais numéricos e, lançando-se mão de técnicas de processamentos de sinais, podemos identificar características reconhecidas por músicos como sendo uma alta ou baixa qualidade de timbre e, através de análise comparativa, a correlação com o que é observado pelas análises dos sinais provenientes do instrumento construído com madeiras nacionais. De acordo com os resultados de análises sonoras, bem como as opiniões manifestadas por instrumentistas que testaram a guitarra AV-1, podemos afirmar que as madeiras de origem nacional, utilizadas para a fabricação desta guitarra, apresentam uma qualidade semelhante à das madeiras utilizadas em guitarras de renome.*

Palavras-chave: *Sistemas dinâmicos, Processamento de sinais, Audio, Timbre, Madeiras nacionais*

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo avaliar a qualidade do timbre de um instrumento produzido utilizando-se madeiras nacionais, tendo como objeto de estudo a Guitarra AV-1, produzida por um profissional da região e, como base de comparação, instrumentos renomados encontrados no mercado.

Na construção da guitarra objetivo deste estudo, foram utilizadas as madeiras Pau Pereiro (tampo, braço e headstock); Braúna (escala) e Cedro (corpo). Em estudos anteriores, de posse do modelo AV-1 produzido, foram realizadas pesquisas de opinião com estudantes do curso de música da Universidade Vale do Rio Verde e outras, onde se observou um alto índice de aprovação (Vanzela, 2011).

Propõe-se aqui uma discussão geral destes resultados sob a ótica, e lançando mão de ferramental existente, de engenharia. Para tal, foram realizados ensaios simples, realizados com as cordas soltas e palhetadas, não puxadas, e aquisitados por uma placa de som por meio de um microfone posicionado à frente do amplificador, tendo sido realizado apenas o tratamento padrão da placa, como o anti-aliasing analógico comum para este tipo de equipamento.

2. ANÁLISES

Para a gravação dos objetos de estudo das análises realizadas neste trabalho, foi utilizado um amplificador Marshall Valvestate VS 30 R sem efeitos ativos, no qual foram conectadas três guitarras:

- Guitarra AV1, produzida a partir de madeiras de origem nacional;
- Ibanez Sereis S 520 EX, com dois humbucker (INF1 e INF2), chave de 3 posições, cordas 0,09 mm, ponte ZR com ZPS-2.
- Ibanez, modelo Gio RG 220, equipada com dois captadores duplos e um simples, ponte Ibanez patentada da Floyd Rose e cordas 0,09 mm.

No intuito de se reduzir o efeito da posição dos captadores, todas as guitarras foram reguladas de forma a utilizar apenas o o captador humbucker da posição braço durante as gravações.

2.1 Pré-processamento

Em estudos envolvendo sistemas dinâmicos, são necessários cuidados quanto a escolha de taxas de amostragem ou mesmo tamanho de janela (quantidade de amostras) de aquisição do sinal no domínio do tempo. Por exemplo, o *Aliasing* é um problema associado à análise espectral digital, causado pela discretização do histórico no tempo (*time-history*) contínuo original Ewins (1984). Pode ser descrito como um fenômeno que ocorre durante a conversão analógica para digital, em que a frequência do sinal convertido é menor que a do sinal original. Isso acontece quando a frequência de amostragem é insuficiente para descrever o sinal, gerando-se um modo irreal, como na Figura 1.

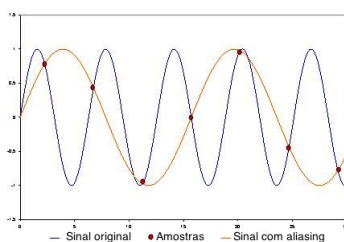


Figura 1. O fenômeno *Aliasing*.

Vale ressaltar que, apesar de um histórico temporal conter, teoricamente, toda a gama de frequências de respostas da estrutura, ao se trabalhar em um domínio de tempo discreto, a faixa de frequência observável depende da taxa de frequência de amostragem. Pelo menos duas medidas por ciclo são necessárias para se definir digitalmente a frequência original de um dado analógico. Assim, para uma dada taxa de aquisição, a frequência de corte máxima é dada pela Equação 1 (Bendat e Piersol (1971)).

$$f_{Nyquist} = \frac{2}{T_{sample}} \quad (1)$$

A frequência de corte máxima, para uma dada taxa de aquisição, é também conhecida como frequência de Nyquist ou de dobramento.

2.1.1 Leakage

O *leakage* (vazamento) é consequência direta da necessidade de se selecionar apenas uma parte finita do *time-history* (Figura 2), juntamente com o fato de se assumir a periodicidade do sinal Ewins (1984). Este efeito ocorre devido ao

truncamento da série de sinais discretos no tempo quando estes são coletados em uma condição na qual a descontinuidade imposta pelo corte faz surgir conteúdos de frequência espúrios, ou seja, inexistentes no sinal de resposta coletado.



Figura 2. O fenômeno *Leakage*.

Difícilmente o sinal é de tal forma que um número inteiro de ciclos se encaixa no tempo de medição, gerando o espectro de frequências esperado. Assim, o espectro de frequências é ampliado pelas "falhas" nas extremidades na grande maioria dos casos. O problema é agravado pelo fato de o tamanho do pulso aleatório depender de quando a primeira medição ocorreu no ciclo, assim a ampliação pode se alterar se a medição for repetida. Ao analisar uma sequência de dados finita através de Fourier ou outro método de análise espectral, o janelamento pode ser utilizado no intuito de se minimizar o efeito das formas de onda truncadas, reduzindo dessa forma a perda espectral [Andrade e Soares \(2000\)](#).

2.1.2 Bias

Se um teste modal for realizado repetidas vezes, os parâmetros modais identificados receberão valores diferentes para cada teste. Se a média destes valores coincide com o valor verdadeiro para um respectivo parâmetro, foi obtida uma estimativa com baixo *bias* [Benini \(2006\)](#). É desejável ter estimativas sem tendências (baixo *bias*) e também baixa variância entre os testes.

A ocorrência de um elevado nível de *bias* pode ser uma indicação de não linearidades no sistema, onde este tipo de erro está ligado à flexibilidade restrita do modelo [Nelles \(2001\)](#) devida a uma representação aproximada do sistema. Contudo, o aumento da ordem do sistema para a minimização do *bias*, aumenta a quantidade de informação necessária para a solução do problema e, desta forma, aumenta a possibilidade de o ruído gerar um alto nível de erro durante otimização de parâmetros.

2.2 Janelamento

Durante a análise de sinais, temos a necessidade de realizar o truncamento da série discreta analisada, subdividindo em trechos os sinais, sendo tais subdivisões nomeadas janela. Assim, utilizando-se técnicas de janelamento, é possível definir a duração do período de observação de um sinal amostrado.

Se considerarmos o ruído um sinal aleatório, e sabendo-se que a média de um sinal aleatório tende a zero, podemos concluir que o uso do janelamento possibilita a redução do efeito do ruído ao possibilitar a realização de médias entre os trechos do sinal (janelas). Técnicas de janelamento podem também ser utilizadas para minimizar efeitos como o *leakage* [Ewins \(1984\)](#). Para tal, a função janela utilizada deve ser escolhida de forma que as extremidades de cada recorte do sinal tendam a zero, minimizando assim o efeito do truncamento do sinal.

Aplicar uma janela a um sinal no domínio do tempo é equivalente a multiplicar o sinal pela função que representa a janela. Devido ao fato de a multiplicação no domínio do tempo ser equivalente à convolução no domínio da frequência, o espectro de um sinal janelado é a convolução do espectro do sinal original com o espectro da janela. Dessa maneira, o janelamento modifica a forma do sinal tanto no domínio do tempo quanto no da frequência [Andrade e Soares \(2000\)](#).

2.2.1 Janela Hanning

A janela Hanning, utilizada neste trabalho, é uma janela de uso geral comumente indicada para sinais contínuos. Matematicamente, ela pode ser definida pela [Equação 2](#) ([Maia e Silva \(1997\)](#)):

$$W(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right] \implies |t| \leq \frac{T}{2}; \quad W(t) = 0 \implies |t| > \frac{T}{2} \quad (2)$$

A [Figura 3](#) apresenta, graficamente, a janela Hanning no domínio do tempo. Pode-se observar que esta tem seu máximo na metade de seu período ($t = 0$) e mínimos em suas extremidades ($|t| = \frac{T}{2}$).

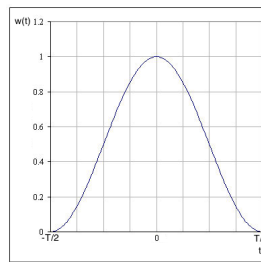


Figura 3. Janela Hanning no domínio do tempo.

Para compensar a distorção produzida no sinal pelo janelamento, é necessário multiplicar a FFT do sinal janelado por um fator de correção. Para a janela Hanning, o fator de correção é dado pela [Equação 3](#). Este fator é composto pela multiplicação entre os fatores responsáveis pela correção da degradação de amplitude (2) e da degradação de energia ($\sqrt{\frac{8}{3}}$) ([Maia e Silva \(1997\)](#)).

$$F_{cor} = 2\sqrt{\frac{8}{3}} \quad (3)$$

2.3 Função de Resposta em Frequência (FRF)

A Função Resposta em Frequência, ou FRF, de um sistema pode ser vista como uma função filtro, criada pelo próprio, aplicado à excitação de entrada [Avitabile \(2006\)](#). Esta contém a informação de cada um dos modos de vibração e as frequências de ressonância relacionadas.

Durante a obtenção das FRFs, sinais aleatórios não podem ser tratados da mesma forma que sinais determinísticos devido à sua natureza não periódica [Maia e Silva \(1997\)](#). Desta forma, não é possível calcular a FRF de sinais aleatórios pela simples razão entre entradas e saídas do sistema, mesmo que para isso seja proposto analisar tais sinais como se possuíssem um período infinito, uma vez que tal análise violaria a condição de Dirichlet ([Equação 4](#)).

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (4)$$

2.4 Densidade Espectral de Potência

Na maioria dos casos práticos, como forma de contornar esta característica, os sinais são considerados estacionários e ergódicos. Assim, considera-se que médias calculadas com base em vários históricos temporais, medidos em um único período de tempo, seriam equivalentes às calculadas com base em vários recortes de um único histórico temporal. Podemos assim definir as funções de auto-espectro e de espectro cruzado como funções que descrevem, em uma faixa de

frequência, o conteúdo energético do sinal.

O auto-espectro do sinal, também conhecido como densidade espectral de potência (PSD ou *Power Spectral Density*), pode ser calculado a partir da transformada discreta de Fourier (DFT) deste sinal, como na [Equação 5](#). Vale ressaltar que a somatória desta equação está implícita devido ao uso da notação indicial de Einstein.

$$S_{xx}(Jf_s/N) = \frac{T}{N} |X(Jf_s/N)|^2 \quad (5)$$

Onde X é a DFT de x , f_s/N é a frequência de amostragem do sinal, N , o número de amostras, T , o período e J é um número inteiro, variando de 0 a N , indicando a amostra utilizada para a média realizada durante o cálculo do PSD.

De forma similar, o espectro cruzado entre os sinais de entrada e saída, pode ser definido pela [Equação 6](#).

$$S_{fx}(Jf_s/N) = \frac{T}{N} F^*(Jf_s/N)X(Jf_s/N) \quad (6)$$

Onde o $*$ sinaliza a utilização do complexo conjugado da função.

Vale ressaltar que o espectro cruzado entre sinais carrega informações relativas à fase e à magnitude da função de transferência do sistema, diferentemente do auto-espectro que, por sua vez, carrega apenas informações relativas à magnitude.

2.5 Estimadores de FRF

Embora existam diferentes formas para a obtenção da função de resposta de frequência, o estimador H_1 é a forma mais popular, sendo utilizada na maioria dos testes modais de entrada única realizados hoje [Avitabile \(2002\)](#). O estimador convencional de FRF $H_1(\omega)$ é indicado para casos onde se considera que haverá um maior nível de ruído no sinal de saída. Este pode ser definido ([Equação 7](#)) como a razão entre o espectro cruzado de entrada e saída pelo auto-espectro da entrada do sinal [Maia e Silva \(1997\)](#).

$$H_1(\omega) = \frac{S_{f^*x}(\omega)}{S_{f^*f}(\omega)} \quad (7)$$

Outra possibilidade de estimador de FRF [Maia e Silva \(1997\)](#), $H_2(\omega)$, pode ser obtido pela razão entre o auto-espectro da saída pelo espectro cruzado da entrada e saída do sinal ([Equação 8](#)), sendo indicado para casos onde se considera que haverá um maior nível de ruído no sinal de excitação.

$$H_2(\omega) = \frac{S_{x^*x}(\omega)}{S_{x^*f}(\omega)} \quad (8)$$

Segundo [Olson \(1967\)](#), o auto-espectro típico de uma guitarra tem o aspecto apresentado na [Figura 4](#):

Processando o sinal obtido de gravações realizadas (9 segundos, 16 kHz), onde faz-se a *FFT* e, em seguida, médias de todos os blocos juntos, ([Audacity, 2016](#)), subdivididos em janelas de 512 pontos, podemos obter os seguintes resultados experimentais ([Figura 5](#)):

Comparando-se os resultados obtidos a partir das guitarras estudadas, observa-se uma similaridade com o esperado pelos resultados qualitativos apresentados na literatura. Nota-se a presença de bandas de frequências no lugar dos picos uma vez que um modelo real possui a presença de amortecimento estrutural.

Observa-se ainda que quanto maior a janela utilizada, melhor será a resolução em frequência obtida nos resultados. Contudo, o aumento do tamanho da janela aumenta o espaço de tempo no qual as médias estão sendo realizadas, necessi-

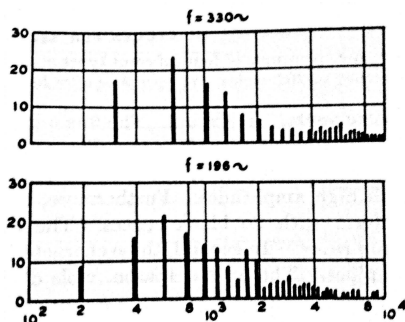


Figura 4. Espectro de frequências típico de uma guitarra.

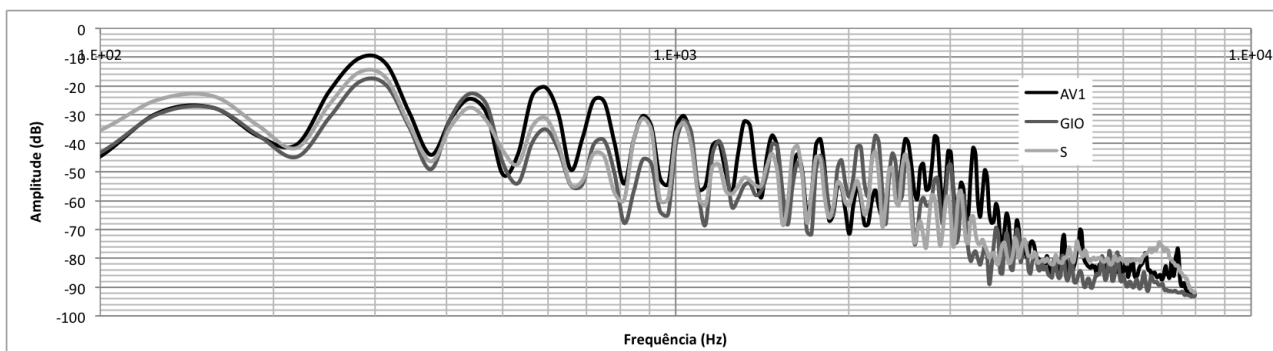


Figura 5. Espectro de frequências medidos nas guitarras estudadas - nota fundamental em 294 Hz.

tando assim de maiores medidas.

3. Resultados

Um espectrograma usa a Transformada rápida de Fourier (FFT em sigla em inglês) para exibir as informações de frequência em função do tempo. Há um *trade-off* inerente entre resolução de frequência e tempo de resolução. Janelas menores resultarão em uma melhor resolução em tempo, enquanto janelas maiores, uma melhor resolução em frequência.

Nos resultados apresentados deste trabalho, uma janela Hanning com 2048 pontos foi utilizada no intuito de se privilegiar a resolução em frequência. Esta janela, considerada grande, nos dá ainda a possibilidade de desconsiderar ruídos de curta duração possivelmente presentes nas gravações utilizadas. A Figura 6 apresenta um resultado típico obtido para a guitarra AV1, plotado para a faixa de frequência audível.

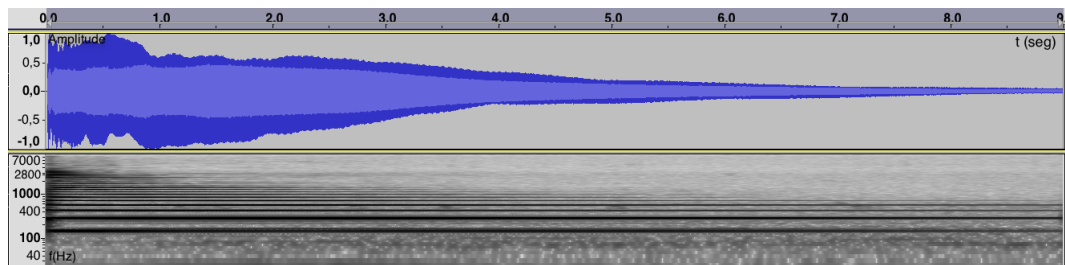


Figura 6. Espectrograma medidos na guitarra AV1 - nota fundamental em 294 Hz - Escala Logarítmica.

A parte superior das imagens apresentadas demonstra o comportamento do sinal, sem artifícios numéricos, durante um intervalo de 9 segundos. A parte inferior, por sua vez, apresenta o espectrograma relativo.

Observa-se que, apesar de termos como convenção o uso da escala logarítmica para resultados de engenharia, o uso de escala melódica, baseada na comparação de tons, facilita a visualização dos resultados por se tratar de uma análise

de um instrumento melódico. A **Figura 7** apresenta os mesmos resultados da **Figura 6**, alterando a visualização para o formato da escala melódica.

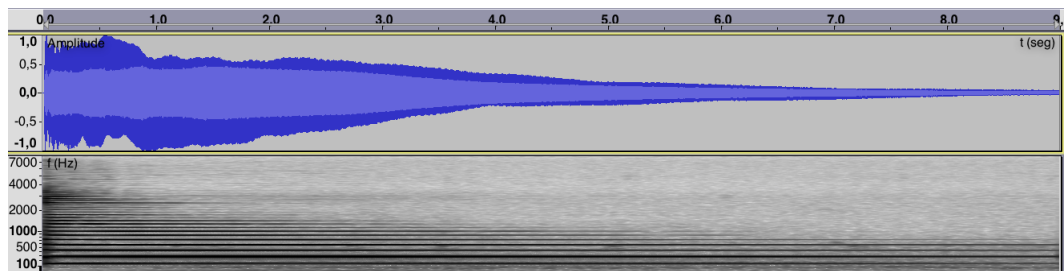


Figura 7. Espectrograma medidos na guitarra AV1 - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Como base de comparação, são apresentados resultados similares para as guitarras utilizadas como parâmetro de controle. A **Figura 8** apresenta resultados típicos, seguindo o mesmo padrão de processamento, para a Ibanez S:

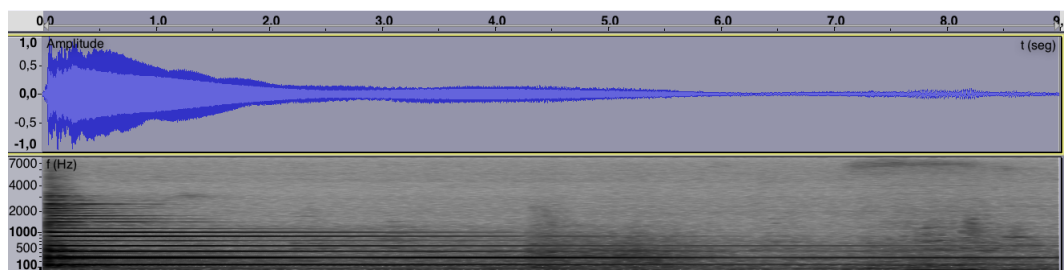


Figura 8. Espectrograma medidos na guitarra Ibanez S - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Em seguida, a **Figura 9**, apresenta resultados típicos, novamente seguindo o mesmo padrão de processamento, para a Ibanez GIO:

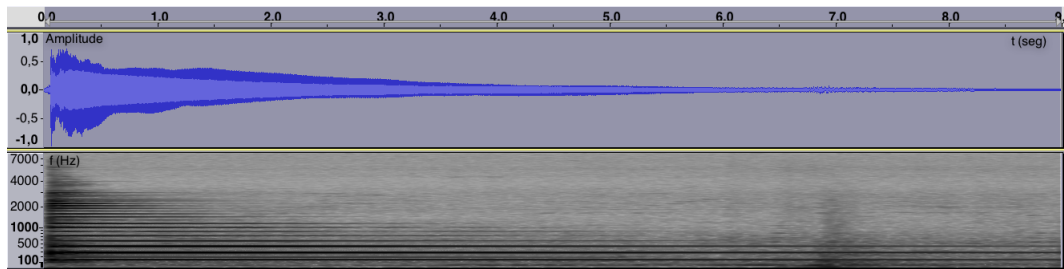


Figura 9. Espectrograma medidos na guitarra Ibanez GIO - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Pode-se observar uma tendência a uma manutenção da série harmônica durante um maior período de tempo para a Guitarra AV1, contudo, dada a baixa massa estatística de dados utilizada nestes estudos, e o fator humano na excitação do sistema, os resultados são considerados pouco conclusivos. Contudo, observa-se que o modelo proposto apresentou em geral resultados pelo menos similares aos obtidos a partir dos modelos comerciais.

4. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os resultados de análises sonoras, bem como as opiniões manifestadas por instrumentistas que testaram a guitarra AV-1, podemos afirmar que existem madeiras de origem nacional que, tal qual as utilizadas para a fabricação desta guitarra, apresentam uma qualidade semelhante à das madeiras utilizadas em guitarras de renome, no entanto, os resultados mostrados neste trabalho ainda estão em um nível bastante incipiente e necessitam de grande avanços para serem considerados conclusivos.

O aumento da base de dados estatísticos, a inserção de padrões de uma guitarras consideradas de baixa qualidade, o uso de filtros controláveis, melhorias no equipamento e processo de gravação, tentativas de padronização de input e estudo da influência de frequências inaudíveis, são algumas das propostas futuras de melhorias e avanços deste trabalho.

Comparando-se os resultados obtidos a partir das guitarras estudadas, observou-se uma similaridade com o esperado pelos resultados qualitativos apresentados na literatura. Pode-se observar ainda, apesar da baixa massa estatística de dados e presença de fatores pouco controlados, uma tendência a bons resultados para a Guitarra AV1, ainda que as guitarras possuam geometrias diferentes, madeira diferentes e, principalmente, a AV-1 seja uma guitarra semi-acústica e não sólida como as utilizadas para comparação. É importante salientar que dado o nível de trabalho artesanal empregado, mesmo guitarras feitas da mesma madeira, e com os mesmos componentes eletrônicos, podem possuir timbres distintos.

AGRADECIMENTOS

Os autores do presente trabalho agradecem ao apoio da *UFVJM*, por meio do programa *PROCARTE*; do *Conservatório Estadual de Música Lobo de Mesquita*; e dos demais integrantes envolvidos no projeto *Física de Instrumentos Musicais*.

NOMENCLATURA

f	frequencia (Hz)	$S_{f \cdot f}$	auto espectro da entrada (IN)
f_s	recorte em frequencia (Hz)	$S_{x \cdot x}$	auto espectro da saída (OUT)
F_{cor}	fator de correção hanning	t	tempo
H	função de resposta em frequência (FRF)	T	período
H_1	estimador convencional de FRF	W	função janela
H_2	estimador alternativo de FRF	w	frequencia (<i>rad/s</i>)
p	período da janela		
$S_{f \cdot x}, S_{x \cdot f}$	espectro cruzado IN-OUT		

REFERÊNCIAS

- Andrade, A.O. e Soares, A.B., 2000. “Técnicas de Janelamento de Sinais. In: SEMINÁRIO DOS ESTUDANTES DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA UFU, 3., 2000, Uberlândia”. *Anais...*, pp. 16–18, Uberlândia: UFU.
- Audacity, 2016. *Manual for Audacity 1.2*. online: <http://www.audacityteam.org/>.
- Avitabile, P., 2002. “Modal space - in our own little world: Could you please explain the basic steps to acquire data for modal testing?” *SEM Experimental Techniques*, p. 2.
- Avitabile, P., 2006. “Modal space - in our own little world: What is a good mac value so i know my model is right?” *SEM Experimental Techniques*, p. 2.
- Bendat, J. e Piersol, A., 1971. *Random Data*. Wiley-Interscience, analysis and measurement procedures. New York.
- Benini, G.R., 2006. *Detection and Identification of Nonlinearities for Flight Flutter Testing*. Tese (Doutorado), School of Mechanical, Aerospace & Civil Engineering, University of Manchester, Manchester.
- Ewins, D.J., 1984. *Modal Testing*. Research Studies Press LTD., theory and practice. London.
- Maia, N.M.M. e Silva, J.M.M., 1997. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press, London.
- Nelles, O., 2001. *Nonlinear System Identification*. Springer, from classical approaches to neural networks and fuzzy models. Berlin.
- Olson, H.F., 1967. *Music, Physics and Engineering*. Dover, NY.
- Vanzela, A. e Trombini, L.M., 2011. “Características timbrísticas entre guitarras elétricas de corpos sólidos e semi-sólidos”. *Universidade Vale do Rio Verde - Trabalho de conclusão de curso de licenciatura em música*.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

RECONHECIMENTO DE EXPRESSÕES FACIAIS EM SINAIS DA LÍNGUA BRASILEIRA DE SINAIS (LIBRAS) UTILIZANDO OS CLASSIFICADORES K-NN E SVM

Tamires Martins Rezende, tamiresrezende@ufmg.br

Cristiano Leite de Castro, criscaastro@gmail.com

Felipe Augusto Oliveira Mota, felipemota@ufmg.br

Ciniro Aparecido Leite Nametala, ciniro@gmail.com

Ramon Santos Corrêa, ramonscorrea36@ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos, nº 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Sílvia Grasiella Moreira Almeida, silvia.almeida@ifmg.edu.br

IFMG - Campus Ouro Preto - Rua Pandiá Calógeras, nº 898, Bauxita, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil.

Resumo. O reconhecimento automático de expressões faciais via imagens é um problema complexo que requer a aplicação de técnicas de Inteligência Computacional. Essas técnicas buscam reproduzir alguns aspectos do comportamento humano, tal como a capacidade de aprendizado. Diante desse aspecto, este trabalho traz resultados de uma metodologia para o reconhecimento de expressões faciais via sensores RGB-D. O objetivo é ser capaz de diferenciar fisionomias para posterior incorporação em um sistema reconhecedor da Libras. A metodologia proposta foi avaliada com 7 dos 34 sinais que compõem o dataset utilizado, sendo que cada sinal foi capturado 5 vezes. Optou-se pelos sinais (Justo/Amar/Angustiado/Comemorar/Rancor/Engordar/Brigar) cuja expressão facial se alterava ao longo de sua execução e as seguintes etapas foram executadas para cada sinal: (i) detecção e recorte da região de interesse (rosto), (ii) sumarização do vídeo utilizando o conceito da maximização da diversidade, (iii) criação do descritor, (iv) criação do vetor de características e (v) classificação com k-NN (k-vizinhos-mais-próximos) e SVM (Máquinas de Vetores de Suporte) Multiclasse. Obteve-se uma acurácia máxima de 85,71% com o SVM Multiclasse. Após essa etapa e com o objetivo de aumentar o conjunto de dados aplicou-se o método SMOTE (Synthetic Minority Over-sampling Technique) para geração de amostras sintéticas, mas a taxa de acerto na classificação continuou a mesma devido a ocorrência de sobreposição de amostras que o método está sujeito. Os resultados alcançados no estudo realizado mostram que o modelo proposto teve um desempenho considerável, possibilitando a construção de um sistema automático de reconhecimento útil aos usuários da língua.

Palavras-chave: Inteligência Computacional, Libras, k-NN, SVM Multiclasse, SMOTE.

1. INTRODUÇÃO

A Visão Computacional procura auxiliar a resolução de problemas altamente complexos, buscando imitar a cognição humana e a habilidade do ser humano em tomar decisões de acordo com as informações contidas, por exemplo, em uma imagem (Pedrini e Schwartz, 2008). Como ramo da Visão Computacional, tem-se o Reconhecimento de Padrões, que pode ser definido como uma área de pesquisa que busca classificar dados de entradas de acordo com a semelhança dos seus termos, agrupando-os em classes. Aplicações neste ramo são inúmeras, tais como reconhecimento de caracteres, reconhecimento de expressões faciais e análise de expressão gênica e, basicamente, para estes tipos de aplicações a realização de tarefas possui as etapas: (i) Aquisição da imagem/vídeo; (ii) Segmentação da região/objetivo de interesse; (iii) Extração das características sobre a região de interesse; (iv) Seleção de características; e (v) Classificação das imagens/vídeos.

Na literatura, encontram-se muitos trabalhos de reconhecimento de expressões faciais relacionados com a emoção, tais como o artigo de [Pedroso e Salles \(2012\)](#) que propôs um sistema de reconhecimento de expressões de raiva, felicidade, tristeza, surpresa, medo, nojo e neutra, fazendo a localização da face através do algoritmo de Viola-Jones, extraindo as características pelo método estatístico AAM (*Active Appearance Model*) e classificando com k-NN e SVM. Outro exemplo deste tipo de aplicação é o trabalho de [Oliveira e Jaques \(2013\)](#), que apresenta um sistema computacional que classifica as emoções chamadas de básicas (raiva, medo, repulsa, surpresa, alegria e tristeza), por meio das expressões faciais do usuário captadas por uma webcam. Diferentemente dos trabalhos citados, o foco deste trabalho não está no reconhecimento da emoção propriamente dita, mas sim, no reconhecimento das expressões faciais que estão associadas a determinados sinais da Libras. A ideia é, portanto, propor uma metodologia que seja capaz de diferenciar fisionomias para posterior incorporação a um sistema reconhecedor de Libras.

A Libras é reconhecida oficialmente no Brasil desde 2002, por meio da Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002. Para determinar o significado de um sinal, menor unidade da língua de sinais, torna-se importante a localização das mãos em relação ao corpo, a expressão facial, a movimentação que se faz ou não na hora de produzir o sinal, a orientação da palma da mão, entre outras características. Além das características citadas, há um importante parâmetro para diferenciar sinais, denominado Expressão Não-Manual, ou seja, expressões formadas pelo movimento da face, dos olhos, da cabeça ou do tronco que compõem a construção sintática da linguagem ([Almeida, 2014](#)).

Para testar a metodologia proposta no artigo, utilizou-se a base de dados criada por [Almeida \(2014\)](#) em sua tese. Foram escolhidos 7 sinais, nos quais a expressão facial se alterava ao longo de sua execução, e cada sinal passou pelas etapas de detecção da região de interesse (rosto) e recorte da mesma, sumarização do vídeo contendo apenas o rosto, criação do descritor, criação do vetor de características e classificação. Após a classificação aplicou-se um método de geração de amostras sintéticas com o objetivo de aumentar o conjunto de dados e estes foram novamente submetidos a etapa de classificação. Obteve-se uma acurácia máxima de 85,71% com classificador SVM Multiclasse e a taxa de acerto continuou a mesma após geração de amostras sintéticas.

O artigo está organizado da seguinte forma: A Seção 2 apresenta as características do banco de dados utilizado nesse artigo. Em sequência, a metodologia de trabalho é apresentada na seção 3. Na seção 4 são expostos os resultados encontrados e a conclusão do trabalho encontra-se na seção 5.

2. BANCO DE DADOS DE LIBRAS

O *dataset* utilizado nesse artigo foi criado para a tese de [Almeida \(2014\)](#). A principal contribuição deste trabalho foi a extração de características de sinais relacionados à estrutura fonológica da Língua Brasileira de Sinais a partir de vídeos RGB-D e o reconhecimento automático destes parâmetros através de um sistema computacional ([Almeida, 2014](#)). As etapas seguidas no trabalho de [Almeida \(2014\)](#) foram:

- Escolha dos sinais: a língua possui mais de 10 mil verbetes e diante da constante mutação e expansão da língua, houve a necessidade de selecionar apenas alguns sinais para o reconhecimento.
- Gravação dos sinais selecionados: utilizando um sensor RGB-D (*Kinect*) operado por meio do software *nuiCaptureAnalyze* obteve-se simultaneamente o vídeo de intensidade RGB, o vídeo de profundidade, o vídeo do esqueleto e os dados de 20 pontos do corpo humano.
- Extração de características: esta etapa envolveu a sumarização de vídeos (com o intuito de reduzir o tamanho dos vídeos, eliminando informações redundantes), a detecção da região de interesse (neste caso, as mãos) e a extração de descritores robustos capazes de diferenciar os sinais manuais.
- Reconhecimento do sinal: classificação das amostras de teste como pertencentes a algum grupo, algum sinal.

Foram selecionados 34 sinais de Libras sendo que cada sinal foi capturado cinco vezes. Para distinguir os sinais, escolheu-se quatro parâmetros: o ponto de articulação, a configuração das mãos, o movimento e a orientação da palma da mão

(Almeida, 2014) de cada uma das mãos.

Dos 34 sinais que compõem o *dataset* original, sete foram escolhidos para esse trabalho. Esta escolha teve como base a alteração da expressão/posição facial durante sua execução. A Figura 1, tendo como base as imagens de Capovilla *et al.* (2012a) e Capovilla *et al.* (2012b), ilustra estes sinais.

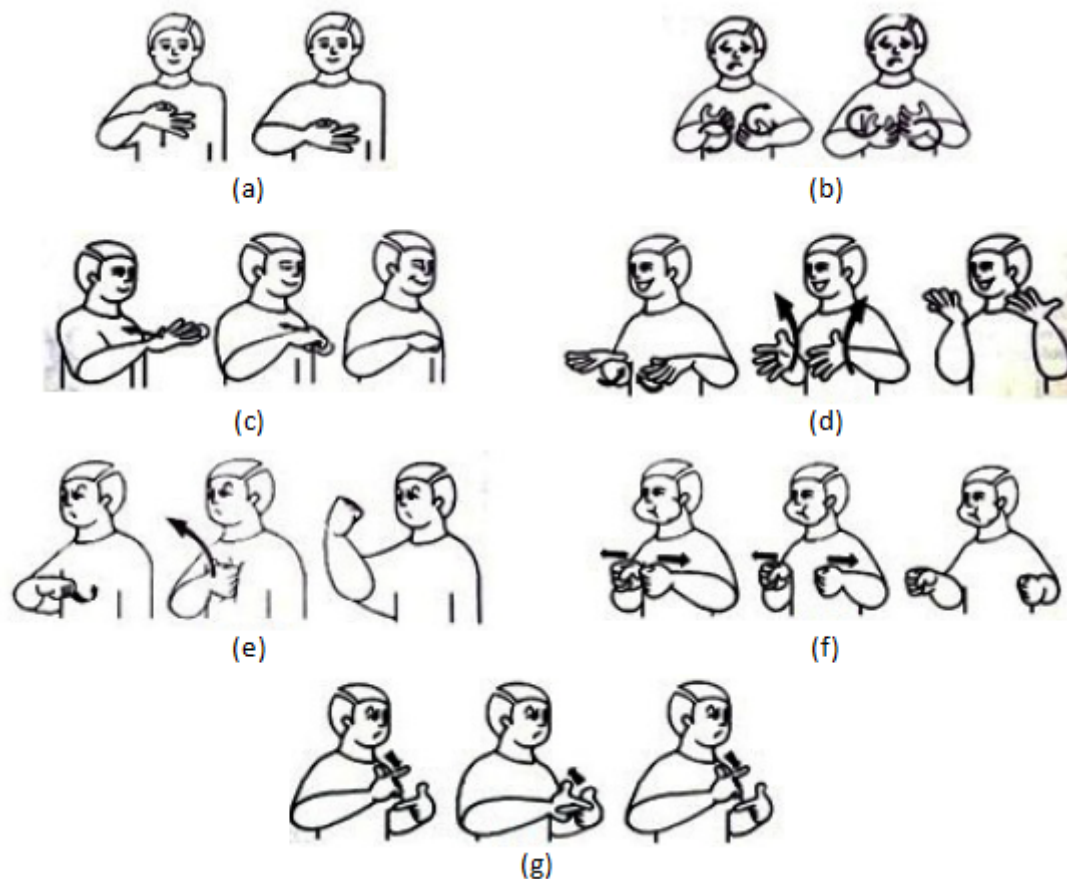


Figura 1. Sinais: (a) Justo, (b) Angustiado, (c) Amar, (d) Comemorar, (e) Rancor, (f) Engordar, (g) Brigar

3. METODOLOGIA

As etapas seguidas neste trabalho foram definidas após um estudo minucioso para que o modelo seja adequado a estrutura de dados que se tem e alcance uma acurácia (taxa de acerto) satisfatória:

1. Detecção da Região de Interesse: como o objetivo do trabalho é a detecção da expressão facial, tem-se apenas o rosto como região de interesse, de forma que na sumarização (próximo passo) apenas as mudanças na expressão facial são detectadas. O recorte do rosto foi realizado tendo como referência o pixel central do quadro, pois todas gravações foram feitas numa mesma posição e na parte central do vídeo. A Figura 2 mostra um quadro completo e a Fig. 3 ilustra a região de interesse detectada.
2. Sumarização: esta etapa tem várias vantagens para o trabalho, seja na redução de custo computacional, eliminação de quadros redundantes (informação desnecessária) e até tornar a extração de características mais eficiente. Diante das várias técnicas de sumarização encontradas na literatura, nesse artigo optou-se por utilizar uma abordagem do problema clássico de otimização conhecido como Problema da Diversidade Máxima, apresentado em Kuo *et al.* (1993), para extrair os quadros mais relevantes em um vídeo, baseando-se nas diferenças existentes entre eles. Dessa forma, é criado um vídeo com as imagens obtidas no passo anterior (Detecção da Região de Interesse). Este vídeo que tem uma taxa de 30 quadros por segundo será sumarizado. Optou-se pelos 5 quadros mais significativos

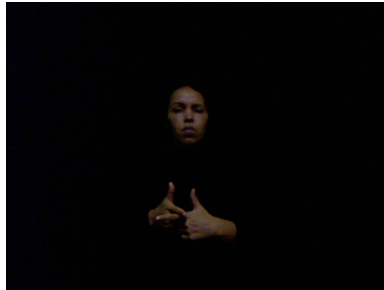


Figura 2. Frame completo do sinal Brigar

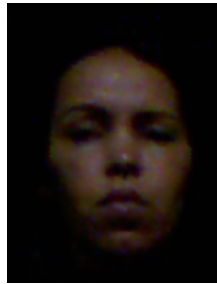


Figura 3. Rosto Detectado

(Fig. 4) tendo como base os teste feitos por Almeida (2014) em sua tese. Vale ressaltar que a sumarização permitiu obter vetores de caraterísticas de tamanhos iguais para todos os sinal.

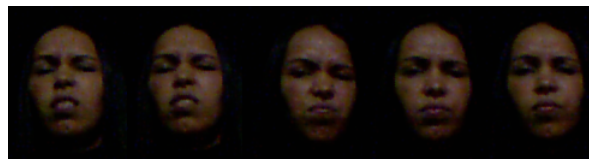


Figura 4. 5 quadros significativos do sinal Angustiado

3. Criação do Descritor: O objetivo dessa etapa foi obter uma representação de cada sinal que seja robusta e invariante a transformações. Com os 5 quadros retornados da etapa anterior (Sumarização), obtêm-se as coordenadas (x,y) dos 121 pontos do rosto de cada quadro de cada sinal (Fig. 5 - pontos vermelhos). Estas coordenadas são obtidas pelo software *nuiCaptureAnalyze* (<http://nuicapture.com/>) que opera o *Kinect* (<https://dev.windows.com/en-us/kinect>). A dimensão do descritor de cada quadro é 1×242 e tem a seguinte representação:

$$D = \left[\begin{array}{cccc} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) & \dots & (x_{121}, y_{121}) \end{array} \right]_{1 \times 242}$$

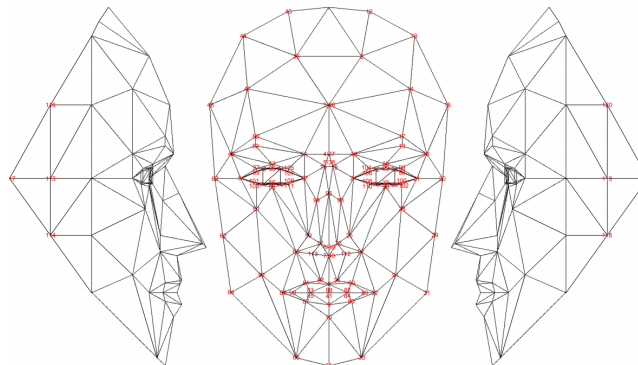


Figura 5. 121 pontos referentes ao rosto

4. Vetor de Características: Para cada sinal, o vetor de características será composto pela concatenação do descritores de cada um dos 5 quadros que o compõe. Sua dimensão será de 1×1210 e sua representação final é:

$$Vetor = \left[D_1 \quad D_2 \quad D_3 \quad D_4 \quad D_5 \right]_{1 \times 1210}$$

5. Classificação I: Na classificação dos sinais, utilizou-se o classificadores k-NN (k vizinhos mais próximos) (Patrick e Fischer, 1970) e SVM (Máquinas de Vetores de Suporte) Multiclasse (Chang e Lin, 2014). Optou-se por estes classificadores, pois o k-NN é indicado para *datasets* que tem poucas amostras e o SVM Multiclasse é próprio para problemas com mais de duas classes e é considerado como o estado da arte na tarefa de reconhecimento de padrões. Para determinar a classe de um elemento que não pertença ao conjunto de treinamento, o classificador k-NN procura k elementos do conjunto de treinamento que estejam mais próximos deste elemento desconhecido, ou seja, que tenham a menor distância e atribui a amostra a classe que recebeu o voto majoritário em relação aos k vizinhos mais próximos. Há várias métricas de distância (Euclidean, Cityblock, Chebychev, Correlation, Cosine, Hamming, Jaccard, Minkowski, Seuclidean e Spearman) e todas elas foram testadas buscando encontrar a acurácia máxima. Já o SVM encontra um hiperplano que otimiza a separação das classes, conhecido como hiperplano ótimo ou ideal, que maximiza a distância entre as classes, sendo usado como fronteira de decisão.

Como entrada para os classificadores, tem-se a matriz $X_{35 \times 1210}$ (35 amostras e 1210 características) e a saída desejada é a matriz $Y_{35 \times 1}$ (35 amostras e 1 saída).

$$X_{35 \times 1210} = \begin{bmatrix} Vetor_{Justo/Amostra1} \\ Vetor_{Justo/Amostra2} \\ Vetor_{Justo/Amostra3} \\ Vetor_{Justo/Amostra4} \\ Vetor_{Justo/Amostra5} \\ Vetor_{Amar/Amostra1} \\ \dots \\ Vetor_{Brigar/Amostra4} \\ Vetor_{Brigar/Amostra5} \end{bmatrix} \quad Y_{35 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ \dots \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

6. Geração de Dados Sintéticos: Em busca de melhores resultados e sabendo-se da dificuldade/custo de gerar novas amostras, optou-se por gerar novos dados sinteticamente através do método SMOTE (*Synthetic Minority Over-sampling Technique*) (Chawla et al., 2002). O algoritmo SMOTE cria dados artificiais, baseados nas semelhanças, no espaço de características, entre os exemplos existentes da classe minoritária, mas nesse trabalho ele é utilizado para aumentar as amostras, tendo em vista que os dados já são balanceados. A lógica do algoritmo é a seguinte:

- Define-se um valor para k (número de pontos vizinhos para cada amostra x_i).
- Para cada amostra, calculam-se as distâncias euclidianas entre x_i e as demais amostras, sendo os k-vizinhos-próximos os de menor magnitude.
- Escolha aleatoriamente um dos k-vizinhos-próximos e faça: $x_{novo} = x_i + (x_k - x_i) \cdot \delta$, onde $\delta = [0, 1]$.

A Figura 6 exemplifica esse passo.

Sabendo-se que cada sinal tem 5 amostras, apenas as amostras para treinamento passaram pelo método SMOTE.

7. Classificação II: Nesta última etapa, aplicou-se apenas o SVM Multiclasse, sendo que o conjunto de treinamento é composto por dados originais do *dataset* e os dados sintéticos gerados na etapa anterior (Geração de Dados Sintéticos) e no teste foram utilizadas amostras originadas do *dataset*.

Todas as etapas descritas foram feitas para todos os sinais de todas as amostras, sendo que o número de quadros varia em cada captura feita, como mostra a Tab. 1.

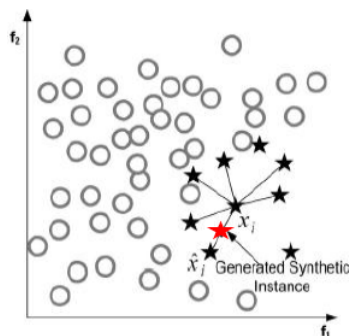


Figura 6. Método SMOTE - k vizinhos mais próximo e nova amostra gerada

Tabela 1. Número de quadros de cada sinal em cada amostra

Sinal	Amostra				
	01	02	03	04	05
Justo	46	20	46	28	36
Amar	59	86	84	57	94
Angustiado	92	95	63	67	63
Comemorar	63	40	41	56	51
Rancor	53	47	45	59	71
Engordar	56	35	46	44	42
Brigar	30	51	72	72	67

4. RESULTADOS

Para as etapas de treinamento e teste utilizando o kNN, fez-se uso da técnica *Leave-one-out* (1 amostra é separada para teste e as n-1 restantes são treinadas) variando o número de vizinhos de 1 a 34. Neste caso encontrou-se uma acurácia máxima de 73.53%, sendo a métrica de distância de *Chebychev* e $k=1$. A distância de *Chebychev* é um cálculo de distância no qual considera-se o máximo valor da distância de uma dimensão.

O método SVM Multiclasse teve duas variações: 3 amostras para treino e 2 para teste, e 4 amostras para treino e 2 para teste. A acurácia máxima encontrada foi:

- 3 amostras de treino e 2 de teste: 42.86%
- 4 amostras de treino e 1 de teste: 85.71%

Diante desses resultados, pensou-se numa alternativa para aumentar a taxa de acerto. Analisando os 121 pontos da Fig. 5, selecionou-se 10 destes pontos (Fig. 7) e todas as etapas descritas até o momento foram refeitas. O critério de escolha dos pontos foi empírico, buscando os pontos que representassem bem as alterações nos elementos que compõem a expressão facial: testa, sobrancelha, olhos, boca e queixo.

Para esse teste, a acurácia máxima encontrada foi:

kNN:

- *Chebychev* e $k=1$: 73.53%

SVM Multiclasse:

- 3 amostras de treino e 2 de teste: 42.86%
- 4 amostras de treino e 1 de teste: 71.43%

Os resultados mostrados até aqui foram da etapa de Classificação I, que consideram somente a base de dados original, sem os dados sintéticos gerados via SMOTE.

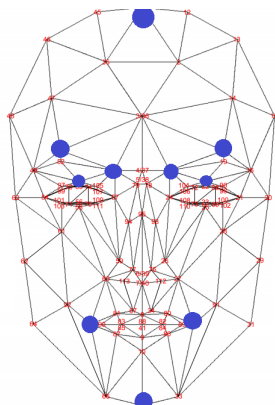


Figura 7. 10 pontos selecionados - círculo azul

Ainda em busca de melhores resultados, aplicou-se o método SMOTE nas duas variações do SVM e apenas nos dados de treinamento. Quando havia 3 dados de treinamento, o SMOTE gerou mais 6 dados (9 no total) e quando se tinha 4, o SMOTE gerou mais 16 (20 no total). Para 3 amostras de treinamento, os resultados obtidos estão na Tab. 2 e para 4 amostras de treinamento, os resultados obtidos estão na Tab. 3.

Tabela 2. Resultados do SVM + SMOTE (3 dados de treinamento)

Amostra de teste	Acurácia (%)	Número de amostras classificadas erroneamente
01 e 02	64,29	5
01 e 03	35,71	9
01 e 04	35,71	9
01 e 05	42,86	8
02 e 03	64,29	5
02 e 04	57,14	6
02 e 05	85,71	2
03 e 04	42,86	8
03 e 05	28,57	10
04 e 05	50	7

Tabela 3. Resultados do SVM + SMOTE (4 dados de treinamento)

Amostra de teste	Acurácia (%)	Número de amostras classificadas erroneamente
05	85,71	1
04	42,86	4
03	51,14	3
02	85,71	1
01	14,29	6

5. CONCLUSÃO

Em relação aos classificadores aplicados ao *dataset* original, obteve-se uma acurácia máxima de 85,71% com o SVM Multiclasse, sendo 4 amostras de treino e 1 para teste. Apesar do k-NN ser indicado para conjuntos de poucas amostras e este é o caso desse trabalho, acredita-se que a grande dimensionalidade (quantidade de características) tenha sido um fator determinante para a taxa de acerto inferior. Percebeu-se, também, que os 10 pontos escolhidos não são pontos que representam bem os quadros e é necessário uma análise mais minuciosa dos mesmo, ou seja, outras técnicas de seleção de características podem ser testadas.

Em relação ao método SMOTE que foi utilizado com o intuito de melhorar a acurácia de classificação, observou-se que os resultados obtidos não foram eficientes neste quesito. Esse resultado deve-se ao fato de que o método SMOTE gera o

mesmo número de amostras de dados sintéticas para cada exemplo inicial minoritário, sem considerar amostras vizinhas, o que aumenta a ocorrência de sobreposição entre as classes e esta sobreposição não gerou a diversidade desejada, comprometendo a acurácia do método de classificação.

Os resultados alcançados nesse trabalho foram satisfatórios, o que motiva incorporação da metodologia proposta em um sistema automático de reconhecimento de Libras.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao PPGEE-UFMG pelo incentivo e direcionamento. O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil.

NOMENCLATURA

(x, y)	Coordenada de cada ponto do rosto	k	Número de vizinhos mais próximos
D	Descriptor (matriz de coordenadas)	x_i	Posição da amostra referência no método SMOTE
$Vetor$	Vetor de características	x_k	Posição da amostra vizinha a x_i
X	Entrada do classificador	δ	Valor randômico entre 0 e 1
Y	Saída desejada do classificador	x_{novo}	Posição da nova amostra gerada pelo SMOTE

REFERÊNCIAS

- Almeida, S.G.M., 2014. *Extração de Características em Reconhecimento de Parâmetros Fonológicos da Língua Brasileira de Sinais utilizando Sensores RGB-D*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Capovilla, F.C., Raphael, W.D. e Maurício, A.C.L., 2012a. *Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilíngue da Língua Brasileira de Sinais (Libras) baseado em Linguística e Neurociências Cognitivas, Volume I: Sinais de A a H*. [S.l.]. Edusp, Brasil.
- Capovilla, F.C., Raphael, W.D. e Maurício, A.C.L., 2012b. *Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilíngue da Língua Brasileira de Sinais (Libras) baseado em Linguística e Neurociências Cognitivas, Volume II: Sinais de I a Z*. [S.l.]. Edusp, Brasil.
- Chang, C.C. e Lin, C.J., 2014. “Libsvm – a library for support vector machines”. URL <https://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>. Acesso em: 01/03/2016.
- Chawla, N.V., Bowyer, K.W., Hall, L.O. e Kegelmeyer, P.W., 2002. “Smote: Synthetic minority over-sampling technique”. *Journal of Artificial Intelligence Research* 16, pp. 321–357.
- Kuo, C.C., Glover, F. e Dhir, K.S., 1993. “Analyzing and modeling the maximum diversity problem by zero-one programming”. *Decision Sciences*, Vol. 24, No. 6, pp. 1171–1185.
- Oliveira, E. e Jaques, P.A., 2013. “Classificação de emoções básicas através de imagens capturadas em vídeos de baixa resolução”. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, Vol. 5, No. 2, pp. 40–54.
- Patrick, E. e Fischer, F., 1970. “A generalized k-nearest neighbor rule”. *Elsevier*, Vol. 16, No. 2, pp. 128–152.
- Pedrin, H. e Schwartz, W.R., 2008. *Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações*. Thomson Learning, São Paulo, Brasil.
- Pedroso, F.J.C. e Salles, E.O., 2012. “Reconhecimento de expressões faciais baseado em modelagem estatística”. *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 631–638.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SISTEMA FUZZY APLICADO NA PROGRAMAÇÃO DA GERAÇÃO TÉRMICA

Lara Toledo Cordeiro, lara1993gv@hotmail.com

Departamento de Engenharias de Telecomunicações e Mecatrônica (DETEM)
Universidade Federal de São João Del Rei (UFSJ)

André Luiz Carvalho Ottoni, andreottoni@ymail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Associação Ampla UFSJ/CEFET-MG
Universidade Federal de São João Del Rei (UFSJ)

Resumo. No Brasil, as usinas termelétricas geram cerca de 25% do total de energia elétrica produzida. Seu custo é quatro vezes mais caro que a energia gerada pelas hidrelétricas. Assim, é necessário aperfeiçoar cada vez mais o processo para reduzir os custos de geração das termelétricas. Dessa forma, o objetivo deste trabalho é desenvolver um sistema de tomada de decisão fuzzy para auxiliar na programação da geração térmica. Para isso, foram utilizados dados reais da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) de cinco usinas térmicas da Petrobrás: TermoCeará (CE), Jesus Soares Pereira (RN), Celso Furtado (BA), Bahia I (BA) e Rômulo Almeida (BA). A entrada do modelo é a demanda de potência de cada turno das usinas (manhã, tarde, noite e madrugada). Já a saída é a quantidade de potência que cada uma das cinco usinas deverá ofertar em cada hora do dia.

Palavras-chave: Lógica Fuzzy, Usinas Termelétricas, Geração de Energia.

1. INTRODUÇÃO

Segundo a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica)¹, atualmente no Brasil existem cerca de duas mil usinas termelétricas que geram aproximadamente 25% do total de energia elétrica produzida. O funcionamento de uma usina térmica se resume em queimar o combustível (gás natural, óleo combustível e carvão) e o calor gerado aquece uma caldeira de água gerando um vapor de alta pressão. Este vapor move as pás das turbinas gerando eletricidade (Inatomi e Udaeta, 2005).

Devido a todo o processo citado e ao alto preço do barril de petróleo, a produção de energia nas termelétricas se torna até quatro vezes mais caro que as hidrelétricas (Rosa, 2007). Dessa forma, no Brasil as térmicas são utilizadas em grande escala principalmente quando o sistema de geração hidrelétrico apresenta dificuldades nos períodos de seca (Rosa, 2007). Assim, devido ao preço elevado é necessário que a produção de energia com a adoção das usinas térmicas se torne o mais eficiente possível.

O Despacho Econômico (DE) determina a potência final que cada usina termoeletrica deve gerar para atender a demanda de forma mais econômica e respeitando os limites operacionais dos sistemas de geração e transmissão (Takahashi *et al.*, 2003), porém o DE não considera a demanda ao longo do tempo (Srinivasan e Chazelas, 2004; Silva Júnior, 2006). Utilizando esta análise, possibilita o acionamento de diferentes unidades geradoras durante um determinado período do dia, envolvendo custos e restrições técnicas que limitam as opções de decisão (Sasaki *et al.*, 2004; Silva Júnior, 2006). Este problema, mais importante que o DE, pode ser resolvido utilizando técnicas de otimização (Silva Júnior *et al.*, 2006; Silva Júnior *et al.*, 2012).

Estudos para otimizar o funcionamento de termelétricas já foram realizados em larga escala, como o estudo realizado por (Lowery, 1996), baseado em programação dinâmica. Em (Cheng *et al.*, 2000; Ongsakul e Petcharaks, 2004; Zhuang e Galiana, 1988; Aoki *et al.*, 1987) baseado na relaxação Lagrangeana. Em (Belede *et al.*, 2009) baseado em algoritmos de meta-heurística como: algoritmos genéticos, redes neurais artificiais, otimização por colônia de formigas entre outros. Já Silva Júnior *et al.* (2012), propõe a programação diária da operação de sistemas termoeletricos de geração baseados em otimização por colônia de formigas.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é desenvolver um sistema de tomada de decisão fuzzy para auxiliar na programação da geração térmica. Utilizando de cinco termelétricas da Petrobras localizadas no Nordeste: TermoCeará (CE), Jesus Soares Pereira (RN), Celso Furtado (BA), Bahia I (BA) e Rômulo Almeida (BA). A entrada do modelo é a demanda de potência de cada turno das usinas (manhã, tarde, noite e madrugada) e a saída é a quantidade de potência que cada uma das cinco usinas deverá ofertar em cada hora do dia.

Este artigo está dividido da seguinte forma, inicialmente será descrita uma breve teoria a respeito da Lógica Fuzzy, em seguida será apresentada a descrição do problema e a modelagem do Sistema Fuzzy. Posteriormente, serão apresentados os resultados e em seguida a conclusão.

¹ ANEEL: <http://www.aneel.gov.br/>

2. LÓGICA FUZZY

Lógica Fuzzy (Nebulosa) é a lógica que suporta os modos de raciocínio que são aproximados ao invés de exatos. Ao contrário da lógica binária (verdadeiro ou falso) a lógica fuzzy trabalha com valores no meio termo (verdade, muito verdade, não verdade, falso, muito falso, pouco falso) (Gomide e Gudwin, 1994).

A Lógica Fuzzy é dividida em três etapas: fuzzificação, inferência e defuzzificação. O processo de fuzzificação constitui em passar as variáveis do nível numérico para o nível linguístico através da função de pertinência que pode ser descrita por diversas curvas, como a trapezoidal, triangular, etc. A inferência é o processo que define as regras que serão aplicadas no processo. Já a fase de defuzzificação consiste em traduzir o processo em nível linguístico para as variáveis numéricas de saída (Amendola *et al.*, 2005).

O *software* MATLAB® contem um *toolbox* de Lógica Nebulosa, nele são inserido as entradas, as regras e as saídas. O sistema gera os resultados finais em forma de gráfico, conforme pode ser visto na sequência deste trabalho.

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho, como estudo de caso foram selecionadas cinco usinas termelétricas da região nordeste brasileira da empresa Petrobras S.A.: TermoCeará (TC), Jesus Soares Pereira (JSP), Celso Furtado (CF), Bahia I (BI) e Rômulo Almeida (RA). Para cada usina adotada, foram definidos limites de máxima produção diária e o mínimo em MW. Os valores máximos foram estabelecidos de acordo com as informações fornecidas na página da Petrobrás². Já para cada limite de mínimo foi considerado 10% do valor máximo da potência instalada na usina. Assim, esses limites estão descritos na Tab. 1.

Tabela 1. Mínimo e máximo de produção de cada usina.

<i>Usinas</i>	<i>Mínimo (MW)</i>	<i>Máximo (MW)</i>
TC	22,0	220
JSP	32,3	323
CF	18,6	186
BI	3,2	32
RA	13,8	138

A Tab. 2 apresenta os valores para Demanda (MW) adotados no estudo de caso deste trabalho. A segunda coluna da Tab. 2 apresenta a *Demanda de Cada Turno*, que representa a somatório de potência necessária em *Mega Watts (MW)* em geração no turno. Já a terceira coluna da Tab. 3, mostra os valores de *Demanda Total*. A *Demanda Total* representa a soma da *Demanda de Cada Turno* ao longo do dia. Assim, por exemplo, ao final da Manhã, a *Demanda Total* será 4000 MW, que é a soma da *Demanda da Madrugada* (1300 MW) mais a *Demanda da Manhã* (2700 MW).

Tabela 2. Demanda por turno e Demanda total.

<i>Turno</i>	<i>Demanda de Cada Turno (MW)</i>	<i>Demanda Total (MW)</i>
Madrugada	1300	1300
Manhã	2700	4000
Tarde	4300	8300
Noite	3100	11400

4. MODELAGEM DO SISTEMA FUZZY

O sistema Fuzzy foi modelado conforme a Fig. 1, a entrada é a demanda dividida por turnos (madrugada, manhã, tarde e noite), composta por quatro regras e as cinco saídas são as potências geradas pelas usinas termelétricas (TC, JSP, CF, BI e RA).

² <http://www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/principais-operacoes/termelétricas/>

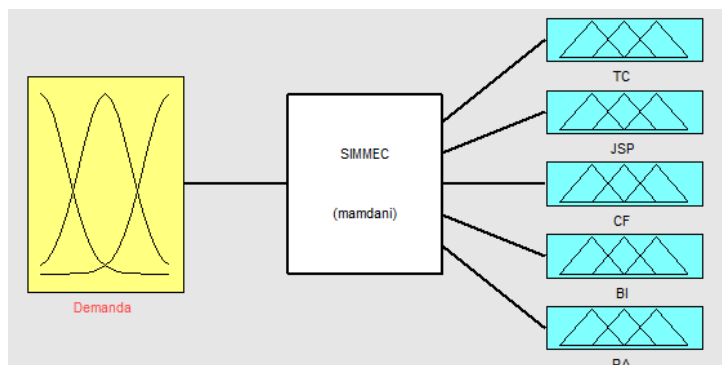


Figura 1. Modelagem do Sistema Fuzzy.

4.1 Entrada

A entrada é determinada de acordo com a Fig. 2, a demanda do turno da madrugada é delimitada de 0 MW a 2000 MW, a da manhã é de 650 MW a 4890 MW, a da tarde é de 4130 MW a 9800 MW e a da noite com o limite de 8518 MW a 11400 MW.

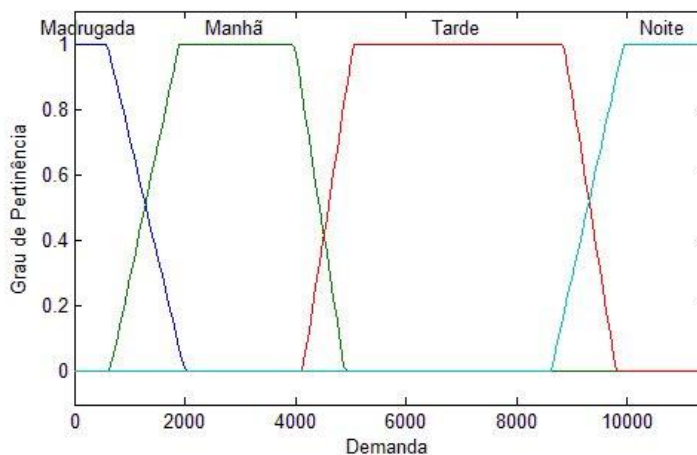


Figura 2. Entrada do sistema Fuzzy.

4.2 Regras

As regras definidas para o sistema Fuzzy foram consideradas de acordo com a demanda por turno, de acordo com a Tab. 2. O somatório da potência gerada em cada usina deve suprir a necessidade total de cada turno, conforme visto a seguir:

- Se estiver no turno da *Madrugada*: *TC* estará em potência *Média*, *CF* estará em potência *Média*, *BI* estará em potência *Alta* e *RA* estará em potência *Média*.
- Se estiver no turno da *Manhã*: *TC* estará em potência *Alta*, *JSP* estará em potência *Alta*, *BI* estará em *Alta* e *RA* estará em potência *Média*.
- Se estiver no turno da *Tarde*: *TC* estará em potência *Alta*, *JSP* estará em potência *Alta*, *CF* estará em potência *Alta* e *RA* estará em potência *Alta*.
- Se estiver no turno da *Noite*: *TC* estará em potência *Média*, *JSP* estará em potência *Alta*, *CF* estará em potência *Alta* e *RA* estará em potência *Alta*.

4.3 Saídas

As saídas do sistema Fuzzy são as cinco usinas termelétricas da Petrobrás: TermoCeara (TC), Jesus Soares Pereira (JSP), Celso Furtado (CF), Bahia I (BI) e Rômulo Almeida (RA). Todas são limitadas em sua produção mínima e máxima conforme mostrado na Tab. 1. Cada usina tem sua produção (Potência-MW) dividida entre: “Baixa”, “Média” e “Alta” de acordo com a Fig. 3.

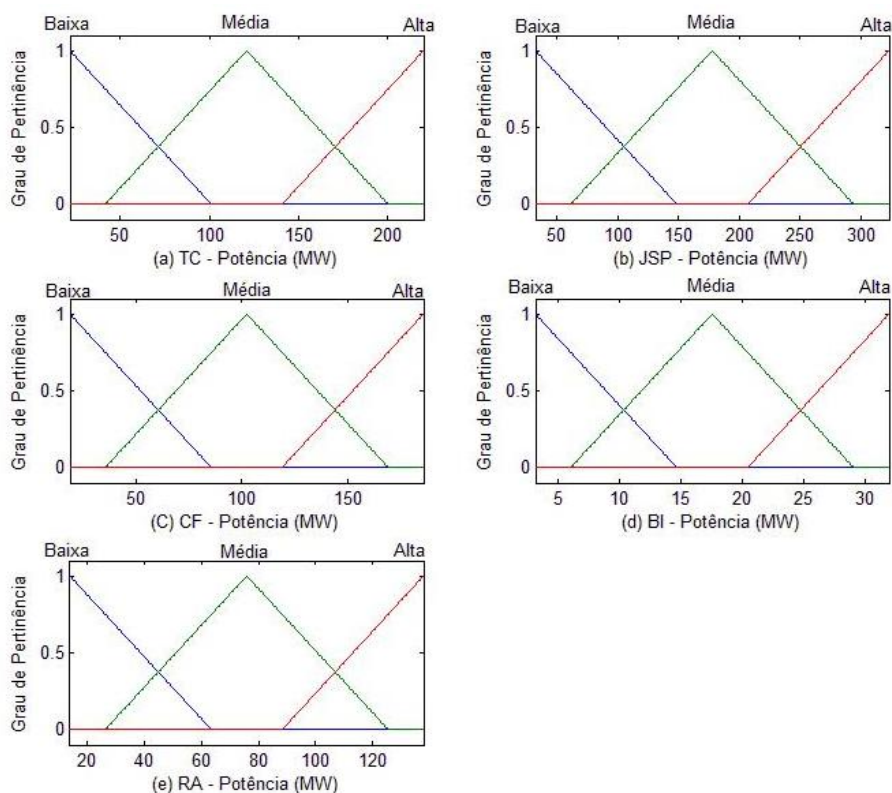


Figura 3. Saídas do sistema Fuzzy.

5. RESULTADOS

Os resultados obtidos pela modelagem do sistema fuzzy são apresentados na Fig. 4. Nos eixos horizontais dos gráficos da Fig. 4, tem-se a *Demanda Total*, que é obtida pela soma das Demandas durante todo o dia variando de 0 MW a 12000 MW (considerado uma margem de erro), conforme visto na Tab. 2. Já nos eixos verticais tem-se a potência gerada por cada unidade térmica. Assim, a partir dos gráficos gerados é possível observar como a potência gerada por cada usina pode variar de acordo com a Demanda acumulada do dia.

Para exemplificar os resultados obtidos na Fig. 4, são apresentados sete valores da entrada, e a saída para cada uma das cinco usinas térmicas na Tab. 3. Na Tab. 3, os turnos representados por Madrugada/Manhã, Manhã/Tarde e Tarde/Noite representam os intervalos de transição entre os períodos do dia.

Tabela 3 – Resultados obtidos pela modelagem Fuzzy.

<i>Entrada (MW) Demanda Acumulada</i>	<i>Turno</i>	<i>TC (MW)</i>	<i>JSP (MW)</i>	<i>CF (MW)</i>	<i>BI (MW)</i>	<i>RA (MW)</i>
100	Madrugada	121	178	102	28,3	75,9
1347	Madrugada/Manhã	143	280	102	27,7	75,9
3210	Manhã	194	285	102	28,3	75,9
4664	Manhã/Tarde	191	280	161	27	95,8
6736	Tarde	194	285	164	17,6	122
9431	Tarde/Noite	135	281	162	17,6	84,6
11400	Noite	121	285	164	17,6	75,9

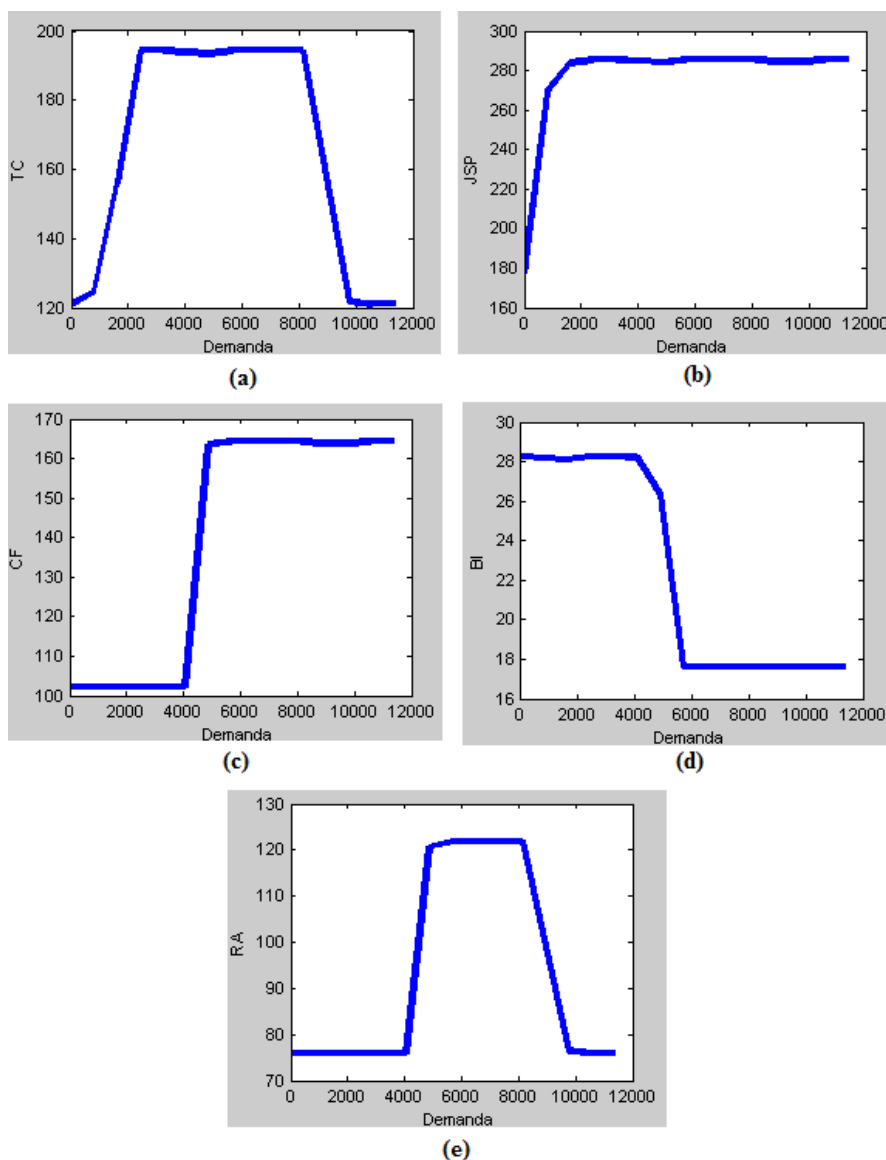


Figura 4 – Resultados obtidos pelo sistema Fuzzy.

6. CONCLUSÃO

A modelagem proposta neste trabalho tem como objetivo desenvolver um sistema de tomada de decisão fuzzy para auxiliar na programação da geração térmica ao longo de um dia. Para isso, foi adotado um estudo de caso com cinco usinas térmicas.

Os resultados apresentam uma proposta da curva de geração para cada usina ao longo dos turnos do dia: madrugada, manhã, tarde e noite.

Em trabalhos futuros, pretende-se aprimorar o modelo proposto. Para isso, serão consideradas curvas de demanda reais de regiões do Brasil. Além disso, também serão adicionadas mais usinas térmicas com diferentes características do modelo, considerando assim restrições como preços dos combustíveis para cada uma delas. Outro fator importante é considerar na modelagem a geração em dias comerciais (segunda à sexta) e finais de semana.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a UFSJ, CAPES, CNPq e FAPEMIG.

NOMENCLATURA

CE	Usina TermoCeará
JSP	Usina Jesus Soares Pereira
CF	Usina Celso Furtado
BI	Usina Bahia I
RA	Usina Rômulo Almeida

REFERÊNCIAS

- Amendola, M., Souza, A. L. e Barros, L. C., 2005. Manual do uso da teoria dos conjuntos fuzzy no MATLAB 6.5. Versão 2005 do manual apresentado no Ciclo de Palestras/2004, realizado na FEAGRI/UNICAMP. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~laeciocb/manual_fuzzy_matlab.pdf. Acesso em: 09/04/2016.
- Aoki, K., Satoh, T. e Itoh, M., 1987. "Unit commitment in large scale power systems including fuel constrained thermal and pumped storage hydro". IEEE Trans. Power Systems, Vol.4, No. 3, pp. 1065-1073.
- Belede, L., Jain, A. e Gaddam, R., 2009. "Unit commitment with nature and biologically inspired computing". In: World Congress on Nature Biologically Inspired Computing, pp. 824-829.
- Braciani, U., 2011. Estrutura de Custos para Implantação das Usinas de Geração de Energia Elétrica no Brasil. Monografia, Ciências Econômicas, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Cheng, C.P., Liu, C.W. e Liu, C.C., 2000. "Unit commitment by Lagrangian Relaxation and genetic algorithm". IEEE Trans. Power Systems, Vol. 15, pp. 707-714.
- Gomide, F. A. C. e Gudwin R. R., 1994. "Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy". Revista Controle & Automação, Vol.4, No. 3.
- Inatomi, T. A. H. e Udaeta, M. E. M., 2005. "Análise dos Impactos Ambientais na Produção de Energia dentro do Planejamento Integrado de Recursos". In: Anais do III Workshop Internacional Brasil - Japão: Implicações Regionais e Globais em Energia, Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável.
- Lowery, P., 1966. "Generating unit commitment by dynamic programming". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS, Vol. 85, No. 5, pp. 422-426.
- Ongsakul, W. e Petcharaks, N., 2004. "Unit Commitment by Enhanced Adaptive Lagrangian Relaxation". IEEE Trans. Power Systems, Vol.19, No. 1, pp. 620-628.
- Rosa, L. P., 2007. "Geração hidrelétrica, termelétrica e nuclear". Estudos Avançados, Vol. 21, No. 59, p. 39-58.
- Sasaki, H., Watanabe, M. e Yokoyama, R., 1992. "A solution method of unit commitment by artificial neural Networks". IEEE Trans. Power Systems, Vol. 7, pp. 974-981.
- Silva Junior, I. C., De Oliveira, E. J., Garcia, P. A. N., Carneiro Junior, S., Pereira, J. L. R. e Marcato, A. L. M., 2006. "Determinação da Operação de Unidades Térmicas para o Estudo de Unit Commitment Através de Uma Análise de Sensibilidade". Revista Controle & Automação, Vol.17, No. 3.
- Silva Junior, I. C., Nascimento, F. R., Oliveira, E. J., Marcato, A. L. M., e Dias, B. H., 2012. "Programação diária da operação de sistemas termoeletrônicos de geração utilizando otimização bio-inspirada em colônia de formigas". Revista Controle & Automação, Vol. 23, No. 3, pp. 346-355.
- Srinivasan, D e Chazelas, J., 2004. "A Priority List Based Evolutionary Algorithm to Solve Large Scale Unit Commitment Problem". In: International Conference on Power System Technology – Powercon 2004.
- Takahashi, L., Nepomuceno, L., e Da Silva I. N., 2003. "Um Modelo de Despacho Econômico Resolvido por Redes Neurais Artificiais e Lógica Nebulosa". In: VI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. Bauru, setembro de 2003.
- Zhuang, F. e Galiana, F.D., 1988. "Toward a more rigorous and practical unit commitment by Lagrangian Relaxation". IEEE Trans. Power Systems, Vol. 3, pp. 763-773.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Dinâmica e Vibrações

ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DO MOTOR DE UM VEICULO MINI BAJA, POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA.

G.M. Melchhiades, gustavommelchhiades@gmail.com

T.S. Ferreira, tiago.simao@ifmg.edu.br

D. França, diogenes.sfs@gmail.com

Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Congonhas, Av. Michel Pereira de Souza, 3007 - Campinho, Congonhas - MG, 36415-000

T. Ferreira, timoteo_ferreira@hotmail.com

R. Almeida, reginaldo.almeida@fcagroup.com

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Av. Antônio Carlos, 6627 - Brasil, CEP: 31270-901

Resumo. A vibração ocorre normalmente devido aos efeitos dinâmicos de tolerâncias de fabricação, folgas, atritos entre peças. A existência de elementos vibratórios em uma máquina produz ruído indesejável, altas tensões, desgaste e frequentemente, avaria prematura de uma ou mais peças, caso entre em ressonância. Este trabalho tem o objetivo de analisar as vibrações do motor monocilíndrico de 10hp, e avaliar seu possível efeito sobre a estrutura da “gaiola” do projeto baja pelo método de elementos finitos, realizando testes e simulações, e com os resultados, será possível aplicar medidas corretivas para diminuir seus efeitos indesejáveis na estrutura do mini-Baja.

Palavras-chave: Vibração mecânica, Elementos Finitos, Simulações numéricas.

1. INTRODUÇÃO

O projeto de Baja da SAE foi criada na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos, sob a direção de Dr. John F. Stevens e a primeira competição foi no ano de 1976. O projeto no Brasil começou em 1991 e teve a primeira competição em 1995 e desde então vários estudantes de universidades nacionais disputam uns contra os outros em várias tipos de provas que testam ao máximo cada Mini-Baja, para que, em cada edição, uma equipe se torne a campeã nacional e ganhe o direito de representar o Brasil em um competição internacional. Além da competição em si, o projeto Baja SAE Brasil é uma oportunidade de alunos de engenharia aplicarem o conhecimento adquirido em sala de aula.

Os estudantes de Instituições de Ensino Superior que participam da competição Baja SAE ficam envolvidos com o desenvolvimento de um projeto detalhado até a construção do Mini-Baja e buscando sempre melhorar o desempenho, com à preocupação global em relação ao consumo de combustível e consequentemente de emissão de poluentes. Sendo durante a Competição Nacional de Baja SAE Brasil, uma das provas mais importantes, o enduro de resistência - que consiste em uma corrida de quatro horas de duração. Portanto, visando aumentar o tempo do Baja na pista é necessário aumentar a autonomia do mesmo, ou seja: aumentar a quantidade de quilômetros que o carro percorre consumindo um litro de gasolina. Garantindo também um menor consumo de combustível e uma menor emissão de poluentes na atmosfera.

Para a competição de Baja da SAE Brasil não é permitido alterar as principais configurações do motor. Segundo o regulamento da competição da SAE Brasil (2016), o motor deve ser o mesmo para todos os veículos e o mesmo não deve ser alterado, permanecendo original de fábrica.

Este trabalho tem como objetivo a análise das vibrações do motor de combustão interna utilizado nos veículos mini-baja. A primeira parte deste trabalho será identificar as principais componentes em frequência da força de excitação gerada pelo motor, segundo Brunetti 2013. Estes mecanismos de excitações ocorrem devido a desbalanceamentos, desalinhamentos, atritos mecânicos, combustão, entre outros. As frequências apresentadas na Tab. 2 estão relacionadas a estes mecanismos.

A segunda parte será analisar as vibrações da gaiola do Mini-Baja, para evitar que os dois tenham frequências próximas causando o efeito de ressonância. Pois conhecendo as frequências naturais e os modos de vibração da gaiola e do motor será possível conhecer o comportamento dinâmico da estrutura e indicar reforços aos pontos mais críticos da estrutura.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Vibrações e ruídos provenientes do motor

O regulamento da competição de Baja SAE Brasil (2016) define o motor que dever utilizado pelas equipes da seguinte maneira: Motor quatro tempos, monocilíndrico à gasolina, alimentado por carburador. 305 cilindradas, 10HP e torque máximo de 14,4lb.ft. A curva padrão do motor esta disponível na Fig.1.

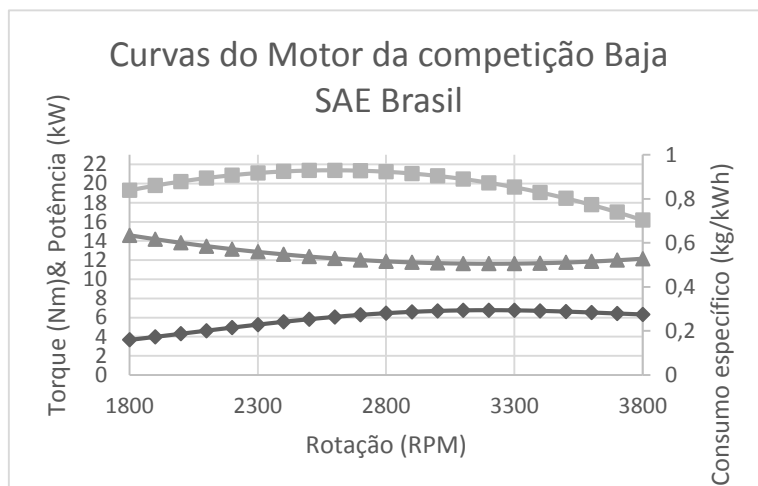


Figura 1: Curva de potencia, torque e consumo especifico em função da rotação do motor. Fonte: Autor

Greges (2005) define que o motor, devido as suas características construtivas e funcionais, é a principal fonte de vibração e ruído do veículo, pois, é através do motor que as vibrações e ruídos são transmitidos para a carroceria e conseqüentemente sentido pelo piloto do mini-baja.

A vibração do motor esta relacionada à rotação, e à medida que esta rotação aumenta a vibração também aumenta. Para avaliar o sistema de vibração do motor é necessário utilizar o domínio da frequência. De acordo com a Eq.(1) é possível obter a frequência do motor.

$$f = \frac{RPM}{60} \cdot n \tag{1}$$

O referido motor utilizara a ordem de correspondente igual a 1/2 como pode ser visto na Tab.1. E os valores de rotação da Fig.1 servem como dados de entrada na Eq.(1) e geram a reta de frequência em função da rotação do motor que pode ser vista na Fig.2.

Tabela 1: Ordens em motores à combustão. Fonte: Brunetti (2013).

Nº de cilindros	Ciclos	Ordens que aparecem
1	2	1,2,3,4...
1	4	1/2,1,1 1/2,2...
2	2	2,4,6,8...
2	4	1,2,3,4...
3	2	2,6,9...
3	4	1 1/2,3,4 1/2...
4	2	4,8,12...
4	4	2,4,6,8...
5	2	5,10,15...
5	4	2 1/2,5,7 1/2...
6	2	6,12,18...
6	4	3,6,9,12...

2.2 Analise modal da gaiola

A gaiola do veículo Mini-Baja analisada foi projetada em estrutura tubular de aço SAE 1020 com diâmetro de 25,4mm e espessura de 6,35mm.

O modelo numérico foi criado usando elementos do tipo casca, ou seja, bidimensionais de três ou quatro nós. A escolha por este tipo de elemento se deu pois representa melhor os modos locais de vibração.

A condição de contorno para a análise modal foi feita na condição “livre-livre” o que resulta na presença dos seis primeiros modos de vibrar como vibração de corpo rígido.

Segundo Bosch (2005), o método de elementos finitos consiste na divisão de um corpo em elementos de forma simples, tão pequeno quanto possível, mantendo-os ligados permanentemente entre si pelos seus nós. É avaliado o comportamento de cada parte para obter as interações e o comportamento de todo o conjunto Silva (2001) sendo possível assim obter o comportamento dinâmico do corpo.

Bosch (2005) afirma que a análise modal é o comportamento dinâmico de uma estrutura que é obtida com a utilização de um modelo matemático pelo método de elementos finitos. A representação da gaiola pelo método de elementos finitos leva a um sistema de n equações diferenciais de segunda ordem de acordo com a Eq.(2), Soeiro et al (2000).

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \tag{2}$$

Na análise modal, a matriz de amortecimento e a vetor de forças são considerados nulos, por isso a Eq. (2) passa a ser escrita como Eq.(3).

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{3}$$

Foi utilizado como dados de entrada a geometria da gaiola, suas propriedades e as condições de contorno. Nesta análise foi aplicado condição de contorno livre na gaiola, utilizando uma malha 2D e para as soldas elementos 1D rígidos. Durante a análise modal, foi determinado numericamente as frequências naturais da gaiola que futuramente serão validas em analise modal experimental.

3. RESULTADOS

A tabela 3 apresenta as principais frequências do motor em estudo que foram obtidas através da Eq. (1).

Tabela 2 : Frequências do Motor. Fonte: Autor

Rotação por minuto (RPM)	Frequencia (Hz)
1800	15 Hz
3200	26,6667 Hz
3800	31,6667 Hz

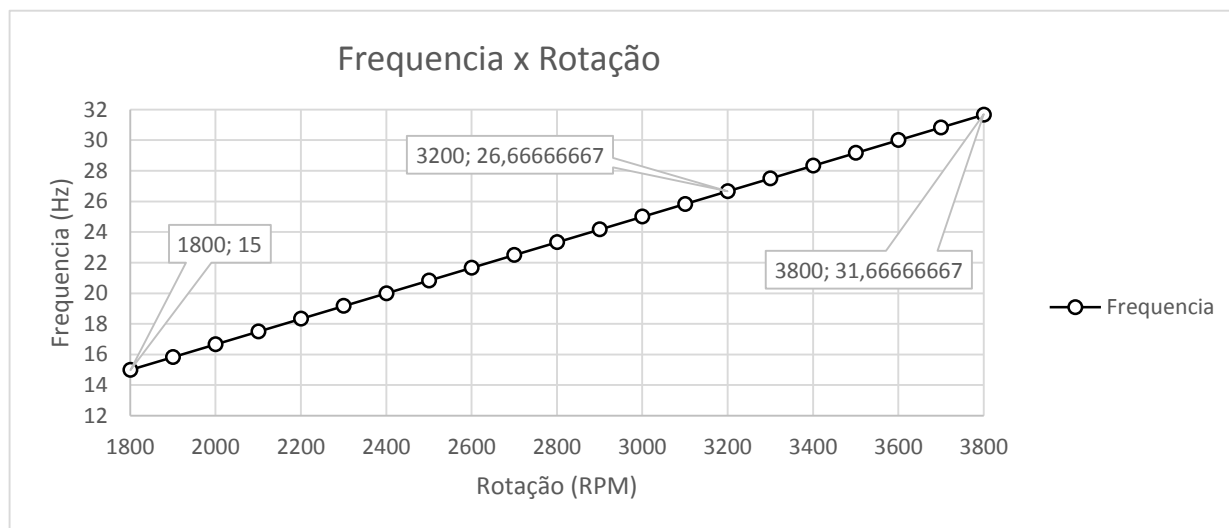


Figura 2: Reta da Frequencia natural do motor em função da rotação do mesmo. Fonte: Autor

As Figuras 3, 4, 5 e 6 ilustram a geometria da gaiola durante a análise modal sem considerar a massa do motor em seus modos de vibração do 7º ao 10º respectivamente.

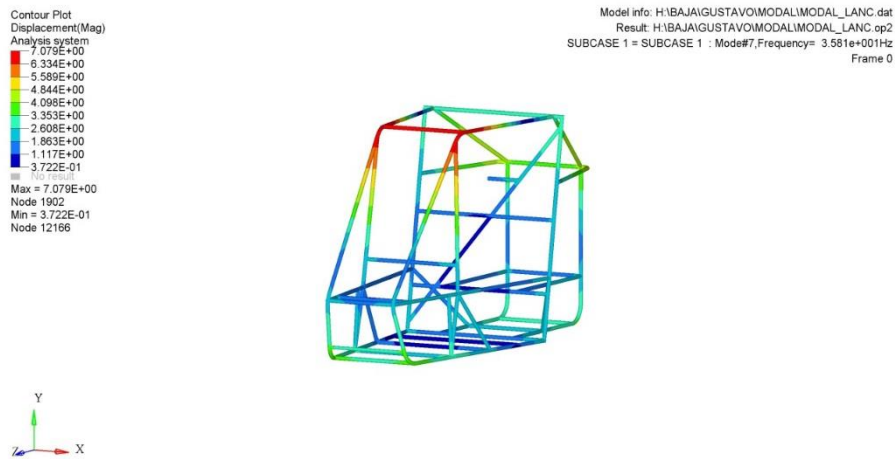


Figura 3: 7º Modo de vibração. Fonte: Autor

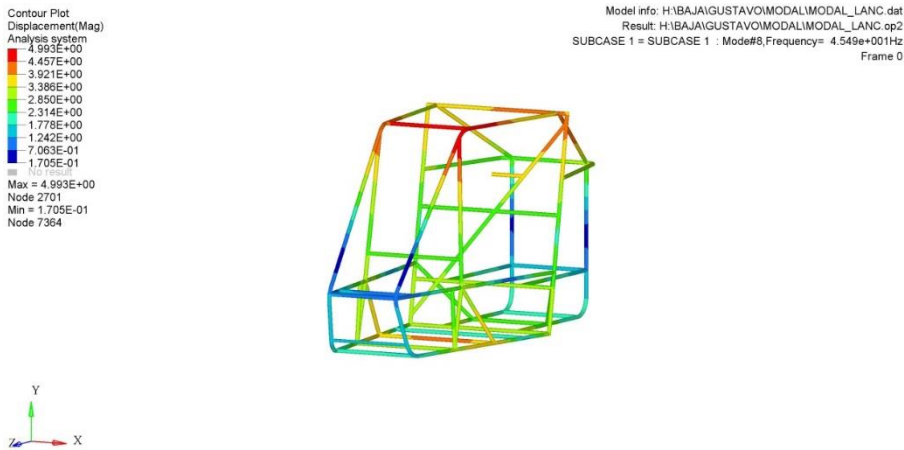


Figura 4: 8º Modo de vibração. Fonte: Autor

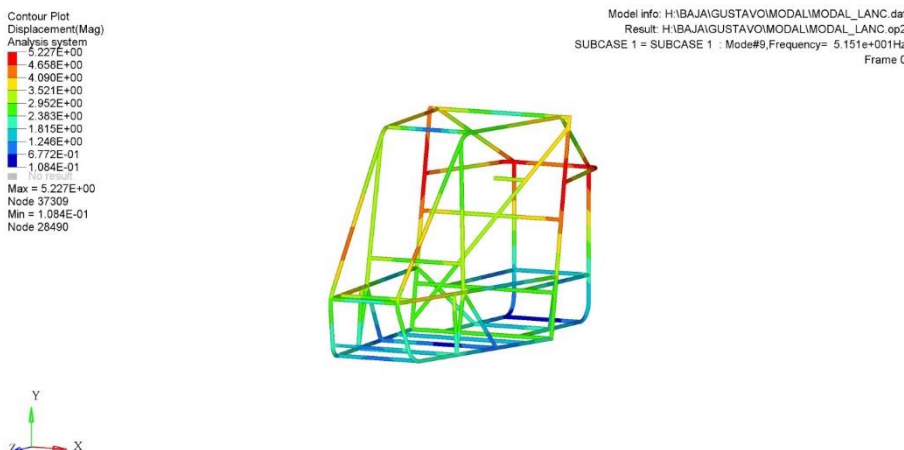


Figura 5: 9º Modo de vibração. Fonte: Autor

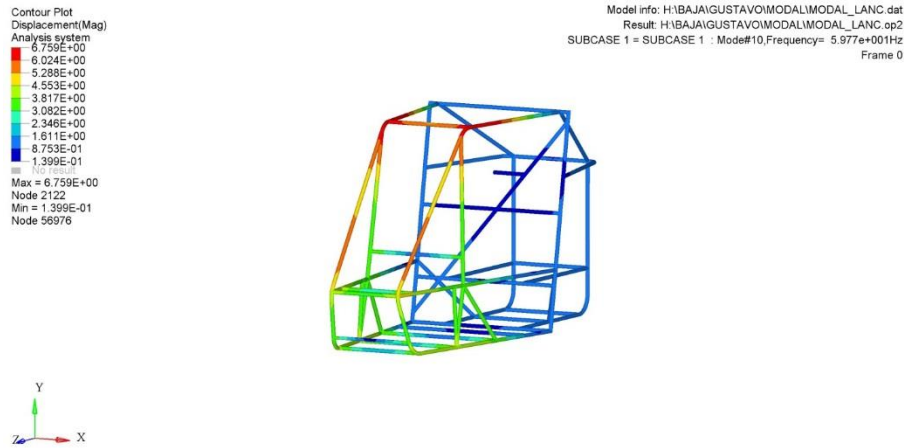


Figura 6: 10º Modo de vibração. Fonte: Autor

As Figuras 7, 8, 9 e 10 ilustram a geometria da gaiola durenta a análise modal considerando a massa do motor em seus modos de vibração do 7º ao 10º respectivamente.

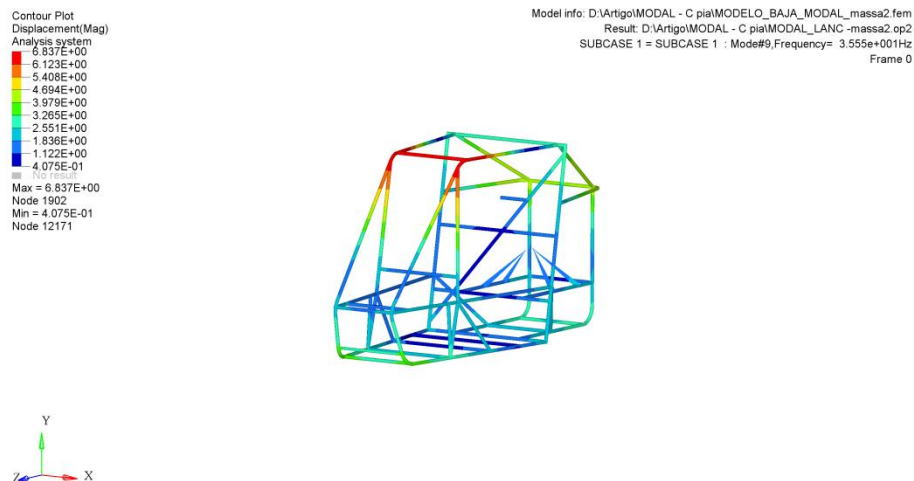


Figura 7: 7º Modo de vibração. Fonte: Autor

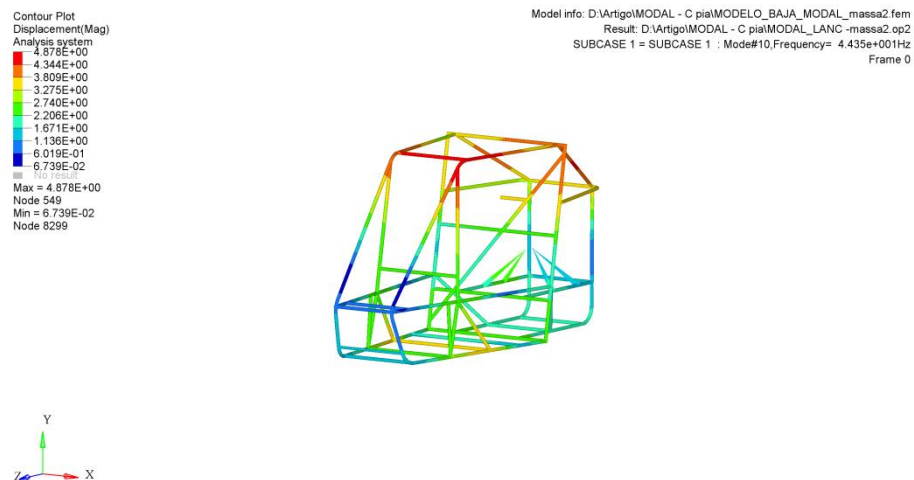


Figura 8: 8º Modo de vibração. Fonte: Autor

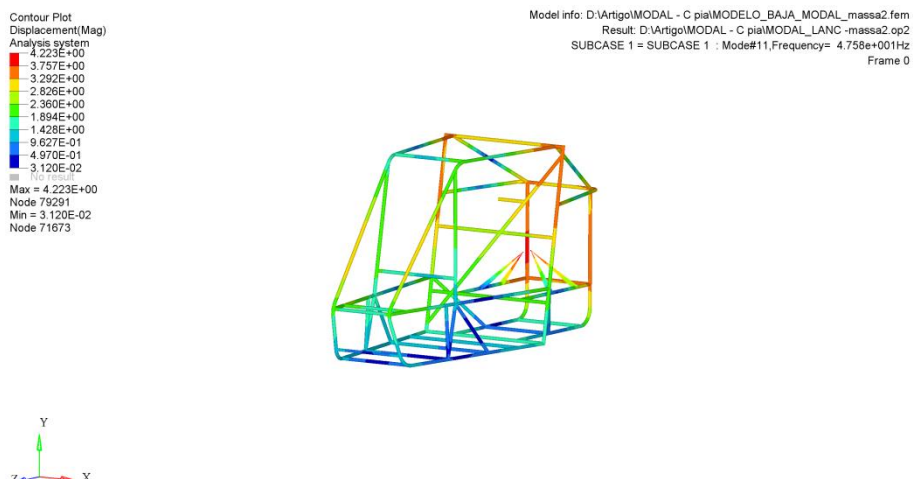


Figura 9: 9º Modo de vibração. Fonte: Autor

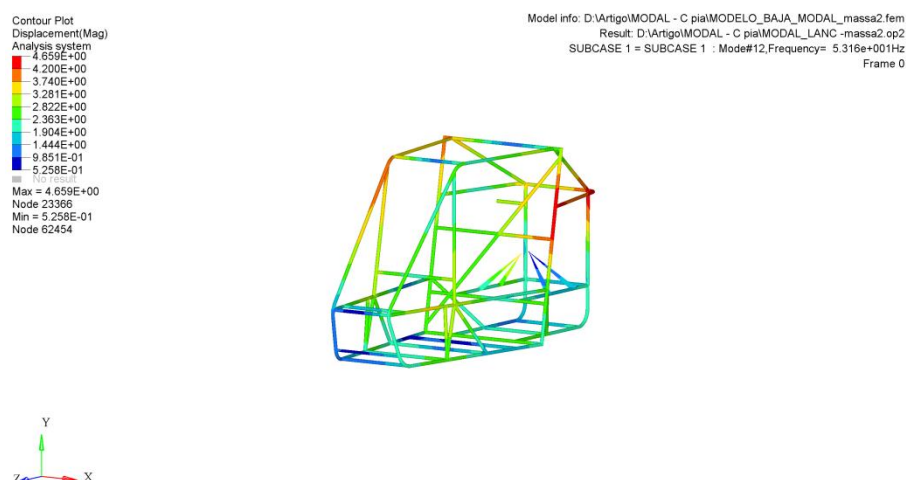


Figura 10: 10º Modo de vibração. Fonte: Autor

Foram levados em conta apenas os modos de vibrações do 7º ao 10º, porque os modos de vibração do 1º ao 6º são desprezados uma vez que são vibrações de corpo livre. Esses modos são apresentados na Tab. 3 demonstrando como a gaiola reage a cada frequência natural, sem a massa do motor e com a massa do motor, demonstrando **seus** deslocamentos, possibilitando localizar onde a gaiola pode ser melhorada para a faixa de trabalho do veículo.

Tabela 3: Modos de vibração da gaiola do Mini-Baja

Frequência sem massa do motor	Frequência com massa do motor	Diferença
35,81Hz	35,35Hz	0,46HZ
45,49Hz	44,35Hz	1.14Hz
51,51Hz	47,58Hz	3.93Hz
59,77Hz	53,16Hz	6,61Hz

A partir dos resultados apresentados na Tab.3 foi possível verificar que a análise modal do conjunto motor + estrutura possui frequências menores do que as encontradas na análise modal apenas da estrutura. Essa diminuição já era esperada pelo acréscimo de massa ao sistema, porém ainda assim, é resguardada uma diferença entre a frequência natural da gaiola com a frequência de trabalho do motor.

4. CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos na análise modal numérica da gaiola, e da frequência de trabalho do motor, estimadas a partir da equação que propõem Brunetti (2013), pode-se concluir que para a rotação do motor de 3800 RPM a frequência fica próxima do 7º modo de vibração da gaiola, e essa diferença de frequências pode diminuir quando os outros componentes estiverem na gaiola, podendo ocorrer falhas por ressonância. O próximo objetivo deste trabalho será a realização da análise experimental para seja possível confrontar com os valores obtidos.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o auxílio dos membros da equipe de Bajaço, o apoio do Instituto Federal de Minas Gerais Campus Congonhas e também da Altair Brasil pela contribuição à realização do trabalho.

NOMENCLATURA

M	Matriz massa	RPM	Rotações por minuto do motor
C	Matriz amortecimento	n	Ordem de correspondente
K	Matriz rigidez		
\ddot{x}	Vetor aceleração		
\dot{x}	Vetor velocidade		
x	Vetor deslocamento		
f	Frequência do motor		

REFERÊNCIAS

- Bosch, R. 2005. Manual de Tecnologia Automotiva. 25ªEd. São Paulo: Blucher. pp. 48;190-196.
- Brunetti, F., 2013. Motores de Combustão Interna. 3ªEd. Vol1. São Paulo: Blucher. pp. 223-250.
- SAE Brasil (RBSB5). Requisitos Gerais do Veículo. 2016.
- Silva J. G. S., Soeiro F. J. C. P, Trigueiro G. S., Roberto M. A. R., “Análise Estrutural de Chassi de Veículos Pesados com Base no Emprego do Programa ANSYS”, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (Cobenge), 2001.
- Soeiro, N.S. et al, 2000, “Uma Metodologia de Modelagem Vibro-Acústica de Caixa de Engrenagem de Uso Veicular”, Tese de Doutorado, UFSC.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

APLICAÇÃO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS A DADOS VIBRACIONAIS PARA DETECÇÃO DE ALTERAÇÕES ESTRUTURAIS

Rafaelle Piazzaroli Finotti Amaral, rafaelle.finotti@engenharia.ufjf.br

Flávio de Souza Barbosa, flavio.barbosa@engenharia.ufjf.br

Alexandre Abrahão Cury, alexandre.cury@ufjf.edu.br

Leonardo Golliat da Fonseca, leonardo.golliat@engenharia.ufjf.br

Aldemon Lage Bonifácio, aldemon.bonifacio@engenharia.ufjf.br

Universidade Federal de Juiz de Fora – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Faculdade de Engenharia,
Campus Universitário, Martelos, Juiz de Fora/MG, CEP 36036-330.

Resumo. O desafio de se detectar danos e/ou alterações estruturais através de dados vibracionais de estruturas tem levado ao desenvolvimento de diversas técnicas nas últimas décadas. Grande parte desses métodos busca associar variações de frequências naturais, modos de vibrações e taxas de amortecimento em uma estrutura ao surgimento de danos localizados. Dessa forma surgiram métodos como: MAC, métodos baseados em energia de deformação, métodos baseados em variação de curvatura, análise da matriz de flexibilidade, dentre outros. Apesar de se mostrarem bastante eficazes na detecção de alterações estruturais em modelos numéricos, salvo em raras exceções, todos os métodos supracitados apresentam dificuldades, quando se trata de problemas práticos com dados advindos de experimentos reais. Entretanto, métodos que comparam diretamente sinais temporais advindos de testes experimentais de estruturas vêm sendo apontados como uma linha de pesquisa promissora para a detecção de alterações estruturais. Dentre esses novos métodos destacam-se aqueles provenientes da estatística e de inteligência computacional. Objetiva-se então, no presente trabalho, avaliar o uso de métodos computacionais para a detecção de alterações estruturais, desenvolvendo-se modelos de predição de danos baseados em dados estatísticos extraídos de respostas temporais e redes neurais.

Palavras-chave: Dinâmica das Estruturas, Detecção de Danos, Inteligência Computacional.

1. INTRODUÇÃO

Estruturas de engenharia constantemente sofrem degradação devido a vários fatores como falhas durante a concepção e execução do projeto, esforços de trabalho para os quais não foram projetadas, ou processos naturais de deterioração pelo tempo de uso. O monitoramento da integridade estrutural possibilita a prevenção de danos e manutenção da estrutura, garantindo condições de utilização seguras (Cachot et al, 2015). Para tal fim, faz-se necessário o desenvolvimento de técnicas que sejam capazes de detectar e avaliar danos e alterações estruturais a partir dos dados vibracionais obtidos. Por possuir diversas aplicações práticas, a análise estrutural que faz uso de dados vibracionais, tem sido bastante discutida, como em Cury (2010), Cury et al (2011) e Alvandi et al (2002).

De uma forma geral, as metodologias para detecção de danos são desenvolvidas com base nos parâmetros modais ou utilizando diretamente as respostas dinâmicas da estrutura. Os métodos via análise modal utilizam as variações das frequências naturais, modos de vibração e taxas de amortecimento como indicativos de danos. Vários métodos surgiram em vista dessa abordagem: O índice MAC (*Modal Assurance Criterion*), que mede a correlação entre dois modos de vibração, danificados e não danificados; SEM (*Strain Energy Method*) que detecta e localiza o dano baseado na análise da energia de deformação antes e após a sua ocorrência; Indicador baseado na diferença de curvatura dos modos da estrutura sem dano e com dano, onde associa-se a mudança do momento fletor à alteração da curvatura após o dano ter ocorrido; Análise da matriz de flexibilidade, em que associa-se a presença de dano com a redução da rigidez da estrutura e consequente aumento da flexibilidade; Dentre outros.

Apesar dos métodos citados acima terem se mostrado bastante eficazes na detecção de alterações estruturais em modelos numéricos, apresentam dificuldades quando submetidos a problemas com dados de experimentos reais. Por essa razão, métodos que comparam diretamente sinais temporais de experimentação real podem ser vistos como uma linha de pesquisa promissora nesta área. Abordagens baseadas na análise estatística de sinais e reconhecimento de padrões foram introduzidos, e algumas novas técnicas têm sido propostas utilizando Estatística de Ordem Superior (EOS), inteligência artificial, como Redes Neurais e Máquina de Vetor Suporte (SVM – *Support Vector Machine*). A EOS permite distinguir bases de dados aparentemente semelhantes, obtendo-se uma caracterização estatística completa a partir de cumulantes estatísticos de ordem superior (De la Rosa et al, 2013); e os métodos de inteligência artificial, têm por objetivo reconhecer as observações semelhantes encontradas em um mesmo grupo de dados e separá-las em grupos de características em comum.

Em vista do que foi apresentado nos parágrafos anteriores, o presente trabalho tem como objetivo identificar níveis de dano em um modelo numérico de uma viga bi-apoiada por meio de redes neurais, utilizando como parâmetros de entrada indicadores estatísticos extraídos de um conjunto de respostas temporais brutas.

2. ESTATÍSTICA APLICADA A DADOS VIBACIONAIS

Normalmente a maioria dos conjuntos de dados são de origem gaussiana e podem ser bem caracterizados pela denominada estatística de segunda ordem, a qual obtém indicadores por simples autocorrelação, onde a multiplicação de duas séries oferece uma caracterização primária dos dados aferidos. No entanto, existem situações em que a autocorrelação não fornece informações suficientes, fazendo-se necessário outros métodos para melhor caracterizar o sinal, como o caso dos dados dinâmicos estruturais, que são gerados pelo somatório de sinais periódicos de variadas frequências de vibração sendo impossível identificá-las quando no domínio do tempo.

A Estatística de Ordem Superior (*EOS*) utiliza cumulantes para inferir novas propriedades sobre os dados envolvidos nos processos não-gaussianos, em que os indicadores no domínio do tempo são obtidos pelo produto de mais de duas séries. Como os sinais estruturais são muito semelhantes antes e após a ocorrência do dano, a EOS pode fornecer parâmetros que identifiquem pequenas diferenças entre eles possibilitando a detecção de alterações estruturais.

Abaixo estão listados os dez diferentes indicadores estatísticos (primeira, segunda, terceira e quarta ordens) utilizados para caracterizar os dados deste artigo:

Valor de pico:

$$x_{pico} = \max |\mathbf{x}| \quad (1)$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

Média quadrática:

$$x_q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^2 \quad (3)$$

Raiz da média quadrática:

$$rms = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^2} \quad (4)$$

Variância:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (5)$$

Desvio padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

Assimetria:

$$s = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\sigma^3} \quad (7)$$

Curtose:

$$k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\sigma^4} \quad (8)$$

Fator de crista:

$$Cf = \frac{x_{pico}}{rms} \quad (9)$$

Fator-K:

$$Kf = x_{pico} \cdot rms \tag{10}$$

3. REDES NEURAIAS PARA DETECÇÃO DE DANOS

Redes Neurais Artificiais (RNA) é uma técnica computacional adaptativa cujo objetivo é solucionar problemas a partir da associação de informações previamente conhecidas. Devido a sua versatilidade possui uma vasta gama de aplicações, tais como aprimoramento e processamento de sinais, sistemas de reconhecimento de voz e biometria, previsão, controle, instrumentação biomédica, entre outros.

O problema de detecção de alterações estruturais através de modelos de predição de danos é um desafio que pode ser superado utilizando-se RNA e outras tecnologias de inteligência artificial. Para isso, a rede neural trabalha como um classificador de padrões, uma vez que tenta discriminar níveis de danos a partir de dados de entrada que caracterizam o sinal, identificando sua respectiva classe de dano através da saída fornecida pela rede. Segundo Principe et al (1999), a classificação feita por uma RNA é de natureza estatística, onde as classes são representadas por pontos em um espaço de decisão multidimensional. O espaço de decisão é dividido em regiões, onde cada uma delas está associada a uma classe. Os limites de decisão são estimados pelo processo de treinamento e suas construções são feitas pela variabilidade estatística existente entre as classes.

Tratando-se de problemas de classificação, um dos tipos de rede mais utilizados é o perceptron de múltiplas camadas (*Multilayer Perceptron - MLP*), que é uma rede neural *feedforward* composta por uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas (intermediárias) e a camada de saída, onde os elementos de processamento (neurônios) trabalham com funções não-lineares.

O treinamento da rede neural se dá a partir dos dados de entrada através de um processo iterativo de ajuste dos pesos associados a cada ligação cujo objetivo é minimizar a diferença entre as respostas, obtida pela rede e a desejada, até um valor especificado previamente. Os pesos representam a influência que cada entrada possui. Ao término do treino a rede tem que ter adquirido a capacidade de generalizar resultados para o respectivo problema com base nos parâmetros extraídos. Para avaliar a performance do modelo neural, dados do sinal que não foram utilizados são classificados a fim de testar a capacidade de generalização da rede. Esta última etapa é denominada fase de teste e tem seu desempenho mensurado com base em algumas métricas de erro e precisão de classificação. Cabe ressaltar que a fase de teste não tem efeito na construção do modelo neural, fornece apenas uma medida da performance da rede após o treino.

3.1 Validação cruzada k-fold

A fim de avaliar a credibilidade de uma rede, métricas estatisticamente convincentes são extraídas de suas saídas com propósito de quantificar o erro de generalização do modelo. O desempenho médio de um modelo neural pode ser estimado com base no valor esperado do erro de predição ao longo do treinamento.

As técnicas de validação cruzada visam garantir a capacidade de generalização do modelo neural quando submetido a dados do conjunto não utilizados na fase de treino. Consistem em dividir o conjunto de treinamento em dois subconjuntos, treino e validação, e testar o desempenho da rede a cada certo intervalo de iterações com o conjunto de validação. O treinamento é interrompido assim que é encontrado o ponto de generalização máxima do modelo, ou seja, quando o erro no conjunto de validação começa a crescer.

Existem vários métodos de validação cruzada, porém este artigo concentra-se apenas na validação *k-fold* (Kohavi, 1995). Nesta técnica, o conjunto original de dados é dividido aleatoriamente em *k* subconjuntos com aproximadamente a mesma quantidade de amostras, contendo exemplos de todas classes. A cada iteração, um subconjunto distinto é utilizado para teste, e os outros *k-1* para treino. Os processos de treinamento e teste são repetidos *k* vezes. A estimativa de precisão é o número total de classificações corretas dividido pelo número de amostras no conjunto de dados *k*. Por fim, cada amostra do conjunto de dados original foi testada apenas uma vez pela rede, não havendo sobreposição de dados. A Fig.1 representa o esquema da validação *k-fold*.

O desempenho final do modelo é calculado através da média de acerto de todas *k* classificações da validação *k-fold*.



Figura 1. Esquema validação *k-fold*.

4. APLICAÇÃO

O modelo de predição de danos desenvolvido neste trabalho visa identificar, para uma dada resposta temporal, a qual categoria pertence: Sem dano; Dano 1; Dano 2.

Os dados utilizados são sintéticos, obtidos por um modelo de elementos finitos de uma viga bi-apoiada de aço de 6 metros de comprimento e seção I (Alves, 2012), considerando-se:

Módulo de elasticidade longitudinal = 210 GPa;
 Massa volumétrica = 7850 kg.m⁻³;
 Seção transversal = 2,81x10⁻³ m²;
 Momento de inércia = 1,845x10⁻⁸ m⁴.

O modelo é constituído por uma malha de 200 elementos de viga de Bernoulli formados por dois nós com dois graus de liberdade cada um (rotação e translação vertical), excitado por uma força aleatória com frequências e amplitudes variadas aplicada a 0,69 metros do apoio direito. As respostas dinâmicas foram consideradas como os deslocamentos verticais obtidos em 10 pontos equidistantes da viga durante 10 segundos com frequência de amostragem 1/100 s. A representação da viga modelada é apresentada na Fig.2.

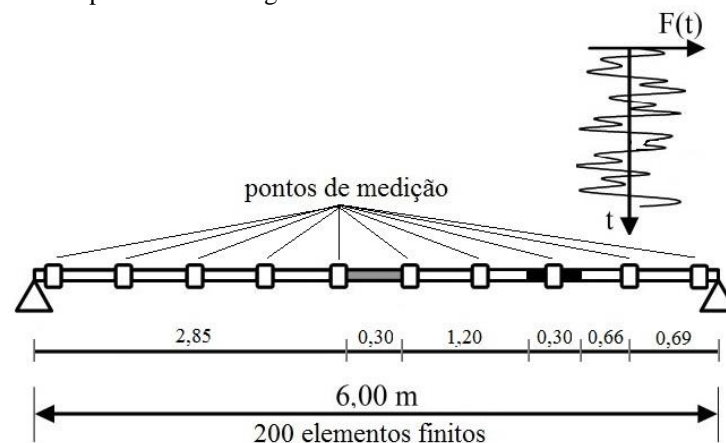


Figura 2. Modelo viga bi-apoiada.

Três configurações estruturais foram consideradas: Viga sem danos; Redução de 20% do módulo de elasticidade longitudinal no meio do vão, representado pelo trecho em cinza no esquema da viga da Fig.2 (dano 1) e; Redução de 10% do módulo de elasticidade no quarto de vão da viga, correspondente ao trecho em preto da viga da Fig.2, somada a redução anterior de 20% (dano 2). Para cada uma das situações de dano admitiu-se três níveis de ruído às respostas dinâmicas: Sem ruído, 5% de ruído (ruído 1) e 10% de ruído (ruído 2). A maneira como os ruídos foram gerados e adicionados ao sinal dinâmico é definida pela Eq. (11) abaixo:

$$\mathbf{x}_{i,ruído} = \mathbf{x}_i + n_{ruído} \cdot \sigma_{\mathbf{x}_i} \cdot V \sim N(0,1), \quad (11)$$

onde $\mathbf{x}_{i,ruído}$ é o vetor do sinal com ruído, \mathbf{x}_i é o vetor do sinal sem ruído, $n_{ruído}$ é o nível de ruído, $\sigma_{\mathbf{x}_i}$ é o desvio-padrão de \mathbf{x}_i e $V \sim N(0,1)$ é um vetor gaussiano de média nula e desvio-padrão unitário. Dez ensaios foram simulados para cada caso de dano e ruído, totalizando 90 ensaios.

Posteriormente, calculou-se os indicadores estatísticos citados na seção 2 para os 90 dados vibracionais, com o auxílio do *Matlab*®. Considerou-se os dez indicadores: Valor de pico, média, média quadrática, raiz da média quadrática, variância, desvio padrão, assimetria, curtose, fator de crista e fator-K. Como neste artigo optou-se pela classificação feita por ensaio, os dados foram organizados em uma matriz [90x100], onde as linhas são as amostras e as colunas são os indicadores (10 indicadores x 10 canais = 100). A cada 10 colunas tem-se um tipo de indicador, na ordem em que foram descritos acima. É necessário também apontar a classe de dano de cada ensaio, por esse motivo uma matriz alvo [90x3] foi gerada, em que suas linhas representam, através de uma codificação binária, a categoria da amostra em questão, onde: (1 0 0) – Sem dano, (0 1 0) – Dano 1 e, (0 0 1) – Dano 2.

O classificador implementado é uma rede neural MLP com uma camada oculta construída utilizando *Neural Network toolbox* disponível no *Matlab*®. O número de neurônios da camada de saída corresponde às três classes de danos que se deseja detectar. A Fig.3 apresenta um esquema da arquitetura da rede proposta neste artigo.

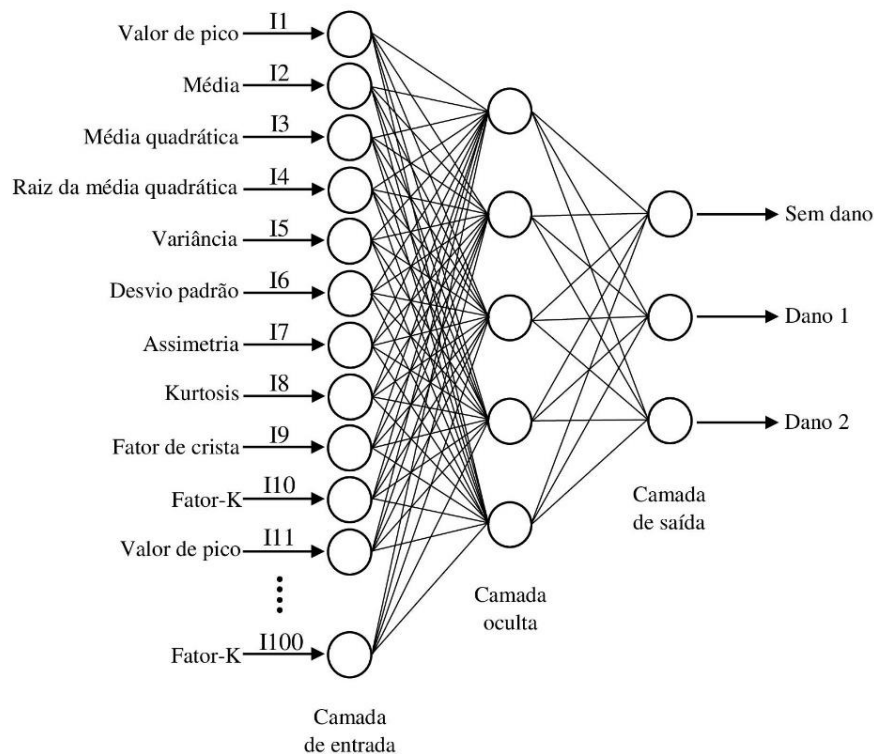


Figura 3. Esquema rede MLP com 5 neurônios na camada oculta.

A rede MLP foi criada e treinada aplicando-se o método de validação cruzada *10-fold*, com a divisão de 1/10 dados para teste, 1/10 para validação e 1-2/10 para treino. Por ter obtido melhores resultados de classificação, o método de otimização de Levenberg-Marquardt (Hagan et al, 1994) foi escolhido como função de treinamento, utilizando a média quadrática como métrica de erro e uma sigmóide tangente hiperbólica como função de ativação.

5. RESULTADOS

Para este caso, que possui 100 variáveis de entrada na rede MLP, foram feitos experimentos com 4, 5, 6, 8, 10 e 20 neurônios na camada oculta. Na Tab. 1 são apresentados os resultados obtidos na fase de teste, onde os valores numéricos representam porcentagens de classificações corretas, ou seja, para as respostas da estrutura nos três cenários de dano e ruídos, o algoritmo identificou corretamente o nível de dano nas porcentagens indicadas. Destaca-se que nestas simulações o regime transitório das respostas foi considerado.

Tabela 1. Resultados da fase de teste do classificador de danos considerando-se o nº de classificações corretas dividido pelo nº total de amostras.

	4 <i>neurônios</i>	5 <i>neurônios</i>	6 <i>neurônios</i>	8 <i>neurônios</i>	10 <i>neurônios</i>	20 <i>neurônios</i>
média	86,15	90,55	92,75	95,00	96,70	96,70
desvio padrão	4,90	4,25	3,87	3,43	3,64	3,54
pior	72,20	80,00	83,30	85,60	84,40	84,40
melhor	93,30	95,60	97,80	100,00	100,00	100,00

¹ Valores em %.

² A rede foi executada 30 vezes para os diferentes números de neurônios na camada oculta.

De uma forma geral é possível perceber que para todos os modelos criados foram obtidos bons resultados de classificação. Analisando os valores constantes na Tab. 1, é possível verificar que o aumento na porcentagem de acertos se dá com o aumento do número de neurônios. Apesar disso, a melhor escolha é o modelo que trabalha com 10 neurônios na camada oculta, uma vez que a rede com 20 neurônios não produz ganhos significativos nos resultados e exige um maior custo computacional devido a sua complexidade.

6. CONCLUSÕES

O presente artigo concentrou-se na avaliação do uso de Redes Neurais Artificiais na geração de modelos computacionais para predição de danos estruturais em um modelo numérico de uma viga bi-apoiada com base em indicadores estatísticos das respostas dinâmicas no domínio do tempo. Estudos desse tipo possuem grande utilidade dentro da área de monitoramento estrutural por fornecer informações da integridade de uma estrutura, a fim de evitar falhas e garantir a segurança de seus usuários.

A principal vantagem de se usar o método de predição de danos aqui apresentado é trabalhar com dados advindos diretamente da estrutura, sem ter a necessidade de transformá-los para o domínio da frequência. As técnicas de Estatística de Ordem Superior foram capazes de caracterizar os dados identificando pequenas diferenças entre as amostras. Os modelos neurais MLP mostraram-se eficientes na classificação dos sinais de cada ensaio utilizando apenas indicadores estatísticos como entrada da rede, até mesmo na presença de ruídos. Pode-se dizer que o modelo com 10 neurônios na camada oculta é o melhor entre todos os avaliados por conseguir bom desempenho com relativo baixo custo computacional.

Este é apenas o início de um estudo onde diversos pontos têm que ser analisados, portanto objetiva-se em trabalhos futuros: Avaliar os modelos desenvolvidos quando submetidos à análise por canal, ou seja, tomando como entrada da rede uma matriz [900x10]; Utilizar o método de extração de características, que leva em consideração o nível de influência de cada indicador no modelo, com o intuito de diminuir o número de entradas da rede e reduzir a complexidade; Avaliar outros métodos computacionais na predição de danos com indicadores estatísticos; Verificar o desempenho do modelo para dados experimentais, e por fim avaliar este método em outros tipos de estruturas.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), à FAPEMIG (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Alvandi, A., Cremona, C., 2002. "Reliability of bridge integrity assessment by dynamical testing". First European Workshop on Structural Health Monitoring, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- Alves, V. N., 2012. "Estudo de novas estratégias para identificação de danos estruturais partir de dados vibracionais". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto.
- Cachot, E., Vayssade, T., Virlogeux, M., Lancon, H., Hajar, Z., Servant, C., 2015. "The Millau Viaduct: Ten Years of Structural Monitoring". Structural Engineering International, Vol. 25, No. 4, pp. 375-380.
- Cury, A., 2010. "Techniques D'anormalité Appliquées à la surveillance de Santé Structurale". Tese de doutorado, Université Paris-Est, França.
- Cury, A. A., Borges, C. C., Barbosa, F. S., 2011. "A two-step technique for damage assessment using numerical and experimental vibration data". Structural Health Monitoring, Vol. 10, No. 4, pp. 417-428.
- De la Rosa, J. J. G., Agüera-Pérez, A., Palomares-Salas, J. C., Moreno-Muñoz, A., 2013. "Higher-order statistics: Discussion and interpretation". Measurement, Vol. 46, No. 8, pp. 2816-2827.
- Hagan, M. T., Menhaj, M. B., 1994. "Training feedforward networks with the Marquardt algorithm". Neural Networks, IEEE Transactions on, Vol. 5, No. 6, pp. 989-993.
- Kohavi, R., 1995. "A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection." Ijcai, Vol. 14, No. 2, pp. 1137-1145.
- Principe, J. C., Euliano, N. R., Lefebvre, W. C., 1999. "Neural and adaptive systems: fundamentals through simulations with CD-ROM". John Wiley & Sons, Inc..

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

INTERFACE GRÁFICA PARA IDENTIFICAÇÃO MODAL DE ESTRUTURAS

João Paulo de Souza Rosa, joao.souza@engenharia.ufff.br

Alexandre Abrahão Cury, alexandre.cury@ufff.edu.br

Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Campus Universitário, Juiz de Fora, MG

Resumo. Com o aperfeiçoamento dos ensaios de vibração e o aumento da capacidade de processamento dos computadores, nota-se o crescente desenvolvimento de algoritmos de avaliação dinâmica, cujo principal objetivo é a determinação das características modais de estruturas. A partir da identificação e da análise dessas características, isto é, frequências naturais, taxas de amortecimento e modos de vibração, torna-se possível inferir sobre certas condições físicas de uma estrutura, como o seu grau de integridade e o seu estado de danos. Entretanto, o processo de identificação de sistemas dinâmicos deformáveis às vezes requer um custo computacional elevado. Com a expansão de novas ferramentas computacionais gráficas aliada às possibilidades de programação em paralelo, o conceito de GUI's (Interface Gráfica para o Usuário) surge como uma alternativa interessante. Este estudo tem como motivação o desenvolvimento de uma interface gráfica construída sobre o software MATLAB, cujo principal objetivo é tornar o processo de identificação modal de estruturas mais robusto para o usuário (quer seja no âmbito acadêmico ou no âmbito industrial). Como resultado, criou-se um software independente e autoportante para ser utilizado em ensaios experimentais no campo. No que tange ao processo de tratamento dos dados vibracionais de estruturas, foram implementados alguns métodos para a identificação modal no domínio do tempo e da frequência: o Método do Decremento Aleatório, o Método de Ibrahim, o Método das Realizações Estocásticas, o Método da Seleção de Picos, o Método da Decomposição no Domínio da Frequência, entre outros. A fim de validar os métodos supracitados, uma aplicação experimental é apresentada.

Palavras-chave: Dinâmica das Estruturas, Identificação Modal, Interface Gráfica

1. INTRODUÇÃO

A realização de ensaios de vibração em estruturas é de grande importância prática na área das engenharias. Vários trabalhos foram publicados relatando a aplicação de diversos tipos de instrumentação e sistemas de aquisição de dados utilizados em ensaios e monitoração dinâmica, realizados em estruturas de grande vulto, como a Ponte Rio-Niterói, no Brasil, a Ponte Z24, na Suíça e o viaduto de Millau, na França.

Algumas obras de arte são monitoradas 24 horas por dia, 7 dias por semana ou durante um certo intervalo de tempo, com o objetivo de fornecer dados extraídos de ensaios de vibração que possam permitir a identificação de problemas estruturais, como presença de fissuras, vibração excessiva, etc., além de tornar possível uma avaliação mais aprofundada acerca de sua confiabilidade e vulnerabilidade.

O surgimento de solicitações não previstas ou de controle complexo torna difícil estabelecer valores confiáveis, ou até mesmo razoáveis, para o desgaste de uma estrutura. Pensando-se inclusive em termos de segurança, nota-se a importância de técnicas mais precisas para assegurar níveis elevados de precisão na avaliação de edificações com algum grau de comprometimento estrutural.

A existência de estruturas de difícil manutenção, acesso restrito ou, como no caso de estruturas espaciais que devem funcionar com pequenas margens de variação dinâmica, necessitam de ter como aliado um processo de monitoramento de sua integridade. Tal monitoramento tenta detectar regiões fragilizadas em uma fase inicial para, assim que for possível, permitir que providências adequadas possam ser tomadas, garantindo uma sobrevida e segurança estrutural maior.

Diagnósticos para avaliação da segurança de estruturas como edifícios altos, estádios, hospitais, podem ser exigidos para assegurar que estão em boas condições de uso, sem perigo para os usuários em geral. Agravantes, como alto nível de atividade sísmica, podem tornar tais procedimentos quase que indispensáveis. A análise da segurança para tais estruturas tem como objetivo evitar o colapso em casos mais extremos ou permitir um retorno às condições de serviço adequadas.

A ocorrência do dano pode se dar por combinação de falhas projetivas, de problemas construtivos, pela deterioração de forma gradual durante a vida útil, por solicitações inesperadas, surgindo o comprometimento de zonas que apresentam, principalmente, perdas na rigidez da peça. Vários podem ser os tipos de dano: formação de fraturas por fadiga, fissuração por solicitações excessivas, perda de material por desgaste ou corrosão e plastificação localizada, que podem tornar a estrutura inútil para os fins aos quais se destina (exemplos nas Figuras 1 e 2).



Figura 1 – Ponte General Dutra danificada. Campos, RJ. (Fonte: www.campos.rj.gov.br)

A dificuldade na instrumentação adequada para monitoração de estruturas foi um dos empecilhos no desenvolvimento da pesquisa de métodos de identificação de dano, não permitindo a obtenção de dados confiáveis, devido à presença de ruídos ou em volume insuficiente para uma classificação adequada do estado de comprometimento da estrutura.

No caso de técnicas não destrutivas, o dano pode ser avaliado por medições via emissão acústica, ultrassom, termografia, testes estáticos e/ou dinâmicos, análise de espectros de frequência ou temporal. Alguns destes métodos utilizam estes dados em conjunto com modelos analíticos que modelam a estrutura.



Figura 2 – Acidente na arquibancada do estádio da Fonte Nova, Bahia. (Fonte: www.globo.com/oglobo)

O funcionamento de procedimentos não destrutivos, principalmente em casos de testes estáticos, dinâmicos ou espectrais, baseia-se no fato de que mudanças nas propriedades físicas de uma estrutura causam variações em suas respostas, sejam elas dinâmicas ou estáticas.

Verifica-se na literatura (Doebeling et al, 1996; Cremona, 2004, Cury et al. 2010) uma maior tendência à utilização da análise modal ou vibracional como fonte de dados para aplicação em conjunto com modelos analíticos.

Os motivos principais talvez sejam a não necessidade do controle da excitação aplicada à estrutura, a melhor precisão alcançada, principalmente no cálculo das frequências naturais ou pela própria sensibilidade das medidas vibracionais em relação às variações na estrutura provocadas pelo processo de danificação.

Diante deste cenário e com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, observa-se um crescente desenvolvimento de algoritmos de avaliação dinâmica, cujo principal objetivo é a determinação das características modais da estrutura, isto é, frequências naturais, taxas de amortecimento e modos de vibração do sistema, em um processo denominado identificação modal.

A partir da análise das características modais, é possível inferir sobre certas condições de integridade física de uma estrutura como, por exemplo, o estado de danos e a margem de segurança (Sohn et al, 1999). Entretanto, o processo de identificação de sistemas dinâmicos deformáveis às vezes requer um custo computacional elevado. Com a expansão de novas ferramentas computacionais gráficas, aliada ao conceito de GUI's (*Graphical User Interface* - Interface Gráfica do Usuário, em português) surge como uma alternativa interessante a ser empregada.

Este trabalho é desenvolvido visando a obtenção dos parâmetros modais de estruturas a partir de ensaios experimentais. Para isso foi implementado um vasto leque de métodos para a identificação modal no domínio do tempo e da frequência: o Método do Decremento Aleatório, o Método de Ibrahim, o Método das Realizações Estocásticas (ERA), o Método da Identificação Estocástica em Subespaços (SSI), o Método da Seleção de Picos (PP), o Método da Decomposição no Domínio da Frequência (FDD), entre outros.

2. OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

O principal objetivo deste estudo visa preencher uma lacuna existente no Brasil, na área de monitoramento de estruturas de engenharia civil. Espera-se, portanto, desenvolver uma interface gráfica prática, robusta e intuitiva, visando o monitoramento dinâmico contínuo de estruturas e que possa ser utilizada por pesquisadores e engenheiros da área. O objetivo é justamente proporcionar a esses grupos uma ferramenta eficaz e funcional de modo a ser empregada em diversas aplicações de monitoramento estrutural em engenharia civil.

Para isso, essa interface será desenvolvida sobre o software MATLAB, cujo principal objetivo é tornar o processo de identificação modal de estruturas mais rápido e simplificado para o usuário (quer seja no âmbito acadêmico, que seja no âmbito industrial). Como resultado final, criou-se um software independente e autoportante para ser utilizado em ensaios experimentais no campo.

3. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

As medidas dinâmicas obtidas de ensaios estruturais são, de uma maneira geral, tomadas em função do tempo: acelerações, deslocamentos, deformações, etc. Este fato motiva o desenvolvimento de técnicas de identificação modal que trabalhem diretamente com estas medidas, eliminando assim a ocorrência de erros numéricos que possam ser introduzidos no problema quando se passa do domínio do tempo para outros domínios de análise. No entanto, alguns métodos foram desenvolvidos para que, a partir das respostas dinâmicas estruturais no domínio da frequência, pudessem obter estimativas robustas dos parâmetros modais. A seguir, são apresentados os métodos implementados no âmbito desta pesquisa e que estão disponíveis na GUI desenvolvida. Para maiores detalhes acerca destes métodos, o leitor é convidado a consultar as referências (Cury,2008; Borges, 2010; Cardoso, 2015).

- Métodos no Domínio do Tempo:

- Método do Decremento Aleatório;
- Método de Ibrahim
- Método das Realizações Estocásticas;
- Método da Identificação Estocástica em Subespaços.

- Métodos no Domínio da Frequência:

- Transformada Rápida de Fourier (FFT), de Prony e Levinson;
- Método da Seleção de Picos (*Peak Picking*);
- Método da Decomposição no Domínio da Frequência (FDD).

4. SOFTWARE UTILIZADO

O MATLAB é um “software” interativo de alto desempenho voltado para o cálculo numérico como também para o desenvolvimento de aplicativos de natureza técnica. Como o próprio nome sugere, o MATLAB é bem adequado àqueles que desejam implementar e testar soluções com facilidade e precisão, sem perder tempo com detalhes específicos de linguagens de programação. Para isso, possui facilidades de computação, visualização e programação, dentro de um ambiente amigável e de fácil aprendizado.

Atualmente, o MATLAB dispõe de uma biblioteca bastante abrangente de funções matemáticas, geração de gráficos e manipulação de dados que auxiliam muito o trabalho do programador. E ainda possui uma vasta coleção de bibliotecas (denominada *toolboxes*) para áreas específicas como: equações diferenciais ordinárias, estatística, processamento de imagens, processamento de sinais e finanças.

O MATLAB possui uma ferramenta que permite a construção de interfaces gráficas de interação com o usuário. Essa ferramenta é dominada *Graphical User Interface* (GUI). A GUI torna os programas mais fáceis de usar, pois fornece uma aparência consistente e com controles intuitivos, como por exemplo, botões, réguas, caixas e menus. Um aplicativo em GUI deve ser projetado de forma a ser previsível e compreensível, para que o usuário saiba o que esperar ao executar uma ação.

5. GUI MIDSys

A interface gráfica proposta para esse trabalho, denominada MIDSys (Modal Identification of Structural Systems), tem como objetivo reunir diversas funções de tratamento de sinais e facilitar a visualização das operações realizadas. Uma visão geral da interface é apresentada na Figura 3.

Na tela inicial, pode-se observar que ela possui: um gráfico (superior à esquerda) onde o sinal a ser estudado é plotado, um gráfico (superior à direita) onde o resultado da análise é plotado, uma barra de status (canto inferior

esquerdo) onde é informado ao usuário o *status* da GUI, duas tabelas (canto inferior direito) onde são mostradas as taxas de amortecimento e as frequências naturais identificadas.

Pode-se perceber que nesta tela também existe, na parte superior, botões para o usuário escolher o arquivo a ser estudado ou a pasta a ser estudada. Esta última opção permite ao usuário tratar diversos arquivos de forma automática, sem a necessidade de escolhê-los um a um. Além disso, existe o botão “*Clear Modal Data*” que limpa todos os dados que estão sendo utilizados e o botão “*View Results*” para que o usuário acesse os arquivos já analisados e salvos anteriormente.

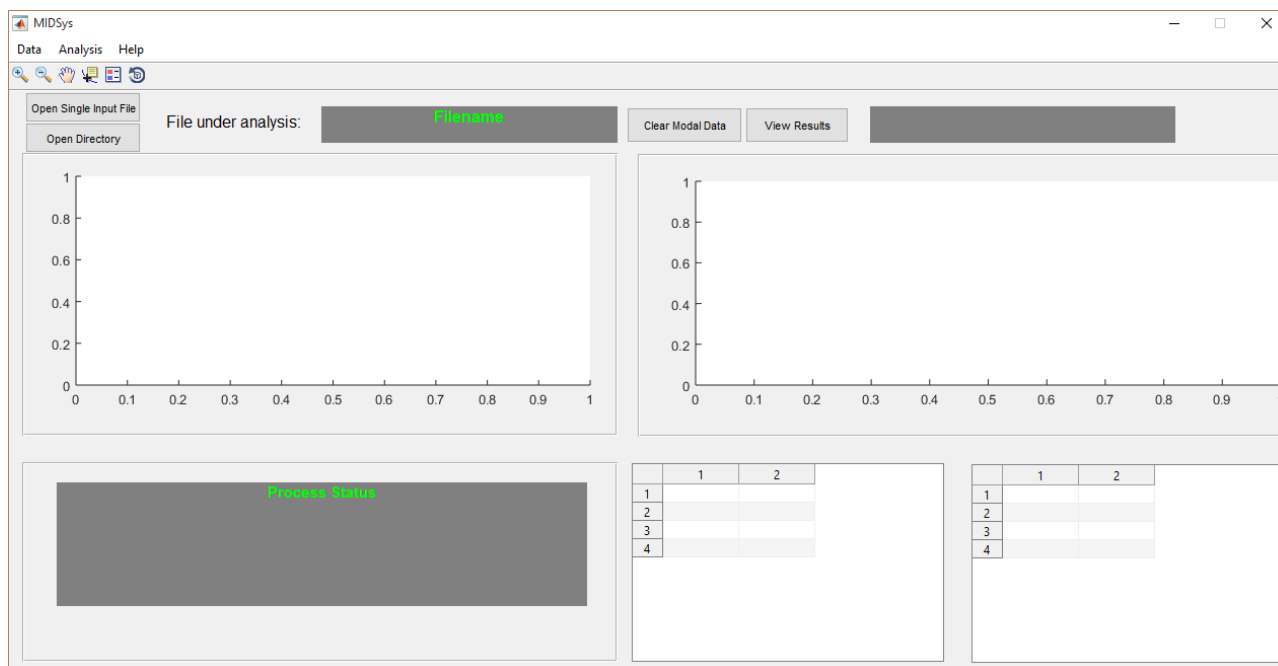


Figura 3 – Tela inicial do MIDSys.

Para a análise dos arquivos, existem dois menus: Data e Analysis. O menu Data possui as opções “Trim” e “Filter”, que servem para cortar o sinal e filtrá-lo, respectivamente. A Figura 4 ilustra estas funções. É importante ressaltar que essas funções nem sempre precisam ser utilizadas antes do processo de identificação modal em si. Normalmente, elas são utilizadas quando os sinais são demasiadamente extensos (mais de 500.000 pontos, por exemplo) ou quando apresentam componentes de frequência irrelevantes para análise.

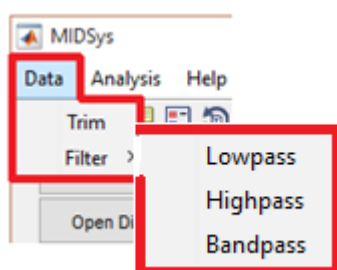


Figura 4 – Detalhe do menu “Data” e suas opções.

Já no menu Analysis, o usuário pode escolher entre fazer a sua análise no domínio do tempo ou no domínio da frequência. A Figura 5 ilustra as possibilidades de análise no domínio da frequência. Estas estão subdivididas em Análise Espectral e Análise Modal. A escolha do domínio de análise dependerá do enfoque a ser dado pelo usuário. Normalmente, métodos no domínio do tempo produzem melhores estimativas dos parâmetros modais, sobretudo das taxas de amortecimento e dos modos de vibração.

De forma geral, todos os métodos necessitam da definição de certos parâmetros, tais como a frequência de amostragem, o número de pontos do sinal a serem utilizados na análise (janela), dentre outros específicos a cada método de identificação modal. Usualmente, quando maior a janela, melhores os resultados. Todavia, mais lenta será a análise.

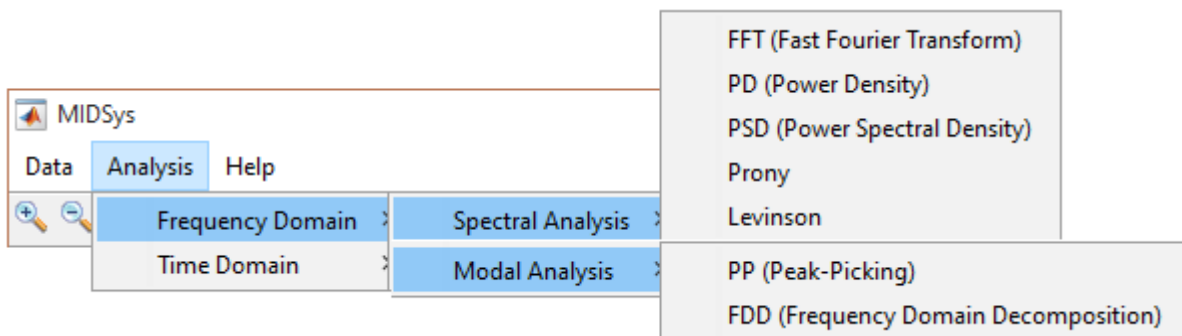


Figura 5 – Detalhe do menu “Analysis -> Frequency Domain” e suas opções.

Finalmente, a Figura 6 ilustra os métodos implementados no domínio do tempo. As análises no domínio do tempo requerem a definição de mais parâmetros. Para o caso dos métodos do Decremento Aleatório e de Ibrahim, uma descrição detalhada é apresentada na seção 6. No caso dos métodos mais complexos (em termos de implementação e desenvolvimento matemático), como o ERA (Método das Realizações Estocásticas) e do SSI (Método da Identificação Estocástica em Subespaços), é necessário um maior conhecimento teórico acerca dos mesmos a fim de se definir os parâmetros de análise. Para ambos os métodos, parâmetros como “ordem do modelo”, “ordem inicial”, “ordem final”, “tolerância entre frequências”, precisam ser minuciosamente avaliados antes de sua execução.

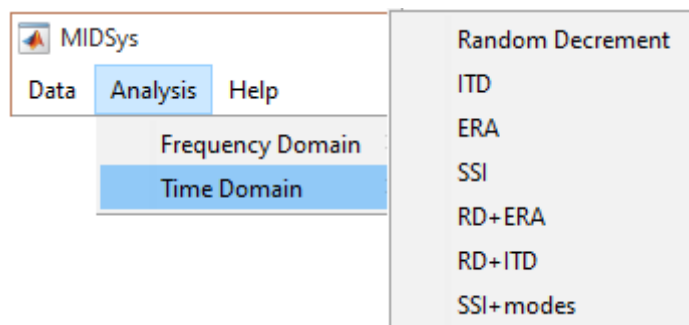


Figura 6 – Detalhe do menu “Analysis -> Time Domain” e suas opções.

Na seção a seguir, apresenta-se a aplicação experimental utilizada para a validação de alguns dos métodos implementados nesta interface gráfica.

6. RESULTADOS

A estrutura utilizada para a avaliação da GUI MIDSys foi uma viga de madeira biapoada, instrumentada e ensaiada no Laboratório de Estruturas da Universidade Federal de Ouro Preto, como mostra a Figura 7.



Figura 7 – Viga de madeira instrumentada com 8 acelerômetros.

Depois de realizar os ensaios experimentais, o aplicativo MIDSys foi utilizado para avaliar os métodos de identificação modal implementados. Na Figura 8, observa-se o sinal plotado no gráfico após um arquivo de ensaio ser carregado no aplicativo. Neste trabalho, por motivos de brevidade, apenas os Métodos do Decremento Aleatório e de Ibrahim serão utilizados.

Logo após o carregamento dos dados, é feita a configuração dos parâmetros dos métodos a serem aplicados no sinal. Na Figura 9 observa-se a seleção do Método de Decremento Aleatório e a entrada dos parâmetros para o mesmo. Dentre os parâmetros, destacam-se a taxa de aquisição dos sinais (*Frequency Rate*), o número de frequências próprias a serem

identificadas (*Number of frequencies*), o número de pontos do sinal a serem tratados (*Window Size*), qual canal será tratado (*Channel*) e os parâmetros específicos do método do Decremento Aleatório (*a1 e a2*, ver ref. Cury, 2010).

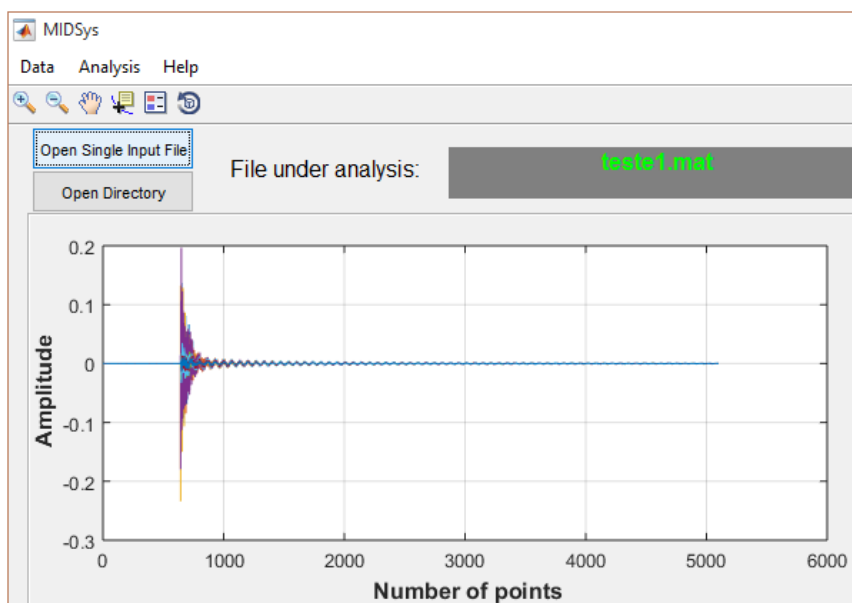


Figura 8 – Plotagem do sinal de entrada do ensaio da viga de madeira

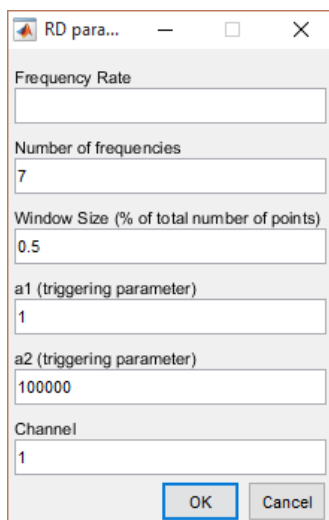


Figura 9 – Seleção do Método de Decremento Aleatório e entrada dos parâmetros.

Em seguida, o Método Ibrahim é selecionado e, novamente, efetua-se a entrada dos parâmetros necessários (Figura 10a). Neste caso, o usuário entra com a taxa de aquisição dos sinais (*Frequency Rate*), o número de frequências próprias a serem identificadas (*Number of frequencies*), qual entrada de sinal será tratada (*Channel*) e o tempo inicial e tempo final (T_i e T_f), responsáveis por indicar o número de divisões a ser efetuada nos sinais, para posterior identificação dos parâmetros modais.

A Figura 10b indica configurações a serem utilizadas em ambos os métodos. Cada aplicação demandará uma configuração diferente. Caberá, portanto, ao usuário, definir qual a mais adequada.

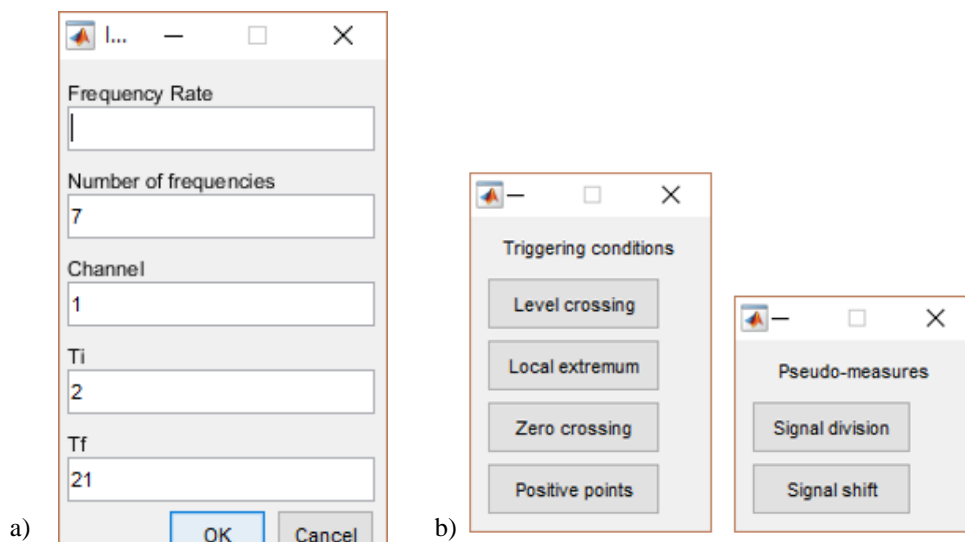


Figura 10 – a) Seleção do Método Ibrahim e entrada dos parâmetros; b) Configurações dos métodos.

Uma vez realizada as configurações dos métodos, o aplicativo calcula os parâmetros modais, apresenta os resultados em forma de gráfico (modos de vibração) e em tabelas (taxas de amortecimento e frequências naturais). O usuário é informado a respeito do fim dos cálculos e se deseja salvar os resultados.

Na Figura 11 são apresentados os resultados obtidos. Os modos de vibração estão plotados no gráfico superior direito, enquanto as frequências naturais de as taxas de amortecimento são mostradas nas tabelas do canto inferior direito. Os valores identificados foram, respectivamente: 14.8761 Hz; 61.0891 Hz; 140.4421 Hz e 175.9457 Hz, e 0.0123; 0.0716; 0.0860; 0.0213.

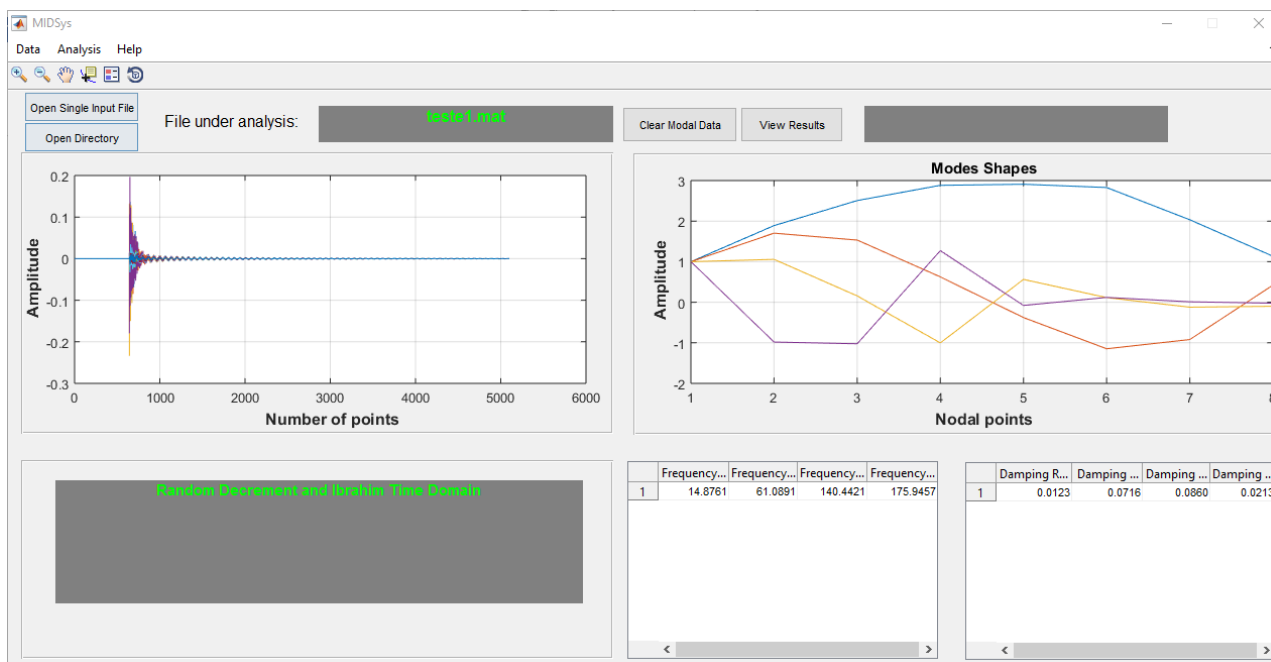


Figura 11 – Visualização dos resultados obtidos pelos cálculos dos métodos

7. CONCLUSÕES

A proposta inicial desse trabalho foi implementar uma interface para fácil utilização de um usuário comum, auxiliando no cálculo de identificação modal de estruturas. Esse objetivo foi cumprido tendo em vista os resultados apresentados na seção anterior. O MIDSys é um aplicativo de fácil utilização e de interface bem comunicativa facilitando a usabilidade do mesmo. É importante ressaltar que o MIDSys não depende do ambiente sobre o qual ele foi desenvolvido, o MATLAB, já que ele pode ser executado em computadores nos quais o MATLAB não está instalado. Assim, o MIDSys é um aplicativo instalável e portátil.

No que tange ao processo de tratamento dos dados vibracionais das estruturas, foram implementados alguns métodos para a identificação modal no domínio do tempo: o Método do Decremento Aleatório e o Método de Ibrahim e ainda o Método das Realizações Estocásticas. Foram incorporadas, ainda, técnicas de identificação no domínio da frequência, tais como a Transformada Rápida de Fourier, Transformada de Prony e de Levinson. Ademais, a fim de se validar os procedimentos sugeridos quando da proposição do presente projeto uma aplicação experimental foi utilizada. Nesta aplicação, utilizou-se uma viga de madeira instrumentada com acelerômetros no Laboratório de Estruturas da UFOP. A partir destes ensaios e utilizando a GUI MIDSys, foi possível identificar as quatro primeiras frequências naturais da viga e seus respectivos modos de vibração. Conclui-se, portanto, que o MIDSys atende plenamente a proposta inicial desse trabalho.

No que se refere às perspectivas de trabalhos futuros, ainda existem atividades a serem desenvolvidas como, por exemplo, a inclusão de mais métodos de identificação modal, a exportação dos dados obtidos dos cálculos para formatos do tipo texto e a implementação da aba de comparativo de resultados das técnicas utilizadas.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Borges, J., “Identificação modal com utilização de métodos baseados na decomposição no domínio da frequência” Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, RJ, Brasil, 2010.
- Cardoso, R. A., “Desenvolvimento de metodologia para identificação modal automática de estruturas”, Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Ouro Preto, 2015.
- Cremona, C., Barbosa, F., Alvandi, A., (2004). “Identification modale sous excitation ambiante: Application à la surveillance des ponts”, *Mécanique & industries* 4 (3), 259-271.
- Cury, A., Borges, C. & Barbosa, F. (2010), ‘A two-step technique for damage assessment using numerical and experimental vibration data’, in press.
- Cury, A. (2008), “MIDaS - Um sistema computacional baseado em aplicações web para identificação modal de sistemas dinâmicos deformáveis”. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil
- Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., Shevitz, D.W., 1996, “Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review”, Technical Report LA-1307-MS, Los Alamos National Laboratory, New Mexico.
- Sohn, H., Dzwonzyk, M., Straser, E., Kiremidjian, A., Law, Meng.T. (1999), ‘An experimental study of temperature effects on modal parameters of the Alamosa Canyon bridge’, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 28(1),879-897.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

METODOLOGIA NUMÉRICA PARA AVALIAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA CARROCERIA VEICULAR SUBMETIDA ÀS PROVAS DE TORÇÃO E EXTRAÇÃO DE FREQUÊNCIA NATURAL

Bruno Cesar Pockszevnicki, brupock@yahoo.com.br

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - PUC Minas

Bernardo Oliveira Hargreaves, bernardo.oliveirah@gmail.com

Daniella Fernanda dos Santos Magalhães, danifsmagalhaes@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

Resumo. *O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia capaz de atuar no problema de desenvolvimento de carrocerias veiculares submetidas às provas de torção e de extração de frequência natural, com foco em otimizar o comportamento estrutural bem como reduzir o tempo de projeto. Para esta metodologia utilizou-se do método de elementos finitos para avaliação numérica, sendo que para otimização estrutural aplicou-se uma estratégia de substituição de regiões de interesse da carroceria (pontos de grande influência na torção) por molas de rigidez equivalentes, as quais foram submetidas a otimização via DOE (design of experiments) e a partir desta uma avaliação do comportamento estrutural foi empregado.*

A primeira otimização orientou qual região da estrutura teria maior relevância e a segunda qual o valor desejado da rigidez da região de forma a obter uma boa rigidez torcional junto com aumento da frequência natural.

O que se observou é que a metodologia permitiu identificar as regiões que deveriam ser mais trabalhadas geometricamente para aumento do comportamento estrutural, assim houve ganho de tempo no desenvolvimento de projeto, porém a concepção geométrica de cada região estrutural continua sendo um desafio.

Palavras-Chaves: *torção, frequência natural, elementos finitos, DOE, otimização.*

1. INTRODUÇÃO

Durante a fase de desenvolvimento de um projeto veicular diversas análises são conduzidas para avaliar o comportamento estrutural, e, dentre elas, a torção da carroceria é um dos requisitos considerados importantes, pois inúmeros componentes do veículo são solicitados.

Fazendo uma consideração de que um automóvel é uma estrutura apoiada no solo por apenas quatro pontos, que são os pneus, pode-se estabelecer o caminho de carga que irá solicitar um veículo como todo, desde os elementos da suspensão: mangas de eixo, braços (ou bandejas), molas, amortecedores, buchas, etc., até a carroceria que irá sofrer a ação dos esforços como é o caso da torção.

A transferência de carga é oriunda de curvas, obstáculos como lombadas e buracos, frenagens e acelerações, que são convertidas em forças captadas pelos pneus e rodas, e assim transmitidas à suspensão e finalmente repassadas à carroceria pelos pontos de fixação da suspensão. Uma parte da energia gerada pela transferência de carga é absorvida pelos componentes do veículo, em especial os mais flexíveis, outra parte solicitará os componentes gerando tensões e deformações.

Dessa forma, o conhecimento dos efeitos causados por estas solicitações é de suma importância na condução de projetos, pois além de visar previamente o comportamento estrutural, há uma busca pela redução de peso e otimização estrutural, pois a construção de veículos com boa capacidade estrutural a custos menores é o desejo de todo fabricante.

Assim, surge o interesse do trabalho em estudar parâmetros de regiões de interesse de uma carroceria para que possam orientar o desenvolvimento de produto. E, para tal, um modelo simplificado de elementos finitos é construído de forma a permitir estudar e avaliar casos estruturais como a torção e a flexão. Além do modelo simplificado, a avaliação da resposta estrutural em torção e flexão é conduzida através da extração de frequências naturais a qual se permite calcular o modo de vibrar da estrutura bem como o valor desta frequência de vibração, sendo esta a abordagem escolhida para este estudo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Método de Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (FEM) foi a solução encontrada para reduzir tempo e custo de projetos. O FEM é uma aproximação numérica de equações diferenciais parciais, que nos dão resultados que seriam impossíveis ou muito dispendiosos de se trabalhar analiticamente (Fish, 2009).

O método consiste em discretizar o problema, transformando as faces de uma geometria em elementos, dessa forma, é possível calcular a relação força-deslocamento em cada divisão elementar da estrutura. Segundo Zienkiewicz et al (2005), o método é definido como uma aproximação de problemas contínuos, em que o *continuum* é dividido em partes (elementos) e a solução do sistema como um conjunto de todos os seus elementos segue as regras básicas de problemas discretos. Na modelagem adotada para este trabalho usou-se de elementos do tipo viga e elementos de mola no acoplamento das regiões de interesse.

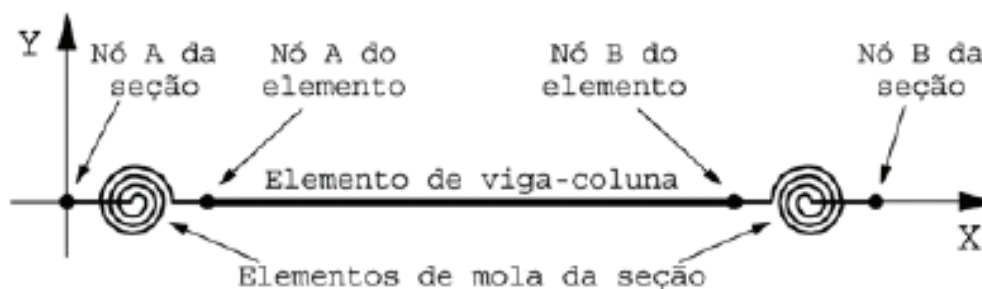


Figura 1. Elemento de viga com 6 graus de liberdade. Fonte: Hibbeler.

2.2 Frequência Natural e Análise Modal

Segundo Rao (2011), a frequência natural pode ser definida como a frequência que cada corpo possui sem interferência de um fator externo após uma perturbação inicial e depende da massa e da rigidez da estrutura. Em um sistema mecânico, há mais de um modo de vibração, devido a diversidade de materiais e componentes, e é igual ao seu número de graus de liberdade. Nesse caso em particular, o efeito do amortecimento foi desprezado.

Quando dois componentes têm frequências naturais iguais, o sistema entra em ressonância, ou seja, há um aumento na amplitude que pode levar a falhas catastróficas e ruídos. Uma vez conhecida a frequência natural, é possível evitar que isso ocorra. A análise modal é uma técnica para calcular parâmetros dinâmicos, entre eles a frequência natural e os modos de vibração. A modal, além de determinar os parâmetros supracitados, é importante para determinar os pontos que não se devem aplicar cargas (Altair UserGuide, 2013).

No presente estudo serão determinadas as frequências naturais e modos de vibração em vigas de um modelo simplificado de um automóvel. A redução de um modelo tridimensional para um modelo unidimensional deve ser estudada e ser baseada na análise geométrica da seção transversal da viga (Mundo, 2009), ou seja, a distribuição de massa e propriedades de rigidez de uma viga 1D devem ser analisadas ao longo da seção (De Gaetano et al, 2014). A vantagem da utilização da modelagem em 1D é o seu custo computacional baixo e uma representação razoável dos efeitos globais das cargas sobre a estrutura.

Para se estudar os efeitos de parâmetros de interesse numa análise pode-se empregar o método do DOE (*design of experiments*), que é uma técnica estatística utilizada para otimizar rapidamente desempenho de sistemas com mais de uma variável de entrada conhecida. O método consiste em um planejamento de experimentos a serem conduzidos a partir de variáveis de entrada combinando entre si de maneira a estabelecer a influência num certo dado de resposta (saída). Neste trabalho serão conduzidos experimentos via análises de elementos finitos onde serão avaliados a influência da rigidez de regiões de interesse e a resposta que se tem em termos de frequência natural para modos de torção e flexão (Dondersa et al, 2009).

Um importante fator a ser considerado no design de chassis é a rigidez global do mesmo, pois impacta diretamente no conforto do ocupante e no desempenho do veículo (Tebby et al, 2011), e é determinada por uma análise modal (Helsen et al, 2010).

A rigidez torcional do automóvel é a resistência a torção do corpo quando uma carga de torção é aplicada no mesmo (Danielsson, 2015), como mostrado na Figura 2a.

O ângulo de torção, o momento torsor e rigidez torcional são dadas pelas equações 1, 2 e 3, respectivamente.

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\Delta z}{0,5.TW}\right) \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2}.TW.(F_{esquerda} + F_{direita}) \quad (2)$$

$$K = \frac{T}{\varphi} \tag{3}$$

Onde: Δz é a variação da distância entre os pontos antes e depois da torção no ponto de aplicação de carga e TW é a distância entre os pontos de antes da aplicação de forças ($F_{esquerda} + F_{direita}$).

Quando ocorre aceleração ou frenagem, há um deslocamento de cargas e, portanto, surge um ângulo entre as partes frontal e traseira do veículo, como mostra a Figura 2b[10].

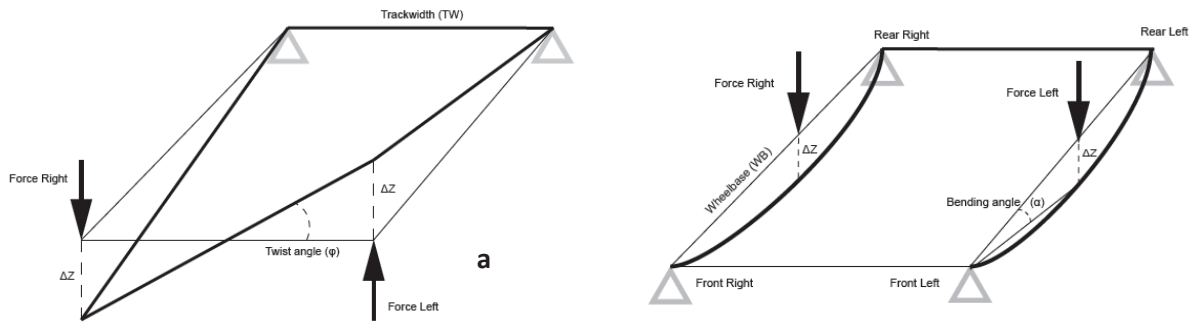


Figura 2. Casos de rigidez: a) torção; b) flexão (Fonte: Danielsson,2015)

O ângulo de flexão, o momento de flexão e a rigidez de flexão são dadas pelas equações 4, 5 e 6, respectivamente.

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\Delta z}{0,5.WB}\right) \tag{4}$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot WB \cdot R \tag{5}$$

$$K = \frac{T}{\alpha} \tag{6}$$

Onde WB é a distância entre eixos e R é a força aplicada.

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Modelo FEM

A carroceria foi modelada com elementos de barra 1D em um software comercial. Os elementos de barra foram conectados por molas representando a rigidez em cada direção (rotação e translação). Para esta análise, optou-se por padronizar os valores para todas as direções envolvidas. Geometricamente, foi utilizado no modelo base um tubo com 50mm de raio externo e 45mm de raio interno (espessura de 5mm). O material utilizado para a análise foi aço comum (Densidade = 7800kg/m³; Módulo de Young = 205GPa; Coeficiente de Poisson = 0,30).

A construção do modelo FEM se deu a partir da escolha de pontos no espaço representando as conexões entre as barras, sendo que o tamanho aproximado corresponde a uma carroceria de um modelo hatch. A Figura 3 abaixo mostra o modelo FEM e os nós (em amarelo).

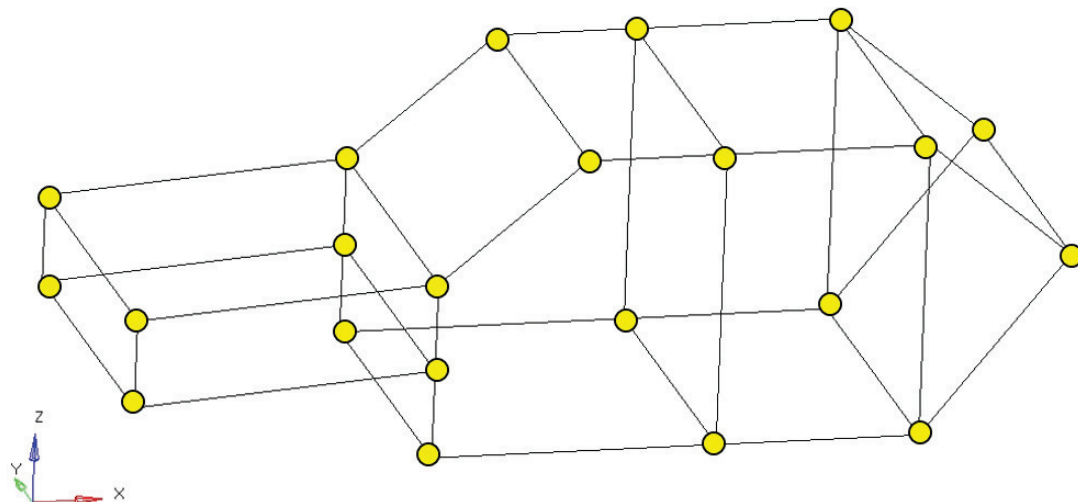


Figura 3. Modelo FEM com as barras e os nós de conexão, representados numericamente por molas.

3.2 Metodologia

O procedimento de análise do modelo da carroceria foi dividido em três etapas:

- Etapa 1: Comparação dos modos de frequência natural para diferentes valores de rigidez das molas;
- Etapa 2: Escolha de dois modelos para avaliação da variação dos modos de vibração e massa em função de alterações geométricas dos tubos;
- Etapa 3: Análise do impacto de cada região no modo global;

Foram avaliados os modos 1 e 2 (torção e flexão) da carroceria, conforme mostrado na Figura 4.

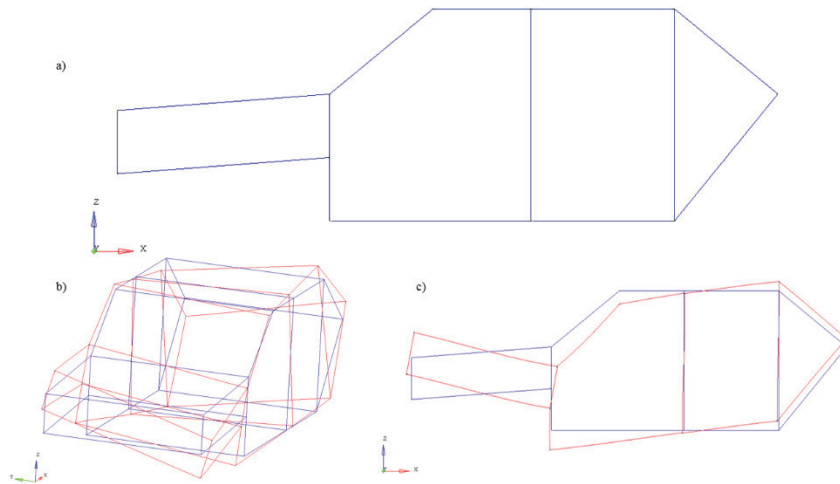


Figura 4. Representação dos modos de vibração: a) modelo base; b) modo de torção (em vermelho); c) modo de flexão (em vermelho).

4 RESULTADOS

4.1 Etapa 1

A partir da carroceria devidamente modelada, foi possível avaliar primeiramente a resposta em frequência natural em função da rigidez das molas adotadas. As características geométricas correspondem às descritas na seção anterior. Para essa premissa, foram avaliados 5 valores de rigidez da mola, sendo os resultados apresentados no Gráfico 1.

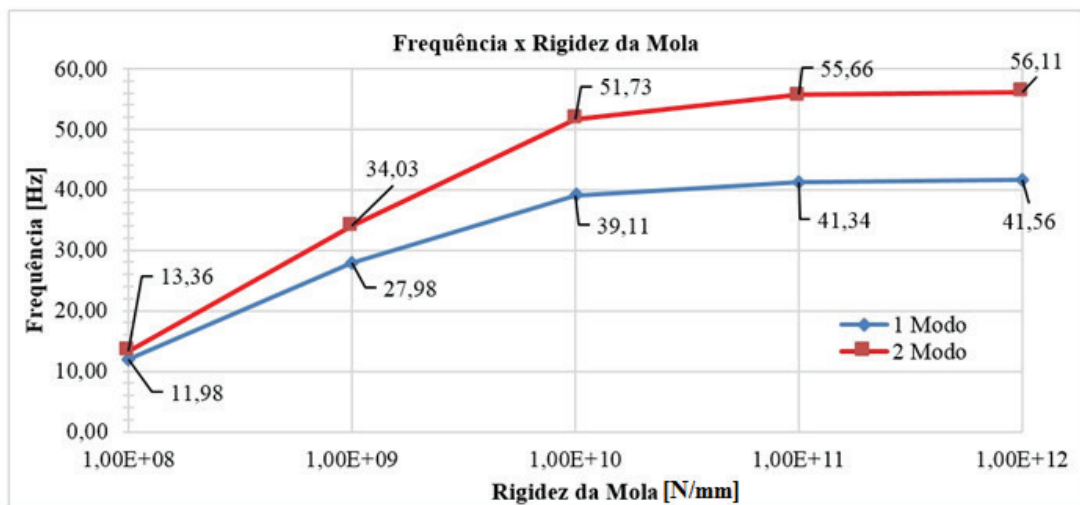


Gráfico 1. Frequência x Rigidez da Mola

Pode-se observar a relação direta entre o valor dos modos de vibração e a rigidez das molas adotadas. Embora a tendência é que ocorra sempre um aumento no valor do modo, pode-se observar que o valor tende a estabilizar com o aumento no valor da rigidez. Para essa primeira análise, nota-se que existe um limite no valor dos modos de vibração em função do valor da rigidez das molas. Isto indica que nesse caso, para uma melhor resposta do sistema, é interessante buscar alterações geométricas nos tubos para um melhor desempenho estrutural.

4.2 Etapa 2

A segunda parte da avaliação consistiu na escolha de dois modelos com determinado valor de rigidez de mola (K), para a realização de uma análise comparativa. Foram estudadas seis propostas (mais a proposta inicial) para cada valor de K atribuído, sendo que foi analisado a princípio somente o primeiro modo de vibração da estrutura (torcional). A Tabela 1 mostra as diferenças geométricas dos casos analisados, a massa e modo para dois casos de rigidez avaliados. A escolha dos valores de rigidez é justificada pelo fato de que ambos apresentaram valores de frequência natural com uma diferença considerável para comparação (e similares a análise de uma carroceria real que varia de 25 a 40Hz).

Tabela 1. Diferenças geométricas dos casos

CASO	R [mm]	r [mm]	Esp. [mm]	Massa [kg]	Rigidez K E+9 [N/m] Modo [Hz]	Rigidez K E+11 [N/mm] Modo [Hz]
0	50,00	45,00	5,00	450,00	27,98	41,34
1	50,00	47,50	2,50	231,10	32,95	42,48
2	50,00	49,00	1,00	93,86	38,07	43,20
3	50,00	49,50	0,50	47,16	40,54	43,44
4	25,00	22,50	2,50	112,60	20,15	20,98
5	25,00	24,00	1,00	46,45	21,23	21,62
6	25,00	24,50	0,50	23,46	21,63	21,83
7	12,50	10,00	2,50	53,33	9,97	10,01
8	12,50	11,50	1,00	22,75	10,60	10,62
9	12,50	12,00	0,50	11,61	10,83	10,83

O Gráfico 2 mostra de maneira comparativa os modos de vibração e a massa total de cada caso.

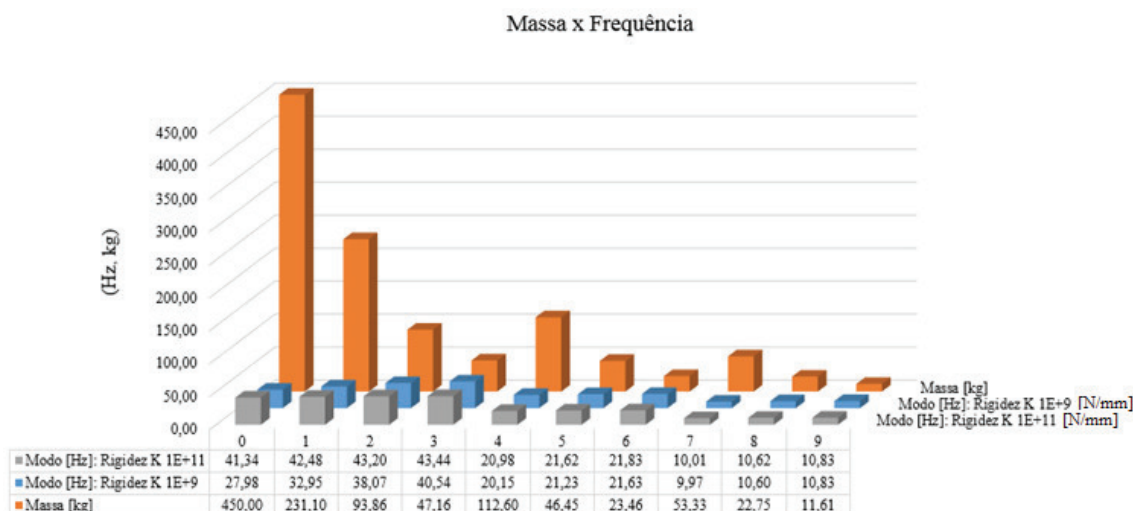


Gráfico 2. Frequência Natural x Massa

Pode-se observar que as diferenças geométricas entre os casos influenciam diretamente nos valores de frequência natural. Nos casos 1, 2 e 3, a diminuição da massa acarretou no aumento do valor do primeiro modo de vibração global. Embora os casos 3 e 5 apresentem valores de massa próximos, a rigidez da mola exerce uma maior influência na determinação dos modos de vibração. De maneira similar, os casos 2 e 4 também são influenciados pela rigidez das molas como justificativa da disparidade entre os modos de vibração.

4.3 Etapa 3

Na 3ª etapa da análise, foi avaliada a carroceria possui o valor de rigidez de molas igual a $1e+9$ N/mm. Neste caso, a carroceria base foi analisada num primeiro instante (Caso 0), e, em seguida foram alteradas as características geométricas de determinadas barras no modelo, simulando uma região onde teoricamente existe uma menor rigidez estrutural. Dessa forma, foram observados os impactos de cada alteração para os modos de torção e flexão da carroceria. As novas barras possuem raio externo de 25mm, raio interno de 24mm e espessura de 1mm.

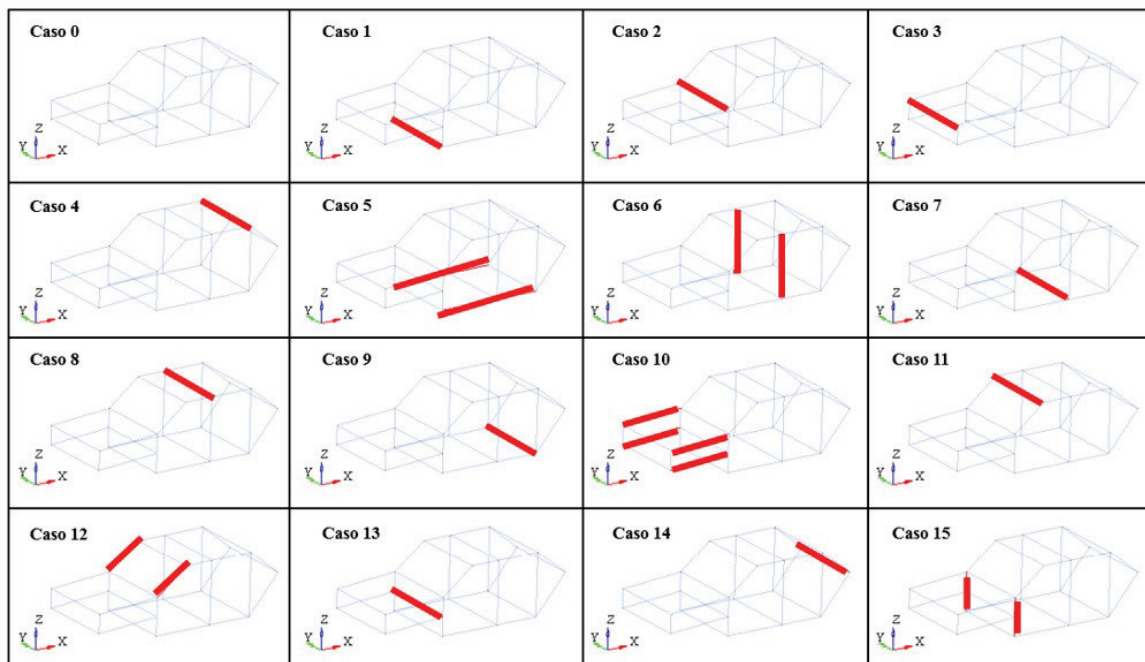


Figura 5. Casos analisados na 3ª etapa de análises. Em vermelho, as regiões modificadas.

A Tabela 2 mostra os valores encontrados para os modos de torção e flexão da carroceria. Os valores que se encontram abaixo do Caso 0 estão representados em vermelho. Em verde, os que estão acima.

Tabela 2. Comparação dos modos de torção e flexão em cada caso

	Modo de Torção			Modo de Flexão		
	Modos [Hz]	Δ Hz	%	Modos [Hz]	Δ Hz	%
0	27,98	-	-	34,02	-	-
1	26,67	-1,31	-4,9%	35,25	1,23	3,49%
2	27,53	-0,45	-1,6%	35,34	1,32	3,74%
3	28,24	0,26	0,9%	36,35	2,33	6,41%
4	27,6	-0,38	-1,4%	34,29	0,27	0,79%
5	19,22	-8,76	-45,6%	30,71	-3,31	-10,78%
6	27,68	-0,3	-1,1%	30,33	-3,69	-12,17%
7	25,4	-2,58	-10,2%	34,05	0,03	0,09%
8	27,21	-0,77	-2,8%	34,04	0,02	0,06%
9	26,81	-1,17	-4,4%	34,29	0,27	0,79%
10	15,88	-12,1	-76,2%	16,19	-17,83	-110,13%
11	26,54	-1,44	-5,4%	34,53	0,51	1,48%
12	24,03	-3,95	-16,4%	25,61	-8,41	-32,84%
13	28,03	0,05	0,2%	35,24	1,22	3,46%
14	27,7	-0,28	-1,0%	34,25	0,23	0,67%
15	27,01	-0,97	-3,6%	28,67	-5,35	-18,66%

Pode-se observar que para os modos de torção, as únicas alterações que não representaram impacto negativo no valor das frequências foram os casos 3 e 13. Os casos 5 e 10 foram considerados críticos pois, apresentaram uma queda considerável no valor dos modos da ordem de 45,6 e 76,2%, respectivamente.

Para os modos de flexão, os casos 5, 6, 10, 12 e 15 apresentaram valores abaixo do modelo base. No geral, as alterações tiveram um impacto positivo, mesmo que sutis. Acredita-se que a diminuição da massa em determinados pontos contribua para o melhor comportamento em termos vibracionais para a flexão da estrutura.

5 CONCLUSÕES

Este estudo possibilitou o melhor entendimento de alguns fenômenos globais que ocorrem quando se analisa a carroceria de um veículo, em termos de modos de vibração.

Pode-se notar que a rigidez das conexões, embora desempenhem um importante papel na rigidez estrutural, é limitada pela forma geométrica adotada nas barras. Isso indica que por mais que o projetista tente reforçar estruturalmente as regiões responsáveis pelas conexões das seções, uma boa rigidez local nas barras é importante para assegurar a rigidez global do veículo.

Nota-se também que geralmente, a diminuição da massa das seções representou um aumento no valor dos modos de vibração. Em termos de análise de frequência essa resposta pode ser considerada positiva, porém uma análise mais aprofundada das tensões geradas devido aos modos, ou outros carregamentos no qual a carroceria pode estar sujeita, pode indicar se a diminuição da massa acarreta em um aumento considerável das tensões no modelo, o que pode inviabilizar alterações geométricas bruscas em vista a redução da massa.

De maneira geral, embora simplificado, o modelo 1D tornou-se prático para uma análise conceitual da rigidez e pode ser empregado na fase de concepção conceitual do veículo, onde os projetistas podem prever de antemão as regiões no veículo que serão afetadas por algumas modificações estruturais que são necessárias durante o desenvolvimento do projeto.

Como proposta futura, pretende-se estender as avaliações desse modelo para uma análise de tensão com a aplicação de cargas diretamente na estrutura para a avaliação do impacto de cada modificação e otimização do modelo.

NOMENCLATURA

FEM Finite Element Methods
 DOE Design of Experiments
 TW Distância [m]
 T Momento torsor [N.m/grau]

WB Distância [m]
 M Momento fletor [N.m/grau]
 K Rigidez [N/m]

Letras gregas

Φ Ângulo de torção [grau]
 Δ Variação [-]

Subscritos

z sentido da variação

REFERÊNCIAS

- Altair Engineering Inc., USA, information on <http://www.altairhyperworks.com>
- Danielsson, O. eCocaña A., 2015. Influence of Body Stiffness on Vehicle Dynamics Characteristics in Passenger Cars. Tese (Mestrado), Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- De Gaetano, G., Mundo, R., Cosco, F., Malleta, C. e Donders, S., 2014. "Concept Modelling of Vehicle Joints and Beam-Like Structures through Dynamic FE-Based Methods". Hindawi Publishing Corporation (Shock and Vibration), Vol. 2014, ID 303567.
- Donders, S., Takahashia, Y., Hadjita, R., VanLangenhovea L., Brughmansa, M., VanGenechtenb B. e Desmetb, W., 2009. "A reduced beam and joint concept modeling approach to optimize global vehicle body dynamics". Finite Elements in Analysis and Design, vol. 45, no. 6-7, pp. 439-455.
- Fish, J. e Belytschko, T., 2009. Um primeiro curso em elementos finitos. Ed. LTC, 1ª edição.
- Helsen, J., Cremers, L., Mas, P. e Sas, P., 2010. "Global static and dynamic car body stiffness based on a single experimental modal analysis test". International Conference on Noise and Vibration Engineering. Leuven, Belgium. ID 978-90-73802-87-2.
- Mundo, R. Hadjit, S. Donders, M. Brughmans, P. Mas e W. Desmet, 2009. "Simplified modelling of joints and beam-like structures for BIW optimization in a concept phase of the vehicle design process," Finite Elements in Analysis and Design, vol. 45, no. 6-7, pp. 456-462.
- Rao, S.S., 2011. Mechanical Vibrations. Ed. Prentice Hall, 5ª edição.
- Tebby, S., Esmailzadeh, E. e Barari, A., 2011. "Methods to Determine Torsion Stiffness in an Automotive Chassis". Computer-Aided Design and Applications, Vol. 1, pp. 67-75.

Zienkiewicz, O., Taylor, R. e Zhu, J., 2013. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Ed. Butterworth-Heinemann, 7ª edição.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

PROCESSAMENTO DE SINAIS APLICADO À ANÁLISE COMPARATIVA DO TIMBRE DE INSTRUMENTOS PRODUZIDOS COM MADEIRAS NACIONAIS E TRADICIONAIS

Thiago Henrique Lara Pinto, M.Sc., thiago.lara@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

PosEEs, Departamento de Eng. de Estruturas, Escola de Engenharia, UFMG – Campus Pampulha, BH, MG, Brasil

Olavo Cosme da Silva, Dr., olavo.cosme@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

Alexsander Vanzela, alexvanzela@gmail.com

Conservatório Estadual de Música Lobo de Mesquita - Diamantina, MG, Brasil

PPG SaSA / UFVJM – Campus JK, Diamantina, MG, Brasil

Resumo. *Instrumentos musicais considerados de alta qualidade são, em geral, construídos com o uso de madeiras tradicionais, como maple e mogno, muitas vezes escassas e de alto custo. No Brasil, possuímos opções de madeiras mais acessíveis aos nossos luthiers e, no entanto, de alta qualidade para a produção de instrumentos musicais, como o pau ferro e a braúna. O objetivo deste trabalho é verificar a qualidade do timbre de um instrumento produzido utilizando-se madeiras nacionais, tendo como objeto de estudo a Guitarra AV-1, produzida por um profissional da região e, como base de comparação, propõe-se a utilização de instrumentos renomados encontrados no mercado. Os estudos foram realizados utilizando-se arquivos de gravações realizadas com a guitarra AV-1 e os instrumentos de referência, tentando-se reproduzir detalhes característicos nos diversos instrumentos objetos de estudo. Tais gravações são então convertidas em sinais numéricos e, lançando-se mão de técnicas de processamentos de sinais, podemos identificar características reconhecidas por músicos como sendo uma alta ou baixa qualidade de timbre e, através de análise comparativa, a correlação com o que é observado pelas análises dos sinais provenientes do instrumento construído com madeiras nacionais. De acordo com os resultados de análises sonoras, bem como as opiniões manifestadas por instrumentistas que testaram a guitarra AV-1, podemos afirmar que as madeiras de origem nacional, utilizadas para a fabricação desta guitarra, apresentam uma qualidade semelhante à das madeiras utilizadas em guitarras de renome.*

Palavras-chave: *Sistemas dinâmicos, Processamento de sinais, Audio, Timbre, Madeiras nacionais*

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo avaliar a qualidade do timbre de um instrumento produzido utilizando-se madeiras nacionais, tendo como objeto de estudo a Guitarra AV-1, produzida por um profissional da região e, como base de comparação, instrumentos renomados encontrados no mercado.

Na construção da guitarra objetivo deste estudo, foram utilizadas as madeiras Pau Pereiro (tampo, braço e headstock); Braúna (escala) e Cedro (corpo). Em estudos anteriores, de posse do modelo AV-1 produzido, foram realizadas pesquisas de opinião com estudantes do curso de música da Universidade Vale do Rio Verde e outras, onde se observou um alto índice de aprovação (Vanzela, 2011).

Propõe-se aqui uma discussão geral destes resultados sob a ótica, e lançando mão de ferramental existente, de engenharia. Para tal, foram realizados ensaios simples, realizados com as cordas soltas e palhetadas, não puxadas, e aquisitados por uma placa de som por meio de um microfone posicionado à frente do amplificador, tendo sido realizado apenas o tratamento padrão da placa, como o anti-aliasing analógico comum para este tipo de equipamento.

2. ANÁLISES

Para a gravação dos objetos de estudo das análises realizadas neste trabalho, foi utilizado um amplificador Marshall Valvestate VS 30 R sem efeitos ativos, no qual foram conectadas três guitarras:

- Guitarra AV1, produzida a partir de madeiras de origem nacional;
- Ibanez Sereis S 520 EX, com dois humbucker (INF1 e INF2), chave de 3 posições, cordas 0,09 mm, ponte ZR com ZPS-2.
- Ibanez, modelo Gio RG 220, equipada com dois captadores duplos e um simples, ponte Ibanez patentada da Floyd Rose e cordas 0,09 mm.

No intuito de se reduzir o efeito da posição dos captadores, todas as guitarras foram reguladas de forma a utilizar apenas o o captador humbucker da posição braço durante as gravações.

2.1 Pré-processamento

Em estudos envolvendo sistemas dinâmicos, são necessários cuidados quanto a escolha de taxas de amostragem ou mesmo tamanho de janela (quantidade de amostras) de aquisição do sinal no domínio do tempo. Por exemplo, o *Aliasing* é um problema associado à análise espectral digital, causado pela discretização do histórico no tempo (*time-history*) contínuo original Ewins (1984). Pode ser descrito como um fenômeno que ocorre durante a conversão analógica para digital, em que a frequência do sinal convertido é menor que a do sinal original. Isso acontece quando a frequência de amostragem é insuficiente para descrever o sinal, gerando-se um modo irreal, como na Figura 1.

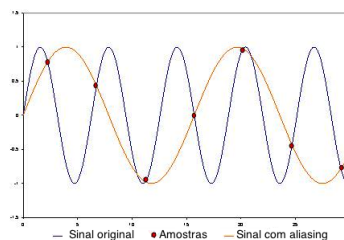


Figura 1. O fenômeno *Aliasing*.

Vale ressaltar que, apesar de um histórico temporal conter, teoricamente, toda a gama de frequências de respostas da estrutura, ao se trabalhar em um domínio de tempo discreto, a faixa de frequência observável depende da taxa de frequência de amostragem. Pelo menos duas medidas por ciclo são necessárias para se definir digitalmente a frequência original de um dado analógico. Assim, para uma dada taxa de aquisição, a frequência de corte máxima é dada pela Equação 1 (Bendat e Piersol (1971)).

$$f_{Nyquist} = \frac{2}{T_{sample}} \quad (1)$$

A frequência de corte máxima, para uma dada taxa de aquisição, é também conhecida como frequência de Nyquist ou de dobramento.

2.1.1 Leakage

O *leakage* (vazamento) é consequência direta da necessidade de se selecionar apenas uma parte finita do *time-history* (Figura 2), juntamente com o fato de se assumir a periodicidade do sinal Ewins (1984). Este efeito ocorre devido ao

truncamento da série de sinais discretos no tempo quando estes são coletados em uma condição na qual a descontinuidade imposta pelo corte faz surgir conteúdos de frequência espúrios, ou seja, inexistentes no sinal de resposta coletado.



Figura 2. O fenômeno *Leakage*.

Difícilmente o sinal é de tal forma que um número inteiro de ciclos se encaixa no tempo de medição, gerando o espectro de frequências esperado. Assim, o espectro de frequências é ampliado pelas "falhas" nas extremidades na grande maioria dos casos. O problema é agravado pelo fato de o tamanho do pulso aleatório depender de quando a primeira medição ocorreu no ciclo, assim a ampliação pode se alterar se a medição for repetida. Ao analisar uma sequência de dados finita através de Fourier ou outro método de análise espectral, o janelamento pode ser utilizado no intuito de se minimizar o efeito das formas de onda truncadas, reduzindo dessa forma a perda espectral [Andrade e Soares \(2000\)](#).

2.1.2 Bias

Se um teste modal for realizado repetidas vezes, os parâmetros modais identificados receberão valores diferentes para cada teste. Se a média destes valores coincide com o valor verdadeiro para um respectivo parâmetro, foi obtida uma estimativa com baixo *bias* [Benini \(2006\)](#). É desejável ter estimativas sem tendências (baixo *bias*) e também baixa variância entre os testes.

A ocorrência de um elevado nível de *bias* pode ser uma indicação de não linearidades no sistema, onde este tipo de erro está ligado à flexibilidade restrita do modelo [Nelles \(2001\)](#) devida a uma representação aproximada do sistema. Contudo, o aumento da ordem do sistema para a minimização do *bias*, aumenta a quantidade de informação necessária para a solução do problema e, desta forma, aumenta a possibilidade de o ruído gerar um alto nível de erro durante otimização de parâmetros.

2.2 Janelamento

Durante a análise de sinais, temos a necessidade de realizar o truncamento da série discreta analisada, subdividindo em trechos os sinais, sendo tais subdivisões nomeadas janela. Assim, utilizando-se técnicas de janelamento, é possível definir a duração do período de observação de um sinal amostrado.

Se considerarmos o ruído um sinal aleatório, e sabendo-se que a média de um sinal aleatório tende a zero, podemos concluir que o uso do janelamento possibilita a redução do efeito do ruído ao possibilitar a realização de médias entre os trechos do sinal (janelas). Técnicas de janelamento podem também ser utilizadas para minimizar efeitos como o *leakage* [Ewins \(1984\)](#). Para tal, a função janela utilizada deve ser escolhida de forma que as extremidades de cada recorte do sinal tendam a zero, minimizando assim o efeito do truncamento do sinal.

Aplicar uma janela a um sinal no domínio do tempo é equivalente a multiplicar o sinal pela função que representa a janela. Devido ao fato de a multiplicação no domínio do tempo ser equivalente à convolução no domínio da frequência, o espectro de um sinal janelado é a convolução do espectro do sinal original com o espectro da janela. Dessa maneira, o janelamento modifica a forma do sinal tanto no domínio do tempo quanto no da frequência [Andrade e Soares \(2000\)](#).

2.2.1 Janela Hanning

A janela Hanning, utilizada neste trabalho, é uma janela de uso geral comumente indicada para sinais contínuos. Matematicamente, ela pode ser definida pela [Equação 2](#) ([Maia e Silva \(1997\)](#)):

$$W(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right] \implies |t| \leq \frac{T}{2}; \quad W(t) = 0 \implies |t| > \frac{T}{2} \quad (2)$$

A [Figura 3](#) apresenta, graficamente, a janela Hanning no domínio do tempo. Pode-se observar que esta tem seu máximo na metade de seu período ($t = 0$) e mínimos em suas extremidades ($|t| = \frac{T}{2}$).

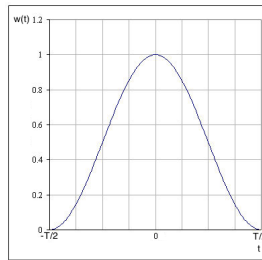


Figura 3. Janela Hanning no domínio do tempo.

Para compensar a distorção produzida no sinal pelo janelamento, é necessário multiplicar a FFT do sinal janelado por um fator de correção. Para a janela Hanning, o fator de correção é dado pela [Equação 3](#). Este fator é composto pela multiplicação entre os fatores responsáveis pela correção da degradação de amplitude (2) e da degradação de energia ($\sqrt{\frac{8}{3}}$) ([Maia e Silva \(1997\)](#)).

$$F_{cor} = 2\sqrt{\frac{8}{3}} \quad (3)$$

2.3 Função de Resposta em Frequência (FRF)

A Função Resposta em Frequência, ou FRF, de um sistema pode ser vista como uma função filtro, criada pelo próprio, aplicado à excitação de entrada [Avitabile \(2006\)](#). Esta contém a informação de cada um dos modos de vibração e as frequências de ressonância relacionadas.

Durante a obtenção das FRFs, sinais aleatórios não podem ser tratados da mesma forma que sinais determinísticos devido à sua natureza não periódica [Maia e Silva \(1997\)](#). Desta forma, não é possível calcular a FRF de sinais aleatórios pela simples razão entre entradas e saídas do sistema, mesmo que para isso seja proposto analisar tais sinais como se possuíssem um período infinito, uma vez que tal análise violaria a condição de Dirichlet ([Equação 4](#)).

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (4)$$

2.4 Densidade Espectral de Potência

Na maioria dos casos práticos, como forma de contornar esta característica, os sinais são considerados estacionários e ergódicos. Assim, considera-se que médias calculadas com base em vários históricos temporais, medidos em um único período de tempo, seriam equivalentes às calculadas com base em vários recortes de um único histórico temporal. Podemos assim definir as funções de auto-espectro e de espectro cruzado como funções que descrevem, em uma faixa de

frequência, o conteúdo energético do sinal.

O auto-espectro do sinal, também conhecido como densidade espectral de potência (PSD ou *Power Spectral Density*), pode ser calculado a partir da transformada discreta de Fourier (DFT) deste sinal, como na [Equação 5](#). Vale ressaltar que a somatória desta equação está implícita devido ao uso da notação indicial de Einstein.

$$S_{xx}(Jf_s/N) = \frac{T}{N} |X(Jf_s/N)|^2 \quad (5)$$

Onde X é a DFT de x , f_s/N é a frequência de amostragem do sinal, N , o número de amostras, T , o período e J é um número inteiro, variando de 0 a N , indicando a amostra utilizada para a média realizada durante o cálculo do PSD.

De forma similar, o espectro cruzado entre os sinais de entrada e saída, pode ser definido pela [Equação 6](#).

$$S_{fx}(Jf_s/N) = \frac{T}{N} F^*(Jf_s/N)X(Jf_s/N) \quad (6)$$

Onde o $*$ sinaliza a utilização do complexo conjugado da função.

Vale ressaltar que o espectro cruzado entre sinais carrega informações relativas à fase e à magnitude da função de transferência do sistema, diferentemente do auto-espectro que, por sua vez, carrega apenas informações relativas à magnitude.

2.5 Estimadores de FRF

Embora existam diferentes formas para a obtenção da função de resposta de frequência, o estimador H_1 é a forma mais popular, sendo utilizada na maioria dos testes modais de entrada única realizados hoje [Avitabile \(2002\)](#). O estimador convencional de FRF $H_1(\omega)$ é indicado para casos onde se considera que haverá um maior nível de ruído no sinal de saída. Este pode ser definido ([Equação 7](#)) como a razão entre o espectro cruzado de entrada e saída pelo auto-espectro da entrada do sinal [Maia e Silva \(1997\)](#).

$$H_1(\omega) = \frac{S_{f^*x}(\omega)}{S_{f^*f}(\omega)} \quad (7)$$

Outra possibilidade de estimador de FRF [Maia e Silva \(1997\)](#), $H_2(\omega)$, pode ser obtido pela razão entre o auto-espectro da saída pelo espectro cruzado da entrada e saída do sinal ([Equação 8](#)), sendo indicado para casos onde se considera que haverá um maior nível de ruído no sinal de excitação.

$$H_2(\omega) = \frac{S_{x^*x}(\omega)}{S_{x^*f}(\omega)} \quad (8)$$

Segundo [Olson \(1967\)](#), o auto-espectro típico de uma guitarra tem o aspecto apresentado na [Figura 4](#):

Processando o sinal obtido de gravações realizadas (9 segundos, 16 kHz), onde faz-se a *FFT* e, em seguida, médias de todos os blocos juntos, ([Audacity, 2016](#)), subdivididos em janelas de 512 pontos, podemos obter os seguintes resultados experimentais ([Figura 5](#)):

Comparando-se os resultados obtidos a partir das guitarras estudadas, observa-se uma similaridade com o esperado pelos resultados qualitativos apresentados na literatura. Nota-se a presença de bandas de frequências no lugar dos picos uma vez que um modelo real possui a presença de amortecimento estrutural.

Observa-se ainda que quanto maior a janela utilizada, melhor será a resolução em frequência obtida nos resultados. Contudo, o aumento do tamanho da janela aumenta o espaço de tempo no qual as médias estão sendo realizadas, necessi-

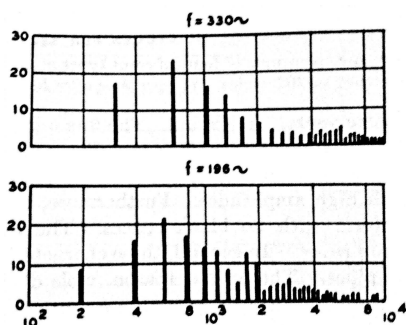


Figura 4. Espectro de frequências típico de uma guitarra.

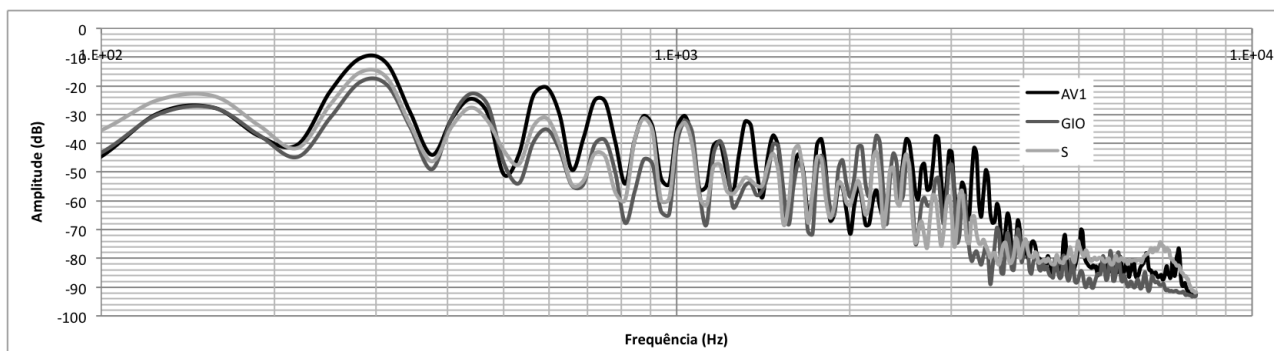


Figura 5. Espectro de frequências medidos nas guitarras estudadas - nota fundamental em 294 Hz.

tando assim de maiores medidas.

3. Resultados

Um espectrograma usa a Transformada rápida de Fourier (FFT em sigla em inglês) para exibir as informações de frequência em função do tempo. Há um *trade-off* inerente entre resolução de frequência e tempo de resolução. Janelas menores resultarão em uma melhor resolução em tempo, enquanto janelas maiores, uma melhor resolução em frequência.

Nos resultados apresentados deste trabalho, uma janela Hanning com 2048 pontos foi utilizada no intuito de se privilegiar a resolução em frequência. Esta janela, considerada grande, nos dá ainda a possibilidade de desconsiderar ruídos de curta duração possivelmente presentes nas gravações utilizadas. A Figura 6 apresenta um resultado típico obtido para a guitarra AV1, plotado para a faixa de frequência audível.

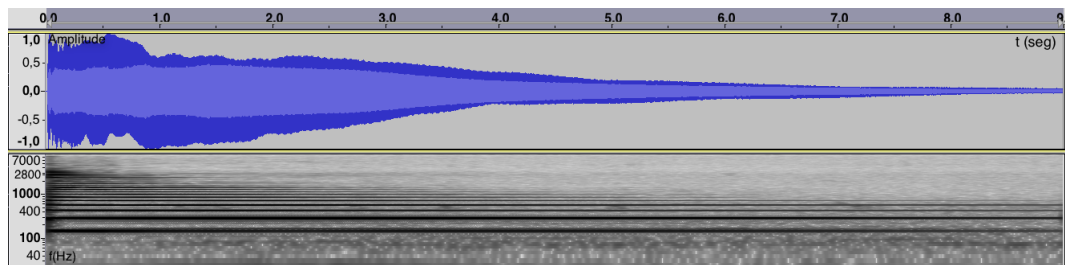


Figura 6. Espectrograma medidos na guitarra AV1 - nota fundamental em 294 Hz - Escala Logarítmica.

A parte superior das imagens apresentadas demonstra o comportamento do sinal, sem artifícios numéricos, durante um intervalo de 9 segundos. A parte inferior, por sua vez, apresenta o espectrograma relativo.

Observa-se que, apesar de termos como convenção o uso da escala logarítmica para resultados de engenharia, o uso de escala melódica, baseada na comparação de tons, facilita a visualização dos resultados por se tratar de uma análise

de um instrumento melódico. A **Figura 7** apresenta os mesmos resultados da **Figura 6**, alterando a visualização para o formato da escala melódica.

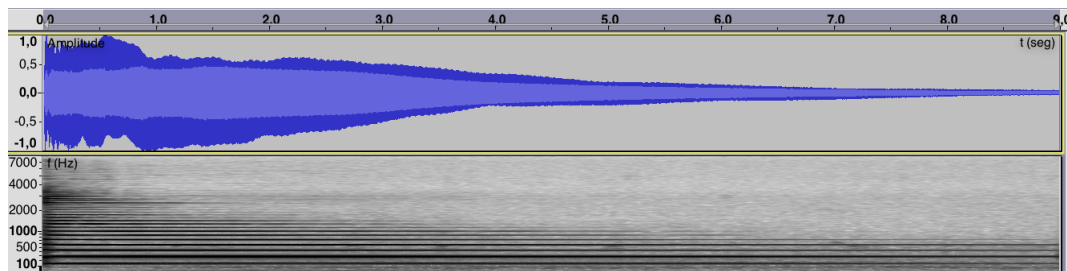


Figura 7. Espectrograma medidos na guitarra AV1 - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Como base de comparação, são apresentados resultados similares para as guitarras utilizadas como parâmetro de controle. A **Figura 8** apresenta resultados típicos, seguindo o mesmo padrão de processamento, para a Ibanez S:

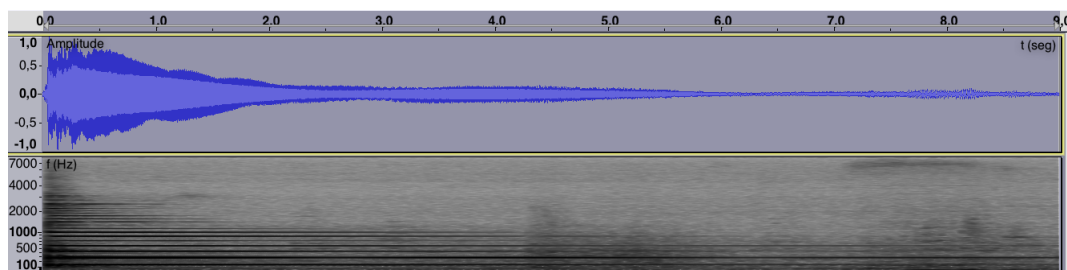


Figura 8. Espectrograma medidos na guitarra Ibanez S - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Em seguida, a **Figura 9**, apresenta resultados típicos, novamente seguindo o mesmo padrão de processamento, para a Ibanez GIO:

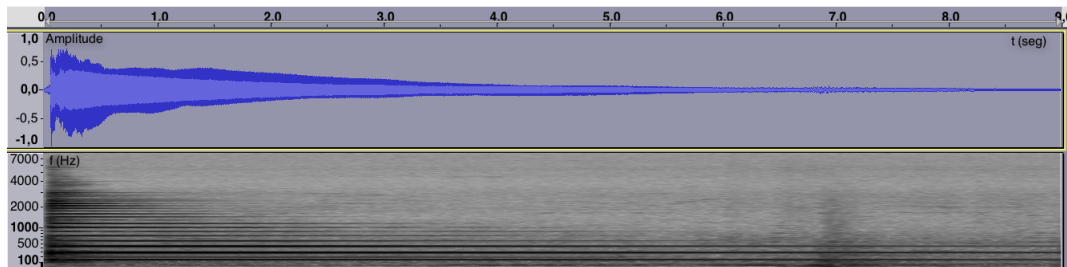


Figura 9. Espectrograma medidos na guitarra Ibanez GIO - nota fundamental em 294 Hz - Escala Melódica.

Pode-se observar uma tendência a uma manutenção da série harmônica durante um maior período de tempo para a Guitarra AV1, contudo, dada a baixa massa estatística de dados utilizada nestes estudos, e o fator humano na excitação do sistema, os resultados são considerados pouco conclusivos. Contudo, observa-se que o modelo proposto apresentou em geral resultados pelo menos similares aos obtidos a partir dos modelos comerciais.

4. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os resultados de análises sonoras, bem como as opiniões manifestadas por instrumentistas que testaram a guitarra AV-1, podemos afirmar que existem madeiras de origem nacional que, tal qual as utilizadas para a fabricação desta guitarra, apresentam uma qualidade semelhante à das madeiras utilizadas em guitarras de renome, no entanto, os resultados mostrados neste trabalho ainda estão em um nível bastante incipiente e necessitam de grande avanços para serem considerados conclusivos.

O aumento da base de dados estatísticos, a inserção de padrões de uma guitarras consideradas de baixa qualidade, o uso de filtros controláveis, melhorias no equipamento e processo de gravação, tentativas de padronização de input e estudo da influência de frequências inaudíveis, são algumas das propostas futuras de melhorias e avanços deste trabalho.

Comparando-se os resultados obtidos a partir das guitarras estudadas, observou-se uma similaridade com o esperado pelos resultados qualitativos apresentados na literatura. Pode-se observar ainda, apesar da baixa massa estatística de dados e presença de fatores pouco controlados, uma tendência a bons resultados para a Guitarra AV1, ainda que as guitarras possuam geometrias diferentes, madeira diferentes e, principalmente, a AV-1 seja uma guitarra semi-acústica e não sólida como as utilizadas para comparação. É importante salientar que dado o nível de trabalho artesanal empregado, mesmo guitarras feitas da mesma madeira, e com os mesmos componentes eletrônicos, podem possuir timbres distintos.

AGRADECIMENTOS

Os autores do presente trabalho agradecem ao apoio da *UFVJM*, por meio do programa *PROCARTE*; do *Conservatório Estadual de Música Lobo de Mesquita*; e dos demais integrantes envolvidos no projeto *Física de Instrumentos Musicais*.

NOMENCLATURA

f	frequencia (Hz)	$S_{f \cdot f}$	auto espectro da entrada (IN)
f_s	recorte em frequencia (Hz)	$S_{x \cdot x}$	auto espectro da saída (OUT)
F_{cor}	fator de correção hanning	t	tempo
H	função de resposta em frequência (FRF)	T	período
H_1	estimador convencional de FRF	W	função janela
H_2	estimador alternativo de FRF	w	frequencia (<i>rad/s</i>)
p	período da janela		
$S_{f \cdot x}, S_{x \cdot f}$	espectro cruzado IN-OUT		

REFERÊNCIAS

- Andrade, A.O. e Soares, A.B., 2000. “Técnicas de Janelamento de Sinais. In: SEMINÁRIO DOS ESTUDANTES DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA UFU, 3., 2000, Uberlândia”. *Anais...*, pp. 16–18, Uberlândia: UFU.
- Audacity, 2016. *Manual for Audacity 1.2*. online: <http://www.audacityteam.org/>.
- Avitabile, P., 2002. “Modal space - in our own little world: Could you please explain the basic steps to acquire data for modal testing?” *SEM Experimental Techniques*, p. 2.
- Avitabile, P., 2006. “Modal space - in our own little world: What is a good mac value so i know my model is right?” *SEM Experimental Techniques*, p. 2.
- Bendat, J. e Piersol, A., 1971. *Random Data*. Wiley-Interscience, analysis and measurement procedures. New York.
- Benini, G.R., 2006. *Detection and Identification of Nonlinearities for Flight Flutter Testing*. Tese (Doutorado), School of Mechanical, Aerospace & Civil Engineering, University of Manchester, Manchester.
- Ewins, D.J., 1984. *Modal Testing*. Research Studies Press LTD., theory and practice. London.
- Maia, N.M.M. e Silva, J.M.M., 1997. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press, London.
- Nelles, O., 2001. *Nonlinear System Identification*. Springer, from classical approaches to neural networks and fuzzy models. Berlin.
- Olson, H.F., 1967. *Music, Physics and Engineering*. Dover, NY.
- Vanzela, A. e Trombini, L.M., 2011. “Características timbrísticas entre guitarras elétricas de corpos sólidos e semi-sólidos”. *Universidade Vale do Rio Verde - Trabalho de conclusão de curso de licenciatura em música*.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

VARIABILIDADE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO COM O PROCESSO DE FABRICAÇÃO

Dâmia Carina Dias do Carmo, damiacarinadc@gmail.com

Max de Castro Magalhaes, max@dees.ufmg.br

Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Avenida Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, Brasil

Rodrigo Barreto Caldas, caldas@dees.ufmg.br

Jacqueline Maria Flor, flor@dees.ufmg.br

Ricardo Hallal Fakury, fakury@dees.ufmg.br

Resumo. A utilização de diferentes materiais combinados em estruturas de edificações sob carregamento dinâmico, tem se tornado recorrente, uma vez que certas combinações podem resultar num material composto com propriedades mecânicas, as quais superam positivamente aquelas atribuídas a cada material individualmente. O uso de vigas mistas de aço-concreto em edificações vem apresentando consideráveis contribuições em relação à estabilidade e desempenho estrutural. Neste trabalho, foi feita uma análise da resposta dinâmica de vigas mistas tubulares de aço, preenchida com concreto em diferentes condições de fabricação: com e sem desmoldante na superfície interna de contato aço-concreto; concreto de preenchimento com e sem armadura. Acredita-se que, apesar de a utilização dessas vigas mistas em edificações não ser uma novidade, a análise da resposta dinâmica das mesmas em diferentes condições de fabricação é uma contribuição significativa desta pesquisa. O principal objetivo deste artigo é, portanto, examinar a variabilidade das propriedades dinâmicas (tais como frequências naturais e amortecimento) de vigas mistas através da análise das Funções de Resposta em Frequência (FRFs), obtidas experimentalmente, na faixa de 0-700Hz sob diferentes condições de fabricação. O ensaio dinâmico será realizado por meio do 'teste de impacto' e os dados processados em Matlab.

Palavras-chave: frequências naturais, vibração, vigas mistas.

1. INTRODUÇÃO

É comum notar em algumas edificações a ocorrência de ruídos indesejáveis na estrutura, os quais podem ser motivados por diversos fatores, algumas vezes, até mesmo o caminhar de um indivíduo.

Rigidez e ressonância são considerações fundamentais no projeto de um pavimento. Por volta da década de 70, começaram a surgir problemas com vibrações induzidas por caminhadas em pavimentos suportados por vigas de aço, os quais satisfaziam os critérios de rigidez tradicionais. Esses problemas motivaram estudos, desde então, acerca da função de carregamento e do potencial para ressonância. Murray, Allen e Ungar (2003) afirmam que novos procedimentos analíticos desenvolvidos recentemente para solucionar problemas de ressonância ligados a atividades ritmadas, como danças aeróbicas e de forte impacto, permitem uma análise e um projeto que leve em conta o conforto dos indivíduos ocupantes de um ambiente destinado a atividades específicas. O cálculo das primeiras frequências naturais e a amplitude máxima de aceleração, velocidade ou deslocamento para uma excitação de referência são necessários para aplicação dos procedimentos analíticos. As frequências naturais de pavimentos estruturados com vigas mistas de aço-concreto podem estar próximas ou podem coincidir com as frequências de atividades humanas, o que justifica a ressonância estar associada com a maioria dos problemas que ocorrem em construções que usam estruturas de aço (Murray, Allen, Ungar, 2003).

Segundo Bruel e Kjaer (1988a), vibrações são causadas por processos em que forças dinâmicas excitam a estrutura, e o ruído é a parte da energia de vibração de uma estrutura transformada em variações de pressão do ar. Grande parte dos problemas de vibração está relacionada com a ressonância. A ressonância pode ser definida como um fenômeno que ocorre sempre que as frequências naturais de vibração de uma estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, gerando deflexões excessivas. O fenômeno de ressonância é usualmente associado com a excitação de frequência singular, mas sabe-se que ela ocorre sempre que uma "entrada" (excitação) contínua possuir um componente de frequência que corresponde a uma frequência natural do sistema. A resposta de um sistema excitado à ressonância é claramente ilimitada, a menos que uma parte da energia das ondas continuamente geradas e refletidas múltiplas vezes, seja dissipada por meio de amortecimento (Rao, 2008; Fahy, 1998a).

Os problemas provocados pela vibração em estruturas podem ser enquadrados em dois tipos principais: aqueles que afetam a integridade da estrutura em questão e os que estão relacionados com o conforto do usuário.

No primeiro caso, o cerne da questão é o limite de resistência e sua relação com a estabilidade estrutural, submetida a ações externas, que podem culminar em danos estruturais e até no colapso da estrutura.

O segundo tipo de problema está relacionado com o limite de resposta da estrutura às vibrações e suas consequências para as recomendações de uso. Contrastando com a primeira situação, a questão aqui é o funcionamento em serviço e não a integridade estrutural. Os problemas aqui considerados estão relacionados principalmente com o fenômeno da ressonância por efeito de cargas móveis. É válido lembrar, que em casos extremos, cargas móveis podem derrubar estruturas (Zúñiga, 2011).

A ideia de se obter componentes estruturais mistos surgiu do intuito de aproveitar as propriedades desejadas de cada elemento, resultando num componente otimizado para a função a que se destina. Esses componentes mistos são caracterizados pela associação de dois ou mais materiais de diferentes características, as quais se completam (Machado, 2012).

Denomina-se sistema misto aço-concreto aquele que contém um perfil de aço laminado, dobrado ou soldado, trabalhando junto com o concreto (geralmente armado) para formar um pilar misto, uma viga mista, uma laje mista ou uma ligação mista.

As vigas mistas aço-concreto são consideradas o sistema estrutural mais eficiente para suportar cargas na construção de pontes e de pisos de edifícios, já sendo o sistema mais utilizado devido tanto à facilidade de construção, quanto à possibilidade de se reduzir o peso das vigas de aço. O sistema de vigas mistas atingirá eficiência máxima quando a linha neutra estiver posicionada de forma tal que o concreto resista todas as tensões de compressão na flexão e o perfil de aço atue na resistência de todas as tensões de tração.

As vigas mistas com forma de aço incorporada ganharam popularidade depois dos anos 60, na América do Norte e depois dos anos 70, na Europa e hoje é o sistema de laje mais difundido nos países industrializados. Anteriormente, utilizavam-se formas removíveis para construí-las com lajes planas e molda-las “in loco” (Berczynski e Wróblewski, 2005; Queiroz e Pimenta, 2001; Pfeil e Pfeil, 2000).

Devido, principalmente, às vantagens estéticas se comparado a perfis de aço de seção aberta, perfis de aço tubulares retangulares têm sido frequentemente empregados na construção civil. Esses perfis podem ser preenchidos com concreto, tornando-se uma “viga mista tubular de aço preenchida com concreto” e adquirindo vantagens estruturais, tais como melhoria na capacidade resistente, na rigidez e na ductilidade (Flor, 2015).

Neste trabalho, será avaliado o comportamento dinâmico de vigas mistas tubulares aço-concreto em diferentes concepções: com e sem desmoldante; com e sem armadura de aço interna (em uma ou duas camadas). O desmoldante utilizado atua reduzindo consideravelmente o atrito entre a superfície metálica e o concreto. O ensaio dinâmico será baseado no “teste de impacto” e os resultados experimentais serão processados em software Matlab.

2. METODOLOGIA

2.1. Medição de vibração

Quando uma determinada força é aplicada em uma estrutura, os sinais correspondentes à excitação e à resposta são amostrados em intervalos regulares utilizando um conversor analógico-digital e esses sinais são então representados em um computador por meio de vetores de valores discretos. Esses valores podem ser processados de forma a produzir funções de resposta em frequência, frequências de ressonância, fatores de amortecimento, modos de vibração e até mesmo, previsão de vida útil de uma estrutura. A função de transferência entre a força aplicada em um ponto da estrutura e a resposta (deslocamento, velocidade ou aceleração) em outro ponto é um parâmetro comum a ser medido.

Transdutores são usados para transformar uma determinada quantidade de vibração (aceleração, força, deformação) em um sinal elétrico. Os principais transdutores disponíveis são os acelerômetros e os transdutores de força (atuadores e martelos instrumentados).

Os acelerômetros são transdutores sísmicos, ou seja, podem ser modelados como sistemas discretos tipo massa-mola-amortecedor.

Os transdutores de força mais comuns são os atuadores e martelos instrumentados. O fator de sensibilidade de um transdutor de força é dado em mV/lbf. Os martelos instrumentados são utilizados normalmente para aplicar uma força impulsiva como fonte de excitação numa estrutura em um curto intervalo de tempo. Para esse tipo de teste experimental, a resposta do sistema é medida quando o mesmo é excitado pelo impacto do martelo (Magalhães, 2013).

A medição de uma série de Funções Resposta de Frequência (FRF) é base de uma classe específica de análises experimentais modais. A FRF descreve as propriedades dinâmicas de um sistema independente do tipo de sinal usado para a medição e pode ser igualmente aplicada para excitação harmônica, transiente e aleatória.

É considerado como um modelo muito eficiente de sistema linear aquele de domínio da frequência, onde o espectro da saída $X(\omega)$ (resposta do sistema à determinada excitação) é expresso como um espectro da entrada $F(\omega)$ (excitação do sistema) ponderado por um sistema descritor $H(\omega)$. Logo, a excitação e resposta do sistema podem ser correlacionados através da equação, onde $F(\omega)$ é a amplitude complexa do espectro:

$$X(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (1)$$

A FRF é o sistema descritor $[H(\omega)]$ e pode ser definido como:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (2)$$

Um Autoespectro é obtido multiplicando um espectro pelo seu complexo conjugado (sinal de fase oposta) e fazendo a média de uma série de produtos independentes.

O Espectro Cruzado é obtido por meio da multiplicação do complexo conjugado de um espectro por um espectro diferente. O Espectro Cruzado é complexo, mostrando a mudança de fase entre a saída e a entrada, e uma grandeza que representa o produto coerente de energia na entrada e saída.

O Autoespectro de força e resposta (densidade espectral de potência (FAHY, 1985)), juntamente com o Espectro Cruzado (densidade espectral de potência cruzada) entre a força e resposta são exatamente as grandezas necessárias para estimar o FRF.

Para minimizar os efeitos de ruído na saída por meio do princípio dos mínimos quadrados, concluiu-se que o melhor FRF estimador é.

$$\hat{H} = \frac{\sum F^* \cdot X}{\sum F^* \cdot F} \quad (3)$$

Esse estimador será representado por H_1 . Uma vez definidos os meios de se obter Autoespectro e Espectro Cruzado, nota-se que H_1 será igual ao Espectro Cruzado entre a resposta e a força, dividido pelo Autoespectro da força (BRUEL e KJAER, 1988b).




$$H_1(\omega) \equiv \frac{G_{FX}(\omega)}{G_{FF}(\omega)} \quad (4)$$

2.2 Ensaio Experimental

Os testes dinâmicos aconteceram no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

Foram usadas para teste, vigas mistas tubulares biapoiadas com as características apresentadas na Tab. 1, martelo instrumentado modelo 5803A da marca “Dytran Instruments” (com características: faixa de 22241,11N; sensibilidade, 0,23 mV/N; peso de cabeça, 53,38 N), acelerômetro modelo 3056 da marca “Dytran Instruments” (com características: faixa de 50g; sensibilidade, 100 mV/g; conector de topo 10-32; orifício de montagem, 10-32), e placa de aquisição NI9233. A taxa de aquisição foi 4000 por segundo.

Tabela 1. Especificação das diferentes vigas mistas

Designação	P250 S0 	P250 S1 	P250 S2	P250 S3 	P250 S4
Descrição	Protótipo P250, série 0: tubo de aço vazio.	Protótipo P250, série 1: tubo de aço preenchido com concreto, com preparo da superfície interna	Protótipo P250, série 2: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna.	Protótipo P250, série 3: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna e com armadura passiva tracionada em uma camada (área de armadura $A_{s1} = 2\phi 16$ mm).	Protótipo P250, série 4: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas (área de armadura $A_{s1} = 2\phi 16$ mm na 1ª camada e $A_{s2} = 2\phi 16$ mm na 2ª camada)

Os perfis tubulares que compõem as vigas mistas foram fabricados com aço VMB 300 pela empresa Vallourec. As dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares ilustradas pela Figura 1 são 250 mm de altura (h), base (b) igual 150 mm, espessura (t) 6,4 mm, raio interno (r_i) e raio externo (r_e), 9,6 mm e 16 mm, respectivamente. Os valores nominais das propriedades mecânicas do aço estrutural são dados: Resistência ao Escoamento (f_y) ≥ 300 MPa, Resistência à Ruptura (f_u) ≥ 415 Mpa, Módulo de Elasticidade (E_a) igual a 200.000 Mpa e Coeficiente de Poisson (ν_a) igual a 0,3.

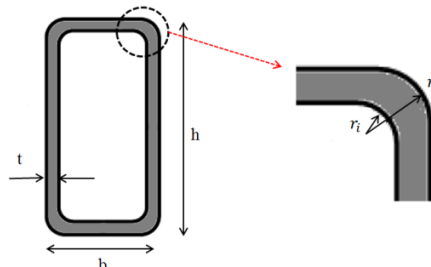


Figura 1. Dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares

No preenchimento dos perfis tubulares foi utilizado concreto autodescável, dosado em central, de densidade normal, classe de resistência C30. Os valores nominais das propriedades mecânicas do concreto estrutural são Resistência Característica à Compressão (f_{ck}), 30 Mpa; Resistência à Compressão Média (f_{cm}), 38 Mpa; Resistência à Tração Média (f_{ctm}), 3,8 Mpa; Módulo de Elasticidade Inicial (E_{ci}), 34.521; Módulo de Elasticidade Secante (E_{cs}), 30.896; Coeficiente de Poisson (ν_c) igual a 0,2.

O nível médio de vibração da viga estrutural foi medido quando a viga foi excitada por uma força impulsiva. A fonte de vibração foi um martelo instrumentado de cabeça de plástico. Ele foi usado para excitar a viga em locais diferentes durante um período de medição de 5 segundos. A função 'Aceleração' foi obtida medindo-se a força de impacto e a aceleração em pontos pré-determinados das vigas. Por definição, a função aceleração é dada por

$$H_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \left[\text{m} \cdot \frac{\text{s}^{-1}}{\text{N}} \right] \quad (5)$$

onde S_{xy} and S_{xx} representam as funções de densidade Espectral Cruzada e Autospectral respectivamente. Essas funções foram obtidas através de transformadas de Fourier das grandezas medidas (aceleração e força).

Para a obtenção da função 'Mobilidade', foi obtida utilizando a mesma Eq. (5), mas considerando a variável velocidade, obtida pela integração da função aceleração, obtida experimentalmente. Foi feita a integração no domínio da frequência e cada valor de aceleração (para cada frequência) foi dividido por " $j\omega$ ".

Foi usado o parâmetro H_1 , já que é uma estimativa que considera o ruído dominante na resposta (acelerômetro) e não na excitação (impacto), condição mais frequente, na prática. Foi utilizado o filtro Antialiasing, o qual atende à regra que a taxa coletada na análise deve ser metade da taxa amostral (ou seja, 2000 por segundo) da própria placa de aquisição (Newland, 2012).

Em geral, as frequências de ressonância são sensíveis às condições de contorno, por exemplo, as propriedades elásticas do apoio da viga, tipo de articulação entre o aço e o concreto, etc. Os valores de mobilidade foram medidos para as cinco configurações diferentes (com e sem desmoldante, com e sem armadura e viga de aço isolado sem concreto). Os resultados são apresentados para uma banda de frequência entre 0 e 700Hz.

A Figura 2 ilustra e exemplifica o método experimental utilizado e é possível conhecer a configuração esquemática dos aparatos utilizados para teste. Adiante será usada a nomenclatura "Yab" para indicar o ponto onde foi colocado o acelerômetro e o ponto de excitação. O primeiro subscrito (a) indica o ponto do acelerômetro e o segundo (b) indica o ponto de excitação. No exemplo ilustrado, a excitação foi gerada no ponto 3 (P3), localizado a um terço do apoio A da viga, pelo martelo instrumentado e a aceleração foi medida no ponto 6 (P6) pelo acelerômetro, portanto será representado por Y63. Os dados são captados pela placa de aquisição NI9233 e processados com o auxílio do software Matlab para geração das curvas de Fase e Função de Resposta em Frequência (expressa em mobilidade e aceleração). As vigas foram apoiadas nas duas extremidades.

Para comparação do modelo experimental com um modelo teórico, foi utilizada a fórmula de frequência natural, dada pela Eq. (9), a qual pode ser obtida partindo-se da equação de onda na barra, dada pela Eq. (6).

$$EI \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = -m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad (6)$$

em que η é o deslocamento transversal, m é a massa por unidade de comprimento da barra (kg/m), t é o tempo de oscilação, E é a constante elástica do material e I é o segundo momento de área da seção transversal da viga em torno do eixo transversal ao eixo neutro.

A Equação (6) é válida quando provado que a influência do cisalhamento no deslocamento transversal é negligenciável.

Substituindo a expressão exponencial complexa por uma onda progressiva harmônica simples $\eta(x, y) = \tilde{\eta} \exp [j(\omega t - kx)]$ fornece

$$EI k_b^4 = \omega_n^2 m \quad (7)$$

em que “ k_b ” é o número de onda na flexão (Fahy, 1998b).

$$k_b = k_x = \frac{n\pi}{L_x} \quad (8)$$

em que “ L_x ” é o comprimento da barra e “ n ” é o número do modo.

Das Equações (7) e (8) tem-se:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EI}{m}} \times \left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2 \quad (9)$$

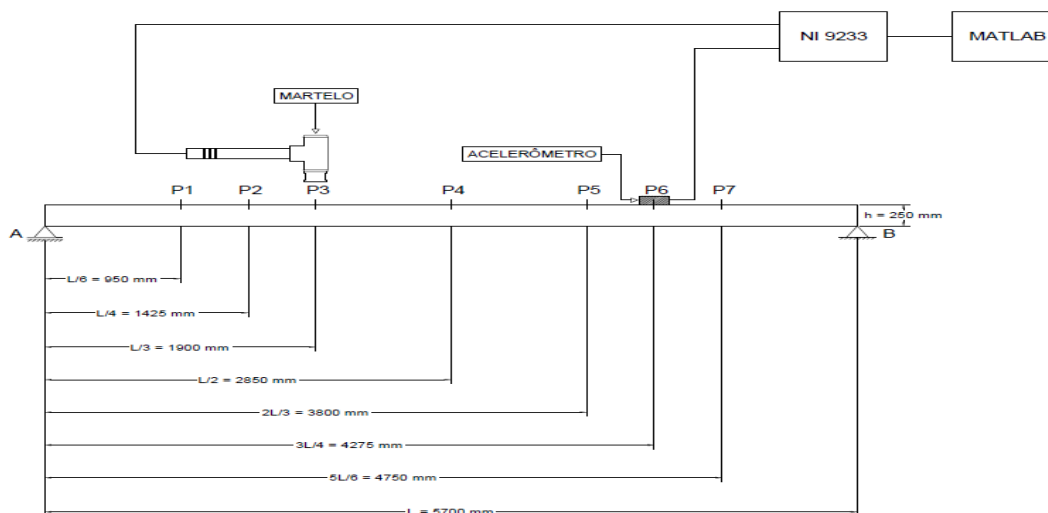


Figura 2. Configuração dos aparatos usados para teste dinâmico em viga mista: Martelo excita a viga em P3 e a aceleração é medida por acelerômetro em P6.

3. RESULTADOS

As Figuras 3 (a) e (b) exibem, respectivamente, as curvas de fase e de mobilidade (FRF) na faixa de 0-700Hz dos protótipos 1 (V1) das vigas P205 S1 (com desmoldante - preta) e S2 (sem desmoldante - vermelha), cujos ensaios foram realizados com o acelerômetro no ponto 6 (5/6 da viga) e excitação no ponto 5 (2/3 da viga) (Y65). Nota-se na Fig. 3 (b), que a primeira frequência natural da viga preparada com desmoldante é superior à primeira frequência natural da viga preparada sem desmoldante. Apesar de as frequências naturais da viga com desmoldante (S1) maior do que as frequências naturais da viga sem desmoldante (S2) se apresentar como um comportamento predominante ao longo da curva, aproximadamente entre 30 e 200Hz, os valores das frequências naturais da viga S2 são maiores do que os da viga S1.

Apesar das diferenças nos valores das frequências naturais existirem quando muda a condição de contato da viga de aço com o concreto, essa diferença se mostra pequena nas curvas comparativas em questão, sendo a primeira frequência natural da viga S1 4,8% maior do que a primeira frequência natural da viga S2.

A Figura 4 apresenta curvas comparativas de ensaios feitos com as vigas S3 (com armadura tracionada em uma camada - preta) e S4 (com armadura tracionada em duas camadas - vermelha).

As Figuras 4 (a) e (b) expõem, respectivamente, as curvas de fase e de mobilidade (FRF) para as vigas S3 e S4 com acelerômetro posicionado em 4 (meio da viga) e impacto por martelo instrumentado em 6 (3/4 da viga).

Conforme revelado pelas curvas de mobilidade, as frequências naturais da viga S4 foram superiores às frequências naturais da viga S3. Nota-se, porém, que apesar de existir diferença entre as frequências naturais de vigas com armadura tracionada em uma e em duas camadas, essa diferença é pequena, sendo apenas 1,5% na primeira frequência natural.

As curvas de fase e de mobilidade (FRF) são expostas, respectivamente, nas Fig. 5 (a) e (b) para o ensaio da viga

P250 S0V1 (sem preenchimento de concreto).

Os valores das dez primeiras frequências naturais encontrados para a viga S0 experimentalmente, bem como, os valores obtidos por meio de cálculos, que se aproximaram dos valores experimentais estão dispostos na Tab. 5.

As frequências naturais calculadas foram obtidas a partir da Eq. (9). A Tabela 2 apresenta também as dez primeiras frequências naturais das demais vigas utilizadas, as quais foram obtidas por meio da curva FRF (mobilidade). Os valores das frequências naturais que aparecem na tabela e não podem ser vistos nas curvas apresentadas, foram tirados de resultados de outros testes de impacto feitos nas mesmas vigas, mas com martelo e acelerômetro posicionados em lugares diferentes.

A frequência fundamental das vigas foram aproximadamente 8.0Hz. Este modo não foi incluído, porque é um modo fora do plano. Este valor não foi incluído na tabela acima. Todos os modos de vibração considerados estavam no plano. Em outras palavras, os modos fora do plano não estão incluídos na Tab. 2.

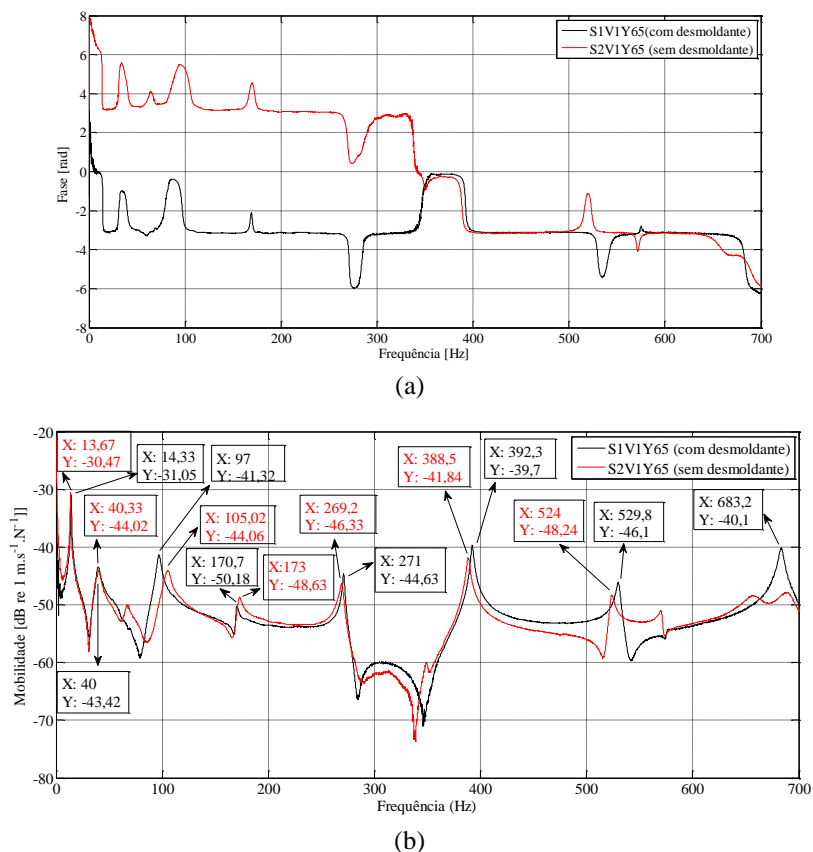
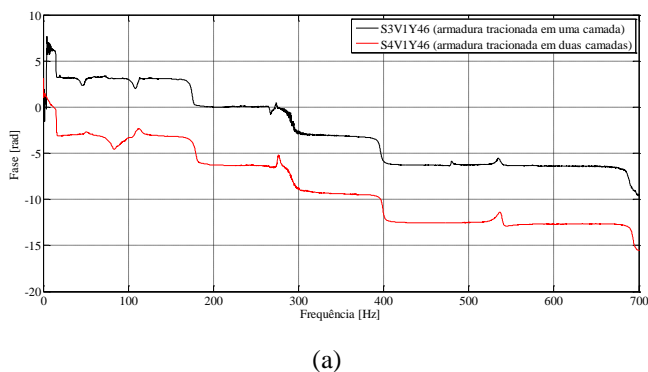


Figura 3. Curvas comparativas das vigas P250 com desmoldante e sem desmoldante (S1V1Y65 e S2V1Y65, respectivamente) (a) de coerência; (b) de fase; (c) de mobilidade.



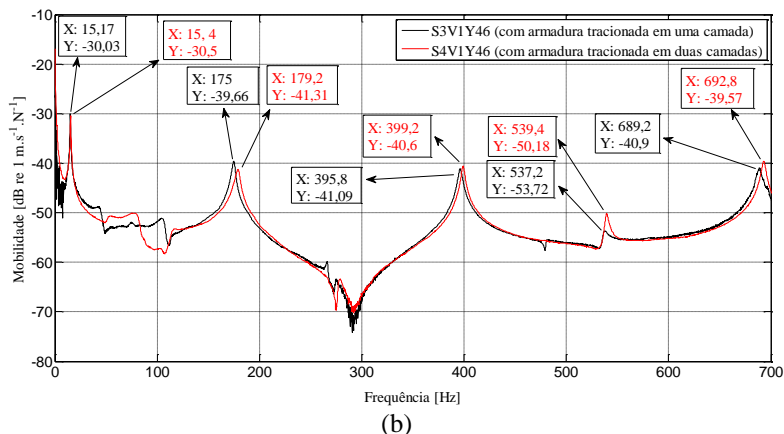


Figura 4: Curvas comparativas das vigas P250 com armadura tracionada em uma camada e com armadura tracionada em duas camadas (S3V1Y46 e S4V1Y46, respectivamente) (a) de coerência; (b) de fase; (c) de mobilidade.

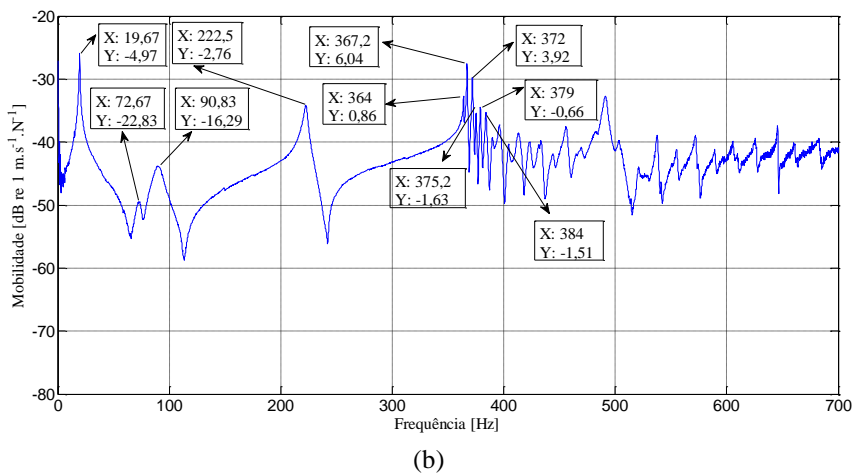
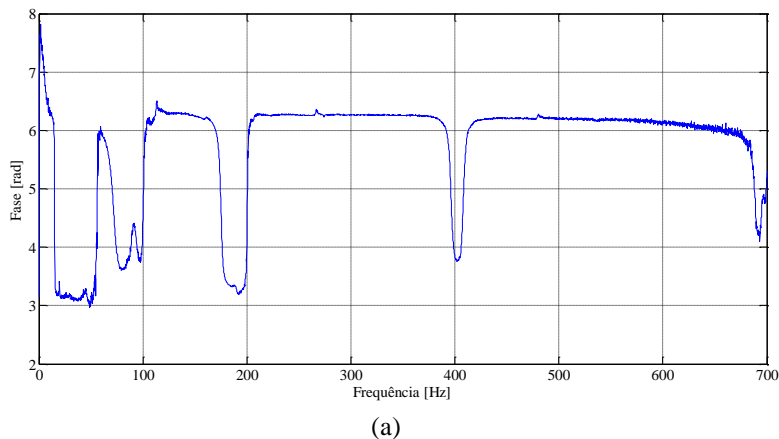


Figura 5: Curvas da viga P50 S0V1Y44 (a) de Fase; (c) de FRF (Mobilidade).

Tabela 2. Frequências naturais de vigas simplesmente apoiadas

Número do Modo de Vibração	F_n [Hz] (FLX P250-S0)	F_n [Hz] (FLX P250-S0) Calculado	F_n [Hz] (FLX P250-S1)	F_n [Hz] (FLX P250-S2)	F_n [Hz] (FLX P250-S3)	F_n [Hz] (FLX P250-S4)
1	19,67	22,64	14,33	13,67	15,17	15,4
2	72,67		40	40,33	44,8	50

3	90.83	90,55	61.7	66.3	72,33	79
4	149.2	362,21	97.0	105.02	107.0	112,4
5	222.5	203,74	170.7	173	175	179,2
6	364.0	362,21	271.0	269.2	273.8	277
7	367.2		392.3	388,5	395,8	399,2
8	372.0		529,8	524	537.2	539,4
9	375.2		576.2	569.8	579.8	578,6
10	379.0		683.2	657.3	689,2	692,8

4. CONCLUSÕES

A análise das curvas de coerência e de FRF apresentadas na seção de resultados, revela sobre as cinco configurações de vigas mistas utilizadas neste trabalho:

- Os valores das frequências naturais da viga com desmoldante apesar de superiores aos valores das frequências naturais das vigas sem desmoldante (exceto entre, aproximadamente, 30 e 200Hz, em que se observa o contrário), apresentam uma diferença muito pequena (4,8% para a primeira frequência natural), o que demonstra que a presença ou não de desmoldante pode ser desprezada num projeto de dinâmica.
- Os valores das frequências naturais atribuídos à viga com armadura tracionada em duas camadas são superiores aos valores das vigas tracionadas em uma camada, mas essa diferença (1,5% para a primeira frequência natural) não é significativa.
- A viga sem preenchimento de concreto apresenta maior número de frequências naturais em um menor intervalo de frequência se comparado com as demais, pois o concreto funciona como amortecedor para aquelas que o contém.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro em forma de fomento à pesquisa concedido pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e pela FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais).

NOMENCLATURA

E	constante elástica do material	n	número do modo
FRF	Função de Resposta em Frequência	S_{xx}	função autoespectral
H_I	FRF Estimadora em mobilidade	S_{xy}	função espectral cruzada
I	segundo momento de área da seção transversal da viga em torno do eixo transversal ao eixo neutro	t	tempo de oscilação
k_b	número de onda na flexão	Letras gregas	
k_x	velocidade de propagação de onda na viga biapoiada	ω_n	frequência natural
L_x	comprimento da barra	η	deslocamento transversal
m	massa por unidade de comprimento da barra, kg/m		

REFERÊNCIAS

- Berczynski, S.; Wróblewski, T. Vibration of Steel–Concrete Composite Beams Using the Timoshenko Beam Model. *Journal of Vibration and Control*. Poland, 11 v, jun 2005.
- Bruel & Kjaer. *Structural Testing: Part1 – Mechanical Mobility Measurements*. 1988, 47p.
- Fahy, F. *Sound and Structural Vibration: Radiation, transmission and response*. San Diego: Academic Press Limited, 1998.
- Flor, J.M., Fakury R.H., Caldas, R.B., Rodrigues, F.C., Neves, R.M.F, Faria, A.C.V.C., Araújo, A.H.M. *Modelagem Numérica de Vigas Mistas Tubulares de Aço Preenchidas com Concreto*. XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. Rio de Janeiro, nov 2015.
- Machado, W. G. *Análise Dinâmica de Vigas Mistas com Interação Parcial*. 2012. 78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Murray, T.M.; Allen, D.E.; Ungar, E.E. *Floor Vibration Due to Human Activity*. 2. ed. EUA: American Institute of Steel Construction, 2003. (Steel Design Guide Series, v.11).

- Newland, D. E. An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis. 3. Ed. Nova York: Courier Corporation, 2012.
- Pfeil, W.; Pfeil, M. Estruturas de Aço: dimensionamento prático. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- Queiroz, G.; Pimenta, R.J. Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto. Belo Horizonte. Editora O Lutador, 2001.
- Rao, S. Vibrações Mecânicas. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- Zúñiga, J.E.V. Análise da resposta dinâmica experimental de uma passarela tubular mista, aço-concreto, submetida ao caminhar humano. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

fenômenos de Transporte

ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ESCOAMENTO EM MEIO POROSO EM UM RESERVATÓRIO CONSTITUÍDO POR UMA SUPERFÍCIE AQUECIDA UTILIZANDO O ESQUEMA DE DISCRETIZAÇÃO FLUX-SPLINE

Luís Roberto Castro, lrcastro@ifes.edu.br

Instituto Federal do Espírito Santo - IFES

Av. Morobá, 248 - Morobá - Aracruz - ES - CEP: 29192-733

Resumo.

A transferência de calor numa superfície horizontal aquecida situada em um meio poroso saturado constituído de cavidade aberta é um dos problemas fundamentais estudados para melhor compreensão dos fenômenos de exploração de petróleo e gás natural. Num meio poroso saturado de baixa porosidade é comum ser utilizado o modelo das equações de Darcy para escoamentos de baixa velocidade. O método de volumes finitos com o esquema de discretização Flux-Spline é abordado neste trabalho para simular numericamente o escoamento em meio poroso saturado constituído por uma superfície horizontal aquecida com os propósitos de determinar o número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh através de uma relação empírica entre ambos, a faixa de aplicação do número de Rayleigh no qual ocorre o escoamento bidimensional, verificar o comportamento dos perfis das isothermas (temperaturas) e os contornos (linhas) das funções correntes. Um algoritmo em linguagem Fortran foi desenvolvido para esta simulação onde o esquema Flux-Spline mostrou sua superioridade nos resultados em relação aos esquemas utilizados conforme literaturas consultadas.

Palavras-chave: Escoamento, Meio poroso, Volumes Finitos, Flux-Spline.

1. INTRODUÇÃO

O problema abordado neste trabalho, transferência de calor por convecção natural em uma superfície horizontal situada em meio poroso saturado constituído de cavidade aberta que representa um reservatório é um dos problemas fundamentais estudados para melhor compreensão dos fenômenos de exploração de petróleo e gás natural. Num meio poroso saturado de baixa porosidade é comum ser utilizado o modelo de equações do tipo de Darcy, assumindo ser o mesmo válido para escoamentos de baixa velocidade. As equações geradas por este modelo são de tal complexidade que se torna necessário o emprego de métodos numéricos para suas adequadas soluções.

Varejão (1979) em seu trabalho de Doutorado demonstrou que ao admitir uma variação linear do fluxo total da variável dependente transportada dentro de cada volume de controle, e não entre os pontos onde a variável dependente é armazenada, como no esquema Power-Law descrito por Patankar (1980), gera um perfil interpolante denominado Flux-Spline que produz para todos os problemas testes usados ao longo do seu trabalho, tanto em difusão pura como em convecção-difusão e escoamentos, erros expressivamente menores que o esquema tradicional. Isto recomenda fortemente o uso do esquema Flux-Spline, pois a única modificação com relação ao tradicional Power-Law reside no aparecimento de mais um termo fonte cujo cálculo não possui quaisquer dificuldades.

Oliveira (1997) em sua tese de doutorado propôs seguindo a ótica do algoritmo Simpler um novo procedimento de solução para as equações de escoamento em cavidades abertas acionados por convecção natural discretizadas pelo esquema Flux-Spline. Através de problemas testes é demonstrado que tal procedimento produz resultados mais acurados que o Power-Law.

Angirasa e Peterson (1998a) estudaram numericamente o escoamento e o transporte do fluido por convecção natural num meio poroso de baixa porosidade sobre uma superfície horizontal finita aquecida em sua face superior situada no fundo do reservatório, trabalho este similar ao proposto neste artigo.

Castro (2004) estudou em sua dissertação de mestrado o esquema Flux-Spline aplicado a escoamento em meio poroso acionado por convecção natural utilizando as geometrias propostas por Angirasa e Peterson (1998a) e Angirasa e Peterson (1998b) além de propor mais cinco geometrias diferentes de cavidades.

O presente trabalho tem como objetivo determinar o número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh através de uma relação empírica entre ambos, a faixa de aplicação do número de Rayleigh no qual ocorre o escoamento bidimensional, verificar o comportamento dos perfis das isothermas (temperaturas) e os contornos (linhas) das funções correntes.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

As equações utilizadas estão descritas a seguir. A porosidade é assumida ser baixa no meio poroso onde as equações de Darcy para os dois componentes da velocidade pode ser representada como

$$u = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

$$v = -\frac{K}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho \cdot g \right), \quad (2)$$

onde u e v [m/s] são os componentes do vetor velocidade nas direções x e y , K [m²] é a permeabilidade do meio poroso, μ [kg/(s.m)] é a viscosidade dinâmica, p [N/m²] é a pressão, ρ [kg/m³] é a densidade e g [m/s²] é a aceleração da gravidade.

A equação da continuidade é expressa por

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

A equação de conservação de energia é expressa como

$$\sigma \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} + u \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial t}{\partial y} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

onde σ é a razão das capacidades térmica do meio estagnado e o fluido, t [K] é a temperatura, τ [s] é o tempo e α [m²/s] é a difusividade térmica.

Adimensionalizando as Eqs. (3) e (4), uma equação denominada função corrente pode ser expressa como

$$\nabla^2 \Psi = \omega, \quad (5)$$

conhecida como equação de Poisson. Considerando o escoamento em regime permanente, a equação adimensional da energia fica na forma

$$U \cdot \frac{\partial T}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{Ra} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right), \quad (6)$$

onde o número de Rayleigh é definido neste trabalho como

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot K \cdot L}{\nu \cdot \alpha}. \quad (7)$$

Para a solução das equações governantes (5) e (6) devem ser impostas as condições de contorno correspondentes.

O número de Nusselt médio numa placa horizontal aquecida é dado por

$$\overline{Nu}_x = \frac{\int_{x_0}^x - \left(\frac{\partial T}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cdot dX}{X - X_0}. \quad (8)$$

3. MÉTODO NUMÉRICO

O esquema de discretização Flux-Spline com suas características e particularidades é apresentado a seguir para o problema de escoamento em meio poroso de forma simplificada. O esquema detalhado está apresentado em Oliveira (1997) e Castro (2004). A forma conservativa da equação de conservação para convecção-difusão em regime permanente é

$$\frac{\partial}{\partial X} J_x + \frac{\partial}{\partial Y} J_y = S^\Phi, \quad (9)$$

onde

$$J_x = \rho \cdot U \cdot \Phi - \Gamma \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad \text{e} \quad J_y = \rho \cdot V \cdot \Phi - \Gamma \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Y}, \quad (10)$$

no qual J_x e J_y são os fluxos totais nas direções X e Y , Γ é o termo fonte da variável dependente transportada, e Γ é o coeficiente de difusão.

A obtenção do perfil interpolante para a convecção-difusão se dá com os parâmetros armazenados de acordo com a Fig. 1, onde o índice + indica uma quantidade à direita ou acima da colocação da variável dependente no volume de controle, e o índice - indica uma quantidade à esquerda ou abaixo da colocação da variável dependente no volume de controle.

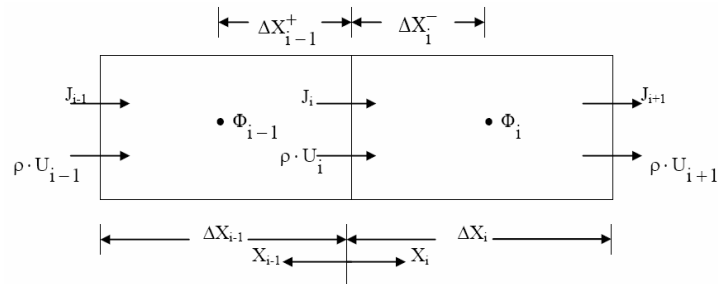


Figura 1. Volume de controle para convecção-difusão unidimensional e seus parâmetros.

A equação geral de conservação no caso de transporte unidimensional assume a forma

$$\frac{\partial J}{\partial X} = S^\Phi \quad (11)$$

O termo $-\Gamma \cdot \frac{d\Phi}{dX}$ da Eq. (10) do fluxo total na direção X denomina-se fluxo difusivo, e $\rho \cdot U \cdot \Phi$ é o fluxo

convectivo. Os fluxos mássicos $\rho \cdot U$, assim como os fluxos totais J, serão posicionados nas faces do volume de controle, assumindo-se valores médios ao longo dos mesmos. Assumindo que o fluxo J pode variar linearmente através de um volume de controle i, então

$$J = \frac{(J_{i+1} - J_i)}{\Delta X_i} \cdot X_i + J_i, \quad \text{onde} \quad 0 \leq X_i \leq \Delta X_i \quad (12)$$

Admitindo que o termo responsável pelo transporte convectivo $\rho \cdot U$ é considerado como constante ao longo do volume de controle i, assim $\rho \cdot U = \rho \cdot U_i$, e que o coeficiente de difusão também é suposto constante, então $\Gamma = \Gamma_i$. Diante destas hipóteses, substituindo a Eq. (13) na Eq. (11) do fluxo Jx, obtém-se

$$\frac{d\Phi}{dX_i} - \frac{\rho \cdot U_i}{\Gamma_i} \cdot \Phi = -\left(\frac{J_{i+1} - J_i}{\Gamma_i}\right) \cdot \frac{X_i}{\Delta X_i} - \frac{J_i}{\Gamma_i} \quad (13)$$

Com a condição de contorno $\Phi\left(X_i = \frac{\Delta X_i}{2}\right) = \Phi_i$, a solução analítica da equação diferencial linear de 1ª ordem não homogênea (13) é

$$\Phi(X_i) = \Phi_i \cdot e^{\delta_i} + \frac{J_i}{\rho \cdot U_i} \cdot \{1 - e^{\delta_i}\} + \left(\frac{J_{i+1} - J_i}{\Delta X_i}\right) \cdot \frac{1}{\rho \cdot U_i} \cdot \left\{X_i - \Delta X_i \cdot e^{\delta_i} + \frac{\Gamma_i}{\rho \cdot U_i} \cdot (1 - e^{\delta_i})\right\} \quad (14)$$

onde $0 \leq X_i \leq \Delta X_i$ e $\delta_i = \frac{\rho \cdot U_i}{\Gamma_i} \cdot (X_i - \Delta X_i^-)$ para o volume de controle i.

Adotando o mesmo procedimento para o volume de controle i-1, obtém-se com um referencial X_{i-1} no sentido contrário de X_i , conforme Fig. 1,

$$\Phi(X_{i-1}) = \Phi_{i-1} \cdot e^{\delta_{i-1}} + \frac{J_{i-1}}{\rho \cdot U_{i-1}} \cdot \{1 - e^{\delta_{i-1}}\} + \left(\frac{J_i - J_{i-1}}{\Delta X_{i-1}}\right) \cdot \frac{1}{\rho \cdot U_{i-1}} \cdot \left\{X_{i-1} - \Delta X_{i-1} \cdot e^{\delta_{i-1}} - 1 + \frac{\Gamma_{i-1}}{\rho \cdot U_{i-1}} \cdot (1 - e^{\delta_{i-1}})\right\} \quad (15)$$

Para se realizar o acoplamento do volume de controle i ao restante do domínio discretizado é utilizado a condição de continuidade de Φ , que traz a continuidade da derivada, pois $\rho \cdot U$ é contínuo nas interfaces. As Eqs. (14) e (15) fornecem a variação de Φ dentro de um volume de controle como uma função de X. Essas equações na interface entre os volumes de controle i e i-1 tornam-se

$$\Phi(X_i = 0) = \Phi_i \cdot e^{-Pe_i^-} + \frac{1}{A(-Pe_i^-)} \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot J_i - \frac{1}{1+f_i^+} \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot G(-Pe_i^-) \cdot (J_i - J_{i+1}), \quad (16)$$

onde Pe é o número de Péclet, no qual $Pe_i^- = \rho \cdot U_i \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i}$, $f_i^+ = \frac{\Delta X_i^+}{\Delta X_i^-}$, $A(Pe) = \frac{Pe}{e^{Pe} - 1}$,

$$G(Pe) = \frac{e^{Pe} \cdot (Pe - 1) + 1}{Pe^2} e$$

$$\Phi(X_{i-1} = 0) = \Phi_{i-1} \cdot e^{Pe_{i-1}^+} - \frac{1}{A(Pe_{i-1}^+)} \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot J_i + \frac{1}{1+f_{i-1}^-} \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot G(Pe_{i-1}^+) \cdot (J_i - J_{i-1}), \quad (17)$$

onde $Pe_{i-1}^+ = \rho \cdot U_i \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}}$ e $f_{i-1}^- = \frac{\Delta X_{i-1}^-}{\Delta X_{i-1}^+}$.

A função $A(Pe)$ é a mesma que aparece no esquema convencional usado em Patankar (1980), enquanto que $G(Pe)$ é característica do esquema FLUX-SPLINE. O produto dessas duas funções fornece a função que Hsu (1981) chama de $Q(Pe)$. Então,

$$Q(Pe) = \frac{e^{Pe} \cdot (Pe - 1) + 1}{Pe \cdot (e^{Pe} - 1)}. \quad (18)$$

O comportamento das funções $A(Pe)$ e $Q(Pe)$ está apresentado em Castro (2004). A partir de agora serão usadas as funções $A(Pe)$ e $Q(Pe)$. Para situações bidimensionais convectivas é necessário permitir que o fluxo de massa varie no volume de controle. Para corrigir a hipótese de fluxo constante, um termo extra será adicionado nas Eqs.(16) e (17). A escolha da forma do termo adicional é tal que a equação de governo será satisfeita para o caso onde Φ é constante e $\rho \cdot U$ varie linearmente. Então, estas equações tornam-se,

$$\Phi(X_i = 0) = \Phi_i \cdot e^{-Pe_i^-} + \frac{1}{A(-Pe_i^-)} \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot J_i - \frac{1}{1+f_i^+} \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot G(-Pe_i^-) \cdot \{(J_i - J_{i+1}) + (\rho \cdot U_{i+1} - \rho \cdot U_i) \cdot \Phi_i\} \quad e \quad (19)$$

$$\Phi(X_{i-1} = 0) = \Phi_{i-1} \cdot e^{Pe_{i-1}^+} - \frac{1}{A(Pe_{i-1}^+)} \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot J_i + \frac{0.5}{1+f_{i-1}^-} \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot G(Pe_{i-1}^+) \cdot \{(J_i - J_{i-1}) + (\rho \cdot U_{i-1} - \rho \cdot U_i) \cdot \Phi_{i-1}\}. \quad (20)$$

Para dois volumes de controle adjacentes, os perfis de Φ são tais que possuem o mesmo fluxo na interface comum. Além disso, precisam também possuir um único valor de Φ na interface comum. Impondo-se a condição de continuidade de Φ , $\Phi(X_{i-1} = 0) = \Phi(X_i = 0)$, obtém-se a expressão para o fluxo J

$$J_i = Jhat_i + DJ_i \cdot \left\{ \Phi_{i-1} \cdot e^{Pe_{i-1}^+} - \Phi_i \cdot e^{-Pe_i^-} \right\}, \quad \text{onde} \quad (21)$$

$Jhat_i = BJ_i \cdot \{(J_i - J_{i+1}) + (\rho \cdot U_{i-1} - \rho \cdot U_i) \cdot \Phi_i\} + CJ_i \cdot \{(J_i - J_{i-1}) + (\rho \cdot U_{i-1} - \rho \cdot U_i) \cdot \Phi_{i-1}\}$ é o pseudo fluxo na direção X , e os coeficientes (DJ , BJ e CJ) da equação de discretização do fluxo total J dados por

$$DJ_i = \left[\frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot \frac{1}{A(-Pe_i^-)} + \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot \frac{1}{A(Pe_{i-1}^+)} \right]^{-1}, \quad BJ_i = \frac{1}{1+f_i^+} \cdot \frac{\Delta X_i^-}{\Gamma_i} \cdot \frac{Q(-Pe_i^-)}{A(-Pe_i^-)} \cdot DJ_i \quad e$$

$$CJ_i = \frac{1}{1+f_{i-1}^-} \cdot \frac{\Delta X_{i-1}^+}{\Gamma_{i-1}} \cdot \frac{Q(Pe_{i-1}^+)}{A(Pe_{i-1}^+)} \cdot DJ_i.$$

A integração da equação de governo (11) para convecção-difusão sobre o volume de controle i , de acordo com o método dos volumes finitos fornece

$$(J_{i+1} - J_i) = Sc_i^\Phi \cdot \Delta X_i + Sp_i^\Phi \cdot \Phi_i \cdot \Delta X_i. \quad (22)$$

A equação de discretização para Φ é obtida pela substituição dos fluxos dados pela Eq. (22) na Eq. (23). Desta forma obtém-se

$$[Jhat_{i+1} + DJ_{i+1} \cdot (\Phi_i - \Phi_{i+1})] - [Jhat_i + DJ_i \cdot (\Phi_{i-1} - \Phi_i)] = Sc_i^\Phi \cdot \Delta X_i + Sp_i^\Phi \cdot \Phi_i \cdot \Delta X_i, \quad (23)$$

onde Sc é a parte constante do termo fonte e Sp é à parte do termo fonte função da variável dependente. A equação acima pode ser reescrita depois de alguma álgebra, fornecendo a seguinte equação de discretização para Φ

$$AP_i \cdot \Phi_i = AIM_i \cdot \Phi_{i-1} + AIP_i \cdot \Phi_{i+1} + CON_i, \quad (24)$$

onde os coeficientes (AP, AIM AIP) da equação de discretização são dados por

$$AP_i = AIP_i + AIM_i - Sp_i^\Phi \cdot \Delta X_i, \quad AIM_i = DJ_i \cdot e^{Pe_{i-1}^+}, \quad AIP_i = DJ_{i+1} \cdot e^{-Pe_{i+1}^-} \quad \text{e} \quad CON_i = Sc_i^\Phi \cdot \Delta X_i + Ssp_i^\Phi \quad \text{é}$$

o termo fonte da equação de discretização, onde $Ssp_i^\Phi = (Jhat_i - Jhat_{i+1})$.

A variável dependente Φ é obtida pelo processo de eliminação chamado TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm), que acompanhado do método de solução estão apresentados em Oliveira (1997) e Castro (2004). O esquema Flux-Spline é de segunda ordem em termos de precisão e conservativo. Um controle do resíduo da equação de conservação é usado como critério de parada para o cálculo dos fluxos sendo $< 10^{-4}$ para assim, definir-se o número de iterações.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Fig. 2 apresenta uma cavidade aberta retangular constituída de um meio poroso de baixa porosidade com uma superfície horizontal finita aquecida localizada abaixo que representa um reservatório de petróleo e gás natural.

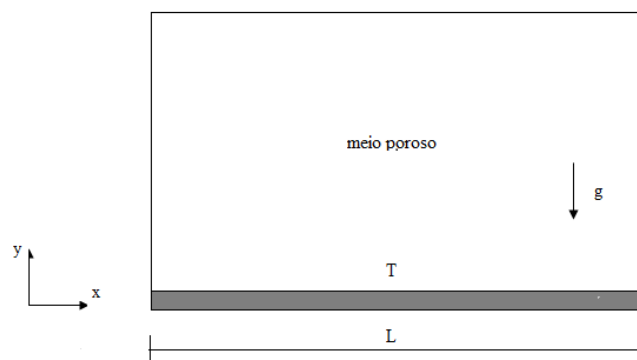


Figura 2. Geometria e sistema de coordenadas.

A temperatura adimensional da superfície aquecida é $T=1$. A configuração geométrica e as condições de contorno estão mostradas na Fig. 3.

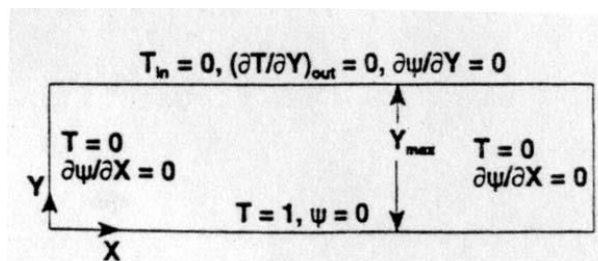


Figura 3. Condições de contorno (Angirasa e Peterson (1998a)).

No procedimento numérico, Angirasa e Peterson (1998a) aplicaram o método numérico de diferença central para os termos difusivos da Eq. (6) da energia transiente, enquanto que para os termos convectivos, foi utilizado o método upwind para estabilidade numérica. As soluções numéricas das Eqs. (5) e (6) da função corrente e da energia, respectivamente, foram obtidas utilizando o método de diferença finita.

O domínio computacional é um retângulo formado com o comprimento adimensional da superfície aquecida, e a extensão vertical é determinada por tentativas e erros. Foi estimado que 20 pontos na malha na direção vertical para cada comprimento vertical adimensional de 0,1, sendo utilizado um número mínimo de 100 pontos na mesma direção. Em $Ra=40$, foi verificado que os valores de \overline{Nu} em $Y_{max}=0,5$ é 8,43, $Y_{max}=0,6$ é 8,45 e $Y_{max}=0,7$ é 8,46, portanto, valores próximos. Então, uma extensão $Y_{max}=0,5$ utilizada por Angirasa e Peterson (1998a) é apropriada para este problema, cuja relação entre Nu e Ra é dada por,

$$\overline{Nu} = 3,092 \cdot Ra^{0,272} \quad \text{para} \quad 40 \leq Ra \leq 600 \quad (25).$$

Aplicando o esquema Flux-Spline, para os cálculos numéricos realizados na faixa $10 \leq Ra \leq 1000$, onde a variação de Ra , de 10 a 100 tem como degrau 10, e de 100 a 1000, o degrau é 100.

Para uma malha 200x100 volumes de controle, a relação entre \overline{Nu} e Ra é dada por,

$$\overline{Nu} = 3,428 \cdot Ra^{0,272} \quad \text{para} \quad 40 \leq Ra \leq 1000 \quad (26).$$

A Tab. 1 mostra os valores de \overline{Nu} obtidos por Angirasa e Peterson (1998a) e pelo esquema Flux-Spline, para alguns valores de Ra dentro da faixa estabelecida.

Tabela 1. Valores de \overline{Nu} e Ra.

Ra	AeP (1998a)	Spline
40	8,43	9,35
600	17,62	19,53
1000	—	22,44

Na relação $\overline{Nu} \propto Ra^n$ constantes C e n representam graficamente, respectivamente, o deslocamento da curva (reta) e inclinação (ângulo da reta).

Comparando as relações obtidas por Angirasa e Peterson (1998a) e pelo esquema Flux-Spline, é observada a igualdade do expoente n, indicando uma reta de mesma inclinação. O valor da constante C do esquema Flux-Spline é maior, ocorrendo um deslocamento de reta também maior.

O valor de \overline{Nu} em Ra=40 obtido pelo Flux-Spline é maior que o obtido por Angirasa e Peterson (1998a), havendo uma maior troca de calor do fluido com a superfície aquecida, e a faixa de Ra que obedece a relação empírica também é maior, ocorrendo o escoamento bidimensional numa faixa mais ampla de Ra.

A Fig. 4 mostra a relação entre Nusselt médio e Rayleigh obtidas por Angirasa e Peterson (1998a) e pelo esquema Flux-Spline. Nas faixas de Ra determinadas é observado um relacionamento linear sobre um gráfico logarítmico. Nestas faixas, o escoamento bidimensional obedece à relação $Nu \propto Ra^n$.

O número de Nusselt local que representa o gradiente de temperatura da parede e determina as regiões de transferência de calor máxima e mínima, estão plotados na Fig. 5 para cinco números de Rayleigh. Estes valores foram obtidos através do esquema Flux-Spline. A transferência de calor mínima ocorre no plano central (X=0,5) da superfície e máxima nas extremidades da mesma. Com Ra alto, a transferência de calor entre o fluido e a superfície aumenta.

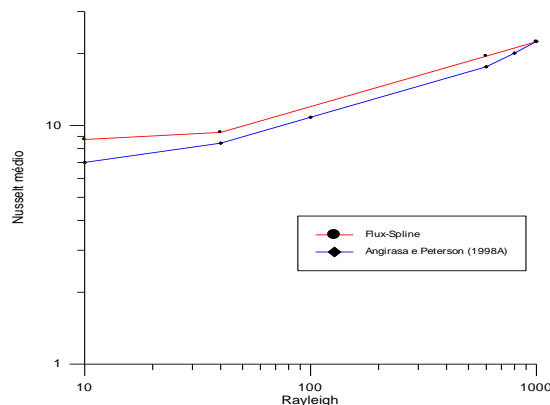


Figura 4. Número de Nusselt médio x Número de Rayleigh em Y=0.

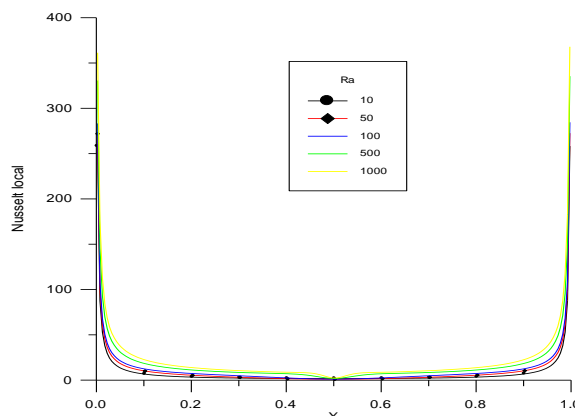


Figura 5. Variação do número de Nusselt local para vários valores do número de Rayleigh em Y=0.

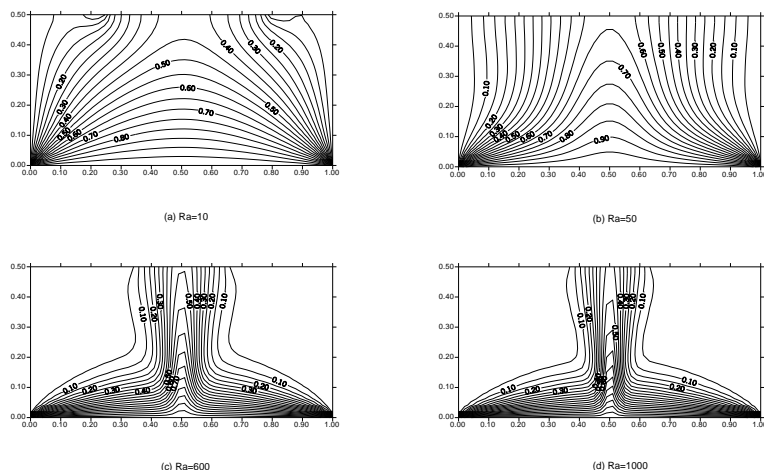


Figura 6. Comportamento das isotermas do escoamento bidimensional uniforme em diferentes números de Rayleigh para $T=1$ e $\Delta T=0,05$: (a) $Ra=10$; (b) $Ra=50$; (c) $Ra=600$; (d) $Ra=1000$.

As Figs. 6 e 7 mostram os contornos (linhas ou plumas) das isotermas e funções correntes para $Ra=10, 50, 600$ e 1000 . Em $Ra=10$, o significado da condução é demonstrado pelas isotermas. Os contornos da função corrente para este Ra sugerem o não crescimento da camada limite nas extremidades da superfície. Em Ra muito alto existe o crescimento da camada limite em ambas extremidades, e então, uma elevação da pluma para o plano de estagnação central. Na faixa de Ra determinada, o escoamento bidimensional uniforme e o transporte do fluido são obtidos. Os contornos das funções correntes e isotermas são simétricos em torno da linha vertical central. À medida que aumenta Ra , os contornos ficam mais próximos entre si devido a uma maior troca de calor do fluido no meio poroso com a superfície aquecida. Os termos ΔT e $\Delta \psi$ indicam a variação das linhas isotérmicas e das linhas dos contornos das funções correntes.

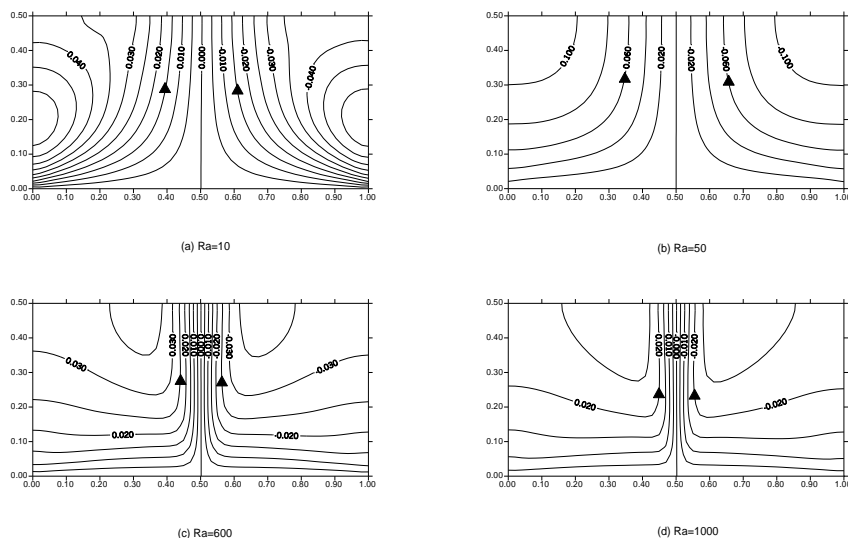


Figura 7. Contornos da função corrente para o escoamento bidimensional uniforme e $\psi=0$: (a) $Ra=10$, $\psi_{\min}=-0,053$, $\psi_{\max}=0,053$, $\Delta\psi=0,005$; (b) $Ra=50$, $\psi_{\min}=-0,114$, $\psi_{\max}=0,114$, $\Delta\psi=0,02$; (c) $Ra=600$, $\psi_{\min}=-0,038$, $\psi_{\max}=0,038$, $\Delta\psi=0,005$; (d) $Ra=1000$, $\psi_{\min}=-0,029$, $\psi_{\max}=0,029$, $\Delta\psi=0,005$ - PT1.

5. CONCLUSÕES

A convecção natural como modo de transferência de energia em meio poroso possui características de grande complexidade no que tange ao escoamento em geometrias extremamente simples, como a utilizada neste trabalho, bastando para tal, simples movimentação e arranjo dos termos fontes ou condições de contornos de primeira espécie (Dirichlet) e de segunda espécie (Neumann) ao longo das superfícies limítrofes. O esquema Flux-Spline apresentou superioridade em relação aos esquemas da literatura consultada (diferença finita, central e upwind), do mesmo quando da apresentação dos resultados para escoamento bidimensional obedecendo à relação empírica Nusselt média \times Rayleigh e na obtenção da faixa de variação do número de Rayleigh em relação aos esquemas utilizados pela literatura. No problema de cavidade aberta a estabilidade da convecção natural ocorre para altos valores de Rayleigh. A definição do domínio que não pode ser muito extenso devido ao aumento do custo computacional e as condições de contornos são dois parâmetros importantes nos problemas de escoamento em meio poroso que devem ser adequados e tratados pelo

método numérico em uso. O esquema de discretização Flux-Spline, pode ser considerado como eficiente neste aspecto independente dos tipos de condições de contorno empregadas nestas cavidades.

NOMENCLATURA

Letras Latinas

H	extensão vertical característica [m]
J	fluxo total (convectivo+difusivo) da variável dependente
Jhatx	pseudo fluxo na direção X
Jhaty	pseudo fluxo na direção Y
Jx	fluxo total na direção X
Jy	fluxo total na direção Y
K	permeabilidade do meio poroso [m ²]
L	comprimento horizontal característico [m]
Nu	número de Nusselt
	número de Nusselt médio
Pe	número de Péclet
Ra	Número de Rayleigh
S	termo fonte
Sc	parte constante do termo fonte S
Sp	parte termo fonte S função da variável dependente
T	temperatura adimensional
U	componente da velocidade adimensional na direção X
V	componente da velocidade adimensional na direção Y
X,Y	coordenadas cartesianas adimensionalizadas
g	aceleração da gravidade [m/s ²]
t	temperatura [K]
u	componente na direção x do vetor velocidade [m/s]
v	componente na direção y do vetor velocidade [m/s]
x,y	coordenadas cartesianas [m]

Letras gregas

β	coeficiente de expansão térmica ou volumétrica [K ⁻¹]
ΔX	comprimento do volume de controle na direção X
ΔY	comprimento do volume de controle na direção Y
	variável dependente transportada
	coeficiente de difusão
ψ	função corrente adimensional
	viscosidade dinâmica [kg/s.m]
ν	viscosidade cinemática [m ² /s]
ρ	densidade [kg/m ³]
σ	razão das capacidades térmica do meio estagnado e o fluido
α	difusividade térmica
τ	tempo

Sobrescrito

*	adimensional
---	--------------

Subscrito

i	posição discreta em X
---	-----------------------

REFERÊNCIAS

- Angirasa, D. e Peterson, G.P., 1998a. Upper and Lower Rayleigh Number Bounds for Two- Dimensional Natural Convection Over a Finite Horizontal Surface Situated in a Fluid-Saturated Porous Medium. *Numerical Heat Transfer*, vol. 33, Par A, pp.477-493.
- Angirasa, D. e Peterson, G.P., 1998b. Natural Convection Below a Downward Facing Heated Horizontal Surface in a Fluid-Saturated Porous Medium. *Numerical Heat Transfer*, vol. 34, Part A, pp. 301-311.
- Castro, L. R., 2004. Esquema Flux-Spline aplicado a Escoamento em Meio Poroso acionado por Convecção Natural. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES - ES. Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica.
- Figueiredo, J.R. e Llagostera, J., 1999. Comparative Study of the Unified Finite Approach Exponential-Type Scheme (Unifaes) and its Application to Natural Convection in a Porous Cavity. *Numerical Heat Transfer*, vol.35, Part B, pp. 347-367.
- Hsu, C., 1981. A Curvilinear-Coordinate Method for Momentum, Heat and Mass Transfer in Domain of Irregular Geometry. Ph.D. Thesis, University of Minnesota, USA.
- Oliveira, P.C., 1997. Esquema FLUX-SPLINE Aplicado em Cavidades Abertas com Convecção-Natural. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - São Paulo.
- Patankar, S.V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Varejão, L.M.C., 1979. FLUX-SPLINE Method for Heat, Mass and Momentum Transfer. Ph.D. Thesis, University of Minnesota-USA.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

A publicação deste artigo com suas informações, resultados e conclusões é de minha inteira responsabilidade, onde tais informações são verídicas.

CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE COM SÓLIDO INTERNO AQUECIDA POR FLUXO CONSTANTE

Igor Straehl Gonçalves Machado, igor_straehlgm@yahoo.com.br

Thiago Parente Lima, thiagopl@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, MG, Brasil

Resumo. Neste trabalho é estudado o fenômeno da convecção natural em uma cavidade aquecida pela parede inferior e resfriada pela parede adjacente com um sólido interno adiabático posicionado em seu centro. O Método dos Volumes Finitos foi empregado na solução numérica das equações governantes do problema através do software OpenFoam®. Os resultados são reportados através dos campos de temperatura e do número de Nusselt para a cavidade com número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 , número de Prandtl de 0,7 e diferentes tamanhos de sólido interno. Os resultados mostram que a transferência de calor da cavidade é governada pelo número de Rayleigh e pelo tamanho do sólido interno e pode ser aumentada com relação à cavidade sem sólido quando um bloco de baixa condutividade é posicionado em seu centro.

Palavras-chave: cavidades heterogêneas, convecção natural, OpenFoam®

1. INTRODUÇÃO

Uma cavidade heterogênea é um recinto preenchido com fluido com a presença de corpos sólidos homogêneos em seu interior. O estudo de cavidades heterogêneas permite a análise da transferência de calor nas regiões de fluidos e sólidos de forma distinguida quando cada região é considerada como meio contínuo. Essa análise não é possível, por exemplo, quando consideramos a cavidade heterogênea como um meio poroso (Qiu *et al.* 2013).

Um dos primeiros trabalhos sobre a transferência de calor em cavidades com sólido interno foi realizado por House *et al.* (1990). Nesse trabalho foi estudado o comportamento do número de Nusselt de uma cavidade com um bloco condutor centrado, para diferentes números de Rayleigh, condutividade térmica do sólido e tamanho do bloco. Após House *et al.* (1990), diversos estudos foram realizados em cavidades lateralmente aquecidas com sólidos condutores em seu interior (Oh *et al.*, 1997; Ha *et al.* 1999; Ha *et al.*, 2002; Le e Ha, 2005; Mezrhab *et al.*, 2005 e Zhao *et al.*, 2007). Todos esses trabalhos apresentam um bloco de dimensões fixas no interior da cavidade.

Em Bhave *et al.* (2006) o tamanho ótimo de um bloco adiabático que maximizasse a transferência de calor em uma cavidade aquecida e resfriada pela paredes laterais foi estudado. Os autores utilizaram o aspecto das linhas de corrente da cavidade sem o bloco para estabelecer uma correlação para previsão do tamanho ótimo do bloco. Em Lima e Ganzarolli (2016) uma cavidade aquecida e resfriada por paredes adjacentes à temperatura constante com um sólido condutor em seu interior foi estudada. Os autores propõem a utilização das *heatlines* (Kimura e Bejan, 1983) como forma de prever a influência do tamanho do sólido e sua condutividade na transferência de calor da cavidade.

Neste trabalho, é estudada a transferência de calor em uma cavidade com um sólido interno adiabático, quadrada, resfriada lateralmente com temperatura constante e aquecida pela base com fluxo de calor constante. Os resultados foram obtidos para números de Rayleigh 10^3 a 10^6 e Prandtl igual a 0,7. A influência do tamanho do sólido adiabático inserido no interior da cavidade foi estudada para blocos com a relação entre a área do bloco e a área da cavidade de 0,1 a 0,8.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A cavidade estudada é mostrada na Fig. 1. Os resultados foram obtidos para o problema em seu estado estacionário e escoamento laminar bidimensional. O fluido é considerado como newtoniano e incompressível, sendo adotada a aproximação de Boussinesq. A transferência de calor por radiação foi negligenciada.

Para caracterizar o tamanho do sólido será utilizado o parâmetro adimensional ζ definido na Eq. (1).

$$\zeta = \frac{w}{L} \quad (1)$$

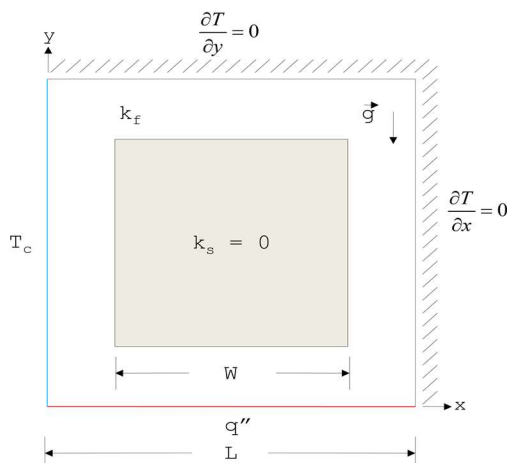


Figura 1. Geometria e condições de contorno da cavidade estudada.

As equações de conservação válidas para todo o domínio do problema são:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_c} \nabla p + \nu \cdot \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{g} \beta (T - T_c) \quad (3)$$

$$\mathbf{u} \cdot \nabla T = k \cdot \nabla^2 T \quad (4)$$

As condições de contorno para as Eqs. (2) a (4) são definidas nas Eqs. (5) a (8).

$$x = 0, u = v = 0 \text{ e } T = cte \quad (5)$$

$$x = 1, u = v = 0 \text{ e } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$y = 0, u = v = 0 \text{ e } q'' = cte \quad (7)$$

$$y = 1, u = v = 0 \text{ e } \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

As condições de contorno na superfície do sólido adiabático são definidas na Eq. (9).

$$u = v = 0 \text{ e } \frac{\partial T}{\partial N} = 0 \quad (9)$$

onde N é a direção normal a qualquer superfície do bloco.

O número de Rayleigh e Prandtl são definidos nas Eqs. (10) e (11).

$$Ra = \frac{Pr g \beta q'' L^3}{k_f \nu^2} \quad (10)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (11)$$

O número de Nusselt médio calculado na parede aquecida é definido na Eq. (12).

$$Nu = \frac{q'' L}{k_f (\bar{T}_h - T_c)} \quad (12)$$

$$\text{onde } \bar{T}_h = \frac{1}{L} \int_0^L T(x, 0) dx.$$

3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

O Método dos Volumes Finitos foi empregado na solução numérica das Eqs. (2) a (4) através do *software* OpenFoam® utilizando o *solver* buoyantBoussinesqSimpleFoam. O esquema Linear Upwind de 2ª ordem foi empregado nos termos convectivos das Eqs. (2) a (4). O resíduo admissível para u , v e T foi de 10^{-7} e para p de 10^{-6} . A temperatura na parede resfriada foi fixada em 300 K, e o fluxo de calor da parede aquecida foi de 1 W/m².

A validação do problema foi realizada comparando-se o número de Nusselt com resultados da literatura para cavidades sem o sólido interno (de Vahl e Davis, 1983), mostrando boa concordância. Os resultados para as condições de contorno do problema estudado não estão disponíveis na literatura.

Um estudo de malha foi realizado para o caso crítico de $Ra=10^6$ e $\zeta=0,8$ com malhas de 50×50 , 100×100 e 200×200 volumes, com refinamento de malha próximo às superfícies sólidas. A variação no número de Nusselt foi de 0,12% com o aumento de volumes de 100×100 para 200×200 . Dessa forma, os resultados do trabalho foram obtidos para uma malha de 100×100 volumes.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, os campos de temperatura e os valores do número de Nusselt são discutidos para diferentes configurações da cavidade.

4.1 Campos de temperatura

São representados na Fig. 2 os campos de temperatura para a cavidade com sólido interno. Os campos de temperatura para a cavidade sem sólido interno são também mostrados para servir como referência

A cavidade sem o sólido interno apresenta um padrão de escoamento formado por uma única célula girando em sentido anti-horário com um centro preenchido por fluido quase estagnado. Ao ser resfriado na parede fria, o fluido é acelerado no sentido do vetor gravidade até a parede aquecida com fluxo constante onde muda de direção e passa a escoar junto à parede aquecida até encontrar a parede vertical adiabática. Nessa região, o fluido muda novamente de direção e ascende junto à parede vertical formando uma região de temperatura aproximadamente uniforme no quadrante superior direito da cavidade. Na região superior da cavidade o fluido é novamente resfriado pela parede fria mudando de direção e reiniciando seu padrão de escoamento.

A condição de contorno de fluxo constante faz com que a temperatura da parede quente e, conseqüentemente, do fluido próximo a essa região, aumentem ao longo da coordenada x . Na Fig. 2, para a cavidade sem o sólido interno, pode-se observar que o aumento do número de Rayleigh faz com que a temperatura máxima do fluido na cavidade seja reduzida e que a região onde o fluido atinge sua temperatura máxima seja comprimida contra a parede adiabática vertical da cavidade. Isso ocorre devido ao aumento na velocidade do fluido que escoou junto à parede aquecida devido ao aumento do número de Rayleigh.

Na Fig. 2, a inserção do sólido de tamanho $\zeta=0,2$ apresenta pouca influência nos campos de temperatura da cavidade quando comparado com a cavidade sem bloco, para todos os números de Rayleigh estudados. Na medida em que o tamanho do bloco aumenta para $\zeta=0,5$, as modificações nos campos de temperatura são percebidas para $Ra=10^3$ a 10^5 . Nessa situação, observa-se o aumento da temperatura do fluido na região superior da cavidade. Esse aumento de temperatura pode ser explicado pelo isolamento da região central causado pelo bloco adiabático e pela redução do canal por onde o fluido ascendente passa a escoar. É importante observar que para $Ra=10^6$ as alterações nos campos de temperatura começam a ser observadas para blocos maiores quando comparado com as cavidades com menor número de Rayleigh, ou seja, quanto maior o número de Rayleigh, blocos maiores podem ser inseridos na cavidade sem que estes alterem o campo de temperatura da cavidade.

4.2 Transferência de calor

As modificações de escoamento e campos de temperatura causadas pela inserção do bloco vão resultar na alteração das taxas de transferência de calor da cavidade. A Fig. 3 apresenta a variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para diferentes tamanhos de bloco. Ainda na Fig. 3, estão representados os valores de Nusselt para a cavidade sem bloco para servir como referência. De forma geral, a transferência de calor na cavidade aumenta com o aumento do número de Rayleigh para todas as configurações estudadas, um comportamento esperado em problemas de convecção natural. Para a cavidade com blocos maiores, o aumento da transferência de calor com o número de Rayleigh é mais acentuado do que na cavidade com blocos menores, como pode ser visto pela inclinação da curva para $\zeta=0,8$ quando comparada com a curva para $\zeta=0,2$.

Através dos campos de temperatura foi mostrado que a inserção do bloco de tamanho $\zeta=0,2$ não altera de forma significativa o campo de temperatura da cavidade quando comparada com a cavidade sem bloco. Esse resultado pode também ser visto na Fig. 3 onde os valores de Nusselt para a cavidade com $\zeta=0,3$ concordam com os da cavidade sem bloco. Ainda, para $Ra=10^5$ e 10^6 e $\zeta=0,3$ o comportamento do número de Nusselt em função do número de Rayleigh mantém a mesma lei de potência de $Nu=Ra^{1/5}$, válida para a cavidade sem bloco na mesma faixa de Rayleigh, como demonstrado em Ganzarolli e Milanez (1995).

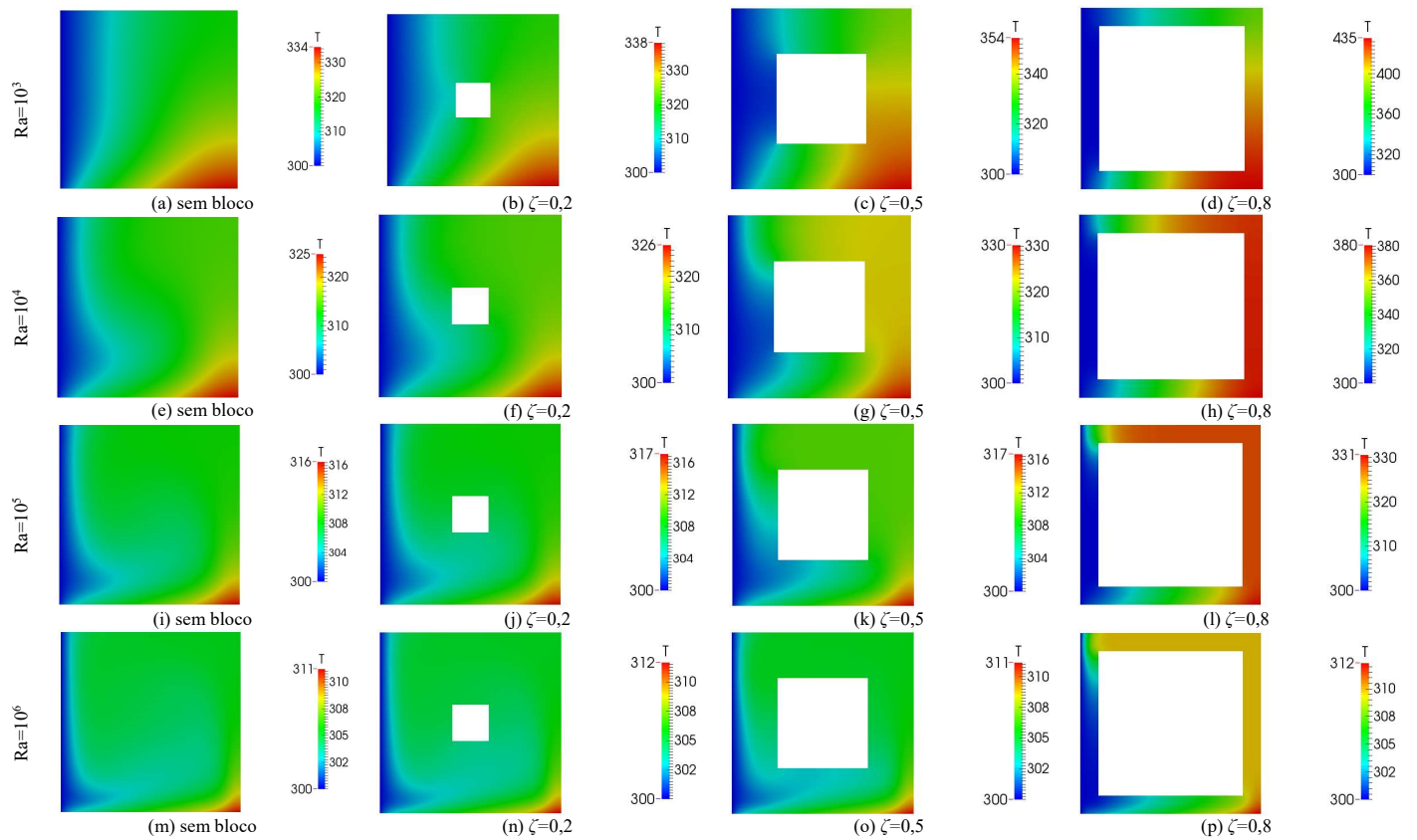


Figura 2. Campos de temperatura para diferentes configurações da cavidade

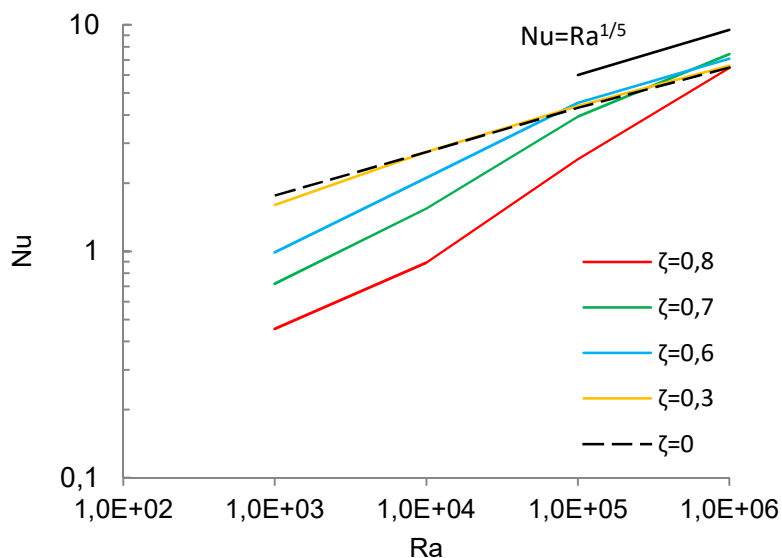


Figura 3. Número de Nusselt em função do número de Rayleigh

A Fig. 4 mostra o comportamento do número de Nusselt em função do tamanho do bloco para diferentes números de Rayleigh. Para $Ra=10^3$ e 10^4 , o crescimento do bloco reduz a transferência de calor da cavidade quando comparada com a cavidade sem bloco (Fig. 4). Essa redução é mais acentuada para blocos maiores que $\zeta=0,3$. Quanto maior o número de Rayleigh, maior o tamanho de bloco necessário para alterar o número de Nusselt da cavidade. Para $Ra=10^6$, o número de Nusselt permanece aproximadamente constante até $\zeta=0,4$. Para $Ra=10^5$ e 10^6 , a inserção do bloco adiabático na cavidade resulta no aumento do número de Nusselt quando comparado com a cavidade sem bloco. O tamanho de bloco para o qual é verificado o ponto de máximo no número de Nusselt é função do número de Rayleigh, sendo que, quanto maior o número de Rayleigh maior o tamanho do bloco para o qual o valor máximo do número de Nusselt é registrado. Um comportamento semelhante foi observado por House *et al.* (1990) e Bhave *et al.* (2006) para uma cavidade aquecida lateralmente e por Lima e Ganzarolli (2016) para uma cavidade aquecida e resfriada por paredes adjacentes. Bhave *et al.* (2006) propuseram uma forma de determinar o tamanho ótimo de bloco adiabático para que se obtenha máximo número de Nusselt na cavidade, baseados no aspectos das linhas de corrente da cavidade, enquanto que Lima e Ganzarolli (2016) sugerem o uso das *heatlines* para se determinar o máximo tamanho de bloco adiabático ou condutor o qual não provocaria interferência na transferência de calor da cavidade.

O aumento do número de Nusselt mostrado na Fig. 4 pode ser atribuído ao isolamento da região central da cavidade e o consequente aumento da temperatura na qual o fluido chega à parede fria como mostrado através das isotermas da Fig. 2. Entretanto, é interessante observar que apesar das cavidades com $Ra=10^3$ e 10^4 registrarem um maior aumento na temperatura máxima do fluido com relação às cavidades de maior número de Rayleigh e mesmo tamanho de bloco (Fig. 2), esse fato não se reflete no aumento do número de Nusselt. Nas cavidades com $Ra=10^3$ e 10^4 , a magnitude do escoamento com a presença do bloco não é suficiente para provocar o aumento da transferência de calor por convecção.

Na medida em que blocos maiores são posicionados nas cavidades com $Ra=10^5$ e 10^6 , a transferência de calor na cavidade é reduzida para valores inferiores àqueles da cavidade sem o bloco (Fig. 4). Na cavidade sem bloco, o fluxo de energia que deixa a parede aquecida até a parede resfriada se concentra nas regiões próximas às paredes, essa concentração é mais próxima às paredes quanto maior o número de Rayleigh (Lima e Ganzarolli, 2016). Quando um bloco adiabático é inserido nessa região, a interferência no fluxo de energia faz com que a transferência de calor seja reduzida.

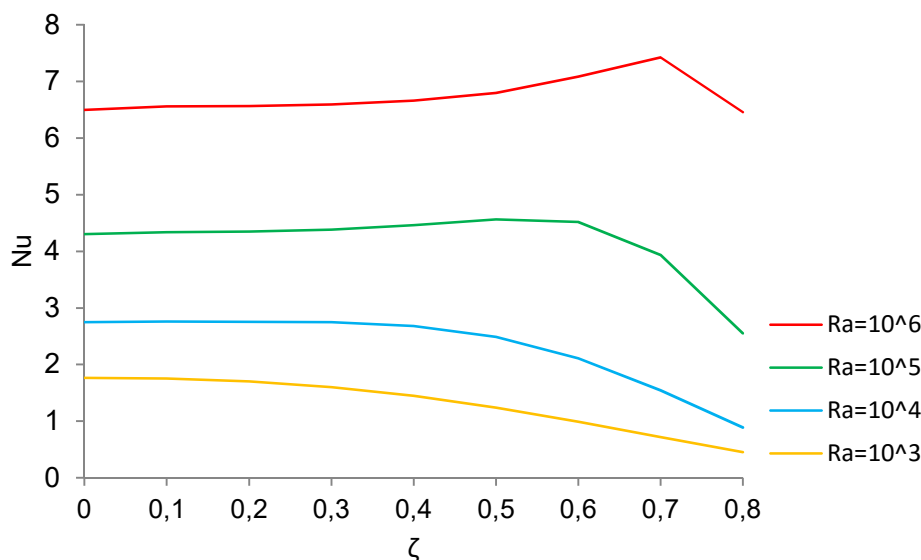


Figura 4. Números de Nusselt em função do tamanho do bloco.

5. CONCLUSÕES

A transferência de calor na cavidade estudada é função do número de Rayleigh e do tamanho. A inserção do bloco adiabático no centro da cavidade pode resultar no aumento da transferência de calor na cavidade quando comparada com a cavidade sem sólido interno. Existe um tamanho de bloco ótimo que é função do número de Rayleigh, para o qual o número de Nusselt atinge seu máximo. Estudos futuros podem ser realizados a fim de se estabelecer correlações para determinação do tamanho de bloco que resulte da máxima transferência de calor na cavidade.

AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG pelo apoio financeiro.

NOMENCLATURA

q''	fluxo de calor, W/m ²
\bar{T}	temperatura média, K
\mathbf{g}	vetor gravidade, m/s ²
k	condutividade térmica, W/mK
L	largura da cavidade, m
N	direção normal à superfície do bloco
Nu	número de Nusselt
p	pressão, N/m ²
Pr	número de Prandtl
Ra	número de Rayleigh
T	temperatura, K
\mathbf{u}	vetor velocidade, m/s
u, v	comp. da velocidade nas direções x e y , m/s
W	largura do bloco, m
x, y	coordenadas cartesianas, m

Letras gregas

β	coeficiente de expansão térmica, 1/K
ζ	tamanho adimensional do bloco
ν	viscosidade cinemática, m ² /s
ρ	densidade, kg/m ³

Subscritos

h	parede quente
c	parede fria
f	fluido
s	sólido

REFERÊNCIAS

- Bhave, P., Narasimhan, A. and Rees, D., 2006. "Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and prandtl number effect". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 3807–3818.
- de Vahl Davis, G., 1983. "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, No. 3, pp. 249–264.

- Ganjarolli, M.M. and Milanez, L.F., 1995. "Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 1063–1073.
- Ha, M., Jung, M. and Kim, Y., 1999. "Numerical study on transient heat transfer and fluid flow of natural convection in an enclosure with a heat-generating conducting body". *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 35, No. 4, pp. 415–433.
- Ha, M. Y., Kim, I. K., Yoon, H. S., Yoon, K. S., Lee, J. R., Balachandar, S. e Chun, H. H., 2002. "Two-dimensional and unsteady natural convection in a horizontal enclosure with a square body". *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, Vol. 41, n. 2, 183–210
- House, J. M., *et al.*, 1990. "Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure". *Numerical Heat Transfer*, Vol. 18, pp. 213-225.
- Kimura, S. and Bejan, A., 1983. "The heatline visualization of convective heat transfer". *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, pp. 916–919.
- Lee, J.R. and Ha, M.Y., 2005. "Numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 3308–3318.
- Lima, T. P., Ganjarolli, M. M., 2016. "A heatline approach on the analysis of the heat transfer enhancement in a square enclosure with an internal conducting solid body". *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 105, pp. 45-56.
- Mezrhab, A., Bouali, H., Amaoui, H. and Bouzidi, M., 2005. "Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center". *Applied Energy*, Vol. 83, pp. 1004–1023.
- Oh, J., Ha, M. and Kim, K., 1997. "Numerical study of heat transfer and flow of natural convection in an enclosure with a heat-generating conducting body". *Numerical Heat Transfer Part A: Applications*, Vol. 31, No. 3, pp. 289–303.
- Qiu, H., Lage, J.L., Junqueira, S.L. and Franco, A.T., 2013. "Predicting the nusselt number of heterogeneous (porous) enclosures using a generic form of the berkovsky–polevikov correlations". *Journal of Heat Transfer*, Vol. 135, No. 8, p. 082601.
- Zhao, F.Y., Liu, D. and Tang, G.F., 2007. "Conjugate heat transfer in square enclosures". *Heat Mass Transfer*, Vol. 43, No. 9, pp. 907–922.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ESTUDO DE CASO SOBRE O CONTROLE DE FUMAÇA EM GALPÕES

José Edier Paz Hurtado, jpaz_hurtado@hotmail.com
Lucimar de Oliveira Meira, lucimarcaldas@gmail.com
Francisco Carlos Rodrigues, francisco@dees.ufmg.br
Rodrigo Barreto Caldas, rbcaldas@gmail.com
Tiago Tadeu Fonseca do Carmo, tiagotadeu_get@hotmail.com
Pedro Enrique Batista Borges Louro, viperpedro95@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia. Av. Antônio Carlos 6627, Bloco 1, 4 andar. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.

Resumo: O presente trabalho apresenta duas simulações numéricas de um incêndio em um galpão de uso industrial, tendo como objetivo principal a comparação das temperaturas e o comportamento do fogo entre as simulações. A primeira simulação foi realizada sem sistema de controle de fumaça e a segunda simulação com sistema de controle de fumaça natural. O valor da carga de incêndio específica de 500 MJ/m², utilizada nas simulações, foi definida com base no uso e ocupação da edificação segundo os critérios da norma ABNT NBR 14432:2001, e foi representada por blocos de espuma de poliuretano com um volume total de 102,60 m³. Para as simulações numéricas foi utilizado o programa Fire Dynamics Simulator - FDS em conjunto com o programa Pyrosim. Conclui-se que a introdução de maior volume de ar no compartimento (galpão) acelera o processo de combustão e, conseqüentemente, a carga de incêndio é queimada em menor tempo. Também, o sistema de controle de fumaça pode levar ao aumento da temperatura em um curto período de tempo.

Palavras-chave: Incêndio, Fumaça, Temperatura, Compartimento, Simulação numérica.

1. INTRODUÇÃO

No Brasil, devido a fatos como o incêndio na Boate Kiss em janeiro de 2013, o estudo do controle de fumaça mostrou-se bastante relevante. Atualmente existe a Instrução Técnica (IT) N° 15/2015 – Controle de Fumaça – do Corpo de Bombeiros da Polícia Militar do Estado de São Paulo (CBPMSP IT 15:2015), sendo a única referência nacional sobre o tema. Nos Estados Unidos e na Inglaterra, o controle de fumaça passou a ser aplicado em edifícios industriais devido a grandes incêndios, como: o incêndio na fábrica da *General Motors* em Michigan, EUA, ocorrido em agosto de 1953; o incêndio na planta da *Jaguar* em Coventry, Reino Unido, em 1957; e, na fábrica da *Vauxhall Motors* em Luton, Reino Unido, em 1963, na qual já havia sido implementado um protótipo de sistema mecânico de extração de fumaça.

O objetivo deste trabalho é o estudo do comportamento do fogo, com base na comparação dos resultados de duas simulações numéricas utilizando o software *Fire Dynamic Simulator* – FDS versão 6.3.2 (McGrattan *et al.*, 2015) e o *Pyrosim* (*Thunderhead Engineering*), versão 2015.4.1116, considerando o sistema de controle de fumaça natural, como meio para reduzir as temperaturas nos compartimentos. Foram realizadas duas simulações numéricas de um galpão apresentando características geométricas idênticas e com a mesma carga de incêndio. Os resultados preliminares demonstraram que o sistema de controle de fumaça além de auxiliar a extrair a fumaça e os gases quentes, permite melhor visibilidade no interior da edificação facilitando a evacuação das pessoas e permitindo a entrada dos bombeiros para combater o fogo, e ainda, ajuda na redução das temperaturas dos gases quentes no compartimento.

2. METODOLOGIA

2.1 Descrição do cenário

O cenário considerado para este trabalho consiste em um galpão com dimensões de 25 m de comprimento, 10 m de largura e 6 m de altura. Foram feitas duas simulações numéricas com o software *Fire Dynamic Simulator* - FDS, a primeira sem controle de fumaça e a segunda com controle de fumaça natural. Para a geração do cenário foi necessário criar uma malha tridimensional formada por elementos de 20 cm x 20 cm x 20 cm.

Para as simulações (ver Figura 1) foi definida uma malha de 25 m de comprimento na direção X, 14 m de largura na direção Y e 9 m de altura na direção Z, deixando livres 2 m em cada uma das faces que possuem o eixo Y como eixo normal, e 3 m nas faces que possuem o eixo Z como normal, com o objetivo de permitir a visibilidade do comportamento da fumaça e da circulação do ar para o exterior do compartimento.

A Figura 1 apresenta as vistas da geometria dos cenários.

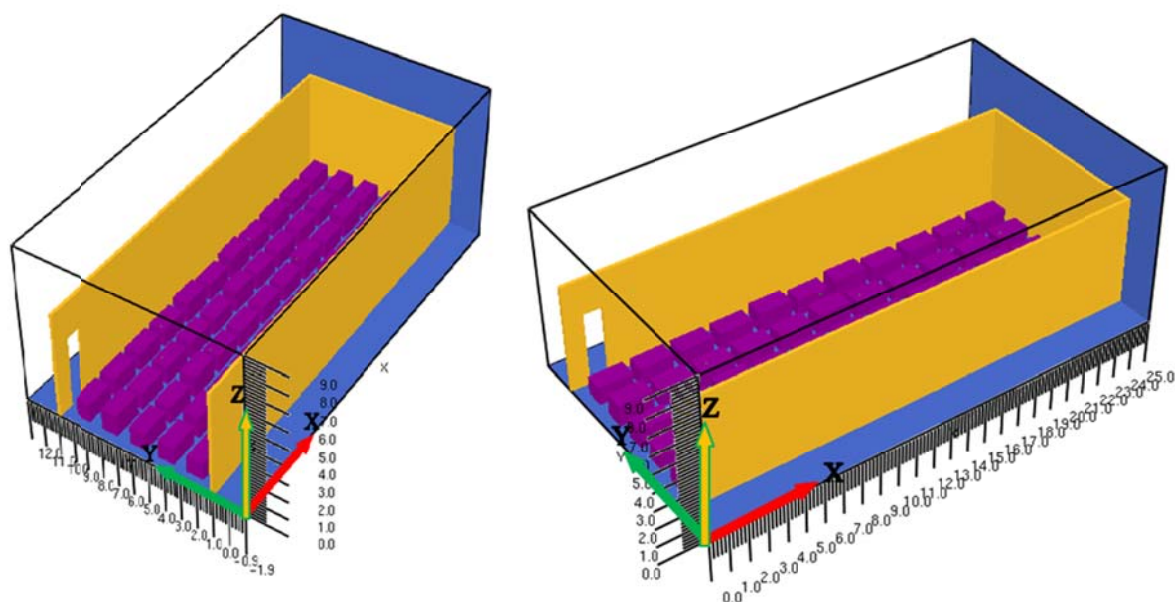


Figura1. Cenários para as simulações do incêndio com e sem controle de fumaça em um galpão.

2.2 Parâmetros da simulação

O tempo de cada simulação do incêndio foi de 2000 segundos e consumiu 87,63 horas de processamento para a simulação sem controle de fumaça e um tempo real de 105,52 horas para a simulação com controle de fumaça natural. Para determinação da carga de incêndio específica, considerou-se uso industrial, voltado para o armazenamento de brinquedos. De acordo com o Anexo C da norma ABNT NBR 14432:2001, a carga de incêndio é de 500 MJ/m². A espuma de poliuretano foi escolhida como material combustível, sendo representada por 45 prismas de 1,8 m³ e 10 prismas de 2,1 m³, totalizando 102,6 m³. A densidade da espuma de poliuretano foi tomada igual a 40 kg/m³ e, o potencial calorífico específico igual a 30 MJ/kg. Dessa forma, obteve-se uma carga de incêndio de 123120 MJ. Foram adicionadas três partículas de ignição com formato cilíndrico, com um comprimento de 0,3 m e raio de 0,1 m, e uma taxa de liberação de calor por unidade de área (HRRPUA) de 1800 kW/m². Para medir as temperaturas foram colocados 18 termopares em alturas de 4,0 m e 5,8 m.

3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

2.2 Simulação realizada sem controle de fumaça

Esta análise foi idealizada para simular um incêndio em situação normal, sem elementos de proteção ativa e passiva para o controle do fogo. Foi adicionada uma abertura representando uma porta aberta com dimensões de 1,0 m de largura por 4,0 m de altura, para introdução de ar e para alimentar a reação de combustão da carga de incêndio. As paredes do compartimento foram modeladas como sendo de material não combustível, para não interferir na carga de incêndio na simulação. A cobertura foi modelada com uma superfície transparente para permitir melhor visibilidade dentro do compartimento. A carga de incêndio foi distribuída em 45 prismas retangulares no compartimento e os 18 termopares foram alojados a uma altura de 4,0 m e 5,8 m. (ver Figura 2).

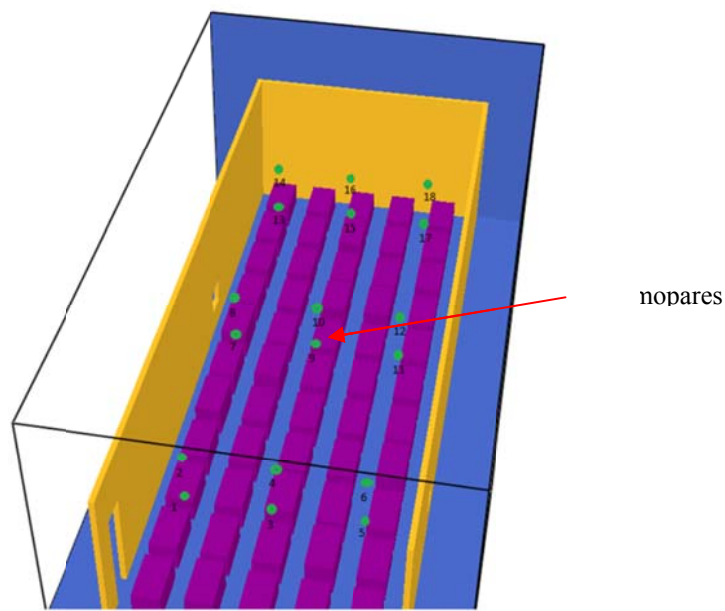


Figura 2. Vista da localização dos termopares.

As partículas de ignição foram posicionadas no bloco de poliuretano abaixo dos termopares 9 e 10. Durante a simulação, o fogo consumiu por completo o bloco de poliuretano abaixo dos termopares 9 e 10 e foi se alastrando para os blocos adjacentes, consumindo cerca de 10% da carga combustível destes. As temperaturas foram obtidas com intervalos de 30 segundos, sendo que o maior valor foi de 587 °C aos 1880 segundos, medida no termopar 10 localizado a uma altura de 5,8 m acima do foco do piso. Neste tempo de 1880 segundos no termopar 9, localizado a 4,0 m acima do piso, a temperatura foi de 337 °C. A Figura 3 apresenta o gráfico das temperaturas médias nos 18 termopares, a Fig. 4 mostra as temperaturas nos termopares localizados a 4,0 m e 5,8 m de altura.

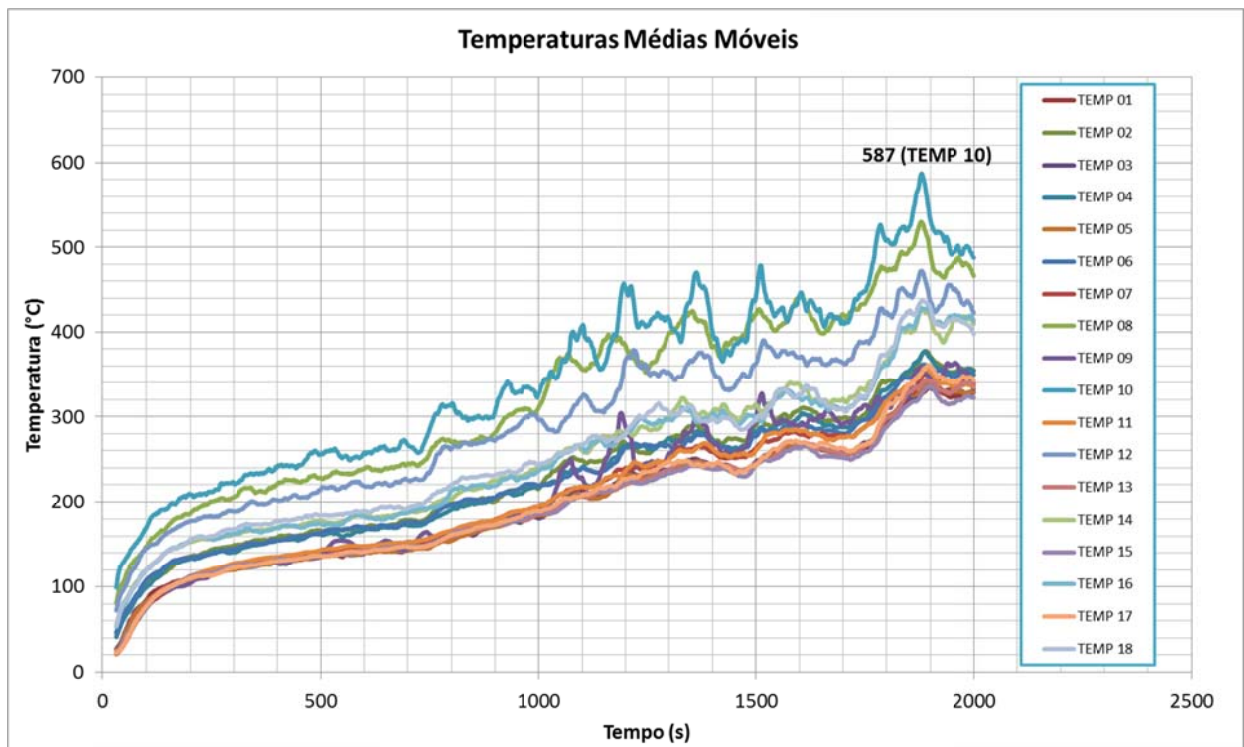


Figura 3. Temperaturas médias com intervalos de 30 segundos, obtidas da simulação sem controle de fumaça.

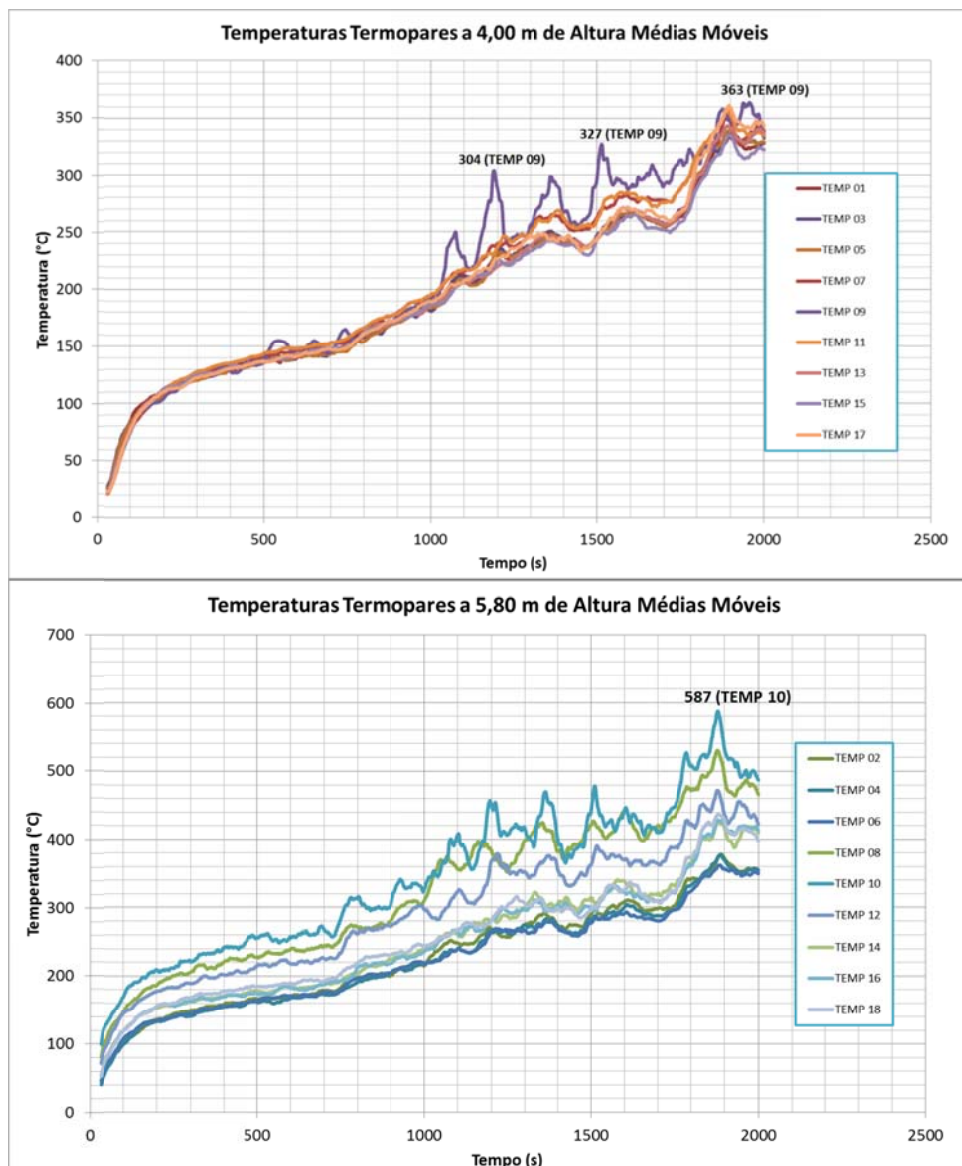


Figura 4. Temperaturas dos termopares localizados a 4,00 m e 5,80 m de altura, obtidas da simulação sem controle de fumaça.

2.3 Simulação realizada com controle de fumaça natural

Na simulação com controle de fumaça foram projetadas aberturas de entrada e saída de ar de forma natural. Para realizar o cálculo e definir as áreas de aberturas foi utilizada a Instrução Técnica (IT) No. 15/2011- Controle de fumaça, Parte 3 – Controle de fumaça natural em indústrias, depósitos e áreas de armazenamento em comércios - do Corpo de Bombeiros da Polícia Militar do Estado de São Paulo (CBPMSP). Foram obtidas as áreas de 1,65 m² para a entrada de ar e também para a exaustão de fumaça. Estas áreas foram divididas em duas aberturas de 1,0 m² para cada função, como mostrado na Fig. 5. A cobertura do galpão foi modelada como transparente para melhor visibilidade dentro do compartimento, motivo pelo qual as aberturas de exaustão não são visíveis na simulação. A carga de incêndio, a localização dos termopares e as partículas de ignição são as mesmas da simulação anterior. A Fig. 5 mostra as duas entradas de ar natural e por meio da observação da fumaça pode-se notar o funcionamento das aberturas de exaustão.

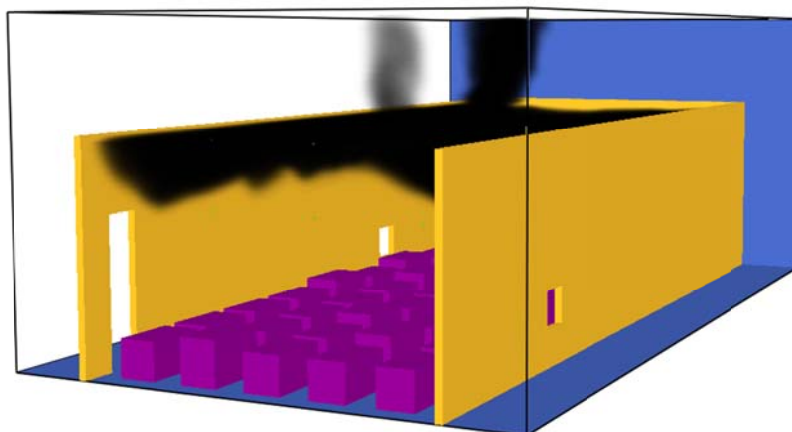


Figura 5. Cenário da simulação com controle de fumaça natural.

O volume máximo de entrada de ar limpo foi de 2,5 m³/s, já o volume máximo de exaustão de fumaça foi de aproximadamente 7,0 m³/s com variações mínimas durante o tempo de simulação. A máxima temperatura registrada foi de 715°C no termopar 10, sendo superior ao valor obtido na simulação anterior sem controle de fumaça, de 128°C. Com relação ao termopar 9, localizado a 4,0 m do piso, a máxima temperatura foi de 419°C, que é 56°C maior que a obtida na simulação anterior. Nesta simulação as temperaturas médias obtidas com intervalo de 30 segundos demonstram uma fase de aquecimento e outra fase de decaimento das temperaturas.

A simulação numérica com controle de fumaça natural apresentou sua máxima temperatura de 715°C aos 1406 segundos, sendo que, a simulação sem o controle de fumaça apresentou sua máxima temperatura de 587°C aos 1876 segundos. Nas Figuras 6 e 7 podem-se observar os gráficos das temperaturas da simulação numérica com controle de fumaça natural.

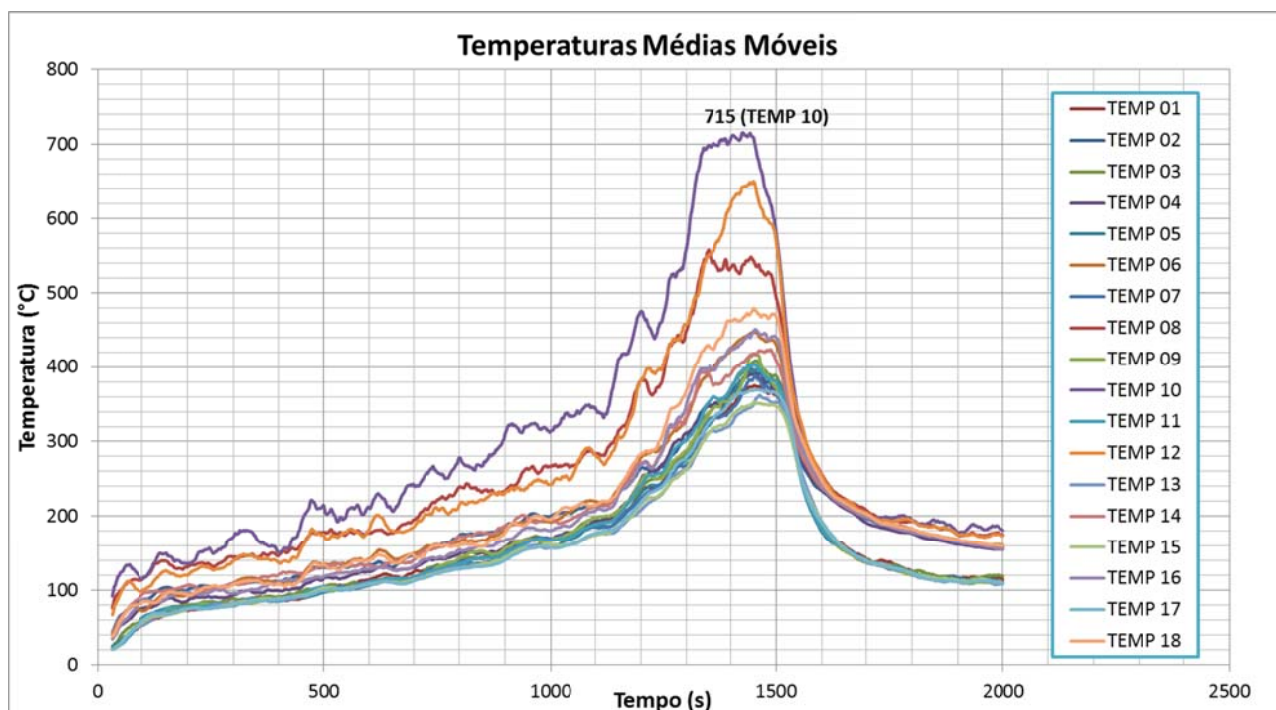


Figura 6. Gráfico das temperaturas médias com intervalos de 30 segundos, obtidas da simulação com controle de fumaça.

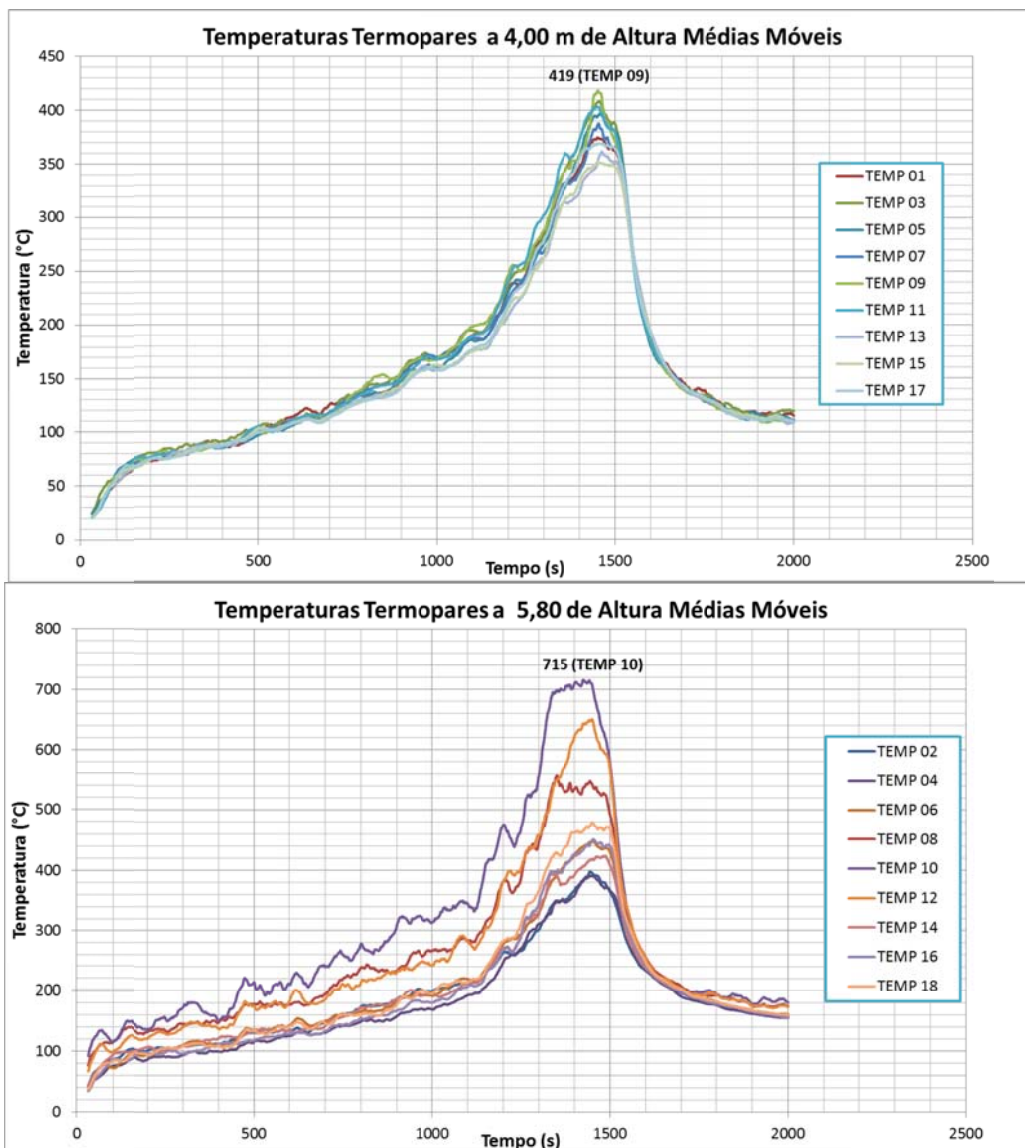


Figura 7. Temperaturas dos termopares localizados a 4,00 m e 5,80 m de altura, obtidas da simulação com controle de fumaça.

3. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para ambas as simulações numéricas realizadas o cenário foi modelado usando o programa *Pyrosim*, que apresenta uma interface gráfica e possui um banco de dados dos materiais a serem utilizados. O programa gera um *script* do arquivo de entrada para finalmente ser simulado no *Fire Dynamic Simulator*. Para as duas simulações foram aplicadas a mesma carga de incêndio correspondente a 123120 MJ, devida a uma carga de incêndio específica de 500 MJ/m². Como elemento de ignição foram posicionadas três partículas com um taxa de liberação de calor por unidade de área de 1800 kW/m² cada uma.

De acordo com os resultados obtidos na simulação sem controle de fumaça, a temperatura do incêndio subiu de forma lenta e ascendente, apresentado a sua máxima temperatura de 587°C aos 1876 segundos. A simulação numérica com controle de fumaça natural apresentou a sua máxima temperatura de 715°C aos 1406 segundos, esta simulação teve uma fase de aquecimento e posteriormente uma fase de decaimento.

Pode-se afirmar que, baseado nos resultados anteriores, dos tempos e do comportamento do incêndio, que a introdução de ar no compartimento, acelera o processo de combustão e conseqüentemente a carga de incêndio é queimada em menor tempo.

Esta comparação demonstra que, o controle de fumaça ao permitir a entrada de ar no compartimento acelera o processo de combustão, podendo levar a uma elevação da temperatura, porém, em um curto espaço de tempo.

4. AGRADECIMENTOS

À FAPEMIG, a CAPES, ao CNPq e ao departamento de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG que tornaram possível a elaboração e a apresentação deste trabalho.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira De Normas Técnicas – ABNT. NBR: 14432 - 2001. Exigências de Resistência ao Fogo de Elementos Construtivos de Edificações. Rio de Janeiro.
Corpo de Bombeiros da Polícia Militar do Estado de São Paulo. CBPMSP IT- 15/2015. Controle de Fumaça. São Paulo.
Corpo de Bombeiros Militar de Minas Gerais. CBMMG IT-09. 2006. Carga de Incêndio nas Edificações e Área de Risco. Belo Horizonte. Brasil.
National Institute Of Standards And Technology. NIST. 2014. Fire Dynamics Simulator, Version 6.1.2. User's Guide, Special Publication 1019, Sexta Edição. <<http://code.google.com/p/fds-smv/>> Quincy, Massachuset.
Thunderhead Engineering, 2015.4. Pyrosim: User Manual. Thunderhead Eng., Manhattan, USA.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ESTUDO DO PROJETO DE FLIGHTS EM SECADORES ROTATIVOS NA SECAGEM DE FERTILIZANTES

João Luiz Colombo Neto, joaoluizcolombo@gmail.com

Arthur Oliveira, arthurso93@gmail.com

Guilherme Freitas, guilhermefs18@gmail.com

Edu Barbosa Arruda, dubaraeq@gmail.com

Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM. Rua Randolfo Borges Júnior, 1250, CEP 38064-200

Fran Sérgio Lobato, franpi22@yahoo.com.br

Universidade Federal de Uberlândia/UFU. Rua João Naves de Ávila, 2121, CEP: 38408-100

Resumo. O secador rotatório é um equipamento utilizado em operações de secagem que requerem elevadas capacidades de processamento, podendo secar até centenas de toneladas de material particulado por hora, de acordo com a necessidade. Constitui-se de um casco cilíndrico levemente inclinado em relação à horizontal, que gira em torno do seu eixo longitudinal e é equipado internamente com suspensores ("flights"). Estes promovem o cascateamento do material particulado contra uma corrente de gases quentes que atravessa o interior do secador. O projeto dos flights tem relação direta com a eficiência do processo de secagem e seu formato depende do tipo de material a ser secado, que pode ser um sólido de escoamento livre até materiais pegajosos. Diante desses fatores, o presente trabalho tem como objetivo estudar formatos de suspensores que possibilite descargas homogêneas de sólidos de escoamento livre através da corrente de ar quente. Como resultados, foram avaliados flights com formato semicircular e semicircular prolongado. Os resultados das simulações para suspensores semicirculares foram comparados com os resultados experimentais e simulados obtidos por Arruda (2008) para suspensores de dois e três segmentos. Isso permitiu verificar o aumento da retenção de sólidos, descarga com maiores alturas de queda dentro do tambor e, como consequência, maior tempo médio de queda quando se emprega suspensores semicirculares. Os resultados da simulação mostraram acréscimos nessas variáveis que promovem aumento da eficiência de secagem.

Palavras-chave: Secagem, Secador Rotatório, Suspensores, Flights, Fertilizantes

1. INTRODUÇÃO

Os vegetais são capazes de produzir seu próprio alimento, mas necessitam dos nutrientes disponíveis no solo. Estes estão divididos em dois grupos: orgânicos ou inorgânicos, podendo ser naturais ou sintéticos. Comumente os vegetais necessitam em maiores quantidades de macro-nutrientes, como nitrogênio, potássio, hidrogênio, carbono, oxigênio, cálcio, enxofre, fósforo e magnésio. Em menores quantidades são necessários os micronutrientes: ferro, zinco, boro, manganês, cobalto, molibdênio, etc. Quando existe deficiência de alguma substância, utilizam-se fertilizantes, que podem ser minerais, quando constituídos essencialmente por nitrogênio, fósforo e potássio ou orgânicos quando obtidos de produtos naturais como o húmus e farinha de ossos (Malavolta, 2006). Durante o processo de fabricação de fertilizantes é imprescindível a secagem do produto final.

De acordo com Arruda (2008), a etapa de secagem é uma das operações unitárias mais onerosas da produção de fertilizantes, bem como de diversos outros produtos. Na literatura, a secagem é frequentemente descrita como a remoção de uma substância volátil, quase sempre a água, de um meio sólido de maneira mecânica, por radiação eletromagnética, ou por meios térmicos. Tal operação é necessária por vários motivos, tais como, atender especificações técnicas, facilitar armazenamento e transporte devido à redução de massa e conservar a qualidade. Para realizar a secagem são utilizados secadores, classificados como de contato direto ou indireto conforme a forma de transmissão de calor, podendo operar no modo contracorrente ou concorrente em relação à movimentação ar quente-sólido úmido. Existe uma grande variedade nas indústrias e seu tipo depende da finalidade e das características do processo, principalmente em relação ao material a ser secado.

No caso da secagem de fertilizantes é comum utilizar secadores rotatórios. Esse tipo de secador é constituído por um cilindro inclinado que gira em torno do seu eixo longitudinal, como mostrado na Fig. 1. O comprimento do cilindro normalmente varia de quatro a dez vezes o seu diâmetro, que pode medir de 0,2 m a mais de 3 m (Perry e Green, 1999). Durante a operação o material a ser secado é introduzido na parte superior do cilindro e recolhido já seco na saída inferior. Nas paredes internas do equipamento são dispostos suspensores (*flights*) responsáveis por coletar o sólido úmido no fundo do tambor e transportá-lo até uma dada posição angular de onde caem em forma de cascata e, durante a queda, entram em contato direto com uma corrente de gás quente que atravessa o secador.

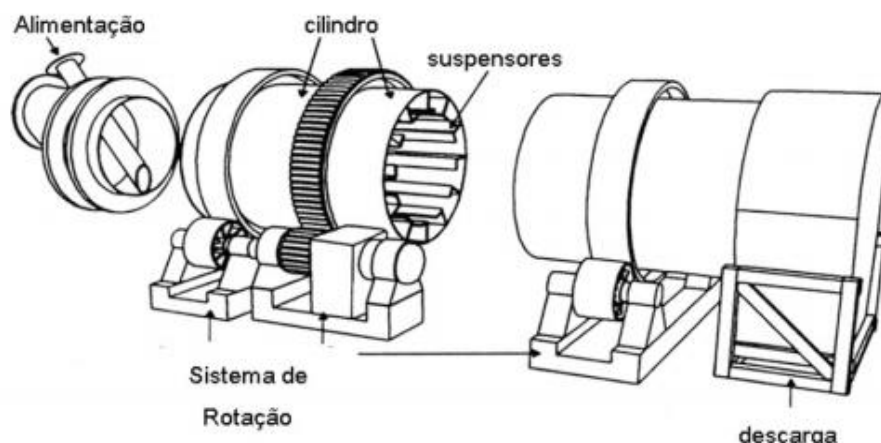


Figura 1. Esquema do secador rotatório com cascateamento (Arruda, 2008)

O secador rotatório é muito utilizado na indústria devido ao fato de ser um equipamento robusto e com grande capacidade de processamento, podendo secar de pequenas quantidades a centenas de toneladas por hora de material úmido. Além disso, podem ser adaptados para uso com diversos materiais e processos. Apesar da grande aplicação desse tipo de secador, seu projeto ainda é fortemente empírico e sua estrutura interna composta pelos suspensores ou “*flights*” ainda demanda estudos visando melhorar a fluidodinâmica de escoamento dos sólidos para aumentar o tempo de contato gás-partícula e, com isso, a eficiência do processo de secagem.

De acordo com Perry e Green (1999), a profundidade dos suspensores deve situar-se entre $D/12$ e $D/8$, sendo D o diâmetro do secador. Existem várias geometrias de suspensores, como pode ser visto na Fig. 2a, sendo que sua escolha depende das características do material úmido. Como exemplo, se o material sólido for pegajoso e aderir às paredes internas do tambor, emprega-se suspensores retos. No caso de materiais que não apresentam tal característica, pode-se empregar suspensores angulares, sendo estes os mais usados em secadores industriais como pode ser visto na Fig. 2b.

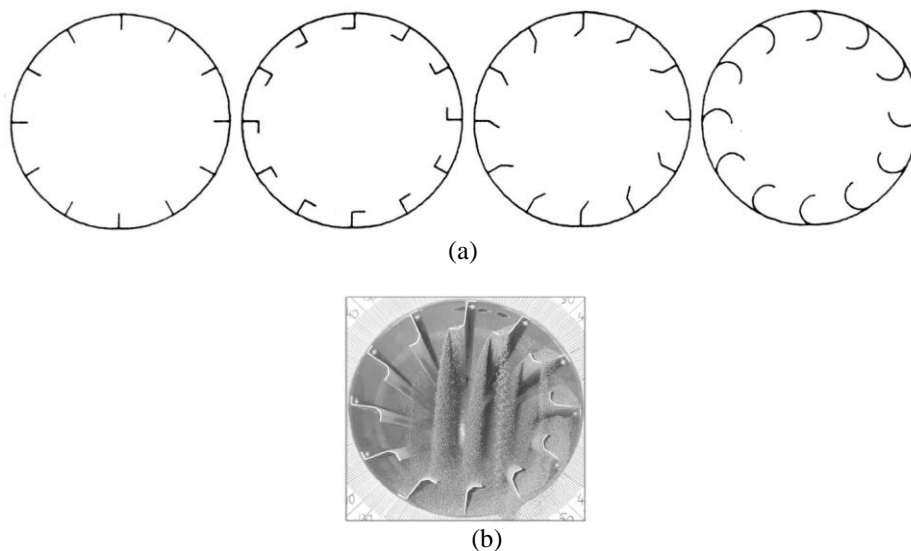


Figura 2 – (a) Geometrias de suspensores; (b) Cascateamento de sólidos de escoamento livre (Arruda, 2008).

Também é comum empregar mais de um formato de suspensor no mesmo secador, sendo comum associar um formato mais apropriado para cada zona de secagem. Em alguns casos, suspensores em forma de espiral ou levemente inclinados podem ser usados na entrada do secador para promover uma rápida admissão dos sólidos na parte inicial do tambor e impedir que haja acúmulo de material nessa região do secador.

Diante desses fatores, o presente trabalho teve como objetivos propor uma modelagem matemática para a carga de fertilizantes nos suspensores de formato semicircular em função da sua posição angular no tambor. Realizar as simulações utilizando a modelagem desenvolvida e comparar os resultados obtidos com valores experimentais e calculados por Arruda (2008), com o cuidado de manter a similaridade entre os suspensores estudados.

A escolha dos suspensores semicirculares se deve ao fato da pressuposição de que, devido à sua geometria, seriam capazes de reter os sólidos por mais tempo, conduzindo-os a posições angulares maiores. Com isso, a descarga seria mais concentrada no intervalo de posições angulares entre 60 e 120°, formando uma cortina de sólidos distribuída de

maneira mais homogênea através da área de seção transversal do tambor. Dessa forma, torna-se possível obter maior altura média de queda e, por conseqüência, maior tempo de contato entre o sólido úmido e o ar quente. Este seria o fator de maior impacto na eficiência de secagem, levando em consideração que a secagem ocorre em sua maior parte durante a queda dos sólidos dos suspensores.

2. METODOLOGIA

Um equacionamento foi desenvolvido para suspensores semicirculares simples e prolongados, como mostra as Figura 3(a) e 3(b), respectivamente, tendo como base o modelo desenvolvido por Revol *et al.* (2001). A partir desse equacionamento e, utilizando o programa computacional de domínio publico *Scilab* foi possível simular e comparar os resultados com os obtidos experimentalmente e por simulação por Arruda (2008) para suspensores angulares. Para permitir uma comparação confiável e garantir a similaridade dos modelos de suspensores estudados foram usados suspensores semicirculares de mesma profundidade que os angulares, de tal forma que o raio da ponta do suspensor até o centro do tambor era o mesmo.

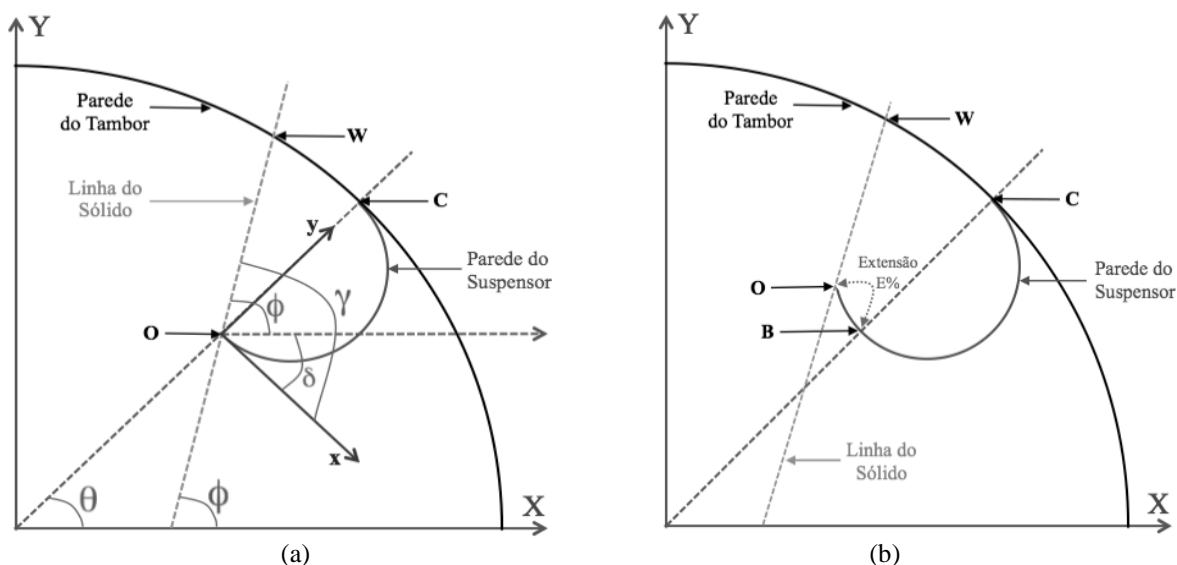


Figura 3. Suspensores semicirculares simples (a) e prolongado (b).

Tanto na Figura 3(a) e 3(b) quanto no equacionamento descrito em seguida, θ é a posição angular da ponta do suspensor dentro do tambor, γ é o ângulo formado pela linha do sólido com o eixo x , ϕ é o ângulo dinâmico de repouso, δ é o ângulo de inclinação do eixo X com o eixo x e $E\%$ é a porcentagem do semicírculo que foi prolongado.

2.1 Suspensor semicircular simples

Dentro desse tipo de suspensor, são consideradas quatro condições com relação ao ângulo formado pela linha de sólido com o eixo x , com origem na ponta do suspensor, (γ), e que serão descritas a seguir.

2.1.1 Quando $\gamma > 90^\circ$

A área seccional ocupada pelo sólido pode ser calculada usando a Eq. (1). Onde R_s é o raio do suspensor e x_w é a intersecção da linha de sólido com a parede do tambor.

$$A = \left(\frac{\pi \cdot R_s^2}{2} \right) + \left(\frac{2 \cdot R_s \cdot |x_w|}{2} \right) \quad (1)$$

2.1.2 Quando $\gamma = 90^\circ$

A área seccional ocupada pelo sólido para esse caso é calculada usando a Eq.(2).

$$A = \left(\frac{\pi \cdot R_s^2}{2} \right) \quad (2)$$

2.1.3 Quando $45^\circ < \gamma < 90^\circ$

Nesse caso a área seccionada é calculada usando a equação desenvolvida por Spiegel, Lipschutz e Liu (2011), Eq. (3), para cálculo da área de um segmento de círculo.

$$A = \frac{R_s^2 (\lambda - \text{sen}(\lambda))}{2} \quad (3)$$

Onde λ , ângulo formado pela intersecção dos raios do suspensor angular, é calculado pela Eq. (4), Ω , raio entre o raio do suspensor e o eixo y, pela Eq. (5) e x_{cn} , coordenada x do ponto C, pela Eq. (6).

$$\lambda = \pi - \Omega \quad (4)$$

$$\Omega = \arccos\left(\frac{x_{cn}}{R_s}\right) \quad (5)$$

$$x_{cn} = \frac{-4 \cdot \tan(\gamma) \cdot R_s}{2(1 + \tan^2(\gamma))} \quad (6)$$

2.1.4 Quando $\gamma = 45^\circ$

Para esse caso a área seccionada é calculada usando a Eq. (7).

$$A = \left(\frac{\pi R_s^2}{4}\right) \quad (7)$$

2.1.5 Quando $\gamma < 45^\circ$

Nesse caso a área seccionada é calculada usando a Eq. (8).

$$A = \frac{R_s^2 (\lambda - \text{sen}(\lambda))}{2} \quad (8)$$

Onde λ é calculado pela Eq. (9), Ω pela Eq. (10) e x_{cn} pela Eq. (6).

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \Omega \quad (9)$$

$$\Omega = \arccos\left(\frac{x_{cn}}{R_s}\right) \quad (10)$$

2.2 Suspensor semicircular prolongado

Da mesma forma que o simples, tem-se 6 condições.

2.2.1 Quando $\gamma > 90^\circ$

Para esse caso a área seccionada é calculada usando a Eq. (11). Onde α é o ângulo entre a base do triângulo retângulo e o raio do suspensor semicircular prolongado e b é dado pela Eq. (12)

$$A = \frac{\pi R_s^2}{2} + \frac{R_s^2 \cdot \alpha}{2} - \frac{R_s^2 \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)}{2} + (2R_s - b)h + \frac{(2R_s - b)|x_w|}{2} \quad (11)$$

$$b = R_s - b' \quad (12)$$

2.2.2 Quando $\gamma = 90^\circ$

Nesse caso, a área seccionada é calculada por meio da Eq. (13) e h é dado pela Eq. (14).

$$A = \frac{\pi R_s^2}{2} + \frac{R_s^2 \cdot \alpha}{2} - \frac{R_s^2 \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)}{2} + (2R_s - b)h \quad (13)$$

$$h = R_s \text{sen}(\alpha) \quad (14)$$

2.2.3 Quando $90^\circ > \gamma > \arctan[(2R_s-b)/h]$

Nesse caso, a área seccionada é calculada usando a Eq. (15) e h' pela Eq. (16).

$$A = \frac{(2R_s - b)h'}{2} + (2R_s - b)(h - h') + \frac{R_s^2 \alpha}{2} - \frac{R_s^2 \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)}{2} + \frac{\pi R_s^2}{2} \quad (15)$$

$$h' = \frac{(2R_s - b)}{\tan(\gamma)} \quad (16)$$

2.2.4 Quando $\arctan[(2R_s-b)/h] > \gamma > \arcsen[(2R_s-b)/R_s]$

Nessa condição, a área seccionada é calculada usando a Eq. (17), onde H é dado pela Eq. (18) e φ pela Eq. (19). Sendo x_{Kn} e y_{Kn} as coordenadas x e y na posição K_n .

$$A = \frac{H(2R_s) \text{sen}(\varphi)}{2} + \frac{\pi R_s^2}{2} \quad (17)$$

$$H = \sqrt{x_{Kn}^2 + y_{Kn}^2} \quad (18)$$

$$\varphi = \gamma - \arcsen\left[\frac{R_s - b}{R_s}\right] \quad (19)$$

2.2.5 Quando $90^\circ > \gamma > \arctan[(2R_s-b)/h]$

Nessa condição, a área seccionada é calculada usando a Eq. (20).

$$A = \frac{(2R_s - b)h'}{2} + (2R_s - b)(h - h') + \frac{R_s^2 \alpha}{2} - \frac{R_s^2 \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)}{2} + \frac{\pi R_s^2}{2} \quad (20)$$

2.2.6 Quando $\arcsen[(2R_s-b)/R_s] > \gamma > 0^\circ$

Aqui, a área seccionada é calculada usando a Eq. (21), λ é dado pela Eq. (22), ψ pela Eq. (23) e G pela Eq. (24).

$$A = \frac{R_s^2 (\lambda - \text{sen}(\lambda))}{2} \quad (21)$$

$$\lambda = \pi - 2\psi \quad (22)$$

$$\psi = \arcsen\left[\frac{\left(\frac{G}{2}\right)}{R_s}\right] \quad (23)$$

$$G = \sqrt{(x_{Kn} - x_e)^2 + (y_e - y_{Kn})^2} \quad (24)$$

2.2.6 Quando $\gamma = 0^\circ$

Aqui, a área seccionada é calculada usando a Eq. (25).

$$A = \left[\alpha R_s^2\right] - \left[R_s^2 \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha)\right] \quad (25)$$

2.3 Cálculo da carga nos suspensores

A carga de sólidos nos suspensores pode ser calculada usando a Eq. (26)

$$m = A.L.\rho_s \quad (26)$$

Dessa forma, as equações são inseridas no programa para gerar o gráfico da carga de sólidos em função da posição angular do suspensor.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As simulações dos modelos de suspensores apresentados nesse trabalho foram realizadas usando o *software Scilab*, versão 5.5.2. Os parâmetros do secador e do material usados na simulação estão apresentados na Tab. 1, para fim de comparação com resultados obtidos por Arruda (2008).

Tabela 1. Parâmetros do secador e do material a ser secado.

Parâmetro	Valor
Comprimento efetivo do secador – L (m)	1,35
Raio do tambor do secador – R_r (m)	0,15
Velocidade angular do secador – ω (rad/s)	0,52
Coefficiente dinâmico de fricção – μ (-)	0,98
Densidade bulk do fertilizante – ρ (kg/m ³)	1200,00
Aceleração gravitacional – g (m/s ²)	9,81
Ângulo entre os segmentos dos suspensores angulares α_A e α_B (rad)	2,35

3.1 Suspensores semicirculares simples

A Figura 4 mostra o gráfico da carga de sólidos em função da posição angular do suspensor semicircular simples. Pode-se observar o acréscimo da carga de sólidos com o aumento de 49% no raio do suspensor, de 0,0125m para 0,0186m. Observando a evolução angular do suspensor e sua carga, nota-se que os suspensores semicirculares proporcionam uma descarga contínua ao longo do seu trajeto. Isso implica na formação de uma cascata homogênea dos sólidos ao longo da seção transversal do secador. Esse tipo de descarga é uma condição fundamental para que ocorra um contato eficiente com o ar quente, pois, caso ocorra descarga concentrada numa determinada região, poderá ocasionar a formação de zonas mortas em que o ar quente atravessa o secador sem contato efetivo com o sólido úmido. Tal condição proporciona uma secagem heterogênea do material e desperdício de energia.

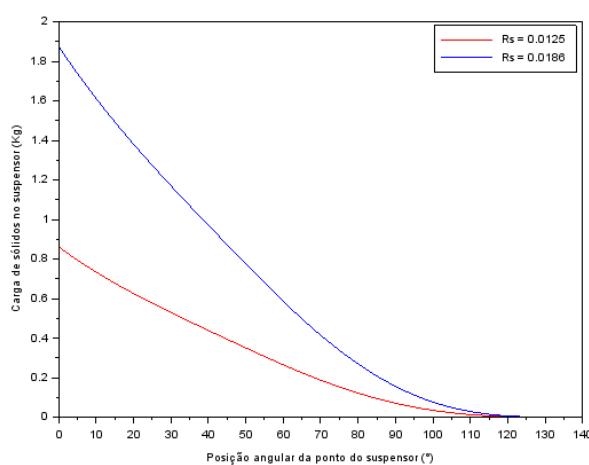


Figura 4. Gráfico da carga de sólidos em função da posição angular obtido para o suspensor semicircular simples.

3.2 Suspensores semicirculares prolongados

A Figura 5 mostra os gráficos da carga de sólidos em função da posição angular do suspensor obtidos para os suspensores semicirculares com 5%, 10% e 15% de prolongamento, respectivamente para os raios 0.0125m (a) e 0.0186m (b). O comportamento dessas geometrias apresenta grande similaridade em termos de carregamento e mostra que a faixa de descarga de material preenche praticamente toda a área de seção transversal do tambor. Esse comportamento era esperado para os suspensores semicirculares, uma vez que devido à sua geometria, podem reter sólidos por mais tempo e conduzi-los até posições angulares maiores, o que será abordado na comparação com outras geometrias. Ao analisar a taxa de descarga de material, ou seja, a diferença entre a carga de sólidos nos suspensores em posições angulares sucessivas, visualmente se observa que essa taxa é praticamente constante ao longo da posição angular do suspensor no secador. A determinação do prolongamento máximo, do raio e da quantidade de suspensores também deve ser analisada no projeto dos suspensores, visando atender às especificações de carregamento máximo do secador que, de acordo com Baker (1983), deve situar-se entre 10 e 15% do volume total do secador.

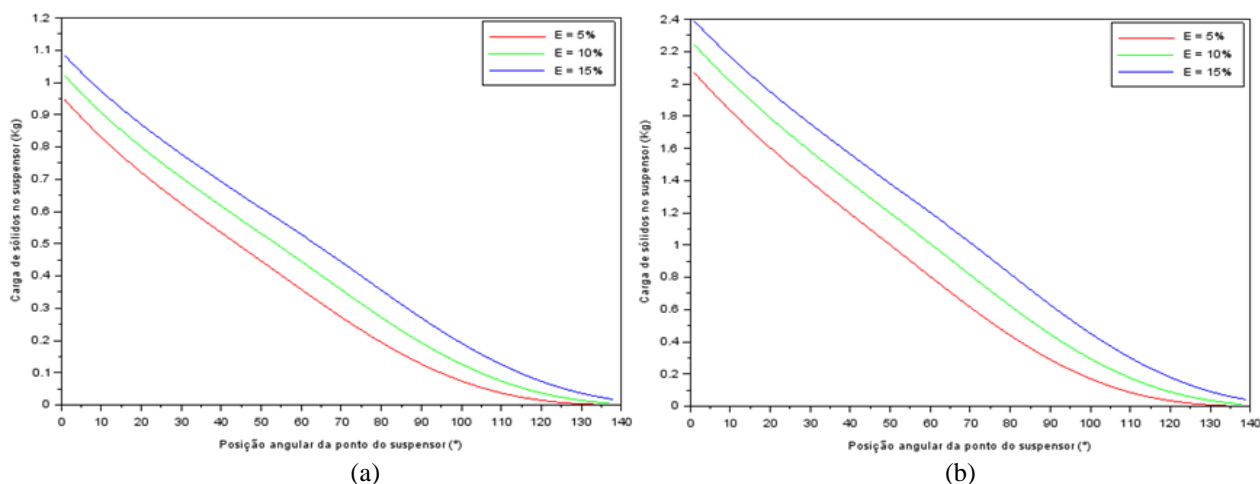


Figura 5. Gráficos da carga de sólidos em função da posição angular do suspensor obtidos para os suspensores semicirculares com 5%, 10% e 15% de prolongamento para os raios 0,0125m (a) e 0,0186m (b).

3.3 Comparação com Arruda (2008)

A comparação dos carregamentos dos suspensores semicirculares com os estudados por Arruda (2008) é mostrada na Fig. 6 (a) e (b). A comparação leva em conta a similaridade do suspensor semicircular de raio 0,0125m com os suspensores angulares 2x0,7x0,7cm assim como os semicirculares de raio 0,0186m os angulares de dimensões 3x1x1cm. O suspensor angular 3x1cm possui profundidade próxima ao do suspensor angular 2x0,7x0,7cm.

A Figura 6(a) apresenta a comparação dos suspensores semicirculares prolongados em 15% com os angulares estudados por Arruda (2008). Na figura fica nítido que os formatos semicirculares prolongados propiciam maior carregamento de sólidos, bem como se mostram capazes de conduzir os sólidos até posições angulares maiores, formando uma cortina de sólidos mais homogênea através da área de seção transversal do secador. Também pode ser observado que as curvas de carregamento dos suspensores semicirculares prolongados apresentaram descarga constante, o que faz com que se tenha uma taxa de descarga contínua, especialmente na faixa de posição angular de 60 a 120 graus, região que caracteriza as maiores alturas de queda e que proporcionam maior tempo de contato do sólido úmido com o ar quente, melhorando a eficiência do processo de secagem.

Na Figura 6 (b) pode-se observar que os suspensores semicirculares simples, sem prolongamento, apresentaram carregamentos próximos aos obtidos pelos seus similares angulares, devido principalmente à similaridade de projeto, sendo que o suspensor semicircular de raio 0,0125m apresentou carregamento próximo do obtido pelos suspensores angulares 2x0,7x0,7cm assim como os semicirculares de raio 0,0186m apresentaram carregamento próximos aos angulares de dimensões 3x1x1cm. Com isso, pequenos incrementos nos raios dos dois suspensores semicirculares podem fazer com que ambos se igualem em carregamento aos seus suspensores angulares similares. Na prática, o que torna os suspensores angulares mais atraentes seria basicamente a facilidade de construção, sendo necessário apenas dobrar chapas nas dimensões desejadas.

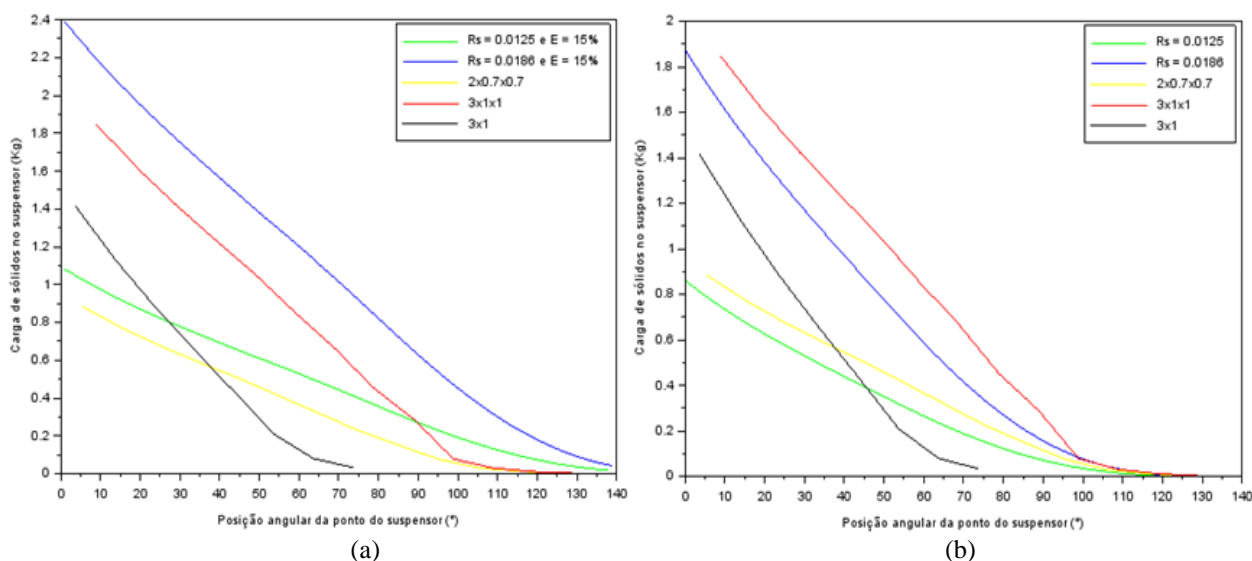


Figura 6. Gráfico de comparação dos resultados obtidos por Arruda (2008) com o suspensor semicircular prolongado (a) e simples (b).

4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados simulados obtidos para fertilizantes, sólidos com pouca dificuldade de escoamento, foi possível concluir que os suspensores semicirculares possibilitam uma descarga homogênea do material através da seção transversal do secador, atingindo posições angulares maiores e com taxa de descarga contínua na faixa angular de 60 a 120°, proporcionando maiores tempos de contato gás-partícula por se tratar da região com maiores alturas de queda. Os suspensores angulares com três segmentos são os que mais se aproximam do comportamento dos semicirculares. Além disso, a metodologia desenvolvida para o cálculo da carga de sólidos em função da posição angular em suspensores semicirculares se mostrou resultados condizentes com o esperado.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Triângulo Mineiro e à Universidade Federal de Uberlândia pelas condições de realização do presente estudo.

5. REFERÊNCIAS

- Arruda, E. B. *Comparação do Desempenho do Secador Roto-Fluidizado com o Secador Rotatório Convencional: Secagem de Fertilizantes*. 176 p. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2008.
- Baker, C. G. J. The design of flights in cascading rotary dryers, *Drying Technology*, v. 6, p 631-653, 1988.
- Malavolta, E., 2006. Manual de nutrição mineral de plantas. São Paulo.
- Perry, R. H.; Green, D. W. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. Mac Graw-Hill, 7 th Cd-ROM, Nova York, Estados Unidos, 1999.
- Revol, D.; Briens, C. L.; Chabagno, J. M. *The Design of Flights in Rotary Dryers*. *Powder Technology*, v.121, p. 230-238, 2001.
- Spiegel, M. R.; Lipschutz, S.; Liu, J. *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas*. ISBN 9788577806959. 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ESTUDO NUMÉRICO DA REDUÇÃO DE VÓRTICES EM UM CILINDRO CIRCULAR COM PLACA PLANA

Mateus Calebe Almeida Dantas Cavalcante, mateus.calebe@ufpe.br

Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM) – Núcleo de Tecnologia – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Rod. BR-104 km 59, Caruaru-PE, CEP 55002-970, Brasil.

Gustavo Bono, bonogustavo@gmail.com

Giuliana Furtado Franca Bono, giuliana.franca@gmail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental – Núcleo de Tecnologia – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Rod. BR-104 km 59, Caruaru-PE, CEP 55002-970, Brasil.

Resumo. O uso da simulação numérica em engenharia e nas ciências exatas em geral tem crescido de forma significativa nos últimos anos, favorecendo a busca por soluções mais eficientes. O controle do desprendimento de vórtices ao redor de corpos rombudos é fundamental em várias áreas da engenharia e deve-se a suas múltiplas aplicações. Neste trabalho, apresenta-se um estudo numérico do controle do desprendimento de vórtices em torno de um cilindro circular com placa separadora para baixos número de Reynolds. Para a placa separadora considera-se dois casos: placa sólida e placa com furos. Estuda-se como os principais coeficientes aerodinâmicos variam em função do comprimento da placa plana ($L/D= 1.0$ e 2.0), do índice de porosidade e do número de Reynolds ($Re = 100$ e 160). Para a simulação de escoamentos incompressíveis se fará uso de um esquema de Taylor-Galerkin explícito. As equações de Navier-Stokes e a equação de conservação da massa considerando a hipótese de pseudo-compressibilidade são resolvidas empregando o Método dos Elementos Finitos.

Palavras-chave: Simulação numérica, Escoamento incompressível, Supressores de vórtices, Método dos Elementos Finitos.

1. INTRODUÇÃO

A engenharia como ciência motriz e precursora do desenvolvimento, caminha a passos largos. Como todo processo contínuo e significativo, ela esbarra em problemas complexos que exigem respostas precisas e rápidas. Uma das ferramentas utilizadas para estudar e desenvolver novas bases de conhecimentos para soluções ligadas a diversos tipos de escoamentos é a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*). Nos últimos anos a CFD vem ganhando espaço não só em engenharia, mas em diversas áreas do conhecimento.

Um obstáculo quando imerso em corrente de fluido, gera a separação do escoamento próximo a sua superfície. Dependendo da relação entre as forças viscosas e de inércia atuantes neste escoamento, podem ocorrer instabilidades, causando a formação e o desprendimento de vórtices à jusante deste corpo. O desprendimento de vórtices causa o aparecimento de forças dinâmicas que podem originar algumas dos possíveis efeitos: o incremento do arrasto e o surgimento de vibrações na estrutura. A ocorrência de vibrações, na maioria das estruturas, deve ser evitada, ou ao menos minimizada. Um caso que tem sido alvo de diversos estudos por ser encontrado em muitas situações práticas é o escoamento ao redor do cilindro circular, por exemplo: Tritton (1959), Constanceau *et al.* (1997), Rengel *et al.* (1999), Ding *et al.* (2004) e Wanderley *et al.* (2008), entre outros.

A investigação e o melhor entendimento do fenômeno de Vibrações Induzidas por desprendimento de Vórtices (VIV) permite o desenvolvimento de estratégias que objetivam prevenir o colapso estrutural precoce das estruturas envolvidas neste tipo de escoamento. Para combater este fenômeno, pode-se lançar mão de duas alternativas: controle ativo e passivo. As técnicas de controle passivo do escoamento (CPE) recebem esta denominação porque as mesmas não requerem nenhuma fonte de potência exterior, ao contrário das técnicas de controle ativo do escoamento (CAE). Conseqüentemente, os métodos CPE são geralmente menos complexos e fáceis de utilizar, devido a que não empregam mecanismos complicados (atuadores, etc.) que são mais vulneráveis à falha. Entretanto, podem ter efeitos não desejados em determinadas situações onde o emprego dos mesmos não é necessário. Os métodos CAE são geralmente mais efetivos já que são empregados quando é necessário, entretanto, os sistemas são mais complexos e custosos.

O presente trabalho irá limitar-se ao controle passivo de vórtices, especificamente com dispositivos do tipo *splitter plate*, que é uma placa plana separadora colocado na parte posterior do cilindro circular. Sua efetividade como supressor/atenuador de vórtices será analisada através dos principais coeficientes aerodinâmicos, considerando-se no estudo as variações de comprimento, o índice de porosidade da placa e do número de Reynolds.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METODOLOGIA

As equações de conservação de massa e de quantidade de movimento são as equações mais gerais para a descrição de um escoamento em um meio contínuo, tridimensional, isotérmico, turbulento e em regime transiente. Desprezando as forças de volume e a existência de fonte/sumidouro as equações que governam o problema podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad \text{em } \Omega. \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad \text{em } \Omega. \quad (2)$$

com $i, j = 1, 2, 3$ onde $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ e $(0, T)$ são os domínios espacial e temporal, respectivamente, $N = 3$ é o número de dimensões espaciais e Γ denota o contorno de Ω . As coordenadas espaciais e temporais são denotadas por \mathbf{x} e t . v_i é a componente da velocidade na direção da coordenada x_i , ρ é a massa específica, p é a pressão termodinâmica, τ_{ij} são as componentes do tensor de tensões viscosas e δ_{ij} é o delta de Kronecker. Considerando a hipóteses de Stokes a equação constitutiva é definida como:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right). \quad (3)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Para definir totalmente o problema, devem-se adicionar ao sistema de equações, dado pelas Eq. (1) e (2), as condições iniciais e de contorno para as variáveis. As condições iniciais, em $t = t^0$, são dadas por:

$$v_i = v_i^0, \quad p = p^0. \quad (4)$$

As condições de contorno essenciais (Dirichlet) são as seguintes:

$$v_i = \bar{v}_i \quad \text{em } \Gamma_v. \quad (5)$$

$$p = \bar{p} \quad \text{em } \Gamma_p. \quad (6)$$

onde, \bar{v}_i e \bar{p} são os valores prescritos das variáveis v_i e p nas partes Γ_v e Γ_p do contorno Γ . As condições de contorno naturais (Neumann) são dadas por:

$$\left(-p \delta_{ij} + \tau_{ij} \right) n_j = \hat{t}_i \quad \text{em } \Gamma_\sigma. \quad (7)$$

sendo, n_j os cossenos diretores da normal externa num ponto de Γ_σ com o eixo x_j , \hat{t}_i é a componente de uma força de superfícies na direção do x_i , atuando na parte Γ_σ do contorno.

Para o desenvolvimento do presente trabalho foi empregado o programa, HEXAFEM_3D_IPF (Bono *et al.*, 2011a), baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). O escoamento é analisado empregando as equações de Navier-Stokes e uma equação de conservação de massa considerando a hipótese de pseudo-compressibilidade para problemas isotérmicos. As equações são resolvidas empregando o MEF, usando uma série de Taylor e o clássico método de Bubnov-Galerkin para a discretização do tempo e do espaço, respectivamente.

Para a discretização do domínio espacial utiliza-se o elemento isoparamétrico hexaédrico de oito nós. As matrizes do elemento correspondentes são obtidas analiticamente, empregando integração numérica reduzida. A validação do programa para exemplos clássicos com baixos e moderados números de Reynolds pode ser vista em Bono *et al.* (2011b) e Cabral *et al.* (2012). Os resultados numéricos obtidos com o presente programa mostraram ótima concordância quando comparados com os resultados numéricos/experimentais obtidos por outros autores.

Embora o programa empregado permita a resolução de problemas tridimensionais, no presente trabalho, os exemplos estudados serão resolvidos como problemas bidimensionais (2-D). O problema 2-D foi modelado geometricamente como um problema tridimensional (1 elemento hexaédrico na direção perpendicular) sendo adotadas as condições de contorno para simular um escoamento bidimensional.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente trabalho foram analisados os aspectos aerodinâmicos de um cilindro circular de diâmetro unitário com dispositivo do tipo *splitter plate* e número de Reynolds igual a 100 e 160. Foram considerados dois tipos de placas planas separadoras: placa sólida e placa com furos. Para o tamanho da placa considera-se $L/D = 1$ e 2.

Os exemplos analisados foram identificados empregando a seguinte nomenclatura: os casos de placa plana sólida com $L/D = 1$ e 2, foram nomeados de A1 e A2, respectivamente. Para os casos de placa plana furada com $L/D = 1$ e 2, foram nomeados de A1b e A2b, respectivamente. Deve-se ressaltar que a relação entre a área dos furos com relação a placa sem furos é constante e igual a 0,50. Para os casos A1 e A2, a malha apresentou uma média de 110000 elementos e 231000 nós. Para os casos A1b e A2b, a malha apresentou uma média de 114500 elementos e 230500 nós. Na Figura 1, mostra-se um detalhe das malhas empregadas no estudo.

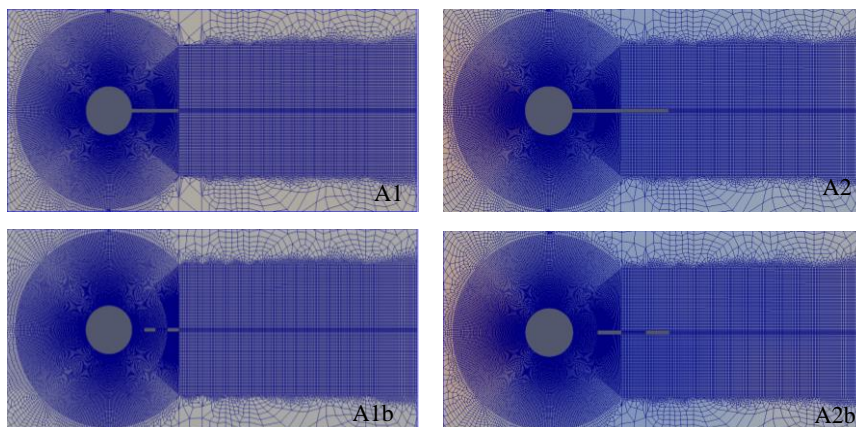


Figura 1. Detalhes das malhas analisadas.

O domínio empregado em todos os casos analisados tem dimensões 30 [m] x 15 [m] e na entrada prescreve-se uma velocidade uniforme igual a 1.0 [m/s]. Detalhes com relação às condições de contorno e condições iniciais podem-se encontrar em Cabral *et al.* (2012).

Nas Figuras 2 e 3, mostra-se a distribuição média da componente de velocidade na direção x para $Re = 100$ e 160 , respectivamente. Observa-se que para ambos números de Reynolds a maior região de baixa velocidade à jusante do corpo sempre encontra-se para o caso da placa sólida com $L/D = 2$, ou seja, para o caso A2.

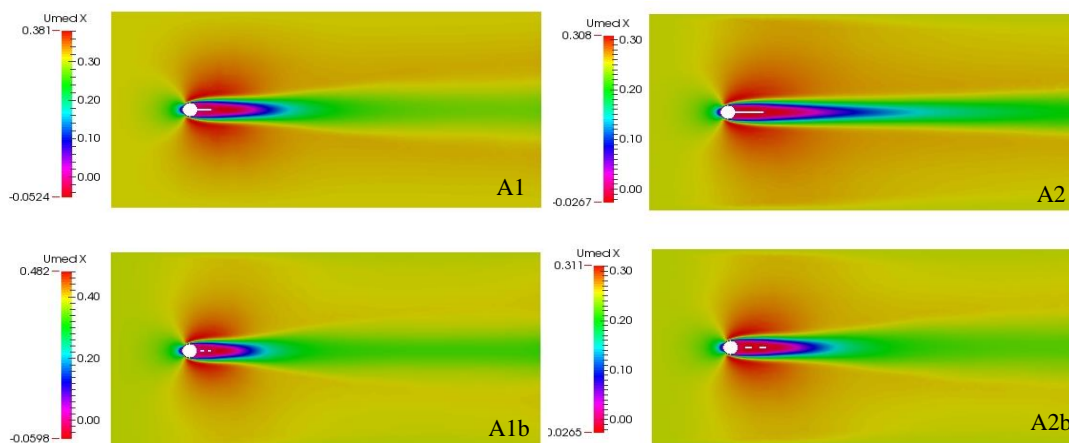


Figura 2. Componente da velocidade média na direção x para $Re = 100$.

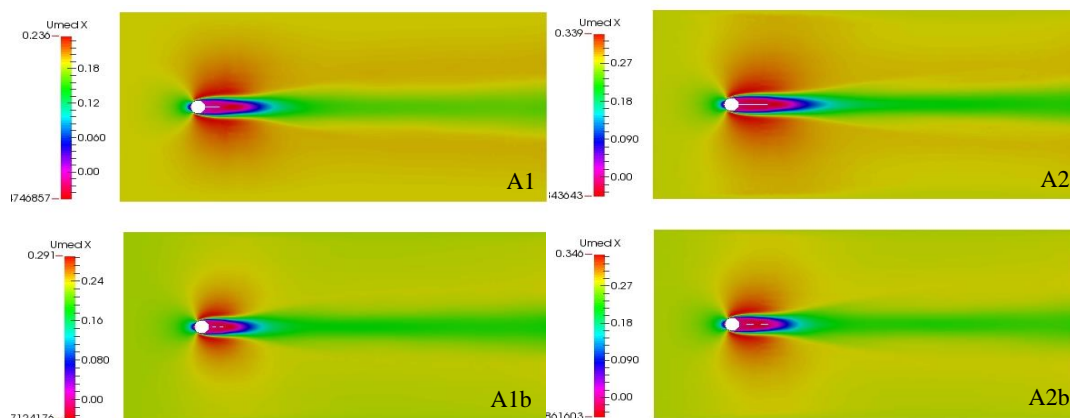


Figura 3. Componente da velocidade média na direção x para $Re = 160$.

Nas Figuras 4 e 5, mostra-se a distribuição de pressão média para $Re = 100$ e 160 , respectivamente. Observa-se que as pressões são máximas no ponto de estagnação. Por possuir uma superfície contínua, sem cantos vivos e sem bordos chanfrados, a separação do escoamento depende unicamente do número de Reynolds.

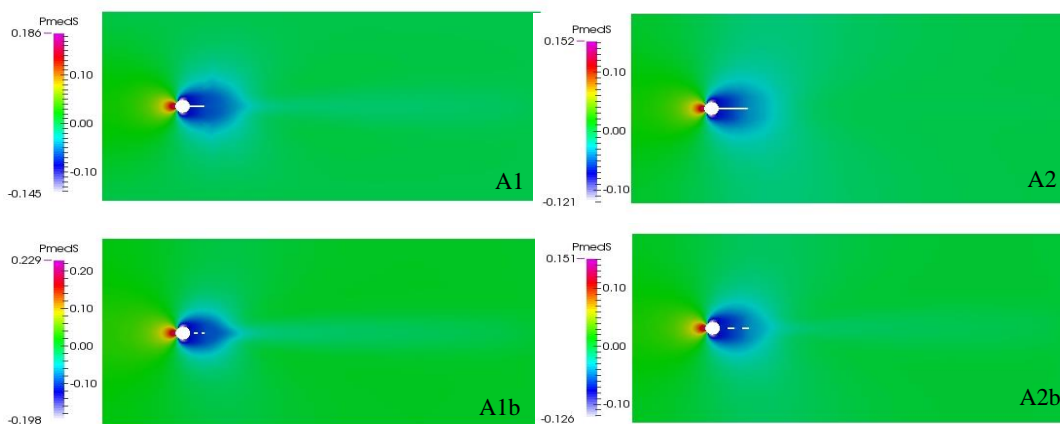


Figura 4. Distribuição de pressão média para Re 100.

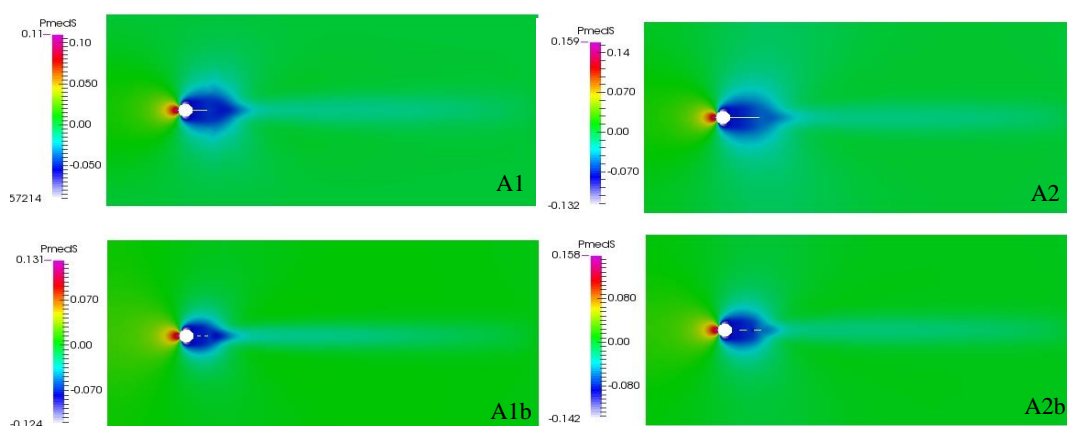


Figura 5. Distribuição de pressão média para Re 160.

Analisando o regime de desprendimento de vórtices, observa-se que para número de Reynolds igual a 100 e 160 tem-se o regime laminar, ou seja, existe o desprendimento alternado de vórtices (esteira de Von Kármán). Nas Figuras 6 e 7, pode-se visualizar através da distribuição da componente de velocidade instantânea na direção x a esteira com a característica alternância de vórtices.

Observa-se que para $Re = 100$ (Fig. 6) a menor frequência de desprendimento de vórtices ocorre para o caso A2. Entretanto, para o caso de $Re = 160$ (Fig. 7), isto ocorre para o caso A2b.

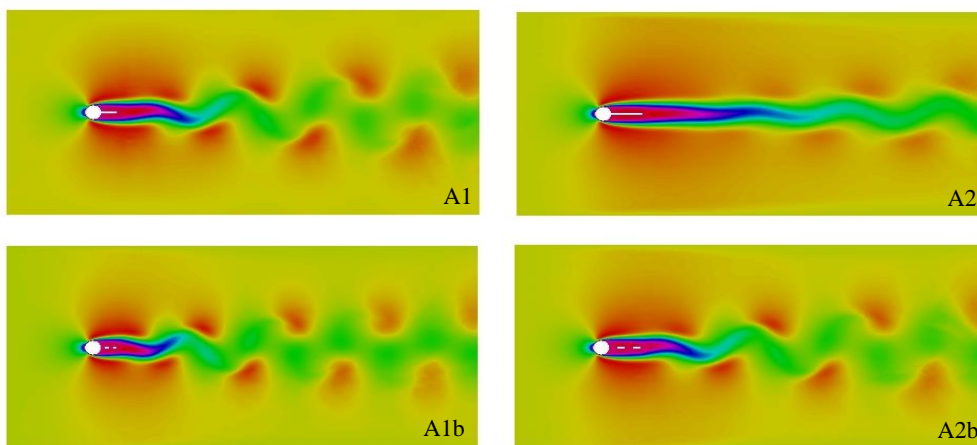


Figura 6. Distribuição da velocidade instantânea para Re 100.

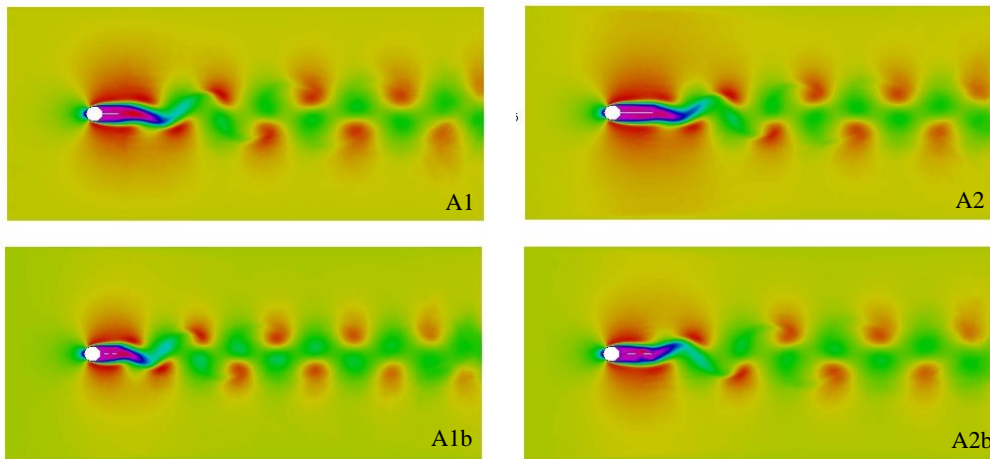


Figura 7. Distribuição da velocidade instantânea para $Re\ 160$.

Nas Figuras 8 e 9, pode-se observar a distribuição dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação (CL) e arrasto (CD), para cada um dos casos estudados. Nas Tabelas 1 e 2, mostram-se os valores médios dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e arrasto, CL e CD .

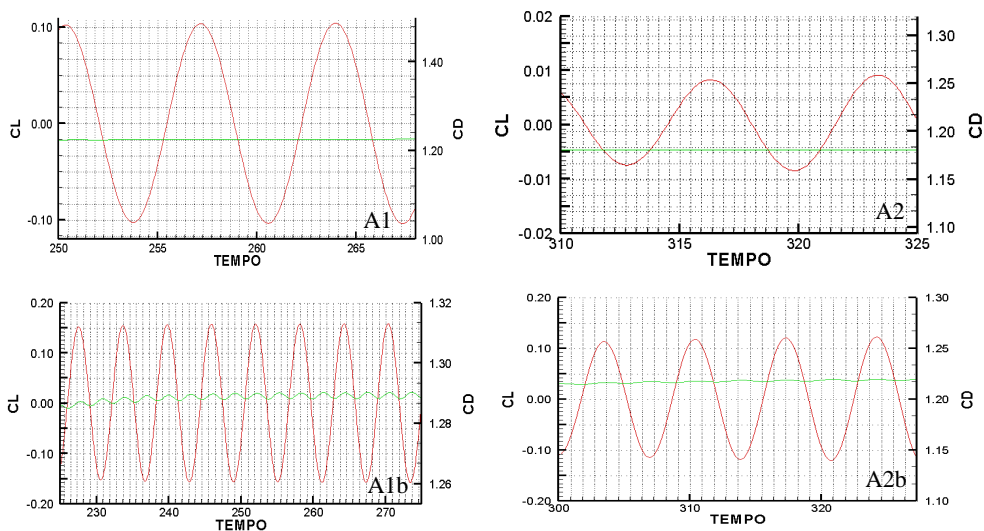


Figura 8. Coeficientes de CL e CD para $Re\ 100$.

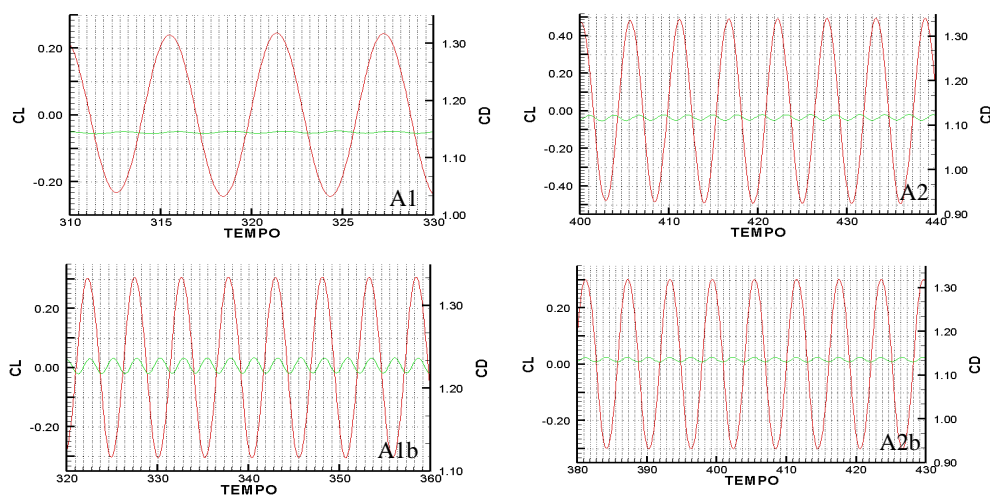


Figura 9. Coeficientes de CL e CD para $Re\ 160$.

Tabela 1. Resumo dos coeficientes aerodinâmicos para Re 100.

Caso	CL	CD
A1	±0,103	1,230
A1b	±0,150	1,350±0,003
A2	±0,053	1,183
A2b	±0,120	1,218

Tabela 2. Resumo dos coeficientes aerodinâmicos para Re 160.

Caso	CL	CD
A1	±0,250	1,140
A1b	±0,300	1,225±0,050
A2	±0,485	1,116±0,016
A2b	±0,300	1,140±0,010

Pode-se observar que a medida que se aumenta o número de Reynolds, diminui-se o valor do CD e aumenta-se o valor do CL. Para $Re = 100$, a medida que se aumenta o tamanho da placa diminui-se o CL e o CD. Comparando os casos A2 e A2b, que tem os menores valores de CD com os casos A1 e A1b, observa-se que o caso A2 possui o menor coeficiente de arrasto.

Para os casos de $Re = 160$ e placa sólida, observa-se que o aumento do comprimento da placa aumenta o CL e diminui o CD. Com relação a placa furada, o CL se mantém inalterado, enquanto que o CD diminui. Comparando os casos A2 e A2b, que tem os menores valores de CD com relação aos casos A1 e A1b, observa-se que o caso A2 apresenta o menor valor do coeficiente de arrasto.

4 CONCLUSÃO

No presente trabalho, foi apresentado um estudo do comportamento aerodinâmico em dispositivos de controle passivo de Vibrações Induzidas por geração e desprendimento de Vórtices (VIV). Analisou-se como os principais coeficientes aerodinâmicos variam em função do comprimento da placa plana, do índice de porosidade da placa e do número de Reynolds.

Os dispositivos do tipo *splitter plate* mostraram-se bastante eficientes, fornecendo informações relevantes sobre os principais fenômenos físicos envolvidos na supressão dos vórtices à jusante do corpo. Independentemente do número de Reynolds, à medida que se aumenta o comprimento da placa plana se diminui a frequência de desprendimento de vórtices e os coeficientes de sustentação e de arrasto. Logo, os dispositivos mais eficientes são A2 e A2b, tendo como base de comparação os casos A1-A2 e A1b-A2b. Independentemente do número de Reynolds ($Re = 100$ ou 160) o dispositivo A2 sempre apresenta os melhores resultados na supressão de vórtices.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE) ao CNPq pelo apoio financeiro recebido durante a realização deste trabalho.

NOMENCLATURA

<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>Re</i>	número de Reynolds
<i>x</i>	coordenada espacial, m
<i>t</i>	coordenada temporal, s
<i>v</i>	velocidade, m/s
<i>p</i>	pressão termodinâmica, Pa
<i>L</i>	comprimento da placa, m
<i>D</i>	diâmetro do cilindro, m
<i>n</i>	cosseno diretor

Letras gregas

ρ	massa específica, kg/m^3
μ	viscosidade dinâmica, Ns/m^2
τ	tensor de tensões viscosas
δ	delta de Kronecker
Γ	contorno do domínio
Ω	volume do domínio

Subscritos

i, j posição na malha nas direções *x* e *y*

Sobrescritos

0 representação da condição inicial

REFERÊNCIAS

- Bono, G.; Lyra, P. R. M.; e Bono, G. F. F. Simulação em escoamentos incompressíveis através do Método dos Elementos Finitos, *Anais Cong. Ibero-Americano em Eng. Mecânica* (2011), pp. 721-733.
- Bono, G.; Lyra, P. R. M.; e Bono, G. F. F. Solução numérica de escoamentos incompressíveis com Simulação de Grandes Escalas, *Mec. Computacional*. Vol. XXX (2011), pp. 1423-1440.
- Cabral, N. C.; Bono, G.; Bono, G. F. F. Estudo paramétrico de dispositivos de controle passivo de Vibrações Induzidas por Vórtices, *Mec. Computacional*, XXXI: 69-84, 2012.
- Coutanceau, M., Bouard, R., Experimental determination of the main features of viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. Part 1. Steady flow. *Journal of Fluid Mechanics* 79(2) (1977), pp.231–256.
- Ding, H., Shu, C., Yeo, K.S. e Xu, D., Simulation of incompressible viscous flow past a circular cylinder by hybrid FD scheme and meshless least square-based finite difference method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 193 (2004), pp. 727-744.
- Rengel, J.E., Sphaier, S.H., A projection method for unsteady Navier–Stokes equation with FVM and collocated grid. *Hybrid Methods in Heat and Mass Transfer* 1 (1999), 4.
- Tritton, D.J., Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* 6 (1959), pp.547–567.
- Wanderley, J.B.V., Souza, G.H.B., Sphaier, S.H. e Levi, C., Vortex-induced vibrations of an elastic mounted circular cylinder using an upwind TVD two-dimensional numerical scheme, *Ocean Engineering* 35 (2008), pp. 1533-1544.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM SPRAY DE ETANOL COM ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO MODELO DE COLISÃO DE GOTAS

Deborah Domingos da Rocha, deborahdrocha@gmail.com

Leonardo Mayer Reis, leo1mayer@gmail.com

Márcio Expedito Guzzo, marcioguzzo@yahoo.com.br

Ramon Molina Valle, ramon@demec.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica. Av. Antônio Carlos, 6627, Campus Universitário, Pampulha. CEP 31270-901. Belo Horizonte, MG.

Resumo. Neste trabalho é analisado por meio de técnicas numéricas de simulação o fenômeno da atomização de um spray de etanol produzido por um eletro injetor. Para validação do modelo numérico foram utilizados dados experimentais obtidos para uma pressão de injeção de 100bar e uma vazão de combustível controlada, obtendo-se variáveis como ângulo de cone, penetração e geometria do spray. Os experimentos que forneceram dados para a validação foram realizados no Centro de Tecnologia da Mobilidade-UFMG (CTM-UFMG). As simulações foram realizadas analisando-se a influência do modelo de colisão de gotas, já que a literatura não apresenta um consenso sobre a adequação e uso desse modelo. Para a modelagem numérica, foram reproduzidas as condições dos experimentos, nos quais o combustível foi injetado em uma câmara à pressão atmosférica sem contrapressão, condição importante de ser analisada antes de realizar os experimentos dentro do motor, onde há influência do escoamento. Após o teste de sensibilidade de malha, cada modelo foi validado para uma respectiva malha e foi possível concluir que o modelo com colisão se aproxima mais dos dados experimentais ao serem comparados os valores de penetração do spray.

Palavras-chave: spray, etanol, colisão, simulação, validação

1. INTRODUÇÃO

O Brasil é destaque na produtividade de etanol, que por ser um combustível obtido de fonte renovável tem sido foco de muitas pesquisas e está sendo cada vez mais utilizado mundialmente. Devido à sua origem, o etanol traz menos impactos para o meio ambiente, o que é valorizado em um mercado que visa sustentabilidade.

Além disso, considerando-se a aplicação do etanol para motores de combustão interna com ignição por centelha, pode-se obter vantagens em relação à gasolina devido à algumas de suas propriedades. Uma dessas vantagens é o maior número de octanos em relação à gasolina, o que permite que o motor opere com maiores taxas de compressão, possibilitando que a eficiência térmica seja maior sem que haja detonação.

Um dos fenômenos que ocorrem no motor e pode ser estudado e otimizado é a injeção de combustível, já que, como citado por Aleiferis et al. (2010), apesar de ser de amplo conhecimento que a injeção direta apresenta diversas vantagens, esses benefícios não têm sido alcançados, o que se deve principalmente ao projeto dos sistemas de injeção. Sendo assim, o estudo do spray de combustível produzido por um eletro injetor é muito importante para melhorias nos motores, como, por exemplo, o aumento da eficiência na combustão e diminuição das emissões.

Com a utilização da injeção direta, o combustível é injetado dentro do cilindro à uma determinada pressão, usualmente formando um spray de formato aproximadamente cônico. Essa formação do spray ocorre de maneira irregular, fazendo com que o combustível líquido se quebre, sendo que essas gotas ainda podem se quebrar novamente. Durante esse processo podem ocorrer colisões entre as partículas ou até mesmo a coalescência devido à essa colisão, o que gera um spray constituído por gotas de diferentes tamanhos. Algumas características desse spray podem ser estudadas, como a distribuição de tamanhos de gotas, campos de velocidades, ângulo de cone e penetração.

Devido à crescente introdução de motores de ignição por centelha com injeção direta no mercado brasileiro e mundial, a caracterização do spray é muito importante para auxiliar no projeto dos sistemas de injeção, principalmente se feita com a utilização de simulações numéricas, já que é uma ferramenta mais eficiente e que permite mudanças nas condições de contorno poupando tempo e gastos com experimentos, além de ser possível obter informações do comportamento do spray ao longo de todo o tempo da injeção e com alta frequência de aquisição de dados.

Quando se utiliza a modelagem numérica para estudo de um fenômeno, diversos modelos devem ser estudados e analisados para a escolha daqueles que serão mais adequados para a representação desse fenômeno. Tratando-se da simulação de sprays, como mostrado por Schmidt et al. (2002) e Abani et al. (2008), verificou-se que as duas maiores fontes de erros numéricos ocorrem durante a predição da velocidade relativa entre a fase gasosa e a fase líquida e na descrição da colisão de gotas e coalescência, além de o modelo de colisão fazer com que haja uma certa dependência dos resultados numéricos em relação à malha utilizada. Devido a esse cenário e por não haver um consenso na literatura quanto a utilização ou não do modelo de colisão em simulações de sprays, este trabalho tem como objetivo a análise da influência desse modelo nos resultados com base em uma comparação com resultados obtidos experimentalmente.

2. METODOLOGIA

2.1 Condições iniciais, domínio computacional e geração de malhas

Foram realizados experimentos no Centro de Tecnologia da Mobilidade (CTM-UFMG) que forneceram os dados utilizados para validação das simulações numéricas e para condições iniciais das simulações. Para as medições, utilizou-se um eletro injetor Magneti Marelli IWD3+193 e a injeção de combustível foi feita em uma câmara à pressão atmosférica. As injeções foram filmadas em alta velocidade (6504 quadros por segundo), obtendo-se imagens do spray ao longo da injeção. Para esses testes, a condição de injeção representa uma rotação igual a 2400 rpm e duty cycle igual a 3%, sendo 1,5ms o tempo total de cada injeção.

Com o auxílio de técnicas de shadowgrafia, como mostrado por Guzzo (2012), é possível utilizar o MatLab como ferramenta para tratamento das imagens geradas pela filmagem das injeções, permitindo a obtenção variáveis de interesse do spray para o estudo da injeção de combustível.

Sendo assim, para representação numérica da câmara nas simulações, construiu-se um domínio cilíndrico e uma malha volumétrica formada por elementos hexaédricos. As condições iniciais utilizadas nas simulações para melhor representatividade dos experimentos realizados estão apresentadas na Tab. 1.

Tabela 1 – Condições Iniciais das Simulações Numéricas

Pressão de injeção [bar]	100,0
Diâmetro do orifício do injetor [m]	5.6E-4
Posição do injetor (x,y,z) [m]	(0; 0; 0,012)
Direção de injeção (x,y,z) [m]	(0,00209; 0; 0,9999)
Vazão Mássica [kg/s]	0,01134
Ângulo de Cone Externo [°]	69,1
Ângulo de Cone Interno [°]	40,0

Neste trabalho as malhas foram criadas com valores de tamanhos base de 0,75mm, 1,00mm, 1,25mm, 1,50mm, 1,75mm e 2,00mm com a finalidade de se abranger a faixa central de valores comumente utilizada na literatura para o estudo de sprays. O exemplo de uma dessas malhas é mostrado na Fig. 1.

Um teste de sensibilidade de malha foi realizado, sendo que a velocidade relativa das partículas e o diâmetro médio de Sauter (SMD) foram os critérios analisados, totalizando 300 valores de velocidade e 300 de SMD considerados para cada uma das malhas testadas com e sem o modelo de colisão de gotas.

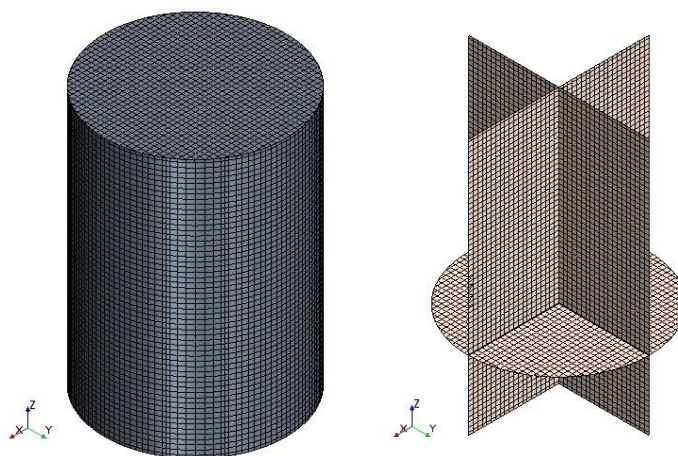


Figura 1 - Exemplo de uma malha, com tamanho base de 1,75mm, e seus respectivos planos, que foi utilizada para as simulações numéricas do spray

2.2 Modelos utilizados nas simulações

Neste trabalho o modelo k- ϵ realizável foi empregado para a melhor modelagem física da turbulência, já que Han et al. (1995) e Zhao et al. (2012) apresentaram que os modelos k- ϵ são mais adequados para modelagem numérica de sprays produzidos por injetores de injeção direta.

Para o break-up primário utilizou-se o modelo LISA (Linearized Instability Sheet Atomization), que é implementado no software combinando os estágios de break-up do filme líquido e da atomização em um só, de maneira que os dois

estágios são modelados em conjunto. Esse modelo representa a película que sai do injetor como viscosa, bidimensional e incompressível de determinada espessura, se deslocando através de um meio gasoso em repouso. O modelo para o injetor analisado, que é do tipo pressure-swirl, considera o spray como oco, sendo assim, o spray cônico formado possui um ângulo externo e um ângulo interno, como já havia sido verificado experimentalmente. Além disso, o modelo LISA assume que o comprimento do break-up primário é muito pequeno e a vazão é fixa, fazendo com que seja possível assumir que as partículas atomizadas aparecem imediatamente no ponto de injeção. O modelo calcula o diâmetro médio de gotas, assumindo uma distribuição inicial de tamanhos de acordo com a distribuição de Rosin-Rammler.

O modelo de break-up secundário utilizado foi o KHRT por ser o mais indicado na literatura e, como Kah e Pitsh (2012) verificaram que os valores ideais para as constantes B_1 e C_3 utilizando-se o etanol eram, respectivamente, 18 e 2, esses foram os valores utilizados neste trabalho.

Utilizou-se um passo de tempo de 5×10^{-6} s e foi definido que a cada passo de tempo seriam inseridas 300 parcelas no domínio para melhor representatividade do fenômeno e rastreamento das partículas.

Para modelagem da evaporação na simulação, utilizou-se um modelo que assume que as gotas são homogêneas internamente e consistem em um único componente líquido. Considerou-se também que a fase lagrangiana pode trocar massa, momentum e energia com a fase contínua de forma recíproca, além estarem incluídos no modelo os efeitos da gravidade, força de arrasto, a dispersão turbulenta e distorção de gotas.

O modelo de colisão de gotas e sua influência nos resultados foram estudados na modelagem numérica do spray, então todas as simulações foram feitas considerando-se esse modelo e desconsiderando-o. Como esse fenômeno da colisão de gotas é muito complexo, já que o mesmo é acompanhado por outros fenômenos, como break-up e evaporação, Baumgarten (2006) afirma que a modelagem numérica desse processo é complicada e os modelos apresentados não são capazes de descrever esse fenômeno de forma completa. No modelo do software utilizado é realizada uma análise estatística das possíveis colisões que podem ocorrer em uma célula durante um determinado intervalo de tempo. Além disso, se ocorre a colisão, dependendo de suas condições, o modelo detecta se haverá coalescência, colisão elástica ou separação das gotas. Schmidt et al. (2002) mostram que esse modelo de colisão utilizado, denominado NTC (No Time Counter), que considera amostras de colisão aleatórias nas células, reduz a dependência dos resultados obtidos numericamente em relação às malhas utilizadas.

2.3 Penetração do spray, bordas e imagens

A penetração do spray foi calculada como a distância máxima no eixo z das parcelas em relação à posição do orifício do injetor, sendo esses os pontos de máximo deslocamento vertical do líquido ao longo da injeção. Esses valores de penetração foram obtidos a partir das coordenadas dos centroides das células do domínio que apresentavam parcelas com determinadas frações de volume de líquido. Considerou-se apenas as células que continham uma fração de volume de combustível maior que 0,001, que corresponde a 0,1%, sendo que essa metodologia e o valor de corte baseado na fração de líquido seguem a proposta apresentada por Reis (2015). Com o auxílio de uma rotina do Matlab, como mostrado por Rocha (2015) e Reis (2015), os valores de penetração puderam ser filtrados e calculados para cada passo de tempo das simulações.

Para obtenção das bordas do spray modelado numericamente, utilizou-se para determinados tempos de injeção uma tabela de valores que continha as coordenadas em relação ao eixo z e ao eixo x das células do domínio em função da fração de volume em cada uma dessas células. Sendo assim, com o mesmo valor de corte utilizado na penetração e com a metodologia proposta por Reis (2015) e Rocha (2015), pode-se determinar intervalos de z e calcular por meio de uma planilha no Excel os valores máximos e mínimos de x em cada um dos intervalos, obtendo-se os pontos externos das bordas do spray ao longo da injeção.

Dessa maneira, obtém-se o perfil das bordas do spray para determinados instantes da injeção e pode-se comparar um perfil obtido numericamente com o experimental. Como os pontos para as bordas experimentais do spray foram analisados para uma única injeção, eles não apresentam uma análise estatística. Portanto, não é possível obter um desvio padrão para as bordas como no caso da penetração, o que faz com que essa comparação entre as bordas do spray obtidas experimentalmente e numericamente seja qualitativa, mas muito importante para análise da representatividade numérica do comportamento geométrico do spray e estudo da influência da utilização do modelo de colisão nas simulações.

Para cada passo de tempo da simulação, gerou-se diversos arquivos de imagens para análise de diferentes parâmetros, como planos de pressão, velocidade das partículas, vetores de velocidade, diâmetro das partículas, temperatura e fração de volume. Com essas imagens obtidas nas simulações numéricas, pode-se fazer uma comparação qualitativa com imagens tratadas obtidas experimentalmente por meio da técnica de shadowgrafia.

3. RESULTADOS

3.1. Penetração do spray

De acordo com o teste de sensibilidade de malha realizado, as malhas escolhidas para as simulações finais foram as de 0,75mm para a condição em que o modelo de colisão é desconsiderado e a de 1,50mm para a simulação que inclui o

modelo de colisão. Os dados de penetração do spray ao longo do tempo obtidos a partir dos dados experimentais, assim como os respectivos desvios-padrão, foram plotados com os obtidos nas simulações finais, sendo que a modelagem numérica permite a obtenção dos dados em uma frequência maior que a dos experimentos. Na Fig. 2 pode-se comparar esses resultados de penetração do spray de etanol para as três condições de estudo.

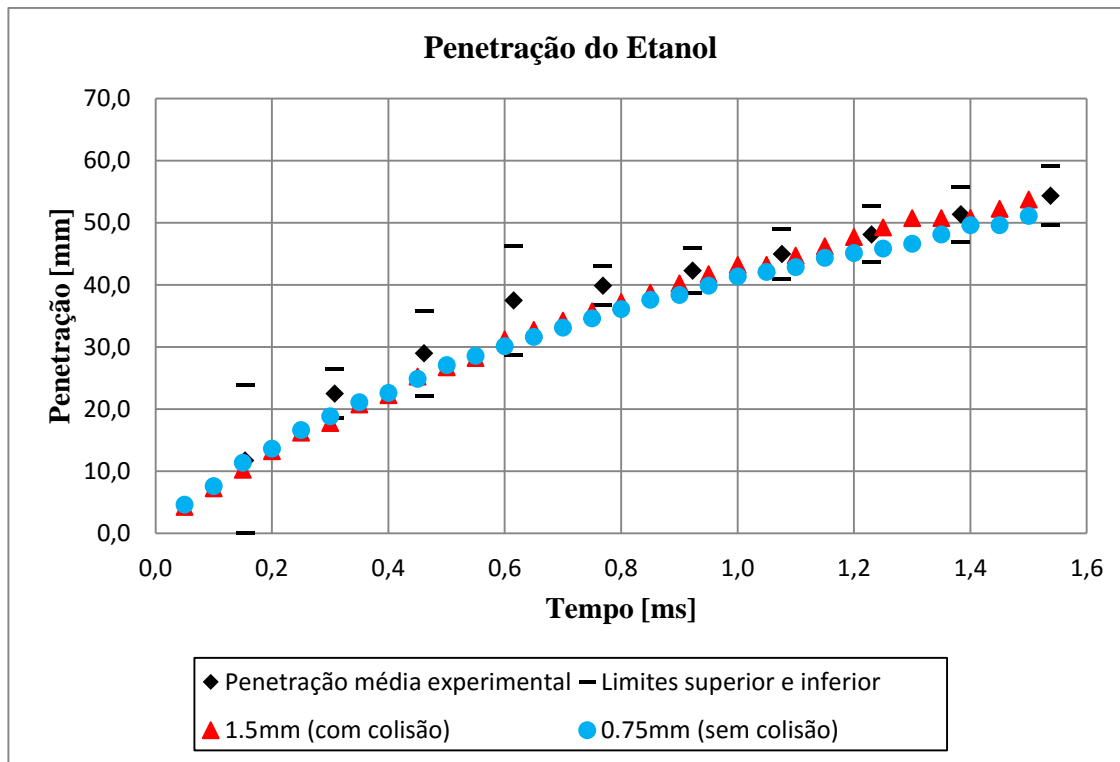


Figura 2 - Comparação da penetração numérica e experimental para o etanol

A partir dos resultados de penetração, pode-se observar que a partir da metade do tempo total de injeção os dados numéricos das duas simulações se aproximam mais dos experimentais, principalmente para o modelo que considera a colisão de partículas. Esse fato pode ser explicado pela presença do pré-spray nos injetores do tipo pressure-swirl, já que é difícil filtrar o pré-spray nos dados experimentais e ele não foi modelado na parte numérica deste trabalho.

No início da injeção, que é quando a presença do pré-spray é mais significativa, a penetração experimental pode apresentar valores superiores aos calculados numericamente. A Fig. 3 mostra imagens da injeção obtidas experimentalmente e utilizadas para análise da penetração, ilustrando a presença do pré-spray e sua relevância até aproximadamente 0,8ms, que é justamente o tempo em que se inicia uma aproximação muito maior entre resultados experimentais e das simulações.

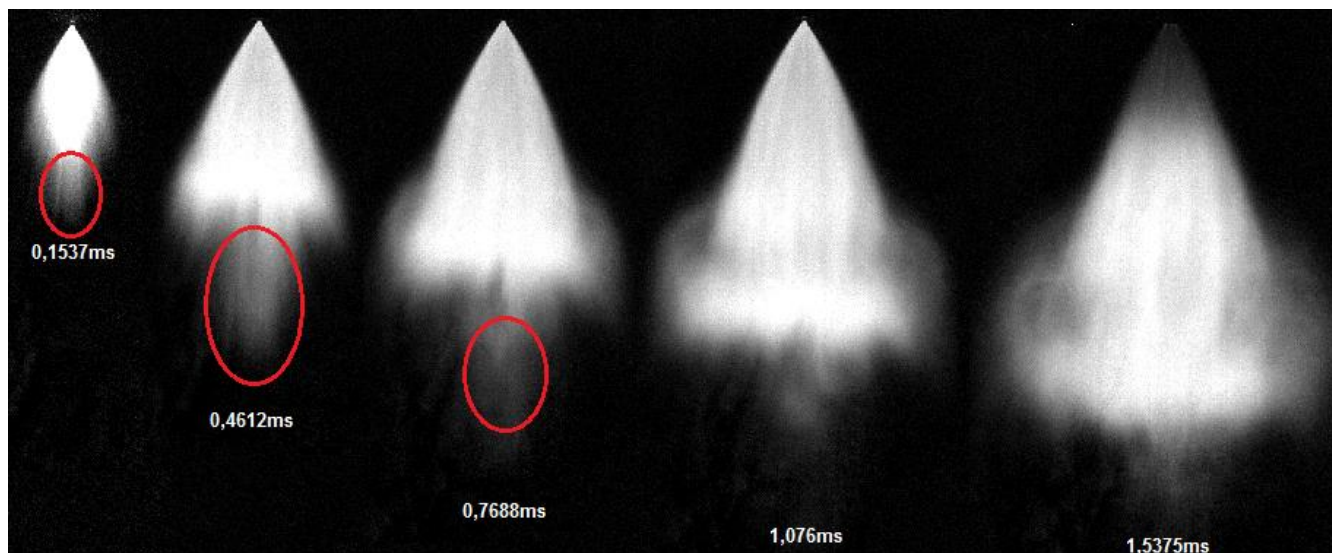


Figura 3 – Presença o pré-spray durante o início da injeção.

Apesar da metodologia experimental de cálculo da penetração apresentar um valor de corte, é difícil definir o ponto exato no qual pré-spray termina para desconsiderá-lo nas medições e, como consequência, os valores de penetração são maiores que os esperados pela modelagem numérica. Após 0,8ms nota-se que as diferenças entre os valores experimentais e numéricos reduzem devido ao pré-spray não ser significativo mais, como ilustrado na Fig. 3. A Tab. 2 apresenta as respectivas diferenças entre esses dados para maior clareza, sendo importante notar que o tempo na simulação não é exatamente o mesmo da análise experimental devido às frequências de medição serem diferentes.

Tabela 2- Desvios percentuais da penetração obtida numericamente em relação à experimental e instantes nos quais essas penetrações foram medidas

Tempo na simulação [ms]	Tempo no experimento [ms]	1,50mm (com colisão)	0,75mm (sem colisão)
0,150	0,154	-13%	-3%
0,300	0,308	-21%	-16%
0,450	0,4618	-13%	-14%
0,600	0,6158	-17%	-20%
0,750	0,769	-10%	-13%
0,900	0,923	-5%	-9%
1,100	1,076	-1%	-5%
1,250	1,230	2%	-5%
1,400	1,384	-1%	-3%

A partir dos desvios apresentados na Tab. 2 pode-se então confirmar a aproximação entre os valores de penetrações experimentais e simuladas, já que a diferença máxima é de 21% até o tempo de 0,8 ms e de 10% após 0,8 ms. Percebe-se que a penetração final no instante de 1,5 ms apresenta uma diferença máxima de 3% para o modelo sem colisão e de apenas 1% para o modelo com colisão. Além disso, em geral a simulação que considera o modelo de colisão apresenta resultados mais próximos dos experimentais que a simulação que não modela a colisão de partículas.

3.2. Bordas do spray

As bordas do spray construídas a partir de dados experimentais foram comparadas com as bordas do spray obtidas pelo modelo numérico de forma qualitativa, o que é muito relevante, já que, apesar de haver influência do pré-spray nos resultados experimentais de penetração no início da injeção, as bordas podem mostrar de forma geral se a geometria do spray modelado numericamente se comporta de forma similar à do spray analisado experimentalmente.

As Figuras 4, 5 e 6 mostram as bordas obtidas experimentalmente e pelos modelos numéricos ao longo da injeção.

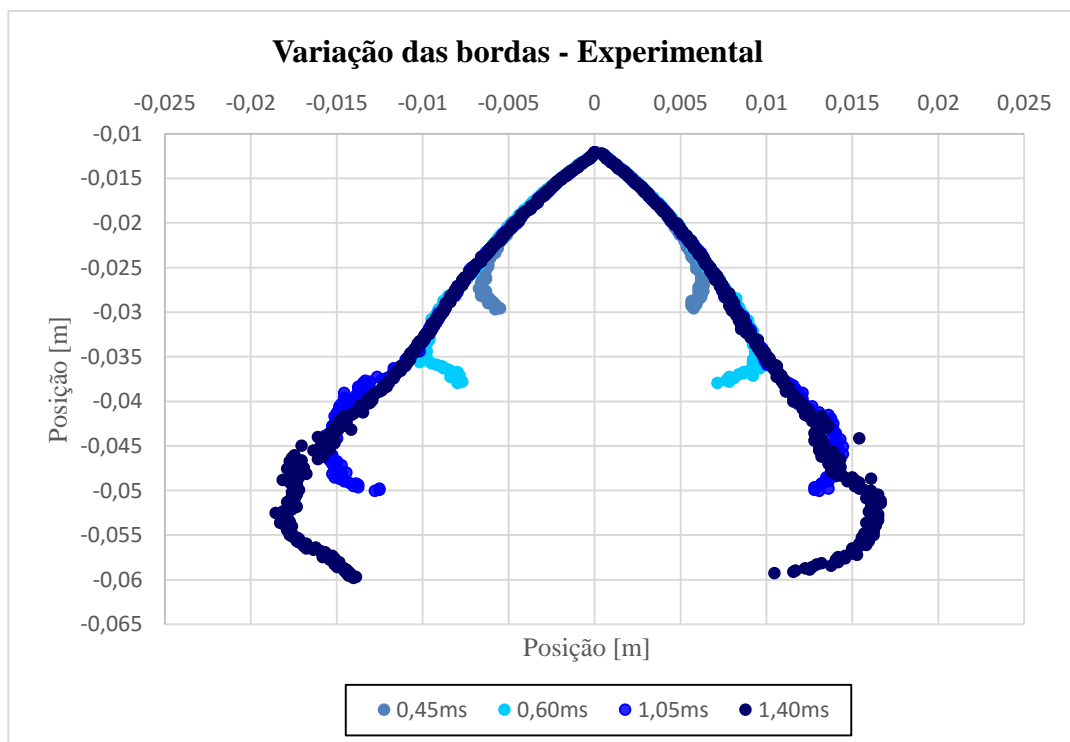


Figura 4 – Bordas laterais (desconsiderando o pré-spray) ao longo do tempo obtidas dos dados experimentais

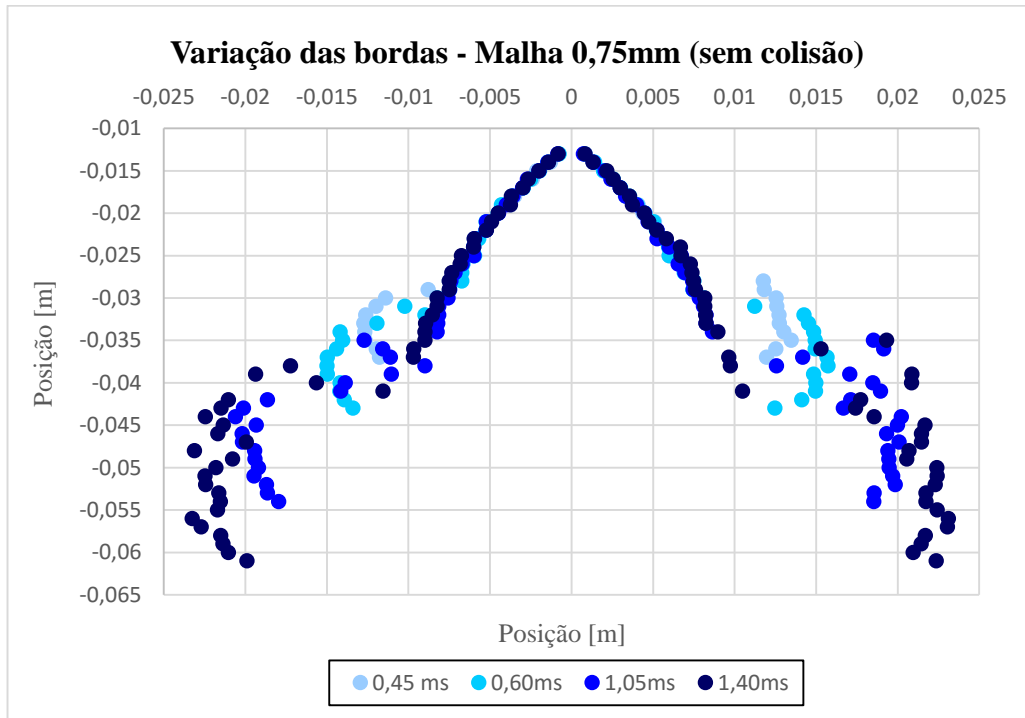


Figura 5 – Bordas laterais ao longo do tempo obtidas na simulação sem colisão

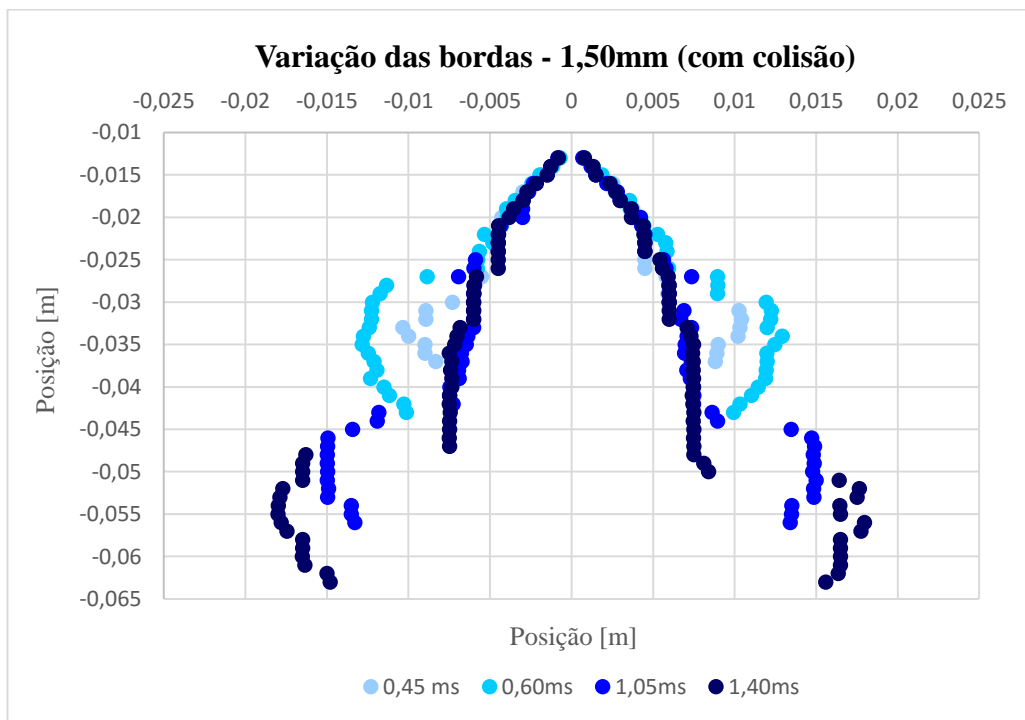


Figura 6 – Bordas laterais ao longo do tempo obtidas na simulação com colisão

Para o modelo com colisão, ao longo da injeção é observado que o ângulo de cone diminui, formando um spray com largura menor em relação ao experimental. Esse comportamento pode ser consequência do fenômeno de coalescência, que faz com que as gotas menores colidam formando gotas maiores e se concentrem no centro do spray, o que consequentemente diminui o ângulo do mesmo. A coalescência é inclusive citada em Schmidt et al. (2002) como uma das variáveis que ainda precisam ter seu equacionamento melhorado para simulação numérica de sprays.

Analisando-se todas as bordas obtidas, pode-se observar que o modelo simulado sem colisão apresenta comportamento da geometria muito semelhante ao experimental, o que reforça que, apesar das diferenças entre os valores de penetração obtidos numericamente e experimentalmente para o início da injeção, a simulação realmente descreve de forma satisfatória o comportamento do spray.

Além disso, a análise das bordas do spray permite a verificação dos vórtices que, de acordo com a Baumgarten (2006), são característicos de um spray gerado por um injetor do tipo pressure-swirl. A presença do pré-spray, que inicia a injeção com uma velocidade mais baixa e um ângulo de cone menor, influencia as medições experimentais nesse período, fazendo com que esses vórtices sejam mais visíveis nos dados de bordas experimentais apenas a partir de 0,5ms. A diferença mais nítida entre bordas numéricas e experimentais é a formação dos vórtices do spray modelado desde 0,45ms, já que o pré-spray não é considerado na simulação, o que faz com que os vórtices já sejam notáveis desde o início da injeção. A Fig. 7 mostra, através dos vetores de velocidade, a formação desses vórtices do spray de etanol nas simulações.

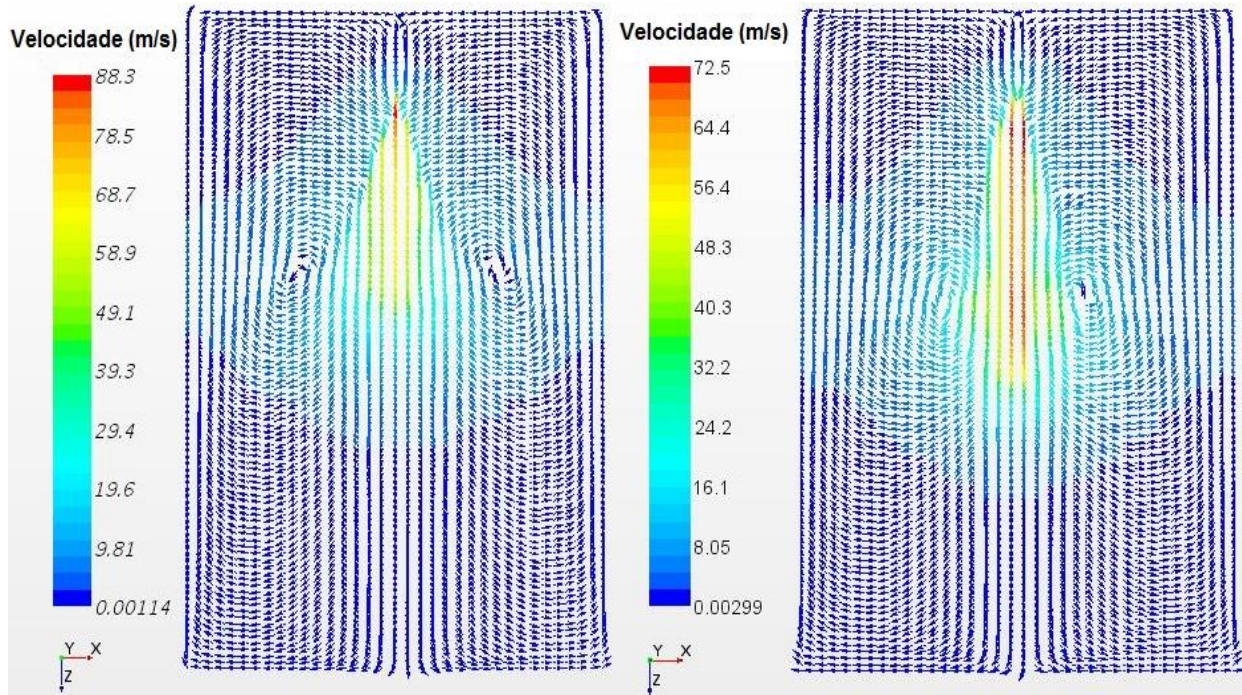


Figura 7 – Campos vetoriais de velocidade para as simulações sem colisão (à esquerda) e com colisão (à direita) no fim da injeção

3.3. Distribuição dos tamanhos de gotas

Para comparação da distribuição de tamanho de gotas entre as duas simulações numéricas do spray, as Figuras 8 e 9 apresentam os histogramas referentes à essas distribuições.

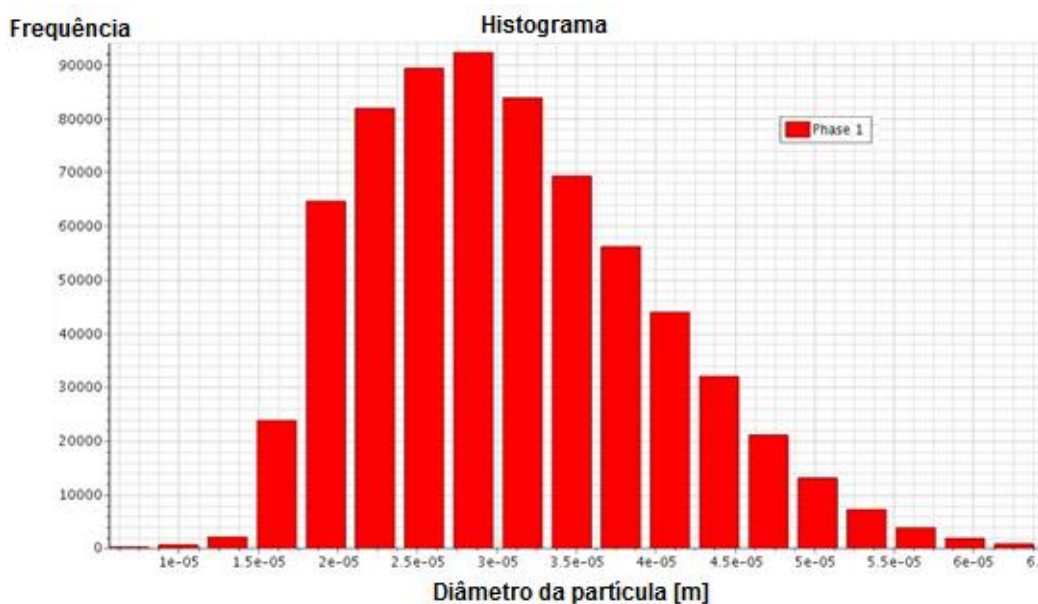


Figura 8 – Distribuição dos tamanhos de gota para a simulação com colisão de partículas

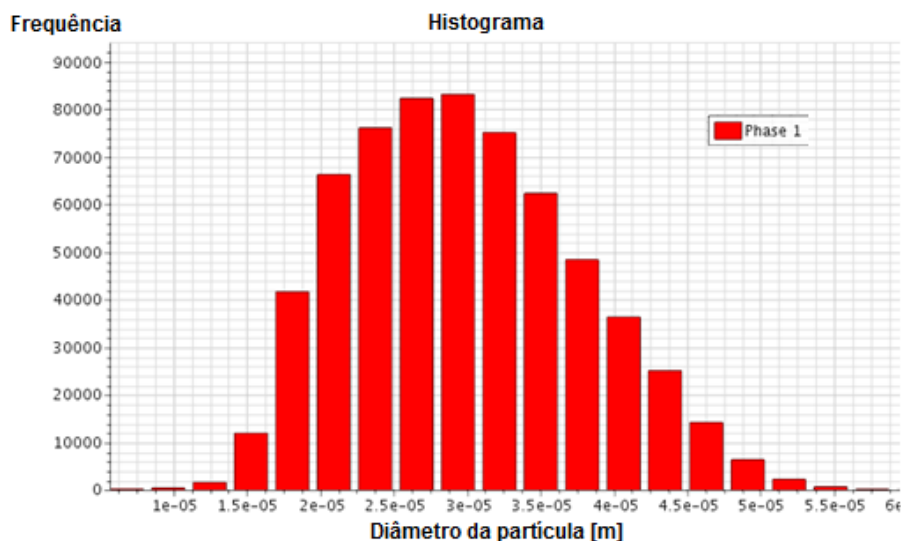


Figura 9 – Distribuição dos tamanhos de gota para a simulação sem colisão de partículas

De forma coerente com os outros resultados, a distribuição de tamanho de gotas mostra que a simulação com colisão apresenta maior frequência de diâmetros maiores, o que reforça a presença do fenômeno da coalescência na modelagem do spray com colisão e reforça a explicação das diferenças em relação às medições experimentais.

4. CONCLUSÕES

O modelo de colisão de partículas realmente ainda necessita de melhorias, como já havia sido mencionado na literatura, especialmente quando se trata do fenômeno da coalescência, já que ele levou a um comportamento da geometria do spray mais divergente do observado experimentalmente em relação ao modelado sem colisão.

Ambos os modelos numéricos apresentaram resultados semelhantes àqueles atingidos experimentalmente para a penetração, sendo as diferenças no início da injeção decorrentes do pré-spray, que não foi modelado numericamente, mas é um fenômeno que ocorre em injetores do tipo pressure-swirl, que é o injetor utilizado neste trabalho. Sendo assim, com a adição da modelagem do pré-spray, o modelo numérico caracterizará o spray de forma mais fiel ao fenômeno real.

NOMENCLATURA

<i>KHRT</i>	Kelvin-Helmholtz/ Rayleigh-Taylor	<i>SMD</i>	Diâmetro Médio de Sauter
<i>LISA</i>	Linearized Instability Sheet Atomization	<i>NTC</i>	No-time Counter

REFERÊNCIAS

- Abani, Neerav, Achuth Munnannur, and Rolf D. Reitz. "Reduction of numerical parameter dependencies in diesel *spray* models." *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 130.3 (2008): 032809.
- Baumgarten, C. Mixture formation in internal combustion engines. Germany: Springer, 2006. 294 p.
- Guzzo, M. E., Metodologias Para Análise e Caracterização dos *sprays* de um injetor de injeção direta de gasolina [dissertação]. Belo Horizonte: UFMG; 2012.
- Han, Zhiyu, and Rolf D. Reitz. "Turbulence modeling of internal combustion engines using RNG κ - ϵ models." *Combustion science and technology* 106.4-6 (1995): 267-295.
- Kah, D., V. Mittal, and Pitsch Shashank. "LES of *spray* and combustion in an internal combustion engine." *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs* (2012)
- Rocha, D. D. Caracterização do *spray* de etanol utilizando técnicas numéricas de simulação com validação experimental [trabalho de conclusão de curso]. Belo Horizonte, UFMG, 2015.
- Reis, L. M. Análise numérica do *spray* etanol em câmara atmosférica [trabalho de conclusão de curso]. Belo Horizonte, UFMG, 2015.
- Schmidt, David P., and P. K. Senecal. "Improving the numerical accuracy of *spray* simulations". No. 2002-01-1113. SAE Technical Paper, 2002.
- Zhao, Lili, Zhijun Zhang, and Yufeng Liu. "CFD Investigation into Swirl *Spray* Turbulence Combustion." *Advances in Information Sciences & Service Sciences* 4.3, 2012

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM CAVIDADES BIDIMENSIONAIS EMPREGANDO O MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN

Matheus dos Santos Guzella, matheus.guzella@ict.ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência e Tecnologia – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Rodovia MGT 367 – Km 583, nº 5000, Alto da Jacuba, 39100-000, Diamantina – MG, Brasil

Gustavo dos Santos Ribeiro, gustavo.srbr@gmail.com

Caroline Calseverino dos Santos, caroline.engfis@gmail.com

Luben Cabezas-Gómes, lubengc@sc.usp.br

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, Avenida dos trabalhadores São-Carlense, 400, Parque Arnold Schmidt, 13566-590, São Carlos – SP, Brasil

Resumo. O Método de Lattice Boltzmann (LBM - Lattice Boltzmann Method) tem recebido grande atenção nos últimos anos, como alternativa às técnicas de dinâmica dos fluidos computacional tradicionais, para simulação de escoamentos de fluidos. Este método baseia-se em uma abordagem em escala mesoscópica, empregando modelos simplificados da Teoria Cinética para analisar a dinâmica de partículas fictícias. A natureza da teoria cinética empregada no método introduz características ao mesmo, como os processos de advecção e colisão das partículas simuladas. Devido a presença de turbilhões nas extremidades que modificam-se em número e padrões, o problema do escoamento em cavidades mostra-se interessante para avaliar aspectos de performance de algoritmos de solução para escoamentos incompressíveis viscosos. Neste trabalho são apresentados resultados da simulação do escoamento isotérmico, incompressível e em regime permanente em cavidades bidimensional utilizando o Modelo de Lattice Boltzmann Bhatnagar–Gross–Krook (modelo BGK), com estrutura de lattice D2Q9. Os resultados numéricos são comparados com resultados disponíveis na literatura. Os efeitos do número de Reynolds sobre o tamanho, posição e número de vórtices são investigados detalhadamente junto ao padrão de escoamento na cavidade. A comparação dos resultados obtidos demonstra a aplicabilidade do método para simulação de escoamentos de fluidos.

Palavras-chave: Método de Lattice Boltzmann, Simulação numérica, Cavidade bidimensional

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o método de Lattice Boltzmann surgiu como uma técnica nova e efetiva para simulações de escoamento de fluidos e transferência de calor, como em Wolf-Gladrow (2000), Chen et al. (1998), He e Luo (1997), Hou et al. (1995), Lai et al. (2001) e Guo et al. (2002). Dentre as vantagens do método sobre as técnicas tradicionais de dinâmica dos fluidos computacional podem ser citadas a facilidade de paralelização, a redução do custo computacional envolvido na correção da pressão via equação de Laplace e a facilidade de captura de interfaces. Como desvantagens citam-se a limitação do incremento tempo (por se tratar de um método explícito no tempo) e a degradação da estabilidade do método para valores baixos ou elevados do parâmetro de relaxação temporal.

O problema de escoamento de fluidos em cavidades consiste no escoamento viscoso incompressível em que a parede superior da cavidade move-se com velocidade constante no seu plano enquanto as outras paredes encontram-se em repouso. De acordo com Ghia et al. (1982), este problema tem sido utilizado com grande frequência para avaliação de técnicas de solução numéricas das equações de Navier-Stokes para escoamentos viscosos incompressíveis.

Neste trabalho são apresentados resultados da simulação do escoamento isotérmico, incompressível e em regime permanente em cavidades bidimensional utilizando o Método de Lattice Boltzmann, com o modelo de Bhatnagar–Gross–Krook (modelo BGK), com estrutura de lattice D2Q9. Os resultados numéricos são comparados com resultados disponíveis na literatura. Os efeitos do número de Reynolds sobre o tamanho, posição e número de vórtices são investigados detalhadamente junto ao padrão de escoamento na cavidade.

2. MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção será realizada a definição do problema e o modelo BGK, com estrutura de lattice D2Q9 que será utilizado para a solução do problema do escoamento viscoso e incompressível em uma cavidade bidimensional.

2.1 Definição do problema

O modelo físico que caracteriza o problema foco deste trabalho é apresentado na Fig. 1.

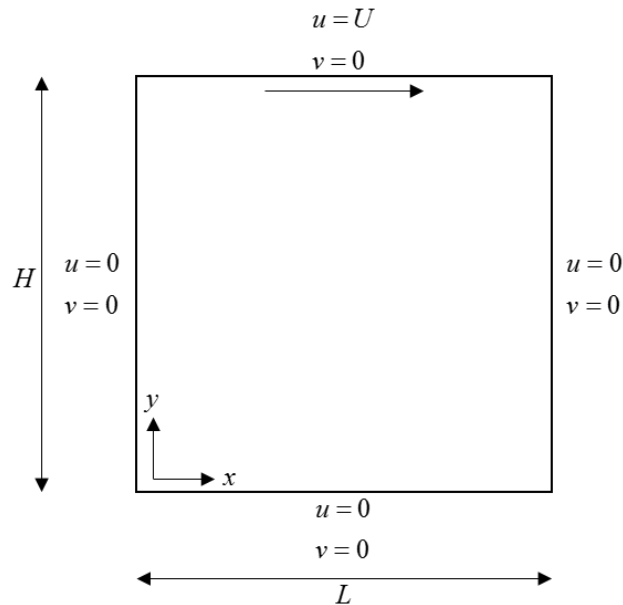


Figura 1. Geometria da cavidade bidimensional

Assumindo condição de fluido newtoniano, incompressível, escoamento laminar e condição de regime permanente, as equações governantes para o escoamento isotérmico no interior da cavidade podem ser expressas a partir da função corrente, ψ , e da vorticidade, ω (Ghia et al., 1982):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

Em que Re corresponde ao número de Reynolds.

2.2 Método de Lattice Boltzman com modelo BGK

De acordo com Guo e Shu (2013), este método descreve a evolução da função de distribuição de partículas em função do espaço e do tempo, que corresponde a probabilidade de se encontrar as partículas em uma dada posição \mathbf{x} , com velocidade \mathbf{e} em um tempo t . A equação de Boltzmann descreve a evolução da função de distribuição (Guo e Shu, 2013):

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{e} \cdot \nabla f(\mathbf{x}, t) = -\frac{f(\mathbf{x}, t) - f^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau} \quad (3)$$

Na Eq. (3), o lado direito da equação corresponde ao operador colisão e τ , que é o parâmetro de relaxação temporal, que controla a taxa na qual o problema atinge o equilíbrio.

A discretização do domínio espacial é realizado em um número finito de lattices, nos quais cada lattice possui valores de densidade, pressão e outras grandezas do escoamento. A equação de Boltzmann discretizada permite a obtenção da função de distribuição no próximo intervalo de tempo, que pode ser expressa por (Guo e Shu, 2013):

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (4)$$

Em que \mathbf{e}_i é o vetor velocidade da partícula em 'i'.

Para simulação de escoamentos bidimensionais, a estrutura de lattice para o modelo de lattice D2Q9 com nove velocidades discretas será utilizado e um esquema desta estrutura é apresentado na Fig. 2.

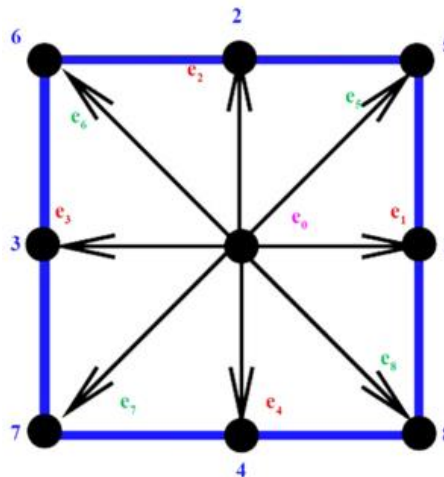


Figura 2. Estrutura de lattice para o modelo D2Q9 (Bettaibi et al., 2016)

O método pressupõe que as partículas que residem em um determinado nó movem-se para o nó vizinho por meio dos links apresentados, em cada instante de tempo. As velocidades discretas para esta estrutura de lattice são dadas por (Perumal e Dass, 2013):

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0,0), i = 0 \\ c \left(\cos \left[(i-1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{4} \right] \right), i = 1,2,3,4 \\ \sqrt{2}c \left(\cos \left[(i-1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{4} \right] \right), i = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (5)$$

Em que c é a velocidade da partícula, calculada como a razão entre os espaçamentos de posição e tempo, $c = \delta_x / \Delta t$. A função de distribuição de equilíbrio proposta por Hou et al. (1995) para a estrutura de lattice D2Q9 foi empregada:

$$f_i^{eq} = \begin{cases} \rho w_i [1 - 1.5 \mathbf{u}^2], i = 0 \\ \rho w_i [1 + 3(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) + 4.5(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - 1.5 \mathbf{u}^2], i \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Em que w_i corresponde ao fatores de ponderação do lattice, \mathbf{u} corresponde ao vetor velocidade e ρ corresponde a densidade. Os fatores de ponderação do lattice D2Q9 são dados pelo vetor:

$$w_i = [4/9 \quad 1/9 \quad 1/9 \quad 1/9 \quad 1/9 \quad 1/36 \quad 1/36 \quad 1/36 \quad 1/36]^T \quad (7)$$

A viscosidade cinemática, ν , é dada por (Guo e Shu, 2013):

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \delta_t \quad (8)$$

Em que c_s corresponde a velocidade do som. Para a estrutura de lattice D2Q9, a velocidade do som c_s é expressa por (Guo e Shu, 2013):

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (9)$$

Para a implementação das condições de contorno do problema foco deste trabalho, foi empregado o esquema *bounce-back* e condição de contorno em equilíbrio (Guo e Shu, 2013). No esquema *bounce-back* a função de distribuição nas paredes do domínio são assumidas iguais a função de distribuição do lado oposto. Para a parede superior, que se encontra em movimento, as variáveis do escoamento são setadas iguais aos valores pré-assumidos no final do procedimento de advecção. No instante inicial ($t=0$), a função de distribuição de equilíbrio é utilizada para obtenção das variáveis do escoamento.

As simulações utilizando o método de Lattice-Boltzmann são compostas por dois processos, colisão e advecção, que podem ser representados, respectivamente, pelas Eq. (10) e Eq. (11):

$$f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (10)$$

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) \quad (11)$$

Grandezas macroscópicas, como densidade (ρ), pressão e densidade de momentum ($\rho \mathbf{u}$) são obtidas através da função de distribuição:

$$\rho = \sum_{i=0}^N f_i \quad (12)$$

$$p = c_s^2 \sum_{i=0}^N f_i \quad (13)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^N f_i \mathbf{e}_i \quad (14)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho serão realizadas simulações do escoamento incompressíveis em cavidades bidimensionais utilizando o Método de Lattice-Boltzmann. Serão consideradas cavidades quadradas, ou seja, com razão de aspecto unitária. Resultados experimentais obtidos por Mega (2009) e numéricos obtidos por Frigo (2004) e Ghia et al. (1982) são utilizados validações qualitativas e quantitativas das simulações realizadas.

Para todas as simulações considerou uma estrutura de lattice de 257x257 nós, ao mesmo empregado por Guo e Shu (2013). Como critério de convergência foi utilizado o resíduo de 10^{-6} para o erro relativo do campo de velocidades. O número de Reynolds é utilizado como parâmetro de entrada, sendo este calculado com base na velocidade da parede superior, do comprimento da cavidade e da viscosidade cinemática. A velocidade da parede superior é assumida como 0,1 m/s, a cavidade tem dimensões unitárias, o que permite o cálculo do parâmetro de relaxação temporal, empregando a Eq. (8).

A Fig. 3 apresenta resultados de função de corrente obtidos para diferentes valores de números de Reynolds (400 e 1000), de modo a analisar o tipo de escoamento estudado neste trabalho. Observa-se o surgimento de um vórtice primário na região central da cavidade e dois vórtices secundários nas regiões inferiores, típico deste tipo de escoamento. Com o aumento do número de Reynolds observa-se o aumento dos respectivos vórtices.

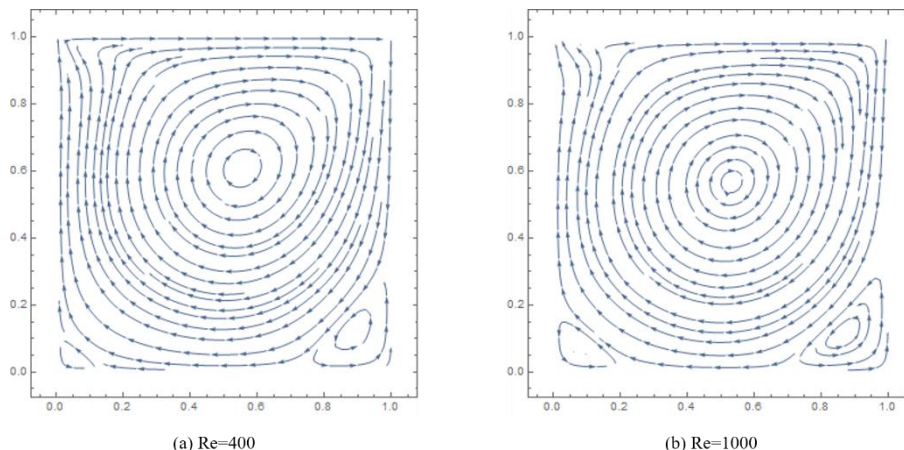


Figura 3. Análise do padrão do escoamento no interior da cavidade para $Re=400$ e $Re=1000$.

A Fig. 4 apresenta a comparação qualitativa dos resultados numéricos de função de corrente obtidos com os resultados experimentais obtidos por Mega (2009), empregando traçadores sólidos, e resultados numéricos obtidos por Frigo (2004), para valor do número de Reynolds 2648.

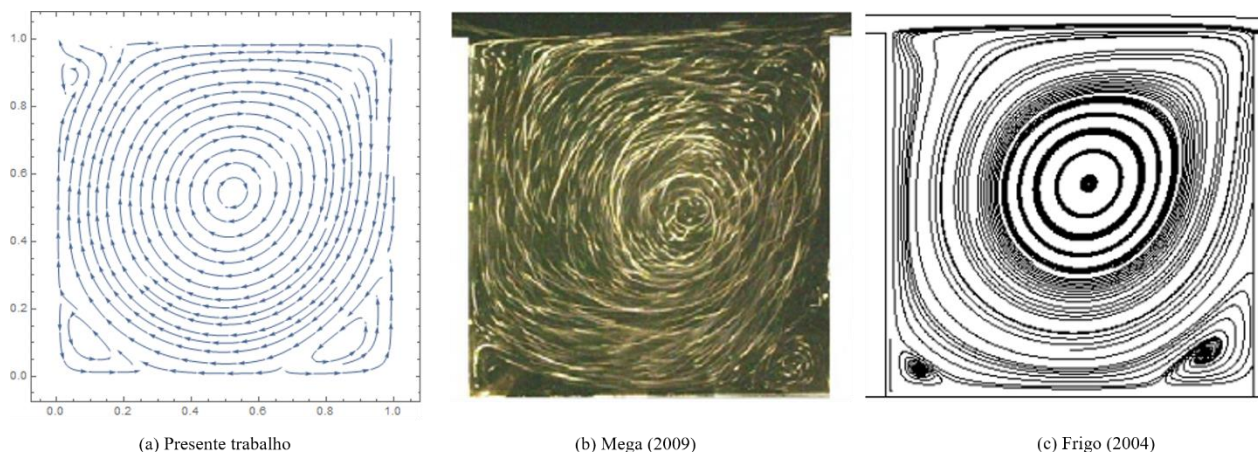


Figura 4. Comparação qualitativa dos resultados numéricos obtidos com resultados da literatura para $Re=2648$.

A comparação qualitativa dos resultados apresentados revela a boa acórdância com os resultados de Mega (2009) e Frigo (2004), o que indica a eficácia do método de Lattice-Boltzmann para a descrição deste tipo de escoamento. Observa-se na Fig. 4, o surgimento de outra estrutura, localizada na região superior esquerda, não obtida por Frigo (2004), mas obtida experimentalmente por Mega (2009).

As Fig. 5 e Fig. 6 apresentam resultados numéricos das componentes de velocidade adimensionais do escoamento nas direções X e Y (u_x/U e u_y/U), respectivamente) correspondentes às linhas centrais do domínio físico, para diferentes valores do número de Reynolds (400 e 1000). Os resultados obtidos por Ghia et al. (1982), que realizou simulações do problema da cavidade bidimensional empregando o método Multigrid (Wesseling, 1992), são utilizados para a validação do modelo utilizado neste trabalho.

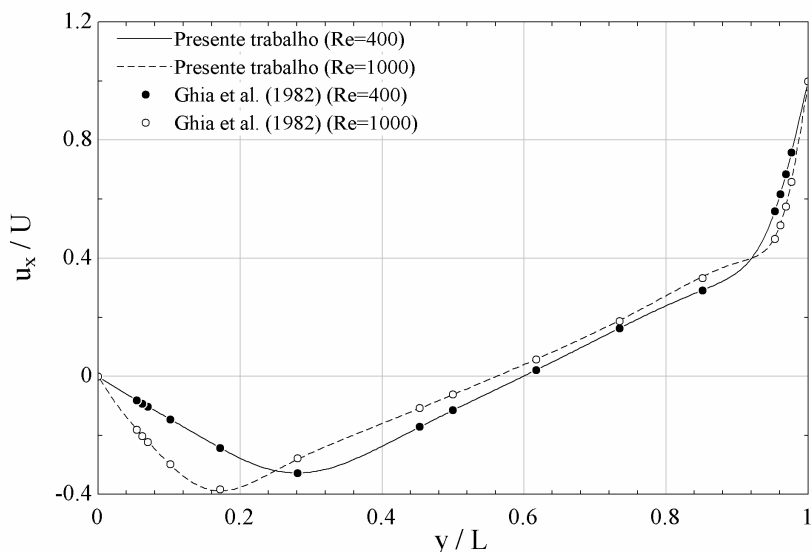


Figura 5. Comparação entre resultados da componente da velocidade adimensional na direção X entre presente modelo e Ghia et al. (1982)

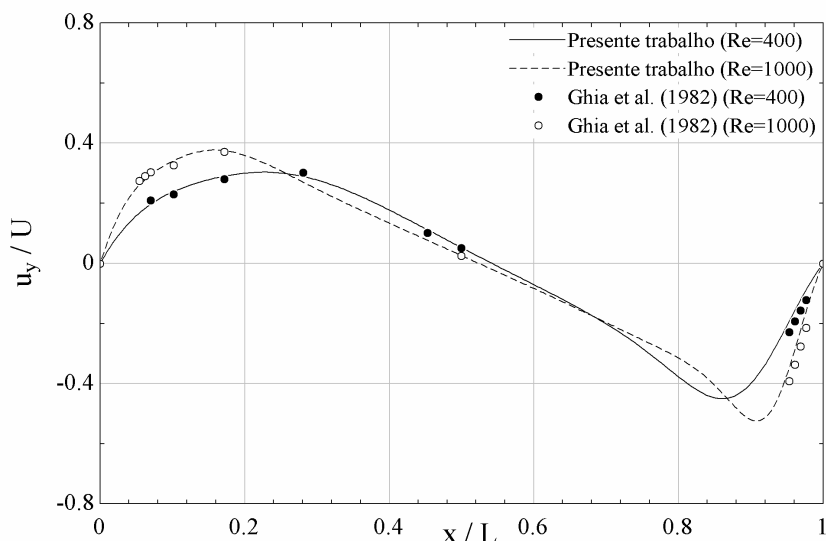


Figura 6. Comparação entre resultados da componente da velocidade adimensional na direção Y entre presente modelo e Ghia et al. (1982)

Observa-se boa acórdância entre os perfis das componentes de velocidades nas direções X e Y, demonstrando que o método de Lattice-Boltzmann é capaz de simular o escoamento no interior de cavidades.

4. CONCLUSÕES

A partir das simulações realizadas e resultados obtidos utilizando o método de Lattice Boltzmann, com modelo BGK, observou-se a capacidade deste modelo em simular as condições do escoamento isotérmico, permanente e incompressível no interior de cavidades bidimensionais. O presente modelo foi validado qualitativamente e quantitativamente com outros modelos de simulação e com resultados experimentais disponíveis na literatura para diferentes condições e boa acórdância foi observada.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq e a FAPESP pelo apoio.

NOMENCLATURA

<i>BGK</i>	Bhatnagar-Gross-Krook
<i>c</i>	velocidade da partícula, m/s
<i>c_s</i>	velocidade do som, m/s
<i>f</i>	função de distribuição de probabilidades, adimensional
<i>H</i>	altura da cavidade, m
<i>L</i>	largura da cavidade, m
<i>U</i>	velocidade da parede superior, m/s
<i>p</i>	pressão, Pa
<i>Re</i>	número de Reynolds, adimensional
<i>t</i>	tempo, s
<i>u, v</i>	velocidades nas direções <i>x</i> e <i>y</i> , m/s
<i>w</i>	fator de ponderação do lattice
<i>x, y</i>	coordenadas espaciais
<i>x</i>	vetor posição
<i>e</i>	vetor velocidade da partícula
<i>u</i>	campo de velocidades

ψ	função corrente, 1/s
ρ	densidade, kg/m ³
τ	parâmetro de relaxação temporal, adimensional
δ_x	espaçamento no lattice, m
ν	viscosidade cinemática, m ² /s

Subscritos

<i>i</i>	índice relativo ao lattice
----------	----------------------------

Sobrescritos

<i>eq</i>	equilíbrio
-----------	------------

Letras gregas

ω	vorticidade, 1/s
----------	------------------

REFERÊNCIAS

- Bettaibi, S., Kuznik F., Sediki, E. 2016. “Hybrid LBM-MRT model coupled with finite difference method for double-diffusive mixed convection in rectangular enclosure with insulated moving lid”. *Physica A*, Vol. 444, pp. 311–326.
- Chen, S., Doolen, G.D, 1998. “Lattice Boltzmann method for fluid flows”. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 329-364.
- Frigo, L.M., 2004. Simulação numérica de escoamentos incompressíveis tridimensionais turbulentos e em transição. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, SP, Brasil.
- Ghia, U., Ghia, K. N., Shin, C. T., 1982. “High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and Multigrid Method”. *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, pp. 387-411.
- Guo, Z., Zheng, C., Shi, B., 2002. “An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method”. *Physics of Fluids*, Vol. 14, pp. 2007-2010.
- Guo, Z., Shu, C., 2013. *Lattice Boltzmann Method and its Applications in Engineering*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- He, X., Luo, L.S., 1997. “Theory of the lattice Boltzmann method: from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation”. *Physical Review E*, Vol 56, pp. 6811-6817.
- Hou, S., Zou, Q., Chen, S., Doolen, G., Cogley, A.C., 1995. “Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method”. *Journal of Computational Physics*, Vol. 118, pp. 329-347.
- Lai, Y.G., Lin, C.L., Huang, J., 2001. “Accuracy and efficiency study of a lattice Boltzmann method for steady-state flow simulations”. *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol. 39, pp. 21-43.
- Mega, E.A.F., 2009. Estudo experimental do escoamento em cavidades abertas utilizando um canal de superfície livre. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, SP, Brasil.
- Perumal, D.A., Dass, A.K., 2013. “Application of lattice Boltzmann method for incompressible viscous flows”. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, pp. 4075–4092.
- Wesseling, P., 1992. *An Introduction to Multigrid Methods*. John Wiley & Sons Ltd. England.
- Wolf-Gladrow, D.A., 2000. *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: An Introduction*. Springer-Verlag, Berlin.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DO ESCOAMENTO A FRIO EM UM MOTOR COM PRÉ-CÂMARA E COMPARAÇÃO COM UM MODELO QUASE-DIMENSIONAL

Bruno Silva de Lima, brunosilvadelima@hotmail.com

Alysson Fernandes Teixeira, alyssonft92@gmail.com

Fábio de Castro Radicchi, fabioradicchi@gmail.com

Raphael Meireles Braga, raphaelmeirelesb@gmail.com

Ramon Molina Valle, ramon@demec.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais - Avenida Presidente Antônio Carlos, 6627 - Pampulha, Belo Horizonte - MG, 31270-901

Resumo. Neste trabalho é apresentada a simulação numérica computacional tridimensional, utilizando-se um software comercial, do escoamento de ar em um protótipo de motor de combustão interna de quatro tempos adaptado para funcionamento com ignição por lança-chamas. Os resultados da simulação 3D são comparados com os obtidos com um código de simulação quase-dimENSIONAL elaborado pelos autores, objetivando-se assim avaliar sua precisão em descrever os fenômenos envolvidos no escoamento entre as câmaras de combustão. Adotou-se uma geometria simplificada, na qual foram excluídos os dutos de admissão e escapamento e o movimento das válvulas, estudando-se o escoamento do ar dentro das câmaras nos tempos de compressão e expansão. Testes de malha foram realizados para diferentes regimes de rotação do motor, de forma a aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos. Foi realizada a análise do escoamento de ar entre as câmaras de combustão e em cada câmara separadamente, sendo possível avaliar a média da pressão e da temperatura em função da posição angular do virabrequim. Além disso, avaliou-se a velocidade média do escoamento no orifício interconector da pré-câmara com a câmara principal, tendo em vista que essa região é crítica para o projeto. Quando comparado ao modelo tridimensional, o modelo quase-dimENSIONAL apresentou boa correlação para a maioria das variáveis analisadas, porém, em virtude das simplificações adotadas, também encontraram-se algumas divergências nos resultados. A partir do pós-processamento e visualização do escoamento na modelagem tridimensional foi possível avaliar os fenômenos que originaram essas diferenças, sendo possível esclarecer as limitações do modelo quase-dimENSIONAL.

Palavras-chave: Simulação numérica, Motores de combustão interna, Pré-câmara, Escoamento a frio.

1. INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas de ignição por lança-chamas em motores de combustão interna têm sido estudada há algumas décadas como uma possível forma de se reduzir emissões, diminuir o consumo de combustível e melhorar o desempenho de motores. A ideia básica desses sistemas é a transferência do local de ignição da mistura ar/combustível da câmara de combustão tradicional para uma segunda cavidade de menor volume, também denominada pré-câmara (Ricardo, 1922). Tal alteração está normalmente associada à possibilidade de estratificação de carga e obtenção de um processo de combustão mais rápido e capaz de queimar misturas mais pobres na câmara principal, em virtude da formação de jatos de elevada energia cinética e com alta concentração de radicais livres, em função da dissociação dos produtos da combustão incompleta (Gussak, 1975; Heywood, 1988).

Apesar da maior parte dos estudos já realizados envolverem exclusivamente ensaios experimentais, alguns trabalhos recentes têm sido feitos com o uso de técnicas de fluidodinâmica computacional. Simulações tridimensionais, como as de Roethlisberger e Favrat (2003) utilizando o programa KIVA-3V, por exemplo, evidenciaram a influência de algumas características da pré-câmara, como volume, formato e número de furos de interconexão, nos padrões do escoamento. Karim, Xiao e Liu (2009), por sua vez, avaliaram o uso da pré-câmara em um motor diesel, analisando a interferência de algumas variáveis do processo de combustão, como os tempos de injeção e os formatos do spray de combustível. Trabalhos que não estudaram o sistema de ignição por lança-chamas, mas também são relevantes por avaliarem o escoamento de ar no interior do motor, incluem as simulações tridimensionais de Yavuz (2000), Smits (2006) e Li (2009).

Simulações quase-dimensionais e unidimensionais, por outro lado, também têm sido utilizadas no estudo de sistemas de ignição por lança-chamas, pelo fato de permitirem a obtenção de importantes resultados globais sem demandarem excessivos custos computacionais, quando comparadas as simulações tridimensionais. Trabalhos como, Vítek, Macek e Polásek (2003) e Moreira *et al* (2014), por exemplo, fizeram uso do programa comercial unidimensional GT-Power para a realização de análises envolvendo sistemas com pré-câmaras.

De modo a analisar um motor com pré-câmara e ao mesmo tempo avaliar a utilização de diferentes ferramentas computacionais, neste trabalho é apresentada uma comparação entre os resultados obtidos com o uso de um código tridimensional e outro quase-dimENSIONAL, ambos utilizados para a caracterização do escoamento a frio dentro do cilindro de um motor com pré-câmara.

2. METODOLOGIA

2.1 Motor base para estudos

O motor de referência utilizado foi uma adaptação do Ford Sigma 1.6L 16V com quatro cilindros, sendo as principais especificações da versão adaptada mostradas na Tabela 1. Este motor foi escolhido por ser o protótipo de motor de ignição por lança-chamas recentemente utilizado na pesquisa de Rodrigues Filho (2014). A geometria do volume interno do cabeçote foi obtida utilizando-se moldes de silicone e um equipamento de *scanner* para o mapeamento da superfície. O cabeçote com o molde de silicone é ilustrado na Figura 1. O mapeamento foi utilizado para geração da geometria tridimensional da câmara de combustão principal, dessa forma, a geometria final foi construída adicionando o volume da pré-câmara publicada por Rodrigues Filho (2014). A definição geométrica da pré-câmara e alterações no cabeçote original não será detalhada neste trabalho, mas pode ser encontrada em Rodrigues Filho (2014) e Moreira (2014).



Figura 1. Cabeçote do motor Ford Sigma com o molde de silicone da câmara de combustão

Curso do Pistão	81,4 mm
Diâmetro do Cilindro	79 mm
Cilindrada Unitária	399 cm ³
Volume da câmara principal de combustão	36,85 cm ³
Volume da pré-câmara	3,05 cm ³
Diâmetro do orifício interconector	6 mm
Razão volumétrica de compressão	11:1
Comprimento da Biela	137 mm

2.2 Metodologia numérica tridimensional - 3D

2.2.1 Domínio computacional

O domínio computacional da simulação tridimensional consistiu do volume interno de um único cilindro, sendo composto pelo volume interno da câmara principal e da pré-câmara. Com o objetivo de avaliar o fluxo de ar e a transferência de massa entre as câmaras, a simulação contemplou apenas os instantes do ciclo em que as válvulas se encontram fechadas (tempos de compressão e de expansão), dessa forma, as geometrias dos dutos de admissão e exaustão do motor não foram necessárias. O domínio computacional da simulação 3D é mostrado na Figura 2-a).

2.2.2 Geração de malha

A geração de malha foi feita com o módulo es-ICE do Star-CD e utilizando-se a opção de ciclo fechado. Foram utilizados volumes poliédricos com adição e remoção de camadas na medida em que o pistão se movimenta, técnica bastante utilizada para movimentação de malha em motores de combustão interna.

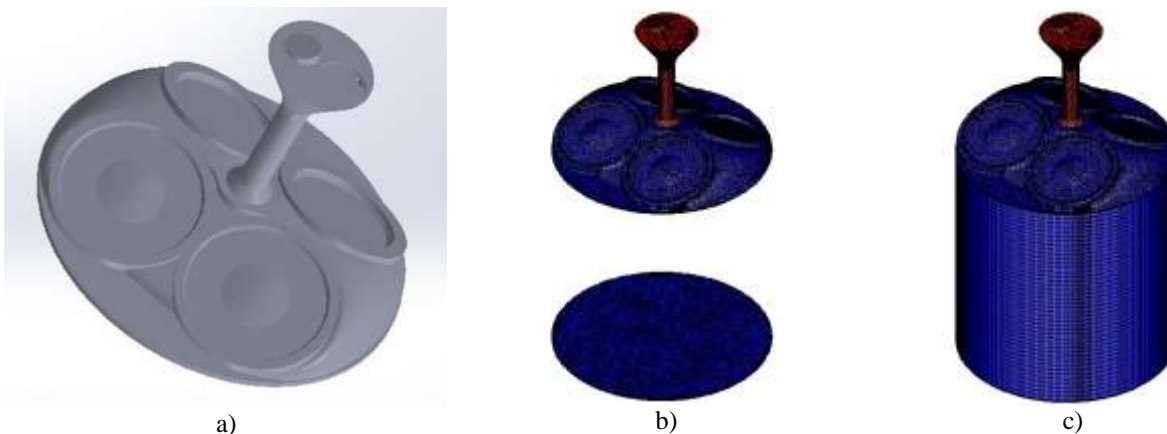


Figura 2. a) Domínio computacional da simulação 3D; b) malha da câmara de combustão do pistão sem as camadas móveis; c) com as camadas móveis.

2.2.3 Parâmetros da simulação

Três velocidades do motor foram selecionadas para análise: 3500, 6000 e 9000 rpm. Essas velocidades foram selecionadas em virtude da sua importância operacional. A primeira em virtude dos ensaios experimentais de Rodrigues Filho (2014), a segunda por ser o limite de velocidade do motor e a última, apesar de extrapolar a velocidade máxima de operação, pode ser usada para avaliação da transferência de massa entre as câmaras em condição extrema. As simulações 3D foram feitas utilizando o programa comercial Star-CD com o módulo para motores de combustão interna, es-ICE. A condição de contorno aplicada foi de paredes adiabáticas e as condições iniciais do gás no cilindro foram 48,54 kPa de pressão absoluta, 351,9 K de temperatura e velocidade nula. A simulação também foi iniciada com o pistão no ponto morto inferior. O passo de tempo das simulações foi de $0,1^\circ$ do eixo do virabrequim, o que corresponde a $1,85 \times 10^{-6}$ s para a maior rotação e $4,76 \times 10^{-6}$ s para a menor. O modelo de turbulência utilizado foi o RNG $k-\epsilon$ e o critério de convergência residual foi de 10^{-4} para pressão, turbulência, *momentum* e temperatura. A frequência em que os dados de saída foram salvados foi de 5 em 5 graus do ângulo do virabrequim, o que em um intervalo de 360° (meio ciclo) totaliza 72 pontos.

2.2.4 Teste de malha

Para aumentar a confiabilidade dos resultados, foi feito um teste de independência de malha para as três velocidades de rotação. Três malhas com diferentes tamanhos base de células foram utilizadas: 1,0, 0,8 e 0,6 mm, com um total de 386.649, 518.180 e 1.482.269 células com o pistão no ponto morto inferior, respectivamente. As variáveis analisadas no teste foram: pressão temperatura, massa, tanto na região da câmara principal como na região da pré-câmara, e velocidade média normal ao plano do orifício de interconexão. Na Figura 3 é ilustrada as duas regiões utilizadas para análise dos resultados, assim como o plano de extração de velocidade localizado no duto de interconexão. Como critério de convergência, foi calculada a diferença percentual entre duas malhas consecutivas em cada ângulo disponível do virabrequim. A malha selecionada cumpriu o requisito de apresentar um total de 95% dos pontos com uma diferença nos resultados inferior a 5% entre as malhas. Em relação à massa, pressão e temperatura, as diferenças foram menores que 1% entre as malhas para todos os regimes de rotação, já em relação à velocidade foram menores que 5% em todas as malhas para os casos de 3500 e 6000 rpm. Porém, para o caso de 9000 rpm a diferença entre as duas malhas mais grosseiras foi de 6,8% e entre as duas mais refinadas de 4%. Portanto, para os casos de 3500 e 6000 rpm utilizou-se a malha de 1,0 mm e para 9000 rpm foi utilizada a malha de 0,6 mm de tamanho base.



Figura 3. a) Separação do volume da pré-câmara (região vermelha) da região da câmara principal (região azul); b) Localização do plano de extração da velocidade.

2.3 Metodologia numérica quase-dimensional - 0D

O código computacional quase-dimensional utilizado foi desenvolvido no MATLAB pelos autores e já foi empregado para aplicações em motores de ignição por lança-chamas para avaliação do processo de transferência de energia da combustão, Alvarez (2015). A seguir são descritas as principais hipóteses adotadas na modelagem matemática e as equações utilizadas.

- A análise foi restringida ao período de válvulas fechadas. Não foi considerada a entrada nem saída de massa por injeção direta de combustível ou *blow-by*. O sistema fechado foi dividido em dois volumes de controle, um para a câmara de combustão principal (subíndice p) e outro para a pré-câmara de combustão (subíndice pc). Os volumes foram separados por um orifício de interconexão (área A_n). Os cálculos foram iniciados com o pistão no ponto morto inferior e foram concluídos após deslocamento de 360° do virabrequim.
- As equações de conservação da massa e da energia foram resolvidas para ambos os volumes de controle, permitindo a transferência de massa e energia entre as câmaras através do orifício de interconexão.
- O enchimento do cilindro foi modelado supondo que o ar presente no volume deslocado pelo pistão do PMS ao PMI está na temperatura e pressão do coletor de admissão. Assim, foram definidas a pressão e temperatura utilizadas na modelagem tridimensional, sendo correspondente a uma condição de carga parcial do motor.

- Modelou-se a passagem do gás no orifício interconector supondo escoamento isentrópico unidimensional através de uma restrição, conforme apresentado por Heywood (1988), sendo utilizado um coeficiente de descarga igual a 1,0. O sentido positivo da velocidade foi considerado o de entrada de gás na pré-câmara.
- O fluido de trabalho foi suposto como obedecendo a Lei dos Gases Ideais e os calores específicos foram considerados como função da temperatura em cada volume de controle.

O volume total disponível no cilindro como uma função do ângulo do virabrequim foi calculado a partir das relações geométricas do motor, conforme apresentado por Heywood (1988).

$$V = V_{cc} + V_{pc} + \frac{\pi D^2}{4} \left(l + a \left(1 - \cos \theta + \sqrt{l^2 - a^2 \cdot \text{sen}^2 \theta} \right) \right) \quad (1)$$

As Equações 2 e 3 representam o fluxo de massa e energia, respectivamente, pelo orifício interconector. Nota-se na Equação 3 os termos de energia referente à energia de fluxo, energia cinética e energia interna do fluido que atravessa o orifício. Os subíndices *mo* e *ju* refere-se à montante e à jusante do orifício.

$$\dot{m} = \rho_{mo} V A_n \quad (2)$$

$$\dot{\phi} = \left(1 + \frac{v^2 + \bar{c}_v \Delta(T_{mo} - T_{ju})}{RT_{mo}} \right) P_{mo} V A_n \quad (3)$$

As Equações 4 e 5 foram utilizadas para o cálculo da velocidade do gás no orifício, conforme mostrado por Heywood (1988).

$$V = (C_d \sqrt{RT_{mo}}) \left\{ \left(\frac{P_{ju}}{P_{mo}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_{ju}}{P_{mo}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]} \right\}, \frac{P_{ju}}{P_{mo}} > \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma/\gamma-1)} \quad (4)$$

$$V = (C_d \sqrt{RT_{mo}}) \left\{ \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \right\}, \frac{P_{ju}}{P_{mo}} \leq \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma/\gamma-1)} \quad (5)$$

As Equações 6, 7, 8, 9, 10 foram utilizadas para a determinação da massa, temperatura e pressão nas câmaras de combustão em função do ângulo do virabrequim, onde ω refere-se ao regime de rotação do motor. O passo de integração utilizado foi de 0,01°, sendo a condição inicial do gás semelhante a utilizada na modelagem 3D.

$$\frac{dm_p}{d\theta} = -\frac{dm_{pc}}{d\theta} = \frac{\dot{m}}{\omega} \quad (6)$$

$$\frac{dT_{pc}}{d\theta} = -\frac{1}{m_{pc} c_v} \left(\frac{\dot{\phi}}{\omega} \right) \quad (7)$$

$$\frac{dP_{pc}}{d\theta} = P_{pc} \left(-\frac{\dot{m}}{\omega m_{pc}} + \frac{1}{T_{pc}} \frac{dT_{pc}}{d\theta} \right) \quad (8)$$

$$\frac{dT_p}{d\theta} = \frac{1}{m_p c_v} \left(\frac{\dot{\phi}}{\omega} - \frac{P_p dV}{d\theta} \right) \quad (9)$$

$$\frac{dP_p}{d\theta} = P_p \left(\frac{\dot{m}}{\omega m_{pc}} + \frac{1}{T_p} \frac{dT_p}{d\theta} - \frac{1}{V_p} \frac{dV}{d\theta} \right) \quad (10)$$

2.4 Variáveis analisadas para comparação das metodologias numéricas

A comparação entre os resultados da simulação 3D com 0D foi feita com base nos resultados de pressão, temperatura e massa, tanto na região da pré-câmara, quanto na região da câmara principal. Em seguida, os resultados de velocidade no plano do orifício interconector foram comparados entre as metodologias numéricas. Por fim, foram avaliados detalhadamente os resultados obtidos nas simulações 3D, de forma a justificar as diferenças encontradas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 4-a) e a Figura 4-b) ilustram a comparação entre a pressão e temperatura na pré-câmara utilizando os modelos tridimensional e quase-dimensional para velocidade de 9000 rpm. As demais velocidades simuladas neste trabalho demonstraram melhores convergências, fato também observado na câmara de combustão principal, sendo portanto omitidas deste documento.

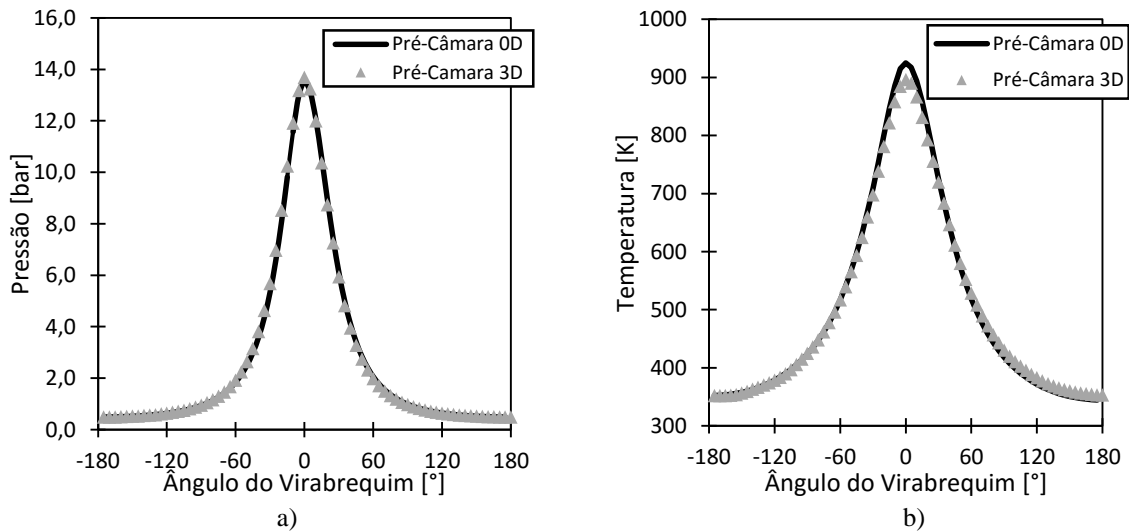


Figura 4. a) Comparação da pressão 0D com a 3D para a rotação de 9000rpm; b) Comparação da temperatura 0D com a 3D para a rotação de 9000rpm.

A Figura 5 ilustra a comparação entre a velocidade média no orifício para os dois modelos e para os diferentes regimes de rotações avaliados. Observa-se que a velocidade tende a ser menor no modelo tridimensional, sendo que isso ocorre porque o modelo tridimensional prevê as perdas de carga no duto interconector. Além disso, verifica-se que há pequena oscilação da velocidade ao longo de toda curva no modelo 3D, sendo a amplitude de oscilação intensificada à medida que a velocidade de rotação aumenta. Visando avaliar a causa deste comportamento, foram utilizadas ferramentas de visualização dos campos de velocidade e pressão do escoamento na simulação tridimensional. Em uma análise atenta aos campos, verificou-se que a estrutura de fluxo no interior da pré-câmara acaba influenciando o escoamento no orifício interconector. Por sua vez, quando se eleva o regime de rotação, o vórtice gerado é intensificado durante todo o período de compressão e expansão. A influência da estrutura de fluxo no interior da pré-câmara é facilmente observada para o modelo tridimensional no regime de 9000 rpm na região próxima a 30 graus do ângulo de virabrequim.

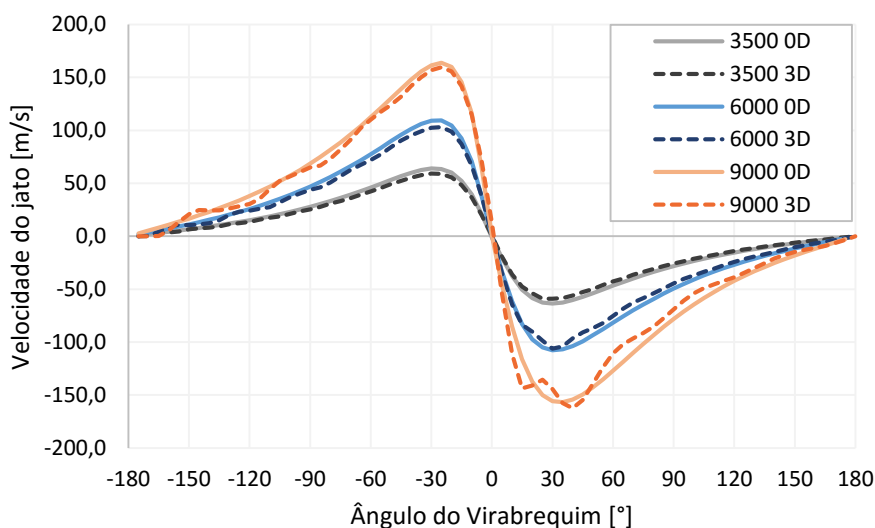


Figura 5. Velocidade no orifício interconector para diferentes rotações e para os modelos tridimensional e quase dimensional

A Figura 6 ilustra a quantidade de massa distribuída a) na câmara principal e b) na pré-câmara em função do ângulo de virabrequim no regime de 9000 rpm. Observa-se que, apesar da velocidade no orifício interconector ser maior para o modelo quase-dimensional, a troca de massa (que pode ser compreendida como o aumento ou diminuição de massa de

uma das câmaras) foi maior para o modelo tridimensional, fato também explicado através da utilização das ferramentas de visualização dos campos de velocidade e densidade.

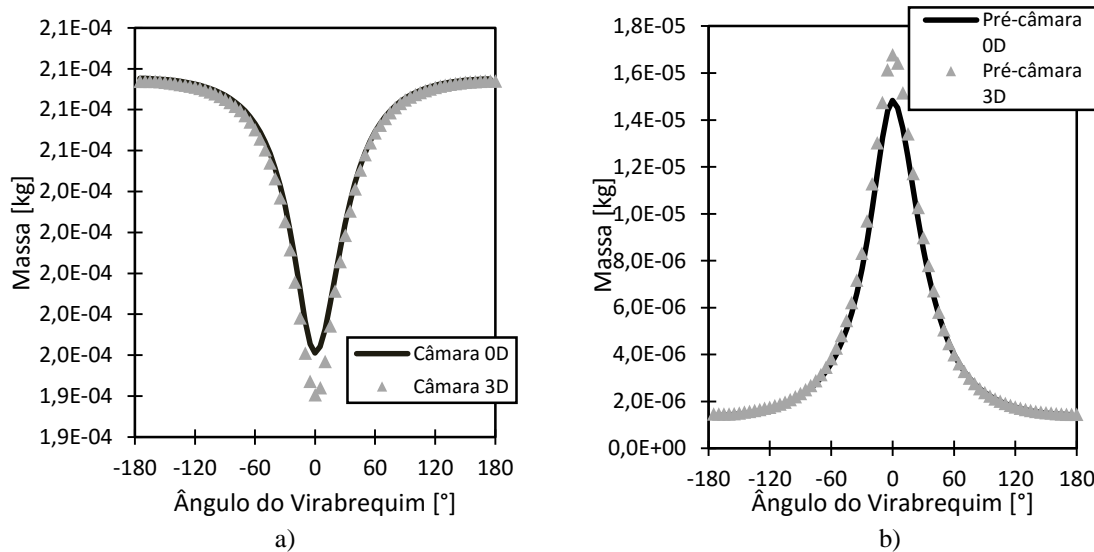


Figura 6. a) Massa na câmara principal para a regime de 9000rpm; b) Massa na pré-câmara para a regime de 9000rpm.

Devido à assimetria da pré-câmara de combustão, foi observado a geração de um vórtice na região superior esquerda da vista frontal da pré-câmara, Figura 7-a), logo abaixo da região na qual se localiza o injetor. Essa recirculação foi responsável por desviar a direção do fluido da direção normal ao plano que a velocidade foi medida, explicando assim o comportamento oscilatório da velocidade no orifício interconector e especialmente para a curva de 9000 rpm próximo aos 30 graus do ângulo de virabrequim. Os campos de velocidade são ilustrados na Figura 7-a) e em detalhe para a região do bocal na Figura 7-b).

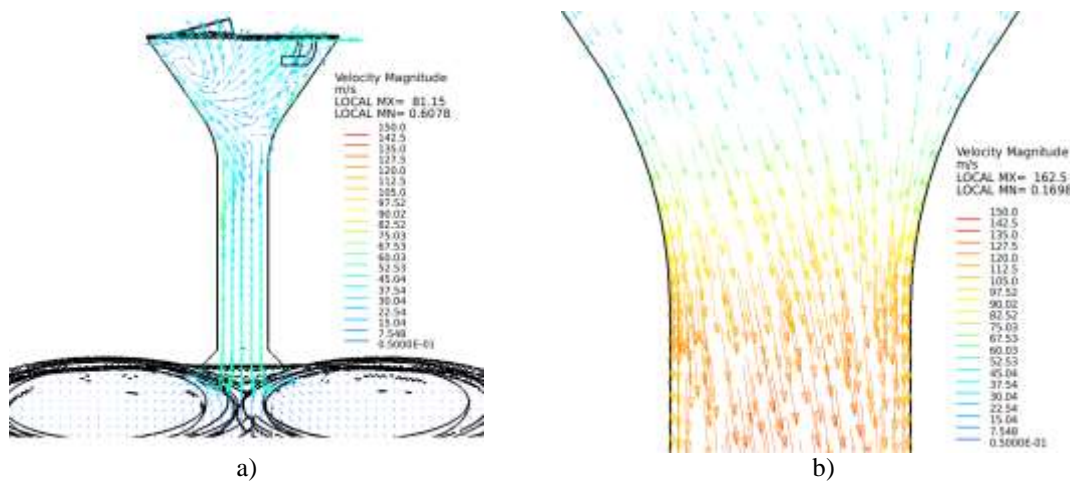


Figura 7. Campo de velocidade: a) na pré-câmara; b) no bocal.

A Figura 8 ilustra a distribuição da densidade no volume interno do motor em três diferentes instantes: a) para o pistão subindo (tempo de compressão), b) para o pistão começando a descer e c) para o pistão se aproximando do PMI (ponto morto inferior).

Com o pistão ainda subindo, a maior densidade se encontra na região da câmara principal, a densidade intermediária é vista na parte superior da pré-câmara e a menor ocorre no bocal. No movimento de descida a câmara principal possui uma densidade menor do que a pré-câmara e a densidade no bocal continua inferior a da parte superior. Essa maior densidade na parte superior ainda perdura até o instante próximo ao PMI. Uma vez que o volume da pré-câmara é constante, uma maior densidade na parte superior representa um acúmulo de massa nessa região. Nota-se que nesses instantes a região do duto de interconexão possui densidade menor que a média na pré-câmara. Essa constatação exemplifica a principal diferença entre o modelo quase-dimensional e o tridimensional: a hipótese do modelo quase-dimensional considerar a densidade como sendo uniformemente distribuída.

A Figura 9-a) ilustra a densidade média na câmara principal para os modelos tridimensional, quase-dimensional e para o plano que divide a pré-câmara da câmara principal no modelo tridimensional. A Figura 9-b) também apresenta esses dados de densidade, mas levando em consideração a região pré-câmara.

Esses fatos explicam o porquê da maior concentração de massa na pré-câmara do modelo tridimensional: no momento de subida do pistão a densidade é maior na interface, enquanto na descida ela é menor devido a concentração na sua parte superior. A Figura 9 também ilustra o fato de que a densidade média do modelo quase-dimensional é menor que no plano do modelo tridimensional onde ocorre a troca de massa, comprovando o fato citado anteriormente. Embora a densidade média final nos dois modelos seja bem próxima e a velocidade do modelo quase-dimensional seja maior, a concentração de densidade local, percebida no modelo tridimensional, faz com que a troca de massa entre as câmaras seja maior no modelo tridimensional. Nota-se também que há pouca variação na densidade média na câmara principal e que a diferença na pré-câmara é visível, o que se deve ao fato de a pré-câmara possuir um volume bem menor do que o da câmara principal.

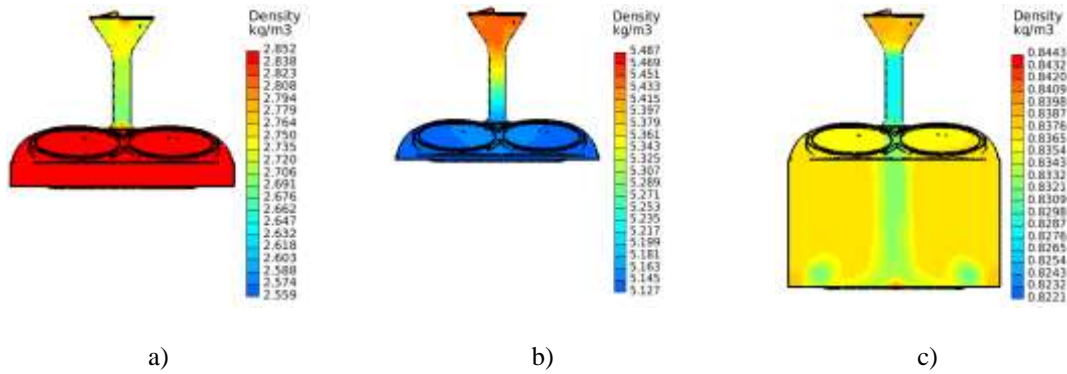


Figura 8. Distribuição de densidade no volume interno do motor para diferentes instantes: a) movimento de subida do pistão b) de descida e c) de aproximação do PMI.

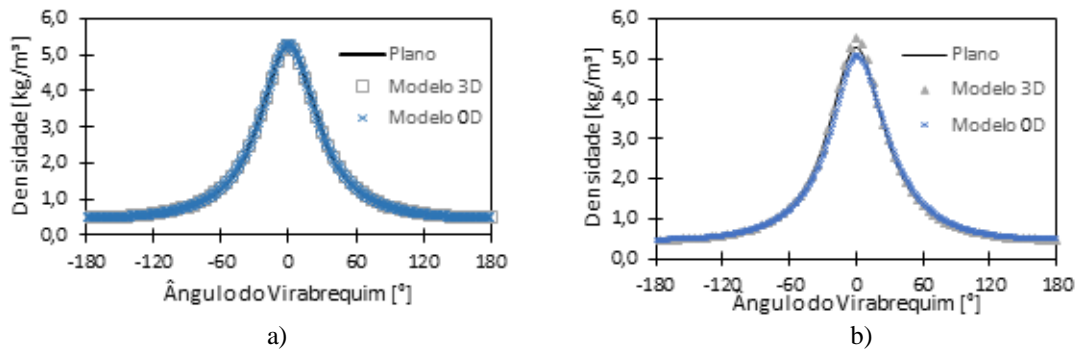


Figura 9. a) Densidade média na câmara principal para os modelos tridimensional, quase-dimensional e comparação com a densidade média no plano. b) Densidade média na pré-câmara para os modelos tridimensional, quase-dimensional e comparação com a densidade média no plano.

Na Tabela 2 são apresentadas as diferenças percentuais de pressão, temperatura e massa entre as simulações 3D e 0D para as três velocidades de rotação analisadas. Com base na tabela, percebe-se que a variável que apresenta maiores diferenças percentuais é a massa na região da pré-câmara, uma vez que o seu valor é próximo de zero e a diferença percentual tende a ser maior. Dentre as velocidades de rotação, as diferenças percentuais mais acentuadas ocorrem, em geral, para o caso de 9000 rpm. Para o cálculo das velocidades, conforme esperado, o modelo unidimensional apresentou valores maiores, por considerar somente a velocidade na direção vertical, por não considerar as perdas de carga devido à restrição e devido ao fato de ele não captar o efeito de vórtices como o mostrado para o regime de rotação de 9000 rpm. Essa diferença máxima é superior a 20% para alguns ângulos do virabrequim, porém em média é inferior a 5%. Observa-se também que os resultados do modelo unidimensional se mostraram consistentes para o cálculo de temperatura e pressão em função do ângulo de virabrequim, apresentando diferenças pouco maiores que 3% em todas as três velocidades de rotações testadas.

Tabela 2. Diferenças percentuais nas previsões de pressão, temperatura e massa entre as simulações 3D e 0D

Região		Câmara Principal						Pré-Câmara					
Variável	Pressão	Temperatura		Massa		Pressão	Temperatura		Massa				
Rotação	Média	Máxima	Média	Máxima	Média	Máxima	Média	Máxima	Média	Máxima	Média	Máxima	
3500	0,53	1,21	0,50	1,15	0,15	0,49	0,54	1,41	0,62	1,6	4,4	5,73	
6000	0,57	1,41	0,50	1,16	0,15	0,66	0,55	2,07	0,92	2,18	4,24	8,06	
9000	0,64	1,79	0,50	1,19	0,18	1,04	1,56	5,13	1,59	3,19	3,95	13,13	

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma comparação entre simulações numéricas, tridimensional e quase-dimensional, aplicadas para análise do escoamento de ar em um protótipo de motor de combustão interna com adição de uma pré-câmara de combustão. Os resultados podem ser sintetizados conforme a seguir:

- Boa correlação média entre os modelos tridimensional e quase-dimensional (diferença média inferior a 5%);
- As hipóteses adotadas na modelagem quase-dimensional foram suficientes para descrever o fenômeno de transferência de massa entre as câmaras de combustão, porém o detalhamento obtido pela simulação tridimensional revelou que a densidade do gás na pré-câmara apresenta-se na forma estratificada, prejudicando na previsão de vazão mássica pelo orifício interconector;
- A possibilidade de pós-processamento e visualização do escoamento na modelagem tridimensional garantiu avaliar os fenômenos de escoamento com maior precisão, se tornando interessante para uma aplicação mais exigente de modelos matemáticos.
- O código desenvolvido para simulação quase-dimensional se mostrou eficiente, eficaz e consistente, uma vez que permitiu parâmetros médios com boa coerência com a simulação tridimensional e um custo computacional menor.

REFERÊNCIAS

- Alvarez, C. E. C. ; Teixeira, A. F. ; cruz, i. W. S. L. ; Baeta, j. G. C. ; Valle, R. M. . Metodologia para o cálculo da pré-câmara de combustão de um motor de ignição por lança-chamas multicomcombustível. In: 12º congresso iberoamericano de engenharia mecânica, 2015, guayaquil. Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, 2015. V. 12
- Gussak, L. A.; High chemical activity of incomplete combustion products and method of prechamber torch ignition for avalanche activation of combustion in internal combustion engines. Paper SAE 750890, 25p., 1975.
- H. R. Ricardo, Recent Research Work on the Internal-Combustion Engine, SAE Technical Paper, 1922.
- Heywood, J. B., 1988. Internal combustion engine fundamentals. 1 ed. New York McGraw-Hill, Inc. 930 p.
- Karim, G.; Xiao, F.; Liu, C., 2009. Effect of torch jet direction on combustion and performance of a prechamber spark-ignition engine. Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, Australia.
- Li, Y., 2009. Enhancement of engine simulation using LES turbulence modelling and advanced numerical schemes.
- Moreira, T. et al., 2014. Modeling of a Torch Ignition System Using One-Dimensional Model of Computational Simulation. No. 2014-36-0332. SAE Technical Paper.
- Moreira, T. A. A. Análise e caracterização de um sistema de ignição por lança chamas em motores de ignição por centelha. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- Rodrigues Filho, F. A. Projeto, construção e caracterização do desempenho de um motor de combustão interna provido de um sistema de ignição por lança chamas de carga estratificada. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- Roethlisberger, R., Favrat, D., 2003. "Investigation of the prechamber geometrical configuration of a natural gas spark ignition engine for cogeneration: part i. numerical simulation." International journal of thermal sciences, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 223–237.
- Smits, J., 2006. "Modeling of a fluid flow in an internal combustion engine." Graduation Report TU/e, Report No. WVT.
- Vítek, O. et al., 2003. Simulation of pre-chambers in an engine combustion chamber using available software. No. 2003-01-0373. SAE Technical Paper.
- Yavuz, I., 2000. Refined turbulence models for simulation of IC-engine cylinder flows.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Mecânica dos Sólidos

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE ESTRUTURAS DE CONCRETO EMPREGANDO O MODELO DE DANO DE MAZARS

Lahis Souza de Assis, lahis.assis@engenharia.ufjf.br

Thais Rossi Lopes Soares, thais.soares@engenharia.ufjf.br

Michèle Cristina Resende Farage, faragebr@gmail.com

Flávia de Souza Bastos, flavia.bastos@gmail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora – Rua José Lourenço Kelmer, s/n – Martelos Juiz de Fora – MG, Brasil

Resumo. O concreto é uma mistura heterogênea formada basicamente de cimento, água e agregados, sendo atualmente um dos materiais mais empregados na indústria da construção civil. Por essa larga utilização, o conhecimento de suas propriedades e de como o material se comporta diante das várias solicitações ao longo de sua vida útil é de grande importância - especialmente quando se considera ações deletérias tais como exposição ao fogo, por exemplo. No entanto, a previsão do comportamento de concretos é complicada visto que, quando exposto a certas condições ambientais, o material sofre alterações em sua microestrutura interna que afetam suas propriedades macroscópicas. Tendo isso em vista, esse trabalho tem como objetivo apresentar um estudo no qual o modelo de Dano de Mazars é aplicado ao concreto, a fim de descrever a perda de resistência mecânica do material devido às solicitações ao que o mesmo é submetido. Tal modelo foi adotado por sua simplicidade, uma vez que usa uma quantidade escalar para descrever a deterioração do concreto. As análises foram realizadas utilizando o programa comercial de elementos finitos ABAQUS 6.11, que permite ao usuário descrever modelos constitutivos específicos de materiais, incorporando ao mesmo requisitos de um problema particular. Para isso, implementou-se uma sub-rotina - chamada UMAT desenvolvida em FORTRAN - a fim de realizar a análise de estruturas de concreto sob condições extremas. Pretende-se agora estender o modelo para uma situação em que haja uma combinação de danos mecânicos e térmicos.

Palavras-chave: Concreto, Dano de Mazars, Abaqus, UMAT.

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

O concreto é um material heterogêneo e poroso largamente utilizado na indústria da construção civil, sobretudo do Brasil. Esse grande emprego é justificado por características próprias do material – como o baixo custo, a relativa rapidez na execução, a não exigência de mão-de-obra com alto nível de especialização e a versatilidade de formas e tamanhos que o material pode assumir.

Devido à sua microestrutura particular, tal material está sujeito a sofrer alterações físicas e químicas quando submetido a situações extremas – como, por exemplo, elevadas temperaturas ou grandes deslocamentos. É importante ressaltar que as citadas situações podem ocorrer acidentalmente – como na “Fig. 1” – ou serem características próprias da estrutura na qual o concreto está sendo empregado, cabendo, nesse último caso, uma previsão adequada na fase projeto para que danos indesejáveis apareçam posteriormente.



Figura 1. Incêndio em loja no centro de Juiz de Fora (Foto de Pablo Cordeiro, publicada no jornal Tribuna de Minas em 25 de outubro de 2011).

2. O CONCRETO

O concreto é o material obtido a partir do endurecimento de uma mistura composta por cimento Portland, agregado miúdo, agregado graúdo e água, como mostra a “Fig. 2”.



Figura 2. Materiais componentes do concreto.

Apesar de ser um material largamente difundido e de obtenção relativamente simples a previsão do comportamento dos concretos é bastante complicada – o que é justificado por sua heterogeneidade, já que o mesmo é poroso e multifásico quando analisado microscopicamente.

Além disso, para o concreto, tem-se que o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson são iguais para o material submetido aos esforços de tração e compressão. No entanto, o comportamento do material nessas duas situações é bastante distinto, principalmente no que tange à resistência e ao diagrama tensão-deformação.

Para a simulação do dano em concretos, considerou-se neste trabalho um material com módulo de elasticidade (E) $3 \cdot 10^4$ MPa e coeficiente de Poisson (ν) 0,2.

3. A MECÂNICA DO DANO

A teoria do dano descreve a evolução do processo de degradação de um material partindo de uma configuração inicial íntegra até um estado no qual podem ser observadas micro e microfissuras (Álvares, 1993).

No caso específico do concreto podemos encontrar modelos de dano isotrópicos e anisotrópicos. Em relação aos modelos mais simples – os isotrópicos – a variável dano é geralmente descrita por variáveis escalares relacionadas à tração e à compressão. No entanto, tais modelos apresentam certas limitações visto que o concreto pode ser considerado isotrópico apenas quando se comporta elasticamente.

A variável dano (D) varia de 0 a 1 e pode ser definida a partir da área disponível em um determinado elemento do material, como na “Fig. 3”.

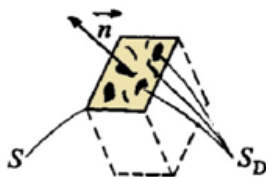


Figura 3. Elemento danificado (Amaral, 2014).

Sendo (S) a área da seção íntegra de um elemento de volume do material e (S_E) a área efetiva que resiste aos esforços, temos que a área danificada (S_D) é definida como:

$$S_D = S - S_E. \quad (1)$$

Por definição, tem-se que:

$$D = \frac{S_D}{S}. \quad (2)$$

As “Eq. (1)” e “Eq. (2)” definidas acima nos permitem concluir que quanto maior o dano ao qual o material está

submetido maior a sua área danificada e, conseqüentemente, menor a sua área efetiva.

A partir da lei de Hooke e da definição das áreas específica e danificada segue que:

$$\sigma = (1 - D)E \cdot \epsilon. \quad (3)$$

Observando a “Eq. (3)” concluímos que o aumento contínuo da variável dano acarreta uma redução também contínua do módulo de elasticidade do material até um momento em que o mesmo se rompe.

4. O MODELO DE DANO DE MAZARS

Como já mencionado, neste trabalho será adotado o modelo de dano proposto por (Mazars, 1984). Este modelo foi escolhido uma vez que o mesmo foi elaborado com o objetivo de representar algumas características experimentais observadas em ensaios uniaxiais de corpos de prova de concreto e, além disso, os parâmetros do modelo (A_t , B_t , A_c , B_c e ϵ_{d0}) são determinados facilmente através das curvas tensão-deformação do concreto – à tração e à compressão.

Para que esse modelo seja válido algumas hipóteses precisam ser consideradas:

- as deformações plásticas serão desprezadas, considerando-se assim apenas o regime elástico. Neste modelo, tais deformações serão substituídas por uma perda de rigidez do material através da redução do seu módulo de elasticidade pela variável dano.
- admite-se que o dano é isotrópico. No entanto, considera-se o diferente comportamento do concreto quando submetido à tração e à compressão.
- o dano é representado por uma variável escalar e começa a ocorrer quando um determinado valor limite da deformação equivalente ($\tilde{\epsilon}$) é atingido.

Como dito acima, o modelo de dano de Mazars considera que uma estrutura começa a ser danificada quando a deformação equivalente ($\tilde{\epsilon}$) – definida na equação “Eq. (4)” – sofrida pela mesma atinge um determinado valor limite (ϵ_{d0}) considerado um parâmetro do modelo. Em outras palavras, neste modelo a degradação ocorre pela microfissuração da estrutura, causada basicamente por tensões de tração.

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{(\epsilon_1)_+^2 + (\epsilon_2)_+^2 + (\epsilon_3)_+^2} \quad (4)$$

Sendo assim, temos que o início do dano ocorre quando:

$$\tilde{\epsilon} \geq \epsilon_{d0}. \quad (5)$$

De acordo com as hipóteses consideradas no modelo, consideram-se leis de dano distintas para tração e compressão, como mostram as “Eq. (6)” e “Eq. (7)”.

$$D_t = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_t)}{\tilde{\epsilon}} - \frac{A_t}{\exp[B_t(\tilde{\epsilon} - \epsilon_{d0})]} \quad (6)$$

$$D_c = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_c)}{\tilde{\epsilon}} - \frac{A_c}{\exp[B_c(\tilde{\epsilon} - \epsilon_{d0})]} \quad (7)$$

A variável dano (D) será então uma combinação linear de (D_t) e (D_c), como mostra a “Eq. (8)”.

$$D = \alpha_t^\beta D_t + \alpha_c^\beta D_c \quad \text{sendo} \quad \alpha_t^\beta + \alpha_c^\beta = 1 \quad (8)$$

O parâmetro β é utilizado para melhorar o comportamento ao cisalhamento do modelo e seu valor sugerido pela

literatura é 1,06, para o concreto. Os valores α_t e α_c são obtidos a partir de “Eq. (9)” e “Eq. (10)”,

$$\alpha_t = \frac{\sum \epsilon_{ti} \epsilon_i}{\bar{\epsilon}^2} \tag{9}$$

$$\alpha_c = 1 - \alpha_t \tag{10}$$

onde ϵ_{ti} é o vetor da direção principal.

Para a nossa análise, serão utilizados os seguintes parâmetros propostos por Mazars:

Tabela 1. Parâmetros do modelo de Mazars.

Parâmetro	Valor adotado
A_t	0,8
B_t	$2 \cdot 10^4$
A_c	1,4
B_c	$1,85 \cdot 10^3$
ϵ_{d0}	$1 \cdot 10^{-4}$

5. METODOLOGIA

As análises foram realizadas utilizando o programa comercial de elementos finitos ABAQUS 6.11, que permite ao usuário descrever ou modificar modelos constitutivos específicos de materiais. Para isso, implementou-se uma sub-rotina - chamada UMAT desenvolvida em FORTRAN - a fim de modelar estruturas de concreto sob condições extremas e avaliar o efeito do dano mecânico quando deslocamentos são aplicados.

Foi proposta uma geometria bidimensional vazada com 1m de lado e um furo central de raio 0,5m, com restrições de deslocamento na aresta lateral esquerda e inferior. Um deslocamento positivo de $1 \cdot 10^{-3}$ m foi aplicado na aresta superior como mostra a “Fig. 4”.

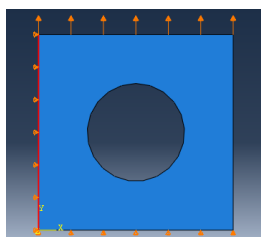


Figura 4. Geometria proposta.

Definida a geometria, utilizou-se uma malha com elementos triangulares, como mostra a “Fig. 5”.

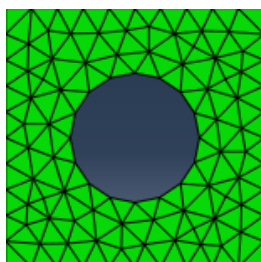


Figura 5. Malha proposta.

6. RESULTADOS E CONCLUSÕES

As análises realizadas neste estudo preliminar têm por objetivo verificar a eficácia da implementação da sub-rotina UMAT que incorpora o modelo de dano de Mazars. Para este fim a placa vazada mostrada na “Fig. 4” foi discretizada em elementos triangulares lineares, conforme se vê na “Fig. 5”. Os resultados analisados foram a distribuição de tensões, apresentada na “Fig. 6”, e a evolução do módulo de Elasticidade E em função do dano D , mostrada na “Fig. 7”.

Observa-se na “Fig. 6” que o aspecto do mapa da tensão principal na direção y é coerente com o comportamento do corpo em questão, identificando-se claramente a concentração de tensões ao redor do furo. A curva $D \times E$ capta a linearidade na evolução de E com os incrementos de dano, o que indica a eficácia da UMAT implementada, que foi capaz de reproduzir adequadamente o comportamento adotado para o material.

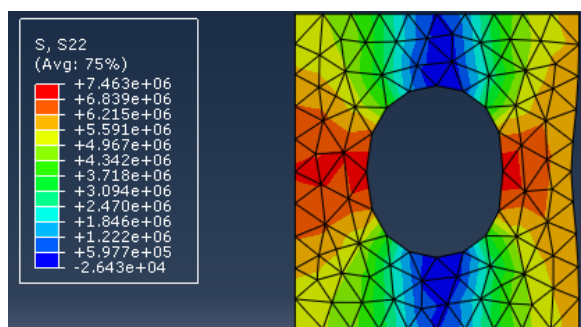


Figura 6. Tensão principal na direção y , em Pa.

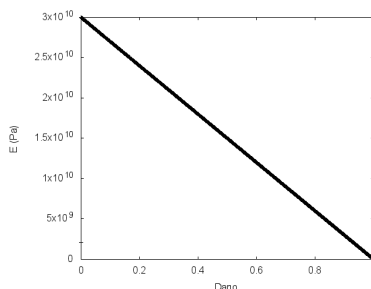


Figura 7. Dano e módulo de elasticidade.

A título de ilustração, a “Fig. 8” apresenta as curvas tensão-deformação do material avaliadas em todos os pontos de integração do modelo, considerando a existência do dano. Observa-se um aspecto não linear para a relação constitutiva do concreto, sendo esse comportamento também característico de modelos elastoplásticos.

Tais análises denotam a validade do modelo implementado, encorajando aplicações com maior grau de complexidade, tanto no que se refere à geometria, quanto às condições de carregamento e contorno.

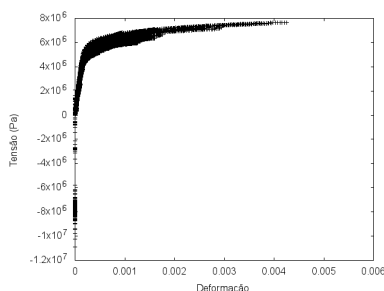


Figura 8. Curva tensão-deformação.

7. TRABALHOS FUTUROS

A partir desta aplicação de caráter preliminar, pretende-se estender o modelo implementado para que ele considere, além dos efeitos mecânicos, os efeitos térmicos, simulando a exposição de estruturas de concreto a situações de incêndio e a temperaturas elevadas de longa duração, que representam, por exemplo, elementos de usinas nucleares ou repositórios de rejeitos radioativos. Dessa forma, será possível comparar os resultados obtidos com informações disponíveis na literatura para fins de validação do modelo.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Juiz de Fora e à FAPEMIG, à CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

NOMENCLATURA

S	área da seção íntegra, m^2	ϵ_{d0}	deformação limite na tração
S_D	área da seção danificada, m^2	ϵ	deformação
S_E	área da seção efetiva, m^2	$\tilde{\epsilon}$	deformação equivalente
E	módulo de elasticidade, Pa	ϵ_i	tensor normal na direção i
D	variável dano	ϵ_{ti}	vetor normal na direção principal
D_t	variável dano relativa à tração	σ	tensão, Pa
D_c	variável dano relativa à compressão	ν	coeficiente de Poisson
A_t, B_t	parâmetros do modelo (tração)	α_t, α_c	coeficientes de tração e compressão para o dano final
A_c, B_c	parâmetros do modelo (compressão)		
Letras gregas		Sobrescritos	
		β	correção para o cisalhamento

REFERÊNCIAS

- Álvares, M., 1993. *Um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos*. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos - USP.
- Amaral, R.O., 2014. *Análise computacional termo-mecânica de estruturas de concreto sujeitas a temperaturas elevadas*. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Mazars, J., 1984. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non lineaire et a la rupture du beton de structure*. Tese (Doutorado), Université Pierre et Marie Curie, France.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL APLICADA À FRATURA FRÁGIL DE VASOS DE PRESSÃO CILÍNDRICOS

Heider de Castro e Andrade, heider.andrade@usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Edson Denner Leonel, edleone@sc.usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Resumo.

O presente estudo realiza a análise de confiabilidade estrutural de vasos de pressão cilíndricos com presença de uma fissura inclinada e isolada na parede interna. A probabilidade de falha por fratura da estrutura é avaliada para diferentes configurações do vaso e parâmetros da fissura. O problema é considerado como bidimensional, no qual a propagação da descontinuidade é avaliada apenas na superfície da parede interna. As análises de estabilidade à propagação são feitas segundo a Mecânica da Fratura Elástico Linear. O problema de confiabilidade estrutural é considerado independente do tempo e é resolvido a partir da simulação de Monte Carlo. É verificada a influência de três modelos de inspeção não destrutiva de fissuras do tipo Log Odds – log scale sobre a probabilidade de falha da estrutura. Para o exemplo simulado, é determinado um comprimento de fissura crítico, associado à maior probabilidade de falha por fratura do vaso em relação ao tipo de inspeção adotado. Ademais, a partir da variação dos parâmetros envolvidos na análise, é obtida uma equação analítica para estimativa da probabilidade de falha por fratura da estrutura por meio de regressões não-lineares. Esse tipo de equação possui grande apelo prático, pois fornece uma estimativa expedita da probabilidade de falha sem a necessidade do emprego de técnicas numéricas para solução do problema de confiabilidade.

Palavras-chave: Mecânica da Fratura Elástico Linear, fratura frágil, vasos de pressão, confiabilidade estrutural, simulação de Monte Carlo.

1. INTRODUÇÃO

Após iniciada a Revolução Industrial no século XVIII, houve um crescimento da utilização do ferro e do aço na composição das estruturas, em especial para suportar os esforços de tração. Entretanto, devido aos ineficientes processos de manufatura à época, os materiais apresentavam grande quantidade de descontinuidades físicas. Dessa forma, essa nova concepção estrutural foi acompanhada de rupturas frágeis, nas quais o material falhava bem abaixo de sua tensão resistente. Esses colapsos se deram pela propagação de fissuras, que se tornam instáveis quando solicitadas à tração. Os projetistas à época, por desconhecerem tal fenômeno de degradação material, adotaram elevados fatores de segurança visando evitar tais falhas consideradas aleatórias, onerando excessivamente as estruturas.

Um exemplo clássico de fratura frágil foi o caso dos navios Liberty, durante a Segunda Guerra Mundial. Dezenas de navios da frota chegaram a se partir ao meio pela propagação de fissuras. Outro exemplo ocorreu em Sizewell, Inglaterra, em 1965 durante os testes com um vaso de pressão de 149 mm de espessura, no qual 2 toneladas de fragmentos foram lançadas a até 46 m de distância. Um dos motivos para ocorrência dessas rupturas frágeis é que, em baixas temperaturas, o aço estrutural, com comportamento tipicamente dúctil, passa a apresentar comportamento microscópico frágil (Knott, 2015). Esses e outros acidentes impulsionaram o desenvolvimento de pesquisas no campo da Mecânica da Fratura.

Apesar do melhor entendimento dos fenômenos de fratura, no projeto de estruturas sujeitas a esse modo de falha existem incertezas associadas, por exemplo, em relação às dimensões da estrutura, às solicitações atuantes e à tenacidade do material. Em virtude dessa variabilidade, a definição da segurança não é uma tarefa trivial. Dessa forma, a confiabilidade estrutural surge como alternativa para determinação do nível de confiança da estrutura e, a partir daí, a segurança da mesma pode ser avaliada. Para tanto, as estatísticas das variáveis de projeto envolvidas devem ser construídas a partir de amostras coletadas. Assim, os valores das variáveis não são mais determinísticos como nos projetos usuais, mas seguem distribuições estatísticas que representam as incertezas associadas.

Neste trabalho será feita a análise de confiabilidade de vasos de pressão cilíndricos com a presença, na parede interna, de uma fissura inclinada que será considerada isolada, ou seja, livre da influência de outras descontinuidades. O problema será considerado como plano, no qual a propagação da descontinuidade (fissura) será avaliada apenas na superfície da parede interna. As análises de propagação serão realizadas considerando a Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL), assumindo que o aço componente da estrutura esteja submetido a baixas temperaturas. Será avaliada a variação da probabilidade de falha relação à razão entre a pressão interna atuante e a pressão crítica de propagação. Além disso, será estudada a influência de três tipos de modelos de inspeção não destrutiva sobre a probabilidade de falha da estrutura, o que representa a principal contribuição deste estudo.

2. VASOS DE PRESSÃO CILÍNDRICOS

A Fig. 1a mostra a seção transversal de um vaso de pressão cilíndrico. Nela estão indicados o raio interno (r_i), raio externo (r_e), raio médio (R) e espessura (t) da estrutura.

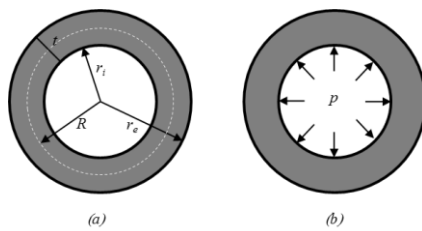


Figura 1 - Seção transversal de um vaso de pressão cilíndrico: (a) dimensões características e (b) pressão interna atuante.

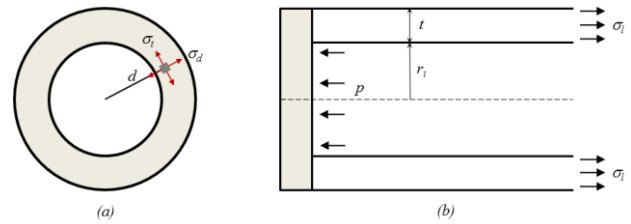


Figura 2 - Esforços na parede do vaso de pressão. (a) Esforços na seção transversal e (b) esforços na direção longitudinal do vaso.

Os esforços existentes nesses elementos são decorrentes das pressões internas ou externas aplicadas. Os vasos de pressão devem apresentar espessura de parede suficiente para suportar tais esforços. Para determinação da espessura necessária para os vasos submetidos a uma pressão interna (Fig. 1b) nas análises deste trabalho, serão utilizadas as prescrições da Norma ASME Section VIII Division I (2010). Segundo essa Norma, para um vaso de pressão cilíndrico sujeito a uma pressão interna (p) a espessura adotada deve satisfazer a Eq. (1).

$$t \geq \frac{pr_i}{\sigma_y E_f - 0,6p} \quad (1)$$

sendo σ_y a tensão admissível do material e E_f o coeficiente de eficiência de solda, que depende do tipo de solda utilizada e do grau de inspeção das mesmas. Os valores de E_f são mostrados pela tabela UW-12 da Norma utilizada. A Eq. (1) só é válida caso p seja inferior a $0,385\sigma_y E_f$ e t calculado seja menor que $0,4R$.

Para a determinação dos esforços atuantes na parede do vaso de pressão e, conseqüentemente, para a obtenção das sollicitações sobre fissura, será utilizada a formulação obtida a partir da Teoria da Elasticidade. Para um ponto distante d do centro da seção transversal, a tensão radial (σ_d) e a tensão tangencial (σ_t), esquematizadas na Fig. 2a, podem ser obtidas pela Eq. (2) e Eq. (3), respectivamente (Timoshenko e Goodier, 1951).

$$\sigma_d = \frac{p r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_e^2}{d^2} \right) \quad (2)$$

$$\sigma_t = \frac{p r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_e^2}{d^2} \right) \quad (3)$$

Neste trabalho serão avaliados os efeitos de fissuras presentes nos pontos nos quais a tensão σ_t é crítica. Observando a Eq. (3), nota-se que tais pontos correspondem ao valor de d mínimo, ou seja, $d = r_i$. Dessa forma, a máxima tensão σ_t será dada pela Eq. (4).

$$\sigma_t^{max} = p \frac{r_e^2 + r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} = p \left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} \right) \quad (4)$$

Para obtenção da tensão atuante na direção longitudinal (σ_l), considerada uniforme na seção transversal, será utilizado o equilíbrio de forças ao longo da direção axial da porção mostrada na Fig. 2b. Dessa forma σ_l fica expressa pela Eq. (5).

$$\sigma_l = \frac{p}{2} \left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} - 1 \right) \quad (5)$$

3. PROBLEMA DE FISSURA INCLINADA

3.1 Mecânica da Fratura Elástico Linear

Irwin (1957) analisou o campo de tensões elástico linear na vizinhança da ponta de uma fissura. Para um problema bidimensional, as componentes de tensão circunferencial e de cisalhamento deduzidas pelo autor são dadas, respectivamente, pela Eq. (6) e pela Eq. (7). Na Fig. 3a estão esquematizadas essas componentes de tensão.

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right] \quad (6)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \sin(\theta) + K_{II} (3\cos(\theta) - 1) \right] \quad (7)$$

K_I e K_{II} presentes na Eq. (6) e na Eq. (7) representam os fatores de intensidade de tensão dos modos de sollicitação de abertura e deslizamento, respectivamente (Fig. 3b). Para problemas bidimensionais, como o que será tratado neste trabalho, toda sollicitação na região da fissura pode ser decomposta em uma combinação desses modos básicos.

Como pode ser observado pelas expressões das tensões, na ponta da fissura o campo de tensões calculado por Irwin (1957) torna-se singular. Todavia, o comportamento do campo de tensões na vizinhança da ponta é completamente descrito pelos valores dos fatores de intensidade de tensão K_I e K_{II} . Portanto, os fatores de intensidade de tensão podem ser utilizados para verificar a estabilidade em relação à propagação de fissuras.

A partir dos valores de K_I e K_{II} pode ser determinado um fator de intensidade de tensão equivalente (K_{eq}) por meio de um critério que busque a obtenção da carga crítica de fratura. Nesse trabalho será utilizado o critério da máxima tensão circunferencial, que será detalhado no Item 3.2. O fator equivalente assim obtido pode ser comparado com a resistência ao fraturamento ou tenacidade do material (K_C) para verificar a estabilidade à propagação da fissura.

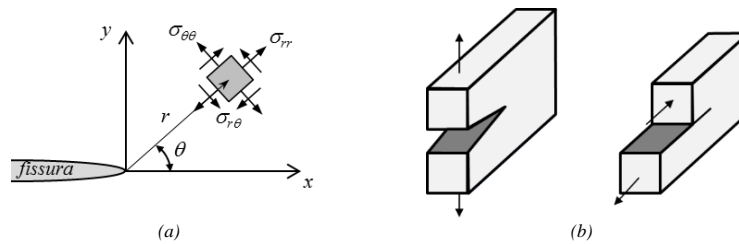


Figura 3 – (a) Componentes de tensão na região próxima à ponta da fissura. (b) Modos básicos de sollicitação de um problema de fratura bidimensional. À esquerda: modo de abertura; à direita: modo de deslizamento.

3.2 Critério da máxima tensão circunferencial

O critério de máxima tensão circunferencial foi proposto por Erdogan e Sih (1963). Ele define que a fissura irá crescer na direção perpendicular à direção de máximo $\sigma_{\theta\theta}$. Portanto, essa tensão será uma tensão principal e componente $\sigma_{r\theta}$ associada será nula. Assim, igualando a Eq. (7) a zero e desenvolvendo, chega-se à Eq. (8).

$$\theta_p = 2 \operatorname{atan} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \right\} \quad (8)$$

sendo θ_p o ângulo que fornece a direção de propagação da fissura e seu valor se encontra no intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$.

O valor de K_{eq} é obtido reescrevendo a expressão de $\sigma_{\theta\theta}$ na Eq. (6) como mostrado na Eq. (9).

$$\sigma_{\theta\theta} \sqrt{2\pi r} = \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[K_I \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{3}{2} K_{II} \operatorname{sen}(\theta) \right] \quad (9)$$

O primeiro termo da Eq. (9) apresenta unidade equivalente à do fator de intensidade de tensão. Portanto, esse termo é definido como K_{eq} . Assim, a Eq. (9) pode ser reescrita conforme a Eq. (10).

$$K_{eq} = \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[K_I \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{3}{2} K_{II} \operatorname{sen}(\theta) \right] \quad (10)$$

Substituindo o valor de θ_p obtido via Eq. (8) na Eq. (10), pode-se determinar o valor crítico de K_{eq} . Tal valor é comparado à K_C para verificar a estabilidade à propagação da fissura.

3.3 Solução para problema de fissura inclinada

Neste trabalho será realizada a análise de confiabilidade de um vaso de pressão cilíndrico com a presença, na sua parede interna, de uma fissura de comprimento $2a$ inclinada de um ângulo β em relação à horizontal (Fig. 4a). O problema será considerado como plano (Fig. 4b), sendo o plano de análise tomado como a parede interna da estrutura. O comprimento da fissura será suposto muito inferior às dimensões da estrutura e distante de outras descontinuidades. Assim, será assumido que a fissura se encontra imersa num meio infinito.

Os valores de K_I e K_{II} para o problema podem ser obtidos em Anderson (2005) e são mostrados pela Eq. (11).

$$K_I = \sigma_i \sqrt{\pi a} \left(\cos^2 \beta + \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \operatorname{sen}^2 \beta \right) \quad K_{II} = \sigma_i \sqrt{\pi a} (\cos \beta \operatorname{sen} \beta) \left(1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right) \quad (11)$$

Substituindo a Eq. (4) e a Eq. (5) na Eq. (11), obtém-se as expressões de K_I e K_{II} em função da pressão interna, da geometria do vaso e das características da fissura, conforme expresso pela Eq. (12) e pela Eq. (13).

$$K_I = p \sqrt{\pi a} \left[\left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} \right) \cos^2 \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} - 1 \right) \operatorname{sen}^2 \beta \right] \quad (12)$$

$$K_{II} = p \sqrt{\pi a} (\cos \beta \operatorname{sen} \beta) \left[\left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{t} + \frac{t}{4R} - 1 \right) \right] \quad (13)$$

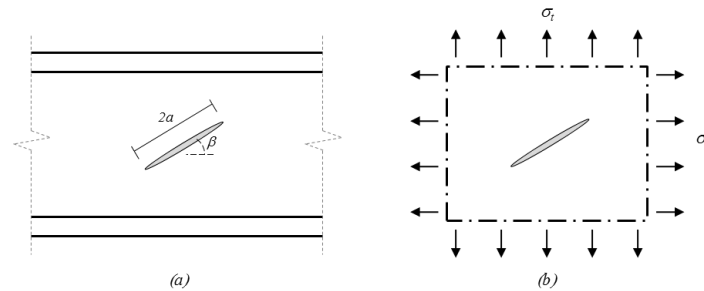


Figura 4 - Esquema do problema de fissura inclinada analisado: (a) fissura inclinada presente na parede interna de um vaso de pressão cilíndrico; (b) esforços atuantes sobre a fissura.

4. INSPEÇÃO DAS FISSURAS

Visando minimizar a ocorrência de falhas por fratura, são executadas inspeções periódicas não destrutivas nos elementos estruturais para avaliar as fissuras presentes no material. Entretanto, tais inspeções estão sujeitas a incertezas, que dependem da técnica e dos equipamentos utilizados. Dessa forma, existem modelos que descrevem a probabilidade de detecção (*POD – Probability Of Detection*) dos métodos não destrutivos em função do comprimento da fissura. Alguns desses modelos podem ser encontrados em Berens e Hovey (1981). Nesse trabalho será utilizado o modelo Log Odds - log scale, no qual a $POD(u)$ em função do comprimento da fissura $u = 2a$ (em milímetros) é definida pela Eq. (14).

$$POD_I(u) = \frac{\alpha u^\delta}{1 + \alpha u^\delta} = P[D | u I] \quad (14)$$

sendo α e δ parâmetros que dependem da qualidade da inspeção e I indica o tipo de inspeção utilizado. A probabilidade de detecção também pode ser interpretada como a probabilidade condicional de ocorrência do evento detecção (evento D) associado a um comprimento de fissura u e a um tipo de inspeção I ($P[D | u I]$)

Os parâmetros α e δ empregados serão os mesmos utilizados por Kulkarni e Achenbach (2007) para três tipos distintos de inspeção: ‘A’, ‘B’ e ‘C’. A inspeção ‘A’ apresenta a melhor qualidade da técnica não destrutiva utilizada e ‘C’ a pior. Os parâmetros relacionados aos tipos de inspeção são mostrados na Eq. (15).

$$A: \alpha = 0,3 \text{ e } \delta = 3 \quad B: \alpha = 0,085 \text{ e } \delta = 3 \quad C: \alpha = 0,035 \text{ e } \delta = 3 \quad (15)$$

Seja F o evento que representa a falha do sistema pela propagação de uma fissura. Pelo Teorema da Probabilidade Total, mostrado em Ayyub e McCuen (2011), a probabilidade de falha para certo tipo de inspeção é dada pela Eq. (16).

$$P[F | I] = P[F | \bar{D}]P[\bar{D} | I] + P[F | D]P[D | I] \quad (16)$$

Considerando nula a probabilidade de falha pelo efeito de uma descontinuidade detectada, a Eq. (16) se reduz a:

$$P[F | I] = P[F | \bar{D}]P[\bar{D} | I] \quad (17)$$

A probabilidade de falha dada a não detecção da fissura, $P[F | \bar{D}]$, pode ser determinada a partir da solução do problema de confiabilidade estrutural, conforme será mostrado no Item 5. Já a probabilidade de não detecção de determinada descontinuidade material para dado tipo de inspeção, $P[\bar{D} | I]$, pode ser obtida pela probabilidade do evento complementar conforme a Eq. (18).

$$P[\bar{D} | I] = 1 - P[D | I] \quad (18)$$

Já a probabilidade de detecção para dada técnica de inspeção, $P[D | I]$, é obtida a partir do Teorema da Probabilidade Total, como mostrado na Eq. (19).

$$P[D | I] = \sum_{j=1}^m P[D | u_j I] P[u_j] \quad (19)$$

com $P[D | u_j I]$ igual à POD_I de uma fissura de tamanho u_j , Eq. (14), para determinada técnica de inspeção I e $P[u_j]$ igual à probabilidade da fissura ter o tamanho u_j . Já m representa a quantidade de comprimentos que a fissura pode assumir. Considerando que a distribuição do tamanho da fissura é representada por uma função de densidade de probabilidade $f_U(u)$, m pode assumir infinitos valores positivos. A probabilidade $P[u_j]$ pode então ser aproximada por $f_U(u)\Delta u$. A partir dessas considerações e fazendo Δu tender a zero, a Eq. (19) pode ser reescrita conforme a Eq. (20).

$$P[D | I] = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \sum_{j=1}^m P[D | u_j I] f_U(u_j) \Delta u = \int_0^\infty POD_I(u) f_U(u) du \quad (20)$$

Substituindo a Eq. (20) na Eq. (18) e a Eq. (18) na Eq. (17) chega-se à probabilidade de falha associada a determinado tipo de inspeção, conforme indicado pela Eq. (21).

$$P[F | I] = P[F | \bar{D}] \left(1 - \int_0^\infty POD(u) f_U(u) du \right) \quad (21)$$

5. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

O modo de falha analisado neste trabalho será a ocorrência de propagação de uma fissura na parede interna de um vaso de pressão. A equação de estado limite é escrita em função das variáveis de projeto, sendo essas variáveis a pressão interna atuante (p), o raio médio (R) e a espessura (t) do vaso, o semi-comprimento (a) e a inclinação da fissura em relação à direção longitudinal (β) e a tenacidade do material (K_c). Tal equação é mostrada na Eq. (22).

$$g(p, R, t, a, \beta, K_c) = K_c - K_{eq}(p, R, t, a, \beta) \quad (22)$$

Caso o valor de g seja tomado como nulo, obtém-se um conjunto de pontos amostrais das variáveis do problema nos quais o fator K_{eq} (função de p, R, t, a e β) se iguala ao valor de K_c . Dessa forma, define-se a fronteira entre os domínios de falha e de sobrevivência da estrutura. Um ponto amostral no qual K_c resulta superior a K_{eq} ($g > 0$) está situado no domínio de sobrevivência. Caso contrário ($g < 0$), tal ponto se encontra no domínio de falha, situação indesejável para a estrutura.

A probabilidade de falha (P_f) da estrutura está associada à propensão dos pontos amostrais (X) pertencerem ao domínio de falha, ou ainda, mede a tendência da equação de estado limite assumir valores negativos, como mostrado pela Eq. (23).

$$P_f = P[\{X \in D_f\}] = P[\{g < 0\}] \quad (23)$$

Para resolver o problema de confiabilidade e determinar essa probabilidade de falha, pode-se utilizar métodos como o FORM, SORM ou simulação de Monte Carlo. Como a equação de estado limite avaliada neste trabalho apresenta um alto grau de não linearidade em relação às variáveis aleatórias envolvidas, a simulação de Monte Carlo será empregada.

A técnica de simulação de Monte Carlo envolve a amostragem aleatória para simular computacionalmente um grande número de experimentos e observar os resultados (Melchers, 1999). Esse método pode ser empregado para solução de sistemas com qualquer grau de complexidade. Todavia, possui como fator limitante a capacidade computacional.

A partir da geração de n amostras das variáveis aleatórias, a equação de estado limite é avaliada e o número de pontos pertencentes ao domínio de falha (n_f) é determinado. A probabilidade de falha pode ser então aproximada pela Eq. (24) (Melchers, 1999).

$$P_f \approx \frac{n_f}{n} \quad (24)$$

As amostras para cada uma das variáveis aleatórias do problema devem ser geradas de acordo com a distribuição de probabilidade das respectivas variáveis. O número necessário de amostras utilizadas deve ser tal que seja observado uma convergência da probabilidade de falha. Ademais, o coeficiente de variação (CV) do resultado deve ser adequado. Tal coeficiente, para pequenas probabilidades de falha, pode ser aproximado pela Eq. (25) (Ayyub e McCuen, 2011).

$$CV \approx \frac{1}{\sqrt{n P_f}} \quad (25)$$

Dessa forma, para se obter, por exemplo, um coeficiente de variação menor ou igual a 0,1 (10%) para avaliação de uma probabilidade de falha da ordem de 10^{-7} , devem ser utilizadas cerca de 10^{p+2} simulações. No presente trabalho, foi utilizado esse nível de coeficiente de variação.

6. EXEMPLOS

A seguir serão mostrados dois exemplos em que será avaliada a confiabilidade de vasos de pressão com uma fissura inclinada na parede interna. O primeiro exemplo trata da influência do tipo de inspeção na probabilidade de falha da estrutura. Já no segundo exemplo, busca-se um equacionamento para a avaliação expedita da probabilidade de falha, sendo esta análise de grande relevância do ponto de vista prático.

6.1 Efeito da inspeção sobre a probabilidade de falha

Este exemplo busca avaliar a influência do comprimento médio da fissura sobre a probabilidade de falha da estrutura levando em conta a realização de inspeções dos tipos 'A', 'B' e 'C'. Os dados das variáveis aleatórias envolvidas são mostrados na Tab. 1 e a realização de cada uma delas foi considerada independente das demais. O valor médio da espessura foi determinado via Eq. (1). Para tanto, o raio médio foi utilizado no lugar do raio interno na expressão, o que é a favor da segurança, pois $R > r_i$. O valor de E_f adotado foi igual a 0,85, que corresponde a um vaso de pressão fabricado com solda de topo, sendo estas inspecionadas por radiografia por amostragem. Já a tensão admissível utilizada foi igual a 200 MPa.

Tabela 1 - Dados das V.A. do exemplo 6.1

V.A. (unid):	p (MPa)	R (m)	t (m)	a (m)	β (rad)	K_c (MPa.m ^{0,5})
Distribuição:	Log-Normal	Normal	Normal	Normal	Uniforme	Normal
Parâmetros:	$\mu = 5,0; CV=0,1$	$\mu = 5,0; CV=0,05$	$\mu = 0,15; CV=0,05$	$\mu = Var; CV=0,2$	$a = 0,0; b = \pi/2$	$\mu = 40,0; CV=0,15$

Por condições de simetria do problema, o intervalo adotado para a variável β foi de 0 a 90 graus (ou 0 a $\pi/2$ rad). Pelo fato dessa variável apresentar distribuição uniforme, todas as inclinações de fissura são equiprováveis.

Já a média de a foi variada de 0,001 m a 0,020 m, em passos de 0,0005 m. Para cada um desses valores, a probabilidade de falha foi determinada dados os tipos de inspeção ‘A’, ‘B’ e ‘C’, conforme a Eq. (21). A probabilidade $P[F | \bar{D}]$ foi determinada via simulação de Monte Carlo. Já a função de densidade de probabilidade do comprimento de fissura u foi obtida a partir da distribuição da variável a . Como a apresenta distribuição normal com média μ_a e desvio padrão $\sigma_a = \mu_a CV_a$, então $u = 2a$ também apresenta distribuição normal, com média $2\mu_a$ e desvio padrão $2\sigma_a$. Dessa forma, a função $f_U(u)$ é dada pela Eq. (26).

$$f_U(u) = \frac{1}{2\sigma_a\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-2\mu_a}{2\sigma_a}\right)^2\right] \quad (26)$$

A integral da Eq. (21) pôde ser então resolvida numericamente e a probabilidade de falha associada a cada um dos modos de inspeção para dado valor de comprimento médio de fissura foi determinada. A Fig. 5 mostra a variação da probabilidade de falha em função do comprimento médio da fissura para os tipos de inspeção ‘A’, ‘B’ e ‘C’. Os valores de P_f são indicados tanto em escala natural quanto em escala logarítmica.

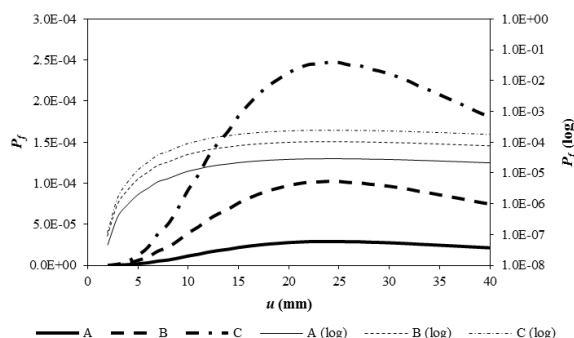


Figura 5 - Variação da probabilidade de falha com o comprimento da fissura para os três tipos de inspeção avaliados.

A partir da Fig. 5 observa-se que para fissuras com comprimento médio pequeno, da ordem de 2 a 4 mm, a probabilidade de falha da estrutura é pequena, da ordem de 10^{-7} para a inspeção do tipo ‘A’ e da ordem de 10^{-6} para a inspeção do tipo ‘C’. Esses baixos valores estão associados às igualmente baixas probabilidades de propagação de fissuras com essa ordem de grandeza.

À medida que a média das fissuras cresce há um aumento da probabilidade de falha da estrutura. Apesar de maiores comprimentos conduzirem a uma maior *POD*, que tende a reduzir a probabilidade de falha da estrutura, o efeito do aumento na probabilidade de falha devido ao maior comprimento da fissura é mais significativo. Todavia, para tamanhos de fissuras superiores a aproximadamente 24 mm, para todos os três tipos de inspeção, há uma redução da probabilidade de falha da estrutura com o aumento do comprimento médio da fissura. Nesse caso, a detecção das fissuras é quase certa e o efeito da redução das chances de falha pela inspeção é mais pronunciado que o efeito do aumento na probabilidade de propagação das fissuras com o aumento do comprimento das mesmas. Dessa forma, para o exemplo analisado, o comprimento médio de fissura de 24 mm é o mais crítico, pois conduz à maior probabilidade de falha para todos os tipos de inspeção considerados.

6.2 Efeito da variação da pressão sobre a probabilidade de falha

Neste segundo exemplo foi determinada uma expressão analítica para a probabilidade de falha em função da pressão média atuante no vaso e de um fator adimensional ζ , que será definido na sequência. Para tanto, foram avaliados sete valores distintos de pressão, variando de 5 até 20 MPa, em intervalos de 2,5 MPa. As espessuras médias foram determinadas por meio da Eq. (1), adotando o raio médio no lugar do raio interno, o que é a favor da segurança, pois $R > r_i$ e um cálculo iterativo é evitado. Como não há influência significativa do valor do raio médio utilizado no comportamento da probabilidade de falha, uma vez que ele pode ser escrito a partir dos valores médios de p e t a partir da Eq. (1), foi adotado para todas as análises um raio médio igual a 5 m. Além disso, o valor de E_f foi igual a 0,85 (solda de topo por inspeção por amostragem). Já o valor de σ_y utilizado foi igual a 200 MPa. Neste exemplo não foi considerado o efeito da inspeção.

Para a fissura foram utilizados valores médios de a iguais a 0,001, 0,0025, 0,005, 0,0075, 0,01, 0,0125 e 0,015 m. O valor médio do ângulo β foi variado de 0 a 90 graus, em passos de 15 graus. A Tab. 2 indica os dados para o exemplo 2.

Tabela 2 - Dados das V.A. do exemplo 6.2

V.A. (unid):	p (MPa)	R (m)	t (m)	a (m)	β (rad)	K_c (MPa.m ^{0,5})
Distribuição:	Log-Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Parâmetros:	$\mu = Var; CV=0,1$	$\mu = 5,0; CV=0,05$	$\mu = Var; CV=0,05$	$\mu = Var; CV=0,1$	$\mu = Var; CV=0,1$	$\mu = 40,0; CV=0,15$

Para comparar as diferentes geometrias de vasos e as diferentes pressões utilizadas, foi definido o fator ζ como:

$$\zeta = \frac{P}{p_c} \tag{27}$$

sendo p o valor médio da pressão interna atuante e p_c o valor da pressão crítica. Essa última pressão é tal que, utilizando os valores médios das demais variáveis aleatórias, o valor de K_{eq} seja igual ao valor médio de K_c . Observando a Eq. (8), a Eq. (12) e a Eq. (13), nota-se que o ângulo de propagação da fissura não depende da pressão interna. Dessa forma, o valor médio desse ângulo pode ser obtido a partir das médias das demais variáveis. Com o uso desses valores médios e de θ_p calculado, o valor de K_{eq} pode ser definido apenas em função de p por meio da Eq. (10), da Eq. (12) e da Eq. (13). O valor de p_c corresponde ao valor de p tal que K_{eq} seja igual ao valor médio de K_c .

A Fig. 6 mostra a variação de $-\log P_f$ com o fator ζ . Observa-se que para todas as pressões o comportamento de $-\log P_f$ com o fator ζ são semelhantes, com decaimento aproximadamente exponencial. Dessa forma, para cada um dos valores médios de p foi feita uma regressão não-linear para ajuste de uma equação exponencial aos dados. As equações apresentam a forma geral mostrada na Eq. (28).

$$-\log P_f = k \exp[w\zeta] \tag{28}$$

com k e w iguais a coeficientes obtidos via regressão. Os valores desses coeficientes para cada uma das pressões médias são mostrados na Tab. 3, bem como os coeficientes de determinação (R^2) dos ajustes não-lineares.

A partir dos dados da Tab. 3, foi criado um gráfico com valores dos coeficientes k e w em função dos valores médios de p (Fig. 7). Em seguida, foram realizadas regressões de modo obter relações entre k e p e entre w e p . No primeiro caso, a função logarítmica foi a que mais se adequou, com R^2 igual a 0,9993. No segundo, uma relação linear com R^2 igual a 0,9958 se ajustou melhor aos dados. As expressões de ambos coeficientes em função de p são mostradas pela Eq. (29).

$$k = -4,017 \ln p + 21,392 \qquad w = 0,0136p - 3,7969 \tag{29}$$

Tabela 3 - Valores obtidos via regressão dos dados do exemplo 6.2

p (MPa)	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
k	14,998	13,249	12,065	11,256	10,503	9,884	9,419
w	-3,732	-3,691	-3,656	-3,634	-3,593	-3,553	-3,527
R^2	0,9956	0,9961	0,9958	0,9952	0,9941	0,9935	0,9927

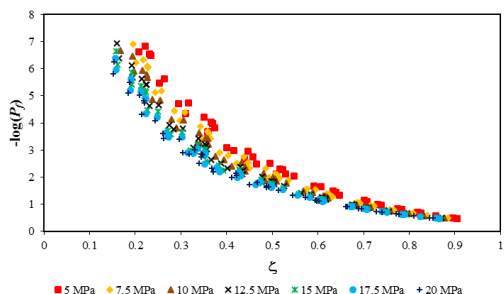


Figura 6 - Variação do logaritmo da probabilidade de falha com o fator ζ para diferentes pressões médias.

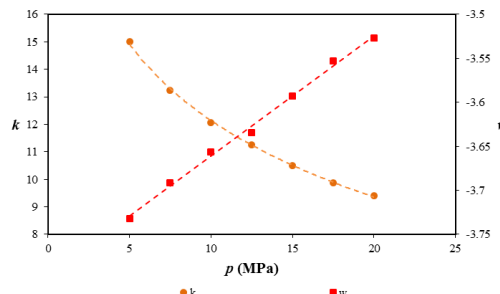


Figura 7 - Variação dos coeficientes k e w com a pressão média aplicada.

A partir daí uma expressão geral para a probabilidade de falha foi determinada. Substituindo as expressões de k e w em função de p , mostradas pela Eq. (29), na Eq. (28), chega-se à expressão analítica mostrada pela Eq. (30) para obtenção da probabilidade de falha em função da pressão média atuante e do fator ζ definido pela Eq. (27).

$$P_f = 10^{(4,017 \ln p - 21,392) \exp((0,0136p - 3,7969)\zeta)} \tag{30}$$

Por meio da Eq. (30), a probabilidade de falha devido à propagação de uma fissura na parede interna de um vaso de pressão pode ser aproximada sem a necessidade da utilização de alguma técnica para solução do problema de confiabilidade.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposto um método para determinação da probabilidade de falha de um vaso de pressão com uma fissura inclinada na parede interna utilizando um modelo de inspeção não destrutivo. Para o exemplo analisado, foi observado que em todos os três tipos de modelos há um comprimento de fissura crítico, no qual a probabilidade de falha da estrutura é máxima. Já no segundo exemplo, foi avaliada a influência da pressão interna e dos parâmetros da fissura sobre a probabilidade de falha da estrutura. Foi proposta uma relação analítica para a aproximação da probabilidade de falha em função da pressão média atuante e da relação adimensional ζ entre a pressão média e a pressão crítica.

Apesar deste trabalho se restringir à aplicação da MFEL a um problema relativamente simplificado de fratura inclinada isolada, os fundamentos aqui propostos podem ser estendidos para outros problemas, nos quais modelos

numéricos podem ser utilizados para avaliar a estabilidade da propagação de fissuras em estruturas multi-fissuradas com geometria e esforços complexos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

<i>MFEL</i>	Mecânica da Fratura Elástico Linear
<i>POD</i>	probabilidade de detecção
<i>r</i>	raio
<i>R</i>	raio médio
<i>t</i>	espessura
<i>p</i>	pressão interna
<i>E_f</i>	coeficiente de eficiência de solda
<i>d</i>	distância
<i>K</i>	fator de intensidade de tensão
<i>θ</i>	ângulo
<i>a</i>	semi comprimento da fissura
<i>u</i>	comprimento da fissura
<i>β</i>	inclinação da fissura em relação à horizontal
<i>D</i>	evento detecção
<i>F</i>	evento falha
<i>I</i>	evento tipo de inspeção escolhido
A,B,C	tipos de inspeção
$P[\cdot \cdot]$	probabilidade condicional
<i>g</i>	equação de estado limite
<i>P_f</i>	probabilidade de falha
<i>X</i>	realização do vetor de variáveis aleatórias
<i>D_f</i>	domínio de falha
<i>n</i>	número de amostras das variáveis aleatórias
<i>CV</i>	coeficiente de variação da variável aleatória
<i>V.A.</i>	variável aleatória
<i>Var</i>	valor variável

k,w coeficientes da regressão não-linear

Letras gregas

σ	tensão
α, δ	parâmetros relacionados ao tipo de inspeção
μ	média da variável aleatória
ζ	relação adimensional entre a pressão média e a pressão crítica

Subscritos

<i>y</i>	escoamento
<i>i</i>	interno
<i>e</i>	externo
<i>r</i>	radial
<i>t</i>	tangencial
<i>l</i>	longitudinal
<i>I,II</i>	modos de solitação
<i>eq</i>	equivalente
<i>c</i>	crítico
<i>p</i>	propagação
<i>f</i>	pertencente ao domínio de falha
<i>I</i>	tipo de inspeção

Sobrescritos

máx	máximo
-----	--------

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T.L. Fracture Mechanics. 3 ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (ASME). ASME Section VIII, Division I – Rules for Construction of Pressure Vessels. New York, 2010.
- AYYUB, B.M.; McCUEN, R.H. Probability, Statistics and Reliability for Engineers and Scientists. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- BERENS, A.; & HOVEY, P. Evaluation of NDE reliability characterization. Report nº. AFWAL-TR-81-4160, vol. 1. University of Dayton Research Institute, 1981.
- ERDOGAN, F.; SIH, G.C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. Journal of Basic Engineering, v.85, p.519-527, 1963.
- IRWIN, G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, v.24, p.361-364, Sep. 1957.
- KNOTT, J. Brittle fracture in structural steels: perspectives at different size-scales. Philosophical Transactions A, v.373, 18 p., 2015.
- KULKARNI, S.S.; ACHENBACH, J.D. Optimization of inspection schedule for a surface-breaking crack subject to fatigue loading. Probabilistic Engineering Mechanics, v.22, p.301-312, 2007.
- MELCHERS, R.E. Structural Reliability Analysis and Prediction. 2ªed. Chichester: Wiley, 1999.
- TIMOSHENKO, S.; GOODIER; J.N. Theory of Elasticity. New York: McGraw-Hill, 1951.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Heider de Castro e Andrade e Edson Denner Leonel são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE DE PERFIS FORMADOS A FRIO SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA

Thallus Simon Monteiro, thallus.saimon@gmail.com

André Luis Riqueira Brandão, andreriqueira@unifei.edu.br

Washington Batista Vieira, vieira@unifei.edu.br

Carlos Augusto de Souza Oliveira, carlosoliveira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI - Campus Avançado de Itabira. Rua Irmã Ivone Drummond, 200 - Distrito Industrial II - Itabira - MG

Resumo. Neste trabalho é apresentada uma metodologia para o dimensionamento de barras em perfis formados a frio submetidos à flexão composta, onde a parcela resistente de compressão excêntrica é obtida levando-se em conta os modos de flambagem global, local ou distorcional, através do Método da Resistência Direta (MRD). Com auxílio de um programa numérico que se baseia no Método das Faixas Finitas, é realizada uma análise de estabilidade elástica na qual se considera o estado real de carregamento. A análise geral de estabilidade elástica de uma barra, permite identificar os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos. As análises são realizadas para perfis com seção U enrijecido cujas resistências últimas experimentais já são conhecidas. Através da relação entre a resistência experimental e a resistência nominal, apresentou-se um estudo estatístico do erro do modelo. Os resultados mostraram que emprego do estado real de carregamento, pode ser considerada uma metodologia viável para análise de perfis formados a frio sob compressão excêntrica.

Palavras-chave: flexão composta, perfis formados a frio, método das faixas finitas, método da resistência direta.

1. INTRODUÇÃO

Os perfis formados a frio (PFF), podem ser obtidos a partir do dobramento a frio de chapas de aço. Esses perfis característicos pelas paredes finas e seções abertas são amplamente utilizados, tendo em vista o seu custo benefício do PFF, a facilidade de manuseio e a durabilidade. As estruturas obtidas com PFF são bem mais leves se comparadas com estruturas convencionais de concreto armado ou de aço laminado, além de ter uma resistência alta, sendo ideal o uso em centros urbanos.

Dois são os processos encontrados para o processamento do PFF, sendo ele contínuo ou descontínuo. Basicamente o primeiro é fabricado a partir do deslocamento longitudinal de uma chapa de aço sobre roletes de perfilação, já o segundo caso é feito por uma prensa dobradeira, que obriga a chapa a se dobrar, fornecendo o perfil as geometrias desejadas. Perfis de aço formados por chapa dobrada a frio possuem variadas seções transversais, tendo as paredes finas e a relação largura espessura muito alta, submetendo eles aos fenômenos de instabilidades estrutural como flambagem global, local e distorcional, sendo o último mais característico em perfis enrijecidos (Chodraui, 2006).

Este trabalho tem como objetivo calcular a resistência das barras submetidas a flexão composta, principalmente a flexo-compressão de seções U, tendo como base o método da resistência direta (MRD). Rotinas computacionais com aplicação do *software* Mathcad[®] foram especialmente desenvolvidas para obtenção da capacidade resistente das barras, tanto à flexão como compressão. Com auxílio do programa computacional CUFSM (Li e Schafer, 2010), foi realizada análise de estabilidade elástica, que permite identificar os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos.

2. METODO DA RESISTENCIA DIRETA

O Método da Resistência Direta (MRD) tem se mostrado eficaz nos cálculos dessas barras a compressão e flexão. Através deste método, os modos de flambagem local e distorcional podem ser previstos utilizando-se as tensões de flambagem local elástica e as propriedades geométricas da seção transversal bruta da barra (Javaroni, 2015). Este procedimento está previsto como anexo da NBR 14762 (2010), sendo uma alternativa ao tradicional método da largura efetiva, que considera as propriedades geométricas efetivas da seção transversal.

2.1 CUFSM

O programa CUFSM desenvolvido por Schafer (2002, 2015) utiliza o método das faixas finitas (MFF) para análise de perfis de aço formados a frio. Tal *software* é disponibilizado gratuitamente no site da Universidade Cornell, e possui como atribuições o fornecimento de tensão de flambagem elástica para barras em perfis formados a frio, biapoiadas, sujeitas a qualquer distribuição de tensões em suas extremidades. A Figura 1 ilustra a entrada de dados no programa, para o perfil LC1-LU-1 ensaiado por Loh e Pekoz (1985).

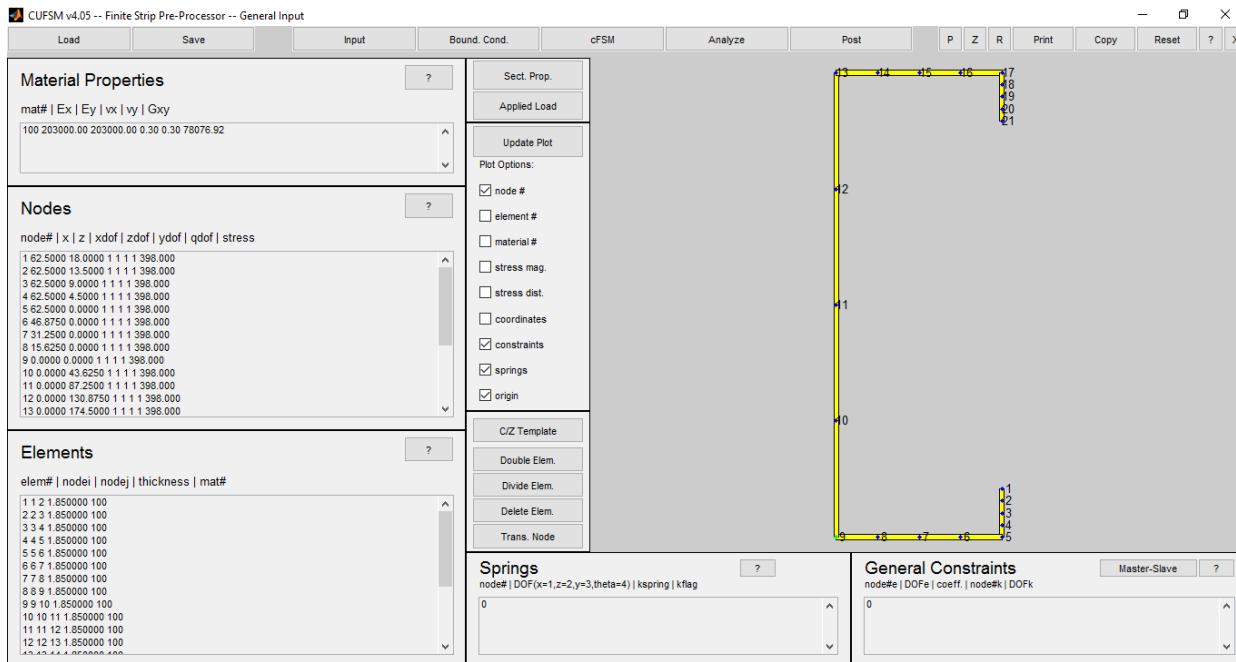


Figura 1– CUFSM . Fonte: Próprio Autor

A Figura 2 apresenta o pós-processamento da análise do perfil LC1-LU-1. Observa-se que o primeiro ramo do gráfico corresponde à flambagem local de chapa e o segundo ramo corresponde ao modo distorcional. Já o terceiro ramo corresponde à flambagem global. O fator de carga (*load factor*) correspondente aos valores mínimos, quando multiplicados pela tensão de escoamento do material, fornece as tensões de flambagem elástica dos modos local e distorcional.

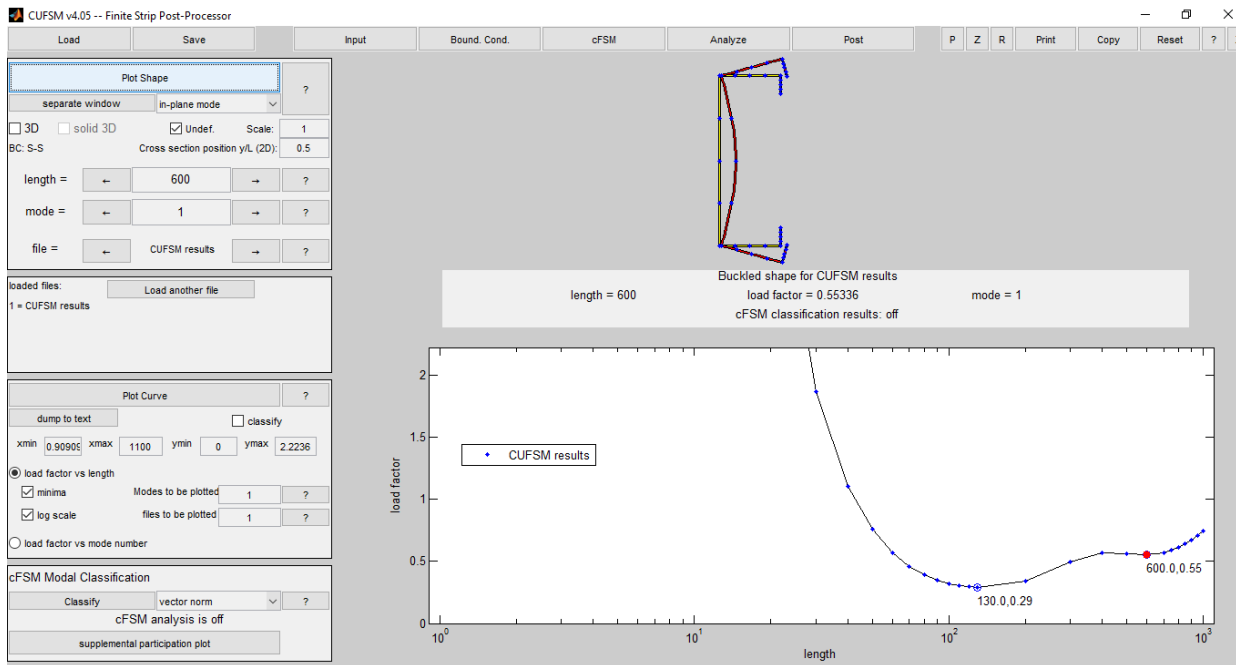


Figura 2 – Modo Distorcional. Fonte: Próprio Autor

2.2 Compressão

Há décadas o MLE tem sido empregado na obtenção de resistência de barras em perfis formados à frio. Trata-se de um método cuja formulação considera os efeitos de flambagem local em seções de chapas finas. Derivado da solução original para o comportamento pós-crítico de placas perfeitas proposto por von Karman, a equação de Winter, Eq. (1), é encontrada na maioria das normas direcionadas ao cálculo estrutural de perfis formados à frio (Batista, 2009).

$$b_{ef} = \frac{b \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right)}{\lambda_p} \leq b \quad (1)$$

$$\lambda_p = \left(\frac{f_y}{\sigma_{crl}} \right)^{0,5} \quad (2)$$

onde b_{ef} é a largura efetiva de elementos de placa, b é a largura real do elemento, λ_p é o índice de esbelteza reduzido do elemento, f_y a tensão de escoamento do aço, σ_{crl} é a tensão crítica de flambagem elástica do elemento.

A tensão crítica de flambagem elástica de cada elemento da seção transversal, que considera individualmente uma placa com suas condições de contorno aproximadas e substituindo o elemento de placa atual, é representado pela fórmula clássica teórica:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (3)$$

onde E e ν são o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do material, respectivamente, t é a espessura do elemento de placa e k é o coeficiente de flambagem local do elemento, que quantifica as condições de contorno e de carregamento das chapas. Em conformidade com a teoria de flambagem de placas, com relação aos elementos da seção transversal, b refere-se à largura plana do elemento.

Conforme a norma ABNT NBR 14762 (2010), pelo Método da Largura Efetiva (MLE), a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras, oriundas do cálculo das larguras efetivas dos elementos totalmente ou parcialmente comprimidos. Já pelo Método da Seção Efetiva (MSE), a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras. O Método da Resistência Direta (MRD), baseia-se nas propriedades geométricas da seção bruta e em análise geral de estabilidade elástica que permita identificar, para o caso em análise, todos os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos.

As Eqs. (4), (5) e (6) resumem a formulação do MRD para barras submetidas à compressão centrada, de acordo com a nomenclatura adotada pela NBR 14762 (2010). O valor característico da força axial de compressão resistente será o mínimo entre o valor característico associado à flambagem global e o valor característico associado à flambagem local: $N_{c,Rk} = \min (N_{c,Re}, N_{c,Rl}, N_{c,Rdist})$. Logo, tem-se:

- Flambagem global da barra por flexão, torção ou flexo-torção:

$$N_{c,Re} = \left(0,658^{\lambda_0^2} \right) A f_y \quad \text{para } \lambda_0 \leq 1,5 \quad (4)$$

$$N_{c,Re} = \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) A f_y \quad \text{para } \lambda_0 > 1,5$$

Onde,

$$\lambda_0 = \left(\frac{A f_y}{N_e} \right)^{0,5}$$

- Flambagem Local

$$N_{c,Rl} = N_{c,Re} \quad \text{para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (5)$$

$$N_{c,Rl} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}} \right) \frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0,8}} \quad \text{para } \lambda_l > 0,776$$

Onde,

$$\lambda_l = \left(\frac{N_{c,Re}}{N_l} \right)^{0,5}$$

- Flambagem Distorcional

$$N_{c,Rdist} = Af_y \text{ para } \lambda_{dist} \leq 0,561 \quad (6)$$

$$N_{c,Rdist} = \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_l^{1,2}}\right) \frac{Af_y}{\lambda_l^{1,2}} \text{ para } \lambda_{dist} > 0,561$$

Onde,

$$\lambda_{dist} = \left(\frac{Af_y}{N_{dist}}\right)^{0,5}$$

2.3 Flexão

A obtenção da resistência característica elástica ou inelástica de vigas, M_{Re} , pela NBR 14762 (2010), considerando somente a flambagem lateral com torção (FLT) no MRD, segue o mesmo procedimento utilizado pelo AISI (2010), exceto que a resistência deixa de ser expressa em termos de tensão crítica, passando no MRD a ser expressa em termos de momento fletor. A conversão de tensão para momento é feita simplesmente pela multiplicação da tensão pelo módulo resistente da seção transversal completa em relação à fibra mais comprimida, resultando nas fórmulas de M_{Re} necessários ao MRD. Não é relevante se abordar o procedimento adotado pelo AISI (2010) para determinar a redução de resistência devido à interação entre a flambagem local e lateral com torção, tendo em vista que o MRD não utiliza nenhuma parte desse processo. Mas, no MRD este cálculo é separado em duas partes: a que considera somente a flambagem lateral com torção, M_{Re} , e a que considera a interação entre a flambagem local e lateral com torção; porém, considerando a seção bruta da viga.

O MRD utiliza curvas de resistências específicas para o cálculo da resistência considerando a interação entre os modos de flambagem local e lateral com torção, M_{Rl} , e distorcional, M_{Rd} , de vigas, devidamente calibradas e ajustadas para estes modos de flambagem. A resistência da viga também apresentada como uma função da esbeltez, que neste caso se refere à esbeltez nos modos local ou distorcional de flambagem, λ_l e λ_{dist} , respectivamente.

O momento fletor resistente característico, M_{Rk} , é a menor resistência verificada considerando apenas a flambagem lateral com torção, M_{Re} , ou aquela devido à interação entre flambagem local com a flambagem lateral com torção, M_{Rl} , ou, ainda, aquela verificada considerando somente o modo de flambagem distorcional, M_{Rdist} . Ou seja, $M_{Rk} = \min(M_{Rk}; M_{Rl}; M_{Rdist})$ (Venanci, 2005). As Eqs. (7), (8) e (9) resumem o MRD para barras submetidas à flexão simples.

- Flambagem lateral com torção

$$M_{Re} = Wf_y \text{ para } \lambda_0 \leq 0,6 \quad (7)$$

$$M_{Re} = 1,11(1 - 0,278\lambda_0^2)Wf_y \text{ para } 0,6 < \lambda_0 < 1,336$$

$$M_{Re} = \frac{Wf_y}{\lambda_0^2} \text{ para } \lambda_0 \geq 1,336, \text{ Sendo } \lambda_0 = \sqrt{\frac{Wf_y}{M_e}}$$

- Flambagem local

$$M_{Rl} = M_{Re} \text{ para } \lambda_0 \leq 0,776 \quad (8)$$

$$M_{Rl} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}}\right) \frac{M_{Re}}{\lambda_l^{0,8}} \text{ para } \lambda_l > 0,776, \text{ Sendo } \lambda_l = \sqrt{\frac{M_{Re}}{M_l}}$$

- Flambagem distorcional

$$M_{Rdist} = Wf_y \text{ para } \lambda_{dist} \leq 0,673 \quad (9)$$

$$M_{Rdist} = \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_{dist}}\right) \frac{Wf_y}{\lambda_{dist}} \text{ para } \lambda_{dist} > 0,673, \text{ Sendo } \lambda_{dist} = \sqrt{\frac{Wf_y}{M_{dist}}}$$

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A norma brasileira NBR 14762 (2010), impõe como condição de segurança de barras sujeitas à flexão composta o atendimento da Eq. (10).

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1,0 \quad (10)$$

Onde:

N_{Sd} é a força axial solicitante de cálculo;

$M_{x,Sd}$; $M_{y,Sd}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo, na seção considerada, em relação aos eixos x e y , respectivamente, e oriundos de análise estrutural.

N_{Rd} é a força axial resistente de cálculo;

$M_{x,Rd}$; $M_{y,Rd}$ são os momentos fletores resistentes de cálculo, em relação aos eixos x e y , respectivamente.

Considerando a necessidade de se obter uma carga axial de compressão aplicada de forma excêntrica, que pudesse ser comparada aos resultados experimentais de Loh e Pekoz (1985), foram realizadas alterações na Eq. (10) como se apresenta a Eq (11).

$$\frac{N_{c,S}}{N_{c,R}} + \frac{M_{x,S}}{M_{x,R}} + \frac{M_{y,S}}{M_{y,R}} = 1,0 \quad (11)$$

Onde:

$N_{c,S}$ é a força axial de compressão aplicada de forma excêntrica (capacidade resistente à flexo-compressão);

$M_{x,S}$; $M_{y,S}$ são os momentos fletores de primeira ordem atuantes ao longo das barras provenientes da aplicação excêntrica da força axial $N_{c,S}$.

$N_{c,R}$ é a força axial resistente característica ou seja, com aplicação de coeficientes de ponderação da resistência unitários ($\gamma=1,0$);

$M_{x,R}$; $M_{y,R}$ são os momentos fletores resistentes característicos, em relação aos eixos x e y , respectivamente.

No presente trabalho, a força axial de compressão $N_{c,S}$ será investigada para dois casos, baseados na dissertação de Venanci (2005), que serão detalhados a seguir:

Caso I - Este caso foi definido com as parcelas resistentes calculadas conforme o anexo C da NBR 14762 (2010), ou seja, através do método da resistência direta (MRD) aplicado à compressão centrada e à flexão simples em relação ao eixo x . Obtém-se o valor de $N_{c,S}$ que satisfaça a Eq. (11).

Caso II - Nesta situação, $N_{c,R}$ será a própria força axial resistente de compressão excêntrica, obtida a partir da aplicação do MRD formulado para barras submetidas à compressão. Na entrada de dados do programa CUFSM o estado real de carregamento da seção transversal é informado. Os momentos fletores resistentes característicos são substituídos pelos momentos de início da plastificação da seção transversal. Finalmente, obtém-se o valor de $N_{c,S}$, que satisfaça a Eq. (11). Este caso não está previsto pela NBR 14762 (2010), sendo portanto uma adaptação da formulação do MRD que permita seu emprego no caso de flexo-compressão.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados experimentais de Loh e Pekoz (1985), mesma base de dados Venanci (2005), foram analisados no presente trabalho. A Tab. 1 apresenta para um conjunto desses dados, correspondentes a perfis U enrijecidos, cuja seção é esquematizada na Fig. 3.

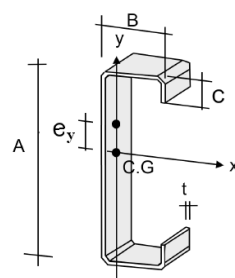


Figura 3 – Parâmetros da seção transversal para perfil de seção U enrijecido.

Tabela 1. Dimensões da seção transversal, excentricidade da carga, tensão de escoamento, força última experimental (Loh e Pekoz 1985)

Corpo de prova	A (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)	L (mm)	e _x (mm)	e _y (mm)	f _y (MPa)	N _{u-exp} (kN)
LC1-LU-1	174,5	62,5	18,0	1,85	1930	0,0	53,3	398	83,4
LC1-LU-2	174,5	62,5	18,0	1,85	1930	0,0	304,8	398	30,2
LC1-LU-3	174,5	62,5	18,0	1,85	1930	0,0	152,4	398	54,8
LC2-LU-1	230,8	79,7	17,4	1,27	2537	0,0	152,4	250	25,6
LC2-LU-2	230,4	79,5	18,2	1,27	2537	0,0	228,6	255	19,1
LC3-LU-1	202,1	99,1	15,8	1,47	2537	0,0	101,6	309	35,6
LC3-LU-2	203,2	99,5	15,7	1,47	2537	0,0	203,2	316	28,2
LC3-LU-3	201,4	99,7	16,0	1,47	2537	0,0	101,6	308	37,8
LC4-LU-1	225,6	85,8	26,0	1,55	2537	0,0	304,8	442	34,3
LC4-LU-2	225,6	85,8	26,0	1,55	2537	0,0	457,2	442	23,0
LC4-LU-3	225,4	85,9	26,1	1,47	2537	0,0	152,4	448	47,4
LC5-LU-1	200,2	86,3	26,1	1,55	2535	0,0	101,6	417	60,9
LC5-LU-2	200,2	86,3	26,1	1,55	2537	0,0	203,2	417	41,5
LC5-LU-3	200,3	86,2	26,2	1,57	2535	0,0	152,4	417	52,4
LC5-LU-4	200,3	86,2	26,2	1,57	2535	0,0	254,0	417	35,5
LC6-LU-1	237,5	87,3	31,0	2,29	2537	0,0	127,0	511	127,9
LC6-LU-2	237,5	87,3	31,0	2,29	2535	0,0	254,0	511	86,7

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos da capacidade resistente à flexo-compressão, bem como a comparação entre o resultado teórico e o resultado experimental ($N_{u-exp}/N_{c,s}$), definido como erro do modelo. Apesar de a formulação proposta por Venanci (2005) contemplar na equação de interação, parcelas que consideram o efeito de segunda ordem conforme estava previsto na versão de 2001 da NBR 14762, os resultados ficaram muito próximos dos obtidos no presente trabalho, com a equação atualizada a partir de 2010 (NBR 14762, 2010).

Para os dados analisados, os resultados mostrados na Tab. 2 indicam que os resultados dos casos I e II tiveram boa aproximação. O emprego do estado real de carregamento associado às adaptações na formulação do MRD, pode ser considerada uma metodologia alternativa para análise de perfis formados a frio sob compressão excêntrica (para excentricidades $e_x=0$ e $e_y \neq 0$).

Tabela 2. Resultados da capacidade resistente e erro do modelo

Corpo de prova	Caso I			Caso II		
	N _{c,s}	$\frac{N_{u-exp}}{N_{c,s}^1}$	$\frac{N_{u-exp}}{N_{c,s}^2}$	N _{c,s}	$\frac{N_{u-exp}}{N_{c,s}^1}$	$\frac{N_{u-exp}}{N_{c,s}^2}$
LC1-LU-1	65,2	1,29	1,28	66,0	1,27	1,26
LC1-LU-2	26,3	1,17	1,15	22,9	1,34	1,32
LC1-LU-3	41,1	1,35	1,33	39,0	1,42	1,40
LC2-LU-1	21,7	1,20	1,18	22,9	1,13	1,12
LC2-LU-2	17,8	1,09	1,07	18,3	1,06	1,04
LC3-LU-1	35,9	0,96	0,99	42,4	0,85	0,84
LC3-LU-2	25,7	1,12	1,10	28,7	1,00	0,98
LC3-LU-3	37,8	1,02	1,00	42,2	0,90	0,89
LC4-LU-1	30,6	1,14	1,12	29,3	1,18	1,17
LC4-LU-2	23,2	1,01	0,99	21,2	1,10	1,08
LC4-LU-3	41,6	1,16	1,14	43,0	1,11	1,10
LC5-LU-1	50,8	1,23	1,20	52,3	1,18	1,17
LC5-LU-2	35,8	1,19	1,16	35,6	1,18	1,17
LC5-LU-3	42,9	1,25	1,22	43,6	1,21	1,20
LC5-LU-4	31,9	1,13	1,11	31,0	1,16	1,15
LC6-LU-1	103,6	1,26	1,23	103,6	1,25	1,23
LC6-LU-2	72,8	1,21	1,19	68,4	1,29	1,27
Media (M)	65,2	1,16	1,15	66,0	1,15	1,14
Desvio Padrão	-	0,10	0,10	-	0,15	0,15

¹Venanci (2005)

²Presente trabalho

A Fig. 4 apresenta os histogramas do erro do modelo gerados pelo Minitab® 16. Verificou-se com o auxílio deste *software* que em ambos os casos, os erros do modelo podem ser descritos pela função de distribuição de probabilidade normal.

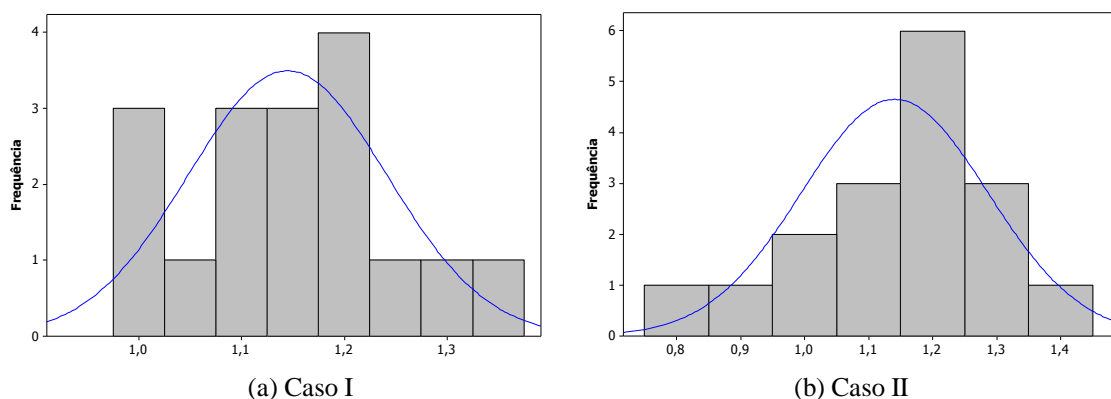


Figura 4 – Histogramas da comparação entre para os casos I e II

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo de perfis formados a frio sujeitos à flexão composta, para situações de colunas carregadas de forma excêntrica, cujas resistências experimentais eram conhecidas previamente. O Método da Resistência Direta foi aplicado na obtenção das capacidades resistentes das barras à flexão e à compressão, e em seguida foi utilizada a equação de interação, conforme previsto pela NBR 14762 (2010). Seguindo uma metodologia proposta por Venanci (2005), os mesmos perfis foram analisados considerando a distribuição real de tensões durante a análise da estabilidade elástica pelo programa CUFSM. Os resultados mostraram que emprego do estado real de carregamento associado às adaptações na formulação do MRD, pode ser considerada uma metodologia viável para análise de perfis formados a frio sob compressão excêntrica. Sugere-se a verificação deste procedimento para barras com diferentes situações de excentricidades e para barras compostas, isto é, aquelas constituídas por associação de perfis.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

NOMENCLATURA

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas	λ_0	Índice de Esbeltez Reduzido Associado à Flambagem Global
AISI	American Iron and Steel Institute		
CUFSM	Cornell University- Finite Strip Method		
FLT	Flambagem Lateral com Torção		
MFF	Método das faixas finitas		
MLE	Método da Largura Efetiva		
MRD	Método da resistência direta		
MSE	Método da Seção Efetiva		
PFF	Perfil formado a frio		
λ_l	Índice de Esbeltez Reduzido Associado à Flambagem Local		
λ_{dist}	Índice de Esbeltez Reduzido Associado à Flambagem Distorcional		

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14762 (2010). Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento.
- Batista, E.M., 2009. Local-global buckling interaction procedures for the design of cold-formed columns: effective width and direct method integrated approach. *Thin-Walled Structures*; 47(11):1218–31.
- Chodraui, G. M. B., 2006. *Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão*. São Carlos. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de Sao Carlos, Universidade de Sao Paulo.

- Javaroni, C.E. (2015). *ESTRUTURAS DE AÇO: DIMENSIONAMENTO DE PERFIS FORMADOS A FRIO*. 1ª Ed. Elsevier Editora Ltda.
- Li, Z., Schafer, B.W. (2010). "Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods." Proceedings of the 20th Int'l. Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures, St. Louis, MO. November, 2010.
- Loh, T.S. e Pekoz, T. (1985). *Combined Axial Load and Bending in Cold-Formed Steel Members*, Report N° 85-3, Department of Structural Engineering, Cornell University.
- Schafer, B.W. (2015). *CUFSM 4.05 Software. User Manual and Tutorials*, www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm.
- Schafer, B.W. (2002). Local, Distortional and Euler Buckling in Thin-Walled Columns. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v. 28, n.3, pp. 289-299.
- Venanci, V. (2005). Resistência de Vigas-Colunas Formadas por Perfis de Aço de Chapa Dobrada, com Base no Método da Resistência Direta. Dissertação de Mestrado - UFRJ, COPPE.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE DA VIDA REMANESCENTE POR FADIGA DE UMA VIGA DE ROLAMENTO

Gustavo Costa Ávila, gustavo-avila@hotmail.com

Ernani Palma Sales, ernani@ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais. Av. Presidente Antonio Carlos 6627, Pampulha, Belo Horizonte

Resumo. Neste trabalho é estudada a vida por fadiga de uma viga de rolamento do galpão de uma Aciaria com mais de 30 anos de operação. Pesquisas indicam as falhas mais recorrentes nestas estruturas ocorrem por fadiga em juntas soldadas, desta forma foi realizada uma abordagem inicial segundo a norma AASHTO para cálculo da vida remanescente da estrutura. A tensão alternada nas condições de carregamento mais severas foi obtida através de simulação numérica no software ANSYS e, com base no histórico e em previsões de produção, a vida de cada junta soldada foi determinada. O modelo foi calibrado a partir dos valores de tensão medidos na estrutura através de extensômetros. Nesta etapa, a carga da ponte rolante foi parametrizada no modelo computacional e variada até obter-se a simulação do comportamento real da estrutura. A análise apontou os pontos mais críticos orientando uma inspeção visual que identificou trincas que poderiam levar ao colapso da viga. O crescimento das trincas identificadas foi simulado através do software FRANC2D que utiliza o método da mecânica da fratura para determinação do fator de intensidade de tensão utilizado no cálculo da vida remanescente da junta soldada. Concluiu-se que o método S-N associado à análise por elementos finitos se mostrou uma técnica eficiente para determinação das juntas mais críticas da estrutura reduzindo significativamente o trabalho de inspeção. A aplicação do MFLE na trincas encontradas pode auxiliar na determinação de intervalos de inspeção e direcionamento do momento de intervenção para reparo da estrutura.

Palavras-chave: Fadiga, mecânica da fratura, juntas soldadas, viga de rolamento

1. INTRODUÇÃO

A indústria siderúrgica brasileira passou por um grande período de expansão nos anos 70 e 80 graças ao investimento governamental em grandes plantas integradas. A partir da década de 90, após uma crise internacional que levou a decadência da indústria nacional, iniciou-se um processo de privatização e reestruturação do parque siderúrgico brasileiro.

Diante da baixa produtividade das plantas controladas pelo poder público, a iniciativa privada concentrou investimentos nas plantas existentes em detrimento da construção de novas promovendo maior aproveitamento dos ativos e consequente aumento de produção e produtividade. A partir deste período, as principais usinas do país passaram por processos de modernização e expansão, em muitos casos, alicerçados na repotenciação e otimização de equipamentos instalados. Tais mudanças levaram a alterações significativas de ciclos operacionais e aumento de cargas de trabalho.

Neste contexto, equipamentos e estruturas metálicas ao longo de sucessivos anos de operação foram submetidos a carregamentos cíclicos cada vez maiores. Casos recorrentes de trincas que podem ocasionar o colapso de equipamentos e estruturas têm mostrado que o fenômeno tende a ser cada dia mais frequente nessa indústria. Tais situações alertam que as empresas devem investir em técnicas de avaliação e controle da vida remanescente de seus ativos para prevenção de falhas catastróficas garantindo a segurança operacional e ocupacional em suas fábricas.

As vigas de rolamento, que sustentam as pontes rolantes utilizadas no processo de fabricação do aço são estruturas extremamente sujeitas a falhas por fadiga. Devido a aumento de ciclos, repotenciação, implantação de novas pontes rolantes e a idade dos prédios existem riscos de prejuízos econômicos e acidentes ocupacionais decorrentes do colapso destas estruturas. Desta forma, é importante definir estratégias de manutenção que garantam a sua confiabilidade baseadas na vida remanescente de cada estrutura.

Importantes estudos de fadiga em vigas de rolamento são realizados em todo mundo principalmente em estruturas de prédios siderúrgicos. Inicialmente estudos como de Patrikeev (1982) e Kuwamura e Hanzawa (1987) se concentravam principalmente no fenômeno de formação de trincas nestas estruturas. Tais estudos levaram a importantes melhorias nos projetos reduzindo a ocorrência de falhas prematura por fadiga.

Estudos atuais se concentram na determinação de vida remanescente como apresentado por Caglayan et al. (2010) e Tong et al. (2007). Outra frente de estudo, são técnicas de reforço para repotenciação e aumento de vida de estruturas como descrito por Milman (1996) e Pelayo et al. (2015).

As análises da vida remanescente e repotenciação de uma estrutura existente muitas vezes se diferem das considerações usuais de projeto, onde todas as estruturas são tidas como sujeitas a situações de carregamento mais adversas. Dentro do ciclo de produção do aço, avaliando o padrão de movimentação das pontes rolantes, percebe-se que cada estrutura é solicitada de forma específica. Dentro do mesmo vão, existem estruturas sujeitas a esforços de içamento ou basculamento constante de carga, submetidas a altas temperaturas e outras que, em geral, são sujeitas apenas a esforços de translação ou estacionamento da ponte. Tais informações são determinantes para o direcionamento da

estratégia de manutenção das estruturas indicando criticidade, técnicas e intervalos de inspeção aplicáveis ou necessidade de reforços.

2. Descrição da estrutura e condições de carregamento

A estrutura analisada é uma viga de rolamento do vão de carregamento de gusa da aciaria. Ela sustenta uma ponte rolante com capacidade de 300t que foi repotencializada para 340t e sofre apenas esforços de translação. Apesar de não sofrer esforços de içamento, a posição em que se encontra no vão é uma das mais solicitadas, pois a estrutura sofre dois ciclos a cada movimentação do processo produtivo, um com panela cheia e outro com panela vazia.

A viga de rolamento, cujas dimensões principais são mostradas na fig. 1, tem 30 metros de comprimento e quase 4 metros de altura. É composta por um perfil principal fabricado em SAC 50 e reforços e treliça de contenção lateral fabricados em ASTM A36.

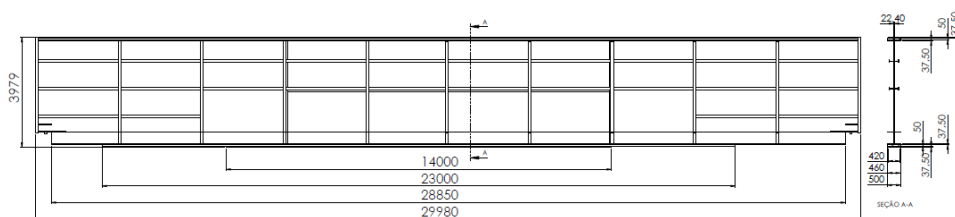
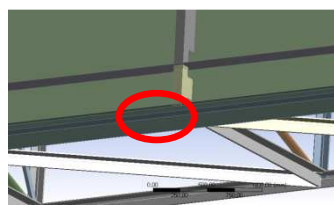


Figura 1 – Dimensões principais da viga de rolamento analisada

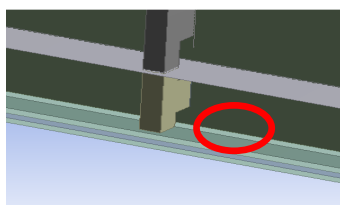
3. Aproximação inicial para determinação do dano acumulado

A aproximação inicial foi realizada conforme o método abordado na norma AASHTO (1996). Em função da dificuldade de determinação dos carregamentos reais da estrutura foram utilizados os valores máximos de carga por roda da ponte rolante.

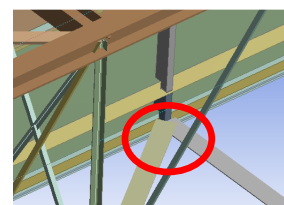
Uma avaliação técnica do projeto da estrutura baseada na literatura pesquisada mostrou os pontos mais críticos para nucleação de trincas por fadiga. Os pontos selecionados, mostrados na fig. 2, foram classificados conforme a classe da norma AASHTO (1996).



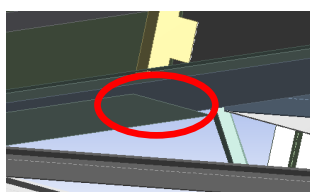
Ponto 1 - Solda entre as lamelas inferiores - B



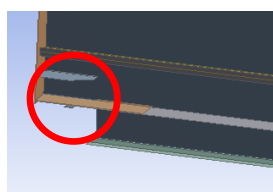
Ponto 2 - Solda entre a mesa e a alma - B



Ponto 3 - Solda entre a chapa de ligação e a treliça de contenção - E



Ponto 4 - Solda transversal entre lamelas E'



Ponto 5 - Solda na região da cabeceira B

Figura 2 – Classificação das juntas soldadas analisadas por fadiga

A análise de tensão foi realizada através do Software Ansys. A viga de rolamento foi modelada em elementos de casca e viga. O perfil principal foi considerado bi-apoiado com restrição ao deslocamento apenas no eixo Z permitindo o movimento de rotação da cabeceira. A treliça de contenção lateral foi considerada apoiada em suas quatro extremidades com restrição ao deslocamento nos eixos X, Y e Z. A fig. 3 mostra as condições de contorno e a resposta em tensão do esforço da ponte rolante na condição de carregamento para momento máximo. As simulações foram realizadas para condições de carregamento com 300, 340 e 100t.

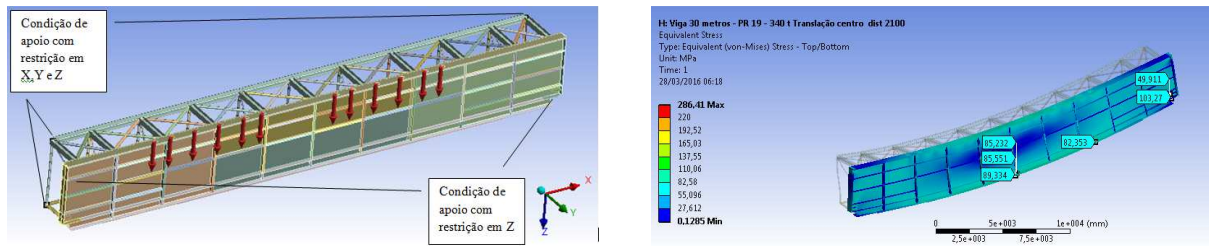


Figura 3 – Condição de contorno e valores de variação de tensão para carregamento máximo com carga de 340t

Os valores de variação de tensão calculados para cada ponto nas três condições de carregamento mais críticas são apresentados na tab. 1.

Tabela 1. Valores de variação de tensão calculados

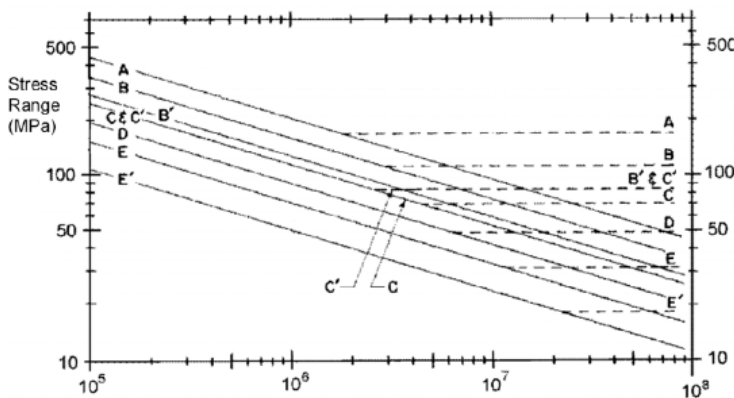
Condição de carregamento	Variação de tensão $\Delta\sigma$ (MPa)				
	1	2	3	4	5
Translação da ponte panela cheia 300t	84,3	81,6	80,6	78,2	96,0
Translação da ponte panela cheia 340t	89,3	85,6	85,2	82,5	103,3
Translação da ponte panela vazia 100t	56,5	54,2	54,5	54,2	68,5

Para determinação da vida pela norma AASHTO (1996) aplicam-se as curvas SN apresentadas na fig. 4. As sete curvas SN representam a variação de tensão em função do número de ciclos para as diferentes categorias de detalhes construtivos da estrutura. Os pontos considerados seguros a fadiga para cada classe, onde a estrutura teria vida teórica infinita, estão abaixo das linhas pontilhadas. As curvas são representadas matematicamente pela eq. 1.

$$N = M \times \Delta\sigma^{-m} \tag{1}$$

Onde N é o número de ciclos permitidos, a variação de tensão $\Delta\sigma$ é a diferença entre a tensão máxima e mínima ($\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$). A constante $m = 3$ para todas as categorias e a constante M varia de acordo com detalhe estrutural. A variação da constante é mostrada na tabela da fig. 4.

a)



b)

Detalhe construtivo	M(Mpa ³)
A'	82,0X10 ¹¹
B	39,3X10 ¹¹
B'	20X10 ¹¹
C	14,4X10 ¹¹
C'	14,4X10 ¹¹
D	7,21X10 ¹¹
E	3,61X10 ¹¹
E'	1,28X10 ¹¹

Figura 4 – a) Curvas SN b) Tabela da constante M conforme a norma AASHTO (1996)

Os valores de vida para cada condição de carregamento foram determinados a partir da variação de tensão. Para determinação do dano na estrutura foi aplicado o método de acúmulo de dano linear. Segundo Bannantine (1989) este método, conhecido como regra de Miner, se baseia na relação entre a quantidade de ciclos realizados (n) dividida pela quantidade de ciclos para falha (N_f) sob a mesma tensão atuante. O dano (D) é definido como a fração da vida da estrutura utilizada pela série de eventos. A falha ocorre quando o somatório da fração dos danos da série considerada é igual a 1. A regra de Miner é representada pela eq. 2.

$$\sum \frac{ni}{Ni} = D \tag{2}$$

A partir dos valores de variação de tensão apresentados na tabela 1 é possível estabelecer através da eq. 1, para as diferentes condições de carregamento, o valor de vida infinita de cada detalhe soldado em estudo. O dano acumulado foi calculado pela a eq. 2 considerando o histórico de carregamento da estrutura. A tab. 2 apresenta os valores de vida e dano acumulado calculados para a viga de rolamento.

Tabela 2. Valores de vida por fadiga e dano acumulado nos pontos analisados.

Condição de carregamento		Translação da ponte panela cheia 300t	Translação da ponte panela cheia 340t	Translação da ponte panela vazia 100t	Dano acumulado
Ponto / Número de ciclos (N)		1,80E+05	1,99E+05	3,79E+05	
1	N _F	6,56E+06	5,51E+06	1,57E+08	-
	Dano	0,03	0,04	0,002	0,072
2	N _F	7,23E+06	6,28E+06	1,77E+08	-
	Dano	0,02	0,03	0,002	0,062
3	N _F	6,91E+05	5,84E+05	1,81E+07	-
	Dano	0,26	0,34	0,02	0,62
4	N _F	2,68E+05	2,28E+05	6,26E+06	-
	Dano	0,67	0,87	0,07	1,61
5	N _F	4,44E+06	3,57E+06	1,14E+08	-
	Dano	0,04	0,06	0,003	0,101

4. Calibração do modelo e determinação da vida remanescente

Os valores de vida calculados na aproximação inicial foram baseados em tensões alternadas determinadas a partir da condição de carregamento máximo. Uma simples observação da movimentação da ponte rolante em campo evidencia que esta condição não é a realidade para a estrutura estudada. Na operação real observa-se que, no ponto estudado, a panela é carregada na região central do vão que leva a uma distribuição mais homogênea da carga entre as duas vigas de rolamento que a sustentam.

Para determinação das variações de tensão reais da estrutura e do comportamento sob carregamento da ponte rolante foi realizado um estudo de campo com extensômetros. Foram utilizados nove transdutores de tensão dispostos em três rosetas em construção planar a 45°. Os sensores foram conectados a um conversor analógico-digital e o sinal gerado registrado por um computador alimentado por uma bateria automotiva. A fig. 4 mostra a montagem do sistema na viga de rolamento.

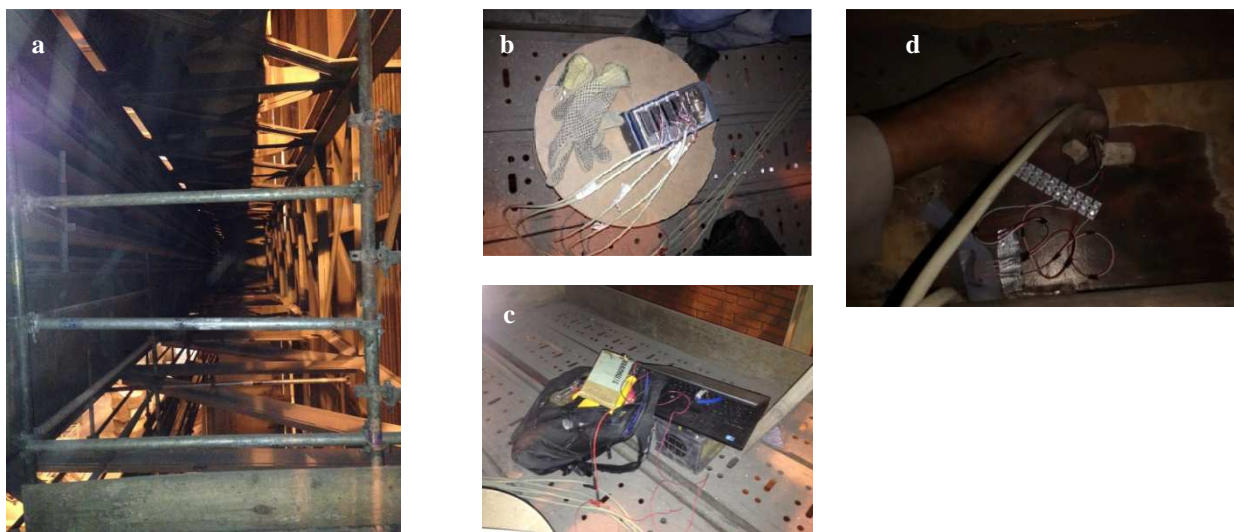


Figura 4 – (a) Estrutura montada para acesso a viga de rolamento. (b) Conversor analógico – digital. (c) Sistema de aquisição de dados. (d) Montagem dos sensores.

Para avaliação do comportamento real da estrutura as rosetas foram posicionadas nas regiões onde ocorrem os esforços de momento e cortante máximos. Duas rosetas foram posicionadas na região central e uma na cabeceira. A fig. 5 mostra no detalhe os pontos selecionados. A estrutura foi monitorada durante a operação normal da Aciaria por 24

horas. Desta forma foi possível obter um padrão de carregamento que pode ser utilizado para análise do dano acumulado.



Figura 5 – Pontos da viga de rolamento monitorados por extensimetria

A fig. 6 apresenta o gráfico da deformação medida durante o teste com extensômetros. Os picos destacados representam condições de carregamento reais. O pico mais alto representa o carregamento com panela cheia e menor o retorno com panela vazia. Os demais picos apresentados no gráfico são simulações de outros movimentos com as pontes rolantes que não são realizados na viga de rolamento em estudo.

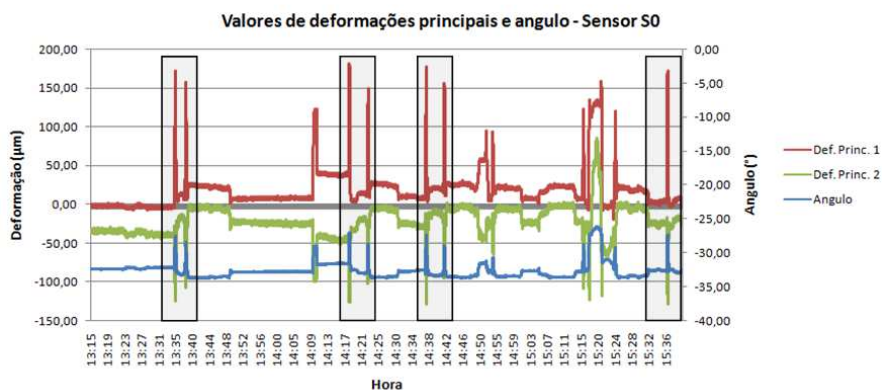


Figura 6 – Valores de deformação e **angulo** medidos no sensor S0 posicionado na região central da viga de rolamento

Os valores obtidos nos testes de extensimetria foram comparados com os valores obtidos através da aproximação inicial. As tensões reais sobre a viga de rolamento são de 20 a 30% menores do que o estimado. Para calibração do modelo, a carga por roda da ponte rolante foi variada até obterem-se valores de erro menores que 2% para o sensor S0 e menores que 7% para o sensor S3. Os valores medidos pelo sensor S2 não apresentaram resultados coerentes por este ter sido posicionado muito próximo a uma trinca. A tab. 4 mostra os valores de tensão e erros calculados para as condições avaliadas.

Tabela 4. Valores de variação de tensão medidos e calculados na aproximação inicial e no modelo calibrado

Ponto	Translação da ponte panela cheia (300t)			Translação da ponte panela vazia (100t)						
	$\Delta\sigma$ med. (Mpa)	$\Delta\sigma$ aprox. (Mpa)	Erro med. (%)	$\Delta\sigma$ cal. (Mpa)	Erro cal. (%)	$\Delta\sigma$ med. (Mpa)	$\Delta\sigma$ aprox. (Mpa)	Erro med. (%)	$\Delta\sigma$ cal. (Mpa)	Erro cal. (%)
S0	57,6	84,3	31,6	56,8	1,41	45,2	56,5	19,5	42,5	6,35
S1	15,5	80,6	80	55,2	71,9	11,6	54,5	78,7	41	71,7
S2	44,2	32,5	26	32,5	1,51	26	32,9	21	26	4

A partir dos novos valores de variação de tensão calculados para o modelo calibrado o dano acumulado em cada ponto da estrutura foi recalculado conforme apresentado na tab. 5. O tempo de vida em anos de cada ponto foi calculado e, a partir de previsões de carregamento, foi determinada a vida remanescente das juntas estudadas.

Tabela 5. Valores de vida por fadiga e dano acumulado do modelo calibrado nos pontos analisados.

Condição de carregamento		Translação da ponte panela cheia 300t	Translação da ponte panela cheia 340t	Translação da ponte panela vazia 100t	Dano acumulado	Ciclos para falha (N_f)	Vida remanescente (anos)
Ponto / Número de ciclos (N)		1,80E+05	1,99E+05	3,79E+05			
1	N_F	2,14E+07	1,86E+07	5,12E+07	0,03	1,3E+07	Infinita
	Dano	0,01	0,01	0,01			
2	N_F	2,59E+07	2,01E+07	5,54E+07	0,02	1,46E+07	Infinita
	Dano	0,01	0,01	0,01			
3	N_F	2,15E+06	1,95E+06	5,24E+06	0,26	1,16E+0,6	64
	Dano	0,08	0,10	0,07			
4	N_F	4,40E+05	4,39E+05	1,23E+06	1,17		
	Dano	0,409808	0,452767	0,30957		0	0
5	N_F	1,27E+07	1,00E+07	2,88E+07	0,05		
	Dano	0,01418	0,019847	0,0131806		7,21E+0,6	Infinita

5. Inspeção visual e através de END

A inspeção visual foi orientada a partir dos resultados obtidos na aproximação inicial. Pela análise, o ponto 3 pode apresentar trincas em estágios iniciais e o ponto 4 já deveria apresentar ruptura da junta soldada. Em função do baixo dano acumulado não é esperado encontrar trincas nos outros pontos analisados.

Conforme mostrado na fig. 7 foi confirmada a ruptura total da segunda chapa que compõe o perfil da mesa da estrutura na região da solda com a terceira lamela. A trinca identificada teve início na junta soldada transversal entre a segunda e a terceira chapa e após se romper a chapa a trinca se propagou na direção da solda longitudinal entre as lamelas não afetando a primeira chapa.

Também foram identificadas visualmente trincas nas juntas soldadas entre a contenção lateral e a chapa de ligação da estrutura. Segundo Kuwamura e Hanzawa (1987), trincas no flange inferior, são consideradas mais graves, porque podem ocasionar colapso total da viga de rolamento sem qualquer sintoma perceptível. Pelayo et al. (2015) descreveram um caso de colapso de uma viga de rolamento em uma siderúrgica espanhola. A estrutura apresentou uma trinca na solda entre o flange inferior e a estrutura de contenção lateral que se propagou até levar ao rompimento da mesa inferior em apenas dois anos de operação.

As trincas identificadas visualmente foram avaliadas por líquido penetrante, no total foram encontradas sete trincas entre a treliça e a ligação da mesa com comprimentos variando entre 5 e 55 milímetros.

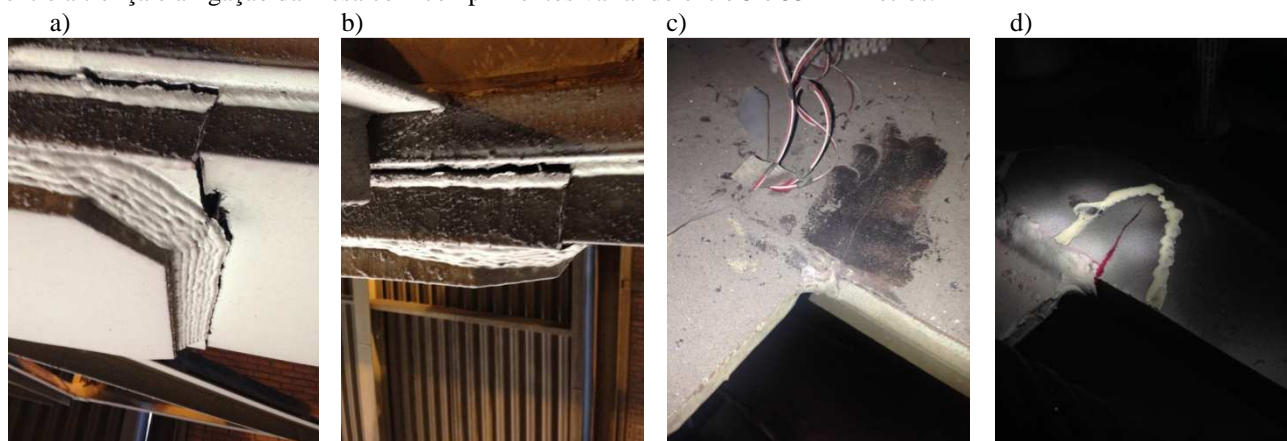


Figura 7 – a) Trinca iniciada na solda entre a terceira e a segunda lamela levando a ruptura. b) Propagação da trinca na direção da solda longitudinal. c) Trincas identificadas visualmente na ligação da mesa com a treliça de contenção lateral. d) Ensaio de líquido penetrante na trinca identificada.

6. Análise segundo a mecânica da fratura linear elástica

Para melhor análise da possibilidade da falha devido às trincas encontradas na mesa inferior da viga de rolamento foi realizada uma análise de fadiga conforme a mecânica da fratura linear elástica. Nesta análise foi considerado que a mesa inferior teria uma trinca inicial de 10mm (valor considerado visual em uma inspeção de campo).

Segundo Lee et al. (2005) a taxa de crescimento da trinca é dada pela variação de seu comprimento em função do número de ciclos (da/dN) sendo que em uma região de crescimento estável esta taxa é função da variação do fator de intensidade de tensão (ΔKI) conforme mostrado na equação de Paris, eq3.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta KI)^m \tag{3}$$

Onde a é o comprimento da trinca, N é o número de ciclos, C e m são constantes do material. O valor da vida de um determinado componente para propagação de trincas (N_f) entre um comprimento inicial a_i e final a_f é dado pela eq. 4.

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta KI)^m} \tag{4}$$

O valor do fator de intensidade de tensão define a magnitude de tensão local próximo a região da trinca. Ele depende do carregamento, tamanho, forma e fronteira da trinca e é representado de forma geral pela eq. 5.

$$KI = f(g)\sigma\sqrt{\pi a} \tag{5}$$

Devido a complexidade da determinação do fator de intensidade de tensões, os valores de KI foram obtidos através do programa de elementos finitos Franc 2D desenvolvido pela universidade de Cornell. O programa utiliza conceitos da mecânica da fratura linear elástica para simulação do crescimento de trincas em elementos bi-dimensionais.

A mesa inferior da viga de rolamento foi simulada como uma chapa tracionada com trinca inicial de 10mm na extremidade. A trinca foi propagada de forma discreta em vinte passos. A cada passo a geometria e a malha em sua vizinhança é modificada e os valores de intensidade de tensão foram calculados. O valor de KI_c adotado como parâmetro para crescimento instável da trinca adotado foi de $4000N/mm^{3/2}$, conforme Kawamura e Hanzawa (1987). Os modelos simulados são apresentados na fig. 7.

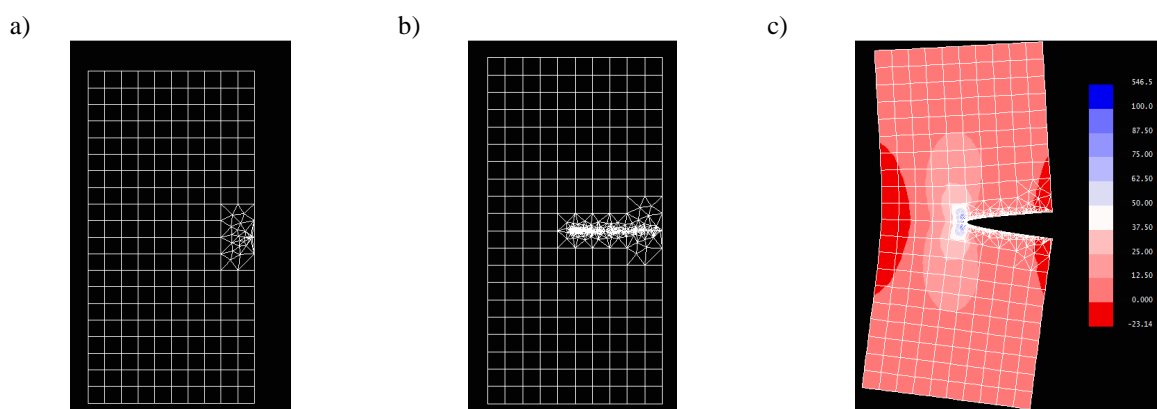


Figura 7 – a) Modelo e malha da mesa com trinca de 10mm b) Modelo e malha da mesa com incremento da trinca até 200mm c) Distribuição de tensões em ksi na mesa com trinca de 200mm de comprimento.

A partir dos valores de KI obtidos por simulação numérica a vida da estrutura até o comprimento crítico da trinca foi calculado por aproximação numérica. Foi calculada a vida para cada incremento de trinca cujo somatório é a quantidade de ciclos para crescimento da mesma de 10mm até a falha.

O número de ciclos para falha foi calculado para as condições de carregamento de panela cheia e vazia. Novamente a regra de Minner, eq. 2, foi aplicada para definição da vida da estrutura. Baseado numa projeção futura de produção foi calculado quantos anos a trinca levaria para atingir o comprimento crítico. A tab. 7 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 7 – Tempo para crescimento da trinca até comprimento crítico

Condição de carregamento	Ciclos para falha (N_f)	Dano acumulado por ciclo ($1/N_f$)	Dano acumulado por movimentação	Vida em número de movimentações	Projeção de movimentação por ano	Anos para falha
Panela cheia 340t	4,57E+05	2,19E-06	2,73E-06	3,66E+05	18250	20
Panela vazia 100t	1,83E+06	5,46E-07				

7. Conclusão

Existe uma grande dificuldade de acesso às vigas de rolamento e o tempo de inspeção é bastante limitado em função de tempos reduzidos de paradas. Avaliando que os diversos prédios de um parque siderúrgico têm quilômetros de vigas de rolamento, seria economicamente inviável garantir a confiabilidade destas estruturas sem a realização de análises prévias de engenharia. Elas define dentro do contexto operacional e do projeto os pontos mais vulneráveis das estruturas.

A aplicação da norma AASHTO e das técnicas de elementos finitos e extensometria mostraram com precisão os pontos mais vulneráveis a fadiga e sua gravidade dentro do contexto operacional da estrutura analisada. Tal direcionamento proporcionou a rápida identificação de falhas críticas que poderiam levar ao colapso da estrutura ocasionando graves acidentes operacionais e ocupacionais. Segundo o estudo realizado a inspeção visual das juntas soldadas da estrutura pode se resumir a aproximadamente 10 metros lineares de solda uma vez que as demais juntas tem sua vida considerada infinita. Em uma estrutura com 4 metros e altura, 30 metros de comprimento e mais de 1000 metros lineares de solda esta avaliação leva a um ganho de tempo considerável.

A análise através da mecânica da fratura simulou o comportamento de uma possível trinca na mesa desta estrutura quando a mesma está submetida às condições operacionais medidas. Esta situação é considerada como a mais perigosa para ocorrência de colapso de estrutura e está próximo de ocorrer conforme inspeções realizadas. Foi identificado que uma trinca de 10mm levaria cerca de 20 anos para se propagar até um comprimento crítico que levaria a uma falha. A análise mostra que em função das baixas tensões envolvidas no processo existe uma tolerância ao dano alta nessa situação. Desta forma, a inspeção visual é suficiente para acompanhamento do dano na estrutura e os reparos de situações como estas podem ser planejados de forma a não impactar o processo produtivo.

NOMENCLATURA

<i>MFLE</i>	<i>Mecânica da fratura linear elástica</i>	<i>a</i>	Comprimento da trinca
<i>N</i>	<i>Vida em ciclos</i>	<i>a_f</i>	Comprimento da trinca final
<i>M</i>	Constante do detalhe estrutural	<i>a_i</i>	Comprimento da trinca inicial
<i>m</i>	Constante de crescimento de trinca	<i>μm</i>	Micrômetros
<i>n</i>	Número de ciclos realizados	<i>F(g)</i>	Fator de correção para efeitos geométricos
<i>N_f</i>	Número de ciclos para falha	<i>t</i>	Toneladas
<i>KI</i>	Fator de intensidade de tensão	<i>KIc</i>	Fator de intensidade de tensão crítico
<i>ΔKI</i>	Varição do fator de intensidade de tensão	<i>σ</i>	<i>Varição de tensão</i>
<i>A</i>	Comprimento da trinca	<i>σ_{max}</i>	<i>Tensão máxima</i>
<i>KSI</i>	Mil libras por polegada ao quadrado	<i>σ</i>	<i>Tensão</i>
<i>SN</i>	Tensão - ciclos	<i>σ_{min}</i>	<i>Tensão mínima</i>
		<i>END</i>	<i>Ensaio não destrutivo</i>

REFERÊNCIAS

- AASHTO. Standard specifications for highway bridges. 1996.: American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington (DC, USA)
- Bannantine, J. A., Corner, J. J., Handrock J. L. 1989. Fundamentals of metal fatigue analysis. Prentice Hall. New Jersey, USA.
- Caglayan O., Kadir O., Ovunc T. e Uzgider E, 2010. Fatigue life prediction of existing crane runway girders. Journal of constructional Steel Research, Vol 66, pp 1164-1173
- Kawamura, H. e Hanzawa, M. 1987. Journal of structural Engineering, Vol. 113, No11 (ASCE)
- Lee, Y., Pan, J., Hathaway, R. B. e Barkey, M. E. 2005. Fatigue testing and analysis (theory and practice). Elsevier Butterworth-Heinemann. Oxford, UK.
- Milman, R. S., 1996. Fatigue life analyses of crane runway girders. Iron and steel engineer, pp 44-48
- Patrikeev, A. B., 1982. Certain Laws of fatigue damages in welded crane girders. Problemy Prochnosti, No 7, pp 19-24. Polytechnic Institute, Moscow, Russia.
- Pelayo F., Rodríguez C. Canteli A. F. 2015. Failure and repair analysis of a runway beam: Influence of the standard applied to lifetime prediction. Eng Fail Anal, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.04.008>
- Tong, X, Tuan, C.Y., Yang J., Zhang J. e Yue Q. 2007. Fatigue strength of end-coped crane runway girders. Journal of structural engineering, Vol 133, pp 1783-1791.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE NUMÉRICA DO MOMENTO RESISTENTE EM VIGAS CELULARES COM A VARIAÇÃO NO VALOR DA IMPERFEIÇÃO GEOMÉTRICA INICIAL

Felipe Piana Vendramell Ferreira, fpiana@live.com

Carlos Humberto Martins, chmartins@uem.br

Alexandre Rossi, alexandre-rossi@hotmail.com

Universidade Estadual de Maringá. Avenida Colombo, 5790 - Jardim Universitário, Maringá - PR

Washington Batista Vieira, vieira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá, Campus Avançado de Itabira. Rua Irmã Ivone Drumond, 200, Distrito Industrial II, Itabira – MG

Resumo. O Método dos Elementos Finitos (MEF) originou-se da necessidade de se desenvolver procedimentos aproximados que pudessem ser aplicados independente da forma da estrutura e do tipo de carregamento, dentro da precisão aceitável para um problema de engenharia. As vigas celulares são apropriadas para vencer grandes vãos com cargas relativamente pequenas, ou para condições em que a deformação condiciona o dimensionamento. Outra importante vantagem das vigas celulares é a possibilidade da passagem de dutos de utilidades dentro das aberturas, evitando corte na alma ou aumento da altura da construção, que ocorre necessariamente quando os dutos passam sob as vigas. As imperfeições geométricas são devido à falta de retinidade durante o processo de fabricação de perfis laminados. Numericamente, as imperfeições geométricas são representadas por uma curvatura inicial. Normalmente, a curvatura inicial é limitada pelo fabricante. Neste trabalho, apresenta-se uma análise numérica de vigas celulares, utilizando-se para isso do software ABAQUS. Durante as simulações, analisou-se a variação das imperfeições geométricas com a aplicação constante das imperfeições físicas. Analisou-se também a Flambagem Lateral com Torção (FLT) em vigas celulares por meio do software ABAQUS, visando a obtenção do momento crítico em função da esbeltez. Verificou-se que não houve diferenças significativas entre os valores do momento crítico obtidos no ABAQUS, e o procedimento proposto por Abreu et al. (2010). Porém, com a variação das imperfeições geométricas, notou-se diferença entre os valores dos momentos críticos na fase inelástica.

Palavras-chave: Vigas celulares, flambagem lateral com torção, imperfeições geométricas, ABAQUS.

1. INTRODUÇÃO

Os métodos analíticos clássicos permitem o cálculo da resposta exata dos deslocamentos, deformações e tensões em todos os pontos de uma estrutura, isto é, nos seus infinitos pontos. Porém estas soluções exatas são somente conhecidas para alguns poucos casos, que fogem da maioria das aplicações práticas.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) originou-se da necessidade de se desenvolver procedimentos aproximados que pudessem ser aplicados independentes da forma da estrutura e do tipo de carregamento, dentro da precisão aceitável para um problema de engenharia.

O MEF tem inúmeras aplicações nas áreas de Engenharia, Física e Matemática, tais como: análise das estruturas, estudo das vibrações, transferência de calor, ondas eletromagnéticas, dentre outras. É um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos, em que o contínuo é subdividido em um número finito de partes (os elementos), conectadas entre si por intermédio de pontos discretos, que são chamados de nós. A essa subdivisão da estrutura em elementos, denomina-se malha.

Este trabalho pretende analisar a Flambagem Lateral com Torção (FLT) com a variação das imperfeições geométricas, e também, com a aplicação constante das imperfeições físicas em vigas celulares por meio do software ABAQUS 6.12.

1.1 Vigas Celulares

Vigas com aberturas sequenciais na alma, denominadas usualmente de vigas alveolares, são bastante empregadas nos países do primeiro mundo, mas ainda pouco utilizadas no Brasil. Não existem regras rígidas para a escolha da geometria das aberturas (alvéolos), de acordo com a Fig. 1, mas estas, por facilidade de fabricação, geralmente possuem formas regulares, como retangular, circular, octogonal, hexagonal e circular alongada.

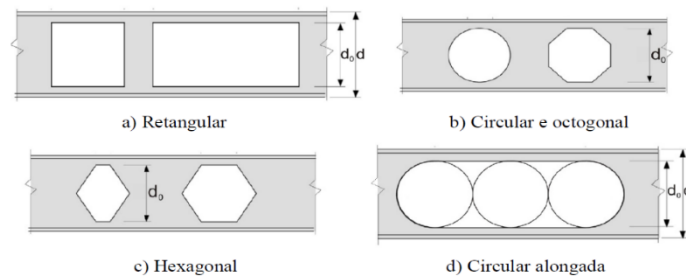


Figura 1. Geometria das aberturas.

Fonte: LIU & CHUNG (2003)

Embora praticamente sem muito tradição de uso no Brasil, as vigas com aberturas sequenciais na alma são bastante empregadas em outros países, especialmente naqueles do chamado primeiro mundo, de acordo com Abreu *et al.* (2010). Quando as aberturas têm a forma circular, essas vigas são denominadas vigas celulares. A fabricação de vigas celulares como mostram as Figuras 2.2 e 2.3, é feita a partir de um perfil I laminado, no qual são efetuados dois cortes longitudinais, sendo cada corte constituído por módulos contínuos formados por uma semicircunferência seguida de um pequeno segmento reto, Abreu et al. (2010). Posteriormente, as duas metades são defasadas e soldadas entre si pelos segmentos retos. O resultado é uma viga que, com praticamente a mesma quantidade de aço do perfil laminado original, possui capacidade resistente à flexão muito superior à deste último, em decorrência da maior altura da seção transversal (esse aumento de altura pode superar 50%), Abreu et al. (2010).



Figura 2. Processo de fabricação.

Fonte: Vieira (2014)

Segundo Abreu (2010, apud, Ward 1994), as vigas celulares são apropriadas também para vencer grandes vãos ou para condições em que a deformação condiciona o dimensionamento. Conforme mostram as Fig. 3 e Fig. 4, as vigas celulares apresentam forte apelo arquitetônico devido ao grande número de possibilidades alcançados com os mais diversos tipos de aberturas. Outra importante vantagem das vigas celulares é a possibilidade da passagem de dutos de utilidades dentro das aberturas, evitando corte na alma ou aumento da altura da construção, que ocorre necessariamente quando os dutos passam sob as vigas.

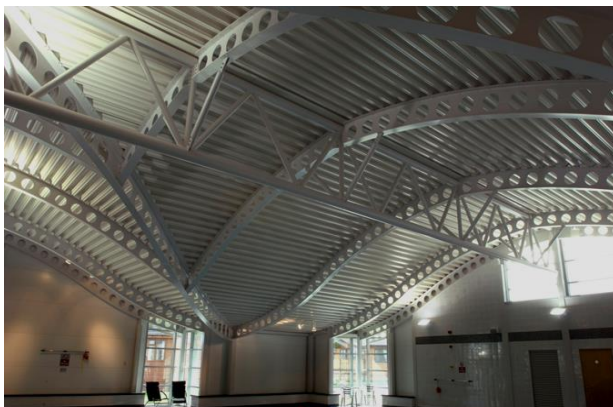


Figura 3. Grande arranjo arquitetônico.

Fonte: <http://www.asdmetservices.co.uk>- acessado em: 28 Março, 2016.

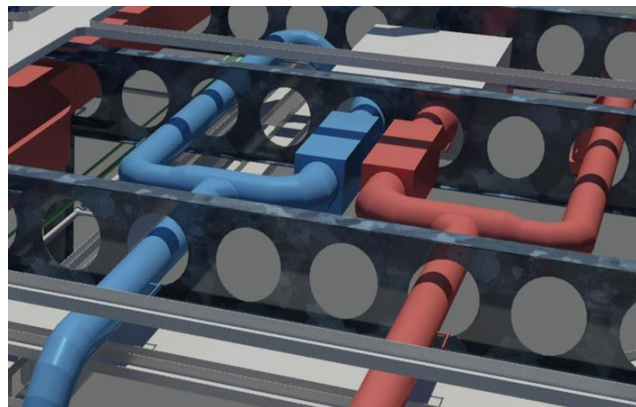


Figura 4. Passagem de tubulações.

1.2 Flambagem Lateral com Torção (FLT)

Pela definição, a FLT (Flambagem Lateral com Torção) é um estado limite último que pode ocorrer nas vigas, causado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior momento de inércia da seção transversal (eixo x, perpendicular à alma). Os tipos de seções transversais mais adequados para a flexão são aqueles com maior inércia no plano de flexão, isto é, com áreas mais afastadas do eixo neutro. O ideal, portanto é concentrar as áreas em duas chapas, uma superior e a outra inferior, ligando-as por uma chapa fina. Segundo Bezerra (2011), nos perfis I, pode ser explicado pelo fato da parte comprimida da seção transversal tornar-se instável, mas por ser ligada continuamente por meio da alma à parte tracionada, o efeito estabilizador desta faz com que ocorra uma translação lateral $\mu(z)$ acrescida de uma torção $\phi(z)$, conforme a Figura 5.

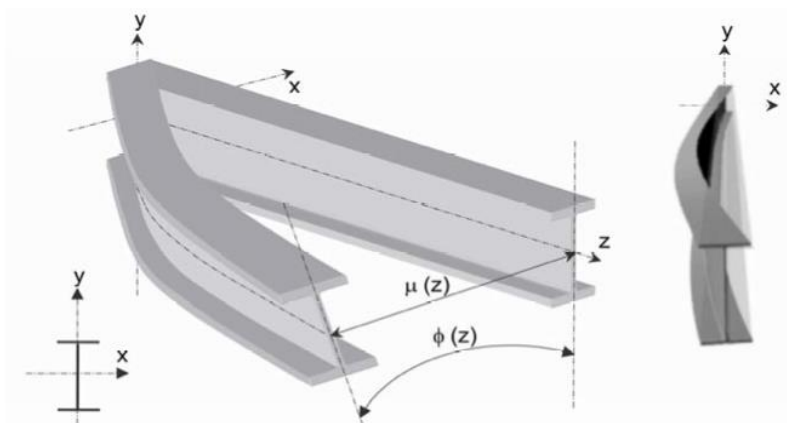


Figura 5. Flambagem Lateral com Torção (FLT)
Fonte: SAYED-AHMED (2005, apud Bezerra, 2011)

De acordo com Abreu (2010, apud, Reis 1996), a resistência das vigas à flambagem lateral com torção depende de diversos fatores, entre os quais o comprimento do trecho sem contenção à flambagem lateral com torção (comprimento destravado), as condições de contorno nas extremidades do comprimento destravado (especialmente se a torção e o empenamento são ou não impedidos: quando a torção é impedida e o empenamento é liberado), tem-se o chamado vínculo de garfo.

1.3 Imperfeições Física e Geométricas

As imperfeições físicas dos perfis de aço decorrem do aparecimento das tensões residuais. A condição que cria as tensões residuais no aço é resultante dos processos industriais térmicos (soldagem e laminação) e mecânicos (laminação a frio e desempenho). As tensões residuais que devem ser consideradas são as tensões longitudinais, porque agem no mesmo sentido que as tensões devido ao carregamento externo e tais superposições quase sempre reduzem a carga última de perfis de aço sujeitos ao fenômeno de flambagem (Gomes 2006).

As imperfeições geométricas são devidas à falta de retidão ao longo do comprimento do vão em perfis de abas paralelas. Segundo Gomes (2006) a presença de imperfeições geométricas transforma o problema de flambagem em um problema do tipo carga-deslocamento. Estas imperfeições geométricas são representadas por uma curvatura inicial, sejam em vigas ou colunas. A magnitude da curvatura inicial é limitada pelas especificações da fabricação dos perfis de aço estrutural, normalmente como uma fração do comprimento do membro. Para perfis de flanges largos é adotado $L/1000$.

1.4 A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008

A norma ABNT NBR 8800:2008 apresenta um procedimento para o cálculo do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas com seção I de alma cheia que atendam às condições:

- ✓ vínculos de garfo nas extremidades do comprimento destravado;
- ✓ forças transversais externas aplicadas na semi-altura da seção transversal;
- ✓ seção transversal constante ao longo do comprimento destravado.

Adicionalmente, o procedimento não leva em conta a distorção da alma, que não é significativa em vigas de alma cheia. Deve-se salientar que o procedimento ABNT NBR 8800:2008 conduz aos mesmos resultados do procedimento da norma americana ANSI/AISC 360-05. Segundo Bezerra (2011) a norma brasileira, seguindo a americana, trabalha com um índice de confiabilidade em torno de 2,6 e despreza as imperfeições geométricas iniciais.

O momento fletor resistente nominal para o estado-limite último de flambagem lateral com torção, para vigas com seção I com dois eixos de simetria, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia (eixo x), em regime elástico, é dado pela Equação (1):

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)} \quad \text{Eq. (1)}$$

em que: M_{cr} : momento crítico para FLT;
 C_b : coeficiente que depende da distribuição do momento fletor na viga;
 E : módulo de elasticidade do aço;
 I_y : momento de inércia em relação ao eixo da altura do perfil;
 L_b : comprimento destravado da viga;
 C_w : coeficiente que depende da geometria do perfil;
 J : constante de torção.

As outras expressões de cálculos, poderão ser encontradas na ABNT NBR 8800:2008 para um melhor entendimento.

1.5 O procedimento proposto por Abreu *et al.* (2010)

Majorando o L_r em 20%, tem-se $L_{r,cor}$, de acordo com a Eq. (2). O procedimento proposto, pode ser assim resumido:

- se $L_b > L_{r,cor}$, com:

$$L_{r,cor} = \frac{1,66 \sqrt{I_y J}}{J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}} \quad \text{Eq.(2)}$$

em que $L_{r,cor}$ é o comprimento destravado relacionado ao início do escoamento corrigido, e:

$$\beta_1 = \frac{0,7 f_y W_x}{E J} \quad \text{Eq.(3)}$$

em que: β_1 : coeficiente de correção para a esbeltez crítica, em cm^{-1} ;
 f_y : resistência ao escoamento do aço;
 W_x : módulo resistente elástico da seção transversal em relação ao eixo central perpendicular a alma;
 E : módulo de elasticidade do aço;

tem-se:

$$M_{Rk} = M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)} \quad \text{Eq.(4)}$$

- se $L_p < L_b < L_{r,cor}$, com

$$L_p = 1,76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{Eq.(5)}$$

em que: r_y : raio de giração em relação ao eixo central que passa pelo plano médio da alma
 L_p : comprimentos destravado relacionado à plastificação; tem-se que:

$$M_{Rk} = M_{cr} = C_b \left[0,90 M_{pl} - \left(0,90 M_{pl} - M_{r,cor} \right) \frac{L_b - L_p}{L_{r,cor} - L_p} \right] \leq 0,90 M_{pl} \quad \text{Eq.(6)}$$

em que: M_{pl} : momento de plastificação da seção transversal;
 $M_{r,cor}$: momento fletor correspondente ao início do escoamento;

e:

$$M_{r,cor} = \frac{0,31E}{L_{r,cor}^2} \sqrt{I_y (1000C_w + JL_b^2)} \quad \text{Eq.(7)}$$

- se $L_b \leq L_p$

$$M_{Rk} = 0,90M_{pl} \quad \text{Eq.(8)}$$

em que M_{Rk} é o momento fletor nominal resistente.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Primeiramente, foram estudados vários trabalhos, como artigos, dissertações de mestrado e teses de doutorado sobre o tema. Em seguida, trabalhou-se com o software ABAQUS 12.1 para o desenvolvimento do trabalho.

Em um primeiro momento foram feitas análises de flambagem elástica com a viga celular VC 452, originada do perfil W310x32,7 utilizando o método *Buckle*, o qual é um procedimento de perturbação linear de autovalores e autovetores, sendo o primeiro autovalor, o fator de carga da flambagem elástica e o seu respectivo autovetor, a deformada. Em um segundo momento, na análise de pós flambagem, para a aplicação das imperfeições físicas e geométricas, trabalhou-se com o método de cálculo *Static Riks*, que é geralmente usado para prever o colapso de uma estrutura; utilizado muito em análises não lineares físicas e geométricas; utiliza-se o autovalor da análise *Buckle* para fornecer informações completas sobre o colapso da estrutura; e por fim, é utilizado principalmente para aumentar a velocidade de convergência do método, para questões de instabilidade.

De acordo com Bezerra (2011), para simular o vínculo de garfo, os deslocamentos na direção y foram restringidos ao longo de toda alma, o deslocamento na direção z foi restringido apenas no nó situado a meia altura da alma em uma das extremidades da viga, e o deslocamento na direção x foi restringido em todos os nós das extremidades da viga. A rotação em torno do eixo z foi impedida também em todos os nós de ambas as extremidades, não permitindo a torção, mas deixando livre o empenamento, simulando assim o Vínculo de Garfo.

Em relação às imperfeições físicas, especificamente com relação às tensões residuais, estas foram aplicadas somente nos flanges dos perfis, como mostra a Fig.6, considerando a tensão de escoamento do aço (f_y) igual a 345 MPa. Na consideração das imperfeições geométricas, para cada análise variou-se a curvatura de L/1000, L/2000, L/2500, L/5000, L/10000, L/15000 e L/20000 em função das esbeltezes.

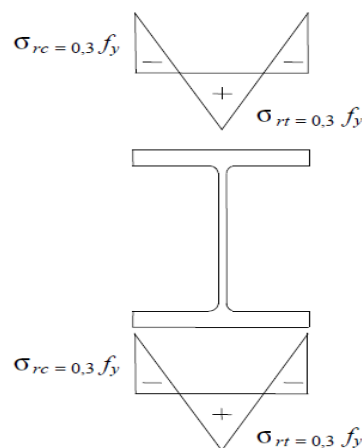


Figura 6. Aplicação das tensões residuais.

Fonte: Abreu et al (2010)

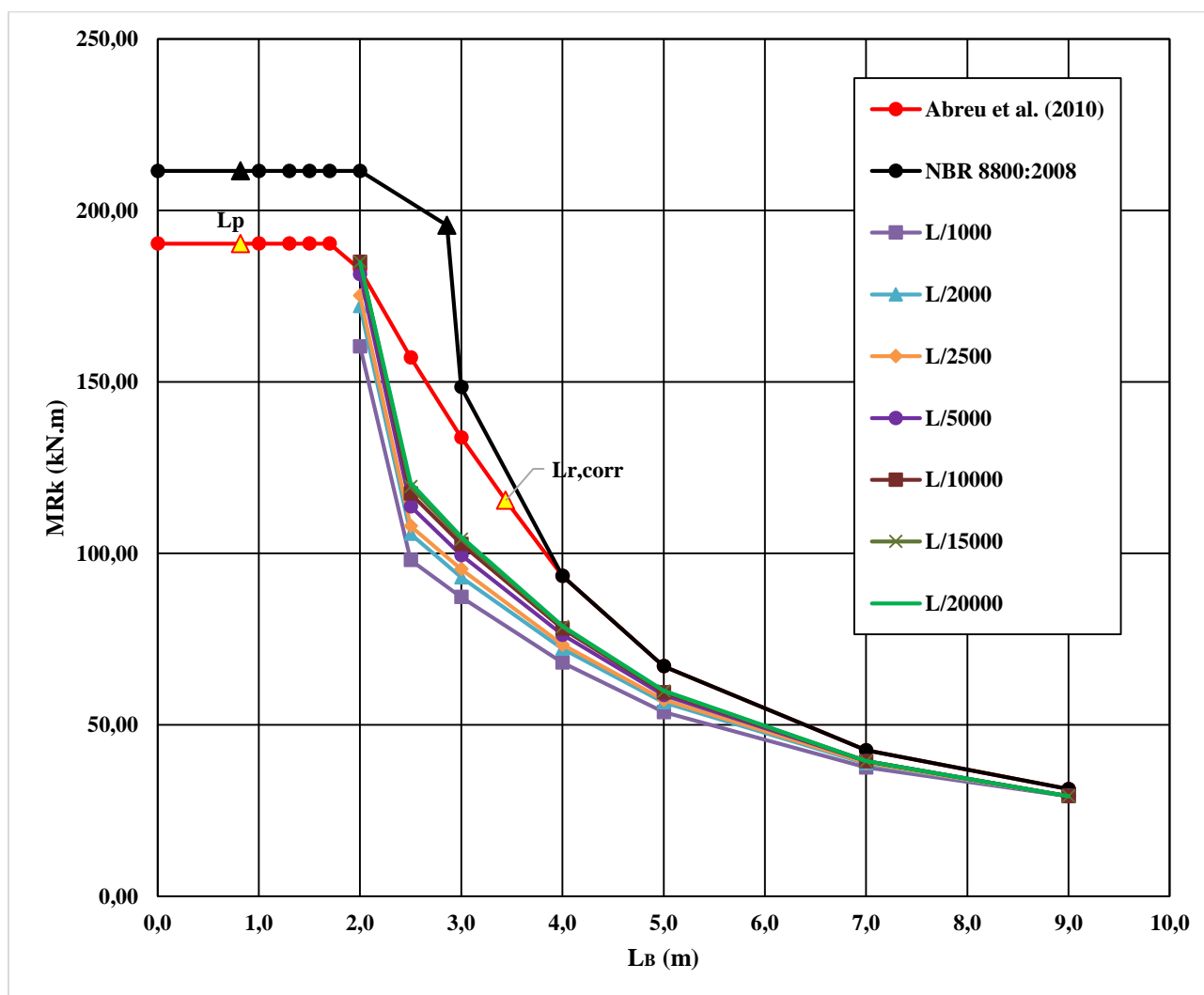
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho, o modelo de viga celular foi gerado adotando-se como original o perfil laminado W310x32,7, fabricado no Brasil pela GERDAU AÇOMINAS. A altura total da viga celular foi tomada igual a aproximadamente 1,5 vezes a altura do perfil original, o espaçamento entre centros de aberturas igual a 1,5 vezes o diâmetro destas e o diâmetro das aberturas igual a 0,7 vezes a altura total da viga celular correspondente. Com os valores obtidos na análise numérica das vigas celulares por meio do programa ABAQUS 6.12, foram traçadas curvas do momento fletor resistente nominal para o estado-elástico de flambagem lateral com torção, M_{Rk} , em função do comprimento destravado L_b . Essas curvas foram comparadas com aquelas obtidas usando as prescrições da ABNT NBR 8800:2008. A seguir na Tabela 1 e no Gráfico 1, os resultados das análises com a aplicação de carga concentrada no centro de torção:

Tabela 1. Resultados.

L _b (m)	L/1000 (kN.m)	L/2000 (kN.m)	L/2500 (kN.m)	L/5000 (kN.m)	L/10000 (kN.m)	L/15000 (kN.m)	L/20000 (kN.m)
2	160,36	172,14	175,18	181,45	185,01	185,01	185,01
2,5	98,04	105,66	107,96	113,71	117,44	119,46	120,61
3	87,24	93,00	95,40	99,48	102,72	104,16	104,88
4	68,13	72,18	73,35	76,23	78,03	78,57	78,84
5	53,70	56,55	57,30	58,65	59,48	59,85	59,97
7	37,54	38,75	38,96	39,41	39,41	39,41	39,41
9	29,17	29,17	29,17	29,17	29,17	29,17	29,17

Gráfico 1. Curvas M_{RK} x L_B devido a aplicação de carga concentrada para o perfil VC 452



De fato, como pode-se analisar a partir do Gráfico 1, os efeitos das imperfeições físicas e geométricas exercem grande influência na resistência última das vigas celulares considerando a Flambagem Lateral com Torção (FLT), como previsto nas análises de Gomes (2006) em relação a pilares sujeitos a compressão. Pode-se observar também, de acordo com o Gráfico 1, que quanto menor a curvatura inicial (imperfeição geométrica), maior será o momento resistente. No caso das

análises feitas, a imperfeição geométrica que apresentou o resultado com menor erro comparado com o procedimento de cálculo proposto por Abreu *et al.* (2010) foi L/20000.

4. CONCLUSÃO

De acordo com as análises realizadas com a variação das imperfeições geométricas, observou-se grande variação no Momento Fletor resistente para vãos entre 2 e 4 metros. Ainda, comparando com o procedimento de cálculo da ABNT NBR 8800:2008, também apresentou grande diferença, em torno 30% a 40%. Esta variação mostra que o procedimento de cálculo do Momento Resistente da ABNT NBR 8800:2008 é de grande importância para perfis laminados de alma cheia, o que torna o procedimento mais conservador.

Por outro lado, o procedimento proposto por Abreu *et al.* (2010) apresentou pouca variação de valores comparados com as análises no intervalo da flambagem elástica. Já na fase inelástica, o procedimento proposto por Abreu *et al.* (2010) apresentou grandes diferenças comparados com a análise numérica, observando-se assim que o procedimento não é satisfatório para vãos curtos. Observou-se também que quanto menor a curvatura inicial, mais o momento resistente se aproxima do procedimento proposto.

Assim sendo, concluiu-se que o procedimento proposto por Abreu *et al.* (2010) é de fácil formulação e adequado para cálculos de Momentos Resistente para vigas celulares com vãos que atendam a fase elástica, utilizando as propriedades da seção transversal no centro das aberturas e aumentando em 20% valor do comprimento destravado correspondente ao início do escoamento e assumindo como momento máximo resistente 90% do momento de plastificação.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, L. M. P; FAKURY, R. H; CASTRO E SILVA, A. L. R. (2010), Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares. In: Associação Argentina de Mecânica Computacional. Buenos Aires. Vol. XXIX, p. 7255-7271.
- ASD WESTOK, Disponível em Fonte: <http://www.asdwestok.co.uk/> - acessado em: 28 março, 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de Aço de Edifícios – Métodos dos Estados Limites, Rio de Janeiro, 2008.
- BEZERRA, E.M, Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Casteladas. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.
- CASTRO E SILVA, A. L. R. Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.
- GOMES, C. A. B. Resistência a compressão de perfis H laminados de abas paralelas. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Ouro Preto, 2006.
- LIU TCH, CHUNG KF. “Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: finite element investigation”. *Journal of Constructional Steel Research* 2003; 59:1159–76.
- REIS, A. L. F. O Método da Energia aplicado à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.
- SAYED-AHMED, E. Y. “Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders”. *Structures & Building*. No. 158. Issue SBI. p. 53-69.
- SIMULIA, Dassault Systèmes Corp, “ABAQUS Documentation v. 6.12”, RI, USA; 2011.
- VIEIRA, H. C. Análise numérica da flambagem do montante de alma devida ao cisalhamento em vigas de aço celulares. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- WARD, J. K. “Design of composite and non-composite cellular beams, The Steel Construction Institute”. 2ª edição, 1994.

ANÁLISE PARAMÉTRICA TERMO-HÍDRICA DO CONCRETO

Thaís Rossi Lopes Soares, thais.soares@engenharia.ufjf.br

Michèle Cristina Resende Farage, michele.farage@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Fora, Rua José Lourenço Kelmer, s/n – Campus Universitário – Bairro São Pedro CEP 36036
900 Juiz de Fora-MG

Norbert Renault, norbert.renault@u-cergy.fr

Université de Cergy-Pontoise – UFR sciences et techniques – L2MGC 5 Mail Gay-Lussac, Neuville-sur-Oise
95031Cergy-Pontoise cedex

O concreto é um dos materiais mais utilizados na indústria da construção civil, devido a suas características como consistência e trabalhabilidade quando fresco. E depois de endurecido, por suas características mecânicas, onde destaca-se as diferenças entre sua resistência à tração e à compressão. A determinação de suas propriedades, entretanto, é complicada, pois o concreto, quando exposto a determinadas situações ambientais, sofre alterações em sua estrutura interna e em suas propriedades. Tais alterações microscópicas podem influenciar o comportamento macroscópico térmico e mecânico do material, chegando a comprometer a segurança de estruturas que os empreguem. Este trabalho consiste no estudo do comportamento do concreto quando sujeito a carregamentos térmicos, como é o caso de um incêndio, por exemplo. Foi utilizado um modelo existente termo-hídrico, a partir do qual, foi realizado um estudo paramétrico para situações de carregamentos distintos. Esse estudo foi feito em parceria com a Université de Cergy-Pontoise na França, utilizando o modelo desenvolvido pelo L2MGC no software livre de cálculo por elementos finitos, CASTEM.

Palavras-chave: concreto, temperatura, comportamento, CASTEM

1. INTRODUÇÃO

O concreto é o material mais utilizado na indústria da construção civil em todo o mundo. Mas mesmo sendo um material de uso consolidado, muitos estudos são feitos com o objetivo de analisar o desempenho de estruturas em situações de exposição a ambientes agressivos, como locais de alta umidade, ambientes industriais (presença de substâncias corrosivas), poluídos e com temperaturas elevadas.

No presente trabalho, propõe-se analisar o comportamento termo-hídrico de estruturas feitas de concreto quando submetidas a altas temperaturas: como se dá a distribuição do calor na mesma e quais modificações e deteriorações o aquecimento acarreta

Por ser um material poroso e altamente heterogêneo, composto por várias fases, o concreto, quando exposto a temperaturas elevadas, de qualquer natureza, sofre com a ocorrência de fenômenos complexos como o transporte de massa, de energia e reações químicas. Esses podem prejudicar a integridade da estrutura, através da degradação de suas características mecânicas, fator que pode impedir o bom desempenho de suas funções.

Neste trabalho, serão analisados os resultados de um modelo de comportamento acoplado, termo-hídrico de estruturas feitas de concreto quando submetidas a altas temperaturas. O modelo é aplicado ao problema de transporte de energia e massa em meios porosos de concreto. Os cálculos térmicos e hídricos, foram implementados no código para análise estrutural Cast3m (DMT/CEA – Département de Mécanique et Technologie du Commissariat à l'Énergie Atomique). O modelo é validado a partir da comparação a resultados experimentais do trabalho de Pliya (2010), e depois é realizada uma análise paramétrica para situações de carregamentos distintos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O concreto resiste por longos períodos aos efeitos de altas temperaturas. Ele é capaz de manter características de resistência, que mesmo inferiores ao padrão, são suficientes para garantir certa estabilidade ao local, até que providências para reestabelecer os critérios de segurança sejam adotadas.

Serão abordados a composição do concreto e o comportamento de seus componentes com relação à temperatura. Também serão discutidas, as transformações físicas e químicas, o comportamento mecânico e os fenômenos de transferência de calor e massa no concreto quando submetido à um carregamento térmico.

2.1 Estruturas de concreto

O concreto é um material compósito, formado basicamente por uma mistura de cimento Portland com areia, brita e água. O cimento é o material que quando hidratado possui características coesivas, já a areia e a brita são os agregados, materiais granulares cuja dosagem é variada para obter diferentes tipos de concreto, os quais são classificados de acordo com a sua resistência à compressão, podendo essa classificação variar de baixa a alta resistência, ou desempenho.

2.1.1 Pasta de cimento hidratado

O cimento Portland é um pó cinza, composto principalmente por clínquer, que quando misturado à água forma uma pasta que adquire resistência mecânica através de reações químicas e do processo de hidratação. Ela é formada, principalmente, por dois hidratos: o silicato de cálcio hidratado, CSH, ou $(CaO \cdot 2SiO_2 \cdot 3H_2O)$, que é responsável pela resistência do concreto, e o hidróxido de cálcio, ou $Ca(OH)_2$. A desidratação pela elevação de temperatura atinge ambos os compostos, produzindo anidros e adicionando vapor de água à fase fluida.

2.1.2 Água

A água pode estar presente em várias formas no concreto, sendo classificada de acordo com a dificuldade de retirá-la. No concreto, ela está presente nas seguintes formas, além do vapor presente nos vazios: água capilar, a qual permanece nos vazios após o fim da hidratação do concreto; água absorvida, que está fisicamente ligada a superfícies sólidas; água interlamelar, a qual está associada ao silicato de cálcio hidratado (CSH); e água quimicamente ligada, que faz parte da composição química dos hidratos da pasta de cimento.

2.1.3 Agregados

Existem diversos tipos de agregado, que se distinguem pela sua rocha de origem. Com o aumento da temperatura, ocorrem expansões diferenciais em relação à pasta de cimento que podem ser destrutivas para o material. Segundo Ferreira (2011), essas expansões podem causar microfissuras e contribuir para o “spalling”, que é descrito no item 2.2.1.

2.2 Comportamento do concreto sob temperaturas elevadas

Por ser um material compósito heterogêneo, o concreto, quando submetido a temperaturas elevadas, comporta-se de maneira mais complexa. Para descrever bem esse comportamento, é preciso que, além das propriedades térmicas, sejam considerados também a fissuração e o fenômeno do “spalling”, ambos causados pelas tensões que a temperatura gera na fase sólida e pela pressão exercida pela fase fluida nos poros.

Faz-se então necessário, observar os fenômenos de transferência térmica, de escoamento das espécies fluidas (ar seco, água líquida, vapor d'água), de hidratação e desidratação da matriz e os efeitos termo-mecânicos, para que se possa compreender todas as modificações na microestrutura do concreto.

2.2.1 Fenômeno do lascamento ou “spalling”

“Spalling” é o processo de esfacelamento de fragmentos da superfície do concreto em resposta a exposição a altas temperaturas ou pressão. Ele pode levar a uma grande degradação do material, podendo prejudicar de modo significativo sua capacidade estrutural.

Esse fenômeno é atribuído a dois processos, Mindeguia *et al.* (2009.):

Processo termo-mecânico: caracterizado pelos altos gradientes de temperatura, principalmente nos primeiros centímetros da superfície exposta. Estes gradientes podem ser muito importantes nos casos de aquecimento rápido, como no caso de um incêndio, e induzem à altas tensões de compressão próximo à superfície exposta. Estas tensões podem localmente ultrapassar a resistência do concreto e causar a ejeção de pedaços.

Processo termo-hídrico: os fluidos movem-se devido aos gradientes de pressão e concentração molar (Lei de Darcy e Lei de Fick). Os fluidos tendem a mover-se para as zonas mais internas e mais frias do concreto. Assim, o vapor d'água começa a condensar e uma obstrução da umidade (“moisture clog”) é gradualmente criada perto da superfície exposta. Esta obstrução é considerada uma região do concreto com grande teor de água. Como esta obstrução atua como uma barreira para o escoamento do fluido, a pressão nos poros aumenta. Estas pressões podem localmente ultrapassar a resistência à tração do concreto e iniciar o “spalling”.

2.2.2 Propriedades térmicas do concreto

Condutividade térmica do concreto. Em um meio sólido, quando há um gradiente de temperatura, o calor flui através da condução. Tal evento é representado pela Lei de Fourier em que o fluxo de calor (q_λ) é proporcional ao gradiente de temperatura na direção considerada (x) multiplicada pela área através da qual o calor é transferido (A). A Eq. (1) mostra essa relação, onde λ é a propriedade do meio chamada condutividade térmica, que descreve a capacidade de um material de conduzir calor.

$$q_\lambda = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Calor específico do concreto. É uma grandeza que caracteriza cada substância e é determinada pela quantidade de energia necessária para elevar em um grau Kelvin a temperatura de uma unidade de massa do material.

2.2.3 Propriedades do concreto como um meio poroso

Porosidade. Segundo Ferreira (2011), a porosidade do concreto tende a aumentar com a elevação da temperatura. Esse aumento pode ser devido à desidratação da pasta de cimento e conseqüente degradação da mesma, mas também pode ser gerado pela evolução da microfissuração. E no processo de aquecimento ambos os fenômenos costumam acontecer juntos.

Neste trabalho, no domínio termo-hídrico, a porosidade do concreto é função da desidratação, como será mostrado adiante.

Permeabilidade. No concreto, ela mensura a facilidade com a qual o material poroso é capaz de transferir fluidos sob um gradiente de pressão. Ocorre um fluxo de fluido por uma rede porosa que compreende a porosidade inicial do material e as fissuras que aparecem devido às solicitações termo-mecânicas. (Rostasy *et al.* 1980). Normalmente, a fissuração e o aumento da porosidade, interconectam canais de fluxo, o que resulta no aumento da permeabilidade.

3. MODELO FÍSICO E FORMULAÇÃO TERMO-HÍDRICA

Neste item é apresentado o modelo termo-hídrico estudado, o qual descreve o transporte acoplado de umidade e calor no concreto submetido a temperaturas elevadas. Tal modelo foi desenvolvido no CEA por Sercombe (2001) e concluído no L2MGC – Laboratoire de Mécanique et Matériaux du Génie Civil – Université de Cergy-Pontoise.

3.1 Hipóteses gerais

As hipóteses principais do modelo são:

Hipótese 1. O concreto é considerado um meio poroso, homogêneo não saturado e isotrópico. O volume total é dividido em três fases: sólida (*S*), líquida (*L*) e gasosa (*V*).

Hipótese 2. A evolução do sistema é muito lenta. Logo as acelerações (termos de segunda ordem das equações diferenciais) serão desprezadas e o estado do meio poroso será quase estático.

Hipótese 3. A relação entre a saturação e a umidade relativa é:

$$h_r = S_l \tag{2}$$

Hipótese 4. As transformações hídricas que ocorrem no concreto são ilustradas por duas mudanças de estado:

- i. A transformação de fase de água ligada em água líquida, a qual é causada pela desidratação da fase sólida (variação de *d*).
- ii. A transformação de fase de água líquida em vapor de água causada pela vaporização da água (variação de *S_l*).

3.2 Formulação matemática

Para desenvolver o modelo termo-hídrico será utilizada uma forma macroscópica da lei de conservação, Eq. (3), aplicada a massa líquida e de vapor, e a energia.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\nabla \cdot q + S \tag{3}$$

Considerando as hipóteses gerais e desenvolvendo a equação de conservação considerando as leis de Darcy e Clapeyron, obtém-se a Eq. (4).

$$\phi(\rho_l - \rho_v) \frac{\partial S_l}{\partial t} = \nabla \cdot \left[D_h(S_l, d, T) \vec{\nabla} S_l \right] + \frac{\partial d}{\partial t} \tag{4}$$

Aplicando a lei da conservação da energia, considerando a energia que entra, sai, a energia interna e a gerada, tem-se a seguinte Eq. (5).

$$c(S_l, d, T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot [\lambda(S_l, d, T) \nabla T] + \left(-L_{l \rightarrow v}(T) \mu_{l \rightarrow v} - L_{s \rightarrow l} \frac{\partial d}{\partial t} \right) \tag{5}$$

4. ANÁLISE NUMÉRICA

4.1 O código CasT3M

Cast3M é um código livre desenvolvido pelo DM2S/CEA (Département de modélisation des systèmes et structures/Commissariat français à l'Energie Atomique) na França. Ele utiliza o Método dos Elementos Finitos para realizar análises de estruturas e modelar situações de mecânica dos fluidos, entre outros problemas.

4.2 Implementação do modelo termo-hídrico no Cast3M

O algoritmo usado neste trabalho foi desenvolvido no L2MGC (Laboratoire de Mécanique et Matériaux du Génie Civil – Université de Cergy-Pontoise) e é utilizado para simular fenômenos termo-hídricos em meios porosos. Este trabalho é resultado de um estágio de pesquisa realizado pela autora nesse laboratório e propõe um estudo paramétrico do modelo.

4.3 Aplicação do Modelo TH

Para o modelo termo-hídrico (TH), empregando o programa Cast3M, serão analisados os problemas abaixo:

Aplicação 1: Validação do modelo a partir da comparação com resultados experimentais.

Aplicação 2: Análise paramétrica: influência da velocidade de aquecimento nos resultados para um corpo de prova cilíndrico.

4.4 Validação do modelo

Esta aplicação consiste na validação do funcionamento do modelo através da comparação entre os resultados numéricos da análise com resultados experimentais do extraídos do trabalho de Pliya (2011).

Foram estudados dois traços de concreto, um deles que gera um material classificado como intermediário e outro de alto desempenho. Os dados necessários para a implementação do cálculo de ambos estão nas Tab. (2) e Tab. (3):

Tabela 2. Dados para o modelo – Formulação dos concretos em kg/m^3 .

Dosagem	Concreto intermediário (CI)	Concreto de alto desempenho (CAD)
Cimento (kg)	400	500
Água (kg)	181	150
Brita 2 Silico-calcária (kg)	1105	1102
Areia média Silico-calcária (kg)	668	667
Densidade (kg/m^3)	2355	2421
Fator água/cimento (A/C)	0,45	0,3
Resistência à compressão em 28 dias (Mpa)	$46 \pm 2,2$	$70,2 \pm 0,5$

Tabela 3. Dados para o modelo – Parâmetros auxiliares.

Parâmetros auxiliares	Concreto intermediário (CI)	Concreto de alto desempenho (CAD)
Porosidade inicial	0,139	0,107
Permeabilidade inicial (m^2)	$3,5 \times 10^{-16}$	$0,7 \times 10^{-16}$

A estrutura a ser representada é um corpo de prova cilíndrico como o mostrado na Fig. (2). Por se tratar de uma geometria simétrica, o estudo foi feito de forma axissimétrica, utilizando a face de um quarto do corpo de prova. O carregamento é aplicado em todo o entorno do corpo, o que na geometria adotada representa as bordas externas em vermelho da Fig. (3). Já as linhas as bordas centrais, em amarelo, possuem fluxo nulo, respeitando as condições de simetria. Como condição de contorno, a pressão de vapor nas superfícies exteriores é mantida constante durante toda a análise.

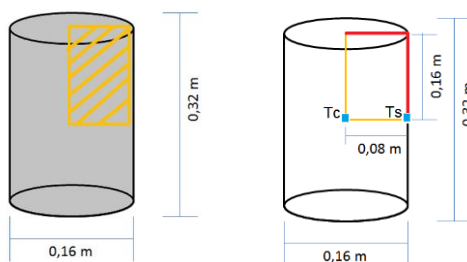


Figura 2. Esquema do corpo de prova estudado.

O corpo de prova está inicialmente a uma temperatura de 20°C e é aquecido até 600°C, temperatura na qual é mantido por um intervalo de tempo de 30 min. A velocidade do carregamento escolhido é de 1°C/min. As condições iniciais de saturação adotadas são: 39% na superfície e 95% no restante do corpo.

4.4.1 Análise de resultados

A seguir, será apresentada a comparação entre os resultados obtidos para o modelo TH usando o código Cast3M e os resultados experimentais.

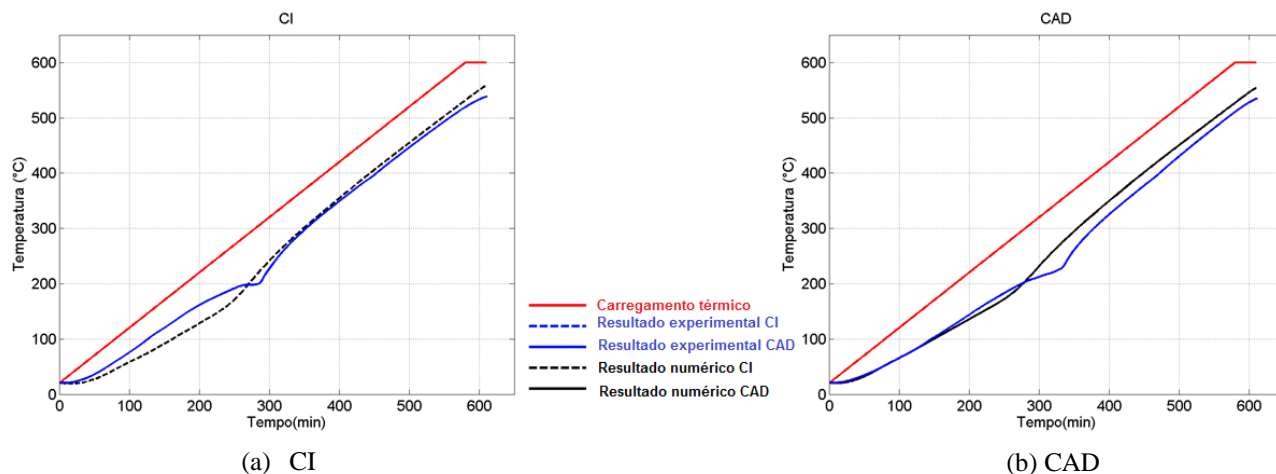


Figura 3. Temperaturas experimentais e numéricas para o CI (4(a)) e o CAD (4(b)) no centro do corpo de prova.

Na Fig. (3), tem-se as evoluções de temperatura experimentais e numéricas para o concreto intermediário, CI e o concreto de alto desempenho, o CAD. Ela mostra que ambas as curvas numéricas respeitam a tendência de evolução das temperaturas medidas. Existem, entretanto, regiões onde há uma maior discrepância entre os resultados. Essas perturbações ocorrem, uma vez que a velocidade do aumento da temperatura dos pontos internos não é constante e pode diminuir devido ao consumo da energia calorífica nos fenômenos de extração da água física ou quimicamente ligada, e de evaporação da água livre.

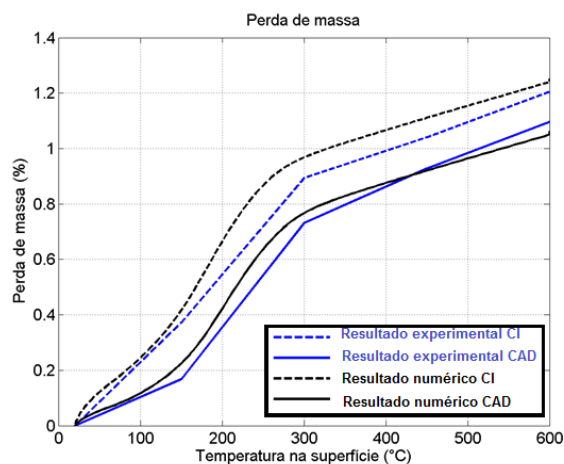


Figura 4. Perda de massa experimental e numérica para o CI e o CAD.

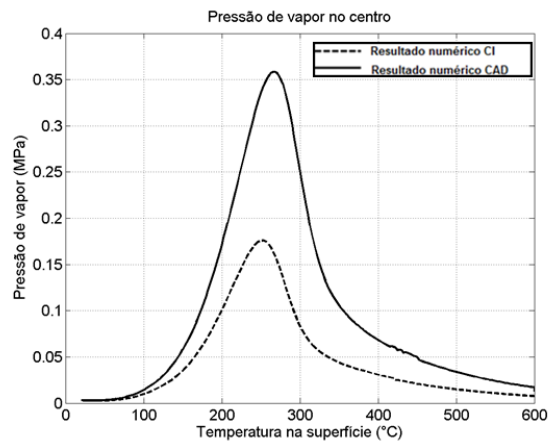


Figura 5. Pressão de vapor numérica para o CI e o CAD.

O comparativo dos resultados de perda de massa entre os concretos CI e CAD está representado na Fig. (4). Mais uma vez, observa-se que os valores numéricos seguem a mesma tendência de evolução dos medidos experimentalmente.

As evoluções possuem três domínios distintos. Inicialmente, a perda de massa ocorre a uma taxa mais lenta. Próximo à temperatura de 130°C acontece a primeira inflexão, após a qual a perda de massa se acelera até o momento que ocorre a segunda, em torno de 300°C, onde Δm continua a aumentar, contudo com uma velocidade mais baixa. De forma geral, a proximidade entre as curvas demonstra que o modelo descreve bem a transferência de massa através da cinemática de desidratação experimental introduzida.

Os resultados de pressão de vapor calculados no centro do corpo de prova, são apresentados na Fig. (5). Aqui, não existe a comparação com os resultados experimentais, entretanto, são resultados importantes para caracterizar as diferenças entre os dois tipos de concreto: o intermediário e de alto desempenho.

Da Fig. (5) pode-se extrair que a fase de baixa temperatura interna coincide com o pico da pressão de vapor, que para o CI é em torno de 250°C e para o CAD 270°C. Depois de 300°C, o concreto passa a estar danificado de forma significativa, logo, existe uma rede de fissuras que gera a diminuição da pressão a um valor próximo a zero.

O concreto de alto desempenho (CAD), em relação ao CI, possui fator água cimento, permeabilidade e porosidade mais baixas, como pode ser verificado nas Tab. (2) e (3), respectivamente. Essas características levam a ocorrência de pressões mais altas, pois o escoamento dos fluidos nos poros é dificultado.

É importante ainda, deixar claro que o desenvolvimento de fissuras não é considerado na modelagem numérica.

4.5 Análise paramétrica

Foi realizada uma análise paramétrica na qual utilizando o mesmo modelo para o caso do concreto intermediário (CI) descrito na Aplicação 1, com a mesma geometria, condições de contorno e iniciais, a velocidade de aquecimento será variada.

Foram empregadas quatro curvas de aquecimento com as seguintes velocidades: 1°C/min, 2°C/min, 5°C/min e 10°C/min. Em todos os casos a temperatura foi variada de 20°C a 600°C, temperatura que após atingida foi mantida constante durante um período de 2 horas.

4.5.1 Análise de resultados

Os primeiros resultados apresentados são as evoluções de temperatura no centro do corpo de prova e na superfície.

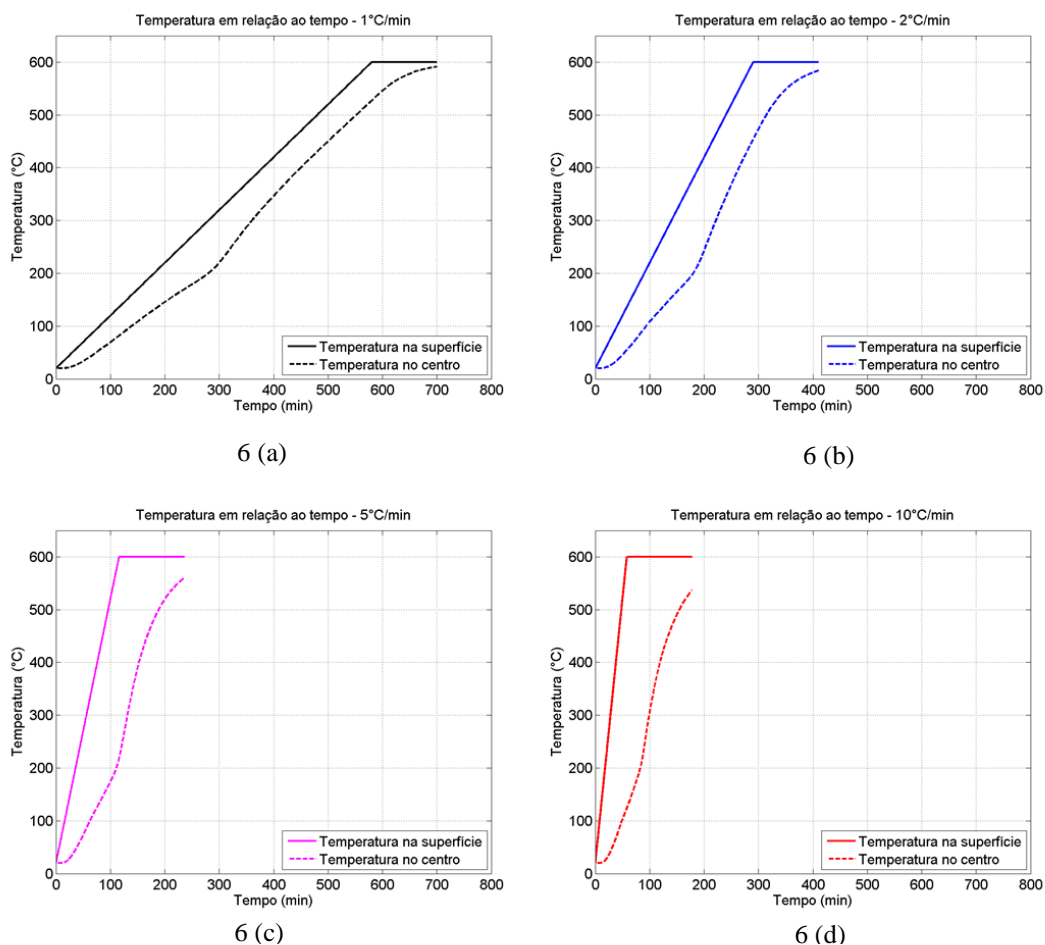


Figura 6. Comparação das curvas de aquecimento com as respectivas temperaturas no centro. (a) 1°C/min, (b) 2°C/min, (c) 5°C/min e (d) 10°C/min.

Pode-se observar que as evoluções têm tendências semelhantes, comparáveis as da Fig. (3). Como pode ser esperado, o gradiente de temperatura entre um ponto no centro e outro na superfície cresce com o aumento da velocidade da solitação térmica. Isso ocorre, pois o processo de transferência de calor por condução é proporcional ao

tempo, como pode ser observado através da Eq. (1). E como para um carregamento mais rápido o tempo de análise é menor, o intervalo para a ocorrência do fenômeno é menor. Mesmo com a existência do patamar de 2h no qual a temperatura é mantida constante, ao final da análise, a variação de temperatura entre os pontos estudados ainda cresce proporcionalmente a intensidade da carga.

Os resultados da Fig. (7), demonstram que a perda de massa final dos corpos de prova modelados é aproximadamente a mesma, visto a temperatura máxima atingida é quase a mesma. O que as diferencia é a velocidade com a que ocorre o fenômeno de desidratação, a qual aumenta proporcionalmente a intensidade do carregamento.

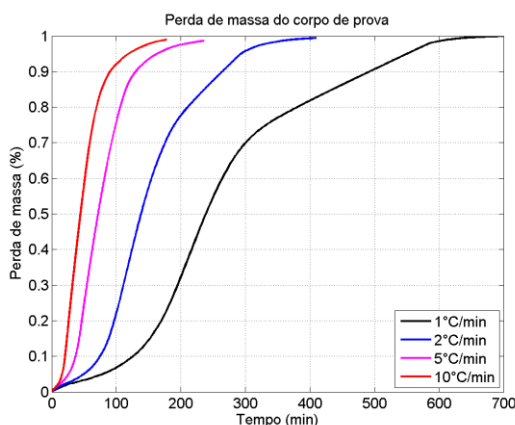


Figura 7. Perda de massa em relação ao tempo de análise.

Apresenta-se agora, os resultados de pressão de vapor, Fig. (8). É possível notar que o carregamento influi principalmente na velocidade em que o pico de pressão é atingido. Quanto mais rápido o processo de aquecimento, mais abrupta é a ascensão e o declínio ao valor máximo de pressão. Por outro lado, as pressões máximas aumentam de maneira praticamente insignificante, fato que parece contradizer o previsto de que quando mais violento o aquecimento, maiores as pressões geradas, pois o material não tem tempo de entrar em equilíbrio, dissipando o vapor de água gerado durante o processo de mudança de temperatura. Porém, o importante é que há a tendência de aumento da pressão de vapor. A diferença mínima entre os valores de pico é justificada na Fig. (9).

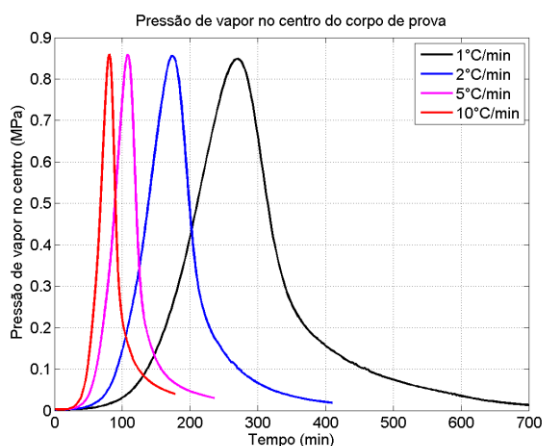


Figura 8. Pressão de vapor em relação ao tempo de análise.

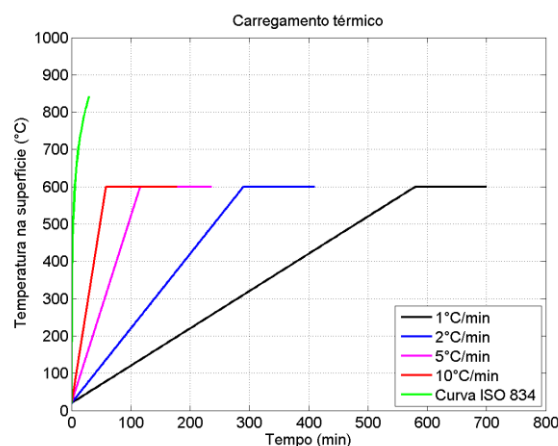


Figura 9. Comparação dos carregamentos aplicados com valores dados pela Curva ISO 834 – Curva de incêndio padrão.

A curva ISO 834, é a curva de incêndio padrão da Norma Europeia. Esta é dada pela Eq. (6).

$$T_g = T_0 + 345 \log_{10}(8t + 1) \tag{6}$$

Onde T_g é a temperatura do fogo, T_0 é a temperatura ambiente, nesse caso considerada com 20°C e t é o tempo em minutos.

Como é possível observar, comparado aos carregamentos aqui estudados, em situação de incêndio, a temperatura sobe muito mais rapidamente. Logo, faz sentido, que a diferença entre as pressões de vapor sejam irrisórias.

5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho consistiu de um estudo numérico da evolução da temperatura e dos seus efeitos em um elemento de concreto. Os fundamentos teóricos apresentados nos itens 2 e 3 foram utilizados para a implementação do modelo em um código livre de elementos finitos – O Cast3M. Os resultados obtidos numericamente foram comparados resultados de um programa experimental de referência e resultados presentes na literatura.

O modelo estudado foi empregado à análise de estruturas de concretos submetidas a temperaturas elevadas para o cálculo da distribuição de temperaturas e saturação. O uso de resultados experimentais possibilitou a validação qualitativa dos valores numéricos obtidos e para o prognóstico de falhas e melhorias necessárias.

De forma geral, o modelo foi capaz de apresentar a tendência de resultados esperados. Entretanto, existem limitações. A hipótese de tratar-se de um corpo indeformável influi diretamente nos resultados de saturação, uma vez que não é considerado no cálculo da porosidade.

Espera-se aprimorações na formulação e implementação do problema de conservação da massa líquida e de vapor (Eq. (4)) com o objetivo de solucionar as discrepâncias observadas na equação de saturação. Espera-se ainda aperfeiçoar os cálculos das propriedades, principalmente em relação a porosidade e a pressão de vapor.

AGRADECIMENTOS

Esse trabalho foi financiado pelas seguintes agências: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), Universidade Federal de Juiz de Fora (Brasil) e Université de Cergy-Pontoise (França).

NOMENCLATURA

T Temperatura

t Tempo

S Saturação

M Massa

D_h Condutividade hídrica

d Desidratação da matriz sólida

c Calor específico volumétrico

L Calor latente

A Área

x Direção considerada

q_x Fluxo de calor

Φ porosidade

ρ massa volumétrica aparente

λ Condutividade térmica

μ Quantidade de água vaporizada

Subscritos

g fogo

v vapor

l líquido

s sólido

Letras gregas

REFERÊNCIAS

- Ferreira, A., 2011. Modelagem dos Fenômenos de Transporte Termo-hídricos em Meios Porosos Submetidos a Temperaturas Elevadas: Aplicação a uma Bcamada Rocha-Concreto. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional - UFJF, Juiz de Fora. MG, Brazil.
- Pliya, Bidossessi A. Prosper, 2010. Contribution des fibres de polypropylène et métalliques à l'amélioration du comportement du béton soumis à une température élevée, Tese (Doutorado), Université de Cergy-Pontoise, Cergy-Pontoise, France.
- Mehta, P. K., Monteiro, P., 1994. Concrete: Microstructure, Properties, and Materials. IBRACON.
- Mindeguia, J.-C., Pimenta, P., Noumowé, A., Kanema, M., 2009. "Temperature, pore pressure and mass variation of concrete subjected to high temperature - Experimental and numerical discussion on spalling risk". Cement and Concrete Research, Vol. 40, pp. 477-487.
- European Committee for Standardisation, 2005. "Eurocode 2: calcul des structures en béton/ Part 1-2: règles générales – calcul du comportement au feu".
- Rostasy, F. S., Weiss, R., Wiedmann, G., 1980. "Changes of pore structure of cement mortars due to temperature". Cement and Concrete Research, Vol. 10, N. 2, pp. 157-164.
- Sercombe, J., Galle, C., Ranc, G., 2000. "Modélisation du comportement du béton à haute température: transferts de uides et de chaleur et déformations pendant les transitoires thermiques", Note technique CEA SCCME, référence: NTSCCME 081.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE POR MEIO DE ELEMENTOS FINITOS DO COMPORTAMENTO ANÔMALO EM OXIDAÇÃO CÍCLICA DE LIGAS FeMnSiCrNi

Valdecy Rodrigo do Nascimento, vrn.rodriigo@gmail.com

Shaiane Carazza Vallim, shaianevallim@hotmail.com

Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), Curso de Engenharia Mecânica, Praça Frei Orlando – 170, Centro, 36307-904, São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil.

Artur Mariano de Sousa Malafaia, arturmalafaia@ufs.edu.br

Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), Departamento de Engenharia Mecânica, Praça Frei Orlando – 170, Centro, 36307-904, São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil.

Resumo. Ligas FeMnSiCrNi são conhecidas principalmente pelas suas propriedades de memória de forma. No entanto, estas vem ganhando mais atenção por suas propriedades de resistência mecânica, a oxidação e a corrosão, além de apresentar custo inferior aos aços inoxidáveis austeníticos que tem gama de aplicação parecida. Algumas dessas aplicações se dão em altas temperaturas e estudos sobre o comportamento em oxidação cíclica dessas ligas ainda são poucos. Análises experimentais prévias verificaram comportamento anômalo deste material em oxidação cíclica. Sendo assim este trabalho buscou elucidar por meio da análise por elementos finitos o comportamento anômalo em oxidação cíclica das ligas, obtendo através de literaturas dados para a criação de modelos confiáveis e das propriedades mecânicas e térmicas para alimentação do modelo. Os dados das espessuras das camadas e graus de rugosidade gerados no decorrer dos diferentes números de ciclos de oxidação foram obtidos através de estudos realizados previamente. As simulações foram realizadas reproduzindo o resfriamento durante um ciclo térmico, partindo de 900 °C até chegar a temperatura ambiente. Durante esta etapa dos ensaios cíclicos ocorrem as maiores concentrações de tensões, uma vez que os óxidos possuem diferentes coeficientes de expansão térmica. Pôde-se concluir por fim, através da análise das tensões geradas, a influência que uma camada oferece sobre as outras devido as mudanças das propriedades e das espessuras e a influência da mudança dos graus de rugosidades no decorrer dos ciclos de oxidação, justificando este comportamento atípico da liga.

Palavras-chave: FeMnSiCrNi, oxidação cíclica, rugosidade, elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

Ligas de FeMnSiCrNi, também chamadas de aços inoxidáveis com memória de forma (Della Rovere *et al.* 2012), possuem propriedades de memória de forma pela presença de altos teores de Mn, estando em um seletivo grupo de ligas conhecidas como: “*shape memory alloys*” (SMA’s), ou seja, ligas que apresentam propriedades mecânicas de memória de forma (W.B. Liu *et al.* 2009). Essas ligas também possuem boas propriedades mecânicas, boa soldabilidade e boas propriedades magnéticas (Ma *et al.*, 2013).

As ligas FeMnSiCrNi possuem diversas aplicações em setores como o de construção civil e indústrias químicas, metalúrgicas e petrolíferas (Chengxim *et al.* 2006), por aliar bons níveis de resistência mecânica e ductilidade, sendo ligas com custo inferior ao dos aços inoxidáveis austeníticos que apresentam alto teor de níquel e que também são comumente utilizados nesses setores. Algumas dessas aplicações se dão em altas temperaturas e os estudos sobre o comportamento em oxidação cíclica dessas ligas ainda são poucos.

Em temperaturas de 800 °C e 900 °C sob oxidação cíclica (Malafaia, 2013) pôde observar um ganho de massa inicial e um destacamento de camada, porém após a perda de massa devido ao destacamento as ligas de FeMnSiCrNi apresentaram novo ganho de massa (Fig. 1). Esse comportamento é considerado anômalo, visto que os materiais normalmente tendem a perder massa com taxas lineares e constantes (Smialek e Auping, 2002). No caso de ganho de massa após algum destacamento normalmente esse se dá de maneira catastrófica, por oxidação interna da matriz, gerando ganhos de massa muito altos em alguns casos (Nicholls e Bennett, 1999). Uma possível explicação deste destacamento na dada liga é devido à ocorrência de empobrecimento de manganês abaixo da interface metal-óxido, que gera o aparecimento de uma faixa de ferrita entre as camadas oxidadas e a matriz austenítica (Coccia *et al.* 1997).

O destacamento em aços austeníticos é conhecidamente maior que em aços ferríticos, isso acontece porque o coeficiente de expansão térmica da ferrita é mais próximo dos coeficientes dos óxidos (Baleix *et al.*, 2002). (Malafaia, 2013), concluiu então que após algum tempo de ensaio essa camada de ferrita que vai sendo formada e aumentada, pode promover maior estabilidade nas camadas oxidadas, evitando o destacamento.

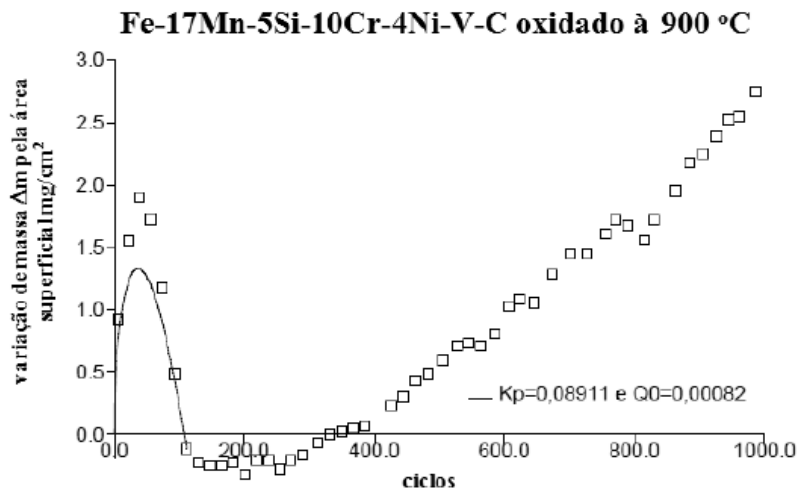


Figura 1. Comportamento anômalo em variação de massa x ciclos para Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-V-C oxidada a 900 °C. Fonte: Malafaia (2013).

O objetivo principal deste projeto será desenvolver uma metodologia de estudos da ferramenta de elementos finitos ligados aos fenômenos de oxidação cíclica, através do pacote de simulação computacional HyperWorks. Dessa maneira, se buscará elucidar o comportamento anômalo de ligas FeMnSiCrNi, que foram oxidadas ciclicamente em estudo prévio, através de análises do nível de tensão nas camadas em diferentes estágios de vida do material em oxidação cíclica. Além de avaliar o efeito da espessura das camadas de ferrita e óxido durante números de ciclos, a rugosidade gerada entre as camadas também foi objeto de análise.

2. MATERIAIS E METÓDOS

2.1. Coleta de dados de ensaios experimentais previamente realizados e propriedades das camadas

2.1.1. Metodologia de obtenção das espessuras das camadas de ferrita e óxido

Previamente à realização das simulações foi realizada a coleta de informações necessárias para alimentação do modelo de elementos finitos. Foram coletadas, através de estudos prévios, as espessuras das camadas de óxido e de ferrita, em imagens obtidas por microscopia eletrônica de varredura (MEV), assim como os perfis de rugosidade, após ensaios de oxidação cíclica na temperatura de 900°C para diferentes números de ciclos de oxidação: 2, 57, 130, 465 e 987. Sendo assim foram medidos inúmeros pontos, de acordo com a variação do perfil de rugosidade, para a determinação dos perfis e espessuras, de acordo com o número de ciclos.

Abaixo, temos demonstrado o levantamento deste perfil para 130 ciclos, vale ressaltar que não foram utilizados o mesmo número e distancia de pontos entre os ciclos, pois os perfis variavam de forma irregular entre estes (Fig. 2). A camada de austenita está representada em cinza claro, a camadas em cinza com tom médio a de ferrita e em cinza escuro a de óxido. Os valores de escalas estão determinados na imagem, e as espessuras e perfis de rugosidades averiguados estão demonstrados pelas linhas coloridas. As informações analisadas foram obtidas para a liga com composição: Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-V-C.

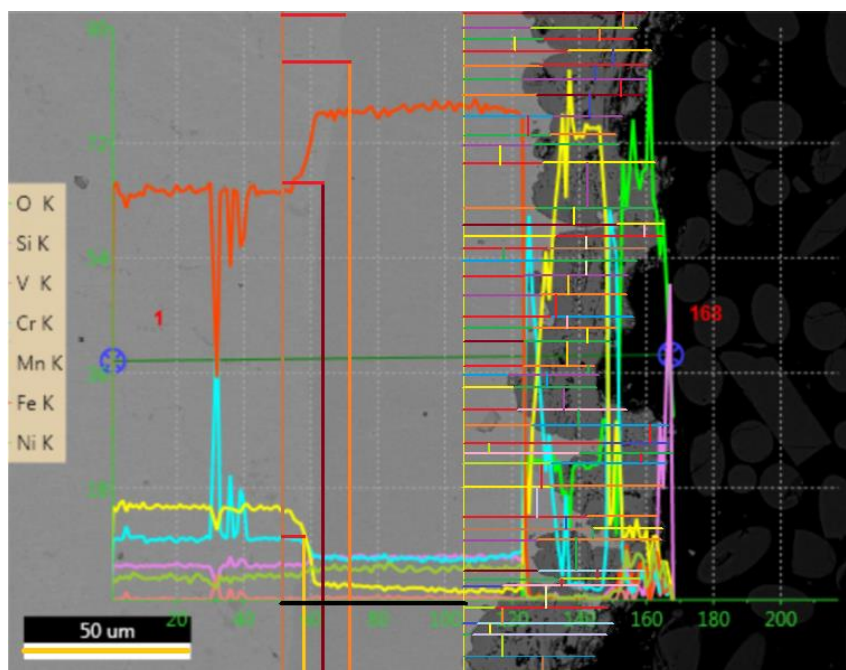


Figura 2. Dados de espessuras por MEV das camadas de ferrita e óxido em diferentes pontos para 130 ciclos de oxidação. (Fonte MEV: Malafaia, 2013).

2.1.2. Propriedades mecânicas e térmicas das camadas de austenita, ferrita e óxido

Visando uma solução coerente para os resultados de tensões geradas após a aplicação de um ciclo térmico de resfriamento no modelo, foram coletadas as propriedades mecânicas e térmicas das camadas de austenita, de ferrita e do óxido (Cr_2O_3 - Cromia), este último é um dos óxidos formados na oxidação da liga, apesar de não ser o que ocorre com maior intensidade foi escolhido devido à facilidade de encontrar suas propriedades na literatura, pois estudos relacionados aos óxidos de manganês que é o mais formado são menos frequentes. Foram tomadas como referência na temperatura de 900°C e as propriedades de maior influência nos resultados desse tipo análise foram: módulo de elasticidade (E), coeficiente de *Poisson* (ν) e coeficiente de expansão térmico (α), conforme Ariza *et al.* (2015). Dispostas abaixo na Tab. 1.

Tabela 1. Propriedades mecânicas e térmicas das camadas de Ferrita e Cr_2O_3 para temperatura de 900°C . Fontes: Ariza *et al.* (2015) e Osgerby *et al.* (2005).

	E (GPa)	ν	α ($^\circ\text{C}^{-1}$)
Austenita	193	0,24	$1,68 \times 10^{-5}$
Ferrita	148	0,324	$1,4 \times 10^{-5}$
Cr_2O_3	260	0,3	$8,6 \times 10^{-6}$

2.2. Condições de contorno, dimensões e especificações adotadas no modelo

2.2.1. Condições de contorno

Com o objetivo de tornar a simulação mais simples, com menor esforço computacional e ainda assim com resultados confiáveis, os seguintes pressupostos e condições de contorno foram adotados para as análises realizadas:

- 1) As camadas de óxido, ferrita e austenita foram consideradas como materiais homogêneos e isotrópicos.
- 2) O vínculo entre a camada de óxido e a camada de ferrita foi adotado como perfeito.
- 3) O processo de resfriamento à temperatura ambiente é homogêneo em toda a geometria.
- 4) Condições do estado plano de deformação são consideradas na análise. Este pressuposto é válido para as tensões distantes da camada limite (Chao e González-Carrasco, 1996).

- 5) O problema tridimensional (3D) foi reduzido para um problema bidimensional (2D) (Zhou *et al.* 2008).
- 6) Todas as camadas são inicialmente livres de tensão à temperatura máxima de regime.

2.2.2. Dimensões e especificações para os modelos com camadas planas

Visando a simplificação da simulação o modelo foi criado como elemento “PSHELL”, ou seja, um elemento de placa com duas dimensões (2D), no qual as espessuras das camadas para cada ciclo foram atribuídas a este elemento, sendo estas iguais aos valores de larguras. A camada de austenita nos ensaios práticos são muito maiores que as de óxido e ferrita, visando a diminuição do esforço computacional, a largura e comprimento da austenita foram determinadas a partir da análise de modelos planos, onde foi verificado valores onde a variação destas dimensões não influenciariam nos resultados de tensões e deslocamentos gerados, chegando a um valor de 2,5 mm para largura e 2,6 mm para comprimento, os valores das dimensões das camadas de ferrita e óxido foram medidos como mostrado na seção 2.1.1. Esses pequenos tamanhos são adotados para manter os modelos com dimensões razoáveis, grandes o suficiente para que as tensões sejam apenas biaxiais (aproximando-se de uma placa infinita) nas regiões distantes das camadas a partir das extremidades de cada canto (Wright *et al.* 1997 e Griffin *et al.* 2000).

A malha foi discretizada com elementos no formato quadrado e triangular. O material foi adotado como homogêneo e isotrópico. Utilizou-se propriedades mecânicas (E , ν) e o coeficiente de expansão térmico (α) de cada camada. A temperatura tomada como referência foi de 900 °C e a temperatura ambiente de 20 °C.

As cargas térmicas foram aplicadas em todos os nós da malha, considerando assim que o material estivesse como um todo na temperatura de referência (900°C). As restrições foram aplicadas na parte inferior do modelo.

2.2.3. Influência da rugosidade

Em oxidação cíclica, as tensões residuais resultam fundamentalmente da diferença entre os coeficientes de expansão térmica da camada e do metal. Para um dado sistema de metal/camada de óxido, estas tensões também dependem de outros parâmetros tais como a espessura relativa da camada, o tipo de liga metálica e a rugosidade da superfície (Chao e González-Carrasco, 1996). Em análises prévias realizadas (Nascimento *et al.*, 2015), foram assumidos modelos com camadas planas, foram verificadas assim a necessidade da inserção das rugosidades nestes, visto que estas são rigorosas nas dadas ligas e tendem influenciar no comportamento anômalo em oxidação cíclica. Abaixo (Fig. 3) temos detalhadas as rugosidades geradas para a liga Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-V-C, após mais de 1000 ciclos de oxidação a 800°C. Na figura temos a identificação das camadas, indicadas por uma seta com o nome de cada camada acima.

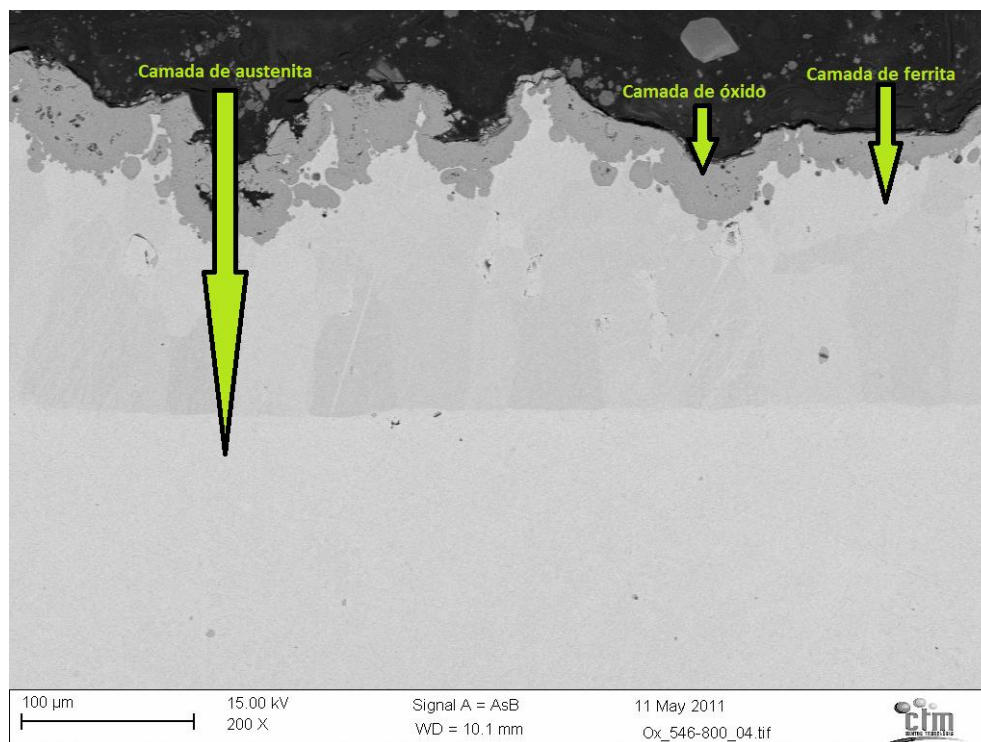


Figura 3. Rugosidade gerada pela oxidação cíclica a 800°C após 1000 ciclos de oxidação. Fonte: Adaptado de Malafaia (2013).

3. RESULTADOS

De forma a construir modelos que buscassem transcrever os perfis de rugosidade gerados de acordo com os ciclos de oxidação medidos previamente, foram criados diversos pontos que gerassem superfícies a serem discretizadas. Como visto na Fig. 4, temos o modelo gerado para 130 ciclos de oxidação a alta temperatura na dada liga. A parte em verde representa a camada de óxido, em branco a de ferrita e em cinza a camada de austenita, em “zoom”.

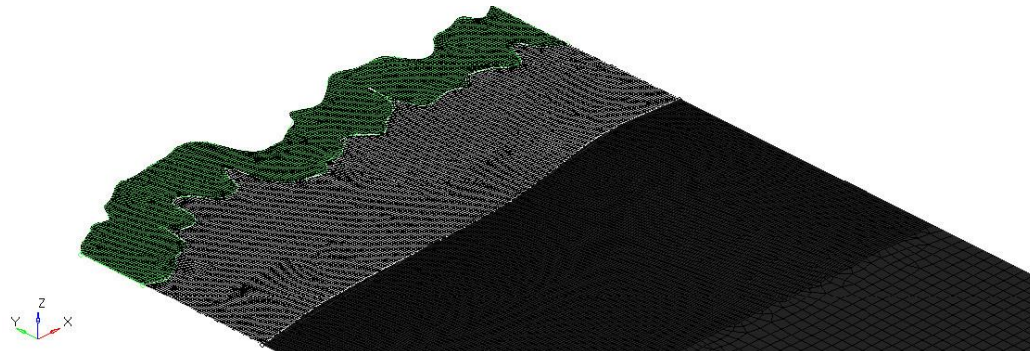


Figura 4. Perfil de rugosidade gerado no modelo para 130 ciclos de oxidação.

Com o intuito de analisar e comparar os resultados para cada ciclo de oxidação, de maneira mais coerente e com uma melhor interpretação, foram verificados os valores de tensões máximas no modelo como um todo, como exemplificado abaixo (Fig. 5) para 987 ciclos de oxidação. Foram também verificados os valores de tensão máxima em cada camada (austenita, ferrita e óxido), para cada ciclo de oxidação (2, 57, 130, 465 e 987) (Tab. 2). Vale ressaltar que o máximo valor de tensão ocorreu nas extremidades da camada de óxido para todos os ciclos.

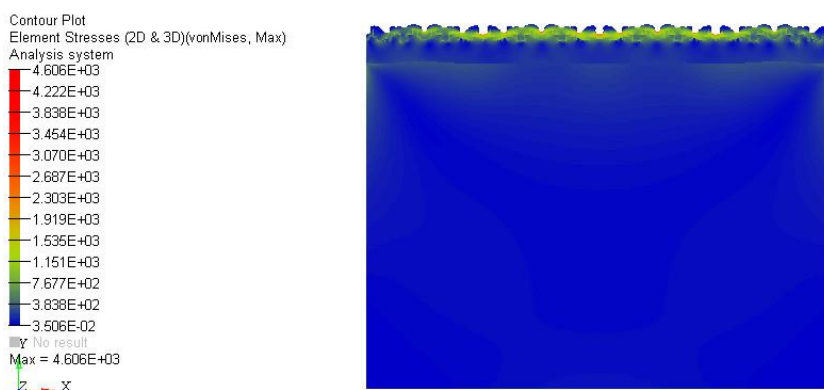


FIGURA 5. Resultado para todo o modelo de 987 ciclos de oxidação.

TABELA 2. Análise das máximas tensões em cada camada de acordo com o número de ciclos de oxidação.

Camada	Tensão por ciclo (GPa)				
	2	57	130	465	987
Austenita	0,56	0,62	0,74	0,57	0,56
Ferrita	1,2	1,05	2,01	1,63	1,74
Óxido	2,47	4,72	6,46	5,97	4,61

A partir da avaliação destes resultados de tensão, podemos verificar que estes são coerentes para este tipo de análise, isto que, quando estes foram comparados com análises realizadas por Montealegre *et al.*, (2005), que mensurou as tensões geradas pela compressão no resfriamento de uma dada liga, encontrando valores na casa de 12 GPa para a alumina alfa ($\alpha - \text{Al}_2\text{O}_3$).

Outro ponto analisado foi a interface entre as camadas de ferrita e óxido, ou seja, a região propícia a falha e onde tende a ocorrer o desprendimento do óxido, ocasionando perda de massa da liga. Esta avaliação é importante, visto que as análises das máximas tensões não fornecem o real resultado de uma possível falha do óxido, pois de acordo com o número

de ciclos, os valores máximos de tensões podem ocorrer em regiões isoladas, regiões do modelo com muitos concentradores de tensão (cantos vivos).

Abaixo temos duas figuras, a primeira (Fig. 6) mostra o resultado da tensão na interface metal óxido, entre as camadas de ferrita e óxido, para 57 e 130 ciclos de oxidação (acima e abaixo respectivamente); a segunda (Fig. 7) mostra os resultados de tensão para as duas camadas para os dados ciclos supracitados (acima e abaixo respectivamente). Na Figura 6, temos a interface entre as camadas representada pela linha branca.

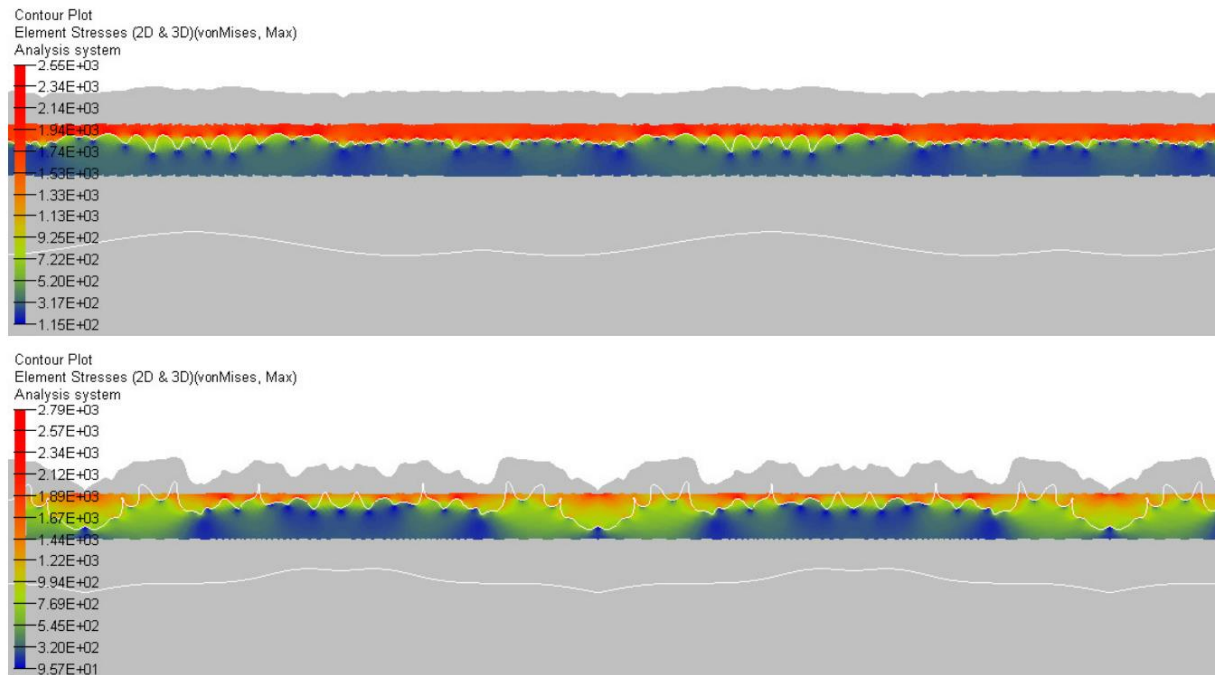


Figura 6. Tensões na interface para os modelos de 57 e 130 ciclos de oxidação.

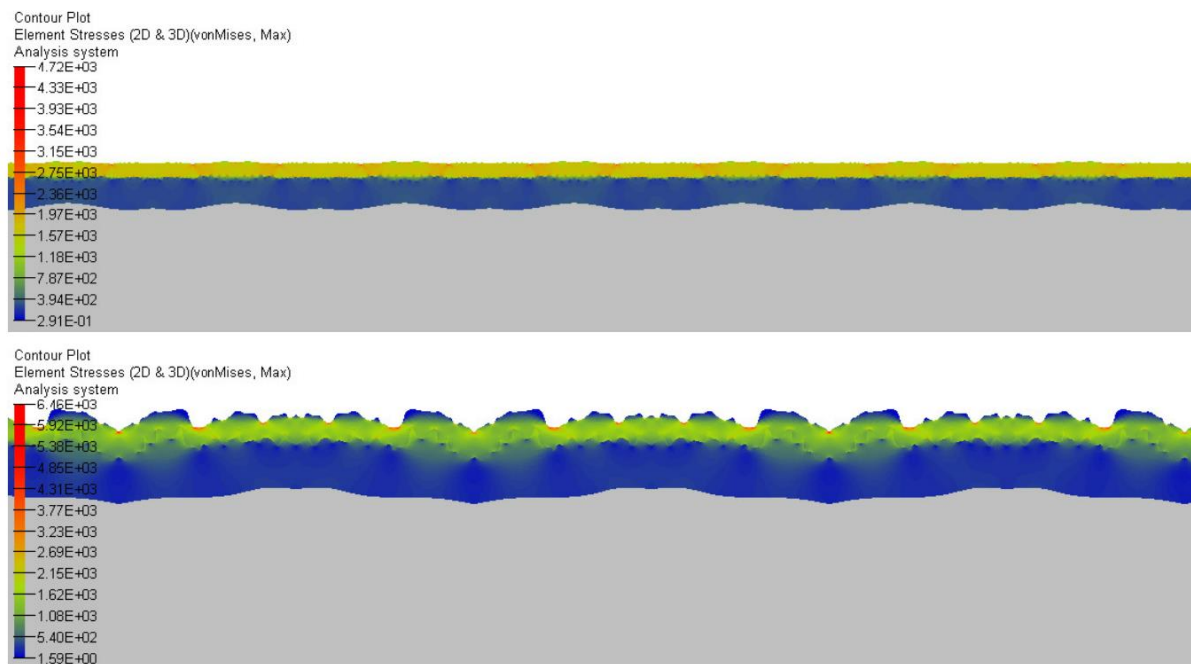


Figura 7. Perfil de tensões geradas para os modelos de 57 e 130 ciclos de oxidação.

A partir das dadas figuras podemos analisar que em termos de módulo as tensões para ambos os ciclos (57 e 130) de oxidação se assemelharam (2,55 GPa e 2,79 GPa – modelos interface), porém, observando o perfil de tensões geradas na

interface no modelo de 57 ciclos (Fig. 6) tivemos um resultado de tensões mais altas de forma mais frequente ao longo de todo o modelo, já no de 130 ciclos obtivemos no geral apenas pontos isolados com picos de tensão.

Analisando os resultados completos (Fig. 7) nas duas camadas (ferrita e óxido) para os dados ciclos, podemos observar que ocorrem valores de tensões mais altas ao longo de toda a camada de óxido. Para 57 ciclos, com coloração amarela, equivalente a aproximadamente 2 GPa, em toda a espessura. Já no caso da camada oxidada por 130 ciclos, observam-se regiões em azul, onde a tensão é bem menor, e em boa parte da camada a coloração verde para tensões menores que 1,62 GPa é predominante. Desta maneira pode-se dizer que as tensões tiveram uma tendência de diminuição a partir de 130 ciclos, o que explica a interrupção no destacamento e a volta do ganho de massa, conforme observado na Fig. 1.

Para os demais modelos, os módulos de tensão variaram muito pouco comparados a estes dois ciclos de oxidação, e o perfil de tensões gerados nas intercessões se assemelharam ao do de 130 ciclos, ou seja, com picos de tensão isolados. Os resultados de tensão para as duas camadas se assemelharam com o de 130 ciclos, em exceto o de 2 ciclos de oxidação, que se foi similar ao de 57 ciclos na camada de óxido, porém com módulos menores de tensão.

4. CONCLUSÕES

Portanto é coerente explicar esse possível comportamento anômalo da liga em oxidação cíclica a partir dessa análise de tensões; como o modelo de 57 ciclos sofre com maiores tensões ao longo de toda a interface das camadas e ao longo de toda camada de óxido, isso pode ser uma possível causa para o destacamento do óxido e a conseqüente perda de massa da liga a partir desse número de ciclos de oxidação. Já a partir de 130 ciclos de oxidação onde a liga começa novamente a ganhar massa, esse perfil de altas tensões geradas é mais isolado em interface e sofre maiores variações ao longo do óxido, não ocorrendo máximas tensões ao longo de todo este, sendo uma possível causa para o não destacamento do óxido e conseqüente novo ganho de massa. Para os demais ciclos de oxidação os resultados demonstraram um perfil de tensões na camada de óxido com picos de tensão em pontos extremos e não ao longo de todo o perfil, e o mesmo ocorreu na intercessão entre as camadas de óxido e de ferrita, sendo uma possível causa do não destacamento do óxido e os ganhos de massa que ocorrem.

5. AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos parceiros de projeto Shaiane e professor Artur, a UFSJ pela estrutura fornecida para a realização do mesmo. Ao professor Márcio Eduardo e seu aluno Carlos Carvalho pelo apoio na realização deste. E a FAPEMIG por acreditar e financiar a realização do mesmo.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ariza, E. A. et al. (2015). Failure analysis of a martensitic stainless steel (CA-15M) roll manufactured by centrifugal casting. Part II: Thermal stress analysis by FEA. *Engineering Failure Analysis*, v. 48, p. 78-93.
- Baleix, S.; Bernhart, G. Lours, P. (2002). Oxidation and oxide spallation of heat resistant cast steels for superplastic forming dies. *Materials Science and Engineering A*, v. 327, p. 155-156.
- Chao, J.; González-Carrasco, J.L. (1997). The role of the surface roughness on the integrity of thermally generated oxide scales. Application to the A1203/MA956 system. *Materials Science and Engineering A*, v.230, p.39-48.
- Coccia, Lecis, G.; Lenardi, C.; Sabatini, A. (1997). The Effect of Mn-depleted surface layer on the corrosion resistance of shape memory Fe-Mn-Si-Cr alloys. *Metallurgical and Materials Transactions*, v. 28A, p. 1219-1222.
- Della Rovere, C. A. et al. (2012). Characterization of passive films on shape memory stainless steels. *Corrosion Science*, p. 154–161.
- Griffin, D. et al. (2000). Deformation and fracture, during cooling, of the alumina scale developed on Fe₃Al. *Surface and Coatings Technology*, v. 126, p. 142-151.
- Lin Chengxim, W. G. et al. (2006). Analysis of wear resistance and its mechanism in an Fe–Mn–Si–Cr–Ni shape memory alloy. *Materials Science and Engineering A*, p. 804-808.
- Malafaia, A. M. S. (2013). Oxidação cíclica em alta temperatura de ligas ferrosas fundidas de baixo custo. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Mougin, J. et al. (2001). Influence of cooling rate and initial surface roughness on the residual stresses in chromia scales thermally grown on pure chromium. *Materials Science and Engineering A*, v.308, p.118–123.
- Montealegre, M.A. et al. (2005). Oxidation behaviour of novel ODS FeAlCr intermetallic alloys. *Intermetallics*, v.13, p. 896 - 906.
- Nascimento, V. R. et al. (2015). Análise por elementos finitos do comportamento anômalo em oxidação cíclica de ligas FeMnSiCrNi. In: Congresso de Engenharias UFSJ (COEN), 2015.

Nicholls; J. R.; Bennet, M. J. (1999). Cyclic oxidation – guidelines for test standard disation, aimed at the assessment of service behavior. In: Schutze, M.; Quadackers, W. J. Cyclic oxidation of high temperature materials: mechanisms, testing methods, characterization and life time estimation. Londos: European Federation of Corrosion by IOM Communications. p. 437-470. (European Federation of Corrosion Publications, 27).

Oserby, S. et al. (2005). Tensile cracking of a chromia layer on a stainless steel during thermal cycling with hold periods. *Materials Science and Engineering A*, v. 412, p. 182-190.

Rui Ma. et al. (2013). Oxidation behavior of an austenitic stainless FeMnSiCrNi shape memory alloy. *Corrosion Science*, v. 66, p. 269-277.

Smialek, J.L.; Auping, J.V. (2002). COSP for windows-strategies for rapid analyses of cyclic-oxidation behavior. *Oxidation of Metals*, v.57, n5/6, p. 559-581.

W.B. Liu. Et al. (2009). Further improvement of shape memory effect in a pre-deformed Fe–Mn–Si–Cr–Ni–Nb–C alloy by smaller NbC precipitated through electropulsing treatment. *Journal of Alloys and Compounds*, p. 591-593.

Wright, J. K. et al. (1997). Finite element analysis of the effects of corners on residual stresses in protective oxide scales. *Materials Science and Engineering A*, v. 230, p. 202-212.

Zhout C. et al. (2008) - Evaluation of cyclic oxidation of thermal barrier coatings exposed to NaCl vapor by finite element method - Department of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics.

COMO UMA ÁRVORE PODE ARMAZENAR ENERGIA ELÁSTICA?

Paula de Oliveira Ribeiro, paula.ribeiro@engenharia.ufjf.br

Marcelo Miranda Barros, marcelo.barros@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de engenharia, Departamento de Estruturas, 36036900, Brasil

Resumo. Este trabalho teve como objetivo estudar o comportamento mecânico de árvores sujeitas a diferentes solicitações externas. O modelo geométrico considerado é o da família de árvores auto similares, ou seja, aquelas evoluídas a partir de proporções constantes pré definidas. Tais proporções definem a quantidade de ramos filhos de cada ramo pai (b), a razão entre os comprimentos de pai e filhos (λ) e entre os larguras de pai e filhos (w). A partir do modelo simples de árvores auto similares é possível gerar uma infinidade de árvores, com diferentes características mecânicas. No chamado Modelo 0 foi considerada a ação de cargas momento concentrado aplicadas nas extremidades livres da árvore, sendo análogo a problemas de transporte de fluidos. No Modelo 1 foi estudado o caso de aplicação de cargas horizontais nas extremidades livres que representa a situação de vento, na forma estática. As propriedades mecânicas estudadas foram: momento fletor, tensão normal devido à flexão, energia potencial elástica e flexibilidade. Essas propriedades foram estudadas sob dois pontos de vista: valores absolutos em cada ordem e relativos entre ordens consecutivas, que permite estudar as características de organização da árvore. A solicitação de momento fletor aumenta das extremidades para o tronco, portanto os elementos precisam aumentar seus diâmetros a fim de conseguirem suportar (transportar) maiores solicitações de cargas. O trabalho consistiu em deduzir as equações de cada modelo e fazer a representação gráfica das mesmas.

Palavras-chave: Mecânica, Árvore, Energia.

1. INTRODUÇÃO

Sistemas ramificados estão presentes na natureza, na vascularização de plantas e animais (Niklas, 1992), (Vico et al. 1994), (Masters, 2004) nos rios sobre a superfície da terra (Tarboton et al. 1988), em descargas elétricas (Femia et al. 1993), (Kudo, 1998) entre outros. Sistemas que evoluem naturalmente tendem a se ramificar a fim de fazer de forma facilitada o transporte de entidades físicas, tais como fluidos e eletricidade (Thompson, 191). Uma vez que o sistema precisa suportar a si mesmo, como no caso de uma árvore, é preciso que a estrutura mecânica suporte cargas e excitações externas (McMahon e Kronauer, 1976), (Mattheck, 1998), (Lundstorm, 2010), (Barros e Bevilacqua, 2015). Sob o ponto de vista do transporte de fluidos, Murray (1926) propôs o problema de minimizar volume (para gastar menos energia com transporte) e área de superfície (para minimizar a perda viscosa) em uma ramificação com elementos cilíndricos e verificou que a razão entre a quantidade de filhos b e os diâmetros d de pai e filhos se dá da seguinte forma: $d = b^{1/3}$ no caso de filhos idênticos (Rossitti e Lofgren, 1993), (McCulloh, 2003).

Neste trabalho, o modelo geométrico considerado é o da família de árvores auto similares, ou seja, evoluídas em termos de proporções constantes pré-definidas entre ramos pais e filhos. Foram considerados dois modelos que possuem as seguintes solicitações externas: momento concentrado nas extremidades livres e força horizontal nas extremidades.

Ao lidar com estruturas que suportam cargas, devido ao peso próprio, vento, peso dos frutos e eventuais animais, devem ser considerados os aspectos mecânicos. Portanto, o presente trabalho consiste no estudo de propriedades mecânicas de árvores auto similares, quando sujeitas a diferentes tipos de solicitação. As propriedades mecânicas estudadas foram: momento fletor, tensão normal devido à flexão, energia potencial elástica e flexibilidade. Essas propriedades foram estudadas sob dois pontos de vista: valores absolutos em cada ordem e relativos entre ordens consecutivas, que permitem estudar as características de organização da árvore.

O objetivo é determinar de qual forma as propriedades geométricas, o parâmetro evolutivo e o tipo de solicitação interferem nas propriedades mecânicas.

2. DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DAS ÁRVORES: PARÂMETROS EVOLUTIVOS

A caracterização completa de uma árvore é feita pelos parâmetros b , λ e w , pelo parâmetro evolutivo n e pela condição inicial λ_0, w_0 . A Fig. 1 mostra um exemplo de árvore auto similar.

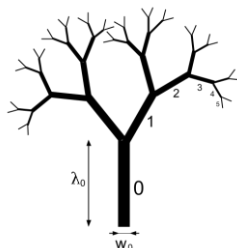


Figura 1. Exemplo de árvore auto similar com parâmetros $b = 2$ $\lambda = 1.5$ $w = 1.5$ e $n = 6$.

3. MODELOS

O modelo auto similar proposto tem como característica a mesma relação entre elementos pai e filho em toda a árvore. Cada conjunto de parâmetros escolhido gera árvores com comportamento mecânico diferenciado. As árvores são consideradas com comportamento elástico linear. O tronco principal é considerado engastado enquanto que as extremidades sofrem ações externas. Cada ramo pai precisa suportar seus ramos filhos.

No modelo 0 todas as extremidades recebem ação de momento concentrado M de valor fixo. Como consequência, esse momento se distribui de forma constante ao longo de um mesmo elemento. Vale notar que a inclinação das barras quando a ação é dada por momentos externos não influencia no momento fletor ao longo das barras. Esse modelo é interessante, pois é análogo a problemas de transporte: de fluidos, de calor e de carga elétrica.

No modelo 1 todas as extremidades recebem ação de forças horizontais H de valor fixo. O efeito de flexão gerado nas barras depende da distância das forças às seções nas barras e, portanto cada barra não sofre flexão constante e o ângulo de abertura das ramificações influencia nos momentos fletores nas barras. Portanto as barras serão consideradas com ângulo nulo, i.e. verticais, pois neste caso se maximiza os momentos fletores e assim estaremos estudando o caso mais desfavorável. Nesse modelo as barras verticais são consideradas flexíveis e as horizontais rígidas, de maneira que as barras horizontais não influenciem na análise mecânica da estrutura. Este modelo pode servir para representar a ação de vento, de forma estática. A Fig. 2 ilustra os modelos 0 e 1.

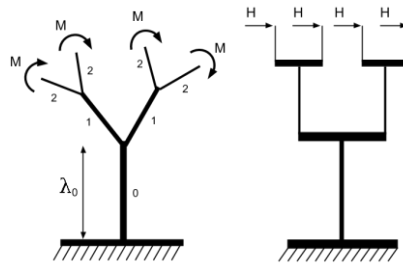


Figura 2. Representação dos modelos 0 (esquerda) e 1 (direita). No modelo 0 a inclinação das barras não afeta a flexão nas barras enquanto que no modelo 1 as barras estão na vertical a fim de maximizar a flexão nas barras.

4. PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS ÁRVORES

Os ramos de uma árvore têm, em geral, característica de serem longos e, portanto sujeitos a flexões de grande intensidade. Estudaremos portanto a flexão, i.e. momento fletor, tensão normal devido à flexão, energia elástica de flexão e flexibilidade à flexão.

As propriedades mecânicas foram estudadas de duas formas: absoluta e relativa. Os valores absolutos dizem respeito às características de cada elemento enquanto que os relativos relacionam elementos em ordens consecutivas (pai e filhos) e são importantes para entender como a árvore se organiza e distribui os esforços causados pelas solicitações externas.

As propriedades são mostrados por meio de gráficos e tabelas de forma bastante direta e suas provas estão no apêndice.

4.1 Momento Fletor

Uma barra quando sujeita à tendência de giro perpendicular ao seu eixo sofre flexão. A causa da flexão é denominada momento fletor. A intensidade do momento fletor depende de sua causa: se a ação é dada por um momento (binário), o momento fletor é constante na barra; se a ação é dada por uma força perpendicular, o momento fletor é dado pelo produto da força pela distância até a seção da barra. O valor do momento relativo é definido pela razão entre os momentos fletores máximos em ordens consecutivas, i.e. $m = \frac{M_k^{Máx}}{M_{k+1}^{Máx}}$.

4.2 Tensões Normais

A tensão representa o “sofrimento” interno em um determinado ponto da estrutura. Devido à flexão uma barra sofre tensão normal, i.e. força interna por unidade de área na direção longitudinal. A tensão normal devido à flexão depende do momento fletor que está sofrendo, do momento de inércia da seção transversal (mede a rigidez à flexão devido à forma da seção) e da posição em relação ao eixo neutro (que não sofre tensão). A tensão é definida por: $\sigma = \frac{My}{I}$, sendo I o momento de inércia e y a posição em relação ao eixo neutro. No caso em estudo, $y_k = \frac{w_k}{2}$ e $I_k = \frac{w_k^3}{12}$, resultando em

$$\sigma_k = \frac{6M_k}{w_k^2}.$$

No modelo 0, a proporção entre a tensão normal pai e filho depende somente da quantidade de filho e da variação da seção transversal. Já no modelo 1, esta proporção depende também da relação entre os comprimentos dos pais e filhos.

4.3 Energia

Propriedade que alguns corpos apresentam de retornar à forma original após terem sido submetidos a uma deformação elástica, absorvendo energia durante esse processo.

Em uma barra de comprimento L , módulo de elasticidade E e momento de inércia I sujeita ao momento fletor $M(s)$ a energia elástica é obtida pela seguinte expressão: $W = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{[M(s)]^2}{EI} ds$.

A proporção entre energias totais de ordens consecutivas é dada por: $W = \frac{W_{n-k-1}}{W_{n-k}}$.

4.4 Flexibilidade

Mede a facilidade de deslocar ou rotacionar um ponto de uma estrutura devido a uma determinada ação externa, definida a partir da energia elástica, como: $\phi = \left(\frac{\partial W_k}{\partial M_k} \right)_{M_k=1}$

5. RESULTADOS

5.1 Quadro-resumo

As tabelas 5 e 6 mostram um resumo das equações deduzidas, respectivamente, para os modelos 0 e 1.

Tabela 5: Quadro resumo para o modelo 0

Propriedade Valor absoluto	Propriedade Valor relativo	Relação entre os parâmetros	Características das propriedades
Momento $M_k = Mb^{n-k}$	$m=b$	$M_k > M_{k+1}$, independente da relação entre os parâmetros.	Momento máximo no tronco.
Tensão $\sigma_k = \frac{6Mb^{n-k}}{w_k^2}$	$\sigma = \frac{b}{w^2}$	$b > w^2$ <hr/> $b < w^2$ <hr/> $b = w^2$	Tensão máxima no tronco. <hr/> Tensão máxima nas extremidades. <hr/> Tensão constante nas ordens.
Energia $W_k = \frac{N_k \lambda_k M_k^2}{2EI_k}$	$W = \frac{b\lambda}{w^3}$	$b > w^3$ <hr/> $b < w^3$ <hr/> $b = w^3$	Energia é máxima no tronco. <hr/> Energia é máxima na ordem extrema. <hr/> Energia constante nas ordens.
Flexibilidade $\phi_k = \frac{N_k \lambda_k}{EI_k}$	$\phi = \frac{\lambda}{bw^3}$	$\lambda > bw^3$ <hr/> $\lambda < bw^3$ <hr/> $\lambda = bw^3$	Flexibilidade é máxima no tronco. <hr/> Flexibilidade é máxima na ordem extrema. <hr/> Flexibilidade é constante nas ordens

Tabela 6: Quadro resumo para o modelo 1

Propriedade Valor absoluto	Propriedade Valor relativo	Relação entre os parâmetros	Características das propriedades
Momento Fletor $M_k = Hb^K \sum_{i=k}^n \lambda_i$	$m = bf(\lambda, K)^*$	$M_k > M_{k+1}$, independente da relação entre os parâmetros	O momento fletor será sempre máximo no tronco, independente dos parâmetros.
Tensão $\sigma_k = \frac{6Hb^{n-k} \sum_{i=k}^n \lambda_i}{w_k^2}$	$\sigma = \frac{b}{w^2} f(\lambda, K)^*$	$b\lambda > w^2$ <hr/> $b(\lambda+1) < w^2$ <hr/> $b\lambda < w^2 < b(\lambda+1)$	Tensão máxima no tronco. <hr/> Tensão máxima na extremidade. <hr/> A tensão máxima ocorre em uma ordem intermediária.
Energia $W_{n-k} = \frac{H^2 b^{2k} N_{n-k} \lambda_{n-k}^3}{2EI_{n-k} \lambda^{2k}} g(\lambda, k)^* *$	$W := \frac{b\lambda}{w^3} \bar{g}(\lambda, k)^{***}$	$W_k > W_{k+1}$, independente da relação entre os parâmetros.	A energia é máxima no tronco.
Flexibilidade $\Phi_{n-k} = \frac{b^{2k} N_{n-k} \lambda_{n-k}^3}{EI_{n-k} \lambda^{2k}} g(\lambda, k)^{**}$	$\Phi = \frac{\lambda^3}{bw^3}$	$\Phi_k < \Phi_{k+1}$, independente da relação entre os parâmetros.	A flexibilidade é máxima na ordem extrema.

$$* f(\lambda, K) = \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^K}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{K-1}} \right)$$

$$** g(\lambda, k) = \left[\sum_{i=1}^k (i\lambda^{i-1} + (k-i+1)\lambda^{i+k-1}) + \frac{\lambda^{2k}}{3} \right]$$

$$*** \bar{g} = \frac{g(\lambda, k)}{g(\lambda, k+1)}$$

5.2 Resultados numéricos

A tabela 6 apresenta um resumo dos resultados numéricos encontrados.

Tabela 6. Resultados numéricos (n=10, b=2.0, λ=1.5)

Resultados numéricos	Interpretação
	<p>Como previsto o momento máximo ocorre no tronco, independente do valor do parâmetro w. A relação entre os momentos é constante e vale b, que no caso em estudo é 2.0. Sendo, portanto, independente do valor de w.</p>
	<p>Como previsto pela análise das equações, a tensão é máxima no tronco para valores de w menores que 1,41e menores no tronco para valores de w maiores que 1,41. A relação entre as tensões em ordem consecutivas é dependente do valor de w. Exemplo: $b=2.0$, $w=1.2$, a relação da tensão entre as ordens vale 1.38 conforme previsto na equação. Além disso, a relação é constante em toda a árvore.</p>
	<p>Como previsto pela análise das equações, a tensão é máxima no tronco para valores de w menores que 1,44e menores no tronco para valores de w maiores que 1,44. A relação entre as energias em ordem consecutivas é dependente do valor de w. Exemplo: $b=2.0$, $w=1.2$, a relação da energia entre as ordens vale 1.74 conforme previsto na equação. Além disso, a relação é constante em toda a árvore.</p>
	<p>Para $w > 0,90$ a flexibilidade é máxima na extremidade, como previsto. A relação entre as flexibilidades em ordem consecutivas é dependente do valor de w. Exemplo: $b=2.0$, $w=1.2$, $=1.5$ a relação da energia entre as ordens vale 0.43. Além disso, a relação é constante em toda a árvore.</p>
	<p>Como previsto nas equações o momento é máximo no tronco e independe do valor de w. A relação entre os momentos é dada pela equação abaixo que é crescente e conforme provado em anexo vale $b\lambda$ no tronco e $b(\lambda + 1)$ nas extremidades, respectivamente, 3 e 5 para o caso em análise.</p>

	<p>Como previsto pela análise das equações, a tensão é máxima no tronco para valores de w menores que 1,73 e menores no tronco para valores de w maiores que 2.24. Para valores de w entre esses limites, a tensão máxima ocorre em uma ordem intermediária.</p> <p>A relação entre a tensão é dada pela equação que é crescente e conforme provado em anexo vale $\frac{b\lambda}{w^2}$ no tronco e $\frac{b(\lambda+1)}{w^2}$ nas extremidades, respectivamente, 2.48 e 4.13 para $w=1.1$ no caso em estudo.</p>
	<p>A energia é máxima no tronco como previsto.</p> <p>A relação entre pai e filho é maior nas ordens da extremidade e independe de w.</p>
	<p>A flexibilidade é máxima na extremidade como previsto.</p> <p>A relação entre pai e filho é maior nas ordens da extremidade e independe de w.</p>

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram usados modelos simplificados de árvores, possibilitando o entendimento de alguns aspectos relacionando geometria, solicitação e comportamento mecânico. A auto similaridade presente nos modelos geométricos possibilitou a dedução das fórmulas. Outro fator que possibilitou os estudos foi o fato de os elementos serem verticais, pois a angulação inviabilizaria as deduções das expressões do modelo 1. Utilizamos o caso mais desfavorável para o momento fletor e que, ao mesmo tempo, foi menos trabalhoso, qual seja das barras verticais. Os gráficos gerados ilustram como os parâmetros influenciam nas distribuições das propriedades na árvore. A continuação desse trabalho consiste no aprofundamento das interpretações dos resultados e do desenvolvimento de modelos de maior complexidade, considerando, por exemplo, o peso próprio.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pelo apoio ao nosso projeto e à Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo auxílio concedido para participarmos do SIMMEC 2016.

NOMENCLATURA

B	número de ramos filhos para cada ramo pai	W	proporção de energia entre os ramos pai e filho
N	quantidade de ordens da estrutura	W_k	energia na ordem k
k	ordem específica na evolução	m	proporção de momento entre os ramos pai e filho
N_k	número de elementos pertencentes à ordem k	M_k	momento fletor na ordem k
w	proporção da largura entre os ramos pai e filho	I_k	momento de inércia do elemento de ordem k
w_0	largura do elemento de ordem 0	E	módulo de elasticidade
w_k	largura do elemento de ordem k		

Letras gregas

λ	proporção de comprimento entre os ramos pai e filho	σ	tensão normal
λ_0	comprimento do elemento de ordem 0	σ	tensão na ordem k
ϕ	flexibilidade	ϕ_k	flexibilidade na ordem k

REFERÊNCIAS

Barros, M.M., Bevilacqua, L., “Elastic fractal trees: a correspondence among geometry, stress, resilience and material quantity”, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 37:5, 14791483,2015.

Femia, N. et al., “Fractal characteristics of electrical discharges: experiments and simulation”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 26 : 4 , 619627,1993.

Kudo, K., “Fractal Analysis of Electrical Trees”, *IEEE Transactions on I/lielectrics and Electrical Insulation*, 5:5, 1998.

Lundstrom, T., *Mechanical stability and growth performance of trees*, Ph.D. Thesis, Université de Fribourg, 2010.

Masters, B.R., “Fractal Analysis of the Vascular Tree in the Human Retina”, *Annual Review of Biomedical Engineering*, 6, 427452,2004.

Mattheck, C., “Design on Nature: Learning from trees”, SpringerVerlagBerlin Heidelberg, 1998.

McCulloh, K. A., Sperry, J. S., Adler, F. R., Water transport in plants obeys Murray’s law, *Nature*, 421, 939942, February 2003.

McMahon, T. A., Kronauer, R. E., “Tree Structures: Deducing the Principle of Mechanical Design”, *J. Theor. Biol.*, 59,443466,1976.

Murray, C. D., “The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood”, *Proc.Natl. Acad. Sci. USA*, 12, 207214,1926.

Niklas, KJ, “Plant Biomechanics: an engineering approach to plant form and function”, The University of Chicago Press, 1992.

Tarboton, D.G., Bras, R.L., RodriguezIturbe,I., “The fractal nature of river networks”, *Water Resources Research*, 24:8, 13171322,1988.

Thompson, D. W., “On Growth and Form”, Camb.Univ. Press, 1917.

Rossitti, S., Lofgren, J., “Vascular dimensions of the cerebral arteries follow the principle of minimum work”, *Stroke: Jour. of the Am. Heart Association*, 24, 371377,1993.

Vico, P.G.M.D., Boyer, H.B.P., Cartilier, L.H., “New concepts in the study of tissue vascularization: a mathematical model of skin vascularization”, *Plastic &Reconstrutive Surgery*, 94:1, 1994.

APÊNDICE

Modelo 0
Momento fletor entre pai e filho:

$$M_k = Mb^{n-k}, \quad m = \frac{M_k}{M_{k+1}} = b$$

Tensão:

$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow \sigma_k = \frac{6Mb^{n-k}}{w_k^2}, \quad \sigma = \frac{\sigma_k}{\sigma_{k+1}} = \frac{b}{w^2}$$

Energia:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{(M(s))^2}{EI} ds \Rightarrow W_k = \frac{N_k \lambda_k M_k^2}{2EI_k}$$

Flexibilidade:

$$\phi = \left(\frac{\partial W_k}{\partial M_k} \right)_{M_k=1} \Rightarrow \phi_k = \frac{N_k \lambda_k}{EI_k}, \quad \phi = \frac{\phi_k}{\phi_{k+1}} = \frac{\lambda}{bw^3}$$

Modelo 1
Momento Fletor:

$$M_k = Hb^K \sum_{i=k}^n \lambda_i, \quad m = \frac{M_k^{Máx}}{M_{k+1}^{Máx}} \Rightarrow m = b \frac{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^K}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{K-1}}$$

Tensão:

$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow \sigma_k = \frac{6Hb^{n-k} \sum_{i=k}^n \lambda_i}{w_k^2}, \quad \sigma = \frac{\sigma_k}{\sigma_{k+1}} \Rightarrow \sigma = \frac{b}{w^2} \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^K}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{K-1}} \right)$$

Energia:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{(M(s))^2}{EI} ds$$

Energia na ordem “n”:

$$W_n = \sum_{i=1}^{N_n} \frac{1}{2EI} \int_0^{\lambda_n} (H * s)^2 ds \Rightarrow W_n = \frac{N_n H^2 \lambda_n^3}{6EI}$$

Energia na ordem “n-1”:

$$M(s) = bH(\lambda_n + s) \Rightarrow W_{n-1} = \frac{N_{n-1}}{2EI_{n-1}} \int_0^{\lambda_{n-1}} b^2 H^2 (s + \lambda_n)^2 ds \Rightarrow W_{n-1} = \frac{N_{n-1} b^2 H^2 (\lambda_{n-1})^3}{2EI_{n-1} \lambda^2} \left[\frac{\lambda^2}{3} + \lambda + 1 \right]$$

Energia na ordem “n-2”:

$$M(s) = b^2 F(\lambda_n + \lambda_{n-1} + s) \Rightarrow W_{n-2} = \frac{N_{n-2} H^2 b^4}{2EI_{n-2}} \int_0^{\lambda_{n-2}} (\lambda_n + \lambda_{n-1} + s)^2 ds$$

$$\Rightarrow W_{n-2} = \frac{N_{n-2} H^2 b^4 (\lambda_{n-2})^3}{2EI_{n-2} \lambda^4} \left(\frac{\lambda^4}{3} + \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \right)$$

Energia na ordem “n-3”:

$$M(s) = b^3 F(\lambda_n + \lambda_{n-1} + \lambda_{n-2} + s) \Rightarrow W_{n-3} = \frac{N_{n-3} H^2 b^6}{2EI_{n-3}} \int_0^{\lambda_{n-3}} (\lambda_n + \lambda_{n-1} + \lambda_{n-2} + s)^2 ds$$

$$W_{n-3} = \frac{N_{n-3} H^2 b^6 (\lambda_{n-3})^3}{2EI_{n-3} \lambda^6} \left(\frac{\lambda^6}{3} + \lambda^5 + 2\lambda^4 + 3\lambda^3 + 3\lambda^2 + 2\lambda + 1 \right)$$

Fórmula geral:

$$W_{n-k} = \frac{H^2 b^{2k} N_{n-k} \lambda_{n-k}^3}{2EI_{n-k} \lambda^{2k}} \left[\sum_{i=1}^k (i\lambda^{i-1} + (k-i+1)\lambda^{i+k-1}) + \frac{\lambda^{2k}}{3} \right]$$

Relação entre pai e filho:

$$\frac{W_{n-1}}{W_n} = \frac{b\lambda}{I} (\lambda^2 + 3\lambda + 3)$$

$$\frac{W_{n-2}}{W_{n-1}} = \frac{b\lambda}{I} \left[\frac{\lambda^4 + 3\lambda^3 + 6\lambda^2 + 6\lambda + 3}{\lambda^2 + 3\lambda + 3} \right]$$

$$\frac{W_{n-3}}{W_{n-2}} = \frac{b\lambda}{I} \left[\frac{\lambda^6 + 3\lambda^5 + 6\lambda^4 + 9\lambda^3 + 9\lambda^2 + 6\lambda + 3}{\lambda^4 + 3\lambda^3 + 6\lambda^2 + 6\lambda + 3} \right]$$

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PERFIS FORMADOS A FRIO SUJEITOS À INSTABILIDADE LOCAL NA FLEXÃO

Raylza Santos da Silva Campos, rayzacampos@gmail.com

André Luis Riqueira Brandão, andreriqueira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá, Campus Itabira, Rua Irmã Ivone Drumond, 200 – Distrito Industrial II, Itabira – Minas Gerais

Marcílio Sousa da Rocha Freitas, marcilio@em.ufop.br

Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Universitário Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto – Minas Gerais

Antônio Roque Alves, aralves34@gmail.com

Faculdade Santa Rita, Estrada Real km 02, 36400-000, Conselheiro Lafaiete – Minas Gerais

Resumo. *O objetivo deste trabalho é a avaliação da segurança estrutural de perfis formados a frio sujeitos a flexão simples. Índices de confiabilidade (β) foram calculados com o emprego dos métodos de confiabilidade FORM (First Order Reliability Method), FOSM (First Order Second Moment) e Simulação Monte Carlo. Os resultados foram comparados com índices de confiabilidade alvo (β_0), obtidos da calibração da norma AISI (2007). Verificou-se que na análise com a combinação de ações gravitacionais da norma brasileira NBR 14762 (2010), os índices de confiabilidade apresentaram apenas pequenos desvios em relação ao índice de confiabilidade alvo ($\beta_0=2,5$). Com o emprego da combinação de ações da norma americana, AISI S100 (2007) para o LRFD, os índices de confiabilidade foram superiores ao índice de confiabilidade alvo. Apesar da semelhança dos critérios de projeto definidos pelas duas normas, o modelo americano mostrou-se mais conservador, em função dos valores empregados como coeficientes de ponderação das ações.*

Palavras-chave: *confiabilidade estrutural, perfis formados a frio, flexão, instabilidade local.*

1. INTRODUÇÃO

Em meados de 1970, ocorreram significantes mudanças nas normas construtivas internacionais, recomendando delineamentos probabilísticos no dimensionamento de estruturas. A teoria da confiabilidade tem sido incorporada na avaliação da segurança estrutural de projetos da construção civil e naval, passando a ser conhecida, a partir da década de 70, como Confiabilidade Estrutural (Ang e Cornell, 1974).

A teoria da confiabilidade possui como papel fundamental, no ramo de análise de segurança e desempenho na construção civil, uma descrição realística de um modelo de projeto ou análise estrutural. A natureza estatística das ações e propriedades dos materiais tem sido causa de estudo em diversas nações. Tal estudo tem demonstrado que a incerteza das forças aplicadas e das resistências estruturais geram incertezas nos desempenhos estruturais, tais incertezas podem ser analisadas através da aplicação da teoria da confiabilidade. Neste contexto, a confiabilidade estrutural constitui-se em uma ferramenta valiosa para a análise da segurança das estruturas, fornecendo uma medida mais precisa do grau de segurança, uma vez que esse se baseia na determinação de probabilidades de falha (P_f) ou índices de confiabilidade (β).

No Brasil, a utilização da estrutura metálica como um tipo de tecnologia construtiva começou em meados do século XIX, com o advento do ferro fundido, e evoluiu até os dias de hoje com o uso do aço (Silva, 2008). Quanto aos processos de fabricação, os perfis de aço podem ser obtidos por laminação ou por soldagem de chapas ou por conformação à frio. De acordo com Chaves (2009), perfis formados a frio tem representado uma solução economicamente viável e bem aceita na construção metálica quando comparados com perfis laminados uma vez que o último apresenta pequena gama de perfis e ao custo relativamente alto dos perfil soldados.

O presente estudo utiliza dados experimentais obtidos por Yu e Schafer (2003), no qual foram analisados perfis de aço formados a frio com perfis Z e U enrijecido através de testes de flambagem local. Esta pesquisa restringiu-se os perfis do tipo U enrijecido, com os quais foram obtidas as capacidades resistentes à flexão pelo Método da Resistência Direta (NBR 14762, 2010; AISI, 2007). A comparação entre os resultados experimental e teórico fornece as informações de uma variável aleatória definida como coeficiente profissional (erro do modelo), utilizada na e análise de confiabilidade estrutural.

2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A análise de confiabilidade estrutural é baseada na existência de uma função de falha ou função de estado limite $G(\mathbf{X})$, sendo que $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ representa o conjunto de variáveis aleatórias envolvidas na análise, ou seja, todas aquelas com alguma informação estatística ao seu respeito. A função de falha $G(\mathbf{X})$ deve ser definida de maneira que o limite $G(\mathbf{X})=0$ separe o domínio de falha ($G(\mathbf{X})<0$) e o domínio de segurança ($G(\mathbf{X})>0$) (Hsiao, 1989).

Desta forma a confiabilidade estrutural deve buscar qual probabilidade dos acontecimentos de falhas, ou seja, qual a probabilidade da função de falha assumir valores pertencentes ao domínio de falha. Esta probabilidade é chamada de probabilidade de falha e é definida por:

$$P_f = P[G(\mathcal{X}) \leq 0] \tag{1}$$

Sabendo-se que $f_{\mathcal{X}}(\mathbf{X})$ representa a função densidade de probabilidade conjunta de todas as variáveis \mathbf{X} envolvidas na análise, a probabilidade de falha pode ser descrita pela integral:

$$P_f = \int_{G(\mathcal{X}) \leq 0} f_{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) dx \tag{2}$$

Portanto, a confiabilidade é definida como

$$C = 1 - P_f \tag{3}$$

A integração da Eq. (2) pode ser ilustrada pela Fig. 1 para um caso de 2 variáveis aleatórias. A figura mostra a função de densidade de probabilidade conjunta e suas curvas de nível projetada da superfície de $f_{\mathcal{X}}(\mathbf{X})$ no plano $X_1 X_2$. Todos os pontos contidos numa mesma curva de nível possuem o mesmo valor de $f_{\mathcal{X}}(\mathbf{X})$, ou seja, a mesma densidade de probabilidade (Hsiao, 1989).

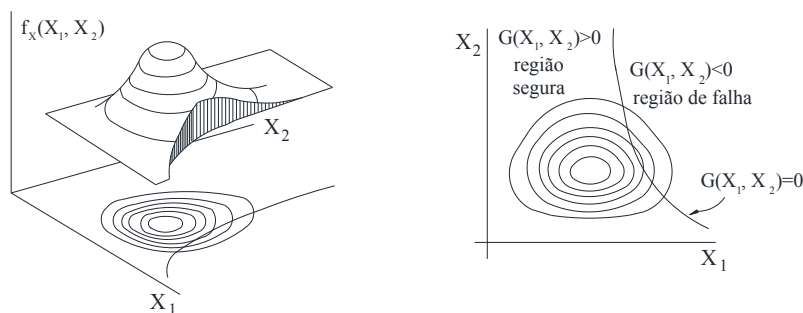


Figura 1. Integral de probabilidade de falha no espaço das variáveis básicas.

Em uma análise estrutural, podemos definir a função de falha $G(\mathbf{X})$, como sendo:

$$G(\mathcal{X}) = Z = R - Q \tag{4}$$

onde R e Q representam variáveis aleatórias da resistência e da solicitação, respectivamente.

Admite-se que as funções densidade de probabilidade e funções densidade acumulada de R e Q sejam conhecidas (Hsiao, 1989). Desse modo, as probabilidades associadas aos eventos podem ser definidas:

$$P_f = P(R < Q) = P(G(\mathcal{X}) \leq 0) = \int_{G(\mathcal{X}) \leq 0} f_{\mathcal{X}}(\mathcal{X}) dx \tag{5}$$

Assumindo-se que R e Q são estatisticamente independentes, a probabilidade de falha pode ser representada como:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) f_Q(q) dr dq = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(q) f_Q(q) dq \tag{6}$$

onde, $f_Q(q)$ é a função densidade de probabilidade de variável Q e $F_R(q)$ é a função distribuição acumulada da variável R .

O grande número de variáveis aleatórias envolvidas em muitos problemas práticos torna bastante difícil a obtenção da função conjunta de densidade de probabilidade e a integração da equação é quase sempre inviável. Alternativamente, mede-se a segurança estrutural em função do índice de confiabilidade β , definido como a menor distância da origem do espaço das variáveis padronizadas, ou variáveis reduzidas, até a superfície de falha (Cornell, 1969). O índice de confiabilidade representa grande relevância do ponto de vista de segurança do projeto, pois tal índice é uma medida relativa da segurança, ou seja, quando da comparação de dois ou mais projetos, aquele que apresentar maior β é mais confiável (AISI S100, 2007).

2.1 Método FORM

O método FORM baseia-se na transformação das variáveis básicas \mathbf{X} , sejam elas correlacionadas ou não, em variáveis estatisticamente independentes normais padrão \mathbf{U} , chamadas variáveis reduzidas, bem como da função de falha que possa ser definida neste espaço das variáveis reduzidas. Existem várias formas para a se transformar as variáveis aleatórias \mathbf{X} em aleatórias \mathbf{U} normais padrão e estatisticamente independentes. A metodologia com maior uso

de confiabilidade estrutural baseia-se na transformação de variáveis normais correlacionadas em variáveis normais estatisticamente independentes. Esta transformação é conhecida como transformação de Nataf.

Outra etapa do método consiste na aproximação da superfície de falha $G(\mathbf{U})=0$, função que definida no espaço das variáveis reduzidas, por uma superfície linear (primeira ordem da expansão de Taylor) no ponto com a menor distância até a origem, identificado por $U^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$. Esse é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas, ou seja, o ponto de maior densidade local de probabilidade. Um dos algoritmos mais usados a obtenção do ponto de projeto é o desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). Este algoritmo é comumente denominado como HLRF.

A distância do ponto de projeto até a origem é chamado de índice de confiabilidade β . Logo, o índice de confiabilidade probabilidade pode ser mesurado pela norma do vetor U^* , ou seja,

$$\beta = \|U^*\| \tag{7}$$

onde $\|.\|$ representa a norma (comprimento ou magnitude) de um vetor.

Sendo,

$$U^* = -\beta a \tag{8}$$

onde a é o vetor unitário, normal à superfície de falha, no ponto do projeto.

Ditlevsen e Madsen (1996) mostraram, utilizando as propriedades da distribuição normal padrão, que a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{9}$$

onde $\Phi(.)$ representa a distribuição cumulativa normal padrão.

2.2 Método FOSM

A informação da distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias não é levada em consideração no método analítico FOSM (Hsiao, 1989). A linearização da função de falha $g(\mathbf{X})$ é realizada pela aproximação de primeira ordem do desenvolvimento da série de Taylor, avaliada através da média das variáveis aleatórias, usando a média e a variância, em outras palavras os momentos estatísticos de segunda ordem. A Eq. (10) e Eq. (11) da média e do desvio padrão, respectivamente, foram obtidas admitindo-se que as variáveis aleatórias são independentes entre si e truncando a expansão em série de Taylor nos termos lineares.

$$\mu_{g(X)} \cong g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \tag{10}$$

$$\sigma_{g(X)} \cong \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2} \tag{11}$$

A probabilidade de falha pode ser determinada através da Eq. (12).

$$P_f \cong \phi\left(-\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right) \tag{12}$$

A relação μ_g/σ_g é conhecida como índice de confiabilidade de Cornel (1969).

2.3 Simulação de Monte Carlo

À partir de um conjunto de n variáveis aleatórias $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, sendo estas individualmente caracterizadas por sua função densidade de probabilidade marginal $f_{X_i}(X_i)$ e respectiva função de distribuição acumulada marginal $F_{X_i}(X_i)$, a probabilidade de falha, associada a uma função de estado limite $G(\mathbf{X})$ que define uma região de falha, pode ser calculada por:

$$P_f = \int_{G(\mathbf{X})=0} f(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = \int I[G(\mathbf{X})]f(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \tag{13}$$

onde $f_i(\mathbf{X})$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, e $I[g(\mathbf{X})]$ é uma função indicadora definida por:

$$I[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{X}) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{X}) > 0 \end{cases} \tag{14}$$

A função indicadora possibilita o cálculo da integral da Eq. (13) sobre todo domínio. O valor médio da função indicadora representa o resultado desta equação. Deste modo, a probabilidade de falha pode ser estimada através da Eq. (15).

$$\hat{P}_f = \frac{1}{ns} \sum_j^n I[G(\mathbf{X}_j)] \quad (15)$$

onde ns é o número de simulações, \mathbf{X}_j é o j -ésimo vetor de amostras simulado contendo as n variáveis e $\sum_j^n I[G(\mathbf{X}_j)]$ representa o somatório do número de simulações ocorridas na região de falha (nf). Assim sendo, a Eq. (15) pode ser reescrita conforme ilustrado abaixo:

$$\hat{P}_f = \frac{nf}{ns} \quad (16)$$

3. BARRAS SUBMETIDAS À FLEXÃO

A norma NBR 14762 (2010), com base na filosofia de projeto em estados limites, estabelece os requisitos básicos que devem ser obedecidos no dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio, constituídos por chapas ou tiras de aço-carbono ou aço de baixa liga, destinados a estruturas de edifícios. Nesta norma estão previstos três métodos para dimensionamentos de barras: método da largura efetiva (MLE), método da seção efetiva (MSE) e método da resistência direta (MRD). No presente trabalho é adotado o MRD, que considera as propriedades geométricas da seção bruta e contempla a análise geral da estabilidade elástica que permita identificar, para o caso em análise, todos os modos de flambagem e seus respectivos esforços críticos.

No caso de barras submetidas à flexão, a condições básicas é que o momento fletor solicitante de cálculo (M_{sd}) deve ser menor ou igual ao momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}). Desta forma, o valor de cálculo do momento fletor resistente é calculado de acordo com a Eq. (17) no início do escoamento da seção efetiva, e de acordo com a Eq. (18) devido à flambagem lateral com torção (FLT):

$$M_{Rd} = \frac{W_{ef} f_y}{\gamma} \quad (17)$$

$$M_{Rd} = \frac{\chi_{FLT} W_{c,ef} f_y}{\gamma} \quad (18)$$

onde, W_{ef} é o módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação a fibra extrema que atinge o escoamento e $W_{c,ef}$ é módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação a fibra externa comprimida. Tais propriedades geométricas da seção transversal podem ser calculadas com base no MLE ou no MSE.

A formulação do MRD, considera o módulo de resistência elástico da seção bruta (W) em relação à fibra extrema que atinge o escoamento. Nos três métodos para dimensionamentos de barras submetidas à flexão, o coeficiente de ponderação da resistência, γ , igual a 1,10 (NBR 14762, 2010).

3.1 Método da resistência direta

A determinação das forças axiais ou momentos fletores associadas aos modos de flambagem local, distorcional e global compreende a etapa inicial do MRD. O MRD exige técnicas numéricas, como por exemplo o método dos elementos finitos ou o método das faixas finitas (MFF), para que se realize uma análise linear de estabilidade de perfis de seções abertas e de paredes finas. O MFF tem como princípio o emprego de elementos de faixas transversalmente ao longo da direção longitudinal, sendo o comprimento dessas tiras ou faixas assumido como igual ao comprimento de meia onda de flambagem. Ressalta-se que no MFF o modelo utilizado resulta em menos graus de liberdade do que o de uma malha de elementos finitos, o que facilita muito a entrada e o processamento dos dados.

O programa CUFISM desenvolvido por Schafer (2001) utiliza o MFF, sendo apropriado para a análise de perfis formados a frio. Tal *software* é disponibilizado gratuitamente no site da Universidade Cornell, e possui como atribuições o fornecimento de tensão de flambagem elástica para perfis de aço formados a frio, biapoiado, sujeito a qualquer distribuição de tensões em suas extremidades. A Fig. 2 ilustra a utilização do programa CUFISM, para um dos perfis submetidos à flexão, constante do programa experimental de Yu e Schafer (2003). Pode-se observar que o primeiro ramo do gráfico corresponde à flambagem local de chapa e o segundo ramo corresponde ao modo distorcional. Já o terceiro ramo corresponde à flambagem global (flambagem lateral com torção). Os valores críticos (valores mínimos) de momentos fletores de flambagem elástica local e distorcional são empregados na obtenção do valor característico do momento fletor resistente (M_{Rk}).

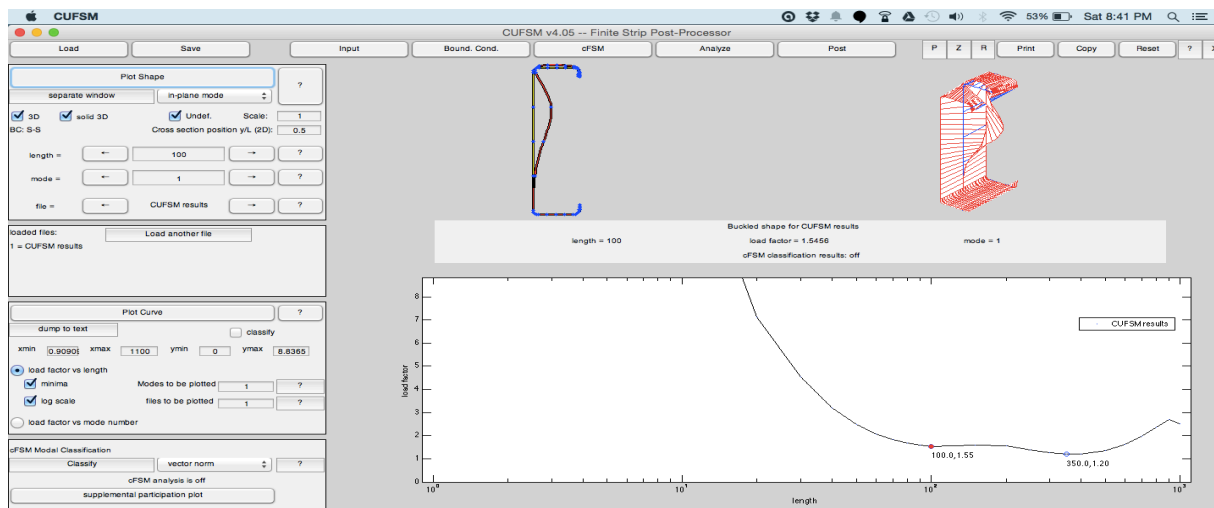


Figura 2. Modo local. Fonte: Próprio Autor.

4. PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

4.1 Estatísticas da resistência e das ações

Ravinda e Galambos (1978) descrevem a resistência de um elemento estrutural conforme demonstrado na Eq. (19):

$$R = R_n \cdot P \cdot M \cdot F \quad (19)$$

onde R_n é a resistência nominal do elemento estrutural, P é o coeficiente profissional (erro do modelo), M é o fator material e F é o fator fabricação. Consideradas variáveis aleatórias adimensionais, P , M e F refletem as incertezas do modelo, do material e das propriedades geométricas, respectivamente (Brandão e Freitas, 2013).

Partindo-se do pressuposto que as variáveis M , F e P não são correlacionadas e utilizando a teoria probabilística de primeira ordem, a média da resistência (R_m) pode ser obtida pela Eq. (20):

$$R_m = R_n (P_m \cdot M_m \cdot F_m) \quad (20)$$

onde,

P_m é a média da razão entre a resistência determinada experimentalmente e a resistência teórica, calculada segundo um determinado modelo, com as propriedades do material e a propriedades geométricas;

M_m é a média da razão entre a resistência mecânica do material obtida em ensaios e o valor mínimo especificado;

F_m é a média da razão entre a propriedade geométrica obtida por medição e o valor especificado (nominal).

O coeficiente de variação da variável R é igual a

$$V_R = \sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2} \quad (21)$$

onde,

V_P é o coeficiente de variação do erro do modelo;

V_M é o coeficiente de variação do fator material;

V_F é o coeficiente de variação do fator fabricação.

Logo, P_m , M_m , F_m , V_P , V_M e V_F são os dados estatísticos necessários para determinação das propriedades estatísticas da resistência, R_m e V_R . Os dados estatísticos das variáveis aleatórias M e F podem ser obtidos das normas NBR 14762 (2010) e AISI (2007). No caso da variável aleatória P , sua obtenção será apresentada à seguir, junto à discussão dos resultados.

A maioria das combinações de ações envolvendo ações gravitacionais é representada pela soma da ação permanente (D) com a ação variável (L). As combinações de ações gravitacionais governam os projetos em muitas situações práticas e são particularmente importantes. As estatísticas adotadas para ação permanente e ação variável, foram obtidas de Galambos *et al.* (1982).

4.2 Definição da função falha

A Eq. (22) relaciona a resistência nominal (R_n) com as ações nominais seguindo o modelo de estado limite utilizado pela norma ABNT NBR 14762 (2010):

$$\frac{R_n}{\gamma} \cong c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad (22)$$

onde γ representa o coeficiente de ponderação da resistência enquanto que γ_D e γ_L são os coeficientes de ponderação das ações permanente e acidental, respectivamente. A calibração da norma AISI (2007) resultou-se dos dados das ações gravitacionais bem como dos índices de confiabilidade alvos (β_o) que podem ser observados na Tab. 1, os quais são parâmetros utilizados na análise de confiabilidade. O LSD (*Limit States Design*) com a combinação de ações $1,25D_n+1,5L_n$ é a mesma adotada tanto pela norma americana quanto pela brasileira. Brandão e Freitas (2013) consideraram um cruzamento entre as combinações de ações e relações entre ação permanente nominal e ação variável nominal (D_n/L_n) pela inexistência, na NBR 14762 (2010), de definição dos procedimentos e parâmetros de análise de confiabilidade específicos.

Tabela 1. Dados de calibração (AISI-S100, 2007).

	LRFD	LSD
$\gamma_D D_n + \gamma_L L_n$	$1,2D_n + 1,6L_n$	$1,25D_n + 1,5L_n$
D_n / L_n	1/5	1/3
β_o	2,5	3,0
P_f	$\approx 6 \times 10^{-3}$	$\approx 2 \times 10^{-4}$

A Eq. (23) ilustra a função de falha, na qual as variáveis R , D e L foram reconstruídas, com base nos seus valores nominais através da utilização da equação de estado limite definida de acordo com normas de dimensionamento, a força resistente nominal e a relação D_n/L_n . Vale ressaltar que os métodos de confiabilidade FORM e Simulação Monte Carlo utilizam as funções de distribuição de probabilidade além das médias e dos desvios-padrão (Brandão e Freitas, 2015).

$$g(.) = R - (D + L)$$

(23)

5. RESULTADOS

5.1. Obtenção do coeficiente profissional (erro do modelo)

O experimento realizado por Yu e Schafer (2003) foi especificamente desenvolvido para possibilitar a ocorrência da flambagem local. Um painel de telha trapezoidal conectada à mesa superior das vigas ensaiadas, restringiu a ocorrência de modos de flambagem global e distorcional. Ressalta-se que a análise teórica apontava para flambagem distorcional, caso não se considerasse o travamento imposto pela colocação do painel de telha. Os resultados obtidos no presente estudo, dos momentos fletores de flambagem elástica, apresentaram boa aproximação com aqueles obtidos pela análise via MRD realizada por Yu e Schafer (2003). Para efeito de desenvolvimento desta pesquisa, foram utilizados os valores característicos do momento fletor resistente associado à flambagem local (M_{Rl}). A Tabela (2) apresenta os resultados da comparação entre o valor do momento fletor resistente obtido experimentalmente (M_{test}) e o momento fletor resistente teórico de flambagem local (M_{Rl}).

Os 24 resultados apresentados na Tab. 2, foram utilizados no programa computacional Minitab 16, na obtenção dos parâmetros estatísticos da variável aleatória coeficiente profissional (P). A média e o desvio padrão obtidos com M_{Rl} obtidos pela análise do presente trabalho foram 1,0781 e 0,075, respectivamente. A função de distribuição de probabilidade ($f(p)$) que melhor descreve esses dados é a distribuição lognormal (LN).

Tabela 2. Comparação entre o valor do momento fletor resistente obtido experimentalmente e o momento fletor resistente teórico de flambagem local.

corpo de prova	M_{test}/M_{Rl}^a	M_{test}/M_{Rl}^b	corpo de prova	M_{test}/M_{Rl}^a	M_{test}/M_{Rl}^b	corpo de prova	M_{test}/M_{Rl}^a	M_{test}/M_{Rl}^b
8C097-2	1,08	1,04	8C043-5	1,05	1,05	10C068-2	1,16	1,18
8C097-3	1,13	1,10	8C043-6	1,07	1,07	10C068-1	1,13	1,14
8C068-4	1,04	1,03	8C043-3	1,04	1,03	6C054-2	1,11	1,06
8C068-5	0,95	0,93	8C043-1	1,04	1,04	6C054-1	1,06	1,04
8C068-2	0,93	0,93	12C068-9	1,17	1,18	4C054-1	1,03	1,02
8C068-1	0,94	0,94	12C068-5	1,16	1,19	4C054-2	1,07	1,03
8C054-1	1,03	1,04	12C068-3	1,08	1,07	3.62C054-1	1,21	1,16
8C054-8	1,07	1,07	12C068-4	1,10	1,07	3.62C054-2	1,21	1,17

^a Presente trabalho

^b Yu e Schafer, 2003

5.3. Obtenção do índice de confiabilidade

A norma americana AISI (2007) especifica $\phi = 0.90$ para o LRFD e $\phi = 0.85$ para o LSD, sendo ϕ o inverso de γ . A norma brasileira ABNT NBR 14762 (2010) utiliza valor equivalente ao AISI para o LRFD, ou seja, um coeficiente de ponderação da resistência (γ) de 1,10.

Com os métodos de confiabilidade FORM, FOSM e Simulação Monte Carlo (SMC) com 100.000 iterações, foram obtidos os índices de confiabilidade β , apresentados na Tab. 3, para duas combinações de ações, e duas relações entre os valores nominais de ação permanente nominal e ação variável (D_n/L_n).

Tabela 3. Índices de confiabilidade.

	1,2D _n + 1,6L _n			1,25D _n + 1,5L _n		
	β_{FORM}	β_{FOSM}	β_{SMC}	β_{FORM}	β_{FOSM}	β_{SMC}
$D_n/L_n = 1/5$	2,68	2,79	2,68	2,51	2,59	2,51
$D_n/L_n = 1/3$	2,74	2,88	2,73	2,58	2,69	2,56

Os resultados obtidos via método FORM comparados aos resultados pela Simulação Monte Carlo, ratificam a precisão do método analítico para a função de desempenho empregada neste trabalho. Apesar de o FOSM ser um método de confiabilidade simplificado e de menor precisão, procedeu-se a análise com este para fins de comparação, uma vez que os coeficientes de calibração da norma americana foram calibrados com tal metodologia.

Observa-se que os índices de confiabilidade obtidos foram superiores ao alvo de 2,5 em sua maioria. A norma americana AISI (2007) apresenta certo conservadorismo uma vez que o coeficiente que pondera a ação permanente D é inferior e o coeficiente que pondera a ação variável L é superior, quando comparados ao valor adotado pela norma brasileira.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um procedimento para análise de confiabilidade perfis formados a frio submetidos a flexão. O método da resistência direta (MRD) foi utilizado na análise, para a obtenção da capacidade resistente à flexão, de seções definidas a partir de um conjunto de dados experimentais.

Verificou-se que na análise com a combinação de ações gravitacionais da norma brasileira NBR 14762 (2010), os índices de confiabilidade apresentaram apenas pequenos desvios em relação ao índice de confiabilidade alvo ($\beta_o=2,5$). Com o emprego da combinação de ações da norma americana, AISI S100 (2007) para o LRFD, os índices de confiabilidade foram superiores ao índice de confiabilidade alvo. Apesar da semelhança dos critérios de projeto definidos pelas duas normas, o modelo americano mostrou-se mais conservador, em função dos valores empregados como coeficientes de ponderação das ações.

Apesar dos resultados dos índices de confiabilidades serem adequados quando comparados ao índice de confiabilidade alvo de 2,5, sugere-se aos comitês de revisão de normas, uma definição clara do índices de confiabilidade alvo (β_o) e da relação entre as ações nominais (D_n/L_n), para verificação do coeficiente de ponderação da resistência da norma brasileira NBR 14762 (2010) para flexão. Neste caso, recomenda-se o método de confiabilidade FORM.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

NOMENCLATURA

<i>ABNT</i>	Associação Brasileira de Normas Técnicas	<i>MSE</i>	método da seção efetiva
<i>AISI</i>	American Iron and Steel Institute	<i>M_{Rd}</i>	momento fletor resistente de cálculo
<i>D</i>	ação permanente	<i>P</i>	coeficiente profissional (erro do modelo)
<i>F</i>	fator material	<i>P_f</i>	probabilidade de falha
<i>FOSM</i>	first-order second moment method	<i>R_m</i>	média da resistência
<i>FORM</i>	first order reliability method	<i>R_n</i>	resistência nominal
<i>L</i>	ação variável	<i>SMC</i>	simulação monte carlo
<i>M</i>	fator material	<i>V_F</i>	coeficiente de variação do fator fabricação
<i>MFF</i>	método das faixas finitas	<i>V_M</i>	coeficiente de variação do fator material
<i>MLE</i>	método da largura efetiva	<i>V_P</i>	coeficiente de variação do erro do modelo
<i>MRD</i>	método da resistência direta		

$W_{c,ef}$	módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação à fibra extrema comprimida	β_{alvo}	índice de confiabilidade alvo (2,5 para barras)
W_{ef}	módulo de resistência elástico da seção efetiva em relação à fibra extrema que atinge o escoamento	μ_S	valor médio da resistência
		μ_R	valor médio da sollicitação
		σ_S	desvio padrão da sollicitação
		σ_R	desvio padrão da resistência
		γ	coeficiente de ponderação das ações ou das resistências, em geral
Letras gregas		χ_{FLT}	fator de redução do momento fletor resistente, associado à flambagem lateral com torção
β	índice de confiabilidade		

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14762., 2010. Dimensionamento De Estruturas De Aço Constituídas Por Perfis Formados A Frio.
- AISI S100., 2007. *Specification For The Design Of Cold-Formed Steel Structural Members*.
- Alves, A. R.; Brandão, A. L. R.; Freitas, M. S. R., 2015. Confiabilidade De Barras Em Perfis Formados A Frio Submetidos À Força Axial De Compressão Via Método Form. *Iberian Latin-American Congress On Computational Methods In Engineering*. Abmec, Rio De Janeiro, Rio De Janeiro, Brasil.
- Ang, A. H-A. E Cornell, C. A., 1974. *Reliability Bases Of Structural Safety And Design*. Journal Of The Structural Division, Asce. Vol. 100, Número 9, Pp. 1755-1769.
- Ang, A. H-S. E Tang, W. H., 1990. *Probability Concepts In Engineering Planning And Design – Decision, Risk and Reliability*. Vol. Ii, John Wiley & Sons, 562p, Eua.
- Brandão, A. L. R.; Freitas, M. S. R., 2013. Calibração De Coeficiente De Ponderação Da Resistência Em Ligações Soldadas De Perfis Formados A Frio. *Iberian Latin-American Congress On Computational Methods In Engineering*. Abmec, Pirenópolis, Goiás, Brasil.
- Cornell, A. C., 1969. *A probability based structural code*. *ACI Journal*, vol. 66, 12, 974-985.
- Galambos, T.V., Ellingwood, B., MACGREGOR, J.G., Cornell, C.A., 1982. Probability-based load criteria: assessment of current design practice. *Journal of the Structural Division*, Vol. 108, n. ST5, pp. 959-977.
- Freitas, M. S. R., 1998. Combinação de modelos probabilísticos e possibilísticos para a análise de confiabilidade estrutural. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE).
- Hsiao, L.E., 1989. *Reliability Based Criteria For Cold-Formed Steel Members*. Ph. D. Thesis, Universidade De Missouri-Rolla, Rolla, Missouri.
- Javaroni, C.E., 2015. *Estruturas De Aço: Dimensionamento De Perfis Formados A Frio*. 1ª Ed. Elsevier Editora Ltda.
- Kiureghian, A.D., 2008. *Analysis Of Structural Reliability Under Parameter Uncertainties*. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 23, No. 4, Pp. 351-358.
- Ravindra, M. K.; Galambos, T. V., 1978. *Load And Resistance Factor Design For Steel*. *Journal of the Structural Division*, 104, ST9, 1337-1353.
- Schafer, B. W., 2001. *Cufsm 2.5 Software. User Manual And Tutorials*. Disponível No Site www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm. Acesso em 15 de março de 2016.
- Silva, A. De P., 2008. Análise Do Uso De Estruturas De Aço Em Edificações Habitacionais De Interesse Social. 109 F. Monografia - Escola De Engenharia Da Ufmg, Universidade Federal De Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Yu, C., Schafer, B. W., 2003. *Local Buckling Tests On Cold-Formed Steel Beams*. In: *Journal Of Structural Engineering*. December.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE RUGOSIDADE DE PAVIMENTOS ASFÁLTICOS VIA ESCANEAMENTO TRIDIMENSIONAL A LASER

Gabriel Henrique Carvalho Neves, gabriel.neves2011@engenharia.ufjf.br

Gisele Goulart Tavares, giselegoulart@ice.ufjf.br

Leonardo Goliatt, leonardo.goliatt@ufjf.edu.br

Flávia de Souza bastos, flavia.bastos@ufjf.edu.br

Natália Resende, natalia.resende@engenharia.ufjf.br

Geraldo Luciano Marques, geraldo.marques@ufjf.edu.br

Michèle Farage, michele.farage@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora - Faculdade de Engenharia. Campus Universitário, São Pedro, 36036-330, Juiz de Fora, MG, Brasil

Resumo. A caracterização da superfície de pavimentos asfálticos mostra-se de enorme importância para a segurança nos sistemas de locomoção rodoviário e mesmo no transporte aeroviário, onde as características destes devem ser acuradamente controladas para um bom desempenho na decolagem e pouso das aeronaves. A performance dos pavimentos são avaliadas e classificadas através de vários parâmetros, sendo a rugosidade um dos principais, pois tem influência direta na qualidade do contato entre pneu e asfalto. Atualmente ensaios indiretos são realizados para caracterizar a superfície de pavimentos asfálticos, como o ensaio Mancha de Areia que consiste em calcular a razão entre um volume de areia conhecido e a área de um círculo formado por este material sobre a superfície, obtendo a altura média de areia. Estes ensaios apresentam desvantagens, como grandes níveis de incerteza devido, por exemplo, à influência do operador. O presente trabalho tem como objetivo uma proposta alternativa para a avaliação das características da superfície asfáltica. Utiliza-se um scanner 3D a laser o qual nos últimos anos tornou-se facilmente acessível, possuindo inclusive versões portáteis, para a reprodução da superfície e posterior análise utilizando programas computacionais. Esta metodologia se mostra promissora, pois agiliza a análise permitindo um maior controle sobre a degradação do pavimento e elimina a influência do operador sobre os ensaios.

Palavras-chave: Scanner a Laser, Pavimento Asfáltico, Rugosidade, 3D

1. INTRODUÇÃO

O transporte rodoviário é um dos mais utilizados pela população mundial pois é um meio de transporte de fácil acesso que facilita a locomoção das pessoas e o transporte de mercadorias entre diversas regiões, contribuindo fortemente para o desenvolvimento social e econômico de países, estados e municípios. Dada essa importância na vida da população, torna-se necessário ter uma certa atenção com as rodovias de forma a promover uma maior segurança para seus usuários e garantir uma maior vida útil para a mesma. Uma rodovia moderna deve ser capaz de promover uma locomoção segura com conforto para os passageiros assim como um transporte eficiente. Além do transporte rodoviário toma-se atenção também no transporte aeroviário, onde as características dos pavimentos devem ser acuradamente controladas para um bom desempenho na decolagem e pouso das aeronaves. Uma das principais características a ser considerada no que diz respeito à qualidade das estradas é a superfície destes pavimentos que está diretamente relacionada a diferentes influências no contato pavimento-pneu, tais como resistência ao rolamento, desgaste do pneu e barulho interior e exterior.

A textura do pavimento pode ser definida da seguinte forma “o desvio da superfície do pavimento de uma superfície perfeitamente plana”. A textura pode ser dividida em diferentes escalas de estudo, onde estas escalas são divididas em

Comprimento de onda	1 μm	10 μm	100 μm	1 mm	10 mm	100 mm	1 m	10 m	100 m	
Categoria PIARC	Microtextura			Macrotextura			Megatextura	Rugosidade		
Influência da característica da superfície do pavimento						Resistência à rolagem				
						Qualidade de passeio (suavidade)				
					Atrito clima húmido					
	Atrito clima seco									
						Respingos e spray				
	Desgaste do pneu						Desgaste do veículo			
						Barulho no interior do veículo				
					Barulho contato pneu-pavimento					

Figura 1. Relação entre a textura e as características do pavimento.

comprimentos de onda. O comprimento de onda é definido como “ a menor distância entre partes repetidas periodicamente nas curvas” (Bitelli *et al.*, 2012). A Figura 1 representa a relação entre a textura e as características do pavimento.

A macro-textura e micro-textura são as duas principais categorias que afetam o contato entre pneu e o pavimento. A micro-textura corresponde a comprimentos de onda menores que 0,5 mm e amplitude pico-pico de perfil entre 1 μm e 0,2 mm, esta rugosidade está relacionada aos minerais agregados utilizados e a cada agregado presente no limite da superfície. A micro-textura atua principalmente a baixas velocidades e pistas secas.

A macro-textura corresponde a comprimentos de onda da ordem de 0,5 mm a 50 mm e amplitude pico-pico de perfil entre 0,2 mm e 10 mm e está relacionada diretamente a curva granulométrica e a técnica de pavimentação. A macro-textura é responsável por evitar a separação entre o pneu e a pista devido a aquaplanagem. A Figura 1 mostra a importância de se conhecer as características dos pavimentos, principalmente devido a fatores de segurança.

O presente trabalho tem como objetivo propor uma alternativa para a avaliação das características da superfície asfáltica. O método consiste na utilização de um scanner 3D a laser, equipamento que nos últimos anos tornou-se facilmente acessível, possuindo inclusive versões portáteis que permitem a reprodução da superfície e posterior análise por meio de programas computacionais. O diferencial desta proposta é a redução das incertezas presentes nos ensaios experimentais. Para validação dos resultados, estes serão comparados com ensaios de campo, como o ensaio de Mancha de Areia, regulamentado pela ASTM E965 (ASTM, 2006).

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Obtenção dos dados

O LiDAR, do inglês Light Detection and Ranging é uma técnica de varredura, rastreamento e perfilamento a laser. Uma aplicação comum do LiDAR é nos aparelhos de escaneamento tridimensional (Wulder *et al.*, 2012). A tecnologia de escaneamento tridimensional permite a representação de objetos de grande complexidade. O resultado do escaneamento é uma nuvem de pontos 3D que representa com precisão o objeto escaneado. O processamento da nuvem de pontos resultante do escaneamento tridimensional de pavimentos asfálticos pode permitir a determinação automática de parâmetros de difícil medição manual como a microrrugosidade da textura.

Foram escolhidas duas regiões de pavimentos asfálticos com idades e características distintas. Para obtenção dos parâmetros de rugosidade foi realizado o ensaio de Mancha de Areia em cada um dos trechos analisados. Para melhor precisão dos ensaios, cada trecho foi subdividido em cinco regiões e em cada uma delas foram realizadas sucessivas medições.

A seguir, foram extraídos corpos de prova cilíndricos os quais foram escaneados em laboratório utilizando o NextEngine Laser Scanner 3D, adequado para este tipo de estudo, pois captura imagens com alta precisão, com demais



Figura 2. Procedimento de obtenção da nuvem de pontos de um dos corpos de prova em laboratório.

Tabela 1. Especificações técnicas do NextEngine Laser Scanner 3D no modo macro.

NextEngine Laser Scanner 3D	
Dimensões	224 x 91 x 277 mm
Campo de Visão	13 x 10 cm
Alcance	18 cm
Precisão	±0,127 mm
Resolução	200 DPI
Velocidade de Aquisição	50000 pontos/segundo

características técnicas mostradas na Tabela 1. A Figura 2 mostra o laboratório onde foram realizadas as medições. O software ScanStudio, desenvolvido especificamente para o NextEngine Laser Scanner, foi utilizado para o processamento inicial das imagens. Foram realizados 3 e 6 escaneamentos para cada corpo de prova, a fim de comparar os resultados do algoritmo desenvolvido com os obtidos de forma experimental. A aquisição dos dados referentes aos pavimentos asfálticos com 3 e 6 leituras permite a análise das melhores aproximações em relação ao número de cenas capturadas.

2.2 Métodos

Primeiramente realizou-se o ensaio de Mancha de Areia, o princípio deste procedimento consiste na utilização de uma técnica volumétrica pela qual obtém-se a altura de areia a partir de um volume conhecido. A areia utilizada apresenta granulometria uniforme, de forma que os vazios presentes no pavimento sejam preenchidos regularmente. O material é despejado na superfície do pavimento e por meio de movimentos circulares é espalhado até que forme uma região aproximadamente circular. Assim, por meio de um cálculo simples da área deste círculo e sendo conhecido o volume de material, sua altura pode ser determinada. É importante ressaltar que o ensaio de Mancha de Areia analisa especificamente a macro-textura do material. Foram então realizados procedimentos computacionais:

1. Leitura do conjunto de dados e o processamento para a retirada da superfície de interesse. A presença de valores atípicos e partes que não pertencem ao objeto de interesse influenciam de forma nos parâmetros de rugosidade, fazendo-se necessária a retirada. Para descrever o pavimento de forma adequada, este foi dividido em seções radiais de pequena espessura. A superfície foi cortada por 9 planos normais, rotacionados com separação de 20° entre si.

2. Após este procedimento, para cada plano o ponto mais alto é definido, possibilitando dessa forma o cálculo das alturas dos demais pontos pertencentes ao conjunto de dados em relação ao máximo encontrado.
3. Posteriormente o cálculo da altura média como representado pela Eq. 1. O algoritmo calcula a média das alturas obtidas para os pontos pertencentes a cada plano e retorna o valor aproximado para a profundidade média da superfície.

$$Z_{med} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n Z_{max} - Z_i \right)}{n} \quad (1)$$

onde Z_{max} , Z_i e n representam a profundidade máxima, a profundidade sob análise e o número pontos estudados, respectivamente.

O método também retorna informações estatísticas que possibilitam a análise quantitativa dos dados, como desvio padrão mediana e curtose. O desvio padrão fornece informações referentes à dispersão dos dados, permitindo analisar como as alturas se comportam quando distantes da média. A mediana é menos sensível a valores atípicos, divide o conjunto de dados em duas partes iguais possibilitando a análise do centro da distribuição. A análise da facilidade de se obter valores que não se aproximam da média é feita através da curtose, representando que a distribuição dos resultados tem achatamento semelhante ao da distribuição normal quando esta medida de dispersão se aproxima de zero (Magalhães e Lima, 2004).

3. RESULTADOS

3.1 Resultados Experimentais

Os resultados experimentais obtidos para o ensaio de Mancha de Areia estão contidos na Tabela 2, a seguir. As médias das profundidades da textura dos pavimentos 1 e 2 foram respectivamente 1,30 mm e 0,77 mm.

Tabela 2. Resultados do ensaio Mancha de Areia.

Ensaio	Profundidade Média da textura (mm)	
	Pavimento 1	Pavimento 2
1	1,30	0,86
2	1,29	0,73
3	1,31	0,73
4	1,38	0,83
5	1,19	0,72

Os resultados de macrotextura foram classificadas de acordo o Manual de Restauração de Pavimentos Asfálticos (BRASIL, 2006). Assim, a classificação da macrotextura do pavimento 1 é muito grossa, enquanto o pavimento 2 apresenta macrotextura média.

3.2 Resultados Computacionais

Para os pavimentos asfálticos foi empregado o método computacional desenvolvido para a aproximação das profundidades médias das texturas. A Tabela 3 apresenta o valor médio para as rugosidades dos pavimentos, e as tabelas 4, 5 e 6 apresentam valores para desvio padrão, mediana e curtose respectivamente.

Pode-se observar que, comparando os desvios padrões para os pavimentos 1 e 2, é perceptível que as profundidades para o pavimento 1 se distanciam mais da média por apresentarem maior desvio. As médias e medianas se aproximaram, indicando distribuições aproximadamente simétricas. Medidas estimadas para curtose foram próximas de zero, apontando que as profundidades possuem distribuição mesocúrtica (Magalhães e Lima, 2004), isto é, possuem aproximadamente o mesmo achatamento da distribuição normal.

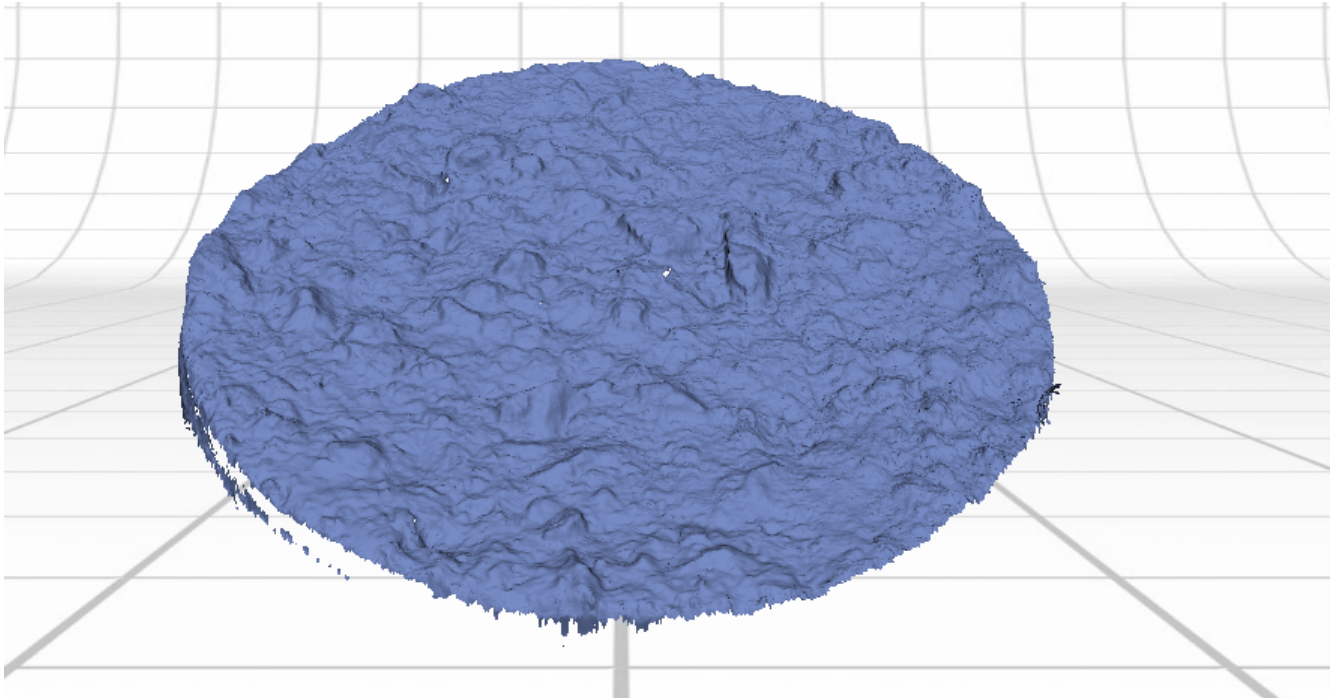


Figura 3. Perfilamento tridimensional com 6 leituras do Pavimento asfáltico 1.

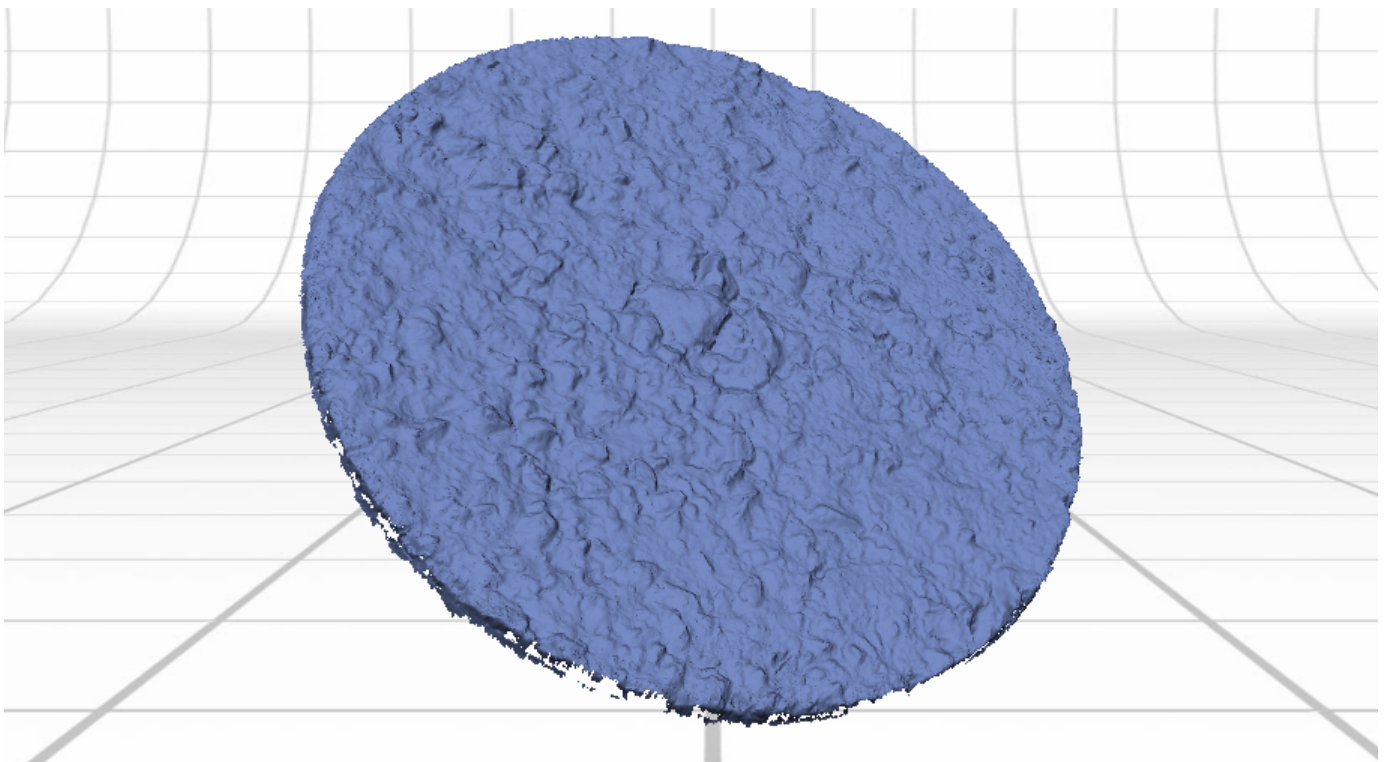


Figura 4. Perfilamento tridimensional com 6 leituras do Pavimento asfáltico 2.

3.3 Comparação dos Resultados

Para efeito de comparação entre os dados experimentais e computacionais, foi feita a análise da variação percentual entre as medidas. Foi obtida variação média de 41% para o pavimento 1 e de 44% para o pavimento 2. Esses resultados mostram que a razão entre os valores experimentais e computacionais é de aproximadamente 0,5. Essa diferença pode ser explicada por dois motivos: (1) a baixa precisão do ensaio de Mancha de Areia e (2) pela alta precisão do aparelho, que

Tabela 3. Valores estimados para a profundidade média, desvio padrão, mediana e curtose da textura dos pavimentos asfálticos. Nas linhas são apresentados os valores ajustados para cada pavimento, e organizados nas colunas de acordo com o número de leituras utilizadas

Parâmetro Descritivo	Pavimento 1		Pavimento 2	
	3 leituras	6 leituras	3 leituras	6 leituras
Média	1.77	2.63	1.38	1.39
Desvio Padrão	0.57	1.24	0.46	0.48
Mediana	1.84	2.51	1.38	1.37
Curtose	0.73	-0.65	0.69	0.52

consegue atingir áreas não acessíveis nos pavimentos utilizando os métodos tradicionais.

4. CONCLUSÃO

Embora as variações obtidas tenham sido consideravelmente grandes, ressalta-se que as relações entre os valores obtidos pelo procedimento experimental (ensaio de Mancha de Areia) e o procedimento computacional estão na ordem de 40%. Isso indica a possibilidade de que seja adotado um fator de correção para que os resultados obtidos computacionalmente sejam equivalentes aos resultados experimentais do ensaio de Mancha de Areia. Uma maior quantidade de testes serão realizados futuramente a fim de avaliar se este padrão se mantém para outros tipos de pavimentos

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), à FAPEMIG (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- ASTM, 2006. *ASTM E965: Standard test method for measuring pavement macrotexture depth using a volumetric technique*.
- Bitelli, G., Simone, A., Girardi, F. e Lantieri, C., 2012. “Laser scanning on road pavements: a new approach for characterizing surface texture”. *Sensors*, Vol. 12, No. 7, pp. 9110–9128.
- BRASIL, 2006. “Manual de restauração de pavimentos asfálticos”. *Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, DNIT, Rio de Janeiro*.
- Magalhães, M.N. e Lima, A.C.P., 2004. *Noções de probabilidade e estatística*. Edusp, Universidade de São Paulo, São Paulo., 6th edição.
- Wulder, M.A., White, J.C., Nelson, R.F., Næsset, E., Ørka, H.O., Coops, N.C., Hilker, T., Bater, C.W. e Gobakken, T., 2012. “Lidar sampling for large-area forest characterization: A review”. *Remote Sensing of Environment*, Vol. 121, pp. 196–209. ISSN 0034-4257. doi:10.1016/j.rse.2012.02.001. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034425712000855>.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ESTUDO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE VIGAS CASTELADAS DE AÇO SUJEITAS AO COLAPSO POR FLAMBAGEM DO MONTANTE DE ALMA EM REGIME ELÁSTICO

Washington Batista Vieira, vieira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá, Campus Avançado de Itabira. Rua Irmã Ivone Drumond, 200, Distrito Industrial II, Itabira – MG.

Gustavo de Souza Veríssimo, gustavo@ufv.br

José Luiz Rangel Paes, jlrangel@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa, Av. P. H. Rolfs, s/n, Centro, Viçosa – MG.

Rodrigo Barreto Caldas, caldas@dees.ufmg.br

Francisco Carlos Rodrigues, francisco@dees.ufmg.br

Ricardo Hallal Fakury, fakury@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte – MG.

Resumo. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais e numéricos de ensaios de flexão em vigas casteladas de aço com alma esbelta em padrão Litzka com chapa expansora, produzidas a partir de perfis laminados brasileiros. Os ensaios fazem parte de um programa experimental, dentre os pioneiros com vigas casteladas no Brasil. As análises numéricas foram realizadas com o software ABAQUS, por meio do Método dos Elementos Finitos, e se mostraram concordantes com os resultados experimentais, tanto em termos de carga última e deslocamentos quanto do modo e regime de colapso observado. Os resultados experimentais e numéricos indicam a ocorrência da flambagem do montante de alma em regime elástico, influenciada pela esbeltez da alma e das imperfeições iniciais no montante de alma decorrentes da fabricação da viga castelada.

Palavras-chave: vigas casteladas, flambagem do montante de alma, estudo numérico-experimental.

1. INTRODUÇÃO

As vigas casteladas de aço surgiram na Europa no início do século XX, como uma das soluções à necessidade de elementos estruturais com inércia à flexão superior à dos perfis laminados fabricados na época. Usualmente são obtidas a partir de perfis laminados de seção I ou H, cuja alma é inicialmente cortada longitudinalmente em um traçado periódico e as metades obtidas são soldadas depois de deslocadas de um comprimento. O produto final é uma peça com uma sequência regular de aberturas hexagonais ao longo da alma, com altura da seção transversal – e, conseqüentemente, o momento de inércia – superior à do perfil original (Fig. 1).



Figura 1. Fabricação de vigas casteladas de aço (Gemperle, 2007).

Quando se deseja aumentar ainda mais a altura da seção transversal, podem ser inseridas chapas de aço entre as metades cortadas, conforme ilustrado na Fig. 2. Essas vigas são denominadas vigas casteladas com chapa expansora. Com essa solução tem-se uma viga com maior inércia e rigidez à flexão do que a viga sem a chapa expansora. Entretanto, a presença da chapa expansora eleva a esbeltez do montante de alma, tornando-o mais susceptível à ocorrência de instabilidades, fazendo com que o colapso relacionado à instabilidade do montante de alma seja o mais importante modo de ruína dessas vigas.

Ao longo do século XX, o encarecimento da mão-de-obra, especialmente nos países desenvolvidos, reduziu a competitividade de soluções com vigas casteladas. No entanto, com os avanços tecnológicos mais recentes nas áreas de automação e comando numérico computadorizado, a fabricação dessas vigas volta a ser economicamente viável, ressurgindo o interesse pelas vigas casteladas no cenário da construção metálica, em função de suas vantagens estruturais e arquitetônicas.



Figura 2: Viga castelada com chapa expansora (Holland Profiel Plus, 2014).

Avanços recentes nas técnicas de siderurgia e laminação de aço, têm possibilitado a produção de perfis constituídos de chapas mais esbeltas e com maior resistência ao escoamento. Nesses casos, os modos de colapso relacionados à instabilidade das chapas tornam-se ainda mais importantes que para os aços e perfis usuais em meados do século passado, quando se desenvolveu a maior parte das pesquisas referentes ao comportamento estrutural de vigas casteladas de aço, embora existam poucos registros na literatura de ensaios em vigas casteladas de aço com chapa expansora. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais e numéricos de ensaios de duas vigas casteladas de aço em padrão Litzka com chapa expansora constituintes de um programa experimental desenvolvido por Vieira (2015).

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Tipologias usuais em vigas casteladas de aço

Em função do traçado do corte, diversas tipologias de vigas casteladas podem ser obtidas, variando-se a distância entre aberturas adjacentes e o ângulo das aberturas. Ao longo do tempo, três tipologias se destacaram, tornando-se mais usuais, a saber, os padrões Anglo-Saxão, Peiner e Litzka. No padrão Anglo-Saxão, definido pela BS 5950 Parte 1 (2000), as aberturas possuem um ângulo de 60° , a altura total da viga castelada é 1,5 vezes a altura da viga original e o passo p (distância entre duas aberturas sucessivas) é igual a 1,08 vezes a altura da abertura. O padrão Peiner é caracterizado pela regularidade dimensional ao longo do corte: o passo é o triplo da largura mínima do montante ($p = 3b_w$), a projeção horizontal do lado inclinado da abertura é a metade da largura mínima do montante e a largura e a altura da abertura são iguais. O padrão Litzka, à semelhança do padrão Peiner, também é caracterizado pela regularidade dimensional ao longo do corte, com relação $p = 3b_w$ e a projeção horizontal do lado inclinado da abertura é a metade da largura mínima do montante. Neste padrão, o alvéolo é um hexágono regular. Na Fig. 3 é esquematizado o padrão Litzka, sem chapa expansora e com chapa expansora. A altura da chapa expansora não tem relação com as demais propriedades dimensionais.

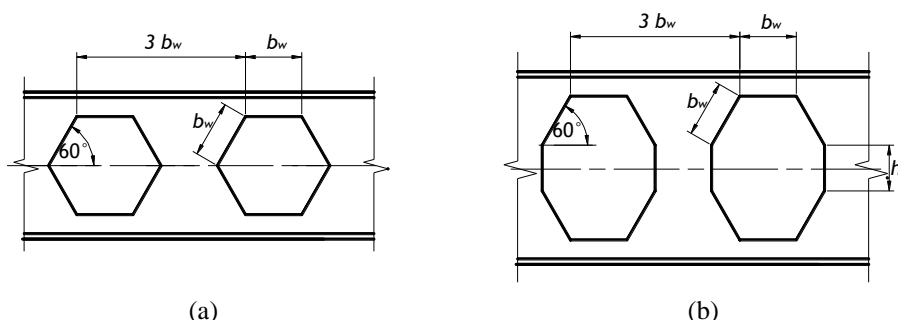


Figura 3: Viga castelada em padrão Litzka (a) sem e (b) com chapa expansora.

2.2 Modos de colapso relacionados às vigas casteladas

O comportamento estrutural das vigas casteladas é diferente das vigas de alma cheia em decorrência da presença das aberturas: a alma é mais alta e com a mesma espessura do perfil original, implicando em aumento de esbelteza da alma, ficando as vigas casteladas mais susceptíveis a fenômenos de instabilidade. Os principais modos de colapso observados em vigas casteladas submetidas a ensaios de flexão são: (a) a formação de um mecanismo plástico decorrente do momento fletor no centro do vão (Toprac e Cooke, 1959; Demirdjian, 1999); (b) flambagem lateral com

torção (Mohebkhah, 2004; Bezerra *et al.*, 2010); (c) ruptura na região de menor largura do montante de alma, decorrente do fluxo de cisalhamento naquela região; (d) mecanismo Vierendeel, caracterizado pela formação de rótulas plásticas nos cantos dos alvéolos, decorrente da interação entre o momento fletor e a força cortante (Kerdal e Nethercot, 1984; Vieira, 2015) e (e) flambagem do montante de alma (FMA), decorrente das tensões de compressão na diagonal xx' do montante de alma (Fig. 4), causada pela força interna F ao longo da junta soldada.

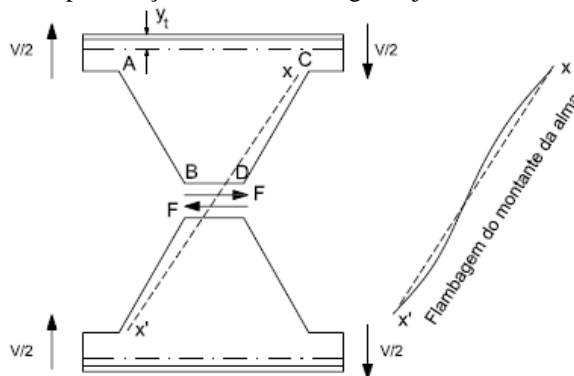


Figura 3: FMA em viga castelada (adaptado de Kerdal e Nethercot, 1984).

Em vigas curtas com alma esbelta, especialmente nas vigas com chapa expansora, onde a capacidade ao esforço cortante e a estabilidade dos montantes são mais críticos, o modo de colapso mais importante é a FMA.

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 Características dos modelos experimentais

Os modelos experimentais consistem de duas vigas casteladas em padrão Litzka com adição de uma chapa expansora de 150 mm, fabricadas a partir de um perfil laminado W310x21,0, com altura total da seção castelada de 604,5 mm, altura do alvéolo de 453 mm, largura mínima do montante de 174,9 mm e vão entre apoios de 2274 mm. As vigas foram produzidas com aço ASTM A572-Grau 50, que possui resistência ao escoamento nominal (f_y) de 345 MPa.

Para obtenção das propriedades geométricas reais das vigas, foram realizadas medições dos parâmetros dimensionais e para a obtenção dos valores reais de resistência ao escoamento do material, foram extraídas e ensaiadas amostras do aço dos perfis após os ensaios. As amostras foram retiradas de regiões que aparentam não ter sofrido plastificação durante o ensaio na viga C1. Uma vez que ambos os modelos foram produzidos a partir de vigas do mesmo lote, e, os resultados experimentais mostraram similaridade nos resultados, não foram retiradas amostras da viga C2. Os valores medidos das propriedades geométricas e mecânicas são apresentados na Tab. 1.

Tabela 1. Propriedades geométricas e mecânicas das vigas.

Parâmetro	Símbolo (unidade)	C1	C2
Altura total da viga castelada	d_g (mm)	601,2	600,6
Largura da mesa	b_f (mm)	101,6	103,0
Espessura da mesa	t_f (mm)	6,0	6,3
Espessura da alma	t_w (mm)	5,1	5,1
Altura do alvéolo	h_o (mm)	452	451
Largura mínima do montante	b_w (mm)	175,5	176,1
Distância entre alvéolos	p (mm)	525,3	526,1
Vão livre	L (mm)	2273	2270
Resistência ao escoamento do aço	f_y (MPa)	350	-

Foram realizadas medições das imperfeições iniciais nos montantes de alma. A imperfeição inicial característica nos montantes de alma seguiram o perfil apresentado na Fig. 4. O valor médio dessa imperfeição no montante mais imperfeito foi de 17,0 mm na viga C1 e de 27,2 mm na viga C2, correspondendo, respectivamente, a 1/35 e a 1/22 da altura do perfil. Tomando como referência a tolerância de $d_g/100$, usualmente adotada para vigas alveolares (ARCELORMITTAL, 2014), as vigas estariam fora do limite de tolerância de imperfeição inicial.

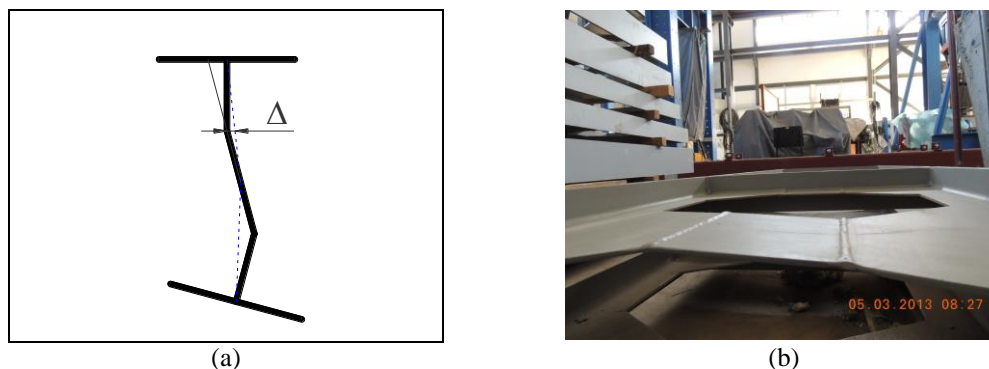


Figura 4: Imperfeição inicial nas vigas C1 e C2: (a) perfil característico na seção transversal do montante de alma e (b) montante de alma antes do ensaio, com imperfeições iniciais visíveis.

3.2 Metodologia dos ensaios

As vigas foram ensaiadas biapoiadas, com um dos apoios permitindo o deslocamento longitudinal, e com impedimento ao deslocamento lateral materializado por vínculos de garfo posicionados nos apoios e no centro do vão. O carregamento foi aplicado nas vigas por um atuador MTS com capacidade de 1500 kN, com distribuição sobre uma chapa de 150 mm de largura e 19,4 mm de espessura e com uma excentricidade de 15 mm em relação ao centro do vão, na direção do montante instrumentado, para induzir o colapso daquele lado da viga. Os ensaios foram realizados com controle de deslocamento, a uma taxa de 0,02 mm/s. Na Fig. 5 podem ser observadas as condições de contorno e de carregamento das vigas ensaiadas.



Figura 5: Montagem padrão dos ensaios.

Em ambas as vigas, foram instalados (a) oito transdutores de deslocamento em um dos montantes para medição dos deslocamentos laterais – seguindo a diagonal comprimida do montante de alma; (b) um transdutor para medição dos deslocamentos verticais sob esse montante; (c) um transdutor para medir os deslocamentos laterais da mesa superior na seção central desse montante e (d) um transdutor para medir os deslocamentos verticais próximo ao centro do vão. Considerando-se as medições das imperfeições iniciais nos montantes, instrumentou-se o montante de alma com maior imperfeição inicial. O transdutor para medição da flecha foi posicionado a uma distância de 150 mm do centro do vão, do lado oposto ao do montante instrumentado (DT11 na Fig. 6) – o posicionamento do vínculo de garfo central não permitiu o posicionamento desse transdutor na seção do centro do vão. Foram instaladas três rosetas de extensômetros no montante instrumentado, como pode ser visto na Fig. 6.

Os ensaios foram realizados com controle de deslocamento, a uma taxa de 0,02 mm/s. O carregamento foi aplicado por um atuador MTS com capacidade de 1500 kN, com distribuição sobre uma chapa de 150 mm de largura e 19,4 mm

de espessura e deslocado de 15 mm em relação ao centro do vão, na direção do montante instrumentado, para evitar que a flambagem ocorresse no montante oposto (não instrumentado).

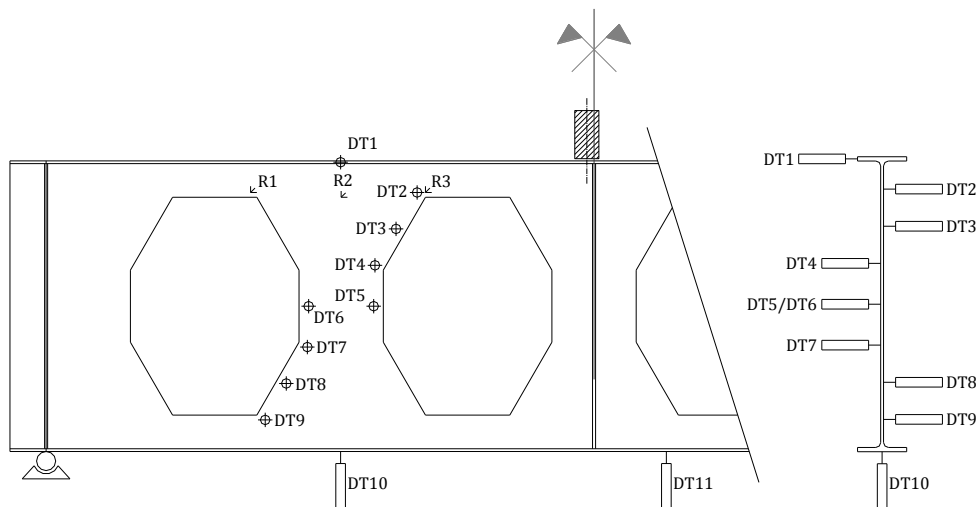


Figura 5: Instrumentação das vigas.

3.3 Resultados

A viga C1 atingiu a carga máxima de 138 kN e foi ensaiada até uma carga de 108 kN na fase pós-pico. A viga C2 atingiu a carga máxima de 144 kN e foi ensaiada até uma carga de 108 kN na fase pós-pico. Devido à alta esbelteza da alma e aos substanciais valores de imperfeição inicial nos montantes de alma em ambas as vigas, desde o início dos ensaios era possível notar a retificação na diagonal tracionada, e, em seguida, o avanço dos deslocamentos na diagonal comprimida, caracterizando a flambagem dos montantes de alma ainda em regime elástico. Após a carga máxima, ocorre plastificação no montante de alma, iniciada nos cantos dos alvéolos, decorrente dos grandes deslocamentos causados pela flambagem local do montante de alma. Na Fig. 5 são apresentadas as curvas força/deslocamento vertical para as vigas C1 e C2, destacando o ponto do início da FMA (convencionado como sendo o instante em que a taxa de deslocamento lateral medida no montante de alma atingisse 0,02 mm/kN).

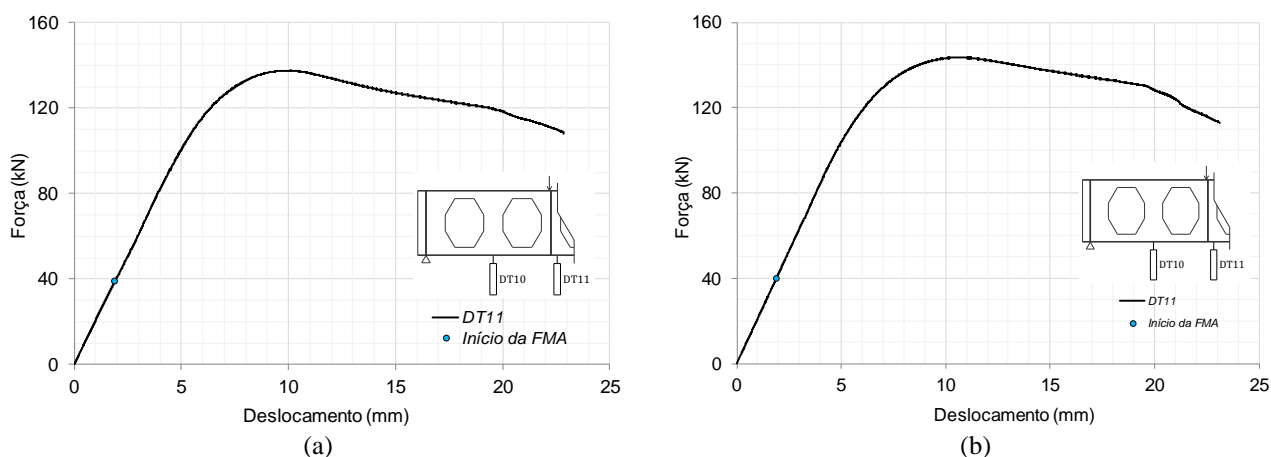


Figura 5: Curvas força/ deslocamento vertical das vigas (a) C1 e (b) C2.

4. ESTUDO NUMÉRICO

As análises numéricas foram realizadas pelo MEF, no ABAQUS, considerando-se as não-linearidades geométrica e material e as imperfeições geométricas iniciais associadas a uma análise elástica de flambagem. Adotou-se um modelo geométrico tridimensional, formado por elementos de casca fina do tipo deformável e o carregamento foi aplicado como uma força puntual na mesa superior, na seção do centro do vão, utilizando o algoritmo Riks modificado (método do comprimento de arco). Utilizou-se um modelo constitutivo elastoplástico perfeito para o aço, considerando o módulo de elasticidade igual a 200 GPa. Foram utilizados elementos finitos de casca fina, dos tipos S3 e S4R do ABAQUS com elementos de largura igual a 10 mm.

Na análise não linear, o modelo é iniciado com a deformada obtida da análise prévia de flambagem, escolhendo-se o autovetor de menor energia de deformação, que tenha deformada característica da FMA e que seja relacionado a um autovalor positivo. A essa deformada inicial atribui-se o valor máximo igual ao valor da imperfeição inicial medida na viga castelada. Esse método de inserção das imperfeições iniciais representa uma aproximação, uma vez que a configuração original do montante, devido às imperfeições iniciais, geralmente não corresponde à forma da deformada da flambagem dos montantes. Essa estratégia foi considerada adequada uma vez que os resultados obtidos foram coerentes com os resultados experimentais.

As tensões residuais nas mesas foram consideradas no modelo numérico, utilizando a distribuição proposta por Vieira *et al.* (2011). As tensões residuais na alma foram desprezadas (analisando o programa experimental como um todo, para aquelas vigas que possuíam imperfeição inicial do montante de alma superior a 1,5% da altura da seção castelada, decorrentes da fabricação, os resultados numéricos foram melhores quando não se considerou tensões residuais na alma do perfil, indicando que possivelmente não foram reintroduzidas tensões residuais na alma durante o processo de soldagem).

$$f_{r,mesa} = \frac{225 t_w (d - t_f)}{4 t_f b_f} - \frac{25}{3} \quad (1)$$

As vigas C1 e C2 foram modeladas e analisadas conforme o modelo numérico descrito. Na Fig. 6 são apresentadas as curvas força versus deslocamento vertical numérica em comparação com as curvas obtidas do ensaio experimental das vigas. Os gráficos demonstram que o modelo numérico representa a capacidade resistente de forma satisfatória.

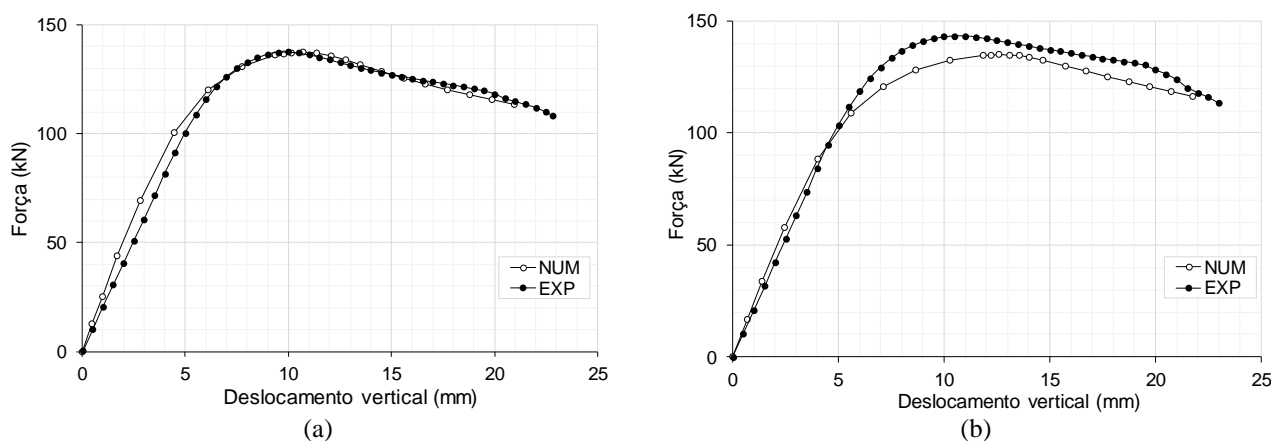


Figura 6: Curvas carga *versus* deslocamento vertical (resultados numéricos comparados aos resultados experimentais) das vigas (a) C1 e (b) C2.

Nas Fig. 7 e 8 são apresentados alguns instantes importantes dos ensaios das vigas C1 e C2 no laboratório – deslocamentos no montante após o início da flambagem e situação da viga no final do ensaio – com a representação equivalente do instante no resultado obtido da análise numérica realizada, demonstrando a capacidade do modelo numérico de simular adequadamente os ensaios experimentais.

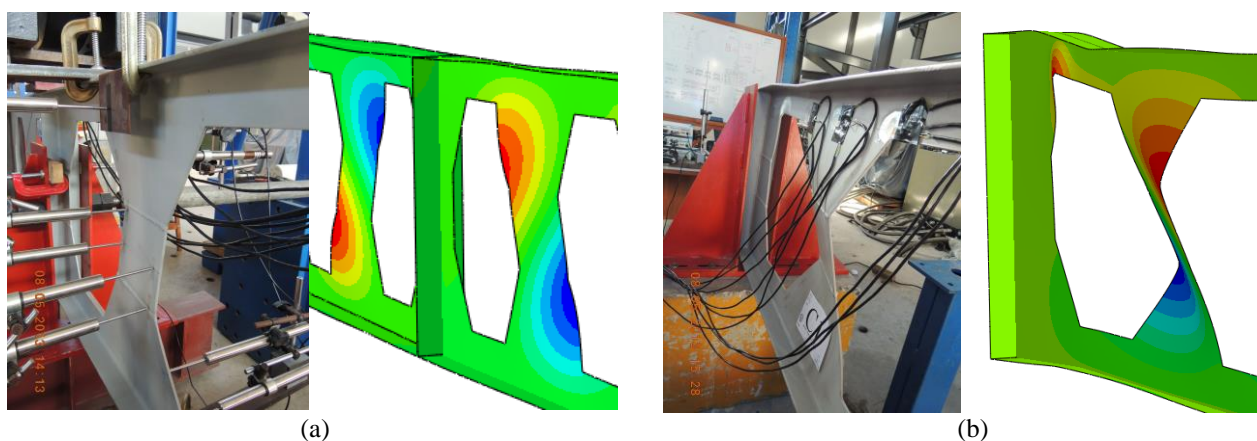


Figura 7: Aspectos da viga C1 no ensaio experimental e no modelo numérico (a) após o início da FMA, antes da carga máxima e (b) no final do ensaio.

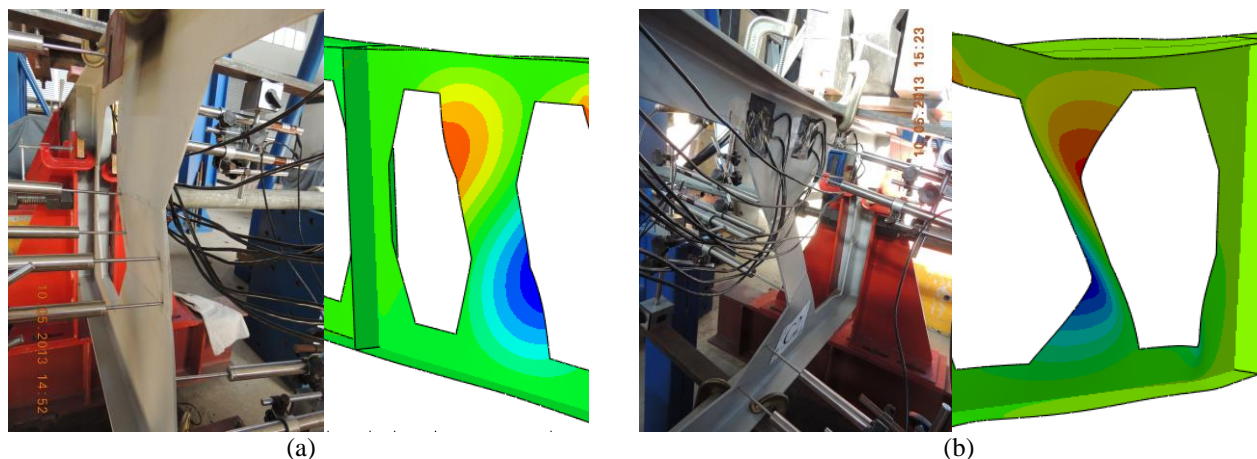


Figura 8: Aspectos da viga C2 no ensaio experimental e no modelo numérico (a) após o início da FMA, antes da carga máxima e (b) no final do ensaio.

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No par de vigas ensaiado, observou-se similaridade na carga máxima, no modo de colapso (Fig. 7 e 8) bem como na forma da curva força-deslocamento (Fig. 9). A pequena diferença no trecho pós-elástico da curva parece estar relacionada às diferenças dimensionais dos modelos, apresentadas na Tab. 1.

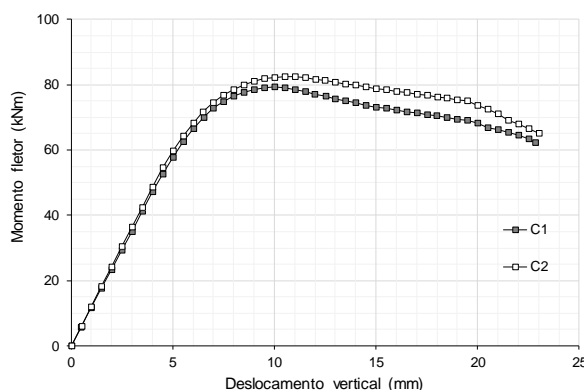


Figura 9: Curvas momento fletor no centro do vão *versus* deslocamento vertical nas vigas C1 e C2.

A flambagem dos montantes de alma ocorre ao longo de uma diagonal comprimida do montante simultaneamente à retificação da outra diagonal, que se encontra tracionada. Desse modo, a forma final do montante que sofre FMA não é influenciada pela imperfeição inicial, mesmo que estas sejam elevadas, como é o caso das vigas C1 e C2. Comparando com outros ensaios realizados, em que os modelos possuíam valores reduzidos de imperfeição inicial, a deformada do montante de alma após a FMA é similar.

Tendo em vista o elevado valor de imperfeição inicial no montante de alma, a percepção visual do início da instabilidade do montante durante o ensaio experimental ocorreu quando da retificação da diagonal tracionada do montante. O início da FMA foi observado antes do início da plastificação de qualquer parte da viga (mesmo nas regiões de concentração de tensões, onde foram instaladas as rosetas de extensômetros, as tensões eram muito inferiores à tensão de plastificação), indicando a ocorrência da flambagem em regime elástico. Na análise numérica, observou-se que a carga máxima na análise não-linear foi muito próxima (e superior) ao valor obtido da análise de flambagem elástica, o que também indica a ocorrência de flambagem elástica com resistência pós-flambagem.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentados resultados experimentais parciais de um programa experimental relacionado a uma pesquisa sobre comportamento estrutural de vigas casteladas de aço. Foram também apresentados resultados obtidos de um modelo numérico para os mesmos ensaios.

Foi ensaiado um par de vigas (C1 e C2) com índice de esbeltez da alma significativamente elevado (relação $d_g/t_w = 118$), mesmo para vigas casteladas. Essa esbeltez elevada é proporcionada pela presença de uma chapa expansora na viga, fabricada a partir de um perfil que já possuía a maior esbeltez de alma da série W310 (relação d/t_w).

As vigas C1 e C2 são praticamente idênticas e apresentaram comportamento muito similar. Atingiram cargas máximas muito próximas e em ambas as vigas, o colapso se deu por flambagem do montante de alma em regime elástico. Os resultados experimentais apresentados fazem parte dos pouquíssimos registros na literatura em que se observou a flambagem do montante de alma em regime elástico em vigas casteladas de aço.

A obtenção de resultados de ensaios experimentais em que se observa a FMA em regime elástico é significativamente importante para a validação de novos modelos de cálculo para as vigas casteladas, abrangendo maior espectro de esbeltez de alma, uma vez que os modelos de cálculo apresentados na literatura foram ajustados a partir de resultados experimentais de FMA em regime inelástico, apesar de terem sido desenvolvidos com base na teoria de flambagem elástica.

Todas as características das vigas foram reproduzidas no modelo numérico e, os resultados numéricos apresentaram excelente concordância com os resultados experimentais, não somente em termos de carga máxima resistida pelos modelos, como também o modo e regime de colapso, indicando que o modelo numérico pode ser utilizado para a realização de experimentos numéricos com vistas à obtenção de resultados para o estudo do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG pelo suporte financeiro, à UFMG, à UFV e à UNIFEI.

NOMENCLATURA

<i>ASTM</i>	American Society for Testing and Materials	d_g	altura total da viga castelada
<i>FMA</i>	Flambagem do montante de alma	f_y	resistência ao escoamento do aço
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos	f_r	tensão residual
		h_o	altura do alvéolo
		h_p	altura da chapa expansora
		p	passo: distância entre aberturas sucessivas
		t_f	espessura da mesa do perfil
<i>Letras latinas</i>			
b_w	largura mínima do montante de alma		
b_f	largura da mesa do perfil		
d_g	altura do perfil original		

REFERÊNCIAS

- Bezerra, E. M.; Fakury R.H.; Castro e Silva A.L.R.; Caldas R.B., 2010. Determinação do momento fletor resistente a flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas. XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural.
- Demirdjian, S., 1999. Stability of Castellated Beam Webs. Master thesis: McGill University, Montreal, Canada.
- Gemperle, C, 2007. Vereinfachte Vordimensionierung von Wabenträgern. Stahlbau, n. 76, pp. 530–536.
- Holland Profiel Plus. Acessado em 01/09/2014. Página da web: <http://www.hollandprofielplus.nl/>
- Kerdal, D.; Nethercot D. A., 1984. Failure modes for castellated beams. Journal of Constr. Steel Research. 295-315.
- Mohebkah, A., 2004. The moment-gradient factor in lateral-torsional buckling on inelastic castellated beams. Journal of Constructional Steel Research. 60:1481-1494.
- Toprac, A. A.; Cooke, B.R., 1959. An experimental investigation of open-web beams. Welding research council bulletin series, 47:1-16.
- Vieira, W. B; Veríssimo, G. S.; Silveira, E. G.; Paes, J. L. R.; Ribeiro, J. C. L., 2011. Development and validation of a numerical model for behaviour assessment of castellated beams susceptible to collapse by web post buckling. Cilamce 2011: XXXII Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. Ouro Preto.
- Vieira, W. B., 2015. Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma em vigas casteladas de aço. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brazil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELAGEM NUMÉRICA DE VIGAS ALVEOLARES MISTAS DE AÇO E CONCRETO

André Barbosa Gonçalves, andre.bg@outlook.com

José Luiz Rangel Paes, jlrangel@ufv.br

Gustavo de Souza Veríssimo, gustavo@ufv.br

José Carlos Lopes Ribeiro, jcarlos.ribeiro@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, 36570-000, Viçosa, Minas Gerais, Brasil.

Resumo. Neste trabalho apresenta-se um modelo numérico de elementos finitos para simulação do comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto. O modelo numérico proposto foi validado com resultados experimentais de outros autores e mostrou-se capaz de representar a interação total entre aço e concreto, estimar a carga máxima dos modelos experimentais e caracterizar modos de colapso descritos na literatura.

Palavras-chave: vigas mistas, vigas alveolares, vigas casteladas, simulação numérica, método dos elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

As vigas alveolares geralmente são obtidas a partir de perfis I de aço laminados cortados ao meio, no sentido longitudinal, segundo um traçado simétrico, de modo que as duas metades obtidas podem ser reposicionadas e soldadas para formar uma viga com uma sequência de aberturas, com altura e inércia superiores à do perfil original (Figura 1).



Figura 1. Fabricação de uma viga castelada (Gemperle, 2007).

A presença das aberturas na alma das vigas alveolares modifica seu comportamento estrutural em relação às vigas de alma cheia. Essa mudança de comportamento está relacionada ao aumento da esbeltez da alma da viga, a fenômenos de instabilidade devido à borda livre dos alvéolos e a perturbações na distribuição de tensões devido à variação da inércia da seção ao longo do vão, bem como mudanças abruptas de geometria. Todos esses aspectos têm influência no comportamento estrutural das vigas alveolares, de modo que elas podem exibir modos de colapso distintos daqueles apresentados pelas vigas de alma cheia.

Recentemente, tem-se observado uma busca crescente por critérios e procedimentos de projeto aplicáveis às vigas alveolares. Em função dessa necessidade, e da inadequação dos modelos mais antigos disponíveis na literatura, um grupo de pesquisadores da UFV e da UFMG tem empreendido uma ampla investigação sobre o tema, envolvendo estudos teóricos, numéricos e experimentais (Abreu *et al.*, 2010; Bezerra *et al.*, 2010; Silveira, 2011; Vieira, 2011; Oliveira, 2012; Ferrari, 2013; Vieira, 2014). A presente contribuição técnica é um produto dessas investigações. Discussões detalhadas sobre os modos de colapso que podem ocorrer nas vigas alveolares podem ser encontradas nos trabalhos citados.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver modelos de elementos finitos para simulação de vigas alveolares mistas de aço e concreto, que constituem ferramentas poderosas para o estudo do comportamento estrutural desses elementos.

2. METODOLOGIA

Inicialmente, elaborou-se um modelo geométrico tridimensional no ABAQUS, contendo os componentes típicos de uma viga mista, a saber: o perfil de aço, a laje de concreto e os conectores de cisalhamento (Figura 2a). Para a laje de concreto foi gerada uma malha estruturada de elementos finitos com dimensão média de 40 mm, conforme mostrado na Figura 2b.

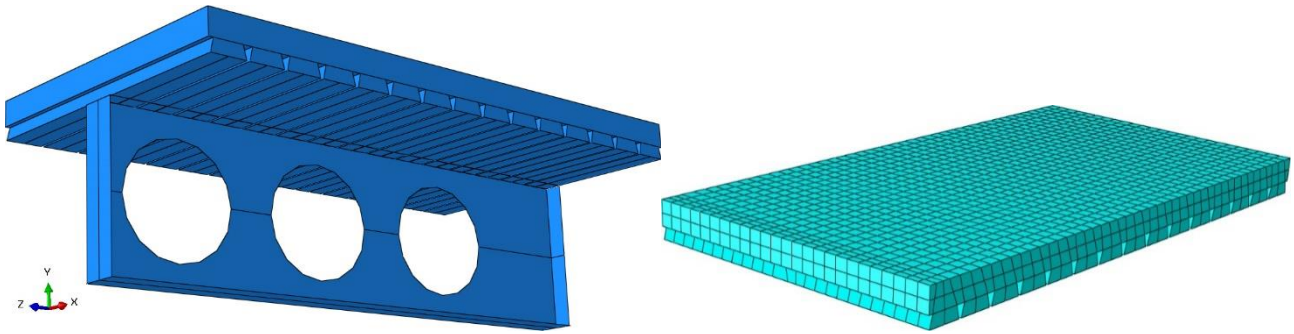


Figura 2. (a) Modelo geométrico tridimensional para uma viga alveolar mista; (b) Aspecto geral da malha de elementos finitos da laje de concreto.

A laje de concreto foi discretizada com elementos tipo sólido C3D8R lineares, que possuem oito nós, três graus de liberdade por nó e integração reduzida. Não foi necessário representar a fôrma de aço no modelo. Para a discretização do perfil de aço, foram utilizados elementos de casca fina tipos S4R e S3R, que possuem quatro e três nós, respectivamente, com seis graus de liberdade por nó e integração reduzida, para possibilitar a modelagem das bordas curvas dos alvéolos circulares (Figura 3a). A malha do perfil foi gerada predominantemente com elementos S4R, inserindo-se alguns elementos S3R (Figura 3b) para facilitar a modelagem dos alvéolos circulares inseridos nos painéis retangulares do perfil.

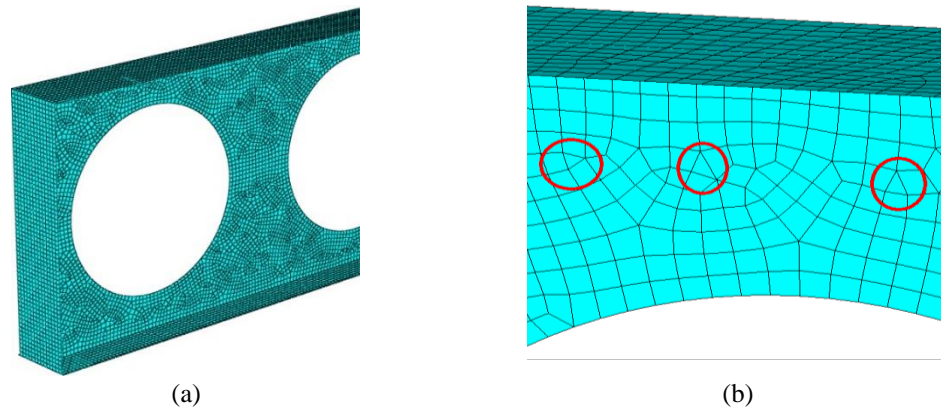


Figura 3. Aspecto geral da malha de elementos finitos da viga alveolar de aço.

Um estudo de sensibilidade de malha demonstrou que, para o caso de uma viga alveolar de aço, uma malha livre com elementos de aproximadamente 10 mm fornece resultados tão bons quanto uma malha estruturada de resolução similar. Como a malha estruturada exigiria um trabalho maior de modelagem, sem nenhuma vantagem adicional, adotou-se a malha livre.

2.2 Modelos constitutivos para os materiais

Para o aço foi adotado um modelo constitutivo elasto-plástico com encruamento (Figura 4a), admitindo-se um módulo de encruamento (E_{sh}) de 2.700 MPa, conforme recomendado por Byfield *et al.* (2005). Este autor constatou experimentalmente que o módulo de encruamento independe da espessura e do grau do aço.

Para representar o comportamento mecânico do concreto foi utilizado o Modelo de Dano com Plasticidade (MDP), disponível no ABAQUS. Esse modelo permite caracterizar a relação tensão×deformação do concreto, inclusive a perda de rigidez a partir do ponto de sua resistência máxima, como observado em ensaios.

Para o concreto comprimido (Figura 4b) admite-se comportamento elástico linear até cerca de 40% da resistência média à compressão do concreto ($0,4f_{cm}$), de acordo com a EN 1992-1-1:2004. Para tensões acima desse valor o comportamento à compressão é representado por uma parábola de 2º grau que evolui da tensão de $0,4f_{cm}$ até alcançar a deformação última do concreto (ϵ_{cu1}), dada pela EN 1992-1-1:2004 como:

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{kn - n^2}{1 + (k - 2)n} \quad \text{em que } n = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad \text{e} \quad k = 11,577 \frac{\epsilon_{c1}}{f_{cm}^{0,7}} \quad (2)$$

O coeficiente de Poisson do concreto foi admitido com valor igual a 0,2.

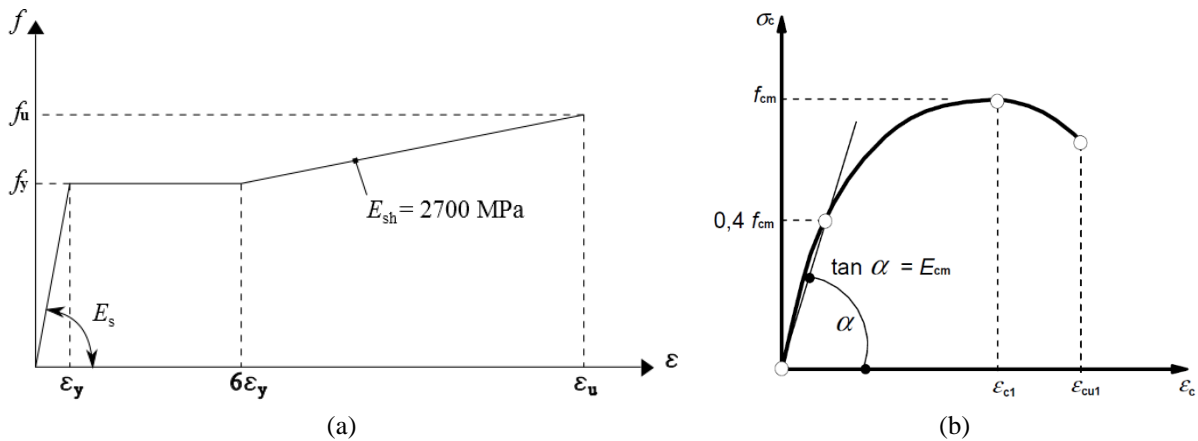


Figura 4. Modelos constitutivos: (a) para o aço; (b) para o concreto comprimido.

O efeito *tension stiffening* na fase pós-pico do modelo do concreto foi definido por meio de um critério de energia de fratura, utilizando-se uma curva tensão/deslocamento (Figura 5). Com esta abordagem, os deslocamentos no concreto são associados à abertura de fissura e independem da dimensão do elemento e da malha. Admitiu-se para esse deslocamento um valor máximo de 0,50 mm e os demais pontos, mostrados na Tabela 1, foram tomados de forma a manter a natureza da curva tensão/deslocamento. Os valores de f_{cm} foram tomados de acordo com a EN 1992-1-1:2004.

Tabela 1. Dados para definição do tension stiffening.

σ_t (MPa)	u (mm)
f_{cm}	0,00
$0,60 f_{cm}$	0,05
$0,30 f_{cm}$	0,15
$0,05 f_{cm}$	0,50

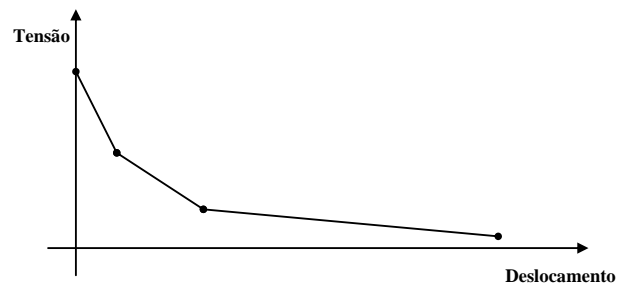


Figura 5. Curva tensão/deslocamento para representar o efeito *tension stiffening* no concreto.

O principal parâmetro plástico a ser informado para o MDP é o ângulo de dilatância (ψ), que, segundo Malm (2009), mede a inclinação do potencial plástico para altas tensões de confinamento. Valores baixos de ψ correspondem a um comportamento frágil no concreto e valores altos a um comportamento dúctil. Neste trabalho admitiu-se um ângulo de dilatância $\psi = 36^\circ$, mantendo-se os demais parâmetros plásticos do MDP no ABAQUS iguais a zero.

2.3 Condições de Contorno

Tendo em vista a simetria do modelo em relação a um plano XY (ver Figura 6) que passa no centro do vão da viga, foram criadas as seguintes condições de contorno para assegurar a condição de simetria: nas linhas superior e inferior da junção entre alma e mesas do perfil de aço a translação lateral foi impedida; na seção do apoio a translação vertical foi impedida; a seção da laje contida no plano de simetria teve a translação longitudinal impedida.

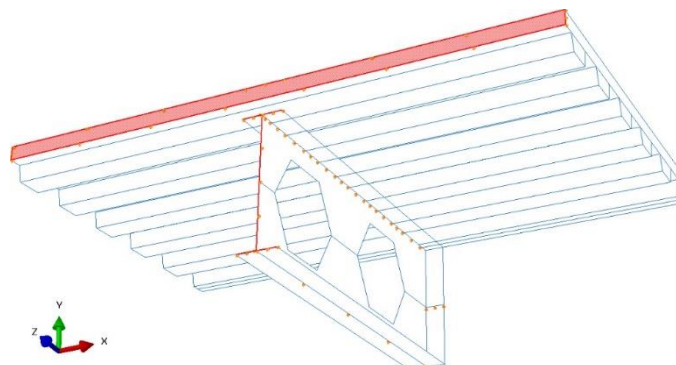


Figura 6. Condições de contorno.

2.4 Interação entre o perfil de aço e a laje de concreto

Para simular a interação entre a laje de concreto e a viga de aço foram utilizados elementos de conexão do tipo CONN3D2 do ABAQUS (*constraint connector elements*). Esses elementos permitem controlar a transmissão do fluxo de cisalhamento na interface entre a laje de concreto e a viga de aço, na sua totalidade (interação completa) ou apenas fração dele (interação parcial). O elemento CONN3D2 possui um modelo constitutivo que pode ser definido atribuindo-se a ele uma curva Força/Deslizamento obtida do ensaio de caracterização de um determinado conector de cisalhamento. Nas simulações deste trabalho admitiu-se o acoplamento dos três graus de liberdade rotacionais do CONN3D2 (RX, RY e RZ sem rotação relativa entre os nós) e o deslocamento vertical relativo entre os nós direção do eixo Y impedido. Na direção dos eixos X e Z foi considerada a curva Força/Deslizamento do conector de cisalhamento.

Foram utilizados três conectores do tipo CONN3D2 por nervura da laje, sendo um localizado no eixo da junção entre alma e mesa superior, e outros dois dispostos nas bordas da mesa superior da viga de aço. Dessa forma, a laje de concreto desloca-se uniformemente sobre a mesa superior do perfil de aço.

Para possibilitar o controle do grau de interação, dosando a resistência dos conectores, foram empregadas duas curvas Força/Deslizamento distintas: uma de um conector com características reais e outra com características fictícias. O comportamento mecânico dos conectores reais é baseado na lei elasto-plástica apresentada por Aribert e Al Bitar (1989) e pode ser descrita conforme a Eq. (5).

$$Q = Q_u (1 - e^{-C_1 \gamma})^{C_2} \quad (5)$$

Os parâmetros da Eq. (5) foram admitidos segundo Amadio e Fragiaco (2002) para o conector de cisalhamento tipo pino com cabeça (Nelson) com diâmetro de 19 mm: resistência última $Q_u = 130$ kN; $C_1 = 0,7 \text{ mm}^{-1}$ e $C_2 = 0,8C_1$.

Para o conector fictício empregou-se somente uma curva elástica com módulo de elasticidade mil vezes menor que o do conector real. Com essas características os conectores são capazes de manter a conexão entre a laje e o perfil de aço mas não interferem na resistência mecânica da conexão.

2.5 Estratégias de Análise

Considerando que alguns modos de colapso possíveis nas vigas alveolares envolvem problemas de instabilidade, faz-se uma análise de flambagem elástica preliminar, da qual obtém-se a configuração deformada da viga referente ao modo de flambagem de menor energia. Admite-se que o modelo deformado assim obtido representa, de maneira aproximada, a distribuição de imperfeições iniciais na viga de aço. Este procedimento associado aos modelos constitutivos dos materiais proporcionam uma análise não-linear material e geométrica, capaz de simular realisticamente o comportamento do modelo a cada incremento de carregamento.

O valor alvo do carregamento adotado foi de 100 kN, utilizando-se o algoritmo de Riks modificado (Hibbitt *et al.* 2009) para a determinação do ponto de equilíbrio a cada incremento de carga.

Na fase de calibração do modelo, o valor de imperfeição inicial que levou à melhor concordância com os resultados experimentais usados como referência foi $h/1000$. Cabe ressaltar que a indústria internacional usa adotar uma tolerância de $h/100$ para a imperfeição da alma de vigas alveolares e a EN 1993-1-5:2006, em seu Anexo C, recomenda adotar 80% da tolerância de fabricação nos modelos numéricos de estruturas de aço.

2.6 Características dos modelos experimentais

Para validação do modelo numérico foram simulados dois experimentos de vigas alveolares mistas cujas características e resultados experimentais estão disponíveis na literatura, a saber, duas vigas celulares mistas denominadas Beam_1B e RWTH_Beam_3, ensaiadas por Nadjai (*apud* Bake, 2010) e Hechler (*apud* Bake, 2010), respectivamente.

A viga Beam_1B era biapoiada com vão de 4500 mm, com uma força concentrada aplicada no centro do vão, constituída por um perfil de aço S355 e laje de concreto com $f_{cm} = 28,6$ MPa, possuindo um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça (de 19 mm) por nervura da forma de aço incorporada. Com esta configuração, a viga possuía interação completa e atingiu o colapso por flambagem do montante de alma por cisalhamento para uma carga máxima de 430 kN. Detalhes geométricos da viga Beam_1B são mostrados na Figura 7.

A viga RWTH_Beam_3 era biapoiada com vão de 6850 mm, com quatro forças concentradas aplicadas nos pontos indicados na Figura 8. O perfil celular de aço era assimétrico, com o t \hat{e} superior obtido de um perfil IPE 300 e o inferior de um HEB 340, ambos de aço S355. A laje de concreto possuía $f_{cm} = 25$ MPa, com forma de aço incorporada e um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça (de 19 mm) por nervura. A viga possuía interação completa e atingiu o colapso por flambagem do montante de alma por cisalhamento entre as aberturas 11 e 12, precedido por um princípio de formação de mecanismo Vierendeel (Silveira, 2011) na abertura 11 (ver Figura 8) para uma carga máxima de 658 kN. Detalhes geométricos da viga RWTH_Beam_3 são mostrados na Figura 8.

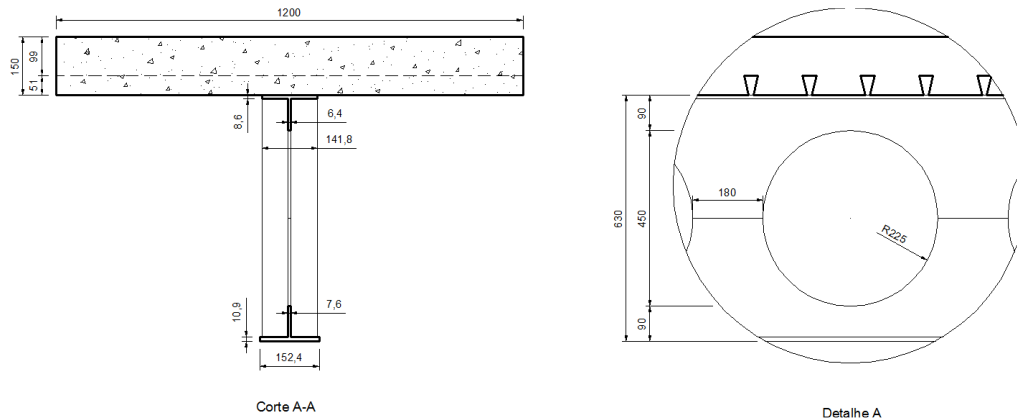


Figura 7. Características geométricas da viga Beam_1B (dimensões em milímetros).

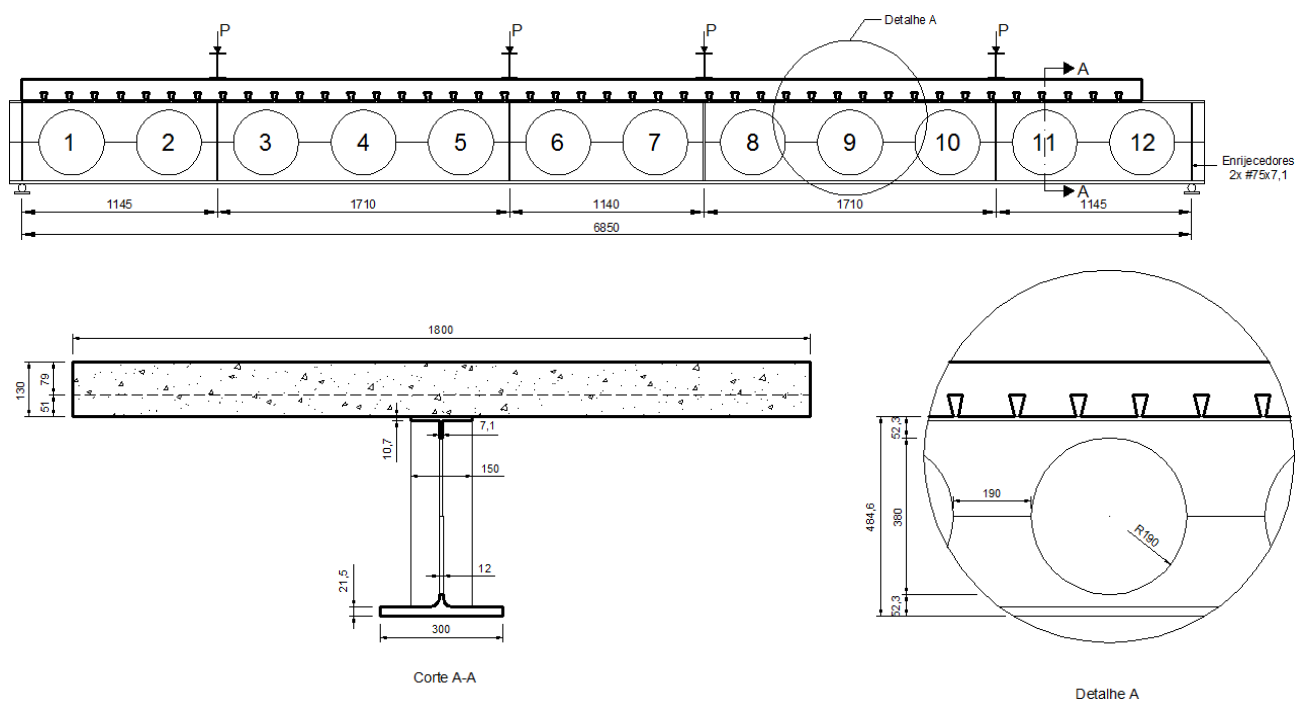


Figura 8 - Características geométricas da viga RWTH_Beam_3 (dimensões em milímetros) (FERRARI, 2013).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 9a apresentam-se as curvas Carga/Flecha no centro do vão para os modelos experimental e numérico Beam_1B. A carga máxima alcançada com o modelo numérico foi de 386 kN (89,8% do valor experimental de 430 kN).

Na Figura 9b apresentam-se as curvas Carga/Flecha no centro do vão para os modelos experimental e numérico RWTH_Beam_3. A carga máxima alcançada com o modelo numérico foi de 601 kN (91,3% do valor experimental de 658 kN).

Na Figura 10a é apresentada a distribuição de tensões de von Mises na viga Beam_1B no instante da carga máxima alcançada no modelo numérico. Nota-se que em algumas regiões da viga o aço atingiu a resistência ao escoamento, com valor de 308 MPa, e já há um início de encruamento.

Na Figura 10b é apresentada a distribuição de tensões S33 (longitudinais) na laje de concreto no instante da carga máxima. Nota-se que na região da aplicação do carregamento na laje de concreto a tensão de compressão era de aproximadamente 26,1 MPa, valor inferior à resistência do concreto à compressão, de 28,6 MPa.

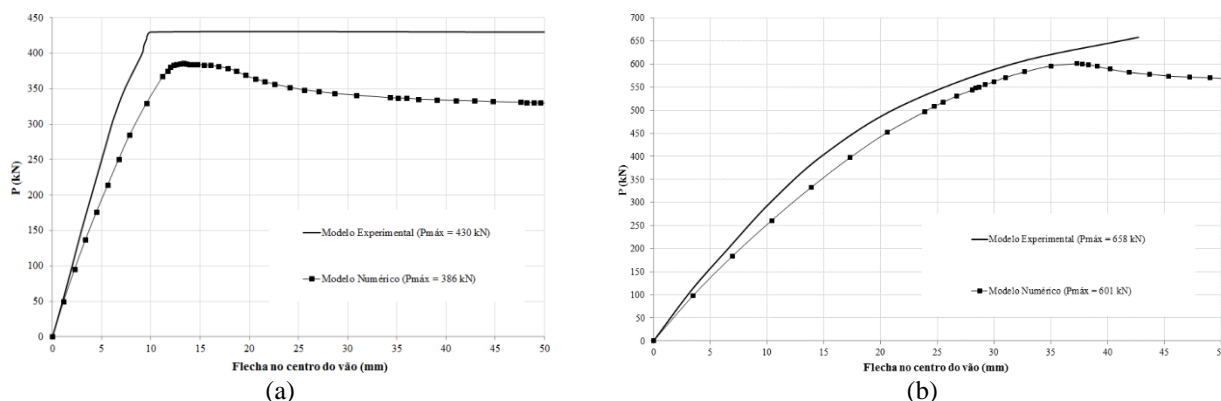


Figura 9. Curvas Carga/Flecha para os modelos experimental e numérico.

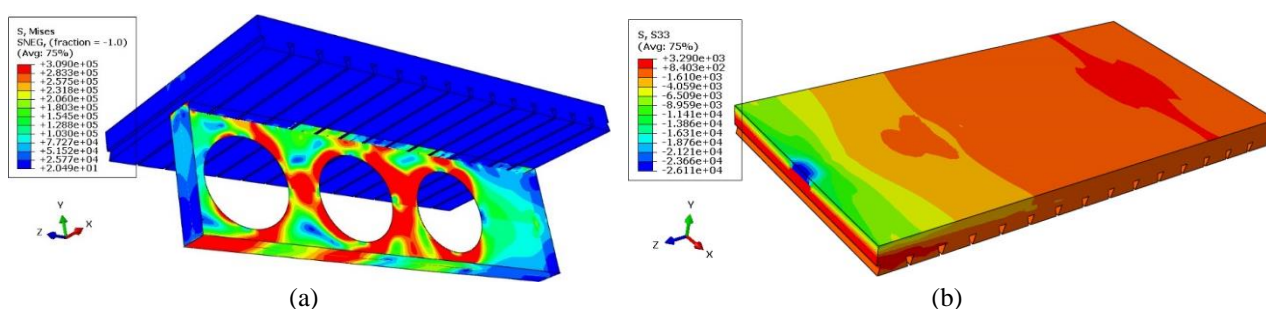


Figura 10 – Resultados para a viga Beam_1B (a) tensões de von Mises no perfil alveolar de aço; (b) tensões longitudinais na laje (tensões em kN/m² na metade direita da viga mista na carga máxima).

Na Figura 11 é apresentada a distribuição de tensões de von Mises na viga RWTH_Beam_3 no instante da carga máxima alcançada no modelo numérico. De modo similar ao observado na viga Beam_1B, em algumas regiões o aço ultrapassou a tensão de escoamento (488 MPa), indicando início de encruamento.

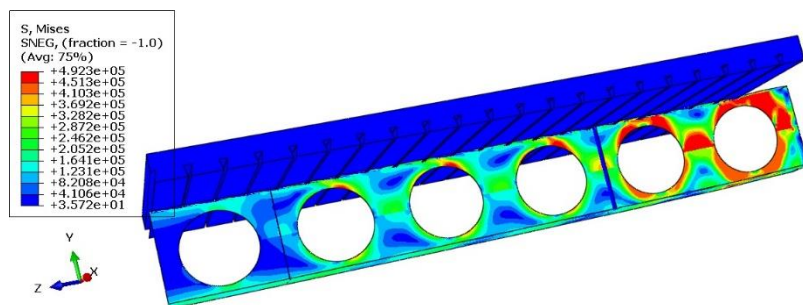


Figura 11 - Distribuição de tensões de von Mises, em kN/m², na viga alveolar de aço para o nível de carga máxima alcançado no modelo numérico RWTH_Beam_3 (metade direita da viga mista).

4. CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos, pode-se afirmar que o modelo numérico desenvolvido neste trabalho é capaz de representar o comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto. O modelo foi capaz de representar a interação total entre o aço e o concreto, caracterizar a carga máxima dos modelos experimentais e caracterizar os modos de colapso por flambagem do montante de alma por cisalhamento e por formação de mecanismo plástico (Vierendeel).

As estratégias adotadas para simular a interação completa entre o aço e o concreto no modelo numérico foram capazes de representar adequadamente os fenômenos observados nos modelos experimentais.

Nos casos utilizados no estudo de validação, as deformadas obtidas com o modelo numérico corresponderam aos modos de colapso observados nos modelos experimentais.

As simulações realizadas, que envolveram análise de estabilidade e análise não-linear, demonstraram a aplicabilidade da metodologia de modelagem desenvolvida para simulação de vigas alveolares mistas, abrangendo, inclusive, modos de colapso complexos como o de flambagem do montante de alma por cisalhamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMIG, à CAPES e à FUNARBE pelo suporte financeiro para realização deste trabalho.

NOMENCLATURA

f_{cm}	valor médio da resistência à compressão cilíndrica do concreto, em MPa	ε_{c1}	deformação do concreto à compressão para a tensão f_{cm}
f_{ctm}	valor médio da resistência à tração do concreto, em MPa	γ	deslizamento relativo entre a laje e o perfil de aço, em mm
f_{ck}	resistência característica à compressão cilíndrica do concreto aos 28 dias, em MPa	ψ	ângulo de dilatação do concreto
E_{cm}	módulo de elasticidade secante do concreto	Subscritos	
h	altura da alma	c	relativo ao concreto ou compressão
Q	resistência total dos conectores de cisalhamento, em kN	s	relativo ao aço
Letras gregas		sh	de encruamento do aço
ε_c	deformação do concreto à compressão	u	último
		y	relativo ao escoamento (<i>yield</i>)

REFERÊNCIAS

- Amadio, C.; Fragiaco, M.; 2002. Effective width evaluation for steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 58, pp 373-388.
- Aribert, J.M.; Al Bitar, A.; 1989. Optimisation du dimensionnement en connexion partielle de poutres de planchers mixtes réalisées avec un bac en tôle mince nervurée. *Construction Métallique*, vol. 4, pp 3-33.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT 5884, 2005. Perfil I Estrutural de Aço Soldado por Arco Elétrico – Requisitos Gerais. Rio de Janeiro, Brasil.
- Abreu, L. M. P.; Fakury, R. H.; Castro e Silva, A. L. R.; 2010. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. *Mecânica Computacional*, vol. XXIX, pp. 7255-7271.
- Bake, S., 2010. Behaviour of cellular beams and cellular composite floor at ambient and elevated temperatures. Tese de PhD, The University of Manchester/United Kingdom.
- Bezerra, E. M.; Fakury, R. H.; Castro e Silva, A. L. R.; Caldas, R. B.; 2010. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas. XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural.
- Byfield, M. P.; Davies, J. M.; Dhanalakshmi, M.; 2005. Calculation of the strain hardening behavior of steel structures based on mill tests. *Journal of Construction Steel Research*, vol. 61, pp. 133-150.
- CEN European Committee for Standardisation, EN 1992-1-1, Eurocode 2, 2004: Design of Composite Steel and Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, Brussels, Brussels, Belgium.
- CEN European Committee for Standardisation, EN 1993-1-5, Eurocode 3, 2006: Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated structural elements, Brussels, Belgium.
- Ferrari, G. A.; 2013. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa/Brasil.
- Gemplerle, C.; 2007. Vereinfachte Vordimensionierung von Wabenträgern. *Stahlbau*. Ernst & Sohn, eds, Architektur und technische Wissenschaften, vol. 76, pp. 530-536.
- Hibbitt, Karlsson e Sorensen. ABAQUS Theory Manual, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, EUA. 2009.
- Malm, R.; 2009. Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with non-linear finite element method. Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden.
- Oliveira, L. B.; 2012. Procedimento para definição das características geométricas de vigas alveolares de aço para sistemas de piso e de cobertura. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa/Brasil.
- Silveira, E. G.; 2011. Avaliação do comportamento de vigas alveolares de aço com ênfase nos modos de colapso por plastificação. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa/Brasil.
- Vieira, W. B.; 2011. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa/Brasil.
- Vieira, H. C.; 2014. Análise não linear da flambagem do montante de alma devida ao cisalhamento de vigas de aço celulares. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais/Brasil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELAGEM NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM CONECTORES CRESTBOND®

Mateus Couri Petruski, mateus.petruski@ufv.br

Gustavo de Souza Veríssimo, gsv1965@gmail.com

José Carlos Lopes Ribeiro, engjcarlos@yahoo.com.br

José Luiz Rangel Paes, jlrange@ufv.br

Depto de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, 36570-000, Viçosa, Minas Gerais, Brasil

Resumo. Neste trabalho apresenta-se uma modelagem numérica com elementos finitos de vigas mistas de aço e concreto com conector Crestbond. O comportamento estrutural do Crestbond é complexo, dependente de diversas variáveis, tendo sido avaliado inicialmente por meio de ensaios de cisalhamento direto. Este é um dos primeiros trabalhos que tem por objetivo estudar o comportamento mecânico do conector em vigas mistas. São descritos os principais aspectos da metodologia de modelagem numérica desenvolvida, como as características geométricas, os modelos constitutivos para representação dos materiais, as particularidades da malha de elementos finitos adotados e as condições de contorno utilizadas no modelo de viga mista. Apresenta-se uma nova idealização do comportamento do concreto sob compressão, que se mostrou eficaz para a modelagem de estruturas submetidas majoritariamente a este tipo de esforço e nas quais o concreto apresenta comportamento mais dúctil. O modelo de viga mista desenvolvido foi validado com resultados experimentais. Os resultados obtidos indicam que o modelo computacional simulou de forma satisfatória o comportamento estrutural do elemento misto com conector Crestbond, evidenciando o potencial da utilização da metodologia desenvolvida para a realização de novos estudos.

Palavras-chave: Crestbond, vigas mistas, simulação numérica, método dos elementos finitos

1. INTRODUÇÃO

A utilização de modelagem numérica permite o estudo do comportamento de estruturas com um consumo de recursos menor do que o necessário para a realização de experimentos com corpos de prova em tamanho real. Todavia, para que se possam utilizar modelos numéricos com esta finalidade, deve-se comprovar que eles são capazes de representar corretamente o comportamento de uma estrutura real. Essa comprovação, chamada de validação do modelo, é realizada comparando-se resultados numéricos, obtidos do modelo computacional, com resultados experimentais, obtidos do ensaio de corpos de prova reais.

Neste trabalho, apresenta-se uma modelagem numérica elaborada para estudar o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com conectores Crestbond (Veríssimo, 2007).

A modelagem numérica foi realizada utilizando-se o *software* ABAQUS, um programa de análise avançada pelo método dos elementos finitos (MEF) que incorpora amplos recursos de pré e pós-processamento gráfico, que facilitam o processo de criação do modelo e de tratamento e avaliação dos resultados.

2. CONTEXTUALIZAÇÃO

Ao longo das últimas décadas, em busca de alternativas à utilização dos conectores tipo pino com cabeça (*studs*), algumas pesquisas foram realizadas com o objetivo de desenvolver conectores de cisalhamento formados a partir de chapas planas de aço soldadas à mesa superior de perfis metálicos. O Crestbond, desenvolvido por Veríssimo (2007), é um conector deste tipo, formado por uma chapa de aço com saliências e reentrâncias trapezoidais, responsáveis pela solidarização do concreto com a viga metálica, garantindo resistência ao cisalhamento longitudinal e ao efeito de *uplift* (separação vertical da laje em relação ao perfil metálico). Na Fig. 1 apresenta-se: (a) um esquema ilustrativo do conector Crestbond soldado a um perfil I; e (b) as relações dimensionais do conector propostas por Veríssimo (2007).

Durante o processo de desenvolvimento do Crestbond, Veríssimo (2007) realizou um programa experimental composto por 41 ensaios do tipo *push-out* (Fig. 2.a). Os resultados obtidos evidenciaram diversos aspectos importantes sobre o comportamento do conector, em especial sua grande capacidade de resistência ao corte e elevada ductilidade.

Com base nos resultados destes ensaios, Silva (2013) desenvolveu e validou um modelo numérico, utilizando o *software* ABAQUS, para a simulação do comportamento dos conectores de cisalhamento Crestbond em ensaios tipo *push-out* via MEF (Fig. 2.b). De acordo com o autor, as simulações computacionais foram capazes de representar a interação entre o aço e o concreto, caracterizar a carga máxima dos modelos e caracterizar as deformações do conector.

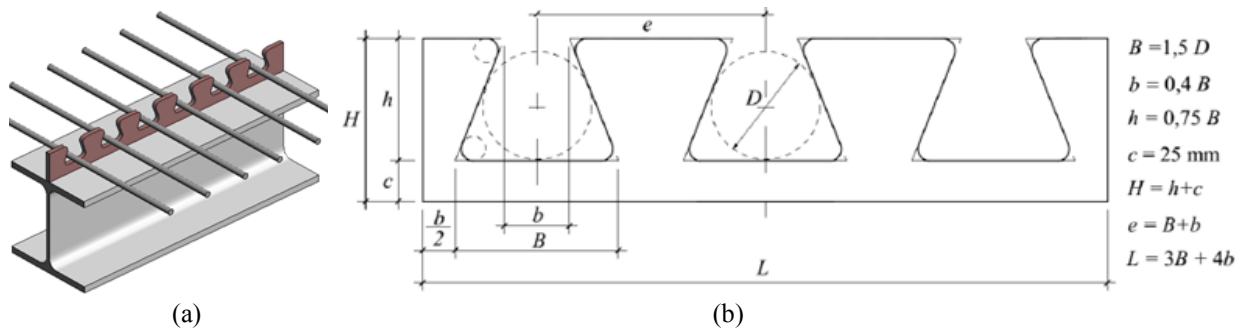


Figura 1. Conector Crestbond: (a) esquema ilustrativo do conector soldado a um perfil I; (b) relações dimensionais propostas por Veríssimo (2007).

Dutra (2014) aperfeiçoou o modelo numérico desenvolvido por Silva (2013) e, com o modelo aprimorado, realizou um extenso estudo dos parâmetros (físicos e geométricos) que influenciam o comportamento do conector de cisalhamento Crestbond.

Recentemente, Alves (2014) desenvolveu um estudo prospectivo com o objetivo de avaliar o comportamento do conector Crestbond em vigas mistas. Foram construídos e ensaiados dois corpos de prova em escala real de vigas mistas biapoiadas com conector Crestbond contínuo (Fig. 2.c). Os resultados obtidos pela autora evidenciaram aspectos do comportamento do Crestbond em vigas mistas, como o modo de ruptura, a carga máxima e a capacidade de deformação sob esforços de flexão. Em função da realização desses experimentos com vigas mistas, foi possível o desenvolvimento e a validação do modelo numérico de elementos finitos apresentado neste trabalho.

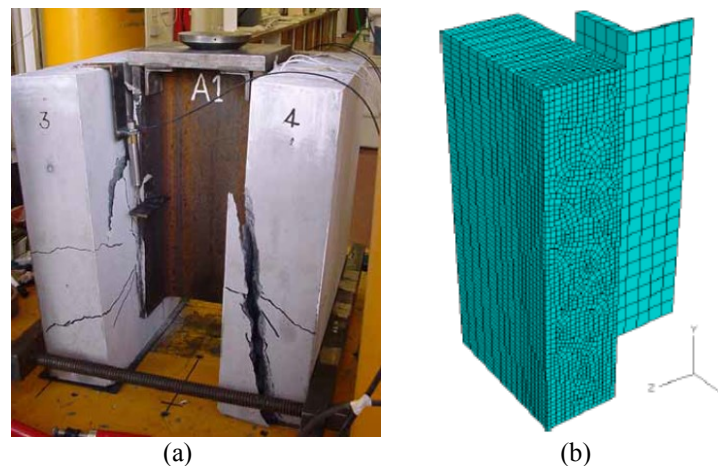


Figura 2. Ensaio com Crestbond: (a) ensaios tipo *push-out* experimentais (Veríssimo, 2007); (b) modelo numérico de ensaio *push-out*, com dupla simetria (Silva, 2013); e (c) ensaios de vigas mistas (Alves, 2014).

3. MODELO NUMÉRICO DESENVOLVIDO

Foi desenvolvido um modelo de viga mista com conector Crestbond para simular os experimentos realizados por Alves (2014). Nas subseções seguintes são apresentadas as etapas do processo de modelagem numérica, quais sejam: o estabelecimento de uma geometria para as partes constituintes do modelo, a atribuição das propriedades dos materiais, a geração da malha de elementos finitos e a definição de condições de contorno e de carregamento.

3.1 Geometria do modelo numérico

A geometria das partes constituintes do modelo foi elaborada de forma a representar o mais fidedignamente possível os corpos de prova ensaiados por Alves (2014). Assim, o modelo numérico corresponde a uma viga mista de aço e concreto, biapoiada, com 3,20 m de comprimento total e vão livre de 3,0 m (as vigas se estendem 10 cm além do apoio em cada extremidade). A seção transversal da viga mista é composta por um perfil IPE 200 de aço europeu S275 e por uma laje de concreto com seção transversal de 400×100 mm. Como elemento de ligação da laje com o perfil metálico utilizou-se um conector Crestbond contínuo do tipo CR40 (diâmetro do círculo inscrito nas aberturas de 40 mm), com chapa de 12 mm de espessura. A região da junção entre mesa e alma do perfil laminado (raio de concordância) foi modelada como um triângulo retângulo isósceles de área equivalente.

Considerou-se armadura longitudinal e transversal na laje de concreto. As duas parcelas de armadura foram constituídas de barras com 6 mm de diâmetro. A armadura longitudinal foi composta por 4 barras que se estendem ao longo de todo o comprimento da viga (3,20 m). Já a armadura transversal foi composta por estribos inseridos dentro de cada abertura do conector, espaçados de 84 mm. As dimensões dos estribos foram definidas de modo a respeitar um cobrimento de 20 mm em relação às faces externas da laje, com a exceção da face inferior, em relação à qual o cobrimento foi de 30 mm.

De forma a evitar a ocorrência de flambagem local provocada por esforços concentrados, foram considerados enrijecedores de alma constituídos por chapas de 10 mm de espessura nas seções dos apoios. Além disso, considerou-se chapas de base nas extremidades da viga, com espessura de 20 mm e comprimento e largura de 200 mm.

O carregamento foi aplicado por meio de duas forças concentradas de mesma intensidade, aplicadas simetricamente em relação ao meio do vão. A distância entre os pontos de aplicação de carga foi de 600 mm (1/5 do vão livre). A força aplicada foi distribuída ao longo da largura da laje utilizando-se uma chapa de carregamento com seção de 20×40 mm e comprimento igual à largura da laje.

Na modelagem realizada, o perfil metálico IPE 200, as chapas de reforço dos apoios (enrijecedor e chapa de base) e de aplicação de carregamento, o conector CR40 contínuo e a laje de concreto foram modelados com geometria tridimensional. A armadura do concreto foi modelada com elementos de geometria linear.

Foram consideradas as condições de simetria do elemento estrutural ensaiado por Alves (2014), em relação ao plano longitudinal que contém a superfície média da alma do perfil metálico e em relação ao plano transversal situado na seção central da viga. Em termos de modelagem numérica, a consideração das condições de simetria é útil, pois permite a análise de apenas parte do modelo completo, o que proporciona economia de tempo e recursos computacionais. Desta forma, modelou-se apenas um quarto da viga completa. O modelo geométrico descrito é apresentado na Fig. 3.

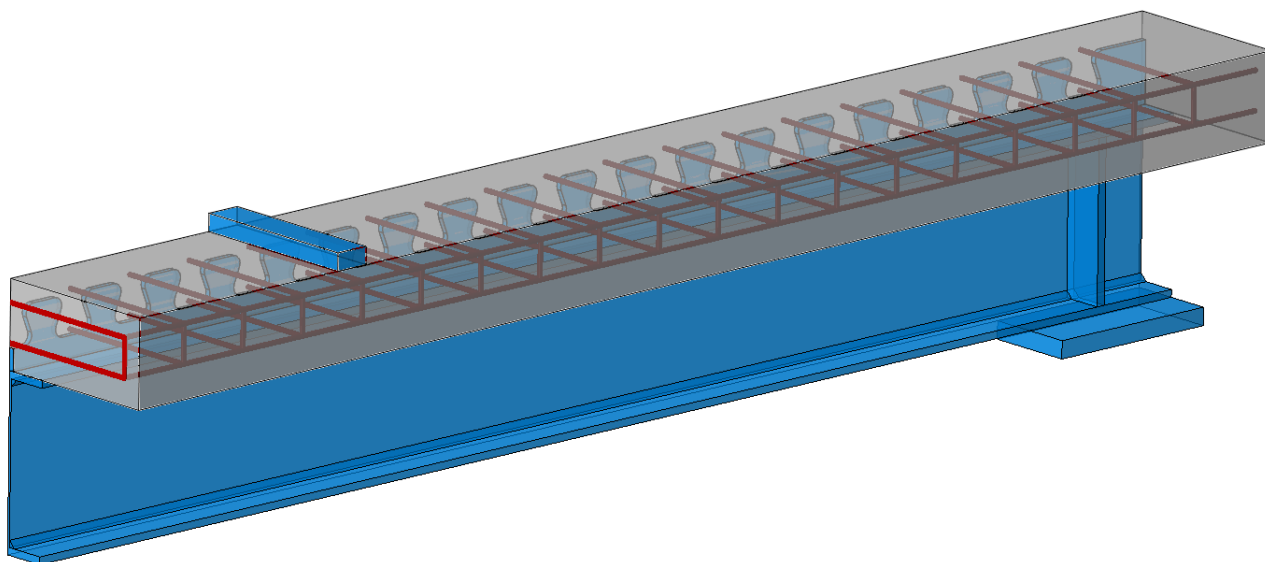


Figura 3. Modelo geométrico da viga mista com Crestbond desenvolvido no *software* ABAQUS.

3.2 Propriedades dos materiais

3.2.1 Propriedades dos aços

Para representar o comportamento dos aços do modelo numérico, foi considerada uma relação tensão×deformação idealizada do tipo elasto-plástico com encruamento (Fig. 4). Em todos os aços utilizados considerou-se o módulo de elasticidade (E) igual a 200.000 MPa e o coeficiente de Poisson (ν_s) igual a 0,3.

Os valores da tensão de escoamento (f_y) e da tensão resistente última (f_u) foram obtidos dos ensaios de caracterização dos materiais realizados por Alves (2014) e encontram-se apresentados na Tabela 1.

Para os aços estruturais (perfil metálico e conector) considerou-se que o valor do módulo de encruamento (E_h) é de 2700 MPa e que o fim do patamar de escoamento se dá para uma deformação ϵ_h seis vezes superior à deformação total no início do escoamento (ϵ_y). Essas considerações foram feitas com base no trabalho de Byfield e Dhanalakshmi (2002).

Para o aço da armadura considerou-se que o fim do escoamento ocorre para $\epsilon_h = 10 \times \epsilon_y$, e a deformação correspondente à tensão máxima (ϵ_u) foi obtida dos ensaios de caracterização de Alves (2014) (Tabela 1).

Para todos os aços citados representou-se a ruptura como uma queda linear nas tensões, após a resistência última, até 10% de f_y , que ocorre para uma deformação máxima ($\epsilon_{M\acute{a}x}$) igual a 200 vezes a deformação no início do escoamento.

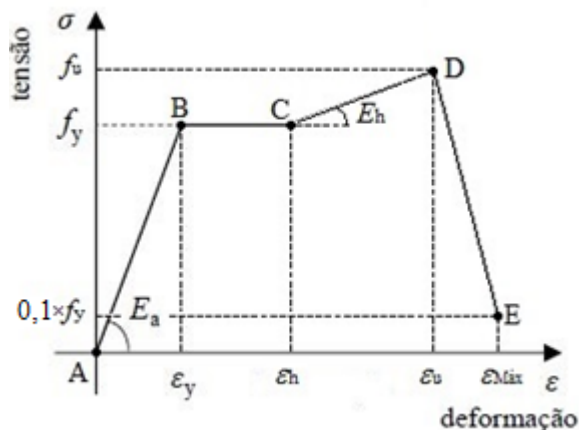


Figura 4. Modelo elasto-plástico com encruamento.

Tabela 1. Dados para os modelos constitutivos dos aços

Dados	Aço do Perfil	Aço do Conector	Aço da Armadura
f_y (MPa)	326,7	282,4	551,7
f_u (MPa)	455,7	409,4	645,3
E_h (MPa)	2700	2700	--
ϵ_h	$6 \times \epsilon_y$	$6 \times \epsilon_y$	$10 \times \epsilon_y$
ϵ_u	--	--	0,14
$\epsilon_{M\acute{a}x}$	$200 \times \epsilon_y$	$200 \times \epsilon_y$	$200 \times \epsilon_y$

As mesmas propriedades do aço do perfil metálico foram consideradas para o material constituinte da chapa dos enrijecedores de alma. Para a chapa de base e a chapa de carregamento considerou-se um material elástico-linear (a função destes elementos é simplesmente de distribuir as ações e reações concentradas em uma área do modelo de viga).

3.2.2 Propriedades do concreto

Para representar o comportamento do concreto utilizou-se o modelo constitutivo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), disponível na biblioteca do ABAQUS. Este modelo possibilita a análise do concreto submetido tanto à tração quanto à compressão, em regime inelástico (Dutra, 2014).

Os dados necessários para a definição deste modelo são: (a) os parâmetros elásticos do concreto (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson); (b) os parâmetros de plasticidade do CDP; (c) a relação tensão×deformação para o concreto comprimido uniaxialmente; e (d) a relação tensão×deformação (ou tensão×abertura de fissuras) para o concreto tracionado uniaxialmente.

Os parâmetros de plasticidade do CDP são utilizados para definir o formato da superfície de falha e a função de fluxo plástico do concreto. Estes parâmetros são: o ângulo de dilatância (ψ); a excentricidade (ϵ); a relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial do concreto (σ_{b0}/σ_{c0}); o fator de forma K ; e o parâmetro de viscosidade (μ). Explicações sobre estes parâmetros podem ser encontradas em Mesquita (2016) e Petrauski (2016).

As propriedades elásticas do concreto e os valores adotados para os parâmetros de plasticidade são apresentados na Tabela 2. Os valores da resistência média à compressão (f_{cm}) e do módulo de elasticidade (E_c) foram obtidos experimentalmente por Alves (2014)

Tabela 2. Propriedades do concreto.

f_{cm} (MPa)	E_c (GPa)	ν_c	ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	K	μ
38,1	31,7	0,2	36°	0,1	1,16	0,667	10^{-5}

A definição da relação tensão×deformação para o concreto comprimido uniaxialmente foi o aspecto mais problemático da validação do modelo de viga mista. Diversos modelos constitutivos encontrados na literatura foram estudados. De forma geral, observou-se que a utilização de relações tensão×deformação nas quais o amolecimento (redução nas tensões com o aumento das deformações) se dá imediatamente após o pico (não existe patamar de tensões constantes) levou à obtenção de resultados que subestimavam a resistência da viga mista.

Por outro lado, a utilização de relações constitutivas que consideram um patamar de tensões constantes (diagramas parábola-retângulo) levou a uma melhoria no comportamento observado. Todavia, as referências encontradas na literatura

que apresentam este tipo de relação não apresentam trecho de amolecimento, o que implica na observação de elementos estruturais nos quais a ruptura não fica caracterizada, pois o material nunca será descarregado, independentemente da magnitude das deformações impostas.

Para solucionar este problema um novo modelo de relação tensão×deformação para o concreto comprimido foi idealizado. Este modelo deveria apresentar um trecho de tensões constantes no pico e uma fase pós-pico com redução das tensões atuantes. O modelo escolhido consistiu em uma modificação da relação apresentada na norma ABNT NBR6118:2014, sendo caracterizado por (Fig. 5):

- comportamento elástico-linear até 50% da resistência média à compressão;
- encruamento governado por uma função parabólica até à deformação de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (ε_{c2});
- patamar de tensões constantes até à deformação de encurtamento do concreto no final do patamar plástico (ε_{cu});
- amolecimento governado por uma função linear do ponto final do patamar plástico até à deformação onde o concreto atingiria resistência nula ($\varepsilon_{c,null}$); e
- observação de uma resistência residual do concreto (σ_{ult}) em função do engrenamento do material rompido.

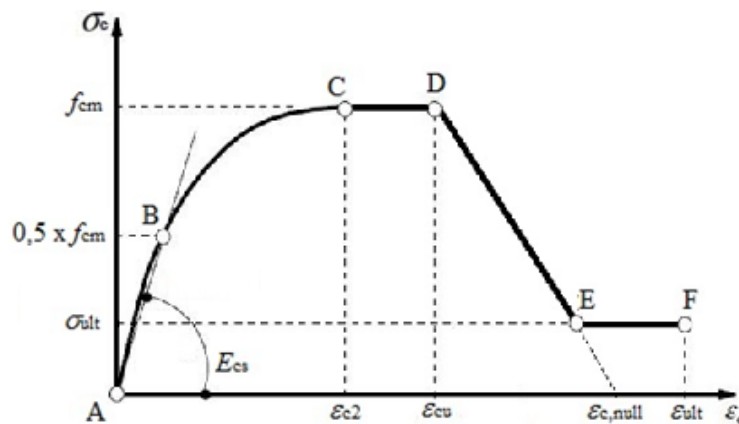


Figura 5. Relação tensão×deformação idealizada para o concreto comprimido.

A equação parabólica que rege o trecho BC da curva idealizada é similar àquela proposta na ABNT NBR6118:2014, substituindo-se a resistência de cálculo do concreto (f_{cd}) por sua resistência média (f_{cm}), conforme se apresenta na Eq. (1):

$$\sigma_c = f_{cm} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (1)$$

Os parâmetros que definem a Eq. (1) devem ser calculados de acordo com o que estabelece a ABNT NBR6118:2014. Os valores de $\varepsilon_{c,null}$ e σ_{ult} devem ser arbitrados. Neste trabalho adotou-se $\varepsilon_{c,null} = 15\%$ e σ_{ult} como sendo 20% da resistência média do concreto à compressão (f_{cm}). Mais detalhes deste modelo podem ser encontrados em Petruski (2016).

O comportamento do concreto submetido à tração foi definido pela relação tensão×abertura de fissuras proposta por Hordijk (1991). Este modelo considera que na tração uniaxial o concreto apresenta comportamento linear-elástico na fase pré-pico e, após atingir a resistência média à tração (f_{ct}), o comportamento não linear do concreto é governado pela função exponencial apresentada na Eq. (2), ilustrada na Fig. 6:

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \exp \left(-c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (2)$$

onde: $w_c = 5,14 \times G_F / f_{ct}$; w é a abertura de fissuras; G_F é a energia de fratura; e c_1 e c_2 são constantes definidas por Hordijk (1991) ($c_1 = 3,00$ e $c_2 = 6,93$).

Os dados de entrada para a função apresentada foram calculados utilizando-se as definições apresentadas pelo Model Code 2010 (FIB, 2011) e são apresentados na Tabela 3.

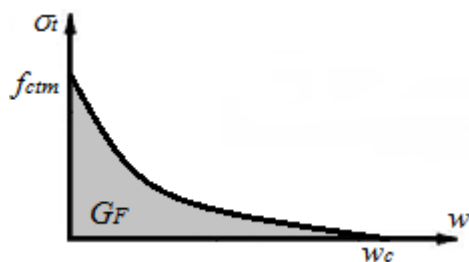


Figura 6. Relação tensão×abertura de fissuras (HORDJIK, 1991).

Tabela 3. Dados de entrada para o modelo de Hordjik (1991).

f_{ctm} (MPa)	G_F (N/mm)	w_c (mm)
2,90	0,141	0,25

3.3 Malha de elementos finitos

A malha de elementos finitos do modelo em questão foi gerada utilizando-se três tipos de elementos distintos. Para a representação das armaduras foram utilizados elementos de viga no espaço, com dois nós, seis graus de liberdade por nó e funções de interpolação cúbicas (Elemento B33 na biblioteca do ABAQUS). Na região dos raios de concordância, utilizou-se um elemento sólido com formato de prisma de base triangular, com seis nós, três graus de liberdade por nó e funções de interpolação lineares (elemento C3D6 da biblioteca do ABAQUS). No restante do modelo utilizou-se o elemento sólido hexaédrico, com oito nós, três graus de liberdade por nó e funções de interpolação lineares (elemento C3D8 da biblioteca do ABAQUS). O aspecto final da malha de elementos finitos gerada é apresentado na Fig. 7:

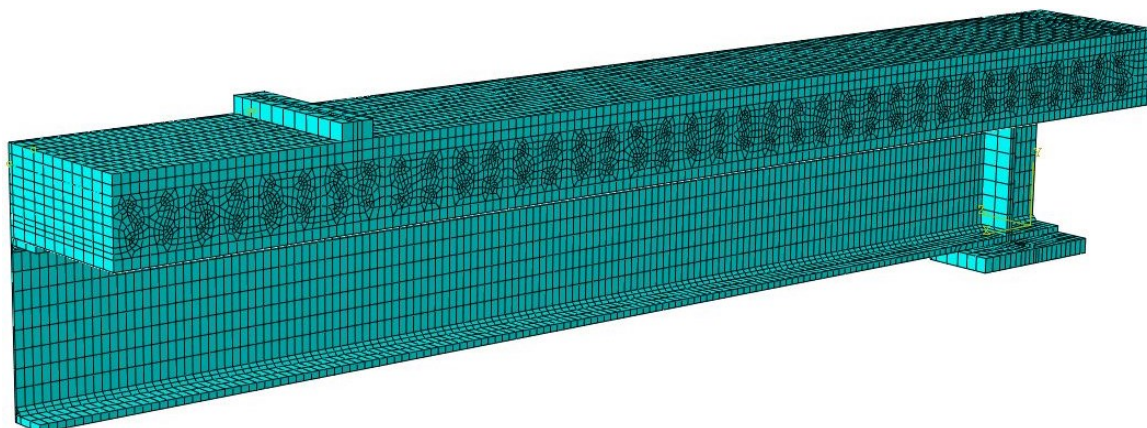


Figura 7. Aspecto da malha de elementos finitos gerada.

O tamanho adotado para os elementos foi de 10 mm para os elementos da armadura e para os elementos da região do conector e de 20 mm para os demais elementos do modelo. Estes valores foram obtidos após a realização de um teste de convergência de malha apresentado em Petruski (2016).

3.4 Condições de contorno e de carregamento

3.4.1 Interações entre as partes do modelo

As interações governam a maneira como as diferentes partes do modelo se comportam mutuamente. Entre a armadura e a laje foi utilizada uma interação do tipo *embedded constrain* que compatibiliza as translações nodais dos elementos das duas partes, simulando a aderência que se observa no concreto armado.

Na superfície de contato da laje com a mesa superior do perfil metálico e com o conector de cisalhamento utilizou-se uma interação do tipo *hard contact*, que possibilita a transmissão de forças de contato normal entre os elementos, permitindo a separação dos elementos após o contato. Esta interação desconsidera efeitos tangenciais, como os que seriam provenientes de atrito ou aderência entre os materiais.

Entre a chapa de carregamento e a laje, adotou-se uma interação do tipo *tie constraint*, que liga os nós das duas superfícies em contato, impondo que todas as deslocabilidades (translacionais e rotacionais) desses nós sejam as mesmas.

3.4.2 Condições de simetria, de apoio e de carregamento

A região do apoio (deslocamentos verticais nulos) foi considerada como uma linha na face inferior da chapa de apoio, pela qual passa o plano central da chapa do enrijecedor. O carregamento foi aplicado como deslocamentos prescritos ao longo da linha central da chapa de carregamento. Estas condições, assim como os planos de simetria, são ilustradas na Fig. 8:

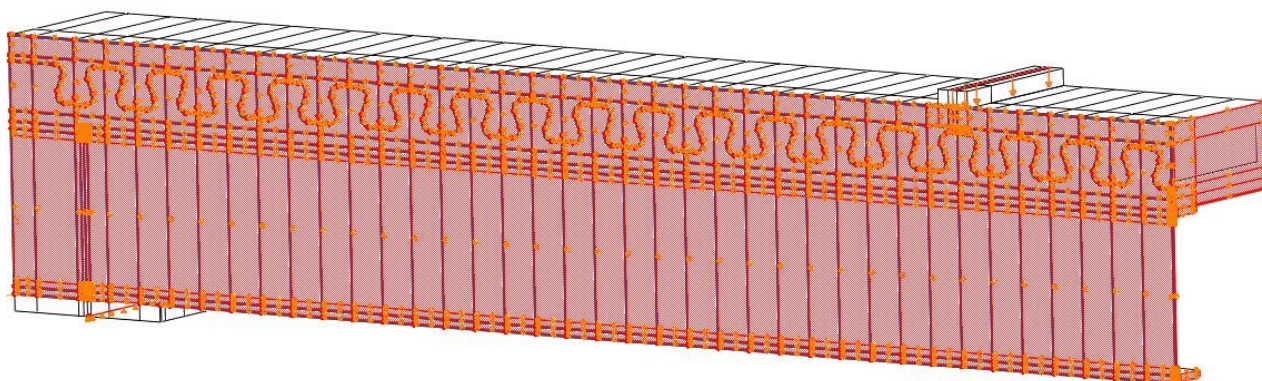


Figura 8. Planos de simetria, região de apoio, e aplicação do carregamento.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 9 apresentam-se os diagramas de força total aplicada *versus* deslocamentos verticais no meio do vão para os corpos de prova ensaiados experimentalmente por Alves (2014) (*VM_Crest_1* e *VM_Crest_2*) e para o modelo numérico desenvolvido neste trabalho.

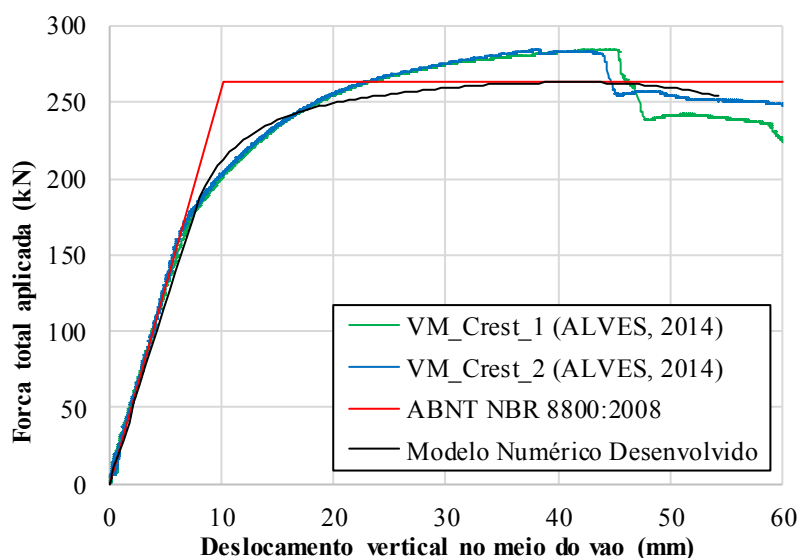


Figura 9. Relação força×deslocamento dos ensaios experimentais e do modelo numérico.

Observa-se que o modelo numérico simula o comportamento estrutural das vigas mistas ensaiadas por Alves (2014) de forma satisfatória. O modelo representa com boa correlação a rigidez inicial das vigas ensaiadas experimentalmente (mesma inclinação observada até o início das não linearidades). A maior diferença observada nas curvas força×deslocamento ocorre para a carga máxima atuante nas vigas. O valor de pico obtido pelo modelo numérico foi de 262 kN, 7,7% menor do que o valor obtido experimentalmente (284 kN). Já os deslocamentos correspondentes à carga máxima (ductilidade da viga) também são bem representados pelo modelo numérico.

Na Fig. 9 também são apresentados os resultados de uma curva analítica (em vermelho) que representa a rigidez inicial e a carga máxima obtidas utilizando-se a metodologia de verificação do Anexo O da ABNT NBR 8800:2008. Esta curva foi obtida com as propriedades geométricas e de material descritas anteriormente, desconsiderando-se os coeficientes de segurança normativos. Observa-se que a rigidez obtida pelo método da norma é similar às dos demais casos e a resistência última prevista por esta metodologia analítica foi praticamente a mesma obtida com o modelo numérico (262 kN).

De forma geral, os resultados obtidos indicam que o modelo em questão é capaz de simular satisfatoriamente os fenômenos que ocorrem no ensaio de vigas mistas com o conector Crestbond. A metodologia desenvolvida para a criação deste modelo foi utilizada para a realização de um estudo paramétrico que evidenciou aspectos importantes do comportamento estrutural do conector em estudo. Os resultados deste estudo paramétrico, assim como uma análise mais aprofundada das diferenças na carga última entre o modelo numérico e os ensaios experimentais, são apresentados em Petruski (2016).

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma modelagem numérica de vigas mistas com conectores Crestbond. Foram descritos os principais aspectos da criação do modelo, como as características geométricas, os modelos constitutivos para a representação do comportamento dos materiais, as particularidades da malha de elementos finitos adotada, as condições de contorno e o carregamento utilizados no modelo de viga mista. Em especial, foi apresentada uma nova idealização do comportamento do concreto à compressão uniaxial, que se mostrou efetiva na modelagem de estruturas nas quais este material está submetido majoritariamente a esforços de compressão e apresenta comportamento mais dúctil.

A validação do modelo numérico foi realizada comparando os resultados numéricos com valores experimentais obtidos na literatura técnica. Observou-se que a metodologia de modelagem apresentada permitiu a simulação do comportamento estrutural de vigas mistas com o conector Crestbond, quando sujeitas a esforços de flexão, de maneira satisfatória. Esta metodologia pode ser utilizada para a geração de modelos computacionais de vigas mistas com diferentes configurações geométricas e propriedades físicas dos materiais, o que possibilitou o desenvolvimento de pesquisas adicionais sobre o comportamento estrutural do conector Crestbond.

NOMENCLATURA

		Letras gregas	
MEF	Método dos Elementos Finitos	ν_s	Coefficiente de Poisson do aço
CDP	Concrete Damaged Plasticity	ν_c	Coefficiente de Poisson do concreto
E	Módulo de elasticidade do aço	ϵ_y	Deformação de início de escoamento do aço
E_h	Módulo de encruamento do aço	ϵ_h	Deformação do final do escoamento do aço
f_y	Tensão de escoamento do aço	ϵ_u	Deformação última do aço
f_u	Tensão última do aço	$\epsilon_{Máx}$	Deformação máxima numérica do aço
f_{cm}	Resistência média do concreto à compressão	ϵ_{c2}	Deformação no início do patamar plástico
f_{ctm}	Resistência média do concreto à tração	ϵ_{cu}	Deformação no final do patamar plástico
E_c	Módulo de elasticidade do concreto	$\epsilon_{c,null}$	Deformação de nulidade do concreto
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto	σ_{ult}	Tensão residual no concreto
G_F	Energia de fratura do concreto	ψ	Ângulo de dilatância
w	Abertura de fissuras	ϵ	Excentricidade
w_c	Abertura de fissura característica	μ	Parâmetro de viscosidade
K	Fator de forma		

REFERÊNCIAS

- Alves, A. R. L., 2014. Avaliação do comportamento do conector Crestbond em vigas mistas. Dissertação (mestrado), Universidade do Minho, Portugal.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, Brasil.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. 2ed. Rio de Janeiro, Brasil.
- Byfield, M.P.; Dhanalakshmi, M. Analysis of strain hardening in steel beams using mill tests. *Advances in Steel Structures*. p. 139–146. 2002.
- Dutra, C. M., 2014. Estudo do comportamento estrutural de variações do conector Crestbond utilizando análise numérica não-linear pelo método dos elementos finitos. Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Viçosa, Brasil.
- Federação Internacional do Betão, 2011. Model Code 2010: final draft. Lausanne, Suíça. 656 p.
- Hordijk, D. A., 1991. Local Approach to Fatigue of Concrete. Tese (doutorado), Delft University of Technology, The Netherlands, ISBN 90/9004519-8.
- Mesquita, L. C., 2016. Avaliação do Comportamento Estrutural de Vigas de Slim Floor com Aberturas na Alma. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Viçosa, Brasil.
- Petrauski, M. C., 2016. Simulação numérica de vigas mistas de aço e concreto com conectores Crestbond. Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Viçosa, Brasil.
- Silva, H. P., 2013. Simulação numérica do comportamento de conectores de cisalhamento tipo Crestbond. Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Viçosa, Brasil.
- Veríssimo, G. S., 2007. Desenvolvimento de um conector de cisalhamento em chapa dentada para estruturas mistas de aço e concreto e estudo do seu comportamento. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

REDIMENSIONAMENTO DE CUBO DE RODA DE UM VEÍCULO MINI-BAJA, POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA, VISANDO DIMINUIÇÃO DA RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO

D. França, diogenes.sfs@gmail.com

T.S. Ferreira, tiago.simao@ifmg.edu.br

G.M. Melchiades, gustavommelchiades@gmail.com

Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Congonhas, Av. Michel Pereira de Souza, 3007 - Campinho, Congonhas - MG, 36415-000

T.S. Ferreira, timoteo_ferreira@hotmail.com

R. Almeida, reginaldo.almeida@fcagroup.com

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Av. Antônio Carlos, 6627 - Brasil, CEP: 31270-901

Resumo. A preocupação com o consumo de combustível em automóveis tem aumentado ano após ano. Com o objetivo de reduzir esse consumo em veículos do tipo mini-Baja, o primeiro passo é estudar quais fenômenos interferem diretamente no consumo. Dentre os vários fenômenos, a resistência ao rolamento é a força que mais contribui para o consumo, quando o veículo se movimenta em velocidade constante. Dentre as possibilidades de reduzir a resistência ao rolamento, a considerada mais viável é o redimensionamento do cubo de roda. Para o redimensionamento, é necessário definir, por meio de equações analíticas, as cargas sob as rodas traseiras quando o veículo estiver sob determinados regimes de movimento. Este trabalho visa definir todas as cargas. Em seguida a análise passará de analítica para numérica e um de cubo de roda de designe comercial será simulado via elementos finitos, com a intenção de medir a tensão e a deformação resultante dessas solicitações. Com o resultado da simulação, será possível otimizar a geometria, redimensionando o cubo de roda, para um modelo que possua massa inferior e consequentemente menor resistência de rolamento, tornando o veículo mais econômico. A comparação entre os resultados de tensão e deformação garantirá a efetividade do processo de otimização.

Palavras-chave: Cubo de roda, Elementos finitos, Resistência ao rolamento

1. INTRODUÇÃO

A competição de Baja da SAE Brasil existe desde 1995 e desde então vários estudantes de universidades nacionais disputam uns contra os outros em várias provas, para que, em cada edição, uma equipe se sagre campeã nacional e ganhe o direito de representar o país em uma competição internacional. Além da competição em si, o projeto Baja SAE Brasil é uma oportunidade de alunos de engenharia aplicarem o conhecimento adquirido em sala de aula. O Brasil tem como objetivo reduzir a emissão de poluentes em 35% até 2030, segundo Rovere *et al.* (2014). Então, somando esta meta à perspectiva educacional da competição de Baja SAE Brasil, os veículos baja se tornam um ótimo laboratório de testes, para que estudantes de engenharia ajudem o país a cumprir a meta de redução de emissão de poluentes.

Para a competição de Baja da SAE Brasil não é permitido alterar as principais configurações do motor, que poderiam resultar em um menor consumo de combustível. Segundo o regulamento da competição da SAE Brasil (2016), o motor deve ser o mesmo para todos os veículos e o mesmo não deve ser alterado, permanecendo original de fábrica. Uma vez então que não é possível alterar o motor, o necessário para diminuir o consumo de combustível é analisar em quais rotações o motor deve girar, para que ele consuma o menos possível.

O primeiro item deste trabalho visa conhecer melhor o motor utilizado na competição, aproveitando-se da relação entre consumo específico, potência e torque, apresentada por Heywood (1988). Para o primeiro item do trabalho, há também a necessidade de apresentar a força de resistência ao rolamento, definida por Brunetti (2013) e demonstrar o quanto relevante é o peso do cubo de roda, em relação à resistência ao rolamento. Há também a necessidade, ainda no primeiro item, de caracterizar as cargas que atuam no cubo de roda, em determinadas situações: para o atual trabalho será considerado um veículo realizando uma curva, com velocidade baixa e constante, explicados por Canale (1989). Por fim, os dados adquiridos na sessão serão aplicados à uma geometria comercial de cubo de roda e este será simulado computacionalmente, para a retirada da tensão de von Mises e da deformação equivalente.

O segundo item do trabalho utilizará a tensão e a deformação resultantes da aplicação de carga no cubo de roda comercial para que seja possível alterar a geometria do cubo de roda. O redimensionamento do cubo de roda tem por objetivo reduzir a massa do mesmo, diminuindo consequentemente a resistência ao rolamento. A massa será reduzida até que se possa alcançar a potência máxima do motor, sem que haja perigo de falha do cubo de roda, tomando cuidado também a deformação equivalente. Os resultados encontrados pela simulação computacional, somada à potência máxima do motor devem coincidir com a potência máxima do veículo, ou se aproximar o máximo possível, comprovando-se a sua eficácia em termos de redução de consumo específico, podendo ser utilizado em competições futuras.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Para uma apresentação mais elucidativa, procurou-se, a divisão deste item em três partes: o estudo analítico dos parâmetros que interferem na resistência ao rolamento, a caracterização das forças que atuam no cubo de roda de um veículo Mini-Baja e a simulação computacional de um cubo de roda comercial. A primeira parte do item visa um estudo dos parâmetros que influenciam na resistência ao rolamento e tem por objetivo delimitar o campo de estudo. A segunda parte o estudo, visa estudar a parte delimitada no item anterior e seu objetivo é caracterizar as cargas que agem sobre o item delimitado – cubo de roda. A terceira parte é a simulação computacional do item delimitado na primeira parte, sobre as condições previstas na segunda parte e tem por objetivo determinar a tensão de von Misses atuante no cubo de roda, além de sua deformação equivalente. Com a tensão de von Misses e a deformação do cubo de roda comercial determinadas, o trabalho seguirá para o redimensionamento do cubo de roda, com o objetivo de reduzir a massa do mesmo e consequentemente reduzir a resistência ao rolamento.

2.1 Estudo analítico dos parâmetros que interferem na resistência ao rolamento

O regulamento da competição de Baja SAE Brasil (2016) define o motor que deverá ser utilizado pelas equipes da segunda maneira: Motor quatro tempos, monocilíndrico à gasolina, alimentado por carburador. 305 cilindradas, 10HP e torque máximo de 14,4lb.ft. A Fig.1 mostra as curvas de torque, potência e consumo específico deste motor, em função da rotação do mesmo. A potência máxima é obtida na rotação de 3200rpm, enquanto o torque máximo é obtido na rotação de 2600rpm e o menor consumo específico é obtido na rotação de 3200rpm.

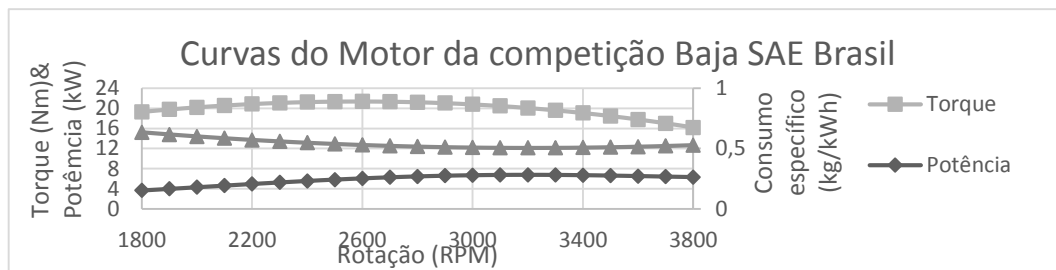


Figura 1: Curvas de torque, potência e consumo específico do motor utilizado na competição Baja SAE Brasil. Fonte: Autor.

Heywood (1989) relaciona a potência com o consumo específico na Eq.(1), enquanto Leal *et al.* (2008) relaciona a potência com o torque Eq.(2).

$$P = \frac{m_f}{scf} \quad (1)$$

$$P = \frac{T2\pi n}{6000} \quad (2)$$

Canale (1989), define as cargas que se opõem ao movimento como sendo: Resistência devido à inclinação da pista, resistência do ar, resistência das forças de inércia, resistência da transmissão e resistência ao rolamento. Com o intuito de simplificar os cálculos, a resistência de transmissão não será considerada, portanto, será assumido como 100% a eficiência da transmissão e da redução. Além disso, para um veículo que esteja em velocidade constante, em uma pista plana, é possível reduzir as cargas de resistência em somente resistência ao rolamento e resistência do ar. Desta maneira, Leal *et al.* (2008) afirma que o torque consumido pelo veículo, pelas forças de resistência ao movimento dadas em função da velocidade pode ser quantificado pela Eq.(3):

$$T_{req} = \frac{D_{roda}}{2i_{trans}i_{red}} \left[\frac{C_a \rho_{ar} A_{front}}{2} + (f_{front} G_{front}) + (f_{tras} G_{tras}) \right] \quad (3)$$

Para o atual trabalho, foram considerados os dados de um veículo baja, representado na Tab.1:

Tabela 1: Constantes e coeficientes utilizados no modelo veículo. Fonte: Autor.

itrans	$3,83 \geq i \geq 0,76$
Ired	9
Droda	0,508m

Ca	0,32
par	1,1225
Afront	2m

Em relação ao peso do veículo, é necessário diferenciar entre massa suspensa e massa não suspensa. Para se calcular a massa sobre cada roda do veículo basta para isso calcular a massa de cada componente responsável pela massa não suspensa, em cada roda. As massas de cada componente estão representadas na Tab.2.

Tabela 2: Massa não suspensa do veículo. Fonte: Autor.

Cubo de roda traseiro	1,36kg
Cubo de roda dianteiro	0,672kg
Manga de eixo dianteira	0,420kg
Disco de freio dianteiro	0,650kg
Roda	5,000kg
Pneu	0,800kg

Já a parcela sobre cada roda resultante da massa suspensa, depende também do centro de gravidade do veículo, como ensina Leal *et al.* (2008). O autor continua e afirma que o centro de gravidade é que definirá a porcentagem da massa suspensa que agirá sobre cada roda. Pode-se então definir o peso total do carro e o peso estático sobre cada roda, como mostra Canale (1989). Esses dados são mostrados na Tab. 3:

Tabela 3: Peso sob cada roda e peso total do veículo. Fonte: Autor.

Peso sobre as rodas dianteiras	1165,079N
Peso sobre as rodas traseiras	1421,229N
Peso sobre a roda dianteira direita	578,254N
Peso sobre a roda dianteira esquerda	586,825N
Peso sobre a roda traseira direita	705,258N
Peso sobre a roda traseira esquerda	715,971N
Peso total do carro	2586,308N

Utilizando novamente as Eq.(1), Eq.(2) e Eq.(3) e também os dados da Tab.1, Tab2, Tab.3, Brunetti (2013) mostra é possível traçar a curva de potência disponível e potência requerida pela rotação, no qual é possível determinar o ponto de equilíbrio do veículo – ou seja, o ponto onde a potência disponível e a potência requerida se cruzam. Tal curva é mostrada na Fig. 2. O objetivo deste estudo é fazer com que o ponto onde a curva de potência disponível e a curva se potência requerida se interceptam seja o mais próximo possível ao ponto onde se tem a potência máxima – 3200rpm.

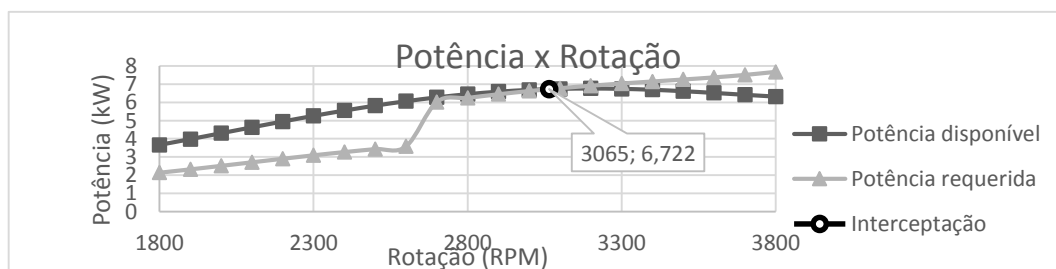


Figura 2: Curva de Potência disponível e potência requerida, em relação à rotação do motor. Fonte: Autor.

A Fig.2 mostra que as curvas se cruzam na rotação de 3065rpm, sendo necessário então deslocar o ponto de intercepção para a direita. Para se deslocar o ponto de intercepção, há duas possibilidades: aumentar a potência disponível, ou reduzir a potência requerida. Aumentar a potência disponível é impossível, uma vez que não é permitido mexer no motor. Então, para reduzir a potência requerida só é possível reduzindo a carga de resistência do ar e resistência ao rolamento. A Fig.3 mostra a importância da resistência do ar, em relação à carga de resistência total, em %. Na figura fica evidente a baixa

influência da resistência do ar em relação à resistência total – pouco mais de 20%. Algo que é condizente com o que prevê Leal *et al.* (2008), em relação à resistência aerodinâmica em baixa velocidade. O foco então deve estar em reduzir a outra parcela da carga de resistência: Resistência ao rolamento.

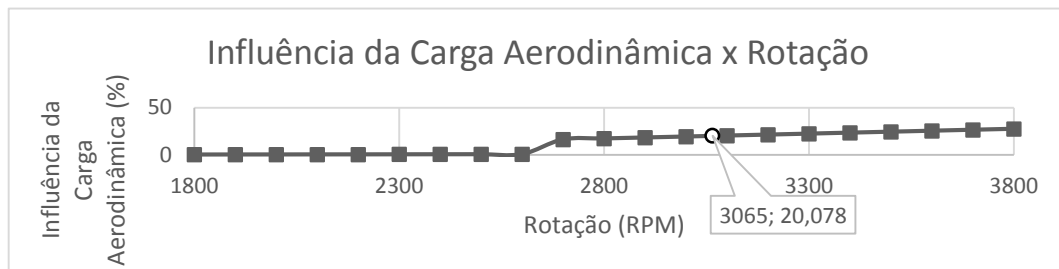


Figura 3: Influência da carga aerodinâmica em (%) da carga de resistência total, em função da rotação do motor. Fonte: Autor.

Retornando à Eq.(3) é possível afirmar que só existem duas possibilidades de reduzir a resistência ao rolamento das rodas, segundo Brunetti (2013). A primeira seria reduzir o coeficiente de resistência ao rolamento, representado pela Eq.(4), enquanto os valores de s são apresentados na Tab.4, para o atual projeto, foi adotado o valor de 7,107, em relação à dureza média de solo.

$$f = (0,0116 + 0,0000142V)s \quad (4)$$

Tabela 4: Coeficiente característico do tipo de solo. Fonte: Brunetti (2013)

Concreto, ou asfalto	1,316
Dureza média, ou terra	7,017
Areia	26,316

Já que o coeficiente de resistência é uma função do tipo de solo e da velocidade, Canale (1989) afirma que não é possível reduzi-lo, sem diminuir também a velocidade. Resta então a opção de reduzir o peso sobre as rodas.

Reduzir a massa dos pneus é uma missão inviável financeiramente, além de que é praticamente a alguma equipe de Baja nacional fabricar seus próprios pneus. Já a redução de massa das rodas é possível, principalmente alterando o material das mesmas. Porém, o material menos denso utilizado com segurança pelas equipes é o alumínio, que é o material utilizado neste estudo e ainda não surgiram opções quanto à isso. Além de que financeiramente seria mais custoso fabricar rodas, do que compra-las pronta.

Resta como opção a redução de massa do cubo de roda. Neste quesito existem três possibilidades: alterar o material de fabricação, ou a geometria, ou ambas. Normalmente o cubo de roda utilizado advém de outros veículos ATVs, ou mesmo gaiolas de competição. Porém, tanto o peso desses veículos, quanto o torque disponível pelo motor são diferentes do encontrado normalmente nos veículos Baja. Considerando o tamanho do cubo, em relação ao tamanho da roda e a complexidade da geometria da roda, em relação à geometria do cubo, é mais barato para uma equipe dimensionar seus próprios cubos. Neste estudo será alterado somente a geometria do cubo, mantendo o material.

2.2 Caracterização das forças que atuam no cubo de roda de um veículo Mini-Baja

Para o dimensionamento do cubo de roda de um baja é necessário primeiramente determinar quais as cargas atuam no cubo, em determinados tipos de movimento. Será considerado que o veículo está em velocidade constante enfrentando uma curva. A Fig.4 mostra um fluxograma com os passos para o redimensionamento do cubo de roda de veículo mini Baja:

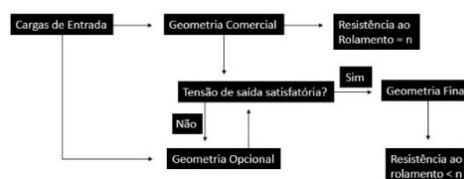


Figura 4: Fluxograma dos passos de redimensionamento do cubo de roda. Fonte: Autor.

Ao realizar uma curva, o veículo fica sujeito à uma força centrífuga e transfere massa suspensa da região interna da curva para a região externa. Essa transferência depende da altura do centro de gravidade do carro. Porém, além da

geometria do carro, a velocidade também deve ser considerada. Canale (1989) afirma que a influência da velocidade é quadrática, em relação à força centrífuga. Povoia *et al.* (2011) afirma que a aceleração centrípeta é máxima quando o veículo está no limite do escorregamento lateral, que ocorre a uma certa velocidade limite. A Eq.(5) mostra a relação entre a velocidade do veículo e a força lateral. Os veículos baixa são normalmente equipados com um tipo de transmissão continuamente variável, denominada CVT. A CVT é definida por Bosch (2005) como sendo a transmissão que converte cada ponto de operação de um motor em uma curva operacional e cada curva operacional em uma faixa de operação. A velocidade máxima para que o carro não capote, quando realizar uma curva foi definida através da transferência de massa e depende da faixa de funcionamento da CTV. Para o veículo estudado, a velocidade máxima é 2,0m/s. Que corresponde à velocidade no ponto de torque máximo, momento antes do qual a relação de transmissão muda de 3,83, para 0,76.

$$F_c = \frac{V^2}{R_c} \tag{5}$$

Canale (1989) continua sua afirmação dizendo que os eixos dianteiro e traseiro são os responsáveis por equilibrar a força centrífuga. À parcela de força de cada eixo, dá-se o nome de força lateral Brunetti (2013). A Fig.5 representa o desenho da direção do veículo Baja, com a qual foi possível determinar os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras e mostra o cálculo gráfico dos vetores de força lateral dianteira, traseira e força centrífuga. A força lateral traseira é a carga que agirá no cubo de roda, quando o veículo estiver enfrentando uma curva. Para o raio de curva foi adotado o valor de 2,5m.

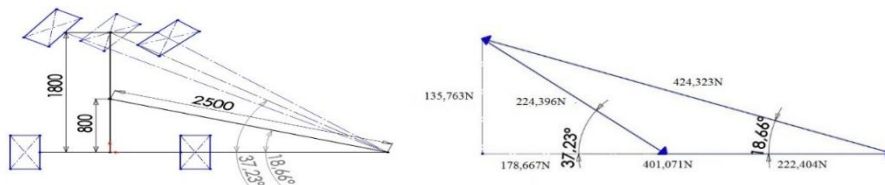


Figura 5: Desenho da direção do veículo Baja, com destaque para os ângulos de esterçamento. Fonte: Autor.

Para esta velocidade, segue abaixo tabela com os valores das cargas e torque:

Tabela 5: Cargas de entrada veículo com velocidade constante fazendo curva. Fonte: Autor.

Torque	368,592Nm
Carga Lateral	222,404N
Carga Peso	715,971N

2.3 Simulação Computacional de um cubo de roda comercial

O processo de simulação é um processo de aproximação, tal como afirma Bosch (2005). O que significa, segundo o mesmo autor, que podem existir divergência entre resultados analíticos e numéricos. Uma maneira de diminuir esta divergência de resultados é aplicando um controle de malha, tal como afirma Alves (2012). Com as cargas de entrada definidas, é necessário determinar a malha do elemento finito do cubo de roda comercial, como sugere Budynas et al. (2011). Por se tratar de uma peça com uma geometria não tão simples, devido aos filetes e furos, o tamanho da malha escolhido levou em consideração a aproximação entre a geometria da peça convencional – mostrado na Fig.6 - e a geometria da peça discretizada, como sugere Alves (2012). O resultado do modelo discretizado pode ser visto também na Fig.6, enquanto os dados da malha estão detalhados na Tab.6.



Figura 6: Modelo convencional do cubo de roda comercial. Fonte: Autor.

Tabela 6: Número de nós e de elementos do modelo discretizado. Fonte: Autor.

Número de elementos	527772
Número de nós	66968
Tamanho dos elementos	1mm

A Tab.7 apresenta as propriedades do material do cubo de roda comercial, composto por aço 1020. Hibbeler (2010) diz que é a partir do módulo elástico que é possível determinar a deformação máxima e que o limite de escoamento é que limita a tensão máxima que deve atuar sobre o cubo de roda. A Fig.7 apresentam as condições de contorno do estudo proposto, como propõe Budynas et al. (2011). Considerando o cubo de roda conectado a um conjunto de roda e pneu rígidos e fixos ao solo, simbolizado na Fig.7 pelo N62. O outro ponto recebe torque proveniente do motor, além de sofrer efeito da força lateral e da força peso e é simbolizado na Fig.7 pelo N61.

Tabela 7: Propriedades do material do cubo de roda. Fonte: Autor.

Módulo elástico	210000MPa
Módulo ao cisalhamento	81000MPa
Coefficiente de Poisson	0.3
Massa específica	7900kg/m ³
Limite de escoamento	351MPa

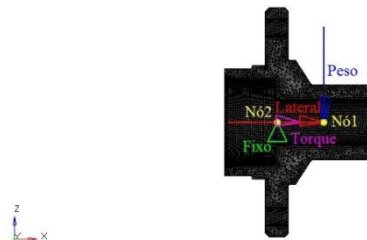


Figura 7: Condições de contorno para o cubo sujeito à curva. Fonte: Autor.

Os resultados das simulações do cubo de roda comercial podem ser vistos na Fig.8, enquanto os valores máximo da tensão de Von Mises e da deformação máxima equivalentes podem ser vistos na Tab.8. Com os valores de tensão máxima valendo 51,45MPa e a deformação máxima sendo bem baixa – 0,00311 – é possível redimensionar o cubo de roda, com o objetivo de diminuir a massa. Comparando com o limite de escoamento do material, disponível na Tab.7, que vale 351MPa – visto que o fator de segurança, que é definido por Hibbeler (2010) como a razão entre a tensão limite de escoamento e a tensão máxima encontrada é no mínimo 6,8 – fica explícito a necessidade de reduzir a diferença entre a tensão de escoamento e a tensão máxima, pois o cubo comercial está superdimensionado para ser utilizado em um veículo Baja.

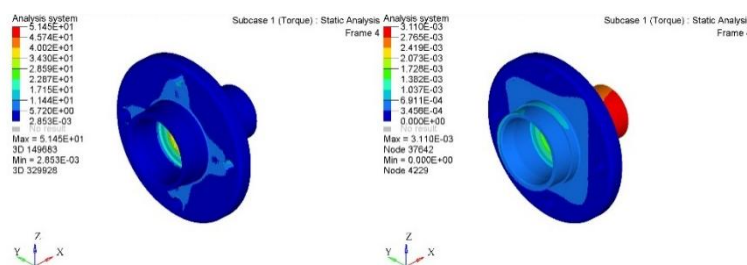


Figura 8: Resultados da tensão de von Mises e deformação equivalente do cubo de roda comercial. Fonte: Autor.

Tabela 8: Valores máximos de tensão de von Mises e deformação equivalente. Fonte: Autor.

Von Mises máximo	51,45MPa
Deformação máxima	0,00311

3. RESULTADOS

A princípio foram redimensionadas as áreas onde a tensão eram muito baixas. Essas áreas foram eliminadas da peça, pois o estudo apresentado no presente trabalho mostrou serem desnecessárias. A segunda etapa do redimensionamento foi a diminuição da espessura da área onde o cubo é fixado na roda, pois região não apresentou grandes tensões, no presente estudo. O restante da geometria não foi alterada, porque é objetivo da maioria das equipes utilizar, tanto rodas

comerciais, quanto semi-eixos comerciais e tais itens possuem medidas padrões que já condizem com as medidas do cubo de roda comercial. A nova geometria do cubo de roda, denominado cubo de roda opcional é mostrado na Fig.9.



Figura 9: Modelo opcional do cubo de roda. Fonte: Autor.

Devido à diminuição do volume do cubo de roda, que antes era 0.00018896m³, no modelo comercial para 0.00005861m³ no modelo opcional, a quantidade de nós e de elementos – para o tamanho de nó de 1mm – são menores. A diminuição do volume, mantendo o mesmo material na peça, também resultou em uma redução da massa do cubo de roda. O modelo opcional possui massa de 0, 422kg. Uma redução de 69% na massa do cubo de roda. Mesmo com a redução de massa, foram mantidas as mesmas cargas, mantendo as condições de contorno idênticas à do geometria comercial. O resultado da tensão e da deformação são mostrados na Fig.10, enquanto os valores máximos são mostrados na Tab.9. Já a Fig.11 mostra o resultado da nova resistência ao rolamento, em relação à potência requerida, na qual é possível perceber que houve realmente um deslocamento no ponto de intersecção, como já era previsto.

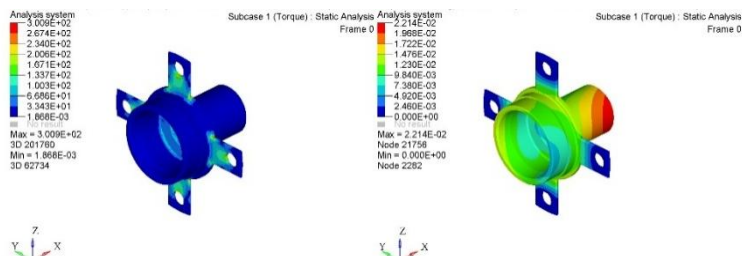


Figura 10: Resultados da tensão de von Misses e deformação equivalente do cubo de roda opcional. Fonte: Autor.

Tabela 9: Valores máximos de tensão de von Misses e deformação equivalente. Fonte: Autor.

Von Misses máximo	300,9MPa
Deformação máxima	0,0214

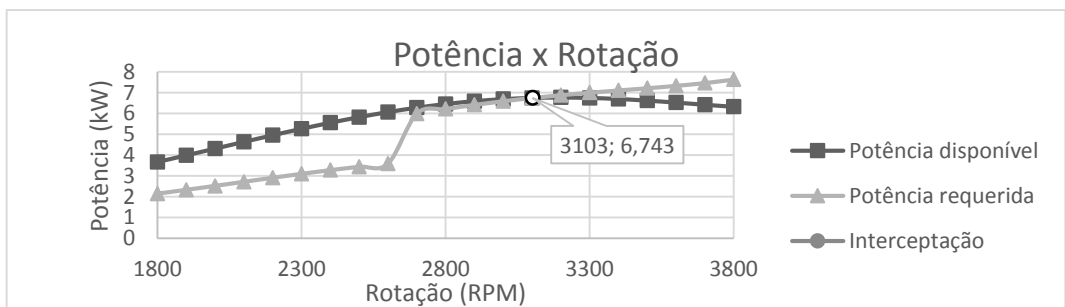


Figura 11: Curva de Potência disponível e potência requerida, em relação à rotação do motor. Fonte: Autor.

A alteração na geometria do cubo de roda resultou também em uma redução da massa não suspensa do veículo. O peso sobre a roda traseira esquerda que era com o cubo comercial 715,971N, passou à 706,750N uma redução de 9,221N. Como resultado dessa diminuição da carga não suspensa, reduz-se também a resistência ao rolamento. A variação entre a rotação máxima do cubo de rota comercial foi menor que a rotação máxima do cubo de roda opcional 38 rpms, o que corresponde à 1,22% à mais. A potência máxima subiu de 6,722kW para 6,743kW o que corresponde à 0,31%.

A tensão máxima continua abaixo do limite de escoamento do material, porém o fator de segurança diminuiu bastante: de 6,8 para 1,16. Um fator de segurança mais baixo garante o não superdimensionamento da peça, o pode ser traduzido em maior aproveitamento mecânico. Lembrando que quanto maior o fator de segurança, maior também a massa do cubo de roda e maior a resistência ao rolamento. Apesar de bastante próximo ao limite, o fator de segurança não preocupa, pois não está totalmente correto. O valor real do fator de segurança é um pouco maior, já que nos cálculos apresentados neste trabalho não foi considerada a resistência ao movimento por causa da eficiência mecânica, nem foi utilizada a velocidade real do veículo, considerando o escorregamento entre pneu/solo. À primeira vista, os novos valores são pouco diferentes

do anteriores, o que poderia colocar em questionamento a viabilidade do processo. Porém apesar de baixos valores de redução, o resultado é considerado satisfatório, uma vez que a alteração da geometria do cubo de roda não é a única possibilidade de redução da resistência ao rolamento, mas é a mais fácil de se aplicar. Vale aqui ressaltar que seria também uma possibilidade alterar o material do cubo de roda, para que fosse possível reduzir a massa, sem precisar diminuir tanto o fator de segurança.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o auxílio dos membros da equipe de Bajaço, o apoio do Instituto Federal de Minas Gerais Campus Congonhas e também da Altair Brasil pela contribuição à realização do trabalho.

NOMENCLATURA

P	potência	F	força
m_f	massa de combustível	R_c	raio de curva
scf	consumo específico	ρ	densidade
T	torque	π	pi
n	rotação	req	requerido
D	diâmetro	roda	roda
i	relação	trans	transmissão
Ca	coeficiente aerodinâmico	red	redução
A	área	ar	ar
f	coeficiente de resistência ao rolamento	front	frontal
G	peso	tras	traseiro
V	velocidade		
s	coeficiente característico do solo		

REFERÊNCIAS

- Bosch, R. 2005. Manual de Tecnologia Automotiva. 25ªEd. São Paulo: Blucher. pp. 190-196;749.
- Brunetti, F., 2013. Motores de Combustão Interna. 3ªEd. Vol1. São Paulo: Blucher. pp. 223-250.
- Budynas, R., Nisbet, J.K., 2011. Elementos de Máquinas de Shigley – Projeto de Engenharia Mecânica. 8ªEd. Porto Alegre: AMGH. pp. 963-971.
- Canale, A.C., 1989. Automobilística Dinâmica e Desempenho. 10ªEd. São Paulo: Érica. pp. 57-77.
- Filho, A. A., Elementos Finitos - a Base da Tecnologia Cae - Análise Não Linear. 1ªEd. São Paulo: Érica.
- Heywood, J. B. 1988. Internal Combustion Engine Fundamentals. 1ªEd. McGraw-Hill Education. pp. 42-52.
- Hibbeler, R. C., Resistência Dos Materiais. Pearson Education.
- Leal, L.C.M., Nicolazzi, L.C. e Rosa, E, 2008. Uma introdução à modelagem quase estática de veículos automotores de rodas. Publicação interna do GRANTE – Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC.SC, Brasil. pp. 43-76.
- Povoa, A.H., Nacif, G.C.L., Christoforo, A.L., Dias, A.M.S., Panzera, T.H., 2011. Avaliação numérica do emprego de geometria alternativa na elaboração do flange de roda de um protótipo off-road mini-baja.
- Rovere, E. L. L., Wills, W., 2014. Eficiência energética e emissões de gases de efeito estufa (GEE). SAE Brasil (RBSB5). Requisitos Gerais do Veículo. Emenda 3. 2016.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMILITUDE EM DESLOCAMENTO DA BARRA COM SEÇÃO CIRCULAR NO EIXO INCLINADO DA CADEIRA DE RODAS PARALÍMPICA

Moisés de Matos Torres, moises.torres@ict.ufvjm.edu.br

Marciene Lourenço Torres, marciene91@hotmail.com

Universidade Federal Dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, ICT, Campus JK - Diamantina/MG, Rodovia MGT 367 - Km 583, nº 5000, Alto da Jacuba, CEP 39100-000

Lucas de Souza Cardoso, sat.iccha@gmail.com

Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Campus Santa Mônica, Uberlândia/MG, Av. João Naves de Ávila, nº 2121, Santa Mônica, CEP 38408-100

Resumo. A solução analítica de diversos problemas práticos em engenharia é de difícil execução, devendo ser resolvidos numericamente ou experimentalmente. Portanto, um ótima solução é a modelagem experimental. Fundamentado na análise dimensional, a qual é baseada nos métodos de medições e análise de problemas físicos, a similitude é desenvolvida. Este trabalho teve como objetivo encontrar uma equação preditiva que possibilita-se determinar quais seriam as deformações sofridas pelo eixo que poderiam influenciar no rendimento da pessoa com deficiência durante o seu deslocamento. Para validação do processo foi utilizado um software de elementos finitos para simular a cadeira e alterar todas as variáveis envolvidas. Por fim, uma equação preditiva geral foi levantada e possibilitou por simples cálculos prever comportamentos que poderiam ser corrigidos com pequenos ajustes.

Palavras chave: Similitude, Elementos Finitos, Biomecânica, Mecânica dos Sólidos.

1. INTRODUÇÃO

As atividades desportivas para as pessoas com deficiência é uma realidade desde meados do século vinte. E de forma promissora vem agregando, desde então, valor e técnicas científicas ao seu contexto. No Brasil, os esportes paralímpicos vêm ganhando espaço progressivamente, nos últimos dez anos. No país já estão presentes praticamente todas as modalidades desportivas, com equipes técnicas estruturadas (Torres, 2015). No ano de 2016 haverá as Olimpíadas e as Paraolimpíadas do Rio de Janeiro, estimulando diversos setores econômicos, paratletas e pesquisadores a fim de desenvolver novos conhecimentos e tecnologias. Assim, é importante conhecer as especificidades da mencionada relação – cadeira/atleta. Contudo, poucas alterações têm sido propostas no que tange às dimensões dos componentes estruturais do equipamento. Se um equipamento desta natureza tem o papel de assessorar o usuário deficiente de forma a garantir-lhe o máximo de liberdade de locomoção e estabilidade, então não se justifica desprezar uma contínua diversidade de dimensões antropométricas generalizando-as em modelos manufaturados em série (Cardoso, 2015). Como em outros casos de acessórios de acessibilidade (muletas, botas, apoios, luvas, equipamentos de proteção) as cadeiras de rodas foram adotadas por seus usuários para atividades extraconvencionais, como atividades desportivas. E para tanto, estes acessórios e equipamentos foram aplicados em sua forma natural, isto é, sem adequadas adaptações. Este trabalho aborda o comportamento em modelagem de uma barra circular componente do eixo traseiro de uma cadeira de rodas paralímpica, para que se possa realizar o ajuste da cambagem da roda de propulsão - é o quanto esta pode inclinar-se em relação ao chão. Geralmente, os esportes em cadeiras de rodas usam, unanimemente, a cambagem diferente de zero grau – roda perpendicular ao nível do solo. A cambagem desenvolve mais estabilidade à rotação e movimentos ágeis, para as cadeiras de rodas. Porém, também implicam no aumento da resistência à propulsão. A cambagem ainda exerce uma função de segurança – por se tratar de um esporte de contato, ela mantém as mãos dos atletas nos aros, durante a propulsão, afastadas de um atleta para outro, durante choques ou embates (Cardoso, 2015).

2. METODOLOGIA

Fundamentado na análise dimensional, a qual base nos métodos de medições e análise de problemas físicos, a similitude é desenvolvida. Levantada quais variáveis afetam o fenômeno, estas variáveis podem ser representadas em grupos adimensionais ou π -termos. Esta representação, conhecida como teorema dos π -termos de Buckingham, torna possível determinar quais são os grupos adimensionais importantes para o problema e prever a relação funcional entre eles (Murphy, 1950). O número de π -termos necessários para expressar o fenômeno segundo o teorema dos Pi-terms de Buckingham, é:

$$s = n - b \quad (1)$$

Onde, s é o número de π -termos, n é o número de variáveis envolvidas e b o número de dimensões básicas envolvidas.

Os π -termos devem ser adimensionais e linearmente independentes, além disso, um novo π -termos pode ser obtido pela combinação de outros π -termos, através de divisões mútuas ou multiplicações, o que possibilita uma maior simplificação. Os π -termos podem ser expressos da seguinte forma:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \tag{2}$$

Por conseguinte, é apresentada a metodologia para um modelo aproximado onde foram consideradas cinco variáveis que afetam diretamente a variável dependente deflexão, que são:

- a) A força aplicada (F);
- b) O comprimento da barra (C);
- c) O diâmetro da barra circular (\emptyset);
- d) O deslocamento (δ);
- e) O módulo de elasticidade (E).

3. IDENTIFICAÇÃO DOS π -TERMOS ADIMENSIONAIS

Para determinar os termos adimensionais envolvidos nos problemas, a metodologia descrita por Murphy (1950) foi adotada, ou seja, uma vez levantada às variáveis envolvidas, monta-se uma matriz com os expoentes da dimensão envolvida para cada variável (Carneiro, 1996).

Para a geração da matriz escreve-se primeiro em uma linha horizontal as variáveis envolvidas no processo, que foram descritas anteriormente. Em seguida, em uma linha vertical a esquerda da linha horizontal denota-se as dimensões relevantes. As dimensões relevantes são a unidade de força (F) e a unidade de comprimento (L).

Destarte, gerando a matriz das variáveis dimensionais:

$$\begin{array}{c|cccc} & \delta & F & \emptyset & E & C \\ \hline \begin{array}{l} F \\ L \end{array} & & & & & \end{array} \quad \text{Dimensões} \tag{3}$$

Para cada variável têm-se as seguintes dimensões estabelecidas:

Tabela 1. Dimensões das variáveis.

VARIÁVEIS (n)	DIMENSÕES (b)
A deflexão (δ)	L
A força aplicada (F)	F
Diâmetro da Barra Circular (\emptyset)	L
O modulo de elasticidade (E)	FL ⁻²
O comprimento da Barra (C)	L

Dadas as dimensões de cada variável se preenche a matriz:

$$\begin{array}{c|ccccc} & \delta & \emptyset & E & F & C \\ \hline \begin{array}{l} F \\ L \end{array} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 1-2 & 0 & 1 & \end{array} \tag{4}$$

Expressa por “A” a matriz nas duas últimas colunas e por “B” a matriz formada pelo restante dos elementos da matriz original, é dado que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Calcula-se a determinante da matriz A. Essa determinante deve ser diferente de zero, caso seja igual a zero deve-se reordenar as linhas e colunas da matriz para que o determinante seja diferente de zero.

$$\det[A] = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \quad (7)$$

A partir das matrizes A e B gera-se uma terceira matriz C:

$$C = [A^{-1} x B]^T \quad (8)$$

Sendo assim:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Por fim, gera-se uma matriz final com os π -termos utilizando as matrizes A, B, C e D, sendo D uma matriz identidade da ordem do numero de π -termos, da seguinte forma (Murphy, 1950):

Número de π -termos;

$$s = 5 - 2 = 3 \quad (10)$$

Forma da matriz final:

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & \delta & \emptyset & E & F & C \\ \hline \delta & & & & & \\ \hline L & & B & & & A \\ \hline \pi_1 & & & & & \\ \pi_2 & & D & & & C \\ \pi_3 & & & & & \end{array} \quad (11)$$

Evidentemente:

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & \delta & \emptyset & E & F & C \\ \hline F & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline L & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline \pi_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline \pi_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ \hline \pi_3 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}$$

Consequentemente:

$$\pi_1 = \frac{\delta}{C} \quad (12)$$

$$\pi_2 = \frac{\emptyset}{C} \quad (13)$$

$$\pi_3 = \frac{EC^2}{F} \quad (14)$$

Assim sendo:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) \quad (15)$$

$$\frac{\delta}{C} = F\left(\frac{\emptyset}{C}, \frac{EC^2}{F}\right) \quad (16)$$

Para chegar a uma equação final em função dos π -termos utiliza-se uma combinação obtida pela multiplicação das equações componentes de “s” Pi-terms (Sedov, 1986), ou seja:

$$\pi_1 = \frac{F(\pi_2, \pi_3)F(\pi_2, \pi_3)}{F(\pi_2, \pi_3)} \quad (17)$$

Para obter as equações componentes de cada um dos Pi-termos, escreve-se uma relação onde o Pi-termo dependente estará em função apenas de outro Pi-termo qualquer, enquanto todos os demais parâmetros serão mantidos constantes.

As funções escolhidas para efetuar as simulações foram funções potenciais do tipo $\pi_1 = c_1 \pi_i^{c_2}$, e assim combinadas pela função produto mostrada anteriormente.

Assim:

$$F(\pi_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\pi_3} = G \pi_2^m \quad (18)$$

$$F(\pi_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\pi_2} = H \pi_3^n \quad (19)$$

Para determinar as constantes G, H, m, n, serão realizadas simulações pelo método de elementos finitos utilizando o software *Autodesk Inventor Professional 2013* (versão estudante).

4. SIMULAÇÃO

O modelo adotado foi de um para um. Primeiramente, o projeto representado no desenho esquemático da cadeira de rodas paraplímpica foi submetido à análise de tensão por método de elementos finitos, do software de desenho e simulação. Conforme o esquema, o programa incrementou o desenho com a malha dos elementos nodais.

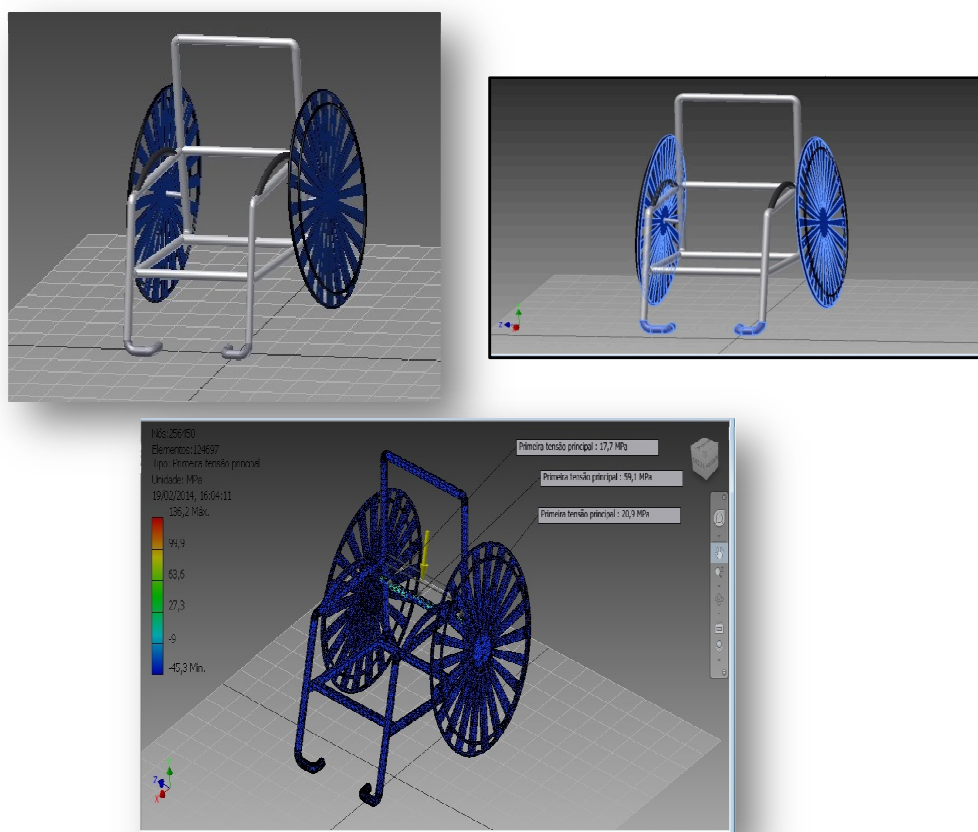


Figura 1. Incremento da Malha: (Elementos: 124697 – Nós: 256450).

As restrições ou engastes foram aplicados nas regiões rígidas do modelo, isto é, aquelas onde o apoio às solicitações é maior. No caso da cadeira de rodas, estas regiões são representadas pelas rodas traseiras e dianteiras. No esquema as rodas dianteiras não foram representadas, de forma que, o seu equivalente de engaste foi o apoio dos pés, como sendo a vizinhança mais próxima. Estas restrições impostas estão destacadas em azul neon, Fig. 1.

O objetivo da simulação foi observar os deslocamentos máximos na região crítica do modelo, representada pelo eixo de acoplamento das rodas traseiras. Desta forma, este componente do sistema como um todo, é o objeto de estudos aqui tratado, destacado a seguir, com o respectivo deslocamento após a solicitação:

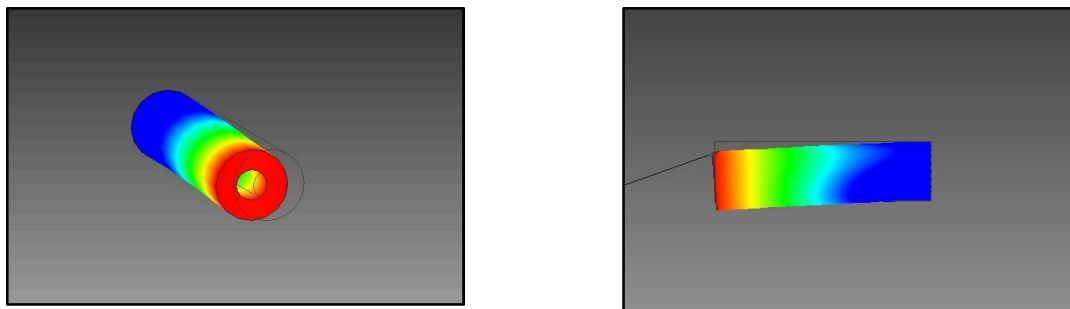


Figura 2. Simulação de carregamento.

Tabela 2. Propriedades da barra circular no eixo da roda.

Dimensões	
\varnothing (diâmetro da barra)	0,0172 (m)
C (comprimento da barra)	0,0540 (m)
Propriedades	
$E_{(Alumínio\ 6061)}$	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)
ν (Coeficiente de Poisson)	0,33 (u.l.)

5. PARÂMETROS CONSTANTES

Para $\overline{\pi}_2$:

Tabela 3. Variáveis Constantes de $\overline{\pi}_2$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da Barra (C)	0,054 (m)
Força Aplicada (F)	800,0 (N)

Para $\overline{\pi}_3$:

Tabela 4. Variáveis Constantes de $\overline{\pi}_3$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Diâmetro da barra (\varnothing)	0,0172 (m)

6. SIMULAÇÕES

Para:

$$F(\pi_2, \overline{\pi}_3) = (\pi_1)_{\overline{\pi}_3} = G\pi_2^m \quad (20)$$

$$\Pi_3_{\text{constante}} = (E \times C^2) \div F = (7,0e^{10} \times 0,054^2) \div 800,0 = 255150 \quad (21)$$

Tabela 5. Variáveis Constantes de $\overline{\pi}_3$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Força Aplicada (F)	800,0 (N)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando o diâmetro (\varnothing) da barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 6. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"

Ø (m)	0,0088	0,0102	0,0116	0,0130	0,0144	0,0158	0,0172
PI_1	0,01515	0,00870	0,00498	0,00319	0,00211	0,00147	0,00107
PI_2	0,16296	0,18889	0,21481	0,24074	0,26667	0,29259	0,31852

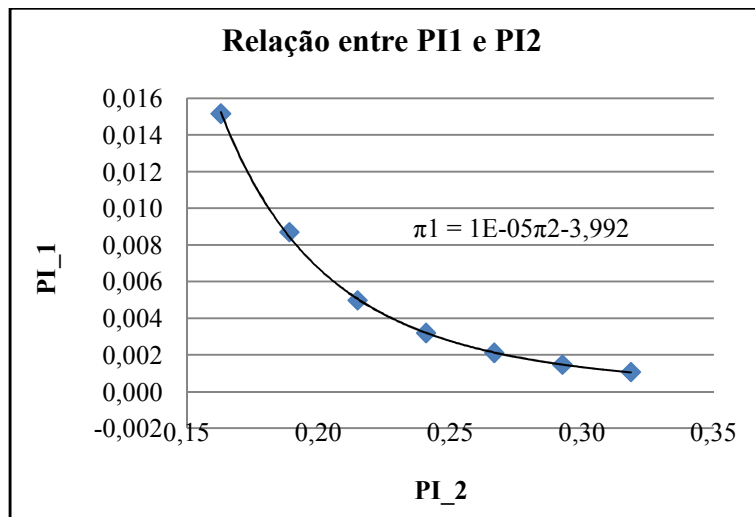


Figura 3. Relação entre π_1 e π_2 .

Para:

$$F(\bar{\pi}_2, \pi_3) = (\pi_1)_{\bar{\pi}_2} = H\pi_3^n \quad (22)$$

$$\Pi_2_{\text{constante}} = \bar{\pi}_2 \div C = 0,0172 \div 0,054 = 0,31851852 \quad (23)$$

Tabela 7. Variáveis Constantes de $\bar{\pi}_2$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,054 (m)
Diâmetro da barra (Ø)	0,0172 (m)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando a força aplicada (F), carregamento, na barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 8. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"							
F (N)	600,0	700,0	800,0	900,0	1000,0	1100,0	1200,0
PI_1	0,000575	0,000725	0,000973	0,001162	0,00144852	0,00156593	0,00168944
PI_3	340200,0	291600,0	255150,0	226800,0	204120,0	185563,6	170100,0

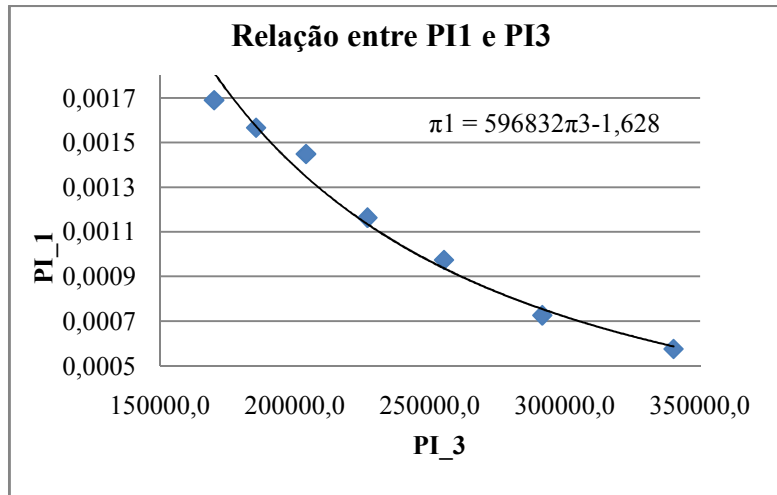


Figura 4. Relação entre π_1 e π_3 .

7. TESTE DE VALIDADE

O teste de validade é obtido por uma equação em que, um dos PI-terms é mantido constante, para um valor distinto daqueles da primeira série de dados.

$$\frac{F(\pi_3, \overline{\pi_2})}{F(\overline{\pi_2}, \pi_3)} = \frac{F(\pi_3, \overline{\pi_2})}{F(\overline{\pi_2}, \pi_3)} \quad (24)$$

Nova simulação para um novo $\overline{\pi_2}$ constante:

Assim para:

$$F(\pi_3, \overline{\pi_2}) = (\pi_1)_{\overline{\pi_2}} = L\pi_3^v \quad (25)$$

Tabela 9. Novas Variáveis Constantes de $\overline{\pi_2}$.

Variáveis Constantes	Dimensões
Comprimento da barra (C)	0,065 (m)
Diâmetro da barra (\emptyset)	0,0172 (m)
Módulo de elasticidade (E)	$7,0 \times 10^{10}$ (N/m ²)

Variando a força aplicada (F), carregamento, na barra cilíndrica para obter o comportamento da variável dependente deslocamento por flexão da barra (δ):

Tabela 10. Dados da Simulação.

"Dados da Simulação"							
F (N)	600,0	700,0	800,0	900,0	1000,0	1100,0	1200,0
PI_1	0,00110831	0,00129292	0,00147754	0,00166308	0,00184769	0,00203231	0,00221692
PI_3	492916,67	422500,00	369687,50	328611,11	295750,00	268863,64	246458,33

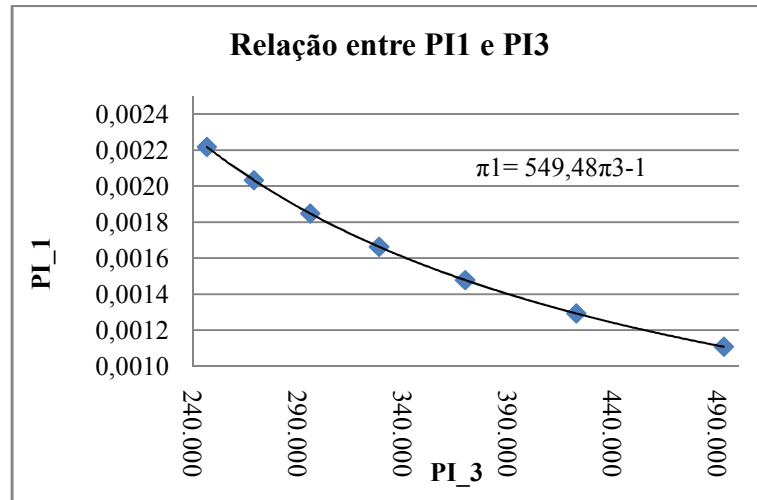


Figura 5. Relação entre π_1 e π_3 para o teste de validade.

Desta forma, a equação para o teste de validade será da forma:

$$F(\pi_3, \overline{\pi_2}) = (\pi_1)_{\overline{\pi_2}} = L\pi_3^v = 549,48\pi_3^{-1} \quad (26)$$

$$F(\overline{\pi_2}, \pi_3) = (\pi_1)_{\overline{\pi_2}} = H\pi_3^n = 596832\pi_3^{-1,628} \quad (27)$$

Sabe-se, da primeira simulação que:

$$\overline{\pi_3} = \frac{E(L)^2}{F} = 0,319 \quad (28)$$

Assim:

$$F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3}) = 596832(0,319)^{-1,628} = 380369,7 \quad (29)$$

$$F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3}) = 549,48(0,319)^{-1} = 1722,5 \quad (30)$$

Sendo assim:

$$\frac{F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3})}{F(\overline{\pi_2}, \pi_3)} = \frac{F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3})}{F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3})} \quad (31)$$

$$\frac{596832\pi_3^{-1,628}}{380369,7} = \frac{549,48\pi_3^{-1}}{1722,5} \quad (32)$$

$$1,57 \pi_3^{-1,628} = 0,319 \pi_3^{-1} \quad (33)$$

$$0,096 \approx 0,068 \text{ (reduzindo as casas decimais)} \rightarrow 0,1 \approx 0,1$$

Denota-se que os valores são muito próximos e o teste de validade é aceito.

8. EQUAÇÃO PREDITIVA GERAL

Uma vez que a função produto passou pelo teste de validade, temos que a equação preditiva pode ser determinada da seguinte forma:

$$F(\pi_2, \overline{\pi_3}) = (\pi_1)_{\overline{\pi_3}} = G\pi_2^m = 0,00005\pi_2^{-3,992} \quad (34)$$

$$F(\overline{\pi_2}, \pi_3) = (\pi_1)_{\overline{\pi_2}} = H\pi_3^n = 596832\pi_3^{-1,628} \quad (35)$$

$$\bar{\pi}_2 = \frac{\varnothing}{L} = 0,319 \quad (36)$$

$$F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3) = 596832(0,319)^{-1,628} = 380369,7 \quad (37)$$

A partir da função produto tem-se que:

$$\pi_1 = \frac{F(\pi_2, \bar{\pi}_3)F(\bar{\pi}_2, \pi_3)}{F(\bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3)} \quad (38)$$

$$\pi_1 = \frac{(0,00005\pi_2^{-3,992})(596832\pi_3^{-1,628})}{596832(0,319)^{-1,628}} \quad (39)$$

Evidentemente a equação preditiva final fica da forma:

$$\pi_1 = 7,84x10^{-4}(\pi_2^{-3,992})(\pi_3^{-1,628}) \quad (40)$$

Substituindo os valores dos π -termos:

$$\pi_1 = \frac{\delta}{L}; \pi_2 = \frac{\varnothing}{L}; \pi_3 = \frac{EL^2}{F} \quad (41)$$

Enfim:

$$\delta = 7,84x10^{-4} (L) \left(\frac{\varnothing}{L}\right)^{-3,992} \left(\frac{EL^2}{F}\right)^{-1,628} \quad (42)$$

Para uma validação mais precisa, a equação final deve ser validada de alguma forma por dados de modelos experimentais. No entanto com a intenção de atender as necessidades de adequação e adaptação, este trabalho propôs a análise do comportamento do eixo de uma estrutura ergonômica, que contempla um ergômetro para pessoas com deficiências físicas dependentes de cadeiras de rodas. Tal análise contribuirá para a habilitação e reabilitação física de pessoas com deficiência, baseada dimensões antropométricas pessoais de cada pessoa.

NOMENCLATURA

F	Força aplicada.	δ	Deslocamento do eixo.
C	Comprimento da barra.	π	Termos adimensionais.
E	Módulo de elasticidade.	\varnothing	Diâmetro da barra circular.
L	Dimensão básica de comprimento.		
K	Constante polinomial.		
G	Constante polinomial.		

Letras gregas

Sobrescritos.

m	Expoente polinomial
n	Expoente polinomial

REFERÊNCIAS

- CARDOSO, L. S., Estrutura Modular Ajustável para Ergômetros de Cadeirantes Desportivos; Dissertação de mestrado; UFU; 2015.
- CARNEIRO, F. L., Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos, 2ª ed., Ed. UFRJ, 1996.
- MURPHY G., Similitude in Engineering, The Ronald Press Co., NY, 1950.
- SEDOV, L. I., Similarity and Dimensional Methods in Mechanics, 1ª ed., 1982.
- TORRES, M. M., Nova Metodologia para Testes Ergométricos em Pessoas com Deficiência; Dissertação de mestrado; UFU; 2015.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

O texto a seguir, propriamente adaptado ao número de autores, deve ser incluído na última seção do artigo, sem numeração: Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO USO DE MATERIAIS COMPÓSITOS EM DORMENTES FERROVIÁRIOS

Pedro Ramalho Figueirêdo, fpedroramalho@gmail.com

Carolina Coelho Martuscelli, carolina.martuscelli@ufvjm.edu.br

Ugo Nogueira Castañon, ugo.castanon@ufvjm.edu.br

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) - Campus do Mucuri - Rua do Cruzeiro, nº 01 - Jardim São Paulo - Teófilo Otoni/MG

Resumo. *Materiais compósitos com adição de resíduos vem sendo estudados e cada vez mais empregados em componentes estruturais da construção civil, tais como dormentes de linhas férreas. Estes compósitos apresentam como vantagem o reaproveitamento de materiais antes descartados e o baixo custo. Neste trabalho foi realizado uma simulação do uso de um material compósito cerâmico-polimérico em dormentes ferroviários através do método dos elementos finitos, por meio do software Ansys Workbench (versão 14.0). O material utilizado foi um compósito constituído de 50% de cimento e 50% de resina epóxi, com adição de 10% em massa de resíduo de borracha de pneu, uma vez que este material compósito apresentou maior ductilidade, maior resistência à compressão, maior resistência à flexão e menor densidade quando comparado com o concreto tradicional. Para a análise foi utilizada a geometria de dormentes monoblocos de concreto protendido utilizado no Brasil, os dados adotados para o carregamento referem-se a uma ferrovia usada pela MRS Logística. Os resultados das simulações, utilizando o critério de falha de Von Mises, demonstram que o material consegue suportar os esforços produzidos pelas cargas dinâmicas aplicadas sobre a linha férrea. Este tipo de estudo pode ser utilizado para determinar a viabilidade e otimização de estudos experimentais para o uso de novos materiais em estruturas, neste concluímos que o material estudado apresenta-se como alternativa ao concreto protendido atualmente utilizado para a produção de dormentes.*

Palavras-chave: *compósitos, resíduos, dormentes ferroviários, elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

Os materiais compósitos vem sendo estudados mais ultimamente devido ao, dentre outros motivos, avanço da tecnologia, preocupação com a sustentabilidade e vantagem econômica. Suas aplicações são diversas, inclusive como elementos estruturais, como por exemplo em dormentes ferroviários.

Segundo Bastos, 1999, os dormentes podem ser classificados em função dos materiais que são constituídos e da forma e características externas. Em função da forma, os dois principais tipos que são fabricados são o monobloco e o bibloco. Este último consiste de dois blocos de concreto unidos por uma haste de aço. Em função dos materiais, os utilizados são concreto armado (bibloco), concreto protendido (monobloco) e madeira (monobloco).

A partir da década de 90, processos naturais como tornados, furacões, terremotos e degelos tornaram-se cada vez mais frequentes e poderosos devido às alterações ambientais provocadas pelos homens. Estas alterações climáticas, juntamente com erosões, quedas de barreiras, inundações e alteração do regime natural das águas, são provocadas geralmente pelos desmatamentos (PASSOS, 2006).

Os dormentes de madeira tendem a entrar em desuso no Brasil. Stopatto (1987) afirma que, no Brasil, problema na aquisição de dormentes de madeira está atingindo nossas ferrovias há muito tempo. O desmatamento necessita de uma disciplinada coordenação com o reflorestamento sob pena de promover a desertificação. Outras opções para dormentes estão sendo consideradas. O dormente de concreto é uma delas.

Uma outra possível alternativa à substituição da madeira além do concreto será estudada neste trabalho por uso de simulação por método dos elementos finitos (MEF), a utilização de materiais compósitos. Este trabalho visa realizar uma simulação do uso de um material compósito cerâmico-polimérico, composto de cimento, resina epóxi e resíduo de borracha de pneu, em dormentes ferroviários, por meio do software Ansys Workbench® (versão 14.0).

O MEF é uma das técnicas de análise numérica para a resolução de problemas das diversas áreas da engenharia. É baseado na divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, transformando o meio contínuo em discreto. O equilíbrio infinitesimal que se considera no modelo matemático de meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, trocando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento como um todo. A partir destas equações algébricas escritas para cada elemento, obtém-se o sistema de equações de equilíbrio da malha de elementos. Esse sistema global, após a introdução das condições de vinculação ao meio exterior, permite a determinação da solução em termos dos deslocamentos nodais (ISOLDI, 2008).

Este tipo de estudo simulatório pode ser utilizado para determinar a viabilidade estrutural e otimização de estudos experimentais para o uso de novos materiais em estruturas.

2. METODOLOGIA

2.1 Definição do Material

O material a ser estudado neste trabalho é um compósito cerâmico polimérico, composto de cimento, resina epóxi e resíduos de borracha de pneu. A proporção em massa do cimento com a resina é de 50% em massa, e há uma adição de 10% da massa total de resíduos de pneu de borracha. Propriedades mecânicas deste material foram encontradas por Martuscelli, 2013.

2.2 Definição das Variáveis de Entrada

Para a análise será utilizada a geometria de dormentes monoblocos de concreto protendido utilizado no Brasil de acordo com a ABNT NBR 11709:2015, os dados adotados para o carregamento referem-se a uma ferrovia usada pela MRS Logística. Os dados foram retirados de Bastos, 1999, e são os seguintes:

- Trilhos tipo TR 57 e TR 68;
- Espaçamento de centro a centro dos dormentes = 62,5cm
- Carga por eixo:
Locomotiva = 200kN;
Veículos de carga = 320kN.
- Distância entre eixos:
Locomotiva = 1,77m;
Veículos de carga = 2,50m.
- Velocidade = 100km/h;
- Valor estimado da tonelage bruta anual (MGT) = 57;
- Bitola de 1600mm.

O dormente possui 280cm de comprimento, 27,6cm de altura, espessura de 30cm e superfície de patim com inclinação 1:40.

Cada roda gera uma força estática de 160kN sobre o trilho, porém deve-se encontrar a força dinâmica resultante, visto que o veículo está em movimento. A força dinâmica é dada por:

$$S_{din} = Q \cdot FD(1 + FT)v \cdot T \quad (1)$$

Onde:

- Q - força estática;
- FD - fator de distribuição, dependente do espaçamento entre os dormentes;
- FI - fator de impacto;
- v - fator velocidade;
- T - fator tonelage.

Dados obtidos de Bastos, 1999, segundo Manual AREMA conforme método de Talbot (Zimmermann). Encontrou-se a força dinâmica de 177kN atuando em cada patim sobre o dormente.

Os dados de resistência à tração, compressão e flexão, módulo de elasticidade e densidade volumétrica do compósito estudado foram obtidos a partir do trabalho de Martuscelli, 2013. A Tabela 1 apresenta os valores:

Tabela 1. Propriedades do compósito.

<i>Resistência última à tração(MPa)</i>	<i>Resistência última à compressão (MPa)</i>	<i>Resistência última à flexão (MPa)</i>	<i>Módulo de elasticidade(GPa)</i>	<i>Densidade Volumétrica (Kg/m³)</i>
15,93	45,32	24,97	5,40	1498

O coeficiente de Poisson é necessário para a análise, porém não foi encontrado na literatura. Para a determinação do mesmo foi utilizado a Regra da Mistura.

2.2.1 Regra da Mistura

A determinação de propriedades de compósitos pode ser feita basicamente por métodos analíticos partindo das propriedades individuais de seus componentes. Pela regra da mistura, uma determinada propriedade de um compósito pode ser dado por:

$$P^* = P_f \cdot V_f + P_m \cdot V_m \quad (2)$$

Em que P_f e P_m são as propriedades da fibra e da matriz respectivamente e V_f e V_m são as frações volumétricas (SILVA, 2011).

Visto que a adição de borracha foi feita em relação à massa total de cimento mais resina, foi calculada a real porcentagem de cada componente. Obteve-se 45% para o cimento, 45% para a resina e 10% para a borracha. O Coeficiente de Poisson do cimento utilizado foi de 0,25, da resina de 0,35 e da borracha de 0,5 (CONSTANTINIDES, 2004, BOERI, 2006, RINDE, 1970).

O valor encontrado para o Coeficiente de Poisson do compósito foi 0,32.

2.3 Modelo Computacional

2.3.1 Pré-Processamento

Foi construída a geometria do dormente com as propriedades especificadas. Um lastro de brita (módulo de elasticidade: 250MPa e coeficiente de Poisson: 0,40) também foi construído logo abaixo do dormente, com comprimento e espessura iguais e altura de 25cm (BASTOS, 1999). É criada uma superfície de contato entre os dois corpos.

O modelo foi então submetido às duas forças de 177kN distribuídas ao longo da superfície do patim, e apoiado no bordo inferior do lastro, simulando o contato com o sub-leito e o solo.

A Figura 1 representa a geometria inserida no *software*, juntamente com as condições de contorno.

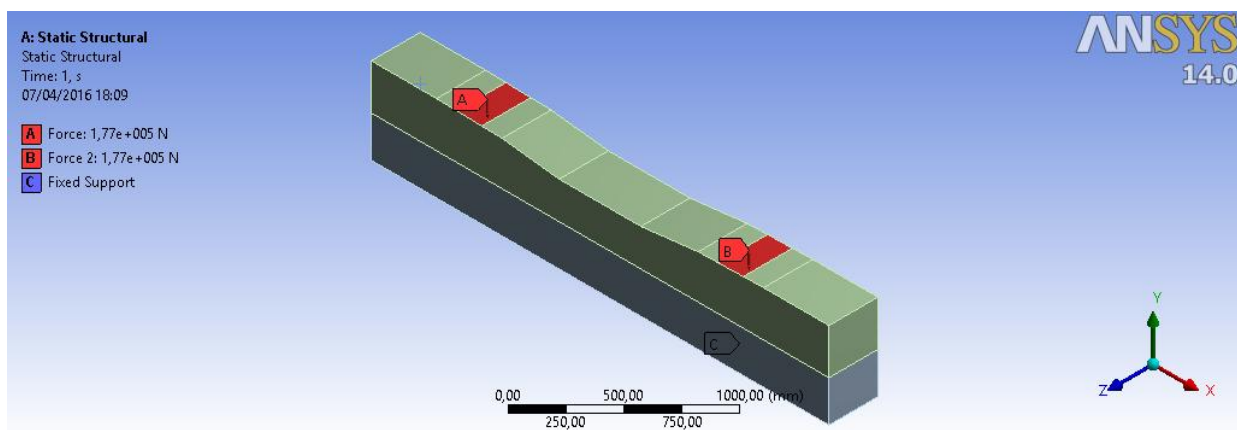


Figura 1. Geometria e condições de contorno.

A malha gerada foi do tipo hexaedro cúbico, possuindo 255.418 nós formando 57.330 elementos.

2.3.2 Análise e Pós-Processamento

As variáveis de saída são obtidas no pós-processamento. As variáveis escolhidas foram tensão equivalente de Von Mises e deformação no eixo vertical Y.

A tensão equivalente de Von Mises permite uma determinação eficiente da ocorrência de falhas e danos de um material submetido a tensões complexas (GOMES *et al*, 2015). Seu valor foi comparado com a tensão última do material, podendo-se obter o fator de segurança para o projeto.

Um outro modelo de mesma geometria sob as mesmas condições de contorno foi criado utilizando o concreto, para fins de comparação.

2.3.3 Otimização

Foi criado um outro modelo para o compósito sob as mesmas condições de contorno, mas com redução de 5% da espessura do dormente, totalizando 28,5cm. Esta simulação visa determinar a influência que a redução desta dimensão pode provocar na tensão equivalente de Von Mises e na deformação.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O dormente de compósito para a geometria estudada apresentou uma massa de 380,32kg. A Figura 2 representa as Tensões Equivalentes de Von Mises encontradas para o material.

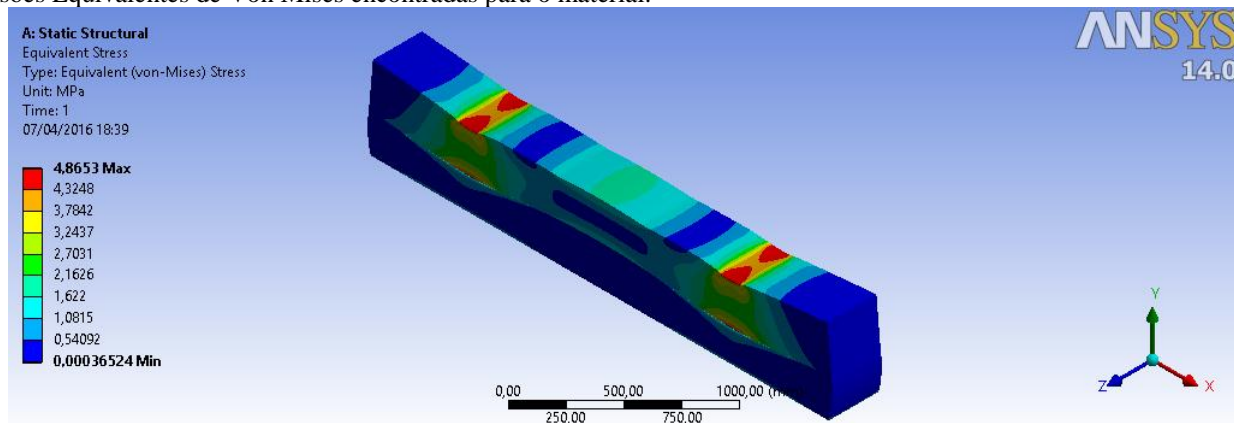


Figura 2. Tensão Equivalente de Von Mises para o compósito.

Observa-se pontos máximos de tensões com o valor de 4,8653MPa sob os trilhos. A deformação vertical teve o valor de 0,7104mm com sentido negativo também na região sob os trilhos. A deformação visual observada na Fig 2 é ilustrativa e não representa a escala real. Como o dormente está sujeito a tensões de tração e compressão, foi calculado o coeficiente de segurança em relação à resistência última à tração do compósito, visto que é a menor entre as duas. Para esta configuração de tensão foi encontrado um coeficiente de segurança de 3,27.

O dormente de concreto apresentou uma massa de 498,15kg. A Figura 3 representa as Tensões Equivalentes de Von Mises encontradas para o dormente de concreto.

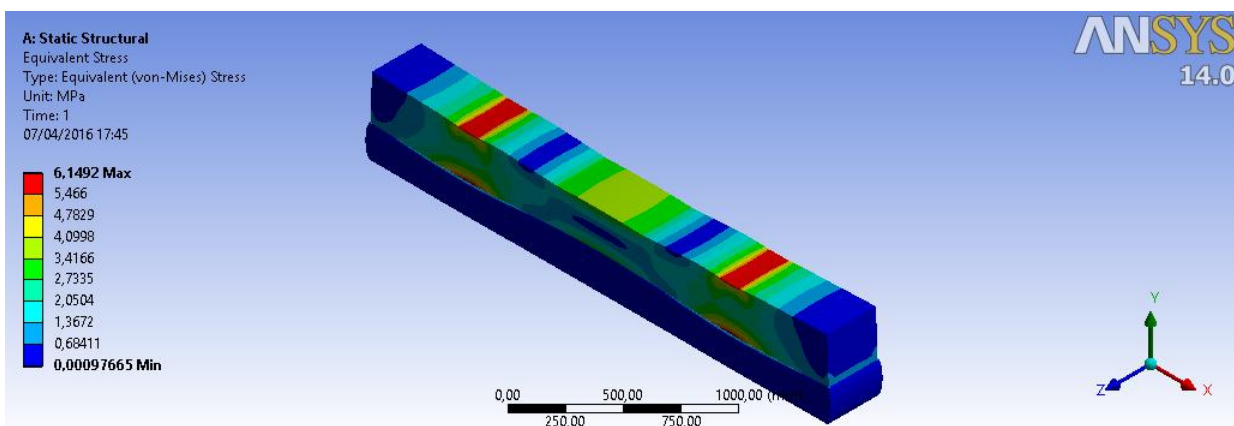


Figura 3. Tensão Equivalente de Von Mises para o concreto

Observa-se pontos máximos de tensões com o valor de 6,1492MPa sob os trilhos. A deformação vertical teve o valor de 0,4175mm com sentido negativo também na região sob os trilhos. A tensão encontrada ultrapassa a resistência última à tração do concreto (5,00MPa), não podendo portanto ser utilizado em seu estado puro, o que justifica a utilização de armaduras no mesmo.

O compósito apresentou maior deformação em relação ao concreto, justificado pelo fato do compósito apresentar maior ductibilidade que o concreto (MARTUSCELLI, 2013).

O material em estudo apresentou propriedades de resistência superiores às do concreto puro, além de seu uso promover uma redução de 23,6% em massa no dormente.

3.1 Otimização

Com a redução de 5% da espessura do dormente, a massa do dormente de compósito foi reduzida em 5%, apresentando valor de 361,31kg. A Figura 4 representa as Tensões Equivalentes de Von Mises encontradas para o dormente de compósito otimizado.

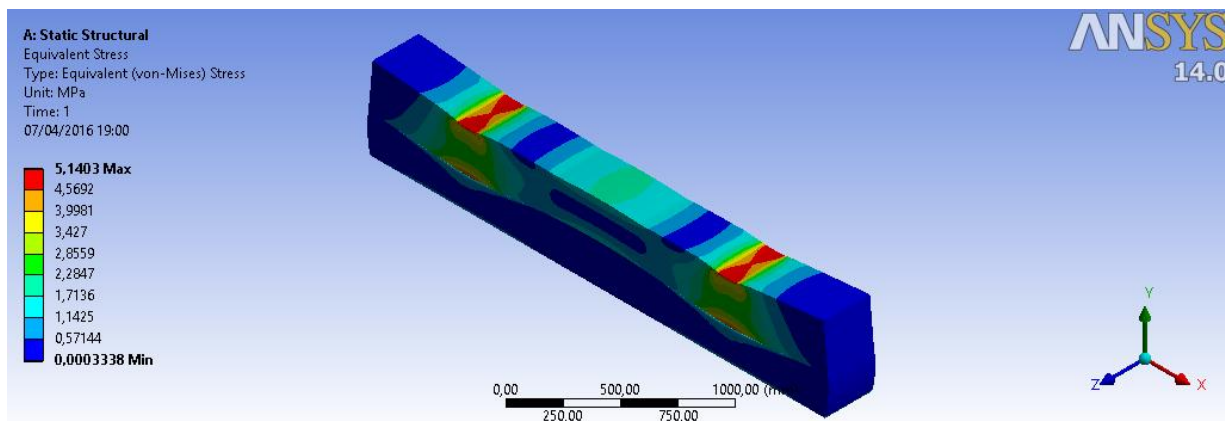


Figura 4. Tensão Equivalente de Von Mises para o compósito com redução de 5% da espessura.

Os pontos máximos de tensões tiveram valor de 5,1403MPa. A deformação vertical teve o valor de 0,7499mm com sentido negativo na região sob os trilhos. Foi encontrado um coeficiente de segurança de 3,10.

Mesmo com a redução da dimensão, o material ainda apresentou menores tensões equivalentes atuantes em relação ao concreto. A redução em massa foi elevada para 27,47%.

A Tabela 2 apresenta em resumo, os resultados obtidos.

Tabela 2. Resultados obtidos.

	<i>Massa (kg)</i>	<i>Tensão Equivalente máxima (MPa)</i>	<i>Deformação vertical máxima (mm)</i>	<i>Coefficiente de Segurança</i>
Concreto	498,15	6,1492	0,4175	-
Compósito	380,32	4,8653	0,7104	3,27
Compósito otimizado	361,31	5,1403	0,7499	3,10

4. CONCLUSÕES

O compósito estudado possui propriedades mecânicas elevadas em relação ao concreto, além de possuir ductilidade. De acordo com o critério de falha de Von Mises, o material consegue suportar as cargas dinâmicas atuantes nos trilhos. Esta análise computacional portanto demonstra que é possível a substituição do concreto pelo compósito estudado na fabricação de dormentes, sem o uso de protensão, o que pode levar a um estudo mais criterioso futuramente.

A otimização com redução de 5% da espessura do dormente apresentou um pequena perda na capacidade resistente do material, e um ganho considerável na redução de peso e portanto na redução de custos. Esta perda na capacidade resistente foi de 5,35%, tornando a otimização totalmente plausível de ser aplicada, podendo ser limitada apenas pela superfície de contato entre patim e dormente.

A aplicação em dormentes apresenta-se como uma forma viável para o uso deste material, que promove o reaproveitamento de resíduos de borracha de pneu. Os compósitos são materiais alternativos que podem reaproveitar elementos usados, sendo um objeto de estudo interessante na atual conjuntura de sustentabilidade.

NOMENCLATURA

<i>FD</i>	Fator de distribuição
<i>FI</i>	Fator de impacto
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>P</i>	Propriedade
<i>Q</i>	Força estática
<i>T</i>	Fator tonelagem
<i>v</i>	Fator velocidade
<i>V</i>	Fração Volumétrica

Subscritos

<i>f</i>	fibra
<i>m</i>	matriz

REFERÊNCIAS

AMERICAN RAILWAY ENGINEERING AND MANUTENANCE ASSOCIATION (1997). Manual for Railway Engineering - Concrete Ties. AREMA, v.2, cap.10, 54p.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 11709: Dormente de concreto: projeto, materiais e componentes. Rio de Janeiro, 2015.
- BOERI, D. V. Caracterização de materiais compostos por ultra-som. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- CONSTANTINIDES, Georgios; ULM, Franz-Josef. The effect of two types of CSH on the elasticity of cement-based materials: Results from nanoindentation and micromechanical modeling. *Cement and concrete research*, v. 34, n. 1, p. 67-80, 2004.
- GOMES, E. A. *et al.* Reliability of FEA on the results of mechanical properties of materials. UNAERP. 2015.
- ISOLDI, L. A. Análise Estática e Dinâmica de Estruturas Delgadas de Materiais Compostos Laminados Incluindo Materiais Piezelétricos. 197 p. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 2008.
- MARTUSCELLI, C. C. Efeito da adição de resíduos de borracha de pneus nas propriedades de compósitos polímeros-cerâmicos. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei-MG, 2013.
- PASSOS, L. B. Avaliação experimental do comportamento mecânico de dormentes reciclados de madeira visando redução do impacto ambiental. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, 2006.
- RINDE, J. A. Poisson's ratio for rigid plastic foams. *Journal of applied polymer science*, v. 14, n. 8, p. 1913-1926, 1970.
- SILVA, L. J. Estudo experimental e numérico das propriedades mecânicas de compósitos poliméricos laminados com fibras vegetais. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei-MG, 2011.
- STOPATTO, S. Via Permanente Ferroviária - Conceitos e Aplicações. São Paulo. T.A. Queiroz Editor. Editora da Universidade de São Paulo. CBTU. 251p. 1987.

Métodos Numéricos

3D MODELLING IN BIM FOR F. E. LIMIT ANALYSIS OF FRAME STRUCTURES

José Ricardo Queiroz Franco, franco@dees.ufmg.br

Bruno Cesarino Soares, brunocesarino@hotmail.com

Escola de Engenharia da UFMG Av. Antonio Carlos, 6627 Bloco 1 - 4º andar - Sala 4204 CEP 31270-901 - Belo Horizonte - MG – Brazil

Abstract. A FE technique for limit analysis of plane frames is presented. An object oriented system was constructed in two modules: a 3D BIM modeler and a FE processor. A BIM interface for integrating the two modules and for automating data exchange has also been developed. The F.E. technique algorithm was implemented on a code using the C++ programming language associated to the paradigms of OOP. The BIM system was designed as a plug-in for AutoCAD, using the API (Application Program Interface) ObjectARX (Autocad Runtime eXtension). Such an API consists of a set of C++ libraries, which can be used to customize AutoCAD graphical environment, allowing the creation of new entities and the access to native classes. The BIM application performs the pre-processing of the geometry and the post-processing of the collapse mechanism. The solutions obtained are compared to other analytical and numerical solutions available in the literature.

Keywords: Limit Analysis, Finite Elements, Frame Structures, BIM-Building Information Modeling, Object Oriented Programming (OOP).

1. INTRODUCTION

This work presents a finite element technique for the limit analysis of plane frames based on the papers by Franco and Ponter [3,4] for shakedown and limit analysis of axisymmetrical pressure vessels. A BIM (Building Information Modeling) application has been developed to automate the phases of the process: pre-processing of the geometry, the analysis and the post-processing of the collapse mechanisms. The BIM application uses C++ associated to the paradigms of the object-oriented programming (OOP) to apply some software design patterns, as in Gamma, [5,6].

An application for managing interacting data has also been developed, based on the concepts of BIM (Building Information Modeling) technologies, so that a database can store information generated in any phase of the process. Geometrical data, structural models with bars elements, nodes, materials and cross sections, collapse mechanisms models and other information are used to build models, which serve for a variety of purposes, as in analysis, dimensioning, detailing, manufacturing and construction.

Upper bounds of the collapse load factor (κ_c) and the corresponding collapse mechanism are determined by applying the kinematical collapse theorem to the complete set of independent elementary mechanisms and their combinations. Bending actions concentrated at nodal points are assumed to be predominant and the behavior of the material is considered to be perfectly plastic.

The discretized structural problem is transformed into an optimization problem and solved by linear programming (LP). The structure is discretized in two-node finite elements with linear interpolation. Plastic hinges are admitted to occur at nodal points, where free rotations together with nodal displacement constitute the set of variables for the structural problem. The major set of constraint equations of the LP problem is defined by enforcing compatibility between the displacement rate fields and the plastic strain rate fields due to the formation of plastic hinges at nodal points during collapse.

The 3D BIM modeler was designed to be a plug-in for AutoCAD, using an Application Program Interface (API) called ObjectARX (Autocad Runtime eXtension). The API ObjectARX consists of a set of C++ libraries, that can be used to program and customize the AutoCAD graphical environment, which allows the creation of new entities and also permits access to the structure of native entities. The BIM application is used to pre-process the geometry and for post-processing the results and the collapse mechanisms.

2. FORMULATION OF THE NOVEL UPPER BOUND TECHNIQUE

Several methods for limit analysis of frames have already been proposed. In many cases the goal is to create optimized procedures to implement the method of combining mechanism [2]. The use of Linear Programming (LP) have had a great appeal to optimize upper and lower bound solutions as in the techniques presented by Grierson & Gladwell, [7] and Grierson and Addel-Baset, [8]. The former work is limited by the need of an *a priori* procedure to separately obtain the independent mechanisms for the kinematical approach. The latter, as in most methods in the literature, presents a technique for obtaining lower bounds of the collapse load, where optimization of the computational performance was considered, which no longer is a major issue since even personal computers (PC's) can now have relatively high performance.

The novel technique presented here proposes a simplified formulation for calculating upper bounds on the ultimate load of a plane frames without taking into account the computational effort due to the great number of variables involved in the optimization problem. The structural problem is transformed into a LP problem by discretizing the frame with two nodes bar elements as in Fig. 1.

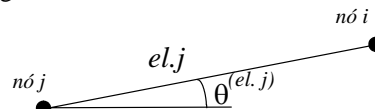


Figure 1. Two nodes bar element.

The technique implemented in this work uses the upper bound theorem, in order to automate the assembling of the LP problem. Bending is assumed to occur only at nodal points of the element, where plastic hinges can form. The technique represents an extension of a Finite Element formulation proposed in two papers by Franco and Ponter [3, 4] for shakedown and limit analysis of axisymmetrical pressure vessels. The theory and fundamentals of the technique are presented in Part I and complementary Part II add also important numerical solutions for pressure vessels.

A brief description of the upper bound formulation for the limit analysis of plane frame is given next:

The formulation seeks to finding the best mechanism corresponding to the smallest collapse load factor κ_c , among all independent and combined mechanisms.

The upper bound theorem for the general structural problem considers the velocity or displacement rates field \dot{u}^c and the plastic deformation rates field $\dot{\epsilon}^c$ during collapse. These fields are kinematically admissible and correspond to a possible collapse configuration. Eq.(1) describes the kinematical theorem for the general structural problem, which can be stated as: for a structure subjected to a set of loads defined by a load factor κ at collapse, which corresponds to any assumed mechanism, the work done by κ must be greater than or equal to the energy dissipation during collapse, ie, is either greater than or equal to the actual collapse load factor κ_c .

$$\kappa \int_S p \dot{u}^c dS \geq \int_V \sigma^c \dot{\epsilon}^c dV \text{ or } \kappa \geq \frac{\int_V \sigma^c \dot{\epsilon}^c dV}{\int_S p \dot{u}^c dS} = \frac{W_i}{W_e} \quad (1)$$

where:

- κ = an upper bound on the actual load factor
- p = characteristic load
- \dot{u}^c = displacement rates at collapse
- σ_c = stress at collapse
- $\dot{\epsilon}^c$ = plastic deformation rates at collapse
- W_i = internal energy dissipation
- W_e = external work

The kinematical collapse theorem equation for plane frames is more simply described by the inequality shown in Eq.(2), where the integrals in Eq. (1) can be transformed into sums. The external work is done by nodal loads and the internal energy dissipation is due to plastic hinges formation, when the plastic moment ($M_{p,i}$) is reached at nodal points producing free hinge rotation rates ($\dot{\theta}^c$) during the formation of the mechanism. For plane frames, the variables for the optimization problem are the nodal displacements rates \dot{u}^c and the free hinge rotation rates ($\dot{\theta}^c$).

$$\kappa \geq \frac{\sum_{i=1}^m M_{p,i} \dot{\theta}_i^c}{\sum_{i=1}^n p_i \dot{u}_i^c} = \frac{W_i}{W_e} \quad (2)$$

where:

- n = degrees of freedom
- m = number of nodal points where hinge can form
- M_p^i = nodal plastic bending moment
- $\dot{\theta}^c$ = free hinge rotation rates

2.1 The General Linear Programming (LP) Problem

The standard form of the linear programming problem, Sousa, et al., [13], is formulated to maximize (minimize) a generic objective function (f) described as:

$$f = \sum_{j=1}^n c_j x_j \tag{3}$$

subjected to the following restrictions:

$$\begin{aligned} a_{ij}x_j &\leq b_j \\ x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

where:

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, m = m_1 + m_2 \\ j &= 1, 2, \dots, n \\ n &= \text{number of variables} \\ m_1 &= \text{number of restrictions inequations} \\ m_2 &= \text{number of restrictions equations} \end{aligned}$$

The LP problem can be stated in matrix form as:

$$\text{Maximize } f = \{c\}^T \{x\} \text{ subjected to } [A]\{x\} \geq \{B\} \tag{4}$$

Vector $\{c\}$ stores the coefficients of the objective function f and vector $\{x\}$ contains the problem unknowns. Matrix $[A]$ and vector $\{B\}$ compose a system of equations and inequations that constrains the LP problem.

Among several methods, the Simplex Method was adopted, which requires the variables x_j to be positives. Since, in general, such restrictions do not apply to engineering problems the following algebraic transformations are applied, Eq. (5):

$$x_j = x_j^+ - x_j^- \tag{5}$$

where

x_j^+ and x_j^- are positive values that satisfy the conditions:

$$x_j^+ = x_j \text{ and } x_j^- = 0, \text{ for } x_j \geq 0$$

$$x_j^- = -x_j \text{ and } x_j^+ = 0, \text{ for } x_j \leq 0$$

2.2 The structural problem for plane frames reduced to a LP problem

Eq.(2) shows that the relative values of W_i and W_e are significant but not the absolute values. Therefore if W_e is assigned the unity value, which just scales the relative size of the mechanism, the structural problem can be reduced to a simplified optimization problem formulated as follows:

$$\text{Minimize } \kappa = \{c\}^T \{x\} = \sum_{i=1}^s M_{p,i} \dot{\theta}_i \tag{6}$$

$$\text{subjected to } [A]\{x\} \geq \{B\} \left\{ \begin{aligned} &\sum_{i=1}^e (\dot{e}_i = 0) \text{ (inextensibility conditions)} \\ &\sum_{i=1}^s (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_i^N = \dot{w}_i) \text{ (nodal rotation compatibility conditions)} \\ &\sum_{i=1}^r (\dot{u}_i = 0) \text{ (boundary conditions)} \\ &\sum_{i=1}^g p_i \dot{u}_i = 1 \text{ (general constraint equation involving all elements)} \end{aligned} \right. \tag{7}$$

where:

$$\begin{aligned} \kappa &= \text{load factor} \\ s &= \text{number of critical sections where plastic hinge can occur} \\ e &= \text{number of elements} \\ r &= \text{number of boundary conditions} \\ g &= \text{number of degrees of freedom} \\ p &= \text{nodal load} \\ \dot{u} &= \text{nodal displacement rate at collapse} \\ M_p &= \text{plastic moment} \\ \dot{\theta} &= \text{relative rotation rate of the critical section at collapse} \\ \dot{\theta}^N &= \text{nodal rotation rate due to joint mechanism} \\ \dot{e} &= \dot{u}_f - \dot{u}_i = \text{elongation rate of the finite element} \\ \dot{w} &= \frac{d\dot{w}}{dx} = \text{nodal rotation rate of the finite element} \end{aligned}$$

Reduction of the structural problem into a LP problem requires the definition of the objective function, Eq. (6), and the restriction equations, Eqs. (7). A general constraint equation is defined by assigning the unity value to the external work W_e . Boundary conditions and compatibility between free hinge rotation rates ($\dot{\theta}^c$) and the nodal displacements rates \dot{u}^c complete the set of constraint equations of the LP problem.

The objective function can now be written as in Eq. (8), where the coefficients c_i for “g” nodal displacements rates \dot{u}_i are null and the coefficients for the “s” free hinge nodal rotation rates $\dot{\theta}_i$ are the element plastic bending moments $M_{p,i}$.

$$f = \kappa = \sum_{i=1}^g (c_i) \dot{u}_i + \sum_{i=1}^s (c_i) \dot{\theta}_i \quad \text{or} \quad f = \kappa = \sum_{i=1}^g (0) \dot{u}_i + \sum_{i=1}^s (M_{p,i}) \dot{\theta}_i$$

In terms of global displacement rates and non negative variables the cost function gives

$$f = \kappa = \sum_{i=1}^n (0) (\dot{U}_i^+ + \dot{U}_i^- + \dot{W}_i^+ + \dot{W}_i^-) + \sum_{i=1}^e (M_{p,i}) (\dot{\theta}_{1,i}^+ + \dot{\theta}_{1,i}^- + \dot{\theta}_{2,i}^+ + \dot{\theta}_{2,i}^-) \quad (8)$$

Eqs. (7) show that the problem is subjected to no constraint inequation, ie, $m_1 = 0$ and $m_2 > 0$ in Eqs. (3a).

The general constraint equation involving all elements $\sum_{i=1}^g p_i \dot{u}_i = 1$ in Eqs. (7) represents the work done by the nodal equivalent loads during collapse. For simplicity, such external work is assigned the unity value. Eq. (9) illustrate the format of the general constraint equation for the following applied load components at node 1; (10) unities of force in the global direction x and (-5) unities of force in the global direction y .

$$(10)U_1^+ + (-10)U_1^- + (-5)W_1^+ + (5)W_1^- + \dots + (0)\theta_1^+ + (0)\theta_1^- + \dots + (0)\theta_n^+ + (0)\theta_n^- = 1 \quad (9)$$

The boundary conditions $\sum_{i=1}^r (\dot{u}_i = 0)$ define a subset of constraint equations related to nodal displacements. For example, a translation restriction at node i in the x direction implies in two constraint equations for the problem global variables; $U_i^+ = 0$ and $U_i^- = 0$.

Boundary conditions related to free nodal rotation can also be imposed to a pinned joint. A joint free to rotate can be considered by assuming that no plastic hinge occurs at this node and therefore it does not contribute to the energy dissipation during collapse. To illustrate such a case, consider node 2 of a frame as pinned, so that vector $\{c\}$ would have the following configuration:

$$\{c\} = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ M_{p1} \ M_{p1} \ 0 \ 0 \ M_{p3} \ M_{p3} \ \dots \ M_{pn} \ M_{pn}]^T \quad (10)$$

The major set of constraint equation for the LP problem is derived from the compatibility between the displacement rates field \dot{u}^c and the plastic deformation rates field $\dot{\epsilon}^c$ during collapse. Since the effects of normal forces are neglected, the axial deformation rate field $\dot{\epsilon}_{xi}^c$ for a general finite element i with linear interpolation, Fig. 2, constitute a group of constraint equations, which can be set to zero as follows:

$$\varepsilon_{xi} = \frac{u_j^i - u_i^i}{L_i} = 0 \text{ (axial strain on element } i) \tag{11}$$

where:

L_i = length of element i

u_i^i = axial displacement of node i

u_j^i = axial displacement of node j

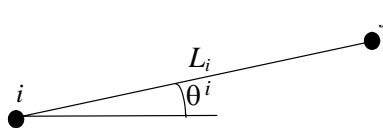


Figure 2. General finite element i with linear interpolation

As an example consider the horizontal element “1” oriented from node 1 to node 2 in the discretized structure, Fig.3. The restraint equation representing the compatibility between axial deformation and the global displacements at the element nodes can be written as:

$$(1/L_1)U_1^+ + (-1/L_1)U_1^- + (0)W_1^+ + (0)W_1^- + \dots + (0)\theta_i^+ + (0)\theta_i^- + \dots + (0)\theta_n^+ + (0)\theta_n^- = 0 \tag{12}$$

The major set of nodal restraint equations relates the displacement rates field \dot{u}^c and the plastic deformation rates field $\dot{\varepsilon}^c$ during the formation of collapse mechanisms. Such restrictions are defined in terms of nodal rotations. Since several elements can concur in a single node and each element has an independent description for the node rotation, it is necessary to make those descriptions compatible. Rotations along each element can be geometrically defined through nodal displacements. For example, the two nodes element “1” in Fig. (3), behaves as a rigid bar, in which a constant rotation along its length can be described by the Eq. (13).

$$\theta_1 = \frac{w_2 - w_1}{L_1} \tag{13}$$

where:

L_1 = length of element 1

w_1 = local displacement at the initial node of element 1

w_2 = local displacement at the end node of element 1

θ_1 = element 1 nodal rotation

The global rotation of a general node i , θ_i^G , can be defined as the sum of the contribution $\theta_i^{(el.j)}$ of each element intercepting the node. This restriction equation must also allow the independent node mechanism, as defined by Neal [12], to occur. For implementation reasons an additional variable θ_i^{node} had to be created for each node to represent the independent node rotations, which are not associated to the external work W_e . Therefore, these node rotations are not included either in the composition of the cost function. These additional variables can then composed the constraint equations, which represent the contribution of each element to the node rotation as in Fig. 3 for the three elements joint at node 2.

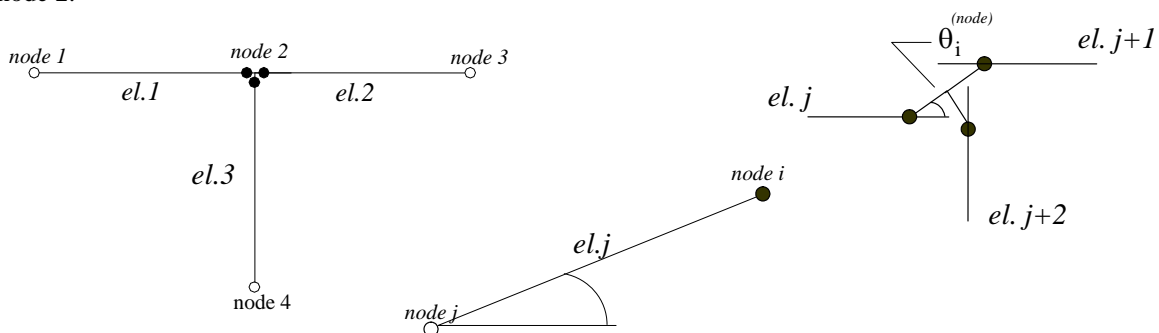


Figure 3. Three elements joint - Node 2

Equations (14) define the element individual contribution for the rotation at node 2 $\theta_2^{(el.j)}$, which sum together to give the global rotation θ_2^G .

$$\left. \begin{aligned} \theta_2^{(el.1)} &= \frac{w_2^{(el.1)} - w_1^{(el.1)}}{L^{(el.1)}} + \theta_2^{(nó)} \\ \theta_2^{(el.2)} &= \frac{w_2^{(el.2)} - w_1^{(el.2)}}{L^{(el.2)}} + \theta_2^{(nó)} \\ \theta_2^{(el.3)} &= \frac{w_2^{(el.3)} - w_1^{(el.3)}}{L^{(el.3)}} + \theta_2^{(nó)} \end{aligned} \right\} \theta_2^{(G)} = \theta_2^{(el.1)} + \theta_2^{(el.2)} + \theta_2^{(el.3)} \quad (14)$$

where:

- $L^{(el.j)}$ = length of element j
- $w_1^{(el.j)}$ = local displacement at the initial node of element j
- $w_2^{(el.j)}$ = local displacement at the end node of element j
- $\theta_i^{(el.j)}$ = end node i rotation of element j
- $\theta_i^{(node)}$ = independent rotations at node i
- $\theta_i^{(G)}$ = global rotation at node i

Equation (14) defines a nodal constraint for the LP problem, representing a node rotation, which is described by the sum of the rotation at the extreme of each element concurring at that node together with the independent nodal rotation. The possibility of the formation of an independent node mechanism is then contemplated by the LP procedures, which determine the global nodal rotation that minimizes the dissipation energy during collapse.

Finally, with the addition of new variables representing nodal independent rotations, vectors $\{c\}$ and $\{x\}$ take, respectively, the forms:

$$\{c\} = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ M_{p1} \ M_{p1} \ M_{p2} \ M_{p2} \ \dots \ M_{pn} \ M_{pn} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T \quad (15)$$

$$\{x\} = [U_1^+ \ U_1^- \ W_1^+ \ W_1^- \ U_2^+ \ U_2^- \ W_2^+ \ W_2^- \ \dots \ \theta_1^+ \ \theta_1^- \ \dots \ \theta_n^+ \ \theta_n^- \ \theta^{(node1)+} \ \theta^{(node1)-} \ \dots \ \theta^{(node n)+} \ \theta^{(node n)-}]^T \quad (16)$$

3. A THREE DIMENSIONAL BIM MODELER

The BIM modeler works as a graphical interface to the limit analysis code processor to perform pre and post processing of the geometry and collapse mechanism of frames structures in 3D. The BIM system serves also to automate the modeling, the processing of limit analysis of frame structures and the graphical post-processing of the results. AutoCAD was used as the graphical platform and the BIM application works as a plug-in, which was implemented using the AutoCAD application programming interface (API), ObjectARX. This API consists of a set of libraries in C++, which allows personalization and customization of AutoCAD graphical environment. Such technology also allows the creation of new entities, including access to and extension of the native classes. The new entities, objects and classes allow the frame structures to be represented by basic elements such as: nodes, bars, materials, and cross sections.

The new and the customized entities, objects and classes can inherit native classes functionalities and can also define their own functionalities to become specialized in a specific job. They can also store the necessary data for modeling structural elements and attributes. The classes hierarchy provides essential information for the 3D graphical representation of structural elements. The basic functionality structure of an application developed using the ObjectARX API, according to Malard [11], is schematized in Fig. 4.

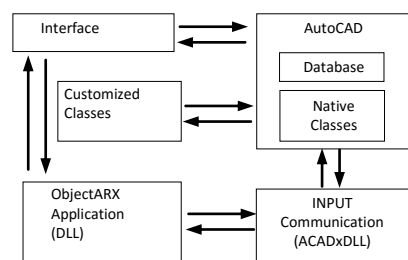


Figure 4. ObjectARX application structure.

3.1 Basic Functionalities of the Structural Modeler

Previous works have been developed by Malard [11] and Hütner [10], which form the basis for the present structural modeler. The modeler runs by loading AutoCAD with three DLL (Dynamic Link Libraries), files with extension (.ARX and (.DBX). The file “CdTcAcadUtils.arx” is a basic modulus, which all the other DLL depend upon and contain generic functionalities to access the graphical environment. The modulus containing the customized classes and the application global variables is run by loading the file “CdTcModelador.dbx” to AutoCAD. The application group of commands for creating entities, configuring drawing parameters, editing and managing data and other commands are added to the application environment by loading the modulus “CdTcModAcad.arx”. Figure 5 illustrate the content of a pull down menu, where several commands created for the application have been joined together, which are used to edit and manage the model data.

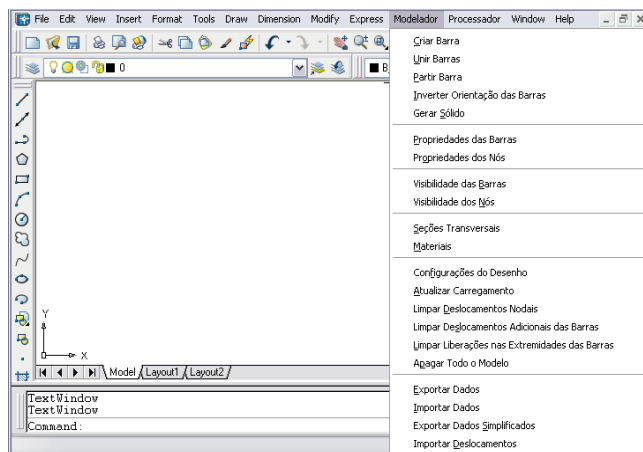


Figure 5. Structural modeler (“Modelador estrutural”) menu.

The instances of the customized classes bars and nodes are defined as “entities” because they have graphical representation. On the other hand, classes that perform control, such as numbering, layers information storage, drawing parameters, cross sections and materials, are instances denominated “objects”, since they have no graphical representation.

Editing the application model follows the usual procedure of AutoCAD native entities, such as lines, dots and circles. Nevertheless, the new and the customized entities require consistency checks to verify that the structural model can be processed to perform a structural analysis. It is imperative to have bars and nodes numbers under control. For example, if a bar is removed from the model, the bar number must be preserved in the database to be used when a new bar is created. Controlling the consistency of data is also important when creating a new bar. If the bar is isolated, two new nodes are created at the ends of the bar. Differently, if one create a new bar from the extreme of another existing bar it is necessary to associate the new bar to the existing node, so that consistency of the structural data model is preserved. Another important consistency check is required when intermediate nodes need to be created at points where bars cross. In this case discretizing the bar into two bars is also an option. The application requires other more complex consistency control verifications when editing the structural design and drawings using the CAD graphical platform environment commands (AutoCAD commands), such as copy, mirror, rotate, array and other. These resources and functionalities differentiate the CAD application here from the simple use of a CAD environment to produce drawings of a structural project.

Figure 6 shows the result of a wireframe model of a plane frame containing numbered bars and nodes, the distributed loading and the clamped supports. Configuring the visualization of the structural elements can also be controlled by the application, which allows exhibiting the model partially or whole and in different scales. For example, visualization of bars and nodes can be configured individually or for the model as a whole. Since each graphical element is drawn in a specific layer, it is possible to modify the element style, to freeze or to turn off the layer, which are just native AutoCAD options. The size of the texts identifying attributes of bars and nodes, such as their numbers, can also be altered by customized commands. Bars are, for example, represented by a standard axis, nevertheless, their attributes and additional data can have the graphical representation visible or frozen. Depending on what is desired to be visible, texts, numbers, labels, displaced axes, local coordinate systems, applied loads representation and solids associated to cross sections may be set to show up in the model. Nodes, for instance, are derived from the AutoCAD native entity point; therefore maintain all the attributes and visual configurations.

The model data are automatically saved with the drawing file (.DWG) and are automatically recovered when the file is opened again, even if the application modeler is not loaded in the CAD environment. In this case it is only possible to visualize de model without editing. All functionality is recovered when the application is loaded. Commands to import and export data from the model to a text (ASCII) file have also been constructed.

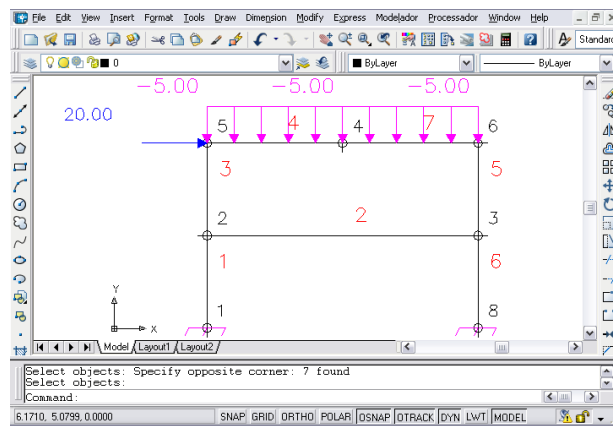


Figure 6. Plane frame model.

Figure 7 shows an example of the application representation of a 3D model spatial frame, which illustrates solids I shape profiles vesting the wireframe model.

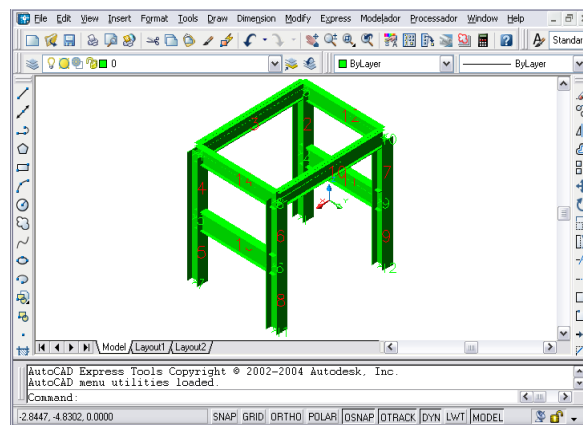


Figure 7. 3D solid model.

3.2 Structural Modeler Post-Processing

The structural modeler works also as a post-processor providing specific functionalities to graphically display the collapse mechanisms resulting from the limit analysis. Entities and objects have been personalized by additional attributes and new commands to meet the functionalities requirements for the post-processing.

During collapse the formation of plastic hinges at nodal points can be graphically represented by free rotations, as shown in Fig. 8.

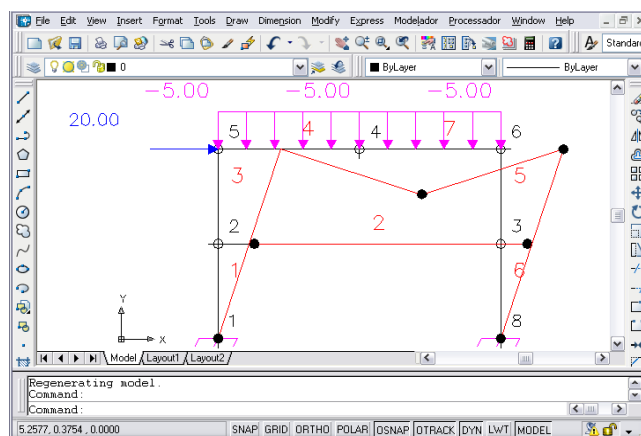


Figure 8. Collapse mechanism with nodal plastic hinges.

The deformed wireframe structure model shown in Fig. 8, allows the BIM modeler to extrude cross sections shapes along the displaced axes to transform it into solids profiles as shown in Fig. 9.

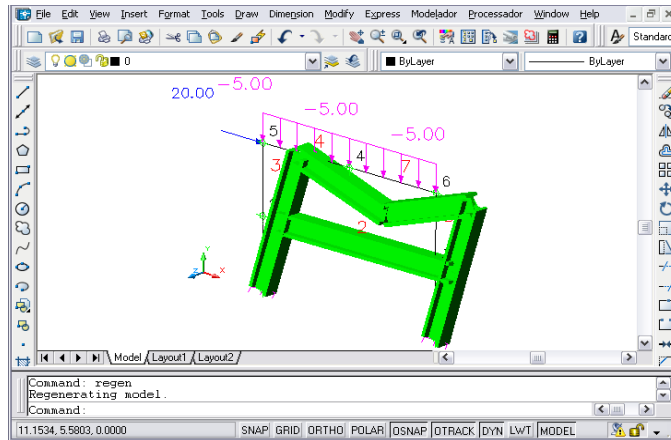


Figure 9. Solid representation of the collapse mechanism.

3.3 Example

The example chosen to validate this work is the plane frame, Fig. 10, analyzed by Horne [12], which has been model by the BIM application and integrated with the processor developed to implement the technique proposed here. The solution obtained is compared with that produced analytically by Horne [12]. The two-storey and two spans plane frame model, shown in Fig. 10, is discretized in 14 elements. Elements and nodes numbers are also indicated in Fig. 10. The geometry illustrates the clamped supports, the beams and columns dimensions and the applied loads at nodal points. The elements plastic moments are given in Table 1.

Table 1. Plastic moments for elements 1-14.

Element	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Plastic Moment (kN.m)	50	60	100	40	50	20	180	180	160	160	80	80	60	60

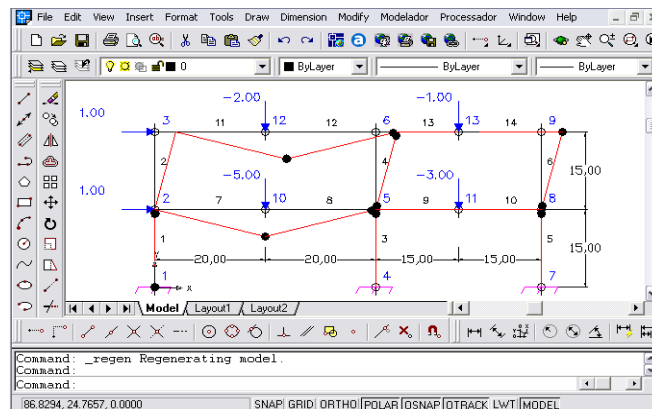


Figure 10. Two-storey and two spans plane frame model.

Figure 10 also illustrates the post-processing of the BIM modeler, where the collapse mechanism and the plastic hinges formed at nodal points are shown.

Table 2 shows coincident upper bound values on the limit load factor obtained analytically by Horne [12] and numerically by the novel technique presented here.

Table 2. Results.

Upper Bound	(Horne, [12])	Novel Technique
κ	6,0	6,0

4. CONCLUDING REMARKS

A novel finite element technique for the limit analysis of frame type structures integrated with a BIM modeler provided a strong tool to model and to analyze complex structures without great computational efforts. The simplified element model adopted produced solutions consistent with those obtained in the literature. The system code has been developed using the paradigm of object oriented programming, which allowed the implementation of the technique in independent and extensible modulus. The use of object-oriented programming and software design patterns brought important contributions to the development of computer codes. The novel technique can now be easily improved using a more robust element with better constitutive laws.

The BIM 3D modeler can also serve to interface several other structural analysis applications.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors gratefully acknowledge the important support of the Brazilian research agencies CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico and FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais.

REFERENCES

- [1] Autodesk, Inc., 2004. ObjectARX Developer's Guide. Manual on line.
- [2] Deeks, A.J., 1996. Automatic computation of collapse loads for frames. *Computers & Structures*, vol. 60, n. 3, pp. 391-402.
- [3] Franco, J.R.Q., Ponter, A.R.S., 1997. A General Approximate Technique for the Finite Element Shakedown and Limit Analysis of Axisymmetrical Shells – Part I – Theory and Fundamental Relations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, 3495-3513 (1997)
- [4] Franco, J.R.Q., Ponter, A.R.S., 1997. A General Approximate Techn. for the Finite Element Shakedown and Limit Analysis of Axisymmetrical Shells – Part II – Numerical Applications, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, 3515-3536 (1997)
- [5] Gamma E., R. Helm, R. Johnson and J. Vlissides, *Design patterns: Elements of reusable object-oriented software*, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, (1995).
- [6] Gamma, E. et al, 2000. *Padrões de Projeto: Soluções Reutilizáveis de Software Orientado a Objetos*, Bookman, Trad.: Salgado, Luiz. A. Meirelles.
- [7] Grierson, D.E., Gladwell, G.M.L., 1971. Collapse load analysis using linear programming. *Journal of Structural Division ASCE* 97, pp. 1561-1573.
- [8] Grierson, D.E., Abdel-Baset, S.B., 1977. Plastic analysis under combined stresses. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, pp. 837-854.
- [9] Horne, M.R., 1971. *Plastic Theory of Structures*. Pergamon International Library.
- [10] Hütner, A., 1998. *Modelador 3D para Estruturas Via CAD – Engenharia/Visualização/Banco de Dados*. Belo Horizonte. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia da UFMG.
- [11] Malard, F. P., 1998. *Modelador 3D para Estruturas Via CAD – Arquitetura do Sistema/Banco de Dados/Visualização*. Belo Horizonte, 208f. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia da UFMG.
- [12] Neal, B.G., 1977. *The Plastic Methods of Structural Analysis*. Chapman and Hall.
- [13] Sousa R.S., Silva C.T.L. and Arenales M.N., “Métodos do tipo dual simplex para problemas de otimização linear canalizados”, *Pesquisa Operacional*, Vol.25, n. 3, pp. 349-382, (2005).

RESPONSABILITY NOTE

The authors are the only responsible for the material reproduced in this article.

A KERNEL-INDEPENDENT FAST MULTIPOLE TECHNIQUE FOR THE ANALYSIS OF PROBLEMS WITH THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

Hélvio de Farias Costa Peixoto, hfcpeixoto@gmail.com

Ney Augusto Dumont, dumont@puc-rio.br

Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rua Marquês de São Vicente 225 sala 301L, 22451-040, Rio de Janeiro

Abstract. *The proposed developments are based on a consistent implementation of the collocation boundary element method (BEM). A generic and problem-independent scheme is used to expand a fundamental solution about successive hierarchical levels of source and field points. As a result, the same algorithm can be applied with slight changes to different kinds of bi- and tridimensional problems of potential or elasticity for generally curved elements and independently from the mesh topology. The proposed algorithm is more compact than the developments available in the technical literature. Moreover, the most external loop refers to the field points – what may be called a reverse implementation – and seems to be computationally more efficient when dealing with curved elements. Given that this is an early stage of the developments, the equation system's solution with iterative solvers (such as GMRES) is not implemented, so that a specific assessment of numerical precision, computational costs and memory allocation becomes possible, as illustrated for some 2D potential problems with complex geometry and topology and up to several millions of degrees of freedom for constant, linear and quadratic elements.*

Keywords: *Fast multipole method, boundary elements, variational methods*

1. INTRODUCTION

The Fast Multipole Method (FMM) was elected one of the top 10 algorithms of the 20th century (Dongarra and Sullivan, 2000). Although developed to work on the evaluation of Coulombic fields in the late 80's (Greengard and Rokhlin, 1987), it showed to be a powerful algorithm when coupled with the boundary element method (BEM). Several authors, as Nishimura (2002) and Liu and Nishimura (2006), present a fairly thorough description of the fundamentals of the method, as applied to the BEM. Liu (2009) shows a large set of examples of the method and discusses its implementation: a FORTRAN code for potential problems is available in his book.

The Fast Multipole (FM) algorithm may be described as a way of evaluating a matrix-vector multiplication without assembling a single line of the matrix. This algorithm can speed up an iterative solution of an equation system with N unknowns from order $O(N^2)$ to $O(N \log N)$. Liu (2009) claims that computational effort down to the order $O(N)$ is possible. The results of the present paper show that the algorithm's computational effort lies between $O(N \log N)$ and $O(N)$, but very close to $O(N)$.

The present research work is based on the MSc. theses of Peixoto (2014) and Novelino (2015) and is being expanded as part of the first author's Ph.D thesis with the aim of developing an algorithm for 2D and 3D elasticity and fracture mechanics problems using generally curved elements for both the BEM and the hybrid boundary element method (Dumont and Aguilar, 2012). The proposed fast multipole formulation differs from the ones available in the technical literature (Liu, 2009) by being basically kernel-independent. This feature allows the algorithm to be applicable to different fundamental solutions with almost no changes. The FMM is used as a matrix-vector multiplication step in an iterative solution of an equation system — as in the frame of the GMRES solver. In this paper the authors deliberately do not implement or discuss such an iterative scheme, as one is only interested in the speedup and error assessment of the FMM itself. This is done by evaluating a single step of the iterative solution, that corresponds to a matrix-vector multiplication. The errors are evaluated for some known analytical solutions that satisfy the open-field Laplace equation. However, the most remarkable

difference of the proposed algorithm to the traditional FMM implementations relies in its development in the frame of a hierarchical structure of boundary elements (Dumont and Aguilar, 2011), in such a way that there is no need to resort to quadtree or octree constructs for 2D or 3D problems, respectively, which drastically simplifies the resulting code and possibly contributes to its overall efficiency.

The FMM is based on the Taylor-series expansion of a fundamental solution about some pole, and its precision is directly linked to the distance between source or field point and pole. The proposed hierarchical mesh refinement enables managing the distance from a source or field point to a given pole mostly topologically, which in part eliminates the need of the more time-consuming evaluation of geometrical distances. The proposed hierarchical mesh refinement scheme and a compact outline of the introduced FMM algorithm are presented in the following.

2. PROPOSED FM ALGORITHM FOR A GENERAL FUNCTION

The following basic definitions are used in the present developments to represent a general function in the complex domain $f(z)$:

- $z - z_0$ = difference between the source point z_0 and the field point z .
- $z_{c^k}, k = 1, 2, \dots, n_c$: hierarchical levels of poles about which the fundamental solution will be successively expanded for the field point z (then, by definition, $z_{c^0} \equiv z$).
- $z_{L^l}, l = 1, 2, \dots, n_L$: hierarchical levels of poles about which the fundamental solution will be successively expanded for the source point z_0 (by definition, $z_{L^0} \equiv z_0$).

The above definitions of a pole z_{c^k} that is *close* (lower case *c*) to the field point z and of a pole z_{L^l} that is *local* (upper case *L*) to the source point z_0 follow the notation introduced by Liu (2009). In the following developments, each *close* pole z_{c^k} and each *local* pole z_{L^l} are actually array representations of different hierarchical levels of poles, as illustrated in Fig. 1, where the attached superscripts (here omitted, for simplicity) denote an individual pole in the array.

The expression of a generic fundamental solution for 2D problems is initially expanded about the *close* pole $z_{c^{n_c}}$ (of highest level, as developed next) using n terms:

$$f(z - z_0) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} (z - z_{c^{n_c}})^i D^{(i)} f(z_{c^{n_c}} - z_0) + O(z - z_{c^{n_c}})^{n+1} \quad (1)$$

where $D^{(0)} f(z) = f(z)$ and $D^{(i)} f(z) = \partial^i f(z) / \partial z^i$.

The truncated form of Eq. (1) is conveniently written as

$$f(z - z_0) = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{(i-1)!} P_i(z - z_{c^{n_c}}) Q_i(z_{c^{n_c}} - z_0) \quad (2)$$

for truncation order $O(z - z_{c^{n_c}})^{n+1}$ and with the arrays of functions $P(z)$ and $Q(z)$ defined for a generic argument z as

$$P(z) = \left\{ 1 \quad z \quad z^2 \quad z^3 \quad \dots \quad z^{n+1} \right\} \quad (3)$$

$$Q(z) = \left\{ f(z) \quad \frac{\partial f(z)}{\partial z} \quad \frac{\partial f^2(z)}{\partial z^2} \quad \frac{\partial f^3(z)}{\partial z^3} \quad \dots \quad \frac{\partial f^{n+1}(z)}{\partial z^{n+1}} \right\}. \quad (4)$$

Expansions about the source point are also possible. Let the derivatives $D^{(i)} f(z_{c^{n_c}} - z_0)$ be also expanded for the source point z_0 about the *local* point $z_{L^{n_L}}$ (of highest level, as to be also shown subsequently) using m terms:

$$D^{(i)} f(z_{c^{n_c}} - z_0) = \sum_{j=0}^m \frac{1}{j!} (z_{L^{n_L}} - z_0)^j D^{(i+j)} f(z_{c^{n_c}} - z_{L^{n_L}}) + O(z_{L^{n_L}} - z_0)^{m+1} \quad (5)$$

Substituting for $D^{(i)}f(z_{c^{nc}} - z_0)$ in Eq. (1) according to above, it results

$$f(z - z_0) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} (z - z_{c^{nc}})^i \sum_{j=0}^m \frac{1}{j!} (z_{L^{nL}} - z_0)^j D^{(i+j)}f(z_{c^{nc}} - z_{L^{nL}}) + O(z - z_{c^{nc}})^{n+1} + O(z_{L^{nL}} - z_0)^{m+1} \tag{6}$$

The truncated form of Eq. (6) is conveniently written as

$$f(z - z_0) = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{(i-1)!} P_i(z - z_{c^{nc}}) \sum_{j=1}^{m+1} \frac{1}{(j-1)!} P_j(z_{L^{nL}} - z_0) Q_{i+j-1}(z_{c^{nc}} - z_{L^{nL}}) \tag{7}$$

for truncation order given by $\max(|(z - z_{c^{nc}})/(z - z_0)|^{n+1}, |(z_{L^{nL}} - z_0)/(z - z_0)|^{m+1})$.

Equation (2) is undoubtedly more economical than Eq. (7) and seems to be the simplest and fastest way of handling the expansions. However, Eq. (7) is given as the starting point for a general procedure that leads to a computationally fast and economical evaluation of a given fundamental solution $f(z - z_0)$ for a very large number of source points z_0 and of field points z by means of an approximate expression that can be as accurate as required. The expansion about successive levels of poles is dealt with in the next section.

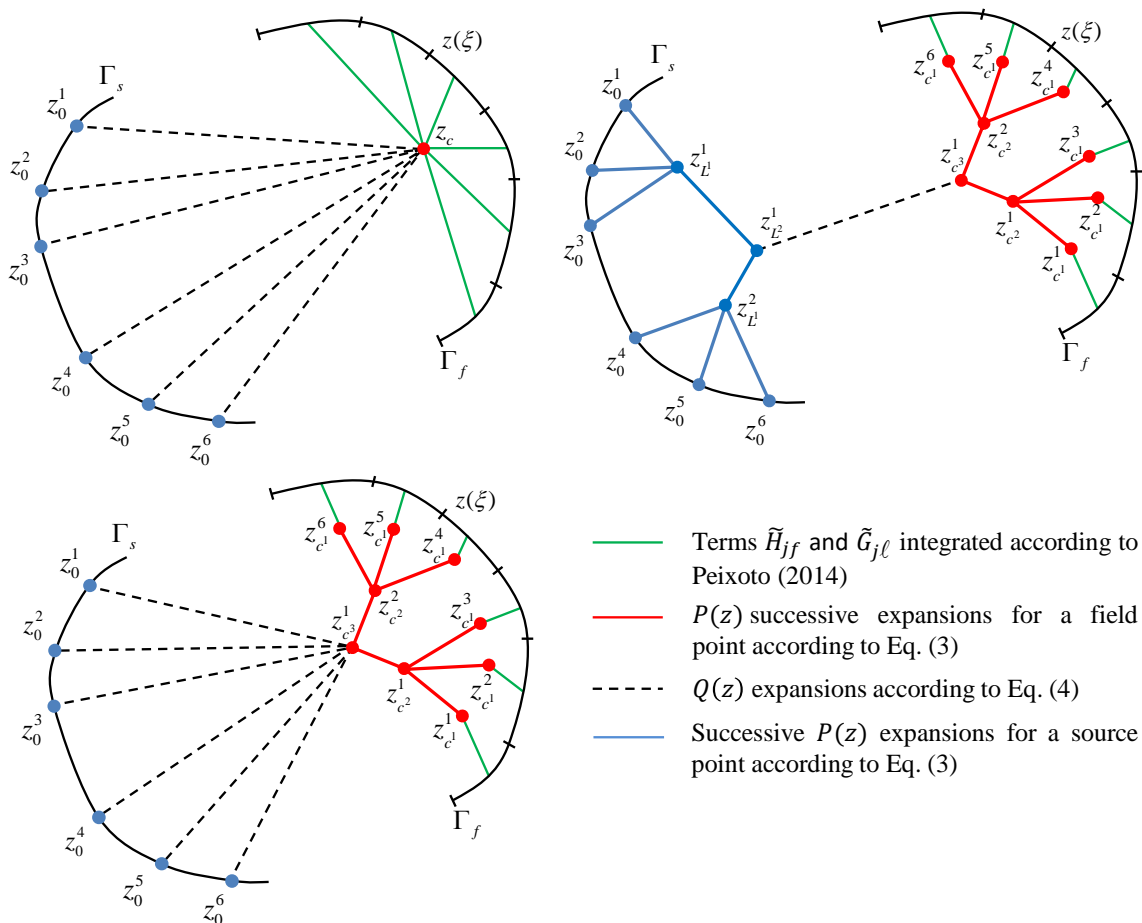


Figure 1. Schematic representations of expansions about field and source poles.

As a matter of illustration, three expansion schemes are shown in Fig. 1. They depict the cases where several field points are expanded about a pole z_c (upper left), field point expansions are undertaken about three successive layers of poles z_c (lower left) and, moreover, expansions of source points are carried out about two layers of poles z_L (upper right). The green lines represent analytical integrations of the BEM matrices for the matrix-vector products, as proposed

in Peixoto (2014).

3. ALGORITHM FOR THE HIERARCHICAL MESH REFINEMENT

Figure 2 shows the schemes for splitting linear, quadratic and cubic elements into two elements each for the successive, hierarchical mesh refinement for a general 2D problem simulation. The algorithm for constant elements is the same one as for linear elements. A corresponding refinement algorithm has also been implemented for 3D problems (Dumont and Aguilar, 2011).

The refinement depicted in Fig. 2 illustrates the numbering rule for successively refined elements and nodes starting from a given macro element. This numbering scheme is the basis of a topological structure that enables the identification of adjacent elements at each refinement level, as stored during runtime only for each uppermost macroelement, which drastically saves storage allocation. This hierarchical structure also indicates how far a given element is from a source pole and how the expansions given in Eq. (7) must be dealt with.

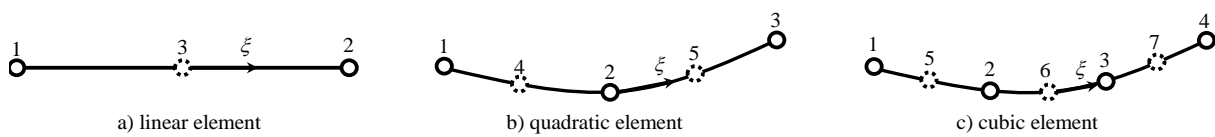


Figure 2. Schemes for splitting a general element into two sub-elements.

Figure 3 shows three cases of possible refinements, with 2, 4 or 8 child elements (n_c) per element. As the refinement strategy splits each element into 2 children, n_c can only be taken as a power of 2 for a 2D problem.

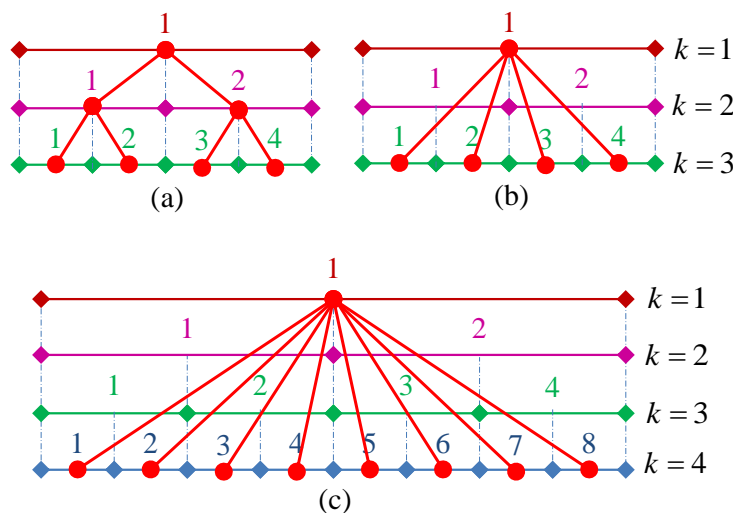


Figure 3. Schematic pole expansions using numbers of child poles $n_c = 2, 4$ or 8 (constant elements).

4. SCHEMATICS OF THE IMPLEMENTED FM ALGORITHM

Owing to space restrictions, this section describes a compact version of the implemented algorithm. The number of code lines is very small. However, as the algorithm calls a recursive routine (PoleExpansion) inside another recursive routine (Adjacencies), this makes it fairly complex and difficult to explain. The basic version presented below gives an overview of the algorithm's four major routines: Main, Adjacencies, Source and PoleExpansion.

Algorithm 1: Main	Algorithm 2: Adjacencies	Algorithm 3: Source
<i>Input data;</i>	input: i_e, k	input: i_{e_p}
<i>Generate Hierarchical mesh;</i>	for $i_{e_{pr}} \leftarrow 1$ to n_c do	BEMAdj(i_{e_p});
<i>Generate fundamental solutions;</i>	$i_{e_p} \leftarrow (i_e - 1) \cdot n_c + i_{e_{pr}};$	BEMFM(i_{e_p});
for $i_e \leftarrow 1$ to $n_{e_k}[0]$ do	Set adjacencies to element i_{e_p} ;	if i_{e_p} is multiple of n_c then
Adjacencies0(i_e);	if $k + 1 = n_v$ then	PoleExpansion($n_v - 1$);
Adjacencies($i_e, 0$);	Source(i_{e_p});	
<i>Add discontinuous part of H;</i>	else	
	Adjacencies($i_{e_p}, k + 1$);	

The procedure Main (Algorithm 1) loads the input data, generates the hierarchical mesh according to the concepts briefly discussed in Section 3, and evaluates the kernel expansions according to Eq. (4). Then it executes a small loop over all elements of the first level ($k = 0$) of the hierarchical mesh in order to create the adjacency structure for each macro-element (i_e), carrying out, at the same time, all the possible field evaluations for the child elements of element i_e .

The routine Adjacencies (Algorithm 2) assembles the adjacency structure, and when it reaches the most refined level ($k = n_v$), it calls the routine Source. This routine (Algorithm 3) handles integrations in terms of the conventional BEM matrix-vector products (routine BEMAdj) for the adjacent elements, as well as in terms of FM expansions (routine BEMFM). The analytical integrations carried out in the frame of the routine BEMFM refer to the closest field pole and are successively stored for use with far-field elements in the routine PoleExpansion. The routine Source also leads to the successive expansion of the FM integration terms, thus delivering data information to the upper refinement levels, if this is the case, by calling the routine PoleExpansion.

Finally, the recursive routine PoleExpansion (Algorithm 4) delivers the FM-integrated data to the source poles that are considered sufficiently far by calling the routine Qvector to evaluate the Q vectors presented in Eq. (4) and then evaluating the expansion series for the source point (Eq. (2)). It also checks if the level $k = k_{exp}$ has been reached, as expansions stop at this level, indicating that the results obtained so far are directly delivered to the remaining source points. If $k = k_{exp}$ has not been reached, the routine calls routine Pvector to convey the obtained data to the upper pole levels and, when all the elements of level k have been processed, calls itself (thus recursively) to proceed to the immediately upper refinement level of the hierarchical structure.

5. NUMERICAL RESULTS

Figure 4 shows two irregularly-shaped domains that will undergo the hierarchical mesh refinement discussed in Section 3 and then will be submitted to a given potential field. This potential field is an in principal arbitrary analytical solution of the Laplace equation for the open-field domain, for which a vector \mathbf{d} of potential values and a vector \mathbf{t} of normal gradient values are obtained along a boundary drawn in this open field, and applied to the body in which is called a cut-out test, as the accuracy of the BEM equation $\mathbf{H}\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{t}$ (in which \mathbf{G} and \mathbf{H} are the single-layer and the double-layer potential matrices) will be assessed for different mesh refinements. The code is implemented in the language C++ and runs on a desktop computer (i7-4770 CPU 3.4GHz, 16GB RAM in Windows® 7). The errors presented on the right of figures Fig. 5 and 6 represent the Euclidean error norm $\varepsilon = |\mathbf{H}\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{t}|/|\mathbf{G}\mathbf{t}|$.

For the domain on the left of Fig. 4, a quadratic field $x^2 - y^2$ was applied as the test analytical solution of the Laplace equation. The boundary is discretized with constant, linear and quadratic elements with up to $2^{24} = 16,777,216$ degrees of freedom as represented in the horizontal axis of both graphs in Fig. 5.

Figure 5 shows on the left the time required for running simulations with different degrees of freedom (horizontal axes) and different numbers n of terms in the series, according to Eq. (1), for each element type. It may be noticed that, for a given element type, increasing the number of terms in the series does not lead to a considerable increase in the execution time. On the other hand, the graph on the right of Fig. 5 shows that the number n of expansion terms considerably

Algorithm 4: PoleExpansion

```

input:  $k$ 
 $child \leftarrow el_{split}[k];$ 
for  $ia_p \leftarrow$  all elements that are adjacent to  $child$ 's parent at level  $k - 1$  do
    if  $ia_p$ 's child  $ia_c$  is adjacent to  $child$  at level  $k$  then
         $Qvector(child, ia_c, k);$ 
if  $k = k_{exp}$  then
    for  $el_s \leftarrow 1$  to  $ne_k[k - 1]$  do
         $isAdjacent \leftarrow false;$ 
        if  $el_s$  is adjacent to  $child$  at level  $k - 1$  then
            for  $ic \leftarrow 1$  to  $n_c$  do
                 $s_c \leftarrow (el_s - 1) \cdot n_c + ic;$ 
                 $Qvector(child, s_c, k);$ 
else
     $parent \leftarrow el_{split}[k - 1];$ 
     $Pvector(k, child, parent);$ 
    if  $child$  is multiple of  $n_c$  then
         $PoleExpansion(k - 1);$ 
    
```

affects the numerical accuracy. The full circles characterize in both graphs of Fig. 5 results obtained by evaluating the matrix-vector products \mathbf{Hd} and \mathbf{Gt} as in a conventional BEM implementation. Since the applied analytical open-field is quadratic, the conventional BEM solution for quadratic elements (dashed lines) is as accurate as the numerical integration and round-off errors allow. However, when evaluated via the FMM, there is an intrinsic error due to the series expansions. This error poses an accuracy threshold to simulations with the lower-order elements.

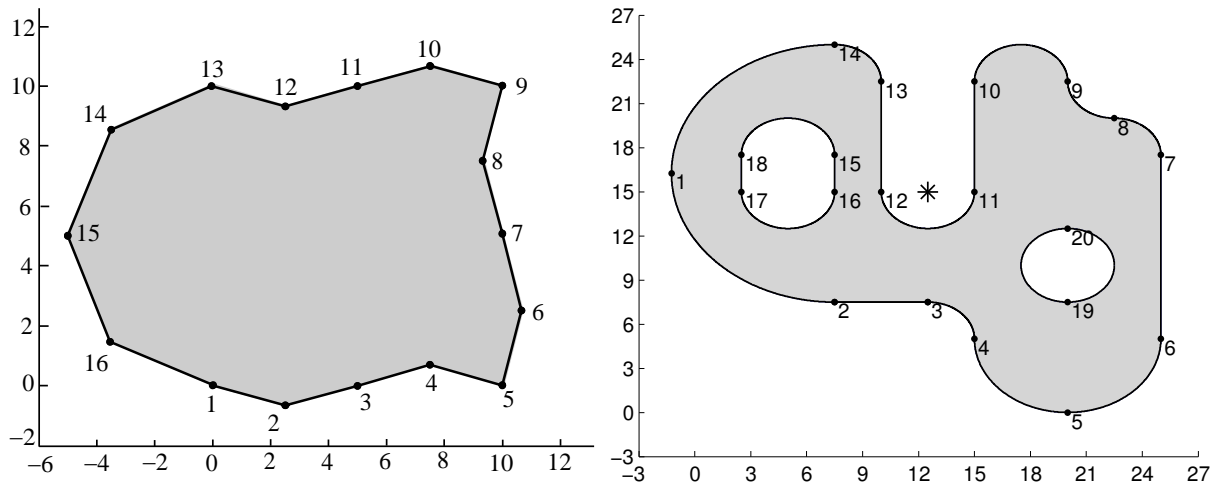


Figure 4. Domains used in the numerical assessments. Left: domain with stepwise linear boundary submitted to a quadratic field. Right: irregularly-shaped, multiply-connected domain submitted to a logarithmic field with source at *.

For the domain on the right of Fig. 4, only quadratic elements are used in order to have a cleaner display of results. This structure is discretized with up to $5 \times 2^{22} = 20,971,520$ degrees of freedom and is submitted to a logarithmic field $\ln|z - z_s|$ where $z = x + iy$ is the field point of the domain, and $z_s = 12.5 + 18i$ is the source point, represented by (*) in Fig. 4. The execution time and error results are given in Fig. 6 as outlined for the first numerical example.

As already observed, one sees on the left of Fig. 6 that the computational effort increases only slightly as the number n of expansion terms increases. This graph also displays the curves proportional to N (dotted line), $N \log N$ (dashed

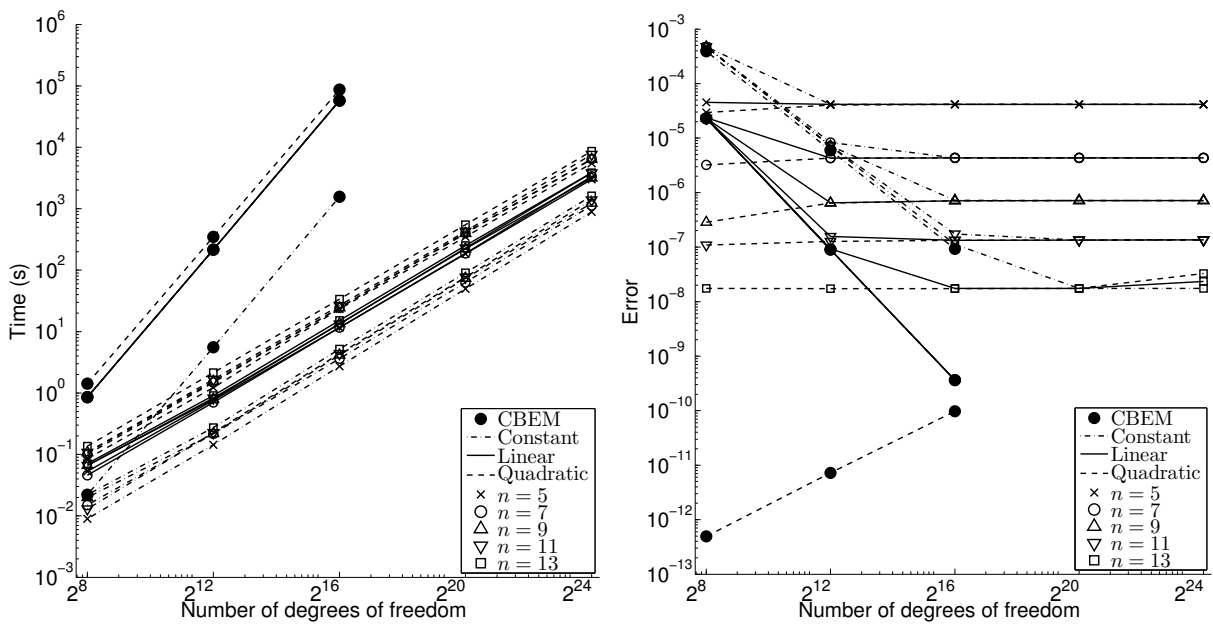


Figure 5. Execution times (left) for the evaluation of the single- and double-layer matrices for a quadratic potential problem for the domain on the left of Fig. 4 using constant, linear and quadratic elements, and accuracy results (right) for different numbers of expansion terms (n).

line), and N^2 (dash-dot line), which shows that, while the implementation of the matrix-vector product in terms of the conventional BEM requires a computational time proportional to N^2 , the present FMM implementation performs close to N , as already suggested by Liu (2009) as an achievable goal.

The error assessment on the right of Fig. 6 goes only up to 5×2^{18} degrees of freedom, as the error threshold for the FMM expansions is arrived at already for 5×2^{10} degrees of freedom, with the same convergence behavior observed in the first example.

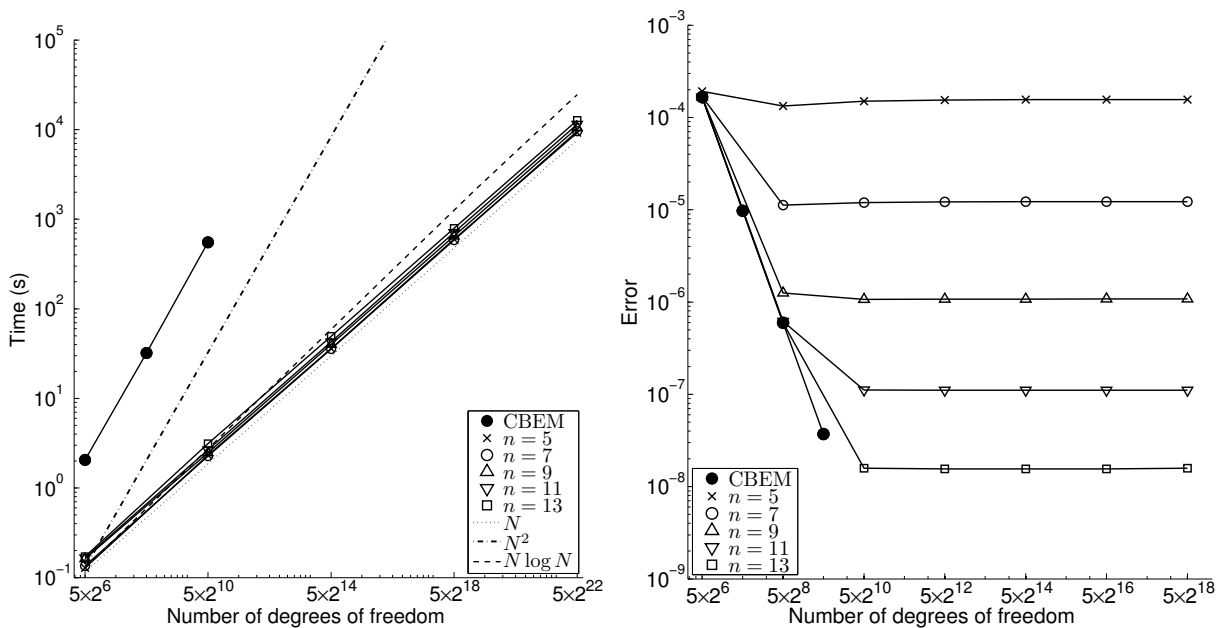


Figure 6. Execution times (left) for the evaluation of the single- and double-layer matrices for a logarithmic potential problem for the domain on the right of Fig. 4 using quadratic elements, and accuracy results (right) for different numbers of expansion terms (n).

6. CONCLUDING REMARKS

This paper presents a novel, kernel-independent fast multipole formulation to be used with the Boundary Element Method. The formulation relies on a hierarchical mesh refinement strategy for generally curved boundary elements, which is also used in the evaluation of element adjacencies and is key to the proposed algorithm. A compact version of the implemented algorithm is presented, and its application is illustrated for two irregularly-shaped domains and up to 20,971,520 degrees of freedom.

The numerical assessments show that the proposed algorithm is seamlessly applicable to generally curved elements of any order, although numerical examples are displayed only for constant, linear and quadratic elements. The simulation of extremely convoluted shapes including multiply-connected domains seems to present no difficulties. The computational cost for all examples run so far has shown to be proportional to $O(N)$ (number of degrees of freedom), as opposed to a conventional BEM implementation, which requires operations of order $O(N^2)$. As a matter of fact, the proposed FMM implementation is superior to a conventional BEM implementation in terms of computational cost even for a very small number of degrees of freedom, as observed in the graphs on the left of Figs. 5 and 6.

Future developments aim at a three-dimensional formulation and implementation as well as the application to the variationally-based, hybrid boundary element method. Preliminary tests have shown that applications to problems with very complicated fundamental solutions, such as in fracture mechanics, may become advantageous regardless of problem size.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Brazilian agencies CAPES, CNPq and FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- Dongarra, J. and Sullivan, F., 2000. "Guest Editors' Introduction: The Top 10 Algorithms". *Computing in Science and Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 22–23. ISSN 1521-9615. doi:10.1109/MCISE.2000.814652.
- Dumont, N.A. and Aguilar, C.A., 2011. "Three-dimensional implementation of the expedite boundary element method". In: *Extended abstracts of the IABEM2011, symposium of the international association for boundary element methods, Brescia, Italy*. pp. 113–118.
- Dumont, N.A. and Aguilar, C.A., 2012. "The best of two worlds: The expedite boundary element method". *Engineering Structures*, Vol. 43, pp. 235–244. ISSN 01410296. doi:10.1016/j.engstruct.2012.04.042.
- Greengard, L. and Rokhlin, V., 1987. "A fast algorithm for particle simulations". *Journal of Computational Physics*, Vol. 73, No. 2, pp. 325–348. ISSN 10902716. doi:10.1016/0021-9991(87)90140-9.
- Liu, Y.J. and Nishimura, N., 2006. "The fast multipole boundary element method for potential problems: A tutorial". *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 30, No. 5, pp. 371–381. ISSN 09557997. doi: 10.1016/j.enganabound.2005.11.006.
- Liu, Y., 2009. *Fast Multipole Boundary Element Method: Theory and Applications in Engineering*. Cambridge University Press, New York, New York, USA. ISBN 978-0-521-11659-6.
- Nishimura, N., 2002. "Fast multipole accelerated boundary integral equation methods". *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 55, No. 4, p. 299. ISSN 00036900. doi:10.1115/1.1482087.
- Novelino, L.S., 2015. *A Novel Fast Multipole Technique in the Boundary Element Methods*. Msc. thesis, PUC-Rio.
- Peixoto, H., 2014. *Application of the Hybrid Boundary Element Method to Large-Scale Problems Using Fast Multipole Techniques*. Msc. thesis, PUC-Rio.

RESPONSIBILITY NOTICE

The authors are the only responsible for the material included in this paper.

ANÁLISE NÃO LINEAR VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS E UM MODELO ELASTOPLÁSTICO COM DANO

Anelize Borges Monteiro, ane.lize.eng@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais, Avenida Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG

Anderson Renato Vobornik Wolenski, anderson.wolenski@ifsc.edu.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Rua Aloisio Stoffel, 1271, Jardim Alvorada, CEP 85889-000, São Carlos, SC

Roque Luiz da Silva Pitangueira, roquepitangueira@gmail.com

Felício Bruzzi Barros, feliciobarros@gmail.com

Samuel Silva Penna, spenna@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Avenida Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG

Resumo. Um dos métodos numéricos mais difundidos para a análise não linear de estruturas é o Método dos Elementos Finitos (MEF). No entanto, há fenômenos cujo comportamento não é satisfatoriamente reproduzido com a aplicação do MEF, fato que motivou o desenvolvimento de métodos alternativos. Dentre os fenômenos não lineares, destaca-se a elastoplasticidade acoplada ao dano, que se concentra em determinada região do elemento estrutural. Para a resolução eficiente de problemas com essa característica, o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG), entendido como uma variação do MEF, é bastante adequado. No MEFG, as funções convencionais de MEF (funções Partição da Unidade – PU) são enriquecidas com uma aproximação local e a função produto resultante possui as características locais do problema e um suporte compacto fornecido pela PU. O MEFG foi incorporado ao sistema computacional INSANE (INteractive Structural ANalysis Environment) para a análise não linear de estruturas e é possível combiná-lo a diferentes modelos constitutivos presentes no Ambiente Teórico e Computacional Unificado para modelos constitutivos do INSANE. Neste artigo, utilizou-se o sistema INSANE juntamente com um modelo elastoplástico com dano para a análise do comportamento não linear de elementos estruturais. Para isso serão realizadas simulações numéricas para a verificação do fenômeno de localização de deformações numericamente induzidas, decorrente de particularidades numéricas do modelo, tais como as relações constitutivas dos materiais, os algoritmos de solução das equações de equilíbrio, os erros de aproximação inerentes à discretização, o refinamento da malha, etc., e os resultados serão avaliados e discutidos.

Palavras-chave: análise fisicamente não linear, modelagem constitutiva, INSANE

1. INTRODUÇÃO

A formulação de modelos constitutivos combinada com a mecânica computacional é tema recorrente em diversas pesquisas e tem encorajado a investigação das respostas não lineares dos materiais e de suas influências sobre o comportamento estrutural.

Quando os materiais são sujeitos a condições diversas, como variação de temperatura, ações químicas, carregamentos mecânicos ou condições ambientais, desenvolvem-se defeitos microscópicos em todo o meio. Os defeitos distribuídos no meio material são responsáveis pelo início da fissuração, cuja coalescência e propagação levam à fratura final da estrutura. Tal processo induz a deterioração da rigidez, resistência, estabilidade, vida residual, dentre outras propriedades.

A análise desses fenômenos geralmente é efetuada por intermédio de modelos constitutivos apropriados, capazes de representar as variações das propriedades e os processos de falha. Tais modelos são empregados juntamente com métodos numéricos consagrados, como o MEF, que constitui recurso adequado à solução de problemas não lineares, visto que é amplamente disseminado e aplicado em diversos *softwares* comerciais e acadêmicos de análise estrutural.

O MEF, no entanto, apresenta limitações especialmente quanto à descrição do comportamento de fenômenos como a propagação de trincas e grandes deformações. A natureza desses fenômenos faz com que a geração da malha de elemen-

tos e a exigência de remalhamento tornem-se processos muito onerosos, o que impulsionou a proposição de métodos que buscam contornar estas dificuldades. Dentre esses métodos, destaca-se o MEFG, no qual a aproximação é construída e aprimorada com base no conceito da Partição da Unidade (PU) (Oden e Reddy, 1976), que é enriquecida ao ser multiplicada, em todo o domínio, por funções analíticas escolhidas para representar o comportamento esperado para solução que se busca aproximar.

Neste artigo, o MEFG é adotado como método numérico e o Modelo Constitutivo Elastoplástico com Dano proposto por Lemaitre (1985a,b) é empregado para a análise dos processos de degradação. Monteiro (2013) realizou a implementação computacional deste modelo Constitutivo no sistema INSANE segundo o Ambiente Teórico e Computacional Unificado para Modelos Constitutivos desenvolvido por Penna (2011). O sistema INSANE, desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), é implementado na linguagem Java, utilizando o paradigma da Programação Orientada a Objetos (POO).

Apresenta-se um exemplo numérico que avalia o fenômeno de localização de deformações numericamente induzidas, que é bastante comum em análise fisicamente não linear. Conforme Fuina (2004), este fenômeno ocorre em função de particularidades numéricas do modelo, tais como as relações constitutivas dos materiais, os algoritmos de solução das equações de equilíbrio, os erros de aproximação inerentes à discretização, o refinamento da malha, etc.

2. MODELO ELASTOPLÁSTICO COM DANO

Um dos arcabouços teóricos mais utilizados para a modelagem constitutiva é a Teoria da Plasticidade. Segundo esta teoria, o comportamento inelástico dos materiais é descrito pela quantificação do crescimento de deformações plásticas. Entretanto, Lemaitre (1984) verificou experimentalmente, para muitos materiais, que a energia de dissipação associada com a nucleação e crescimento de vazios e microtrincas, que acompanha o crescimento de deformações plásticas, possuía um efeito dominante. Segundo Mashayekhi et al. (2005), este fato sugeriu que a previsão de ruptura e das propriedades finais dos materiais necessitavam da consideração de acoplamento entre plasticidade e dano.

Com base nas hipóteses para energia livre e para os potenciais de dissipação decorrentes das deformações plásticas e do dano, as equações do modelo de Lemaitre (1985a,b) podem ser resumidas da seguinte maneira:

i. Decomposição do tensor de deformação:

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{kl}^e + \varepsilon_{kl}^p. \quad (1)$$

ii. Lei de acoplamento entre elasticidade e dano:

$$\sigma_{ij} = (1 - D)E_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^e. \quad (2)$$

iii. Potencial de dissipação devido às deformações plásticas:

$$Q^p = \frac{\sqrt{3J_2(\mathbf{s})}}{1 - D} - \sigma_0 - \kappa. \quad (3)$$

iv. Potencial de dissipação devido ao dano:

$$Q^d = \frac{r}{(1 - D)(S + 1)} \left(\frac{-Y}{r} \right)^{S+1}. \quad (4)$$

v. Fluxo plástico e equações de evolução para $\dot{\varepsilon}^p$, \dot{R} e \dot{D} :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\gamma} N_{ij}, \quad (5)$$

sendo

$$N_{ij} = \frac{\partial Q^p}{\partial \sigma_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{s_{ij}}{(1-D)\|s_{ij}\|}, \quad (6)$$

em que $\|s_{ij}\|$ é definido por:

$$\|s_{ij}\| = \sqrt{s_{ij}s_{ij}}. \quad (7)$$

Para a evolução do endurecimento ou amolecimento, tem-se:

$$H = -\frac{\partial Q^p}{\partial \kappa} = 1, \quad (8)$$

$$\dot{R} = -\dot{\gamma} \frac{\partial Q^p}{\partial \kappa} = \dot{\gamma} H = \dot{\gamma}, \quad (9)$$

Para a evolução do dano, tem-se:

$$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{1}{1-D} \left(\frac{-Y}{r} \right)^S. \quad (10)$$

3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

A estratégia envolvida na formulação do MEFG é empregar as funções do tipo PU, escolhidas de acordo com o problema analisado, e enriquecê-las para se definir as funções de forma. Duarte e Kim (2008) enfatizaram a eficiência do MEFG na análise de superfícies danificadas localizadas arbitrariamente em malhas, além de possuir, para essa classe de problemas, o mesmo nível de flexibilidade e facilidade de uso que os métodos sem malha, sendo computacionalmente mais eficiente.

Conforme Duarte et al. (2000), muitos desses métodos sem malha propostos podem ser classificados como casos especiais do MEFG, isto porque esses métodos usam a PU, que é um conjunto de funções cujos valores somam a unidade em cada nó \mathbf{x} em um domínio Ω . Alves et al. (2013) afirmaram que tal estratégia cria aproximações conforme que são melhoradas pelo esquema de enriquecimento nodal.

Duarte e Oden (1996) apresentaram o método sem malha chamado Método *hp*-cloud, no qual *nuvens* de pontos são usadas para discretizar o domínio do problema e formam a base para construir as funções de PU. O uso de funções PU em uma malha de elementos finitos e o enriquecimento dessas funções pelo mesmo procedimento do Método *hp*-cloud permitem a interpretação do MEFG como uma forma não convencional de MEF, estabelecendo uma relação com os métodos sem malha.

O termo *nuvem* (ω_j) herdado do Método *hp*-cloud, consiste, no contexto do MEFG, no conjunto de elementos finitos que compartilham o mesmo ponto nodal \mathbf{x}_j . As funções de Lagrange lineares \mathcal{N}_j , associadas a um dos n nós da malha de elementos finitos, podem ser consideradas como uma PU porque para qualquer posição \mathbf{x} :

$$\sum_{j=1}^n \mathcal{N}_j(\mathbf{x}) = 1. \quad (11)$$

Visando esclarecer essa estratégia, considera-se uma malha convencional de elementos finitos definida a partir de um conjunto de n pontos nodais $\{\mathbf{x}_j\}_{j=1}^n$ no domínio \mathbb{R}^2 . Define-se uma nuvem ω_j formada por todos os elementos que compartilham o ponto nodal \mathbf{x}_j .

Um conjunto de funções de enriquecimento (\mathcal{I}_j), denominadas funções de aproximação locais (L_{ji}), é composto por

q_j funções linearmente independentes definidas para cada nó \mathbf{x}_j com suporte na nuvem ω_j :

$$\mathcal{I}_j = \{L_{j1}(\mathbf{x}), L_{j2}(\mathbf{x}), \dots, L_{jq}(\mathbf{x})\} = \{L_{ji}(\mathbf{x})\}_{i=1}^{q_j}, \text{ with } L_{ji}(\mathbf{x}) = 1. \quad (12)$$

Ao final do processo, as funções de forma $\phi_{ji}(\mathbf{x})$ do MEFG estão associadas ao nó \mathbf{x}_j , e são construídas através do enriquecimento das funções PU pelas componentes do conjunto \mathcal{I}_j . Assim, de acordo com a equação (13), $\phi_{ji}(\mathbf{x})$ pode ser obtida pelo produto entre as funções básicas que formam a PU e as funções de enriquecimento.

$$\{\phi_{ji}\}_{i=1}^q = \mathcal{N}_j(x) \times \{L_{ji}\}_{i=1}^{q_j} \text{ (não há soma em } j\text{)}. \quad (13)$$

As funções do conjunto (13) podem ser polinomiais ou não dependendo do problema analisado. O uso das funções de MEF como PU simplifica a implementação e evita, segundo Barros (2002), problemas relacionados à integração numérica e à imposição de condições de contorno. A partir da seguinte combinação linear das funções de forma é obtida uma aproximação genérica \tilde{u} :

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \mathcal{N}_j(\mathbf{x}) \left\{ u_j + \sum_{i=2}^{q_j} L_{ji}(\mathbf{x}) b_{ji} \right\}, \quad (14)$$

em que u_j e b_{ji} são parâmetros nodais associados com cada componente (\mathcal{N}_j) do MEF e ($\mathcal{N}_j \times L_{ji}(\mathbf{x})$) do MEFG, respectivamente.

Em adição, visando minimizar os erros de arredondamento durante o processamento computacional, Duarte et al. (2000) sugeriram uma transformação em torno das funções $L_{ji}(\mathbf{x})$, quando elas são do tipo polinomial. Neste caso, a coordenada \mathbf{x} é substituída por:

$$x \rightarrow \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_j}{h_j}, \quad (15)$$

em que h_j é o diâmetro do maior elemento finito que compartilha o nó j . Como resultado final do processo, obtém-se a função produto, que apresenta características aproximadoras da função de aproximação local, ao mesmo tempo que herda o suporte compacto da PU.

Neste trabalho foi utilizada a função de enriquecimento linear P_1 , com monômios expressos nas coordenadas x and y :

$$P_1(x) = \mathcal{N}_j(x) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \left(\frac{x-x_j}{h_j}\right) & 0 & \left(\frac{y-y_j}{h_j}\right) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \left(\frac{x-x_j}{h_j}\right) & 0 & \left(\frac{y-y_j}{h_j}\right) \end{bmatrix} \quad (16)$$

4. LOCALIZAÇÃO DE DEFORMAÇÕES

Uma barra sujeita à tração direta é apresentada na Fig. 1 com o intuito de ilustrar o fenômeno de localização de deformações induzida e o comportamento do modelo de Lemaitre (1985a,b) em regiões de carregamento e descarregamento, sendo aplicado o MEFG. A indução desse fenômeno é realizada admitindo-se que há uma região menos resistente, de comprimento c , no interior da barra, representando a degradação do meio material.

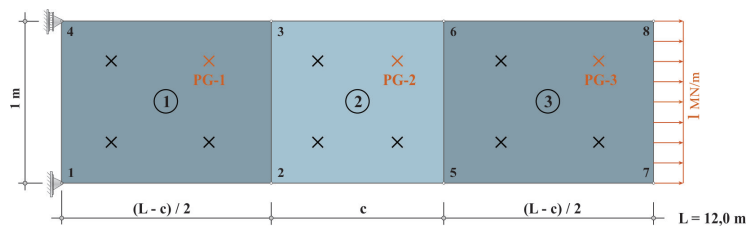


Figura 1. Discretização em elementos finitos para um problema de localização de deformações.

Esta barra, de comprimento $L = 12\text{ m}$, foi discretizada com três elementos finitos quadriláteros de quatro nós (elementos 1, 2 e 3), sendo reduzida a resistência à tração do elemento 2. Assim, o elemento menos resistente teve seu comprimento reduzido gradualmente, visando localizar o dano em uma região cada vez menor. Para isso, foram analisados modelos com $c = 0,50, 1, 2, 3$ e 4 m e os oito nós do elemento foram enriquecidos com a função $P1$.

O material adotado foi o concreto, cujos parâmetros apresentados por Lemaitre (1992) são: módulo de elasticidade de 30000 MPa , coeficiente de Poisson de $0,20$, resistência de dano $r = 2,50 \times 10^{-7}\text{ MPa}$, expoente de dano $S = 1$ e tensão limite inicial de $2,50\text{ MPa}$. Para o elemento central, adotou-se uma tensão limite inicial igual a $2,0\text{ MPa}$. A função que descreve o comportamento pós-pico do material é a linear, que reproduz o comportamento de amolecimento do material adotando $H = -500$. Para a obtenção das trajetórias de equilíbrio, utilizou-se o método de controle direto de deslocamento, sendo controlado o nó 6, com incremento de $0,0000021\text{ m}$ no deslocamento horizontal deste nó e tolerância de 1×10^{-4} .

Apresentam-se na Fig. 2 as trajetórias de equilíbrio para o deslocamento horizontal da extremidade da barra (nó 8) para os cinco modelos analisados. É possível observar a ocorrência de perda de ductilidade estrutural à medida que a região menos resistente da barra foi reduzida. Conforme Fuina (2004), a localização de deformações no elemento menos resistente leva a situações de *snap-back*, e isto é verificado na figura para $c = 0,50\text{ m}$.

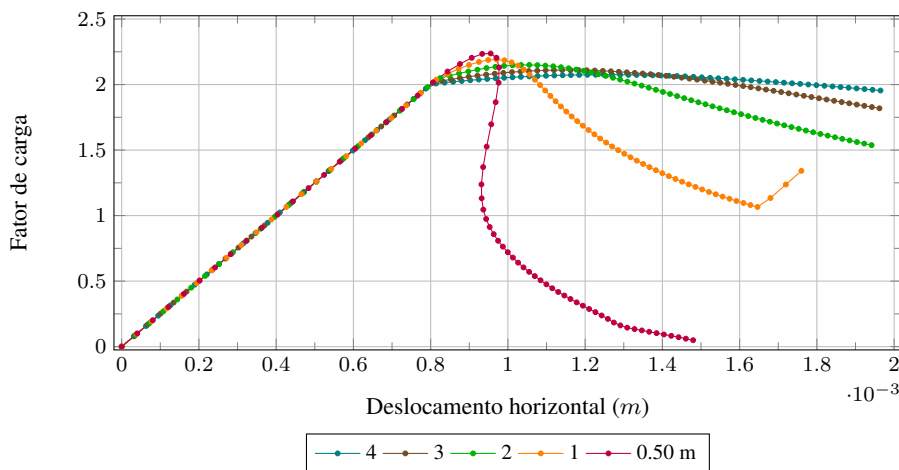


Figura 2. Trajetórias de equilíbrio do nó 8 para $c = 4, 3, 2, 1$ e $0,50\text{ m}$.

Para analisar o comportamento do modelo com $c = 0,50\text{ m}$, apresentam-se na Figura 3 as trajetórias de equilíbrio dos nós 8, 6 e 3, que refletem o comportamento global da estrutura. Observa-se que o nó 3 sofreu descarregamento elástico. Segundo Penna (2011), o regime de descarregamento pode ser um comportamento induzido, por exemplo, por uma concentração de dano em uma região da estrutura, que perde capacidade de carga, fazendo com que as demais áreas se descarreguem. Nesta simulação, esta concentração foi induzida no elemento central da barra, considerando-se um material menos resistente em relação ao que compõe os demais elementos. Também se constata que houve *snap-back* para a trajetória de equilíbrio do nó 8, caracterizado pelo decréscimo de deslocamento de um nível de fator de carga para outro, em virtude da localização de deformações no elemento menos resistente. Apesar de sua trajetória de equilíbrio também estar em carregamento inelástico, o nó 6 não apresentou *snap-back*, como aconteceu para o nó 8, o que pode ser

justificado pelo fato de seu comportamento ser influenciado pelos elementos 1 e 2.

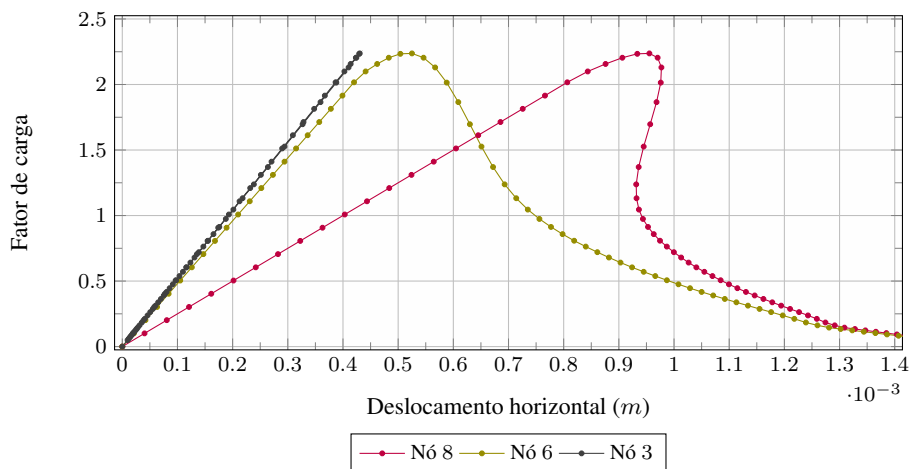


Figura 3. Trajetórias de equilíbrio dos nós 8, 6 e 3 para $c = 0, 50 m$.

Com base nas observações anteriores, ilustram-se na Fig. 4 os estados de dano do último passo de cada simulação para: (a) $c = 4 m$, com fator de carga de 1, 9545; (b) $c = 3 m$, com fator de carga de 1, 8188; (c) $c = 2 m$, com fator de carga de 1, 5376; (d) $c = 1 m$, com fator de carga de 1, 3415 e (e) $c = 0, 50 m$, com fator de carga de 0, 04927. Observa-se que houve a concentração do dano à medida que se diminuiu o comprimento da região central menos resistente da barra, caracterizando a ocorrência do fenômeno de localização de deformações.

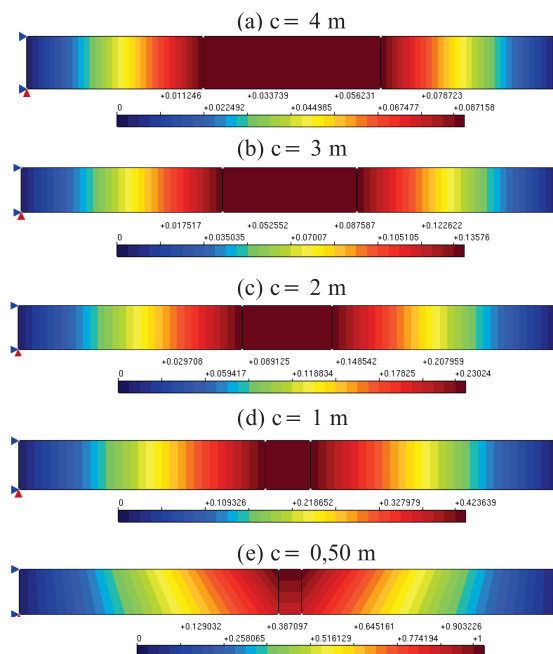


Figura 4. Estado de dano.

Para evidenciar a evolução do dano na barra para os diferentes comprimentos do elemento menos resistente, a Fig. 5 mostra a relação entre a deformação axial ϵ_{xx} e o dano D no nó 6 para $c = 0, 50, 1, 2, 3$ e $4 m$. Os valores de dano e deformação aumentaram conforme o comprimento da região central da barra foi sendo reduzido gradualmente. Deste modo, o dano e a deformação foram localizados em uma região cada vez menor, alcançando os maiores valores para $c = 0, 50 m$.

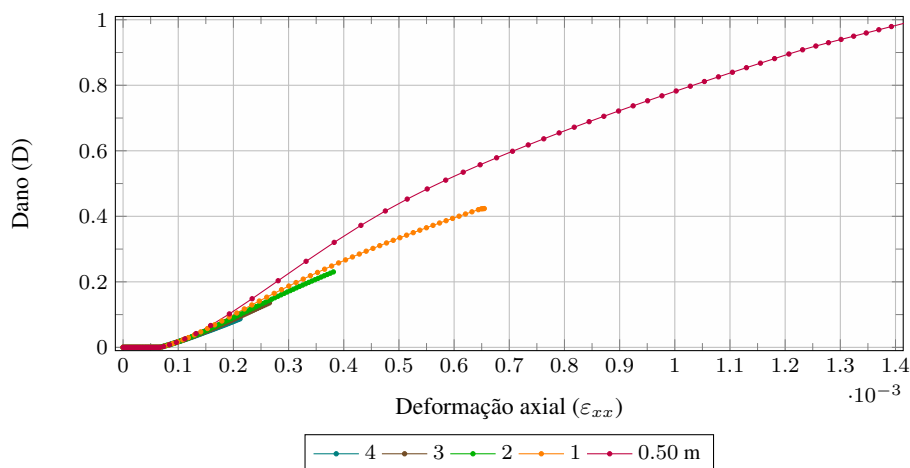


Figura 5. *Dano (D) x deformação (ϵ_{xx}) para o nó 6 e diferentes comprimentos c do elemento central.*

5. CONCLUSÃO

Para este exemplo numérico, conclui-se que a combinação entre o Modelo Constitutivo Elastoplástico com Dano de Lemaitre (1985a,b) e o MEEG com função de enriquecimento P_1 foi adequada para captar e analisar o fenômeno de localização de deformações numericamente induzida e que existe potencial para a aplicação desta combinação em outras simulações.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos: os autores agradecem o importante apoio das agências de pesquisa brasileiras FAPEMIG (“Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais” - PPM-00669-15) e CNPq (“Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico” - 309005/2013-2, 486959/2013-9 e 308785/2014-2)

NOMENCLATURA

INSANE		Y	taxa de variação da energia de dano
Interactive Structural ANalysis Environment		$J_2(s)$	segundo invariante do tensor de tensões desviador
MEF	Método dos Elementos Finitos	N	tensor dos gradientes das funções potenciais
MEEG	Método dos Elementos Finitos Generalizados	\mathbb{R}	domínio em determinada dimensão
POO	Programação Orientada a Objetos	n	conjunto de pontos nodais
D	variável de dano escalar	\mathbf{x}	nó de uma malha de elementos finitos
E	componentes do tensor de rigidez elástica	\mathcal{N}	funções de Lagrange lineares
H	módulo de endurecimento ou amolecimento	\mathcal{I}	conjunto de funções de enriquecimento
Q	função potencial de dissipação	L	funções de aproximação locais
s	tensor de tensões desviador	q	funções linearmente independentes
S	expoente de dano	\tilde{u}	aproximação de deslocamento do MEEG
r	resistência de dano	u	parâmetro nodal associado ao MEF
R	deformação plástica associada ao endurecimento ou amolecimento	b	parâmetro nodal associado ao MEEG

h	diâmetro do maior elemento finito	Subscritos
P_1	função de enriquecimento linear	i, j ou k, l
Letras gregas		posição na malha nas direções x e y
ε	componente do tensor de deformação	j
σ	tensor de tensão	2
κ	variável de endurecimento ou amolecimento	Sobrescritos
$\dot{\varepsilon}$	variação da deformação	e
$\dot{\gamma}$	multiplicador do dano e da plasticidade	p
ω	nuvem	d
ϕ	funções de forma do MEFG	0
		referente à rigidez elástica

REFERÊNCIAS

- Alves, P. D., Barros, F. B. e Pitangueira, R. L. S., 2013. 'An object-oriented approach to the generalized finite element method'. *Advances in Engineering Software*, vol. 59, pp. 1–18.
- Barros, F. B., 2002. Métodos sem malha e método dos elementos finitos generalizados em análise linear de estruturas. Tese de Doutorado, Universidade de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.
- Duarte, C. A. M. e Oden, J. T., 1996. 'hp-clouds and hp-meshless method'. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, vol. 12, pp. 673–705.
- Duarte, C. A., Babuška, I. e Oden, J. T., 2000. 'Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems'. *Computers and Structures*, vol. 77, pp. 215–232.
- Duarte, C. A. e Kim, D. J., 2008. 'Analysis and applications of a generalized finite element method with global-local enrichment functions'. *Computer Methods in Applied Mechanics*, vol. 197, pp. 487–504.
- Fuina, J. S., 2004. Métodos de controle de deformações para análise não-linear de estruturas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Lemaitre, J., 1984. 'How to use damage mechanics'. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 80, pp. 233–245.
- Lemaitre, J., 1985a. 'A continuous damage mechanics model for ductile fracture'. *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 107, pp. 83–89.
- Lemaitre, J., 1985b. 'Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations'. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng*, vol. 51, pp. 31–49.
- Lemaitre, J., 1992. *A Course on Damage Mechanics*. Springer-Verlag, Berlin, Alemanha.
- Mashayekhi, M., Ziaei-Rad, S., Parvizian, J., Nikbin, K. e Hadavinia, H., 2005. 'Numerical analysis of damage evolution in ductile solids'. *Tech Science Press*, vol. 1, pp. 65–82.
- Monteiro, A. B., 2013. Ambiente Teórico-Computacional Unificado para Modelos Constitutivos: Inclusão de Modelo Elastoplástico com Dano. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Oden, J. T. e Reddy, J. N., 1976. *An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements (Pure and Applied Mathematics)*. John Wiley e Sons, Inc.
- Penna, S. S., 2011. Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: Unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA DISTORÇÃO DA ALMA NA FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO DE PERFIS I SUBMETIDOS A MOMENTO CONSTANTE

Carla Cristiane Silva, carlacristianesilva@hotmail.com

Ricardo Hallal Fakury, fakury@dees.ufmg.br

Ana Lydia Reis de Castro e Silva, analydiarcs@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais – Departamento de Engenharia de Estruturas – Belo Horizonte – Minas Gerais.

Resumo. Neste artigo é estudada a influência do efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de aço com perfil I duplamente simétrico. A distorção da alma é um fenômeno pelo qual a alma da viga, durante a flambagem, sofre uma flexão lateral, que provoca redução do momento resistente. No estudo, é desenvolvido e aferido um modelo numérico para utilização do Método dos Elementos Finitos por meio do programa ABAQUS. As vigas tratadas são biapoiadas com vínculo de garfo nas duas extremidades e submetidas a momento uniforme. Para se chegar a conclusões consistentes, são processados diversos modelos numéricos variando as dimensões da seção transversal, de modo a se ter desde perfis com alma de esbeltez pequena até grande esbeltez e, também, variando o vão da viga, desde valores reduzidos até valores elevados, para se ter uma ampla faixa de variação da esbeltez da viga. Os resultados obtidos numericamente com o programa ABAQUS são comparados com as soluções obtidas com as prescrições da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, que não levam em conta o efeito da distorção da alma ou o fazem de modo simplificado, assumindo como nulo o valor da constante de torção. Ao final, conclui-se que, de modo geral, o efeito da distorção aumenta com a redução do comprimento destravado da viga e com a elevação da esbeltez da alma. Conclui-se também que assumir como nulo o valor da constante de torção conduz, em muitas situações, a resultados extremamente conservadores.

Palavras-chave: vigas de aço, perfil I, flambagem lateral com torção, distorção da alma.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Flambagem lateral com torção

A flambagem lateral com torção (FLT), nas vigas com perfil I, é um fenômeno causado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal (eixo x , perpendicular à alma), e caracterizado por uma translação lateral na direção do eixo de x , $\mu(z)$, e uma torção, $\varphi(z)$, combinados, conforme ilustra a Fig. 1. Isso decorre do efeito desestabilizante da parte comprimida da seção transversal, que tende a se movimentar lateralmente, e é parcialmente contida pelo efeito estabilizante da parte tracionada. O valor do momento fletor que causa esse modo de colapso depende principalmente do comprimento destravado, das condições de contorno, das dimensões da seção transversal, da variação do momento fletor, do nível de aplicação do carregamento, das tensões residuais e das imperfeições geométricas iniciais.

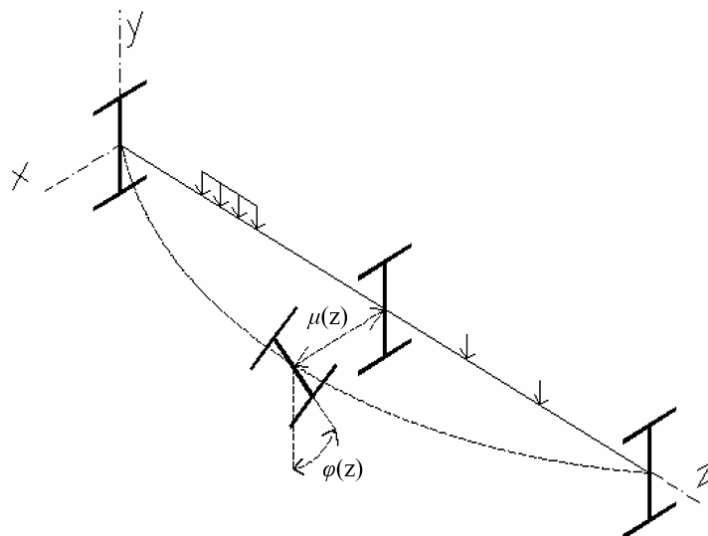


Figura 1: Flambagem lateral com torção (Fakury *et al.*, 2016)

1.2 Influência da distorção da alma na FLT

A teoria clássica da FLT parte do princípio de que a seção transversal da viga se mantém inalterada durante o fenômeno, indeformável no seu plano (Fig. 2-a). No entanto, a alma dos perfis I pode apresentar flexão lateral (distorção), conforme se vê na Fig. 2-b, reduzindo o momento fletor resistente da viga.

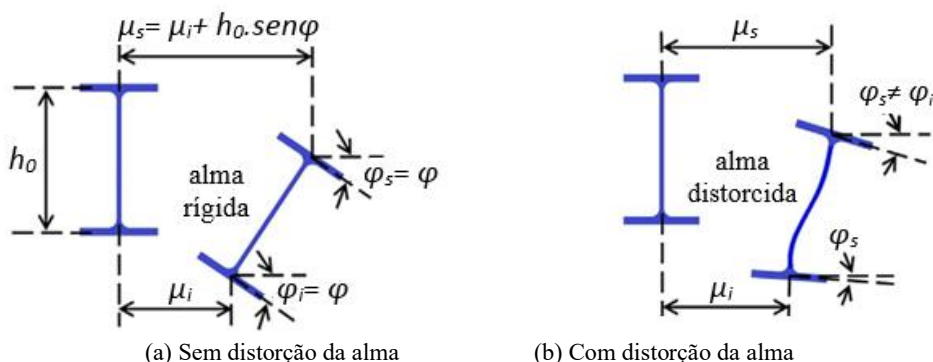


Figura 2: Modos de flambagem lateral de viga (adaptado de Kallan e Buyukkaragoz, 2012)

Em algumas situações, a flambagem lateral com torção, além de sofrer a influência da distorção da alma, pode ocorrer simultaneamente com a flambagem local da mesa comprimida (FLM) ou com a flambagem local da alma (FLA) ou, até, em conjunto com ambas essas flambagens locais.

1.3 Sobre este artigo

Na avaliação do efeito da distorção da alma na flambagem lateral com torção de vigas de aço com perfil I, conforme diversos pesquisadores, entre os quais Bradford (1992), Roberts *et al.* (1983), Wang *et al.* (1985) e Zirakian (2008), a esbeltez da alma, caracterizada pela relação entre a altura e a espessura desse elemento, e o comprimento destravado são grandezas importantes e que devem ser levadas em conta. A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 não considera esse efeito nas vigas de alma não-esbelta e o considera de modo muito simplificado nas vigas de alma esbelta (vigas de alma não-esbelta e esbelta são definidas no Subitem 2.1).

Para determinação do momento resistente à flambagem lateral com torção de vigas prismáticas de aço com perfil I, a norma apresenta um procedimento de cálculo que depende fundamentalmente da determinação correta do momento crítico elástico. Assim, este artigo tem por objetivo apresentar uma avaliação do efeito da distorção da alma na flambagem através de uma comparação entre o valor do momento crítico quando se considera adequadamente o efeito da distorção da alma e quando se usam os valores da norma brasileira. A determinação do momento crítico considerando o efeito da distorção da alma será feita por meio de análise numérica efetuada pelo Método dos Elementos Finitos usando o programa comercial ABAQUS (HIBBIT *et al.*, 2005). O estudo se restringe às vigas prismáticas de aço com seção I duplamente simétrica, submetidas a momento uniforme, com vínculos de garfo (vínculos que não permitem a torção e o deslocamento lateral da seção transversal, mas permitem o empenamento e a rotação lateral) nas duas extremidades do vão, assumindo sempre o vão como igual ao comprimento destravado.

2. MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO DE ACORDO COM A ABNT NBR 8800:2008

2.1 Considerações gerais – vigas de alma não-esbelta e de vigas de alma esbelta

Neste item será apresentado o procedimento de cálculo do momento crítico elástico de flambagem lateral com torção de vigas de seção I duplamente simétrica, objeto do presente estudo, preconizado pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. A nomenclatura e as definições utilizadas para as diversas grandezas que fazem parte da formulação baseiam-se nessa norma, com alguns ajustes para facilitar a fluência do texto e o entendimento.

A norma apresenta procedimentos de cálculo distintos para determinação do momento crítico elástico de vigas de alma não-esbelta e vigas de alma esbelta. As vigas de alma não-esbelta são aquelas nas quais o parâmetro de esbeltez da alma, λ_w , dado pela relação h/t_w , em que h é a altura da alma (nos perfis laminados, a altura da parte plana da alma e, nos perfis soldados, a distância entre as faces internas das duas mesas) e t_w sua espessura, não supera o parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento, $\lambda_{w,r}$, e de alma esbelta aquelas em que λ_w é maior que $\lambda_{w,r}$, com:

$$\lambda_{w,r} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (1)$$

onde E é o módulo de elasticidade e f_y , a resistência ao escoamento do aço.

O limite de $5,70\sqrt{E/f_y}$ para classificação das vigas em vigas de alma não-esbelta e vigas de alma esbelta deve-se a Basler e Thürlimann (1963). Considerando que o módulo de elasticidade dos aços estruturais pode ser tomado como igual a 200.000 MPa, esse limite apresenta valores de 161 e 136 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa (menor valor usado atualmente no Brasil) e 350 MPa (maior valor geralmente usado no Brasil), respectivamente.

Entre as vigas de alma não-esbelta, quando λ_w é inferior ou igual ao parâmetro de esbelteza correspondente à plastificação $\lambda_{w,p}$, não ocorre FLA, e quando é maior que $\lambda_{w,p}$ e no máximo igual a $\lambda_{w,r}$, a FLA pode ocorrer em regime inelástico, com:

$$\lambda_{w,p} = 3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2)$$

Esse parâmetro tem valores de 106 e 90 para aços com resistência ao escoamento de 250 MPa e 350 MPa, respectivamente.

2.2 Vigas de alma não-esbelta

O momento crítico elástico para o estado-limite último de flambagem lateral com torção de vigas I de alma não-esbelta com dois eixos de simetria, submetidas a momento constante em relação ao eixo de maior momento de inércia (eixo x), é dado por:

$$M_{cr,nes} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} (1 + 0,039 \frac{JL_b^2}{C_w})} \quad (3)$$

onde L_b é o comprimento destravado, I_y é o momento de inércia em relação ao eixo y, J é a constante de torção e C_w é a constante de empenamento da seção transversal. Essa equação é clássica da estabilidade estrutural (Timoshenko e Gere, 1961), reescrita de outra forma após algumas transformações algébricas, e não leva em conta o efeito da distorção da alma. Isso significa que o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 não considera esse efeito no cálculo do momento fletor resistente à FLT, fato que se repete em outras normas, como a norte-americana ANSI/AISC 360:10.

2.3 Vigas de alma esbelta

O momento crítico elástico para o estado-limite último de flambagem lateral com torção de vigas I de alma esbelta com dois eixos de simetria, submetidas a momento constante em relação ao eixo de maior momento de inércia (eixo x), é dado por:

$$M_{cr,esb} = \frac{k_{pg} \pi^2 E W_x}{(L_b / r_{yT})^2} \quad (4)$$

onde r_{yT} é o raio de giração em relação ao eixo y da seção T formada pela mesa comprimida mais um terço da alma comprimida (parte da alma que trabalha em conjunto com a mesa comprimida), W_x é o módulo de resistência elástico da seção transversal em relação ao eixo x e k_{pg} é um fator de redução do momento.

O fator k_{pg} é dado por:

$$k_{pg} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300a_r} \left(\frac{h_c}{t_w} - 5,70\sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \leq 1,0 \quad (5)$$

onde a_r é a relação entre as áreas da alma e da mesa comprimida e h_c é duas vezes a distância do centro geométrico da seção transversal à face interna da mesa comprimida. Esse fator decorre de estudos de Basler e Thürlimann (1963), pelos quais quando o momento atuante excede o momento associado à flambagem local da alma, ocorre uma redistribuição de tensão da altura comprimida da alma para a mesa comprimida, ou seja, ocorre uma “transferência de responsabilidade” da alma comprimida para a mesa comprimida (Fig. 3). Como consequência, o momento resistente fica limitado pela capacidade resistente à compressão axial da seção T formada pela mesa comprimida e uma parte da alma contígua, apoiada elasticamente na parte restante da alma, e essa limitação deve ser estabelecida com base em uma distribuição linear de tensões.

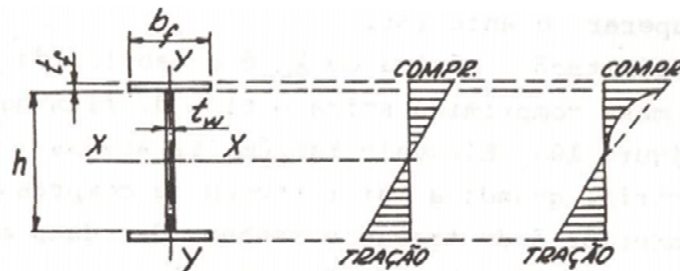


Figura 3: Diagrama de momento antes e depois da flambagem (Queiroz, 1993)

A Equação (4) expressa a tensão de flambagem elástica por flexão pura em relação ao eixo y da seção T formada pela mesa comprimida mais um terço da altura da alma comprimida multiplicada pelo módulo de resistência elástico W_x (para se ter o momento resistente em relação ao eixo x) e corrigida pelo fator k_{pg} . Esse procedimento, conforme demonstram Basler e Thürlimann (1963) tem como origem assumir que a constante de torção J é nula na equação clássica do momento crítico elástico, levando em conta apenas a parcela de resistência à torção da seção transversal proporcionada pela rigidez ao empenamento.

De acordo com a ABNT NBR 8800:2008, para utilização do seu procedimento, a esbelteza da alma, λ_{wv} , dada por h/t_w , não pode exceder 260 nem $0,42E/f_y$, para se assegurar que a mesa comprimida não flambe por flexão na direção da alma (a alma demasiadamente esbelta não conseguiria impedir o movimento da mesa em sua direção).

3. ANÁLISE NUMÉRICA

3.1 Considerações sobre a modelagem

Para investigar o fenômeno da distorção da alma na flambagem lateral com torção foram desenvolvidos modelos numéricos no programa comercial ABAQUS (HIBBIT *et al.*, 2005), os quais foram calibrados frente a resultados da literatura. Esse programa utiliza o Método dos Elementos Finitos, que se baseia na aproximação das condições de equilíbrio de um corpo sob o ponto de vista Lagrangiano, ou seja, cada ponto material do corpo é analisado como sendo uma função do tempo e de suas coordenadas, e as equações de equilíbrio são obtidas a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

Neste artigo foram feitas análises linearizadas de flambagem a fim de se obter o momento crítico elástico para o estado-limite de flambagem lateral com torção de vigas constituídas por perfis I duplamente simétricos de aço. Foram utilizados nas mesas e na alma das vigas elementos de casca S4, representados na Fig. 4, que são elementos de quatro nós de aplicação geral, curvatura dupla, integração completa e com deformação finita de membrana. Eles apresentam seis graus de liberdade por nó, referentes a três translações e três rotações segundo um sistema de três eixos (x , y e z). A malha de elementos finitos foi estruturada. Nesse processo, a distorção da alma é naturalmente incorporada aos resultados.

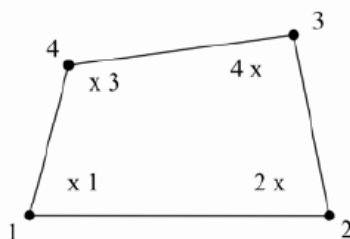


Figura 4: Representação elemento de casca S4

Visando a definir uma malha de elementos finitos que possuísse um número de elementos adequado e com capacidade de adaptação aos contornos dos perfis, foi realizada uma avaliação da influência do refinamento da malha na precisão dos resultados, levando em consideração ainda o tempo de processamento, como mostra a Tab. 1. Para esse estudo, foi utilizado um modelo de viga de 10 m de vão, altura da seção transversal de 500 mm, largura e espessura das mesas de 200 mm e 16 mm, respectivamente, e espessura de alma de 23,4 mm.

Tabela 1: Estudo de refinamento de malha

Casca tipo	Tamanho do elemento (mm)	Número de elementos	Tempo de Processamento	Momento kN.m
S4	500	120	14s	310,62
S4	300	198	17s	310,12
S4	100	800	15s	309,20
S4	80	1.250	15s	308,82
S4	60	2.672	20s	308,47
S4	40	6.000	19s	307,87
S4	30	9.324	22s	307,65
S4	20	22.000	49s	307,13
S4	10	88.000	14min13s	306,57

Optou-se por utilizar uma malha com tamanho do elemento de 20 mm tendo em vista que o tempo de processamento foi bem menor que o de tamanho do elemento de 10 mm (levando em consideração que a medida que a esbeltez da alma aumenta e o comprimento destravado diminui as análises levam um tempo bem maior) e a diferença entre os resultados foi irrelevante.

As vigas estudadas são biapoiadas, submetidas a momento constante, com comprimento destravado igual ao vão e as duas extremidades com vínculo de garfo. O momento foi simulado aplicando-se um binário de forças distribuídas nas mesas nas extremidades das vigas, com tração na mesa inferior e compressão na mesa superior, como se vê na Fig. 5. Evidentemente, o momento atuante é igual ao valor da força distribuída multiplicada pela largura das mesas e pela distância entre as linhas médias das mesas.



Figura 5: Simulação do momento constante na viga

A geometria foi definida pelas linhas médias do perfil de acordo com o sistema de coordenadas global do programa ABAQUS (HIBBIT *et al.*, 2005), onde a origem está situada na semialtura da seção e em uma das extremidades. O eixo y está na direção da alma, o eixo x na direção perpendicular à alma e o eixo z na direção longitudinal da viga. Para simular os apoios rotulados no plano de flexão com vínculos de garfo para flambagem lateral, as translações na direção y foram impedidas em toda a altura da alma, ao passo que as translações na direção x e a rotação em torno de z foram impedidas em todos os nós de ambas as extremidades da viga. A translação na direção z foi restringida apenas no nó situado na semialtura da alma e em somente uma das extremidades da viga.

Nos modelos numéricos foi adotado um diagrama tensão *versus* deformação linear do aço, considerando o módulo de elasticidade E igual a 200.000 MPa e o coeficiente de Poisson ν igual a 0,3. Dessa forma, o programa ABAQUS (HIBBIT *et al.*, 2005) pôde considerar um comportamento elástico e isotrópico do aço.

O perfil das vigas estudadas tem altura (d) de 500 mm, largura das mesas (b_f) de 200 mm e espessura das mesas (t_f) de 16 mm, levando a uma esbeltez da mesa comprimida de 6,25, indicando que esse elemento não pode sofrer flambagem local, conforme a ABNT NBR 8800:2008. Para a alma, foram adotadas espessuras (t_w) hipotéticas de 23,4 mm, 11,7 mm, 7,8 mm, 5,9 mm, 4,7 mm, 3,9 mm, 3,3 mm, 2,9 mm, 2,6 mm e 2,3 mm, correspondentes a esbeltezes desse elemento ($\lambda_w = h/t_w$) iguais a 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 e 200 (h foi tomado igual à distância entre faces internas das mesas), abrangendo seções transversais de alma esbelta e não-esbelta e, nestas últimas, seções em que a flambagem local da alma não pode ocorrer ou que pode ocorrer em regime inelástico. As vigas foram projetadas com comprimentos destravados (L_b) de 10 m, 8 m, 6 m, 4 m e 2 m, correspondentes a esbeltezes ($\lambda_b = L_b/r_y$) da ordem de 173, 139, 104, 69 e 35, respectivamente, considerando, de modo simplificado, apenas as duas mesas da seção transversal no cálculo do raio de giração r_y . Desse modo, torna-se possível avaliar o efeito da distorção da alma no valor do momento crítico elástico com variações amplas da esbeltez da alma, λ_w , e da esbeltez da viga, λ_b .

3.2 Apresentação e Análise de Resultados

Os valores do momento crítico elástico encontrados nos modelos numéricos ($M_{cr,num}$), que levam em conta a distorção da alma, foram comparados com os valores analíticos calculados segundo as prescrições da ABNT NBR 8800:2008, que não consideram essa distorção e a consideram simplificada assumindo a constante de torção J como nula, tanto para as vigas de alma não-esbelta como para as vigas de alma esbelta, independentemente de a esbeltez da alma λ_w caracterizar viga de um ou outro tipo. Para essa comparação, foram traçados gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos numéricos e os analíticos sem considerar o efeito da distorção da alma ($M_{cr,num}/M_{cr,nes}$), mostrados na Fig. 6, e também gráficos da razão entre os momentos críticos elásticos numéricos e analíticos com constante de torção J tomada como nula ($M_{cr,num}/M_{cr,esb}$), mostrados na Fig. 7, tanto para vigas de alma não-esbelta como para vigas de alma esbelta, em função da esbeltez da alma para as diferentes esbeltezes da viga.

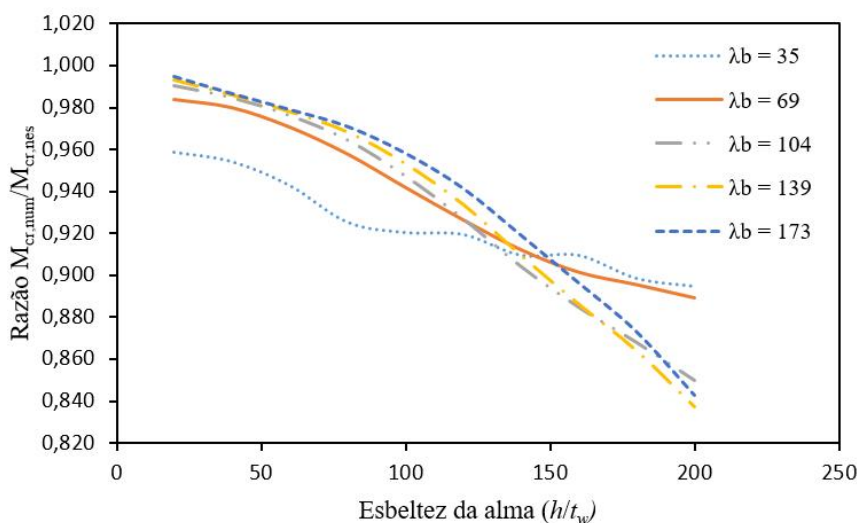


Figura 6: Razão $M_{cr,num}/M_{cr,nes}$ em função da esbelteza da alma h/t_w

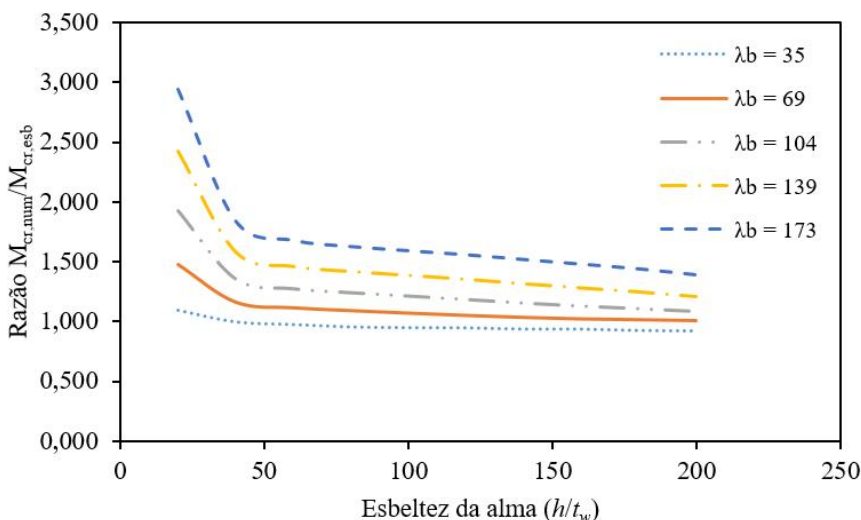


Figura 7: Razão dos momentos $M_{cr,num}/M_{cr,esb}$ pela esbelteza da alma h/t_w

Observa-se pela Fig. 6 que as curvas com todas as esbeltezas da viga apresentam comportamentos similares, com a redução da razão $M_{cr,num}/M_{cr,nes}$, indicando aumento da influência da distorção da alma, com a elevação da esbelteza da alma. Para esbeltezas da alma até cerca de 130, quanto menor a esbelteza da viga, maior a influência do efeito da distorção da alma. Para esbeltezas da alma maiores ocorre uma tendência de inversão, com as esbeltezas da viga menores sofrendo menos influência da distorção da alma. Isso pode ser atribuído, pelo menos em parte, ao fato de que as condições de contorno têm uma influência maior na flambagem de vigas com comprimentos destravados menores, o que faz com que o efeito da distorção da alma se torne menos significativo. Ainda pela Fig. 6, nota-se que para todas as esbeltezas da viga estudadas, a influência máxima da distorção da alma é de cerca de 15% e que, se a esbelteza da alma não supera um valor da ordem de 50, essa influência pode ser considerada desprezável, não superando 5%.

Com base na Fig. 7, verifica-se que quando a constante de torção J é assumida como nula, os resultados numéricos obtidos são maiores que os normativos, com a diferença aumentando à medida que a esbelteza da viga se eleva e a esbelteza da alma se reduz. Evidencia-se que, para esbeltezas da viga muito elevadas e esbeltezas da alma muito reduzidas, os resultados numéricos são extremamente mais altos. Contrariamente, para esbeltezas da viga pequenas e da alma mais altas, a diferença entre os resultados numéricos e normativos é desprezável. Nota-se ainda que para todas as esbeltezas da viga avaliadas, quando a esbelteza da alma é menor que aproximadamente 50, há um aumento abrupto da relação entre os resultados numéricos e normativos para todas as esbeltezas de viga analisadas. Pode deduzir dessas constatações que considerar J como nula para levar em conta a distorção da alma, como está implícito nas normas brasileira ABNT NBR 8800:2008 e norte-americana ANSI/AISC 360-10 para vigas de alma esbelta, só conduz a bons resultados quando a esbelteza da viga (λ_b) é pequena e a da alma (λ_w) elevada. Nos casos estudados, a diferença entre os resultados numérico e normativo é inferior a 10% apenas quando, aproximadamente:

- $\lambda_b \leq 35$ e $\lambda_w \geq 20$;
- $35 < \lambda_b \leq 69$ e $\lambda_w \geq 50$;
- $69 < \lambda_b \leq 104$ e $\lambda_w \geq 175$.

A Figura 8 mostra um exemplo da distorção da alma na flambagem lateral com torção obtida com a modelagem realizada no programa ABAQUS (HIBBIT *et al.*, 2005).

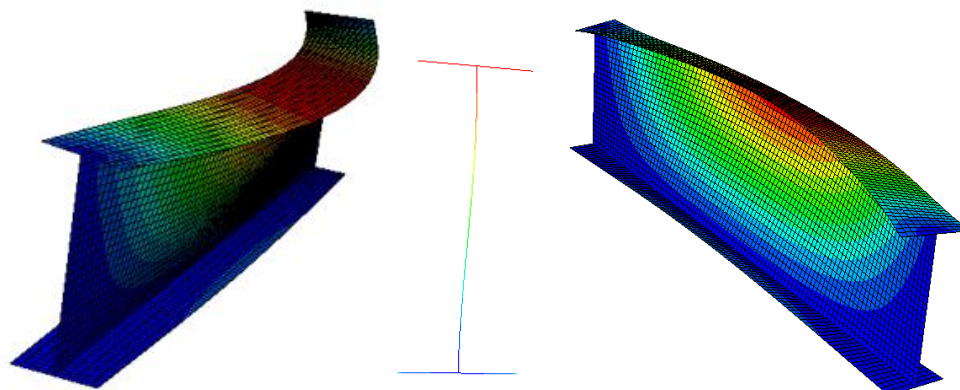
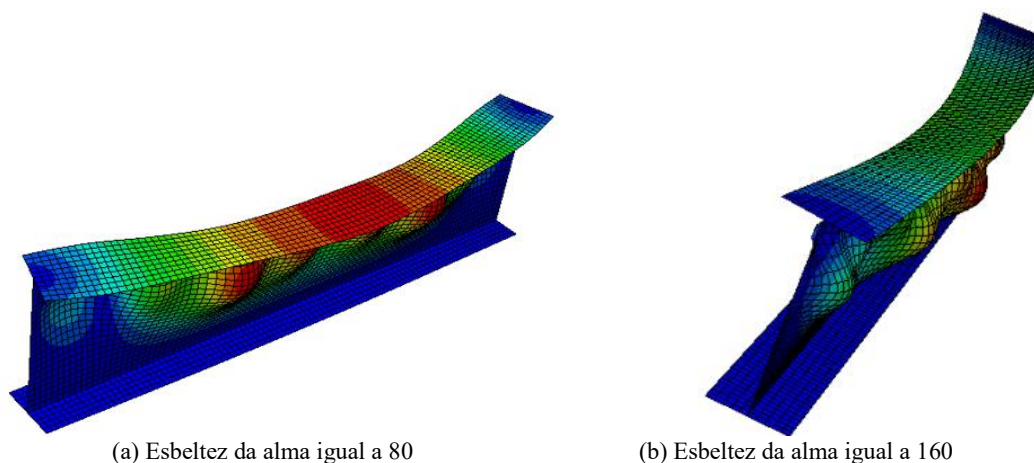


Figura 8: Efeito da distorção da alma na flambagem lateral com torção (modelo com $\lambda_b = 35$ e $\lambda_w = 60$)

Nos modelos numéricos de vigas com esbeltezes muito pequenas, observou-se que a flambagem lateral com torção vem acompanhada, além da distorção da alma, também da flambagem local da alma, como mostra a Fig. 9 para duas esbeltezes da alma (80 e 160) e esbeltez da viga de 35. Devem ser ainda analisados outros modelos com variações maiores das esbeltezes da alma e da viga para se obter resultados mais conclusivos a respeito desse fenômeno, pois o valor 80 da esbeltez da alma corresponderia à situação em que não ocorreria flambagem local da alma (160 estaria aproximadamente no limite entre vigas de alma esbelta e de alma não-esbelta). Uma possível explicação é que quando o comprimento destravado é muito pequeno, a flambagem lateral elástica só consegue se manifestar sob tensões de compressão extremamente elevadas, o que causa a flambagem local mesmo de almas menos esbeltas.



(a) Esbeltez da alma igual a 80

(b) Esbeltez da alma igual a 160

Figura 9: Flambagem lateral com torção de vigas com esbeltez de 35

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho, observou-se que a influência da distorção da alma no valor do momento crítico elástico à flambagem lateral com torção aumenta com a elevação da esbeltez da alma, como parece lógico, em conformidade com as conclusões de muitos pesquisadores. Observou-se também que essa influência aumenta com a diminuição da esbeltez da viga, também como parece lógico e em conformidade com as conclusões de outros pesquisadores, mas apenas para esbeltezes da alma inferiores à cerca de 130. Para esbeltezes da alma superiores esse valor, notou-se uma tendência de inversão, com vigas de esbeltezes menores sendo menos influenciadas pela distorção da alma. Esse fato, aparentemente inconsistente, deve ser atribuído, pelo menos em parte, ao fato de que as condições de contorno têm uma influência maior na flambagem de vigas com comprimentos destravados menores, o que faz com que o efeito da distorção da alma se torne menos significativo. Finalmente, observou-se que se a esbeltez da alma não supera um valor da ordem de 50, a influência da distorção da alma pode ser considerada desprezável, não superando 5%.

Observou-se ainda que considerar a constante de torção da seção transversal, J , como nula para levar em conta a distorção da alma, como está implícito na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 para vigas de alma esbelta, só conduz a bons resultados quando a esbeltez da viga é pequena e a da alma elevada. Se essas condições não existirem, essa consideração pode levar a resultados extremamente conservadores.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro em forma de fomento à pesquisa concedido pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pela FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) e pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

NOMENCLATURA

C_w	constante de empenamento da seção transversal	h_c	duas vezes a distância do centro geométrico da seção transversal à face interna da mesa comprimida
E	módulo de elasticidade do aço	k_{pg}	fator de redução do momento resistente
I_y	momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo y	r_y	raio de giração da seção transversal em relação ao eixo y
J	constante de torção da seção transversal	r_{yT}	raio de giração, relativo ao eixo de menor momento de inércia, da seção T formada pela mesa comprimida mais um terço da alma comprimida
L_b	comprimento destravado da viga	t_f	espessura das mesas do perfil
$M_{cr,esb}$	momento crítico elástico analítico com constante de torção J tomada como nula	t_w	espessura da alma do perfil
$M_{cr,nes}$	momento crítico elástico analítico sem considerar o efeito da distorção da alma	λ_b	esbeltez da viga
$M_{cr,num}$	momento crítico elástico numérico	$\lambda_{b,p}$	esbeltez da viga correspondente à plastificação
W_x	módulo de resistência elástico da seção transversal em relação ao eixo x	$\lambda_{b,r}$	esbeltez da viga correspondente ao início do escoamento
a_r	relação entre as áreas da alma e da mesa comprimida do perfil	λ_w	esbeltez da alma
b_f	largura das mesas do perfil	μ	deslocamento lateral da viga
d	altura do perfil	ν	coeficiente de Poisson do aço
f_y	resistência ao escoamento do aço	φ	torção da viga
h	distância entre faces internas das mesas do perfil		

REFERÊNCIAS

- ANSI/AISC 360-10. “Specification for Structural Steel Building”. Chigaco, EUA: American Institute of Steel Construction (AISC), 2010.
- ABNT NBR 8800:2008. “Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios”. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2008.
- Basler, K.; Thürlimann, B. (1963). “Strength of Plate Girders in Bending”. Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 128, Part II, pp. 655–682.
- Bradford, M.A. (1992). “Lateral-Distortional Buckling of Steel I-Section Members”. Journal Constructional Steel Research, n. 23 (1992), p. 97-116.
- Fakury, R.H.; Castro E Silva, A.L.R.; Caldas, R.B. “Dimensionamento de estruturas de aço em mistas de aço e concreto”. São Paulo. Pearson, 2016. (No prelo)
- Hibbitt; Karlsson; Sorensen. “ABAQUS/Standard – User’s Manual”. USA, 2005.
- Queiroz, G. (1993). “Elementos das estruturas de aço”. Edição do Autor. 4ª Edição. Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Roberts, T. M.; Jhita, P. S. (1983). “Lateral, Local and Distortional buckling of I-beams”. Thin-Walled Structures, n. 1 (1983), p. 289-308.
- Timoshenko, S.P.; Gere, J.M. “Theory of Elastic Stability”. 2nd. Ed. Engineering Societies Monographs, McGraw-Hill, New York, 1961.
- Wang, C.M.; Chin, C.K. And Kitipornchai, S. (1985). “Parametric study on distortional buckling of monosymmetric beam-columns”. Journal Constructional Steel Research, n. 18 (1991), p. 89-110.
- Zirakian, T. (2008). “Elastic distortional buckling of doubly symmetric I-shaped flexural members with slender webs”. Thin-Walled Structures, n. 46 (2008), p. 466-475.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE FORÇAS POR PARAFUSOS DE ALTA RESISTÊNCIA EM PILARES MISTOS PREENCHIDOS COM CONCRETO

Lucas Ribeiro dos Santos, lucassrsantos@gmail.com

Dr. Rodrigo Barreto Caldas, rbcaldas@gmail.com

Ms. Hermano de Sousa Cardoso, hermanocardoso@yahoo.com.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos, 6627 - Escola de Engenharia - Bloco 1 – 4º andar, sala 4215, Pampulha, Belo Horizonte - MG - CEP 31270-901

Resumo. Este trabalho faz parte de uma extensa pesquisa teórico-experimental orientada por pesquisadores da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e visa investigar o comportamento estrutural dos conectores de cisalhamento do tipo parafuso de alta resistência utilizados em Pilares Mistos Preenchidos com Concreto (PMPC). Dentro deste contexto, este artigo buscou simular – via método dos elementos finitos - no software ABAQUS os ensaios de cisalhamento realizados no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas da UFMG. No modelo numérico proposto foram mantidas as condições de contorno e as principais características dos modelos experimentais. Em seguida, foi realizada a validação do modelo, calibrando-o com as curvas força x deslizamento dos resultados experimentais. Para calibração do modelo investigou-se o contato entre as superfícies, o tratamento das malhas, incrementos e os principais parâmetros dos materiais utilizados na simulação. Após a validação do modelo, os resultados numéricos e experimentais foram avaliados frente aos valores de carga última, rigidez e classificação dos conectores. Ao final, verificou-se que o modelo numérico calibrado apresentou boa concordância com as curvas experimentais, bem como a sua configuração deformada obtida na análise numérica foi satisfatória às deformações reais do modelo experimental.

Palavras-chave: análise numérica, estruturas mistas, conectores de cisalhamento

1. INTRODUÇÃO

O uso de estruturas mistas aço-concreto tem ser tornado mais presente na construção civil. Nas últimas décadas houve um avanço significativo para a utilização deste tipo de sistema construtivo em pontes, edifícios comerciais, shoppings centers, etc. Em paralelo à isso, surgiu extensas investigações sobre o comportamento dos PMPC com o uso de conectores de cisalhamento. Estas investigações buscam conhecer as vantagens que o uso destes dispositivos podem apresentar em ganhos de resistência, praticidade e redução de custos nas edificações.

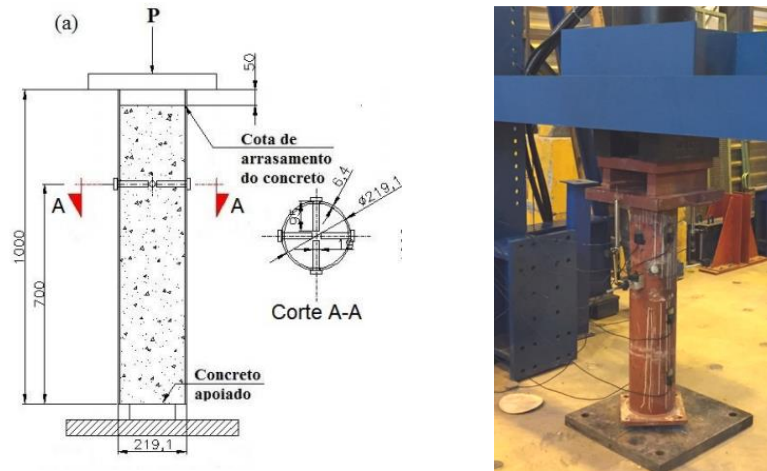
Com o avanço do uso da técnica de elementos finitos, os *softwares* de engenharia possuem cada vez mais recursos que possibilitam realizar análises numéricas eficientes. Dentro desse contexto, esta pesquisa contempla a modelagem numérica de PMPCs utilizando o *software* ABAQUS. Nestas modelagens serão avaliados o comportamento dos conectores de cisalhamento nos PMPCs quando submetidos à compressão centrada.

Com o modelo numérico calibrado, será possível visualizar detalhes que não são visualizados nos modelos experimentais, bem como obter resultados mais precisos de distribuição de tensões e transferências de forças geradas pela ação do conector na *interface* aço-concreto. Para que se alcance tal objetivo, foi mantida a fidelidade dos ensaios experimentais nas modelagens numéricas. A partir desta fidelização, os resultados gerados demonstram se confiáveis e consistentes para interpretação do modelo numérico.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Os modelos experimentais são provenientes de pesquisas que estão sendo desenvolvidas no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas da UFMG. Neste trabalho é avaliada uma série composta por dois PMPCs. Foram utilizados nestes pilares conectores de cisalhamento do tipo parafusos de alta resistência mecânica. Conforme apresentado na Fig. 1, os PMPCs possuem altura de 1000mm e em cada pilar foi instalado quatro conectores na altura de 700mm. O núcleo de concreto foi restringido sendo apoiado por uma chapa circular, permitindo o deslizamento relativo entre o aço e concreto. Os modelos experimentais foram submetidos a ensaios de cisalhamento direto. Durante os ensaios realizou-se algumas adaptações para a utilização deste tipo de ensaio aos pilares. Estas modificações foram necessárias com o objetivo de melhorar a representação do comportamento dos conectores nos PMPCs. Os modelos analisados neste trabalho foram fabricados pela VALLOUREC, especificação VMB 350, com dimensões de 219,64mm e 6,4mm para o diâmetro (D) e espessura (t), respectivamente.

Visualiza-se na Fig.1a, que foi deixada uma cota de arrasamento de 50mm nos PMPCs entre a extremidade superior do tubo de aço e a extremidade do núcleo de concreto. Esta folga foi prevista para permitir que o núcleo de concreto e o



tubo de aço possam deslizar com maior facilidade e que as forças de cisalhamento sejam transferidas, prioritariamente, pelos conectores de cisalhamento.

Figura 1. Representação dos modelo ensaiado: (a) esquematização; (b) modelo real;

3.SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O modelo numérico de elementos finitos foi desenvolvido via software ABAQUS – versão 6.14. Este modelo foi desenvolvido com a finalidade de simular o comportamento dos parafusos de alta resistência nos pilares mistos preenchidos com concreto. Desta forma, o início da pesquisa se deu com base nos resultados experimentais elencados no item 2. Salienta-se que ABAQUS é uma ferramenta poderosa para análise de elementos finitos que tem sido amplamente utilizada em centros de pesquisas, empresas multinacionais, instituições, dentre outros.

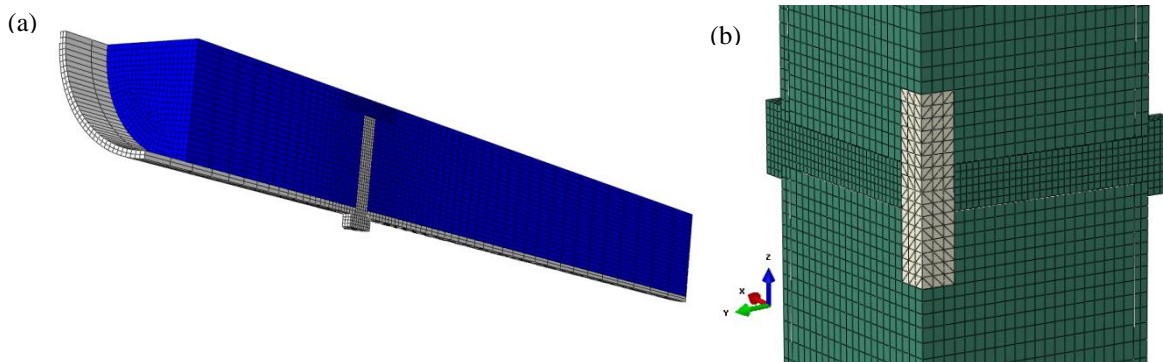


Figura 2. Modelagem numérica: (a) PMPC; (b) Região em torno dos conectores;

Os parâmetros utilizados para a modelagem numérica foram baseados na pesquisa de Cardoso (2014) e Aguiar (2015). Durante a modelagem numérica, realizou-se as devidas investigações para que os parâmetros numéricos sejam correlacionados e adequados para o presente estudo.

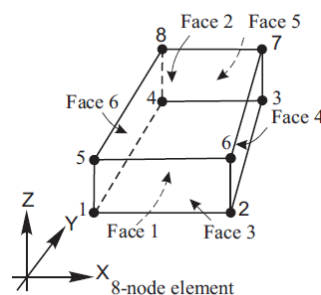


Figura 3. Elemento de malha C3D8 – adaptado de Starossek e Falah (2008)

Devido à dupla simetria, nos estudos numéricos foi modelado somente um quarto da seção transversal, conforme apresentado na Fig. 2. Com exceção do núcleo que de concreto (representado pela cor cinza na Fig. 2b) que foi modelado com elementos do tipo C3D10, o restante do modelo numérico (tubo de aço, núcleo de concreto e parafusos) foi modelado com elementos de malha do tipo C3D8 (linear, hexaédrico e sólido). O elemento C3D8, (ver Fig. 3), possui oito nós e três graus de liberdade por nó (translações nas direções principais X, Y, e Z). Starossek e Falah (2008) utilizaram este elemento e conseguiram boa concordância dos resultados experimentais com os valores numéricos.

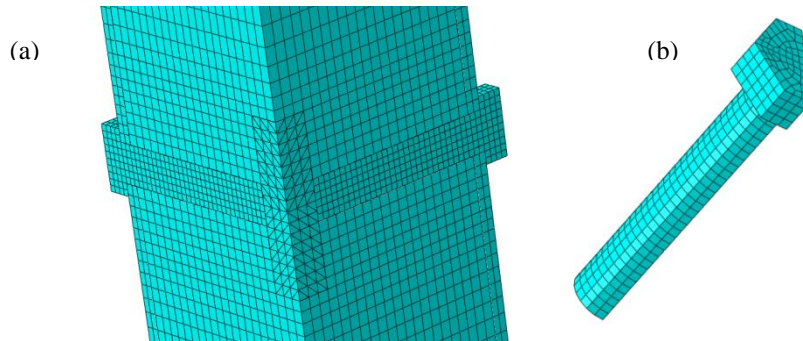


Figura 4. Malha de elementos finitos: (a) em torno dos conectores; (b) conector;

Durante o desenvolvimento do modelo numérico foi realizado um estudo de malha, onde levou-se em consideração a precisão do tamanho das sementes e as condições de contorno do modelo. Os parafusos foram modelados com uma malha de 3mm (ver Fig. 4b). A região em torno dos conectores, compostas pelo núcleo de concreto, foram modeladas com uma malha de 5mm (ver Fig. 5a). Para o tubo de aço e os parafusos foram utilizadas as propriedades mecânicas medidas experimentalmente. No concreto autoadensável, utilizou-se as propriedades mecânicas calculadas conforme a norma EN 1992-1-1:2004. As Tabelas 1 e 2, apresentam as propriedades mecânicas utilizadas para o aço e concreto, respectivamente.

Tabela 1. Propriedades mecânicas do tubo de aço e parafusos

Material	Densidade (g/cm^3)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Resistência média ao escoamento (MPa)	Resistência média a ruptura (MPa)
Tubo de Aço	7,80	200.000	0,3	415,00	569,50
Parafusos	7,80	200.000	0,3	723,51	940,00

Tabela 2. Propriedades mecânicas do concreto autoadensável.

Propriedades mecânicas do núcleo de concreto	
Densidade (g/cm^3)	2,38
Módulo de Elasticidade (MPa)	33,88 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,2
Resistência média à compressão (MPa)	42,2
Resistência média à tração (MPa)	3,16

3.1 Contatos

Uma vez realizada a modelagem dos elementos foi necessário definir a interação da superfície entre eles. Através do módulo *Interactions* no ABAQUS é possível definir as interações de contato entre os elementos. A busca pelas superfícies dos elementos nos modelos numéricos foi realizada de forma automatizada pela ferramenta *Find Contact Pairs*. Após isso, é possível definir as interações entre as superfícies. Em todos os pares de contato adotou-se o método de discretização *surface-to-surface*, este método permite que os pares de contato sejam ativados entre duas superfícies. Foram avaliados individualmente os pares de contato para investigação da rigidez de cada elemento a fim de definir a superfície *master* e a superfície *slave*.

3.2 Condições de Contorno

Buscando recriar nos modelos numéricos as condições de contorno impostas nos ensaios de cisalhamento, foram avaliadas quais seriam as restrições necessárias para serem aplicadas no modelo numérico. Desta forma, para conformidade entre os modelos adotou-se as seguintes restrições: restrição do deslocamento vertical e rotação na base do concreto (ver Fig. 5b), restrição aos deslocamentos horizontais – eixo x e rotações no topo do aço – eixo y (local de aplicação da carga pelo atuador – Fig. 5a).



Figura 5. Condições de contorno: (a) atuador; (b) base;

A Fig. 6 apresenta as restrições adicionais para viabilização da dupla simetria na modelagem numérica.

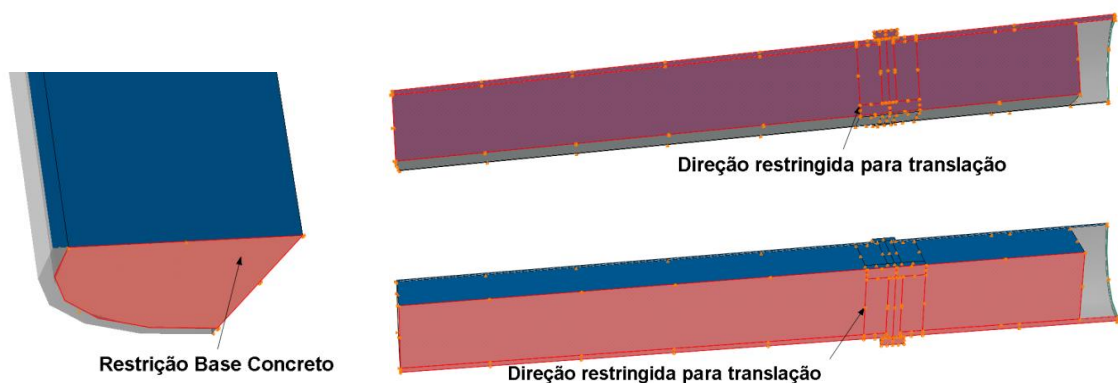


Figura 6. Restrições aplicadas na modelagem numérica

3.3 Incrementos

Nos últimos anos têm surgido estudos numéricos que tratam sobre o uso de métodos dinâmicos em análise estrutural. Dentro dessa temática, foi idealizado para esta pesquisa, a aplicação do método - *Dynamic implicit*. Este método dinâmico permite aplicações de análises quase-estáticas durante o processamento da estrutura. Para que isso seja efetivo, os resultados gerado por este método incremental devem ser avaliados, quanto às deformações do modelo, balanços de energia e forças de reação geradas. Um dos fatores que contribuem para adoção do tipo de análise dinâmica quase-estática, é que ela permite levar em consideração a influência da perda de rigidez do concreto ao longo do carregamento do PMPCs. Conforme destaca Genikomsou (2015) este tipo de análise é adequada para problemas não-lineares em que o fissuramento do concreto pode levar a redução da rigidez. A Fig. 9 apresenta os incrementos sucessivos de deslocamentos em um ponto de referência *RPI*, conectado aos nós da superfície do tubo de aço por um *constraint* de corpo rígido. A aplicação dos incrementos pelo *reference point* garante que os deslocamentos sejam aplicados igualmente em toda superfície do tubo de aço, simulando a aplicação do atuador de carga.

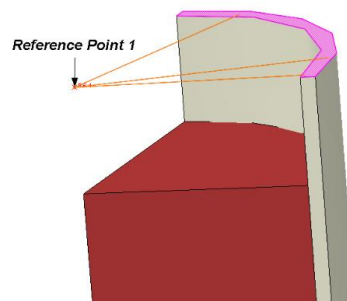


Figura 7. Ponto de referência para aplicação dos incrementos

3.4 Obtenção dos Resultados

Os resultados foram obtidos conforme a análise experimental. Desta forma, o deslocamento relativo na direção U3 é o módulo resultante do deslocamento do tubo de aço e do núcleo de concreto (ver Equação 01). A localização dos nós em que foram aferidos os resultados dos valores de deslocamento estão apresentados na Figura 10. No modelo numéricos os nós possuem um identificador, para o concreto, nó 24, e para o tubo de aço, nó 120.

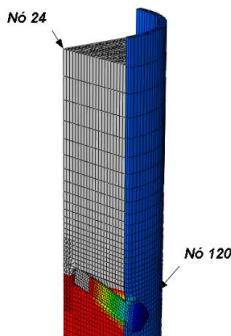


Figura 8. Localização dos nós referentes ao deslocamento relativo

3.5 Calibração do Modelo

Nas análises numéricas é essencial a investigação dos parâmetros utilizados nos materiais envolvidos. Para os modelos experimentais HM3 e HM4 foram realizadas uma gama de investigações das propriedades dos materiais adotados, principalmente no concreto que responde com um comportamento não-linear. Para consideração do efeito de dano e confinamento do núcleo concreto provocado pelo tubo de aço, é proposto a utilização no ABAQUS do modelo *Concrete Damage Plasticity*. Este modelo é capaz de prever o comportamento do concreto sob pressão confinante. Destacam-se alguns dos parâmetros necessários a este modelo: ângulo de dilatância (ψ), razão entre as resistências à compressão no estado biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), razão entre o segundo invariante de tensão do meridiano de tração e o segundo invariante de tensão no meridiano de compressão (K_c), viscosidade (μ_{vis}) e a excentricidade (ϵ). Com exceção do $\psi = 40^\circ$ e $\epsilon = 0,00005$, demais parâmetros supracitados adotados nesta pesquisa seguiram as recomendações de Aguiar (2015), que utilizou os valores: $\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 1,16$, $K_c = 2/3$, $\mu_{vis} = 0,1$.

4.RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais estão apresentados na Fig. 9 pelas curvas força *versus* deslizamento, percebe-se que as curvas HM3 e HM4 apresentaram comportamento idênticos durante o carregamento. Entretanto, a curva do modelo HM3 apresentou uma rigidez inicial inferior ao modelo HM4 até alcançar deslizamento relativo próximo aos 6mm. Após isso, houve decréscimo da resistência do modelo HM4 para deslocamentos superiores aos 6mm até o instante da ruptura. Percebeu-se que para ambos modelos experimentais houve perda de rigidez após atingir a carga máxima do ensaio (P_u).

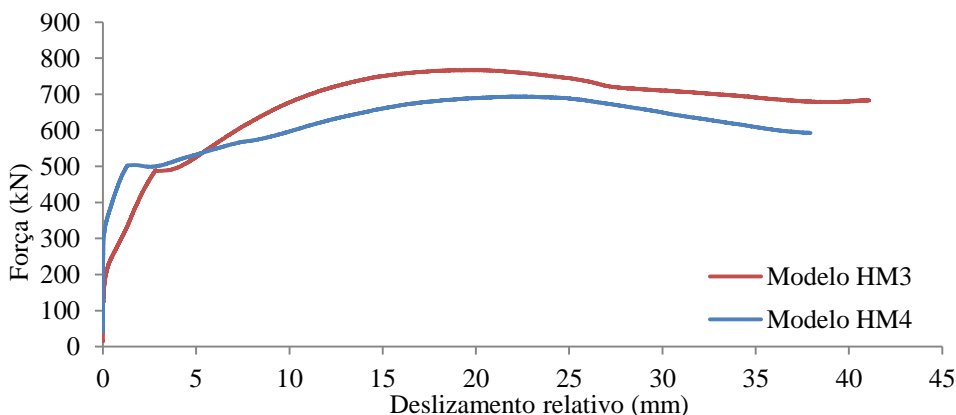


Figura 9. Curva força *versus* deslizamento relativo dos resultados experimentais

Conforme preconiza a norma europeia EN 1994-1-1:2004, o conector de cisalhamento pode ser tomado como dúctil se a capacidade característica de deslizamento (δ_{uk}) for ≤ 6 mm. O valor da capacidade (δ_{uk}) é tomado como o valor mínimo de δ_u obtido no ensaio experimental, reduzido em 10%. Desta forma, conclui-se que para ambos modelos, os conectores são classificados como dúcteis.

Tabela 3. Valores de carga e rigidez alcançados nos modelos experimentais

Modelo	P_u (kN)	$P_{u,con}$ (kN)	P_{Rk} (kN)	k_{sc} (kN/mm)
HM-3	767,27	191,82	690,54	44,04
HM-4	694,00	173,49	624,59	147,88
Média	730,63	182,65	657,56	95,96

A Tab. 03 apresenta a carga última (P_u), a carga última por conector ($P_{u,con}$), a resistência característica (P_{Rk}) e a rigidez secante dos modelos (k_{sc}). A rigidez secante é definida conforme item A.3(3) do EN 1994-1-1:2004, igual a $k_{sc} = 0,7 P_{Rk}/s$, onde s é o deslizamento relativo que ocorre para a força de $0,7 P_{Rk}$. Almeida (2012) destaca que conectores que possuem rigidez secante inferior a 200 kN/mm poderão ser classificados como flexíveis. Avaliando os resultados, verifica-se que ambos conectores possuem $k_{sc} < 200$ kN/mm e, desta forma são classificados como flexíveis.

5.RESULTADOS NUMÉRICOS

Pela análise da Fig. 10 é verificam se que os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os valores experimentais. O comportamento da curva do modelo numérico foi mais aproximado com modelo HM4, sinalizando um provável comportamento atípico para o modelo HM3.

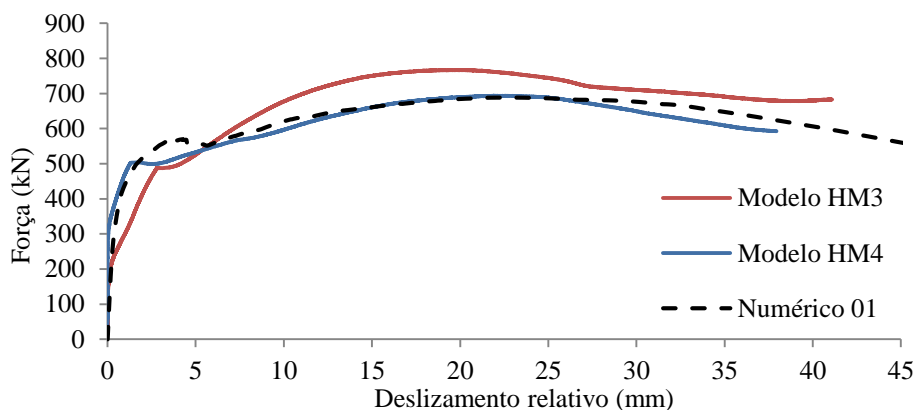


Figura 10. Curva força versus deslizamento relativo dos resultados experimentais e numéricos

O método incremental - *Dynamic implicit* - apresentou a vantagem de seguir a convergência além dos deslizamentos dos resultados experimentais. As curvas numéricas da Fig. 10 foram delimitadas aos deslizamentos correspondentes dos resultados experimentais. O comportamento dúctil dos conectores, também é constatado nas curvas numéricas.

Tabela 4. Valores de carga alcançados pelos modelos numéricos

Modelo	P_u (kN)	$P_{u,con}$ (kN)	P_{Rk} (kN)	k_{sc} (kN/mm)
Numérico	688,05	172,01	619,25	117,58

A Tab, 4 apresenta os valores numéricos de carga última (P_u), carga última por conector ($P_{u,con}$), resistência característica (P_{Rk}) e rigidez secante dos modelos (k_{sc}). Avaliando os resultados numéricos, verifica-se que os conectores possuem $k_{sc} \leq 200$ kN/mm e, desta forma, apresentam o mesmo comportamento flexível dos modelos experimentais.

Tabela 5. Comparação entre resultados numéricos e experimentais

Comparações	$P_{u,num}$ (kN)	$P_{u,exp}$ (kN)	Erro (%)
Numérico-Experimental*	688,05	730,63	5,83
Numérico-Experimental HM4**	688,05	694,00	0,85

Notas: * Comparação realizada entre o modelo numérico e os valores médios dos ensaios experimentais.

** Comparação realizada entre o modelo numérico e experimental HM4.

Na Tab. 5 estão apresentadas as comparações entre os valores de carga última para os modelos numéricos e experimentais, bem como a taxa de erro existente entre os mesmos. Devido a curva numérica gerada (ver Fig. 10) apresentar boa concordância com o modelo experimental HM4, introduziu-se na Tab. 5, uma comparação da curva calibrada com a curva do modelo experimental HM4, percebe-se pelos resultados que a taxa de erro encontrada para esta comparação foi inferior a 1%, sinalizando que houve ótima concordância entre os resultados.

A Fig. 11 apresenta o dano gerado no núcleo concreto por esforços solicitantes de compressão no instante de aplicação da carga última. Para melhor visualização, na Fig. 11a, foi retirado o tubo de aço. Percebe-se que houve perda total da rigidez à compressão no núcleo de concreto em torno dos conectores, principalmente do nível em que os conectores estão para os níveis inferiores no núcleo de concreto. A Fig. 11b apresenta a perda total da rigidez à compressão no núcleo de concreto. Percebe-se que, à medida que os conectores foram solicitados, acumulou-se um giro considerável que proporcionou esmagamento do concreto situado na parte inferior dos conectores.

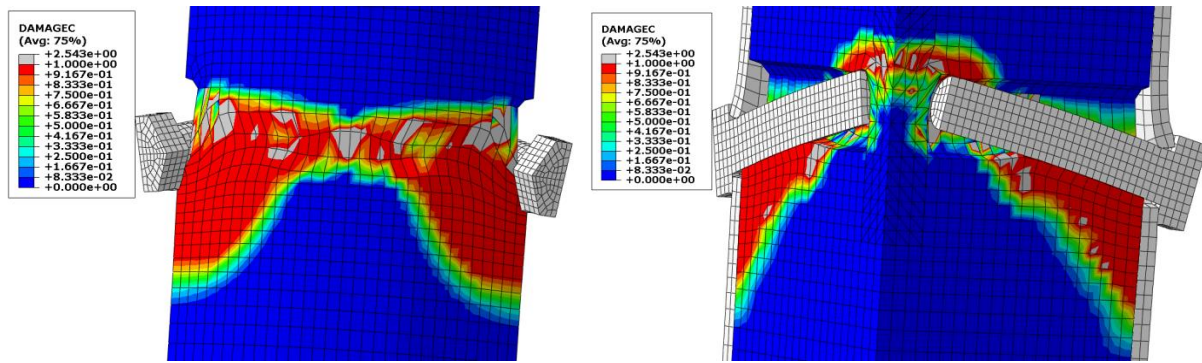


Figura 11. Dano à compressão gerado no concreto

A Fig. 12 apresenta os resultados gerados pela variável de dano *DamageT*. Estes resultados correspondem ao dano gerado no núcleo de concreto por esforços solicitantes à tração. Pela Fig. 12a visualiza-se que o concreto apresentou tendência de dano à tração uniforme ao alinhamento da seção transversal situada entre os parafusos e, que a região mais atingida pelo dano está em torno da cabeça dos conectores. Na Figura 12b, constata-se que o dano à tração, foi mais solicitado na metade do comprimento da haste do parafuso.

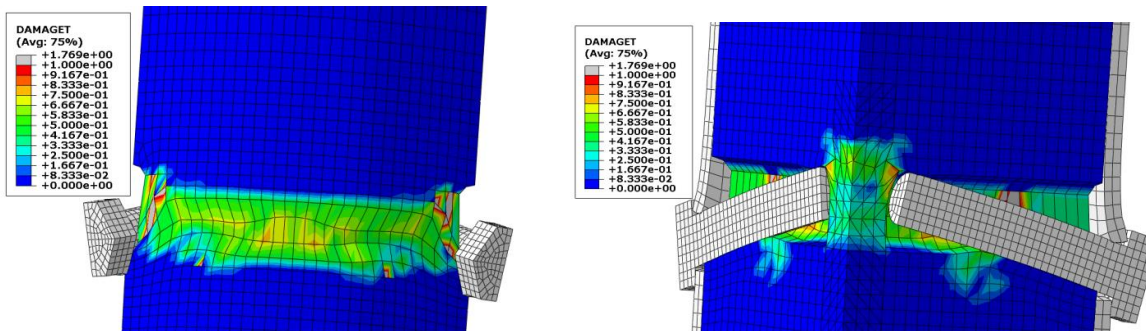


Figura 12. Dano à tração gerado no concreto

Os deslocamentos U_3 - dados em comprimento de *mm*, estão apresentados na Fig. 13a. Ao comparar com o modelo experimental (ver Fig. 13b) é possível notar que o modelo numérico obteve boa aproximação relativa aos deslocamentos reais. Esta percepção é mais singular quando se avalia a cabeça dos conectores em ambas figuras.

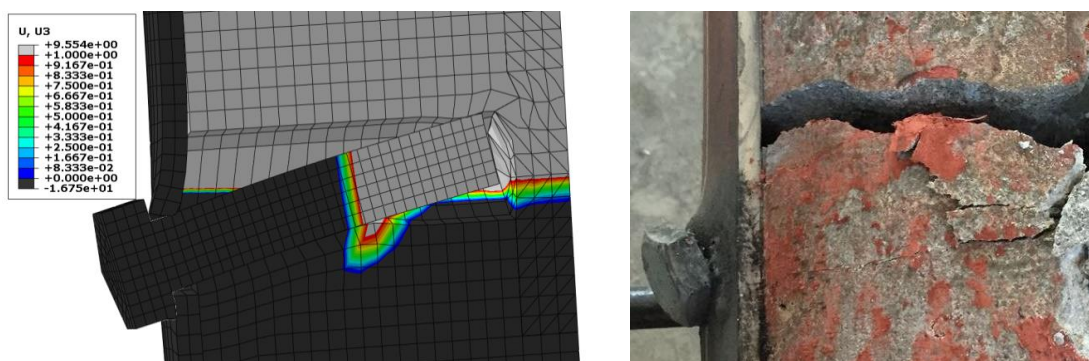


Figura 13. Deslocamentos U_3 – eixo z: (a) modelo numérico; (b) modelo experimental;

A Fig. 14 apresenta a variação das tensões de von Mises e a região do tubo de aço e cabeça do conector na ruptura. Visualiza-se na Fig.14a, que em torno da cabeça do parafuso, onde há um contato efetivo com o tubo de aço, houve uma concentração maior de tensões que culminaram no escoamento do tubo de aço nesta região. Fato este notado nos resultados experimentais pela Fig. 14b, onde é possível verificar que junto a cabeça do conector também houve este escoamento do tubo.

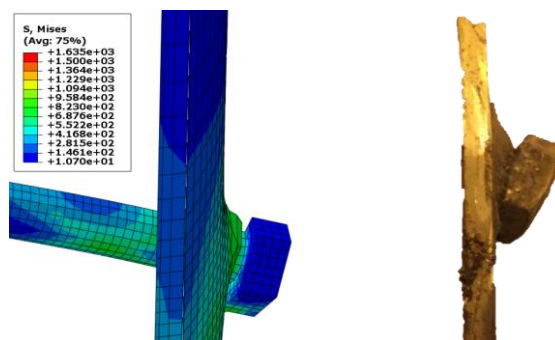


Figura 14. (a) Variação das tensões de von Mises; (b) tubo de aço e cabeça do parafuso após a ruptura;

6. CONCLUSÕES

Pela análise dos resultados gerados, conclui-se que houve boa concordância entre as curvas força versus deslizamento dos modelos experimentais e numéricos. A calibração do modelo numérico com a utilização do método incremental de análise - *Dynamic Implicit* – apresentou resultados satisfatórios de convergência;

Verificou-se que as cargas últimas dos conectores corresponderam ao que era esperado experimentalmente, com um desvio inferior à 6%. A rigidez e o comportamento dos parafusos de alta resistência obtidos nos resultados das análises numéricas, apresentaram boa concordância com os estudos experimentais. Houve boa similaridade do processo de fissuração até atingir o modo de falha do núcleo de concreto autoadensável.

A proposta deste estudo numérico com o uso de conectores de cisalhamento é base para o desenvolvimento de futuras pesquisas que contribuirão para avaliar os resultados das expressões analíticas apresentadas na recente norma ABNT NBR 16239:2013. Esta avaliação é de fundamental importância para que sejam asseguradas as condições de dimensionamento e concepção estrutural para o uso destes conectores.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPEMIG E UFMG pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

NOMENCLATURA

D	Diâmetro	$P_{u,con}$	Carga última por conector
t	espessura, mm	P_{Rk}	Resistência característica
ν	coeficiente de Poisson	k_{sc}	Rigidez secante

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Paulo Henrique Ferreira de. Estudo numérico de um dispositivo de transferência de cargas em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. Dissertação (Mestrado em Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.
- AGUIAR, O. P. Estudo do Comportamento de Conectores Crestbond em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 16239:2013 Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares. Rio de Janeiro, 2013. 85p.
- CARDOSO, Hermano de Sousa. Estudo Teórico-Experimental de Parafusos utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization. Brussels, Belgium, 2004.
- GENIKOMSOU, Aikaterini S., POLAK, Maria A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures* 98 (2015). pg. 38-48, 2015.
- STAROSSEK, U.; FALAH, N (2008). Force transfer in concrete-filled steel tube columns. *Proceedings, 5th European Conference on Steel and Composite Structures – Eurosteel 2008, Graz, Austria, September 3-5.*

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ANÁLISE PROBABILÍSTICA DA CORROSÃO EM VIGAS ISOSTÁTICAS DE CONCRETO ARMADO VIA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Karolinne Oliveira Coelho, kocoelho@usp.br

Edson Denner Leonel, edleone@sc.usp.br

Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-Carlense, 400, São Carlos – SP.

Resumo. Uma das causas mais frequentes de deterioração de estruturas de concreto armado é a corrosão de armaduras, que provoca a redução vida útil e consequentes prejuízos relativos ao reparo, reforço e até colapso das mesmas. O presente trabalho visa estudar a vida útil de vigas de concreto armado sujeitas a processos corrosivos provocados por íons cloreto ou pela presença de CO_2 . Para isso, são utilizados modelos presentes na literatura que descrevem o início e propagação da corrosão ao longo do tempo. Uma viga isostática bi-apoiada é analisada via simulação de Monte Carlo para condições com alto grau de agressividade, variando os valores médios do fator água/cimento, da resistência a compressão do concreto e o do cobrimento. O carregamento é avaliado no decorrer do tempo através da teoria de Valores Extremos e são considerados modelos para a diminuição da área de aço e da tensão de escoamento. São apresentadas curvas de probabilidade de início da corrosão, redução da área de aço e probabilidade de falha. Em todos os exemplos, a probabilidade de falha da estrutura ao final de 50 anos, alcança um valor elevado, da ordem de 10^{-1} e o mecanismo de colapso predominante é a flexão. Para o pior caso, observou-se que após 6 anos, a estrutura começa a apresentar probabilidade de falha mais significativa.

Palavras-chave: Simulação de Monte Carlo, corrosão, cloretos, carbonatação, concreto armado.

1. INTRODUÇÃO

A corrosão é um processo de deterioração de um material que ocorre por meio de reações químicas ou eletroquímicas provocadas por agentes agressores (Gentil, 2006). Em estruturas de concreto armado, a corrosão gera redução da área de aço e decremento na tensão de escoamento das armaduras, além de promover o aumento de fissuras e trincas, reduzindo a sua capacidade resistente (Bertolini *et al.*, 2004).

No concreto armado, as armaduras ficam protegidas por uma fina camada de óxidos, chamada de película passivadora, que permanece estável devido a condições de alta alcalinidade somadas a um adequado potencial eletroquímico (Bary e Sellier, 2004). No entanto, a presença de íons cloreto e de CO_2 pode provocar a perda da estabilidade, iniciando a corrosão. A penetração e difusão de CO_2 no concreto provoca o fenômeno de carbonatação, que consiste na transformação de íons alcalinos, principalmente cátions de cálcio, em sais carbonatados. Isso gera uma redução do pH nos poros, e quando atinge a profundidade das armaduras, ocorre sua despassivação (Cascardo e Casasek, 2011). Já a corrosão devido à ação de cloretos acontece através de desestabilizações pontuais na camada passivadora, geradas no momento em que atinge uma certa concentração desses íons no concreto (Chen e Mahavedan, 2008).

Os modelos de Papadakis *et al.* (1992) e Papadakis *et al.* (1996) foram escolhidos para cálculo do tempo de início da corrosão por carbonatação e por cloretos, respectivamente. Essas formulações consideram como parâmetros fatores ambientais e relativos à dosagem. Considerando as incertezas nas análises de durabilidade de uma estrutura, não é possível determinar uma medida de segurança apenas com parâmetros determinísticos (Stewart e Rosowsky, 1998). Com isso, é utilizado teoria da confiabilidade para a estimar a probabilidade de início da corrosão e de falha de estruturas.

A probabilidade de início da corrosão é determinada para três situações diferentes. Uma vez iniciada a corrosão, a probabilidade de falha de uma viga isostática bi-apoiada de concreto armado é calculada ao longo de uma vida útil de 50 anos. Como o processo varia ao longo do tempo, a sollicitação é modelada via teoria de valores extremos. A resistência é determinada através das equações de estado limite último (ELU) da NBR 6118/2014. É considerada a perda de área de aço segundo o modelo de DuraCrete (2000) *apud* Wang *et al.* (2011) para carbonatação, e o de Vu e Stewart (2000) para corrosão por cloretos. A tensão de escoamento das armaduras é penalizada através da formulação de Du *et al.* (2000).

2. TEMPO DE INÍCIO DA CORROSÃO

2.1 Cloretos

Os modelos de difusão não estacionária dos íons cloreto no concreto seguem a segunda lei de Fick. Sabendo que a difusão varia ao longo do tempo t e considerando o problema unidirecional é possível resolver essa lei analiticamente, obtendo a Eq. (1) para o cálculo do tempo de início (t_{ini}).

$$cob = 2\text{erfc}^{-1} \left[\frac{C_{lim}}{C_0} \right] \sqrt{Dt_{ini}} \quad (1)$$

onde erfc^{-1} é a função inversa de erro complementar de Gauss, D é o coeficiente de difusão, cob é o cobrimento, C_{lim} o teor crítico de cloretos no qual a corrosão tem início, e C_0 a concentração de cloretos na superfície.

Existem diversas formas de calcular o coeficiente D , como os apresentados por Samson e Marchand (2007) e Chen e Mahavedan (2008). Para o presente trabalho foi escolhida a equação de Papadakis *et al.* (1996), mostrada na Eq. (2), que considera apenas parâmetros de dosagem, é mais fácil de implementar e mais simples de ser entendida.

$$D = D_{H_2O} 0.15 \frac{1 + \rho_c \left(\frac{a}{c} \right)}{1 + \rho_c \left(\frac{a}{c} \right) + \frac{\rho_c}{\rho_{ag}} \left(\frac{ag}{c} \right)} \left(\frac{\rho_c \left(\frac{a}{c} \right) - 0.85}{1 + \rho_c \left(\frac{a}{c} \right)} \right)^3 \quad (2)$$

onde D_{H_2O} é o coeficiente de difusão de cloretos em uma solução infinita, igual a $1,6 \cdot 10^{-5}$ cm²/s para o NaCl, ρ_c é a densidade do cimento, ρ_{ag} é a dos agregados, a/c é o fator água/cimento (a/c) e ag/c é o fator agregado/cimento (ag/c).

No entanto, ressalta-se que a segunda lei de Fick considera algumas hipóteses simplificadoras, como material homogêneo, isotrópico e inerte, e que as propriedades de difusão se mantem constante no tempo e no espaço.

2.2 Carbonatação

A segunda lei de Fick considera que o concreto é um material inerte com relação ao agente que se difunde em seus poros. Contudo, no processo de difusão de CO₂, a hipótese de considerar o concreto inerte não é uma boa aproximação, uma vez que ocorrem reações de carbonatação. Com isso, não é possível utilizar a Eq. (2) para cálculo do tempo de início.

Os métodos para cálculo do tempo de início divergem quanto à forma de calcular os parâmetros da difusão. Alguns como o de Papadakis *et al.* (1991) e de Yoon *et al.* (2007), consideram como parâmetros os produtos da hidratação da pasta de concreto, sendo valores mais difíceis de serem obtidos em aplicações práticas. No presente trabalho, no entanto, é adotada apenas a formulação de Papadakis *et al.* (1992), uma vez que necessita de parâmetros similares aos considerados na corrosão por cloretos conforme mostra a Eq. (3).

$$cob = 0,35 \rho_c \frac{a/c}{\left(1 + \frac{\rho_c a/c}{1000} \right)} + RH \sqrt{\left(1 + \frac{\rho_c a/c}{1000} + \frac{\rho_c ag/c}{\rho_{ag}} \right)} C_{CO_2} \frac{22,4}{44} 10^6 t_{ini} \quad (3)$$

onde C_{CO_2} é a concentração de CO₂ no ambiente e RH é a umidade relativa.

3. MODELO MECÂNICO

Como se trata de um exemplo isostático, o mecanismo de falha que predomina durante todo o processo é a flexão. Com isso, é realizado o cálculo do momento resistente com base na NBR 6118/2014 para concretos até a classe C50. Como a análise de corrosão é dependente do tempo, a resistência da viga é penalizada ao longo da análise. A solicitação também é considerada variável e determinada por meio da teoria de valores extremos.

3.1 Momento resistente segundo a NBR 6118/2014

O momento resistente da viga é calculado através da formulação da NBR 6118/2014. Primeiramente é feito o equilíbrio de forças na seção transversal para determinação da altura da linha neutra, conforme mostra a Eq. (4).

$$x_{ln} = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425bd^2 f_{cd}}} \right] \quad (4)$$

onde b é a largura da seção transversal, h é a altura, d é a distância entre a armadura positiva e as fibras mais comprimidas do concreto, f_{cd} é a resistência a compressão do concreto e M_d é o momento fletor de cálculo e x_{ln} é a profundidade da linha neutra.

Considerando que a viga esteja domínio 2 ou 3 descritos em norma, e conhecendo a área de aço A_s da seção transversal e a tensão de escoamento f_y , obtém-se o momento resistente segundo a Eq. (5).

$$A_s = \frac{M_{res}}{(d - 0,4x_{ln}) f_{yd}} \quad (5)$$

Caso a viga esteja no domínio 4, ou seja, altura da linha neutra maior que $0,628d$ para aço CA-50, deve existir uma armadura de compressão A_s' para evitar ruptura frágil. Com isso, o momento resistente agora depende de duas equações dadas pela Eq. (6) e Eq. (7) e passa a ser calculado pela soma das duas parcelas M_{34} e M_2 .

$$A_{s34} = \frac{M_{34}}{(d - 0,4x_{34}) f_{yd}} = \frac{0,68bf_{cd}x_{34}(d - 0,4x_{34})}{(d - 0,4x_{34}) f_{yd}} \quad (6)$$

$$A_s = \frac{M_2}{(d - d') f_{yd}} \quad (7)$$

onde, para aço CA-50, x_{34} é igual a $0,628d$.

3.2 Penalização da resistência devido à corrosão

A corrosão afeta as propriedades do aço, gerando degradação do material. Essa deterioração é considerada no modelo mecânico através da perda da área de aço e da redução da tensão de escoamento.

Para o cálculo da penalização do diâmetro, tanto para a corrosão por cloretos, quanto para carbonatação, é usada a equação de Vu e Stewart (2000), dada pela Eq. (8).

$$\Delta d = 0.0232i_{corr}(t - t_{ini}) \quad (8)$$

onde Δd é a redução do diâmetro da armadura, i_{corr} é a taxa de corrosão.

No entanto, como o mecanismo de corrosão por ação de íons cloreto é da carbonatação, a taxa de corrosão para cada um dos tipos é calculada de forma diferente. Na corrosão por cloretos, desestabilizações pontuais geram corrosão localizada, chamada de corrosão por pites. Vu e Stewart (2000) sugerem o cálculo de i_{corr} variando exponencialmente de acordo com o fator a/c , como mostra a Eq. (9).

$$i_{corr,clor} = \frac{37.8 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{-1.64}}{cob} \quad (9)$$

Por outro lado, a carbonatação gera o tipo de corrosão dita uniforme, uma vez que toda a região da armadura alcançada pela frente de carbonatação sofre com o processo corrosivo. DuraCrete (2000) apud Wang *et al.* (2011) utilizam a formulação dada pela Eq. (10) para cálculo da taxa de corrosão.

$$i_{corr,carb} = i_{corr-20} (1 + K_c (T - 20)) \quad (10)$$

onde T é a temperatura em graus Celsius, $i_{corr-20}$ é a taxa de corrosão para aos 20°C, e K_c é um coeficiente, igual a 0,025 se $T < 20^\circ\text{C}$; e igual a 0,073 se $T > 20^\circ\text{C}$.

Com a redução do diâmetro provocada pela alteração na taxa de corrosão, a tensão de escoamento da armadura é reduzida para um valor \bar{f}_y conforme mostra a Eq. 11 (Du *et al.*, 2005).

$$\bar{f}_y = \left[1 - 0,005 \left(\frac{0,046i_{corr}(t-t_{ini})}{\phi} \right) \right] f_y \quad (11)$$

onde f_y é a tensão de escoamento do aço e ϕ é o diâmetro da barra.

3.3. Modelagem da solicitação via teoria de valores extremos

A probabilidade de ocorrência de um evento dado por $\{X \leq x\}$ é dada pela função de distribuição acumulada de probabilidades (*cumulative distribution function* – CDF), definida pela Eq. (12) (Cristensen e Baker, 2012).

$$F_x(x) = P[\{X \leq x\}], \forall \{x \in [-\infty; \infty]\} \quad (12)$$

A distribuição cumulativa de valores extremos ($F_{Yn}(x)$) pode ser calculada através da Eq. (13), para um vetor de variáveis aleatórias X de tamanho n e uma distribuição original $F_X(y)$.

$$F_Y(x) = [F_X(y)]^n \quad (13)$$

Para a modelagem dos carregamentos foi adotada a distribuição do tipo Gumbel. Essa distribuição tem como parâmetros o máximo característico u_n e o parâmetro de forma ω , conforme mostra a Eq. (14).

$$F_X(x) = \exp[-\exp[-\omega(x - u_n)]] \quad (14)$$

onde u_n e ω , são calculados pela Eq. (15) e Eq. (16), respectivamente.

$$u_n = \mu - \frac{0,577216}{\omega} \quad (15)$$

$$\omega = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma} \quad (16)$$

onde μ é a média e σ é o desvio-padrão da variável aleatória.

Segundo Beck (2015), máximo característico é definido como um valor X em uma amostra de n valores no qual o número esperado de valores maiores do que u_n é igual a um (17).

$$F_X(u_n) = P[\{X \leq u_n\}] = 1 - \frac{1}{n} \quad (17)$$

O máximo característico para um ano é calculado pela média e o desvio-padrão do carregamento máximo para a estrutura em um tempo de 50 anos (vida útil adotada). O procedimento é realizado igualando a expressão mostrada na Eq. (17) com a CDF da distribuição Gumbel, considerando como variável o máximo característico em um ano (u_1), e como parâmetro o máximo característico em 50 anos (u_{50}). Adotando desvio-padrão constante, obtém-se a expressão mostrada na Eq. (18). Com isso é possível determinar valores do máximo característico para qualquer período n .

$$u_1 = u_{50} + \ln\left(-\ln\left(\frac{(50-1)}{50}\right)\right)^{\frac{1}{\omega}} \quad (18)$$

4. SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Métodos de simulação são alternativas eficientes para um razoável número de variáveis e problemas não lineares (Santos e Beck, 2015). Nesse contexto, o método de simulação de Monte Carlo (*Monte Carlo Simulation – MCS*) é uma alternativa na resolução de problemas confiabilidade e cálculo da probabilidade de falha de estruturas. A probabilidade de falha é definida como a medida estatística de que uma estrutura não atenda suas especificações de projeto. Considerando uma equação de estado limite dada pela Eq. (19) função de um vetor de variáveis aleatórias X , a probabilidade de falha é conceituada a probabilidade de que a equação de estado limite seja menor ou igual a zero, como mostra a Eq. (20).

$$g(X) = R - S \quad (19)$$

$$P_f = P[g(X) \leq 0] \quad (20)$$

Considerando uma função indicadora $I[x]$ igual a um se x pertencer há falha, e zero caso contrário; a probabilidade de falha de um problema pode ser calculada pela Eq. 21.

$$P_f = \int_{\Omega} I[x] f_X(x) dx = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I[x_j] = \frac{n_f}{n} \quad (21)$$

onde n é o número total de simulações e n_f é o número de simulações que ocorre a falha.

5. RESULTADOS

5.1 Probabilidade de início da corrosão

A análise é feita calculando o tempo de início em cada simulação e verificando se a corrosão teve início através da comparação com o tempo de análise. São analisados três casos de corrosão conforme mostra a Tabela 1. No caso (a) são adotadas recomendações de norma, e nos casos (b) e (c) são reduzidos os valores médios do cobrimento e da resistência a compressão, e aumentado o fator a/c. O mesmo coeficiente de variação é mantido para todos os casos.

Tabela 1. Dados das variáveis aleatórias usadas na análise de início da corrosão para cada caso de simulação.

Caso	Variável ¹	Média	Desvio-Padrão
(a)	cob (m)	0,050	0,005
	f_c (MPa)	45	6,750
	Fator a/c	0,45	0,09
(b)	cob (m)	0,045	0,0045
	f_c (MPa)	40	6,0
	Fator a/c	0,5	0,0045
(c)	cob (m)	0,040	0,004
	f_c (MPa)	35	5,25
	Fator a/c	0,6	0,12

¹ Todas as variáveis aleatórias apresentam distribuição normal.

As médias e os desvio-padrão das demais variáveis aleatórias usadas nas análises foram mantidas constantes para os três casos analisados (Tabela 2). Para a quantidade de cloretos na superfície foram usados valores de uma região de respingos de maré (Albuquerque e Otoch, 2005; Alves, 2005). O teor de cloretos limites foi calculada por meio dos dados mostrados por Angst *et al.* (2009). Já para a carbonatação, o valor da concentração de CO_2 é de uma região industrial, ou seja, acima de 0,3% (Helene, 1995). Os valores de $i_{corr-20}$ adotados são sugeridos por Stewart *et al.* (2011), e a umidade e temperatura são parâmetros estimados e que necessitam análise de dados estatísticos de uma região de interesse. Por fim, a densidade dos agregados e o fator agregado cimento são variáveis determinísticas, com valores de 2560 kg/m^3 e 5, respectivamente.

Tabela 2. Dados das variáveis aleatórias usadas na análise da corrosão.

Condição	Distribuição	Média	Desvio-Padrão
f_y – Arm. Long. e Transv. (MPa)	Lognormal	500	50
Umidade (%)	Normal	60	12
Temperatura (°C)	Uniforme	30	10
$i_{corr-20}$	Lognormal	0,431	0,259
C_{lim} (kg/m ³)	Lognormal	0,403	0,088
C_0 (kg/m ³)	Uniforme	0,773	0,214
C_{CO_2} (%)	Lognormal	0,005	0,005

A curva de probabilidade de início da corrosão é mostrada na Figura 1 para as três situações. Observa-se que, em todos os casos o incremento do fator a/c aumenta a probabilidade de despassivação da armadura.

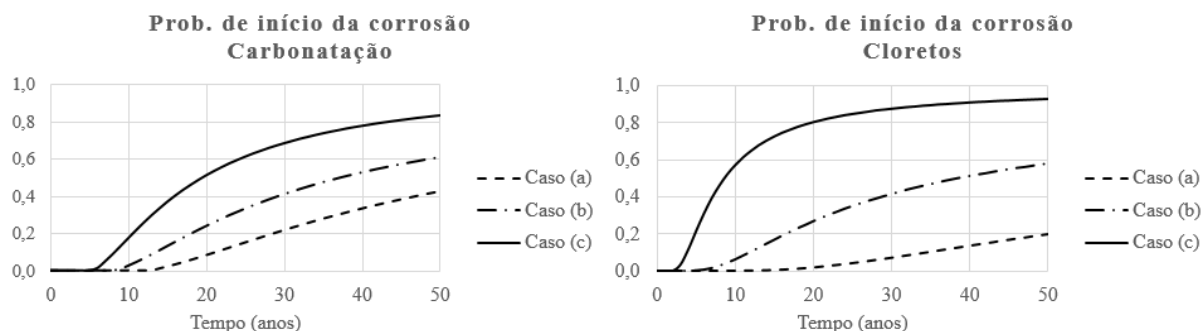


Figura 1. Probabilidade de início da corrosão.

Para o caso (a), mesmo adotando valores recomendados pela NBR 6118/2014 para regiões com alta agressividade ambiental, há uma grande probabilidade que a corrosão inicie antes do fim da vida útil de 50 anos. Na pior situação, caso (c), a probabilidade de corrosão por cloretos tem um grande incremento, superando a carbonatação ao final dos 50 anos. Tal fato ocorre porque o aumento do fator a/c provoca uma redução exponencial do tempo necessário para iniciar a corrosão. No entanto, ressalta-se que a diferença entre as probabilidades de início da corrosão devido à carbonatação e aos íons cloretos não tem ligação entre si, uma vez que se tratam de mecanismos de despassivação da armadura distintos, gerando tipos de corrosão diferentes (uniforme e por pites, respectivamente).

5.2 Análise da corrosão em uma viga isostática

A viga isostática analisada possui seção transversal retangular de 25 cm x 50 cm, com 5 metros de vão. O carregamento é uniformemente distribuído com média 3,125 kN/m e 20 kN/m e desvio-padrão 0,391 kN/m w 4,30 kN/m para o carregamento permanente e acidental, respectivamente (Pellizzer *et al.*, 2015). O esquema estático da viga para os carregamentos médios, assim como o dimensionamento realizado segundo a NBR 6118/2014, é visto na Figura 2.

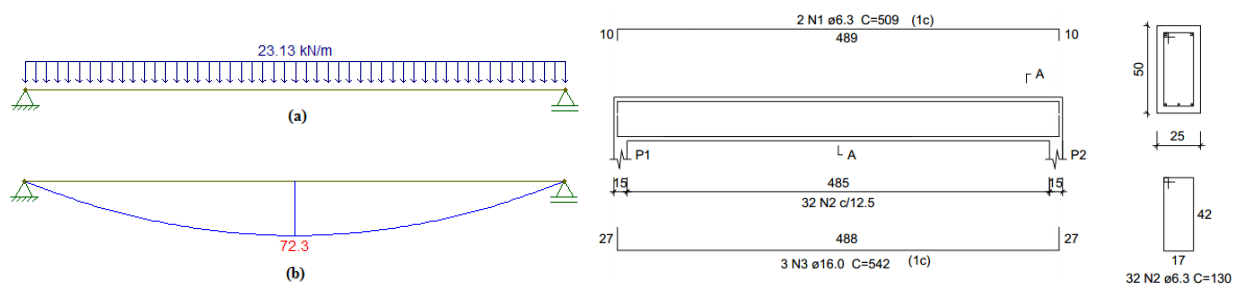


Figura 2. Esquema estático e dimensionamento da viga isostática

As curvas das perdas de área de aço ao longo do tempo são mostradas na Figura 3. Na carbonatação a armadura transversal é mais sensível à corrosão devido à sua menor área, apresentando maior perda percentual, em comparação à armadura longitudinal. Para o caso (c) a redução da área de aço dos estribos chega a uma perda de 58,9%. Mesmo na melhor situação simulada, considerando recomendações de norma, a redução atinge um máximo de 31,9%.

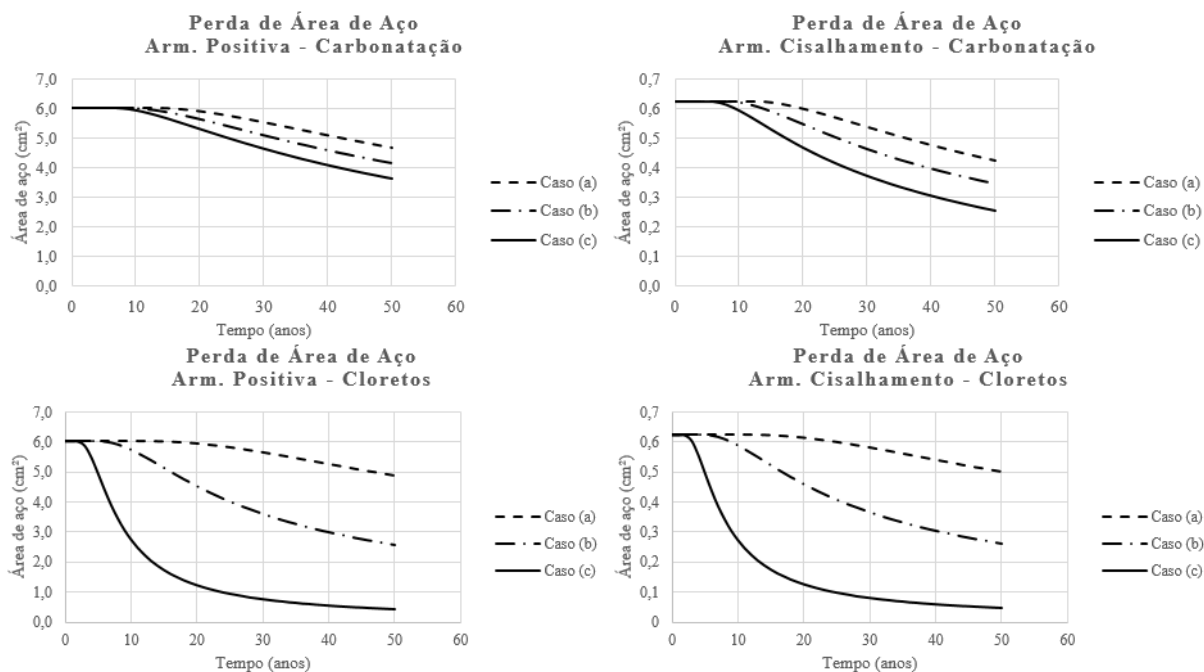


Figura 3. Curvas de perda de área de aço devido à corrosão.

Assim como o tempo de início da corrosão por cloretos cresce bastante no caso (c), a área de aço sofre grande decremento, ultrapassando 90%. O caso (b) também apresenta uma redução mais acentuada da armadura se comparada a corrosão por carbonatação. Tais diferenças nas perdas de área de aço podem ser explicadas pelo tipo de corrosão que cada agente agressor promove: CO_2 provoca corrosão uniforme; e os íons cloreto geram corrosão por pites (localizada). Com isso, a taxa de corrosão é diferente, gerando variação no diâmetro das armaduras distintas para cada mecanismo de corrosão.

Já na análise da probabilidade de falha, na corrosão por carbonatação, apesar da perda de área de aço iniciar por volta de 10 anos da viga construída, valores elevados de probabilidade de falha só são observados a partir de 20 anos. No entanto, após esse ponto curva cresce rapidamente, e chega a atingir um valor de 0,32 para o caso (c) (Figura 4).

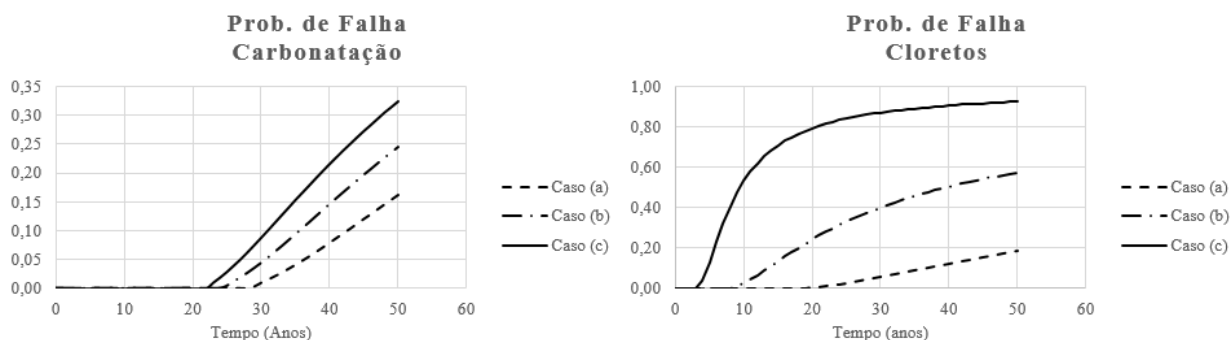


Figura 4. Probabilidade de falha devido corrosão

A curva de probabilidade de falha devido à corrosão por cloretos apresenta um crescimento diferente da carbonatação e maiores valores para todos os casos. Nesse tipo de corrosão, quanto maior o fator a/c maior é o incremento da curva para os primeiros anos, tendendo, depois, a estabilizar o crescimento. Esse fato está relacionado à maior perda de área de aço observada nas primeiras idades, e conseqüentemente maior perda de resistência da viga. Com isso, observando os casos (a) e (b), nota-se que crescimento da curva de probabilidade de falha é mais suave e com menores valores. Por outro lado, probabilidade de falha do caso (c) apresenta valor bastante elevado, de valor igual a 0,926.

6. CONCLUSÕES

O tempo de início da corrosão foi analisado através do cálculo da probabilidade de despassivação da armadura ao longo de 50 anos. Apesar de uma das situações analisadas para os dois tipos de corrosão seguir as recomendações da NBR 6118/2014 (caso (a): fator a/c de 0,45, cobertura de 5 cm, e f_c de 45 MPa), valores consideráveis de probabilidade de despassivação são obtidos antes de 20 anos. O aumento do fator a/c provocou grande elevação na probabilidade de início da corrosão por cloretos. Por outro lado, na corrosão por carbonatação, as curvas cresceram de modo mais uniforme.

Na análise da viga isostática, observou-se uma severa redução de área de aço para fator a/c de 0,6 e corrosão por cloretos, obtendo valores superiores a 90% ao final de 50 anos. No entanto, seguindo as recomendações de norma, a perda da área de aço chega a 19,6%, enquanto que na corrosão devido à ação do CO_2 , estima-se uma perda de área de aço máxima de 31,9%. Altos valores de probabilidade de falha foram obtidos para o caso (c), com resistência do concreto à compressão de 35 MPa, fator a/c de 0,6 e cobertura de 4 cm. No caso da viga isostática sujeita a corrosão por ação de cloretos, um grande incremento na curva da probabilidade de falha foi visualizado ainda nos primeiros anos da estrutura (antes de 10 anos), alcançando um valor de 0,926 ao final de 50 anos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

b	Largura da seção transversal
C	Concentração
CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
cob	Cobertura
d	Distância entre a armadura positiva e as fibras mais comprimidas do concreto
Δd	Varição no diâmetro da armadura
D	Coefficiente de difusão de cloretos
D_{H_2O}	Coefficiente de difusão de cloretos em uma solução infinita
f_c	Resistência a compressão do concreto
f_{cd}	Resistência a compressão do concreto de cálculo
f_y	Tensão de escoamento
h	Altura da seção transversal

i_{corr}	Taxa de corrosão
K_C	Coefficiente de cálculo do i_{corr} na carbonatação
MCS	<i>Monte Carlo Simulation</i>
M_d	Momento fletor de cálculo
P	Probabilidade
n	Número de simulações
RH	Umidade relativa
t	Tempo
T	Temperatura
u_n	Máximo característico
x_{ln}	Profundidade da linha neutra

Letras gregas

ρ	Densidade
--------	-----------

μ	Média	0	Valor inicial
σ	Desvio-padrão	ag	Agregado
φ	Diâmetro da barra	c	Cimento
ω	Parâmetro de forma da distribuição Gumbel	f	Falha
Subscritos		ini	Início da corrosão
		lim	Limite para início da corrosão

REFERÊNCIAS

- Albuquerque, A.T. de e Otoch S., 2005. “Proposta de classificação da agressividade do ambiente na cidade de Fortaleza”. In: Anais do 47º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2005. Fortaleza, Ceará, Brasil. Trabalho no. 47CBC0004.
- Alves, A.M.C., 2005. Contribuição à análise da perspectiva de vida útil de estruturas em concreto face ao teor de cloreto registrado em Maceió-AL. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, Brasil.
- Angst, U., Elsener, B., Larsen, C.K.; Vennesland, Ø., 2009. “Critical chloride content in reinforced concrete — A review”. Cement and Concrete Research, Vol. 39, No. 12, pp. 1122–1138.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro.
- Bary, B. e Sellier, A., 2004. “Coupled moisture-carbon dioxide-calcium transfer model for carbonation of concrete”. Cement and concrete research, Vol. 34, No. 10, pp. 1859-1872.
- Beck, A.T., 2015. Curso de Confiabilidade Estrutural. Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), São Carlos.
- Bertolini, L., Elsener, B., Pedeferri, P. e Polder, R.P., 2004. Corrosion of Steel in Concrete. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- Cascudo, O. e Carasek, H., 2011. Ação da Carbonatação no Concreto. In: Isaia, G. C. Concreto: Ciência e Tecnologia. 1 ed. 1 v. Instituto Brasileiro do Concreto – IBRACON, São Paulo.
- Chen, D. e Mahavedan, S., 2008. “Chloride-induced reinforcement corrosion and concrete cracking simulation”. Cement and Concrete Composites, Vol. 30, No. 3, pp. 227-238.
- Cristensen, P.T. e Baker, M.J., 2012. Structural reliability theory and its applications. Springer Science & Business Media, Berlim.
- Du, Y.G., Clark, L.A. e Chan, A.H.C., 2005. “Residual capacity of corroded reinforcing bars”. Magazine of Concrete Research, Vol. 57, No. 3, pp. 135-147.
- Gentil, V., 2005. Corrosão. 4 ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Helene, P.R.L., 1993. Contribuição ao estudo da corrosão em armaduras de concreto armado. Tese (Livre docência), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Papadakis, V.G., Fardis, M.N. e Vayenas, C.G., 1992. “Effect of composition, environmental factors and cement-lime mortar coating on concrete carbonation”. Materials and Structures, Vol. 25, No. 5, pp. 293-304.
- Papadakis V.G., Roumeliotis, A.P.; Fardis, M.N. e Vayenas, C.G., 1996. Mathematical modelling of chloride effect on concrete durability and protection measures. In: Dhir, R.K e Jones, M.R, editors. Concrete repair, rehabilitation and protection. E&FN Spon, London.
- Pellizzer, G.P., Leonel, E.D. e Nogueira, C.G., 2015. “Influence of reinforcement's corrosion into hyperstatic reinforced concrete beams: a probabilistic failure scenarios analysis”. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Vol. 8, No. 4, pp. 479-490.
- Samson, E. e Marchand, J., 2007. “Modeling the effect of temperature on ionic transport in cementitious materials”. Cement and Concrete Research, Vol. 37, No. 3, pp. 455-468.
- Santos, K.R.M. dos e Beck, A.T., 2014. “A benchmark study on intelligent sampling techniques in Monte Carlo simulation”. Latin American Journal of Solids and Structures, an ABCM Journal, Vol. 12, No. 4, pp. 624-648.
- Stewart, M.G. e Rosowsky, D.V., 1998. “Time-dependent reliability of deteriorating reinforced concrete bridge decks”. Structural Safety, Vol. 20, No. 1, pp. 91-109.
- Vu, K.A.T. e Stewart, M.G., 2000. “Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models”. Structural safety, Vol. 22, No. 4, pp. 313-333.
- Wang, X., Stewart, M.G. e Nguyen, M., 2012. “Impact of climate change on corrosion and damage to concrete infrastructure in Australia”. Climatic Change, Vol. 110, No. 3-4, pp. 941-957.
- Yoon, I-S., Çopuroglu, O. e Park, K-B, 2007. “Effect of global climatic change on carbonation progress of concrete”. Atmospheric environment, Vol. 41, No. 34, pp. 7274-7285.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO NA DETERMINAÇÃO DE CARGAS CRÍTICAS DE FLAMBAGEM DE PLACAS PERFURADAS CONSIDERANDO O EFEITO DA DEFORMAÇÃO POR CORTANTE

Romildo Aparecido Soares Junior, juninho_ras@hotmail.com

Leandro Palermo Junior, leandro@fec.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas, Rua Saturnino de Brito, 224 - Cidade Universitária Zeferino Vaz, Campinas - São Paulo

Resumo. O método dos elementos de contorno (MEC) é usado no presente trabalho para obter os parâmetros críticos de flambagem em placas perfuradas. As placas são de geometria quadrada com furo quadrado central. A compressão é unidirecional e uniformemente aplicada em bordas opostas. Os valores para parâmetros de flambagem são obtidos para várias espessuras. O efeito da deformação por cortante é incluído no modelo de flexão de placas isotrópicas. O efeito da não linearidade geométrica é introduzido com a adição de duas integrais na formulação do MEC: uma é aplicada no domínio e a outra no contorno. A integral de contorno pode ser relacionada a uma das condições naturais de acordo com o problema de valor de contorno. Elementos de contorno quadráticos contínuos e descontínuos foram utilizados. Os pontos de colocação foram posicionados no contorno. A subtração de singularidade e a técnica da transformação de variáveis foram utilizadas para as singularidades de tipo Cauchy e fraca, respectivamente, quando é realizada a integração em elementos contendo o ponto de colocação. Células retangulares foram utilizadas para discretizar a integral de domínio relacionada com o efeito da não linearidade geométrica. Os resultados foram comparados com outros autores.

Palavras-chave: Placas Perfuradas, Método dos elementos de contorno, Carga Crítica, Flambagem

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho visa mostrar a influência do tamanho do furo nas cargas críticas de flambagem em placas perfuradas. Sabe-se que a análise de instabilidade de placas é importante em diversos problemas da engenharia, podendo-se citar a análise de estruturas delgadas e elementos estruturais utilizados nas engenharias aeroespacial, mecânica, civil e outras. A influência do tamanho da espessura da placa nos resultados também é avaliada e para este propósito foi utilizada a teoria que leva em conta o efeito da deformação por cortante mostrada por REISSNER (1945) e MINDLIN (1951). São avaliadas placas quadradas com furos centrais quadrados com cargas uniformemente distribuídas de maneira uniaxial no plano da placa, com espessuras finas ou moderadamente espessas. O efeito da não linearidade geométrica devido à carga no plano da placa é levado em conta de acordo com o trabalho de SOARES JR. (2015) utilizando duas integrais adicionais, uma é calculada no domínio e outra é calculada do contorno. O problema de autovalor é então resolvido utilizando o processo da iteração inversa e o método do quociente de Rayleigh. A metodologia do método dos elementos de contorno utilizada neste trabalho é a direta, os pontos fonte são posicionados no contorno e a integração é singular. São aplicadas as técnicas da subtração de singularidade e a transformação de variáveis para as integrais de singularidades de tipo Cauchy e fraca, respectivamente. O processo numérico utilizado neste trabalho é descrito com mais detalhes em SOARES JR. (2015).

Os estudos que mostram as cargas críticas de flambagem para placas perfuradas são poucos quando comparados com as placas não perfuradas. Realizando uma revisão da literatura encontram-se alguns pesquisadores que se dedicaram a resolver problemas de placas perfuradas. CHOW e NARAYANAN (1984) apresentaram soluções para problemas de placas com furos com diversos tipos de cargas. O problema de instabilidade de uma placa quadrada com um furo central solicitada por cargas combinadas de flexão, cisalhamento e compressão foi analisado por BROWN e YETTRAM (1986). SABIR e CHOW (1986) verificaram problemas com furos com excentricidade com relação ao centro da placa. CHANG-JUN e RONG (1996) trataram placas perfuradas utilizando-se o método dos elementos de contorno. SHANMUGAM et al. (1999) propôs uma fórmula para dimensionamento de placas perfuradas solicitadas por cargas uniformes. EL-SAWY e NAZMY (2001) verificou placas com furo circular e quadrado de diversos tamanhos e em várias posições dentro do domínio da placa, utilizando o método dos elementos finitos. JAYASHANKARBABU e KARISIDDAPPA (2013) analisaram o problema da placa quadrada com furos circulares ou quadrados centrais com diversas espessuras. DOVAL et al (2013) resolveram problemas de placas quadradas com furos retangulares. KOMUR e SONMEZ (2015) resolveram problemas com cargas uniformes parciais.

2. APLICAÇÃO DA CARGA - PROBLEMA DE ELASTICIDADE BIDIMENSIONAL

Em uma placa quadrada sem furos com solicitação uniaxial de uma carga uniforme a distribuição das tensões internas é constante, porém, em uma placa com furos a distribuição das tensões passa a ter grandes variações

principalmente perto da borda dos furos. A Figura 1 mostra um exemplo de problema onde uma placa perfurada é submetida a uma carga uniaxial uniformemente distribuída:

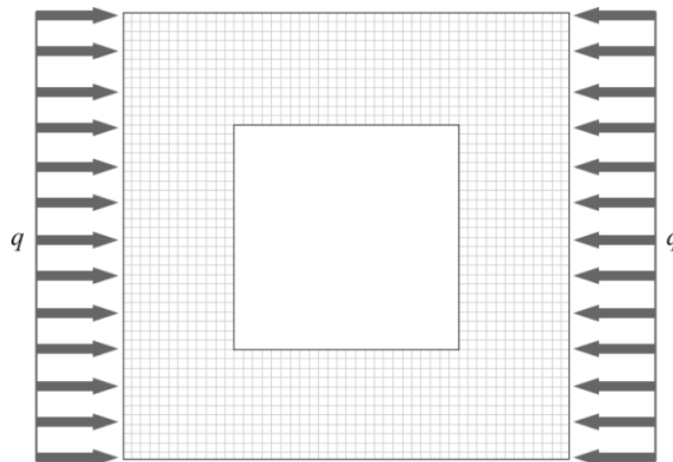


Figura 1. Placa com furo quadrado – Carga Uniaxial

Isto mostra a necessidade da utilização de um método para elasticidade bidimensional que calcule estas tensões ao longo do domínio perfurado. Este trabalho usa o tratamento direto das variáveis do problema com o método dos elementos de contorno, BECKER (1992) e KANE (1994). Os valores das tensões no domínio da placa foram encontrados com as equações integrais do MEC para o estado plano de tensões generalizado. As tensões foram obtidas a partir da Eq. (2) cujos valores no contorno foram encontrados com a Eq. (1), FOLTRAN (1999):

$$C_{ij}u_i(x') + \int_{\Gamma} u(x)T_{\alpha\beta}^*(x',x)d\Gamma = \int_{\Gamma} t(x)U_{\alpha\beta}^*(x',x)d\Gamma \quad (1)$$

$$\sigma_{ab}(\xi) = C_{abik} \oint_{\Gamma} u_j(x)T_{ji,k}^*(\xi,x)d\Gamma(x) - \oint_{\Gamma} T_j(x)\sigma_{abj}^*(\xi,x)d\Gamma(x) + \dots \quad (2)$$

Em que,

$$T_{\alpha\beta}^* = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)r} \left[\left((1-2\nu)\delta_{\alpha\beta} + 2\frac{dr}{dx_{\alpha}}\frac{dr}{dx_{\beta}} \right) \frac{dr}{dn} - (1-2\nu) \left(\frac{dr}{dx_{\alpha}}n_{\beta} - \frac{dr}{dx_{\beta}}n_{\alpha} \right) \right] \quad (3)$$

$$U_{\alpha\beta}^* = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[(3-4\nu)\ln(r)\delta_{\alpha\beta} + \frac{dr}{dx_{\alpha}}\frac{dr}{dx_{\beta}} \right] \quad (4)$$

$$C_{abik} = \mu \left(\delta_{ai}\delta_{bk} + \delta_{ak}\delta_{bi} + \frac{2\nu}{1-\nu}\delta_{ab}\delta_{ik} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{ikl}^* = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[2r_{,i}r_{,k}r_{,l} + (1-2\nu')(\delta_{ik}r_{,l} + \delta_{il}r_{,k} - \delta_{kl}r_{,i}) \right] \quad (i,k,l = 1,2) \quad (6)$$

As tensões no domínio perfurado são utilizadas na aplicação do efeito da não linearidade geométrica na placa.

2. TEORIA DE PLACAS QUE LEVA EM CONTA O EFEITO DA DEFORMAÇÃO POR CORTANTE

Segundo TIMOSHENKO (1959), para placas moderadamente espessas, a teoria clássica apresenta um desvio maior em relação aos valores exatos, principalmente aqueles com furos de ordem da espessura da placa, isso mostra a necessidade de uma teoria aperfeiçoada. As teorias de REISSNER (1945) e MINDLIN (1951) levam em conta o efeito da deformação por cortante e por isso os resultados se aproximam mais com o problema de elasticidade em três

dimensões. As primeiras aplicações do método dos elementos de contorno em placas de Reissner foram feitas por WEEËN (1982), ele deduziu as soluções fundamentais e a equação integral de contorno, para aplica-las no cálculo do método dos elementos de contorno, a equação integral de contorno é dada pela Eq. (7):

$$C_{ij} u_i(x') = \int_{\Gamma} t_i(x) U_{ij}^*(x', x) d\Gamma - \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x', x) u_i(x) d\Gamma + \int_{\Omega} q \left(U_{i3}^*(x', X) - \frac{\nu}{(1-\nu)\lambda^2} U_{i\alpha, \alpha}^*(x', X) \right) d\Omega \quad (7)$$

A Equação (7) é utilizada no método dos elementos de contorno para cálculo dos deslocamentos e forças de superfície em uma placa quando considerado o efeito da deformação por cortante. As soluções fundamentais de deslocamentos encontradas em WEEËN (1982) ou PALERMO JR. (2000) são dadas por:

$$U_{\alpha\beta}^* = \frac{1}{8\pi D(1-\nu)} \left\{ [8B(z) - (1-\nu)(2\ln z - 1)] \delta_{\alpha\beta} - [8A(z) + 2(1-\nu)] r_{,\alpha} r_{,\beta} \right\} \quad (8)$$

$$U_{\alpha 3}^* = -U_{3\alpha}^* = \frac{1}{8\pi D} (2\ln z - 1) r r_{,\alpha} \quad (9)$$

$$U_{33}^* = \frac{1}{8\pi D(1-\nu)\lambda^2} \left[(1-\nu)z^2(\ln z - 1) - 8\ln z \right] \quad (10)$$

Onde D é o módulo de rigidez a flexão dado pela Eq. (11):

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (11)$$

E é o módulo de Young, ν é o coeficiente de Poisson, h é a espessura da placa e λ é o coeficiente de Reissner/Mindlin. As soluções fundamentais das forças de superfície são dadas por:

$$T_{\alpha\beta}^* = \frac{-1}{4\pi r} \left[(4A(z) + 2zK_1(z) + 1 - \nu) (\delta_{\alpha\beta} r_{,n} + r_{,\beta} n_{,\alpha}) + (4A(z) + 1 + \nu) r_{,\alpha} n_{,\beta} - 2(8A(z) + 2zK_1(z) + 1 - \nu) r_{,\alpha} r_{,\beta} r_{,n} \right] \quad (12)$$

$$T_{\alpha 3}^* = \frac{\lambda^2}{2\pi} [B(z)n_{,\alpha} - A(z)r_{,\alpha} r_{,n}] \quad (13)$$

$$T_{3\alpha}^* = \frac{(1-\nu)}{8\pi} \left[\left(2 \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \ln z - 1 \right) n_{,\alpha} + 2r_{,\alpha} r_{,n} \right] \quad (14)$$

$$T_{33}^* = \frac{-1}{2\pi r} r_{,n} \quad (15)$$

Onde:

$$z = \lambda r; \quad A(z) = K_0(z) + \frac{2}{z} \left[K_1(z) - \frac{1}{z} \right]; \quad B(z) = K_0(z) + \frac{1}{z} \left[K_1(z) - \frac{1}{z} \right] \quad (16)$$

As funções $K_0(z)$ e $K_1(z)$ são funções de Bessel modificadas, encontradas em ABRAMOVITZ e STEGUN (1965).

3. INTEGRAIS ADICIONAIS PARA O EFEITO DA NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Para o tratamento do problema de instabilidade, é necessário obter-se uma equação integral de contorno incluindo o efeito da não linearidade geométrica. A dedução dessa equação e as condições naturais necessárias para a análise do problema, utilizando-se o cálculo variacional, foram apresentadas em SOARES JR. (2015) e de forma resumida em PALERMO JR. e SOARES JR. (2015). A equação final é mostrada a seguir com a notação de WEEËN (1982):

$$\frac{1}{2} C_{ij} u_i(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x', x) u_i(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} U_{ij}^*(x', x) t_j(x) d\Gamma = \int_{\Omega} U_{i3}^*(x', X) \left[q + \frac{\partial}{\partial X_{\alpha}} \left(N_{\alpha\beta} \frac{\partial u_3}{\partial X_{\beta}} \right) \right] d\Omega \quad (17)$$

Aplicando o teorema da divergência na integral de domínio no lado direito da Eq. (17):

$$\int_{\Omega} U_{i3}^*(x', X) \left[q + \frac{\partial}{\partial X_{\alpha}} \left(N_{\alpha\beta} \frac{\partial u_3}{\partial X_{\beta}} \right) \right] d\Omega = \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3}^*(x', x) d\Gamma - \int_{\Omega} N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3,\beta}^*(x', x) d\Omega \quad (18)$$

Utilizando a Eq. (18) e substituindo na Eq. (17) obtém-se a Eq. (19):

$$\frac{1}{2} C_{ij} u_i(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x', x) u_i(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} U_{ij}^*(x', x) t_j(x) d\Gamma = \int_{\Omega} U_{i3}^*(x', X) q d\Omega + \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3}^*(x', x) d\Gamma - \int_{\Omega} N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3,\beta}^*(x', x) d\Omega \quad (19)$$

A integração no domínio é feita ao longo do contorno de células retangulares de domínio. No trabalho foram utilizadas células constantes e a integral de domínio pode ser transformada em uma integral calculada no contorno das células, ou seja:

$$\int_{\Omega} N_{\alpha\beta}(X) u_{3,\beta}(X) U_{i3,\beta}^*(x', X) d\Omega = \sum_{k=1}^{N_{cel}} \int_{\Gamma_k} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3}^*(x', x) d\Gamma \quad (20)$$

A equação integral de contorno para o problema de instabilidade de placas moderadamente espessas quando levado em consideração o efeito da não linearidade geométrica passa a ser dada pela Eq. (21):

$$\frac{1}{2} C_{ij} u_i(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x', x) u_i(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} U_{ij}^*(x', x) t_j(x) d\Gamma = \int_{\Omega} U_{i3}^*(x', X) q d\Omega + \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3}^*(x', x) d\Gamma - \sum_{k=1}^{N_{cel}} \int_{\Gamma_k} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) U_{i3}^*(x', x) d\Gamma \quad (21)$$

Onde a derivada do deslocamento transversal é dada pela Eq. (22):

$$u_{3,\gamma}(X') = \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x) \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [M_{3\alpha\beta}(X', x)] u_{\beta}(x) d\Gamma + \int_{\Gamma} n_{\beta}(x) \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [Q_{3\beta}(X', x)] u_3(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [U_{3\beta}(X', x)] t_{\beta}(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [U_{33}(X', x)] t_3(x) d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [U_{33}(X', X)] q d\Omega - \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x) N_{\alpha\beta}(x) u_{3,\beta}(x) \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [U_{i3}^*(X', x)] d\Gamma + \int_{\Omega} N_{\alpha\beta}(X) u_{3,\beta}(x) \frac{\partial}{\partial x_{\gamma}} [U_{i3,\beta}^*(X', X)] d\Omega \quad (22)$$

Em que x' é um ponto fonte pertencente ao contorno, x é um ponto campo pertencente ao contorno, X' é um ponto fonte pertencente ao domínio e X é um ponto campo pertencente ao domínio. Analisando-se as integrais contendo o efeito da não linearidade geométrica no que se refere ao sinal do integrando tanto na integral realizada no contorno da placa como nas integrais realizadas no contorno das células, pode-se aperfeiçoar o algoritmo numérico. Assim, tendo em conta também as condições naturais do problema, quando os deslocamentos são prescritos no contorno (condição simplesmente apoiada, por exemplo), as integrações são feitas somente nos lados das células dentro do domínio, excluindo-se os lados presentes no contorno, e quando os deslocamentos não são prescritos no contorno (como um lado livre, por exemplo) as integrações são feitas nos lados das células no domínio e naqueles pertencentes à borda livre. As cargas críticas de flambagem são calculadas utilizando-se o quociente de Rayleigh, método numérico abordado com detalhes em PALERMO JR. (1985):

$$Ax^{(k+1)} = x^k$$

$$\lambda_k = \frac{(x^{(k+1)}, x^k)}{(x^{(k+1)}, x^{(k+1)})} \tag{23}$$

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

São mostrados os resultados para o parâmetro crítico de flambagem dado pela Eq. (24):

$$k = L^2 \frac{N_{crit}}{\pi^2 D} \tag{24}$$

Onde k = Valor do parâmetro crítico de flambagem, L = Tamanho do lado da placa, D = Módulo de rigidez à flexão e N_{crit} = Carga crítica encontrada. As placas analisadas são quadradas com $L = 0,5m$ de lado comprimidas de maneira uniaxial similar à Figura 1. São também avaliadas diversos tamanhos de espessura h da placa, podendo ser muito fina até moderadamente espessa. São testados diversos tamanhos de furos, do aspecto $d/L = 0,1$ até $0,7$ onde d é o tamanho do furo. As tensões do estado plano são retiradas do centro de gravidade das células de domínio. A Figura 2 mostra uma malha com 224 elementos de contorno e 336 células de domínio (esquerda) e uma malha com 448 elementos de contorno e 1344 células de domínio (direita).

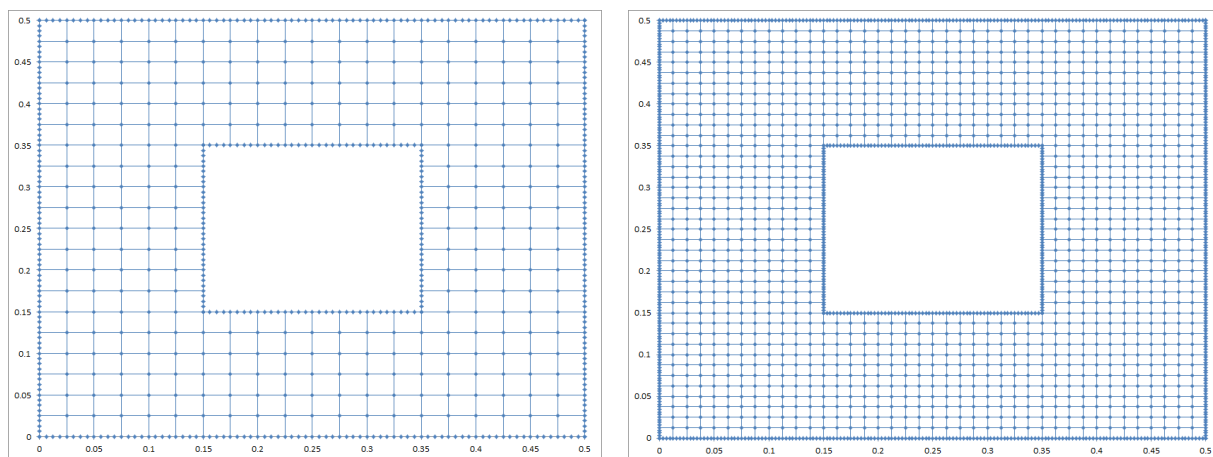


Figura 2. Exemplo de duas das malhas utilizadas para os resultados numéricos

Foi desenvolvido um código na linguagem Fortran para o processamento numérico das cargas críticas, este programa foi descrito na dissertação de SOARES JR. (2015). A Tabela 1 mostra a convergência dos parâmetros críticos de flambagem para as placas analisadas com todos os aspectos dos tamanhos de furos (d/L) e espessuras (h/L), onde verificou-se que os resultados sofrem pouca alteração à medida que se aumenta o número de elementos de contorno e de células de domínio. Para verificar essa convergência adotou-se uma distribuição uniforme dos elementos de contorno e também das células de domínio conforme o refinamento da malha foi sendo feito. As malhas refinadas são estruturadas, isto foi possível devido ao desenvolvimento de um programa também em Fortran que cria malhas estruturadas para placas com furos. A relação entre os elementos de contorno e as células de domínio adotada foi que a cada 2 elementos de contorno utiliza-se 1 célula de domínio.

Tabela 1. Parâmetros críticos de flambagem para os tamanhos de furo e espessuras analisados

d/L	Nº Elem.	Nº Cel.	h/L=0,001	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2
0,1	176	396	3,8085	3,7999	3,7364	3,5865	3,3699	3,1088
	352	1584	3,8024	3,7945	3,7323	3,5828	3,3664	3,1053
	528	3564	3,8010	3,7935	3,7316	3,5821	3,3657	3,1046
0,2	192	384	3,4646	3,4535	3,3859	3,2462	3,0537	2,8226
	384	1536	3,4546	3,4441	3,3774	3,2373	3,0439	2,8103
	576	3456	3,4522	3,4420	3,3754	3,2352	3,0414	2,8068
0,3	208	364	3,2131	3,2003	3,1258	2,9825	2,7902	2,5547
	416	1456	3,1961	3,1836	3,1090	2,9640	2,7687	2,5262
	624	3276	3,1921	3,1797	3,1050	2,9595	2,7632	2,5179
0,4	224	336	3,0698	3,0533	2,9606	2,7938	2,5751	2,2970
	448	1344	3,0411	3,0244	2,9305	2,7607	2,5368	2,2490
	672	3024	3,0316	3,0179	2,9234	2,7527	2,5271	2,2342
0,5	240	300	2,9968	2,9739	2,8494	2,6396	2,3698	2,1021
	480	1200	2,9481	2,9246	2,7980	2,5847	2,3104	2,0158
	720	2700	2,9344	2,9137	2,7864	2,5721	2,2959	1,8552
0,6	256	256	2,9781	2,9457	2,7751	2,5023	2,2413	1,7089
	512	1024	2,8933	2,8599	2,6880	2,4148	2,1519	1,4332
	768	2304	2,8725	2,8419	2,6695	2,3958	2,1265	1,2794
0,7	272	204	3,0601	3,0130	2,7719	2,4806	1,7783	1,0240
	544	816	2,8912	2,8448	2,6070	2,3146	1,3997	0,7966
	816	1836	2,8585	2,8119	2,5747	2,2834	1,3565	0,7926

É esperado que os valores para as placas com $h/L = 0,001$ se aproximem dos valores de EL-SAWY e NAZMY (2001), pois estes autores utilizaram a teoria clássica que não leva em conta o efeito da deformação por cortante. A Tabela 2 mostra a comparação dos resultados deste trabalho com outros autores.

Tabela 2. Comparação com outros autores para o aspecto de espessura $h/L = 0,001$

d/L	Presente Trabalho h/L = 0,001	Presente Trabalho h/L = 0,01	EL-SAWY e NAZMY (2001)	Diferença (%) (1)	Diferença (%) (2)
0	4,0128	4,0105	4,0000	0,3200	0,2625
0,1	3,8010	3,7935	3,7973	0,0974	-0,1001
0,2	3,4522	3,4420	3,4449	0,2119	-0,0842
0,3	3,1921	3,1797	3,1790	0,4121	0,0220
0,4	3,0316	3,0179	3,0236	0,2646	-0,1885
0,5	2,9344	2,9137	2,9256	0,3008	-0,4068
0,6	2,8725	2,8419	2,8649	0,2667	-0,8014
0,7	2,8585	2,8119	2,8449	0,4780	-1,1600

¹ Diferença da placa com aspecto de espessura $h/L = 0,001$ com relação a EL-SAWY e NAZMY (2001)

² Diferença da placa com aspecto de espessura $h/L = 0,01$ com relação a EL-SAWY e NAZMY (2001)

Foi obtido uma diferença em média de 0,5% para $h/L = 0,001$ quando comparados os resultados para o parâmetro crítico de flambagem com EL-SAWY e NAZMY (2001), mostrando que o método dos elementos de contorno proporcionou precisão semelhante aos resultados com o método dos elementos finitos, com um menor esforço para a modelagem numérica. A referência de comparação para os parâmetros críticos de flambagem calculados foi para as placas com $h/L = 0,001$ pois devido a espessura ser muito pequena, o efeito da deformação por cortante fica muito pequeno e o resultado passa a convergir para a teoria clássica. As placas com $h/L = 0,01$ convergiram para resultados de parâmetros críticos de flambagem inferiores, isto também é esperado pois nesta espessura a placa já começa a

apresentar o efeito da deformação por cortante. A Figura 3 mostra os parâmetros críticos para cada aspecto de espessura (h/L) a medida que aumenta-se o tamanho do furo (d/L).

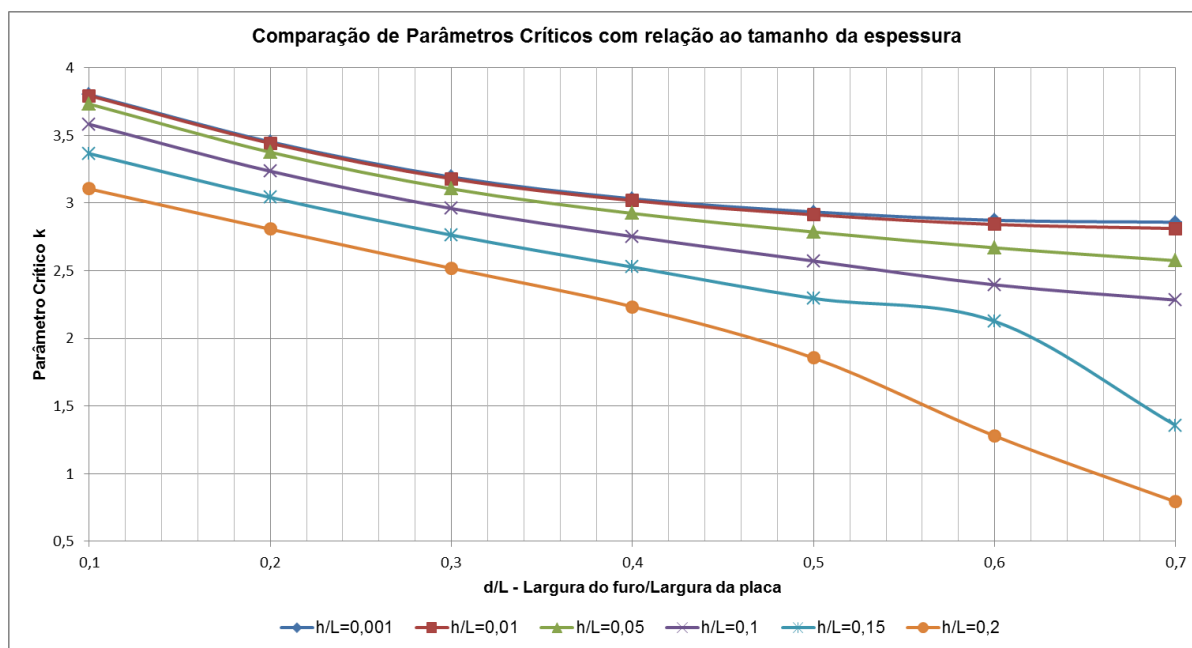


Figura 3. Parâmetros críticos à medida que aumenta-se o tamanho do furo

NOMENCLATURA

k	Parâmetro crítico de flambagem
N_{crit}	Carga crítica de flambagem
L	Largura do lado da placa
d	Tamanho do furo
d/L	Aspecto do tamanho do furo
h/L	Aspecto do tamanho da espessura
h	Espessura
r	Raio (distância ponto fonte ao ponto campo)
r,n	Derivada normal do raio
$M_{\alpha\beta}$	Momento
$N_{\alpha\beta}$	Tensão normal aplicada
$Q_{\alpha\beta}$	Cortante
$T_{\alpha\beta}$	Solução fundamental de força de superfície
$U_{\alpha\beta}$	Solução fundamental de deslocamento
q	Carga distribuída

n,α	Cosseno diretor na direção α
u_i	Deslocamentos no contorno
t_j	Forças de superfície no contorno
C_{ij}	Coefficiente da posição do ponto fonte

Letras gregas

α,β	Notação indicial, varia de 1 até 2
λ	Coefficiente de Reissner
Γ	Contorno
Ω	Domínio

Subscritos

i,j,k	Notação indicial, varia de 1 até 3
---------	------------------------------------

REFERÊNCIAS

- Abramowitz, M.; Stegun, I., 1965. Handbook of mathematical functions.
- Becker, A. A., 1992 The boundary element method in engineering: a complete course. London: McGraw-Hill.
- Brown, C. J.; Yettram, A. L., 1986. "The elastic stability of square perforated plates under combinations of bending, shear and direct load". Thin-Walled Structures, v. 4, n. 3, p. 239-246.
- Chang-Jun, C.; Rong, W., 1996. "Boundary integral equations and the boundary element method for buckling analysis of perforated plates". Engineering analysis with boundary elements, v. 17, n. 1, p. 57-68.
- Chow, F.; Narayanan, R., 1984. Buckling of plates containing openings. In: Seventh international specialty conference on cold-formed steel structures. Missouri S&T (formerly the University of Missouri-Rolla).
- Doval, P. C. M.; Albuquerque, E. L.; Sollero, P., 2013. "A boundary element formulation with boundary only discretization for the stability analysis of perforated thin plates". Advances in Boundary Element & Meshless Techniques XIV.

- El-sawy, K. M.; Nazmy, A. S., 2001. "Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes". *Thin-Walled Structures*, v. 39, n. 12, p. 983-998.
- Foltran, C. E., 1999. Análise de problemas planos em regime elasto-plástico pelo método dos elementos de contorno. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas-Faculdade de Engenharia Civil.
- Jayashankarbabu, B.; Karisiddappa, K., 2013. "Stability of Square Plate with Concentric Cutout". *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, v. 3, n. 8, p. 259 – 267.
- Kane, J. H., 1994. *Boundary element analysis in engineering continuum mechanics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Komur, M. A., 2015.; Sonmez, M. "Elastic buckling behavior of rectangular plates with holes subjected to partial edge loading". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 112, p. 54-60.
- Mindlin, 1951. Raymond D. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates. 1951.
- Palermo Jr., L.; Soares Jr., R. A., 2015. "On the boundary element formulation to compute critical loads considering the effect of shear deformation in plate bending". *Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods XXXVIII*, v. 61, p. 213.
- Palermo Jr., L., 2000. A análise de placas e o Método dos Elementos de contorno. Livre docência. Universidade Estadual de Campinas.
- Palermo Jr., L., 1985. Esforços de Flexão e Flexo-Torção em Teoria de Segunda Ordem - Automatização de Cálculo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade de São Paulo – Escola de engenharia de São Carlos.
- Purbolaksono, J., 2003. Buckling and Post-Buckling Analysis of Cracked Plates by The Boundary Element Method. Tese (Doutorado). University of London.
- Reissner, E., 1945. "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates". *Journal of applied Mechanics*, v. 12, p. 69-77.
- Sabir, A. B.; Chow, F. Y., 1983. "Elastic buckling of flat panels containing circular and square holes". Granada Publishing Ltd., p. 311-321.
- Shanmugam, N. E.; Thevendran, V.; Tan, Y. H., 1999. "Design formula for axially compressed perforated plates". *Thin-Walled Structures*, v. 34, n. 1, p. 1-20.
- Simões, R., 2001. Um estudo de placas sob cargas dinamicas estacionarias e com o efeito da não linearidade geometrica sob cargas estaticas usando o metodo dos elementos de contorno. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Estadual de Campinas.
- Soares Jr., R. A., 2015. Aplicação do método dos elementos de contorno na análise de instabilidade de placas perfuradas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Estadual de Campinas.
- Timoshenko, S.; Woinowsky-krieger, S., 1959. *Theory of plates and shells*. New York: McGraw-hill.
- Weeën, F. V., 1982. "Application of the boundary integral equation method to Reissner's plate model". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 18, n. 1, p. 1-10.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo, todas as figuras e resultados são de autoria própria.

ASPECTOS RELEVANTES SOBRE A MODELAGEM COMPUTACIONAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

Leonardo Carvalho Mesquita, leonardo.mesquita@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa (UFV) *campus* Rio Paranaíba, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas

José Luiz Rangel Paes, jlrange@ufv.br

Gustavo de Souza Veríssimo, gustavo@ufv.br

Mateus Couri Petruski, mateus.petruski@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa (UFV), Departamento de Engenharia Civil, *campus* Viçosa

Resumo.

Os sistemas de piso misto de aço e concreto vêm sendo cada vez mais utilizados na construção civil, em função das vantagens do trabalho conjunto dos dois materiais. O comportamento estrutural de vigas mistas com laje sobre o perfil de aço foi amplamente estudado ao longo do tempo, entretanto, o comportamento de vigas parcialmente ou totalmente revestidas ainda é objeto de estudo, devido à complexidade dos fenômenos de interação entre o aço e o concreto. O comportamento misto é conseguido normalmente com a colocação de conectores mecânicos, mas para uma adequada caracterização do comportamento estrutural é indispensável considerar os efeitos da aderência entre aço e concreto. O objetivo deste trabalho é apresentar aspectos relevantes para a modelagem computacional de vigas mistas de aço e concreto, total, parcialmente ou não revestidas por concreto, com ênfase na consideração do comportamento da conexão, seja ela puramente mecânica ou com aderência, e avaliar o comportamento desses elementos estruturais. Foram desenvolvidos dois modelos numéricos de elementos finitos de duas vigas mistas, sendo uma convencional e outra do tipo slim floor, utilizando o software ABAQUS. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com resultados experimentais disponíveis, demonstrando a atual capacidade de simular o comportamento estrutural de diferentes tipos de interface com auxílio da análise numérica.

Palavras-chave: vigas mistas, estruturas metálicas, simulação numérica, interface aço-concreto.

1. INTRODUÇÃO

Uma estrutura mista é caracterizada pela presença de elementos estruturais que possuem “seções mistas”, isto é, seções resistentes, nas quais dois ou mais materiais estão conectados entre si trabalhando de forma solidária. Ao longo dos anos os sistemas estruturais mistos de aço e concreto vêm sendo utilizados na construção de edifícios e pontes, devido às vantagens decorrentes do comportamento misto e ao fato de que, historicamente, estes são os materiais de construção mais utilizados.

Atualmente, o comportamento estrutural de vigas mistas com laje sobre o perfil de aço é bem conhecido no meio técnico. Entretanto, as vigas parcialmente ou totalmente revestidas ainda são objeto de estudo, devido à complexidade dos fenômenos de interação entre o aço e o concreto. O comportamento estrutural destas vigas pode ser estudado a partir de protótipos reais que, em geral, são caros e necessitam de equipamentos sofisticados para serem ensaiados. Diante deste cenário, a modelagem computacional surge como uma alternativa aos ensaios reais, pois um modelo computacional validado pode simular de forma satisfatória o comportamento estrutural de um elemento misto a um custo bem inferior ao dos experimentos reais.

Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar alguns aspectos relevantes para a modelagem computacional de vigas mistas de aço e concreto, total, parcialmente ou não revestidas por concreto, com ênfase na consideração do comportamento da conexão, seja ela puramente mecânica ou com aderência.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos itens a seguir são apresentados conceitos fundamentais para a compressão do comportamento estrutural de vigas mistas e, conseqüentemente, para a modelagem computacional dessas vigas.

2.1 Vigas mistas de aço e concreto

Segundo Calado e Santos (2013), as vigas mistas são os elementos estruturais mais comuns nos edifícios de múltiplos pavimentos. Em geral, essas vigas são formadas por uma faixa da laje de concreto, de um piso ou de uma cobertura, e o perfil de aço sobre o qual a laje está apoiada, conectados por elementos denominados conectores de cisalhamento (Figura 1.a). Os conectores são responsáveis pela transferência dos esforços entre a seção de concreto e a de aço, garantindo o comportamento solidário dos dois materiais.

Apesar desta tipologia usual ter sido amplamente estudada, outras configurações são possíveis, podendo o perfil de aço ser totalmente ou parcialmente revestido por concreto. Dentre as possíveis configurações geométricas de vigas mistas tem-se as vigas que compõem os sistemas de piso do tipo *slim floor*. Nestas vigas, a laje de concreto é integrada ao perfil de aço dentro do piso, ficando o perfil de aço envolvido pelo concreto (Figura 1.b). Esta tipologia, se comparada as vigas mistas convencionais, apresenta uma série de vantagens, dentre as quais destacam-se: redução da altura total do sistema de piso e um aumento na resistência do elemento estrutural em situação de incêndio.

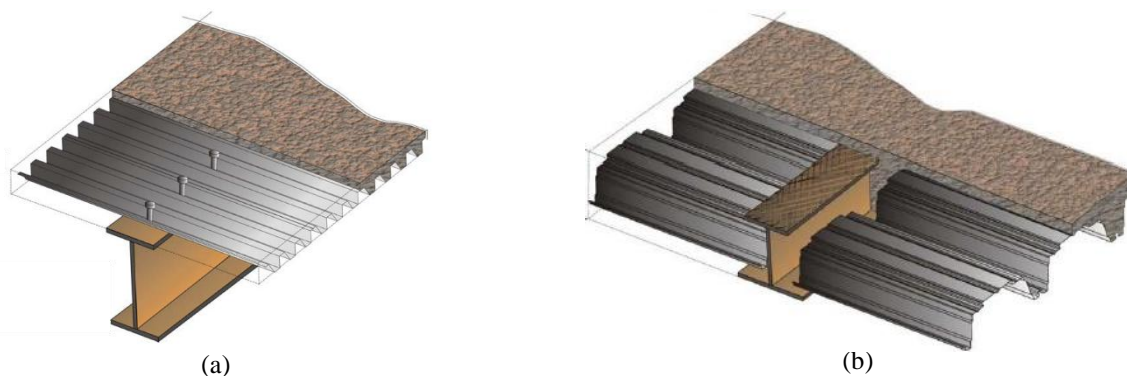


Figura 1. Viga do sistema de piso do tipo *slim floor* (PAES, 2003).

2.2 Esforços na interface aço-concreto

Nas vigas mistas convencionais, o perfil de aço e a laje de concreto têm a função de resistir aos esforços internos, momentos fletores e forças cortantes, que surgem na viga quando solicitada. Os conectores de cisalhamento, por sua vez, têm a função de transferir as forças longitudinais de corte que surgem na interface aço-concreto, isto é, são responsáveis por garantir o trabalho conjunto entre estes dois materiais. Atualmente, encontram-se na literatura vários tipos de conectores de cisalhamento, tais como: os conectores do tipo pino com cabeça (*stud bolt*); os conectores fabricados a partir de perfis U laminados; os conectores *Perfobond*; e os conectores *Crestbond* (Figura 2).

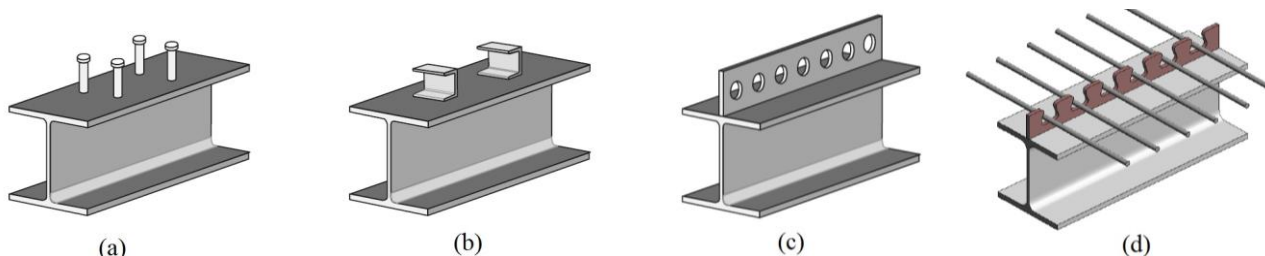


Figura 2. Conectores de cisalhamento – (a) conector do tipo pino com cabeça; (b) conector em perfil U; (c) conector *Perfobond*; e (d) conectores *Crestbond* (VERÍSSIMO, 2007).

Diferentemente das vigas mistas convencionais, as vigas de *slim floor* não utilizam conectores de cisalhamento sobre a mesa superior do perfil de aço, uma vez que, a utilização destes conectores é restringida pela altura da capa de concreto disponível nesta região. Em função disso, tem-se buscado outros “meios de conexão” para transferir os esforços que surgem na interface aço-concreto.

Desde os anos 90, o grupo *Tata Steel* disponibiliza ao mercado europeu o sistema *Slimdek* (Figura 3), que é formado por um perfil assimétrico, chamado de *Asymmetric Slimflor Beam* (ASB), e uma laje mista com forma de aço incorporada. Neste sistema, a aderência é o único meio de conexão utilizado para transferir as forças na interface aço-concreto.

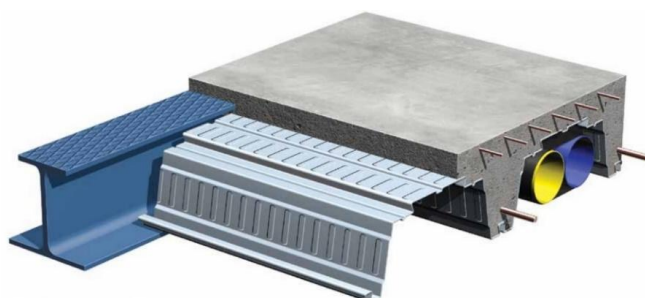


Figura 3. Sistema de piso do tipo *Slimdek* (TATA STEEL, 2012).

Para a análise do comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto, a ABNT NBR 8800:2008 adota os conceitos de interação completa e interação parcial. Diz-se que a viga terá interação completa quando sua resistência à flexão não for limitada pela resistência dos meios de conexão, ou seja, quando a conexão existente for suficiente para transferir a totalidade das forças longitudinais que surgem na interface aço-concreto. Caso isto não se verifique, considera-se que a viga possui interação parcial.

2.3 Tratamento computacional do aço e do concreto

Para a modelagem computacional de elementos estruturais mistos, é importante fornecer ao *software* de análise as informações necessárias para simular o comportamento real desses elementos. Além disso, esses *software* devem possuir modelos constitutivos capazes de representar o comportamento estrutural destes elementos quando submetidos a uma determinada sollicitação. O *software* ABAQUS, utilizado neste trabalho, possui diversos modelos constitutivos que se aplicam a vários materiais.

O comportamento estrutural do aço pode ser simulado pelo ABAQUS através dos modelos constitutivos *Elasticity* e *Plasticity*. O primeiro modelo é responsável por caracterizar o comportamento do aço durante a fase elástica, até o aço atingir a tensão de escoamento (f_y). O segundo é utilizado para definir seu comportamento durante a fase plástica.

O modelo constitutivo deve ser customizado para o material em causa, fornecendo-se os dados que caracterizam o comportamento do aço no regime elástico e no regime plástico. Assim, para a fase elástica têm-se o módulo de elasticidade (E_s) e o coeficiente de Poisson (ν_s), e, para a fase plástica, a curva tensão (σ_s) *versus* deformação plástica do aço (ϵ_{pl}).

Os parâmetros que definem a fase elástica podem ser obtidos a partir das normas técnicas em vigor (ABNT NBR 8800:2008 e EN 1994-1-1:2004), enquanto os parâmetros que definem a fase plástica são calculados utilizando modelos matemáticos disponíveis na literatura, dentre os quais destacam-se o modelo elasto-plástico perfeito e o modelo elasto-plástico com encruamento (Figura 4).

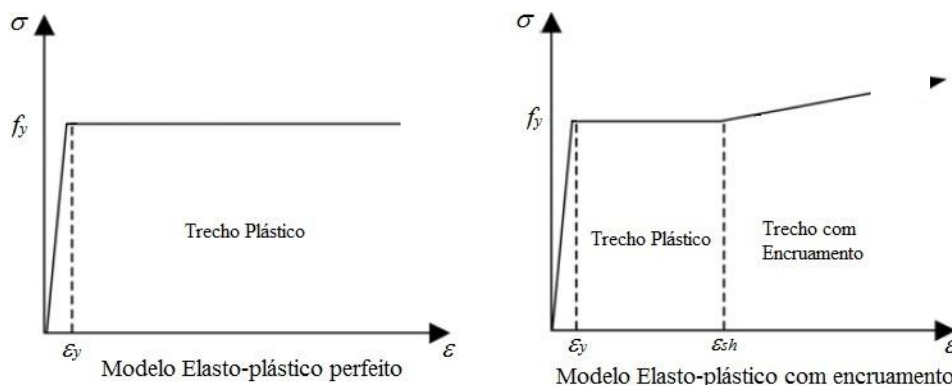


Figura 4. Modelos matemáticos para representar o comportamento Tensão *versus* Deformação do aço estrutural.

Segundo Byfield *et al.* (2005), no modelo elasto-plástico com encruamento a inclinação da curva Tensão *versus* Deformação no trecho de encruamento pode ser determinada utilizando-se um Módulo de Encruamento (E_{sh}). Este trecho tem início após o aço atingir a deformação ϵ_{sh} . Na Tabela 1 são exibidos alguns valores de E_{sh} e ϵ_{sh} .

Tabela 1. Propriedades relacionadas com o encruamento do aço (BYFIELD *et al.*, 2005).

Referência	E_{sh}	ϵ_{sh}
Home (1981)	$\approx 0,05 E_s$ (10000 MPa)	6-10 ϵ_y
Lay e Smith (1965)	2550 MPa	11 ϵ_y
Byfield e Dhanalakshmi (2002)	2700 MPa	6 ϵ_y

O comportamento estrutural do concreto pode ser simulado pelo ABAQUS através dos modelos constitutivos *Elasticity* e *Concrete Damage Plasticity* (CDP). O primeiro modelo é responsável por caracterizar o comportamento do concreto durante a fase elástica e linear, até o concreto atingir entre 30 e 40% da resistência média à compressão (f_{cm}). O segundo modelo constitutivo é utilizado para definir o comportamento estrutural do concreto durante as fases de endurecimento (*hardening*) e amolecimento (*softening*).

Os parâmetros necessários para configurar o modelo constitutivo do concreto na fase elástica e linear são o módulo de elasticidade (E_c) e o coeficiente de Poisson (ν_c). Os parâmetros plásticos associados ao CDP são a curva tensão (σ_c)

versus deformação inelástica (ϵ_{in}) para o concreto submetido à compressão uniaxial, a curva tensão (σ_c) versus deformação pós-fissuração (ϵ_{ck}) ou tensão (σ_c) versus abertura de fissuras (w) para o concreto submetido à tração uniaxial, e as curvas de Dano (D), que estão associadas à perda de rigidez do concreto à medida que ele é solicitado.

Assim como no caso do aço, os dados que definem o trecho inicial elástico-linear e os modelos matemáticos relacionados ao comportamento do concreto solicitado à compressão ou à tração uniaxial podem ser obtidos a partir de prescrições apresentadas pelas normas técnicas em vigor (ABNT NBR 6118:2014, EN 1992-1-1:2010 e *Model Code* 2010) (Figura 5 e Figura 6).

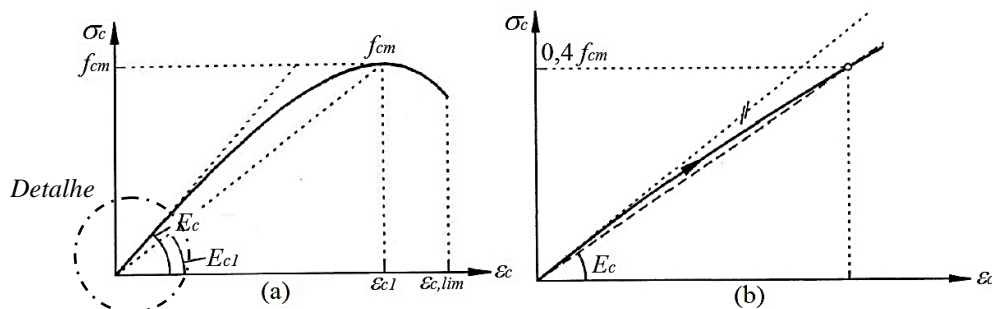


Figura 5. Modelo matemático proposto pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-1:2010) para representar o comportamento do concreto sob compressão uniaxial (a) e detalhe do trecho inicial (b).

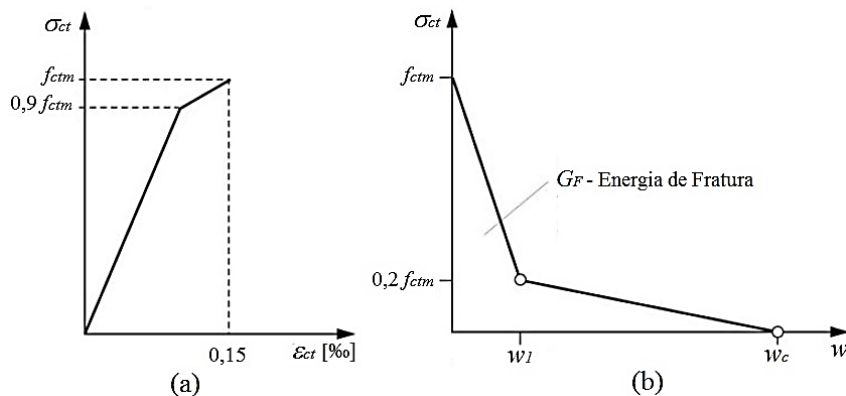


Figura 6. Modelo matemático proposto pelo *Model Code* 2010 (FIB, 2011) para descrever o comportamento do concreto solicitado à tração uniaxial: (a) curva representativa do trecho pré-fissuração; (b) trecho pós-fissuração.

As expressões utilizadas para definir estes modelos matemáticos podem ser encontradas, respectivamente, no Eurocode 2 (EN 1992-1-1:2010) e no *Model Code* 2010 (FIB, 2011).

Os parâmetros plásticos do CDP são utilizados por este modelo constitutivo para definir o formato da superfície de falha e de plastificação do concreto. No total, o CDP requer a definição de cinco parâmetros: o ângulo de dilatância (ψ); a excentricidade (ϵ); a relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial do concreto (σ_{b0}/σ_{c0}); o fator de forma K ; e o parâmetro de viscosidade (μ). Uma abordagem mais aprofundada desses parâmetros pode ser encontrada em Mesquita (2016).

2.4 Tratamento computacional da interface aço-concreto

O tratamento da interface aço-concreto é a etapa da modelagem computacional de vigas mistas que apresenta o maior grau de complexidade, dada a complexidade do comportamento real desta interface, sobretudo quando se tratam de interfaces cujo único meio de conexão é a aderência.

Paes (2003) apresenta uma metodologia para a modelagem computacional da interface aço-concreto, utilizando elementos de molas. No caso das vigas mistas convencionais, estes elementos de mola têm a função de representar o comportamento mecânico dos conectores de cisalhamento. Para as vigas do tipo *slim floor* eles representam a aderência entre o aço e o concreto (Figura 7).

No software ABAQUS, as molas são modeladas utilizando os elementos de conexão entre nós do tipo CONN3D2 (*Conector Elements*). Estes elementos são formados por duas componentes básicas: a primeira relacionada com o movimento translacional dos nós conectados e a segunda com o movimento rotacional. Além de definir os componentes básicos que descrevem os movimentos translacionais e rotacionais dos nós conectados, é necessário informar ao

software a constante de rigidez da mola ou a curva Força *versus* Deslocamento que descreve o comportamento físico dos meios de conexão.

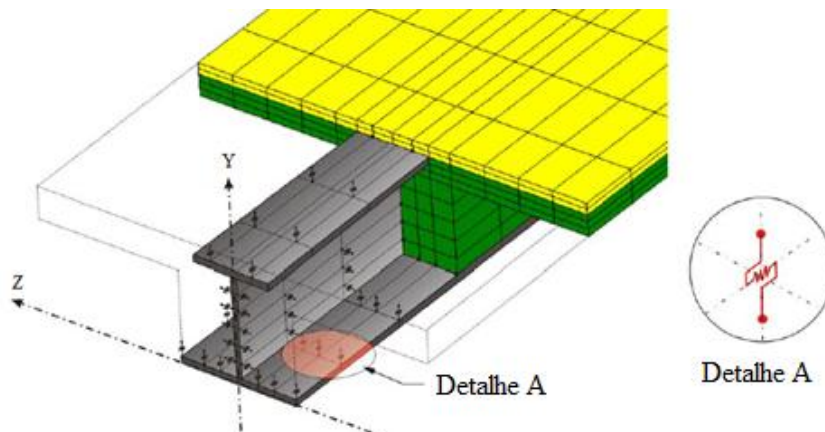


Figura 7. Representação dos elementos de mola na interface aço-concreto (PAES, 2003).

3. MODELOS NUMÉRICOS

Na elaboração dos modelos numéricos utilizados neste trabalho foi dada ênfase na consideração do comportamento dos meios de conexão, sejam eles puramente mecânicos, como ocorre nas vigas mistas convencionais, ou com aderência, como nas vigas de *slim floor*. Para isso foram desenvolvidos dois modelos numéricos de elementos finitos visando representar o comportamento estrutural de duas vigas mistas: uma convencional e outra do tipo *slim floor*. Nos itens a seguir são apresentados os esquemas geométricos e estruturais, a metodologia utilizada para desenvolver os modelos e as técnicas adotadas para modelar a interface aço-concreto utilizando o *software* ABAQUS.

3.1 Vigas mista convencional

O primeiro modelo desenvolvido neste trabalho corresponde a uma viga mista convencional biapojada, com 12 metros de comprimento, formada por um perfil de aço do tipo IPN 400 e uma laje de concreto maciça com 200 mm de espessura e 600 mm de comprimento. Sobre esta viga é aplicado um carregamento uniformemente distribuído de 16,70 kN/m.

Para representar o comportamento estrutural do aço utilizou-se os modelos *Elasticity* e *Plasticity* com os seguintes parâmetros: $E_s = 210$ GPa; $\nu_s = 0,3$; e $f_y = 345$ MPa (aço elasto-plástico perfeito). O comportamento estrutural do concreto foi simulado utilizando os modelos *Elasticity* e *Concrete Damage Plasticity* com os dados apresentados na Tabela 2 e os modelos matemáticos representados pelas curvas exibidas nas Figuras 5 e 6.

Tabela 2. Propriedades do concreto.

f_{ck} (MPa)	E_c (GPa)	ν_c	ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	K	μ
22	27,5	0,2	36°	0,1	1,16	0,667	0,0001

Os meios de conexão na interface aço-concreto foram simulados utilizando os elementos de conexão do tipo CONN3D2 com a opção *Slide-plane*, para representar o movimento translacional dos nós conectados, e a opção *Align*, para caracterizar o movimento rotacional. O comportamento mecânico desta interface foi definido como elástico e linear com uma rigidez (constante de mola) igual a 24 N/m.

Na Figura 8 são mostrados os detalhes geométricos do modelo criado no *software* ABAQUS, utilizando elementos sólidos tridimensionais do tipo C3D8, que possui oito nós e três graus de liberdade por nó.

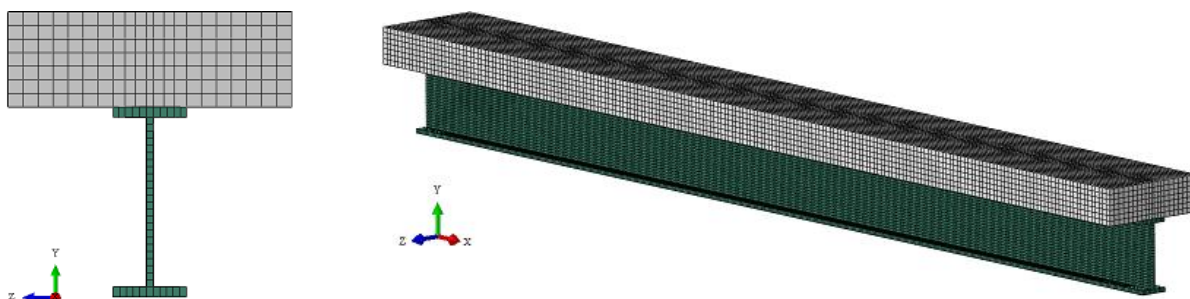


Figura 8. Detalhe do modelo computacional criado no software ABAQUS.

3.2 Vigas de *slim floor*

O segundo modelo desenvolvido representa uma viga de *slim floor* do sistema *Slimdek*, formada por um perfil de aço do tipo 280 ASB 100 e uma laje mista com forma de aço incorporada. Sobre esta viga são aplicadas quatro cargas pontuais, conforme exibido na Figura 9. Outros detalhes sobre essa viga de *slim floor* podem ser encontrados em Paes (2003).

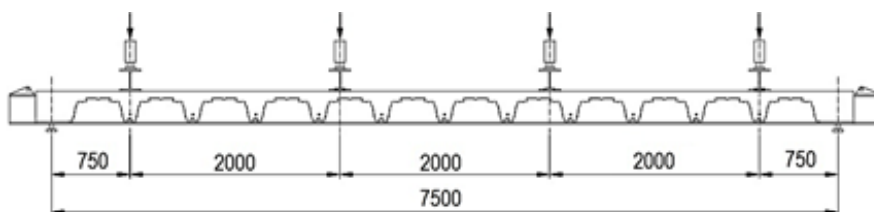


Figura 9. Esquema estrutural da viga de *slim floor* (PAES, 2003).

Assim como no modelo anterior, para representar o comportamento estrutural do aço foram utilizados os modelos *Elasticity* e *Plasticity* com os seguintes parâmetros: $E_s = 210$ GPa; $\nu_s = 0,3$; e $f_y = 410$ MPa (modelo elasto-plástico perfeito). O comportamento estrutural do concreto foi simulado utilizando os modelos *Elasticity* e *Concrete Damage Plasticity*, com os dados apresentados na Tabela 3 e os modelos matemáticos representados pelas curvas exibidas nas Figuras 5 e 6.

Tabela 3. Propriedades do concreto.

f_{ck} (MPa)	E_c (GPa)	ν_c	Ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	K	μ
35	35	0,2	36°	0,1	1,16	0,667	0,0001

Os meios de conexão na interface aço-concreto foram simulados utilizando-se elementos de conexão CONN3D2 com as opções *Slide-plane*, para representar o movimento translacional dos nós conectados, e *Align*, para caracterizar o movimento rotacional. O comportamento mecânico desta interface foi definido a partir da curva força/deslizamento apresentada na Figura 10. Na Figura 11 tem-se os detalhes geométricos do modelo criado. Este modelo foi desenvolvido utilizando-se elementos sólidos tridimensionais do tipo C3D8, com oito nós e três graus de liberdade por nó.

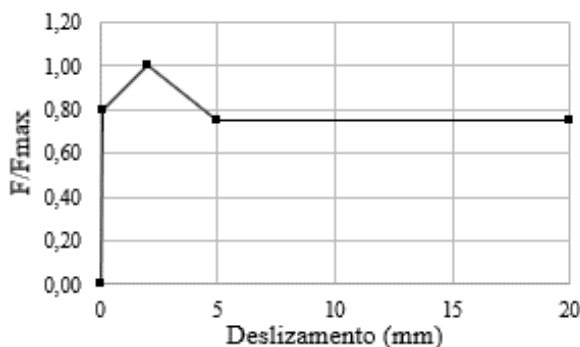


Figura 10. Curva força/deslizamento representativa do comportamento mecânico da interface entre o aço e o concreto.

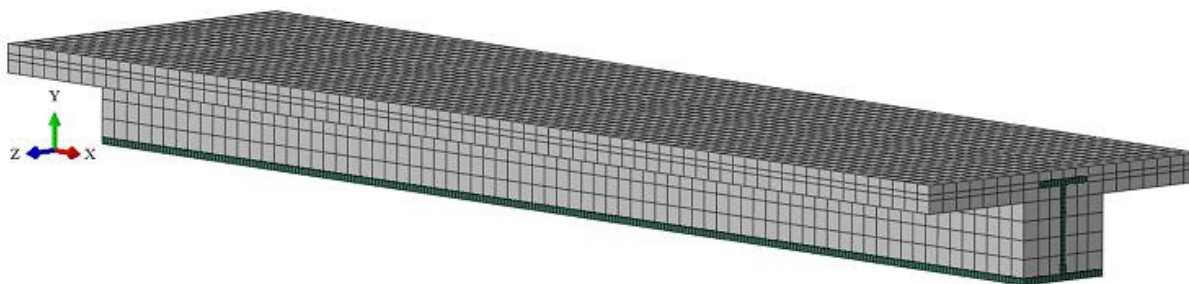


Figura 11. Aspecto do modelo geométrico criado no ABAQUS.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Vigas mistas convencionais

A Figura 12 exibe os diagramas flecha *versus* posição obtidos a partir de um modelo analítico, proposto por Cálzon e Herrera (1978), e pelo modelo computacional descrito anteriormente. Para efeito de comparação, são exibidos também, na Figura 13, os resultados obtidos para uma viga com interação completa e para uma viga com o perfil de aço e a laje de concreto trabalhando isoladamente.

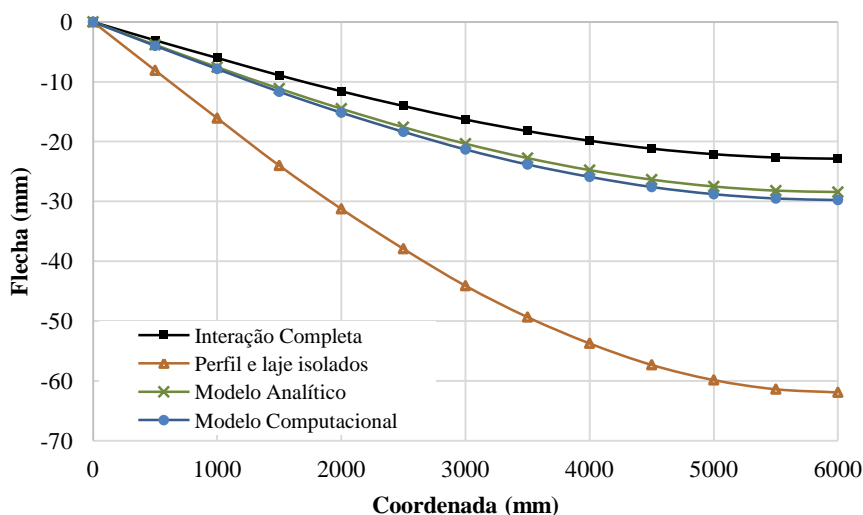


Figura 12. Resultados obtidos para a viga mista convencional.

Analisando estes resultados, observa-se que o modelo computacional simula o comportamento estrutural de uma viga mista convencional com valores muito próximos aos obtidos com o modelo analítico. Estes resultados indicam que a metodologia utilizada para representar a interface aço-concreto é satisfatória. Além disso, nota-se que a viga apresenta uma condição de interação parcial, uma vez que, as flechas obtidas pelo modelo computacional são superiores às flechas obtidas pelo modelo com interação completa e inferiores às flechas encontradas para a situação em que o perfil de aço e a laje de concreto trabalham isoladamente (ausência de interação).

4.2 Vigas mistas do tipo *slim floor*

A Figura 13 exibe o diagrama Momento Fletor *versus* Flecha obtido a partir do modelo computacional descrito anteriormente. Este diagrama é comparado com os resultados experimentais encontrados por Lawson *et al.* (1997, *apud* Paes, 2003) e com os resultados numéricos obtidos por Paes (2003) utilizando o *software* ANSYS.

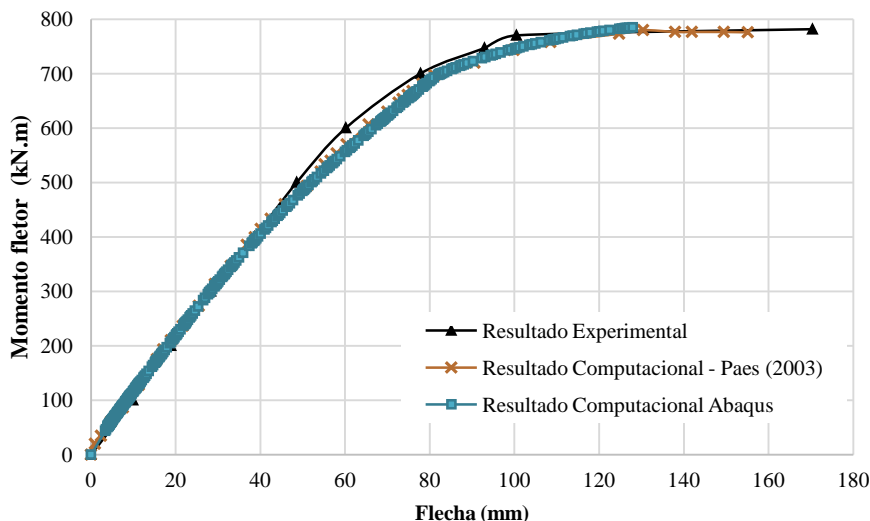


Figura 13. Resultado obtido para a viga de *slim floor*.

Analisando os diagramas exibidos na Figura 13, nota-se, de forma geral, que o resultado obtido com o modelo computacional apresenta boa concordância com os resultados obtidos por Lawson *et al.* (1997) e por Paes (2003). Isto demonstra que o modelo computacional foi capaz de representar bem os diversos fenômenos que ocorrem nas vigas de *slim floor*, tais como a fissuração do concreto, a plastificação dos materiais e a transferência de esforços na interface aço-concreto.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados alguns aspectos relevantes para a modelagem computacional de viga mistas de aço e concreto, com ênfase na consideração do comportamento da conexão entre estes dois materiais. Foram apresentados dois modelos computacionais, um de uma viga mista convencional, com a laje sobre a mesa superior do perfil de aço, e outro de uma viga mista do tipo *slim floor*, na qual o perfil de aço fica totalmente envolvido pela laje de concreto. Em ambos os casos os resultados obtidos a partir dos modelos computacionais apresentaram boa concordância com resultados analíticos e experimentais, indicando que a metodologia utilizada para modelar a interface aço-concreto é capaz de representar o comportamento estrutural dos meios de conexão existentes nesta interface. Ressalta-se que a metodologia utilizada possibilita a criação de modelos computacionais de vigas mistas com diversos graus de interação, que podem ser extensivamente utilizados para a investigação dos diversos fenômenos envolvidos no comportamento desses elementos estruturais.

NOMENCLATURA

<i>ASB</i>	Asymmetric Slimflor Beam	ϵ_{pl}	Deformação plástica do aço
f_y	Tensão de escoamento do aço	f_{cm}	Resistência média à compressão
E_s	Módulo de elasticidade do aço	E_c	Módulo de elasticidade do concreto
σ_s	Tensão no aço	w	Abertura de fissuras do concreto
E_{sh}	Módulo de encruamento do aço	<i>CPD</i>	Concrete Damage Plasticity
ν_s	Coefficiente de Poisson do aço	D	Variável de dano associada ao <i>CDP</i>
σ_s	Tensão no aço	K	Fator de forma da superfície de falha associado ao <i>CDP</i>

Letras gregas

ϵ_{sh}	Deformação de encruamento do aço	ψ	Ângulo de dilatância
ν_c	Coefficiente de Poisson do concreto	ϵ	Excentricidade
σ_c	Tensão no concreto	σ_{b0}	Resistência à compressão biaxial do concreto
ϵ_{in}	Deformação inelástica do concreto	σ_{c0}	Resistência à compressão uniaxial do concreto
ϵ_{ck}	Deformação do concreto pós-fissuração	μ	Parâmetro de viscosidade

REFERÊNCIAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. 2ed. Rio de Janeiro, Brasil.

- Byfield, M. P.; Davies, J. M.; Dhanalakshmi, M., 2005. Calculation of the strain hardening behavior of steel structures based on mill tests. *Journal of Construction Steel Research*. 133-150 p.
- Calado, L. e Santos, J., 2013. *Estruturas Mistas de Aço e Betão*. 2. ed. Lisboa, Portugal: IST Press. 568 p.
- Calzon, J.M. e Herrera, J. O., 1978. *Construcción Mixta Hormigon-acero*. Editorial Rueda. Madrid, España. 910 p.
- Comitê Europeu de Normalização, 2010. EN-1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Belgium. 259 p.
- Comitê Europeu de Normalização, 2004. EN-1994-1-1: Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures. Belgium. 117 p.
- Federação Internacional do Betão, 2011. *Model Code 2010: final draft*. Lausanne, Suíça. 656 p.
- Mesquita, L. C., 2016. *Avaliação do Comportamento Estrutural de Vigas de Slim Floor com Aberturas na Alma*. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Brasil.
- Paes, J. L. R., 2003. *Aportaciones al Análisis del Comportamiento Estructural de Sistemas Forjados Mixtos Tipo "Slim Floor"*. Tese (Doutorado), Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Espanha.
- Tata Steel, 2012. *Slimdek residential pattern book: For mult-storey residential buildings*. London. 36 p.
- Veríssimo, G. S., 2007. *Desenvolvimento de um conector de cisalhamento em chapa dentada para estruturas mistas de aço e concreto e estudo do seu comportamento*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE DE PÓRTICOS PLANOS MISTOS DE AÇO E CONCRETO VIA ACOPLAMENTO MCD/MRPR

Ígor José Mendes Lemes, igor@em.ufop.br

Ricardo Azoubel da Mota Silveira, ricardo@em.ufop.br

Paulo Anderson Santana Rocha, paulorocha@em.ufop.br

Andréa Regina Dias da Silva, andreadiassilva@yahoo.com.br

Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Universitário s/n, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil

Resumo. A descrição precisa do comportamento dos materiais, empregados na confecção de elementos estruturais, aumenta a complexidade das simulações numéricas. As metodologias mais precisas se baseiam na análise das deformações, ou das tensões, atuantes ao longo de todo o elemento, caracterizando a avaliação da plasticidade de forma distribuída (Método da Zona Plástica - MZP). Tais simulações apresentam resultados confiáveis, porém demandam um esforço computacional elevado. O objetivo desta pesquisa é desenvolver uma metodologia numérica capaz de realizar análises inelásticas de segunda ordem de estruturas planas de forma rápida e precisa. Para tal, formulações do Método dos Elementos Finitos (MEF) considerando a plasticidade de forma concentrada via Método da Rótula Plástica Refinado (MRPR) serão utilizadas. Os limites de resistência das seções transversais serão impostos por meio das curvas de interação esforço normal-momento fletor obtidas via Método da Compatibilidade de Deformações (MCD). O MCD viabiliza também o monitoramento das rigidezes axial e à flexão obtidas de forma realista com a construção da relação momento-curvatura da seção transversal fixando os valores de esforços externos (N , M). A generalidade da formulação proposta torna possível, além da análise de estruturas mistas com interação total, o estudo de sistemas estruturais de aço ou de concreto armado. Para validação da metodologia apresentada no presente trabalho, resultados experimentais presentes na literatura serão confrontados com os obtidos numericamente via acoplamento MRPR/MCD.

Palavras-chave: Método da Compatibilidade de Deformações, Método dos Elementos Finitos, Método da Rótula Plástica Refinado, Estruturas Mistas

1. INTRODUÇÃO

A busca por procedimentos numéricos rápidos e precisos para a análise de estruturas estimula pesquisas no ramo da mecânica computacional aplicada à engenharia estrutural. Para se atingir tal objetivo, as formulações passam a ser desenvolvidas com um grau de simplificação que distanciam as respostas computacional e experimental.

A simulação numérica de estruturas que possuem materiais com comportamento não linear induzem ao uso de métodos baseados no controle de deformações para aproximar-se da realidade. Tal abordagem está comumente relacionada ao MZP, que trata a plasticidade de forma distribuída (Bratina *et al.*, 2004; Chiorean, 2013; Gonçalves e Carvalho, 2014). Embora mais preciso (Chen e Kim, 1997), o MZP demanda o intenso esforço computacional.

Para se obter boa precisão nos resultados de forma mais viável computacionalmente o MRPR surge como alternativa. Usualmente, o MRPR está associado à análise de estruturas metálicas (Chan e Chui, 2000; Silva, 2009) e mistas (Fong e Chan, 2012; Lemes, 2015). Nessas abordagens, é possível que a degradação da rigidez da seção transversal seja feita por meio de elementos de mola fictícios inseridos nas extremidades dos elementos finitos. Essa degradação se inicia quando a combinação de esforço normal e momento fletor ultrapassa o limite do regime elástico imposto por uma curva de início de plastificação. Em outras palavras, a seção transversal apresenta comportamento linear elástico até que essa curva seja atingida. Por outro lado, em qualquer análise, sempre haverá um trecho onde o comportamento dos materiais presentes na seção será linear elástico, dificultando a modelagem de elementos de concreto armado.

Propõe-se neste trabalho uma abordagem baseada no MCD (Chiorean, 2013) para a avaliação da capacidade resistente

da seção transversal e das rigidezes axial e à flexão. A construção da relação momento-curvatura se torna essencial para tal avaliação. Uma vez considerando a tangente à relação momento-curvatura, as rigidezes dependem somente do módulo de elasticidade dos materiais, retirado das respectivas relações constitutivas. Visa-se o acoplamento dessa metodologia ao MRPR avaliando a plasticidade em termos nodais através dos parâmetros generalizados de rigidez.

2. MÉTODO DA COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

Ao submeter um elemento estrutural a forças externas, este se deforma gerando esforços internos para equilibrar o sistema. Essa deformação, a nível da seção transversal, é abordada no Método da Compatibilidade de Deformações (MCD). Supondo que todos os materiais presentes no elemento atuem conjuntamente (interação total), pode-se supor que o campo de deformações é linear, como ilustrado na Fig. 1. Assim, a deformação em qualquer fibra presente na seção transversal pode ser calculada da seguinte forma:

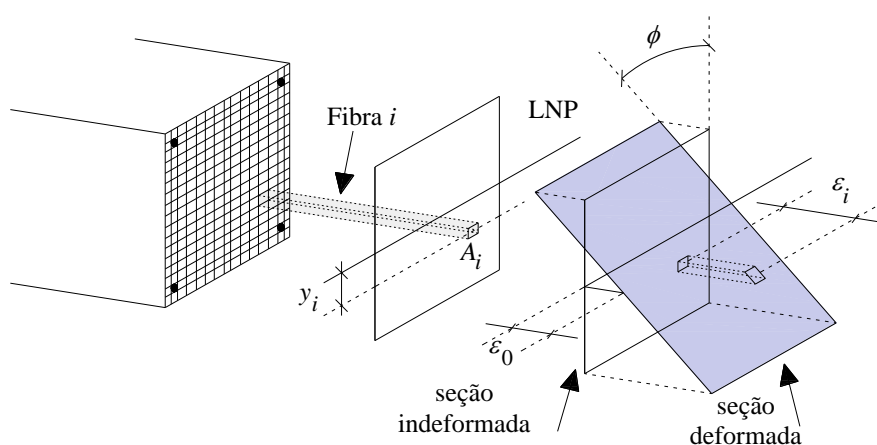


Figura 1. Campo linear de deformações sem curvatura no eixo y

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \varepsilon_{ri} + \phi y_i \quad (1)$$

em que y_i é a distância entre os centroides plásticos da fibra analisada e da seção transversal, ε_0 é a deformação axial no CP da seção, ε_r é a deformação devido às tensões residuais (se houver aço na fibra), e ϕ a respectiva curvatura.

Para se fazer a análise da condição deformada da seção transversal e obter a capacidade resistente e sua rigidez, uma discretização da seção é feita, como ilustrado na Fig. 1. A seguir são apresentados os modelos constitutivos do aço e do concreto.

2.1 Relações constitutivas

O comportamento do aço será descrito através do modelo constitutivo trilinear ilustrado na Fig. 2(a). Deve-se ressaltar a possibilidade da consideração do encruamento do material. Vale lembrar que, após o processo de fabricação, o elemento de aço sofre um resfriamento desigual originando as tensões residuais. Assim, considera-se que ocorram deformações prescritas na seção. Nesse trabalho, a distribuição das tensões residuais, σ_r , segue o modelos fornecidos pelo EUROCODE-4 (2004). Nessa figura podem ser identificados f_y , f_u , ε_y e ε_u , que são respectivamente as tensões e deformações de escoamento e última do aço, E_a é o módulo de elasticidade no regime elástico e E_{a2} e E_{a3} são os módulos de elasticidade na fase de encruamento.

O concreto tem propriedades mecânicas distintas na tração e na compressão. Quando tracionado, esse material apresenta resistência máxima f_{cr} (Fig. 2(c)). Destaca-se, também, que ao atingir a resistência f_{cr} inicia-se o processo de fissuração. Para deformações superiores a ε_{cr} o concreto perde resistência. No presente trabalho a relação constitutiva

proposta pela [NBR6118 \(2014\)](#), ilustrada na Fig. 2(b), é utilizada para descrever o comportamento do concreto à compressão. Na tração, o modelo proposto por [Bažant e Oh \(1983\)](#), optando por limitar a máxima deformação de tração em 0,0007, como feito por [Bratina et al. \(2004\)](#), e ilustrado na Fig. 2(c), foi implementado.

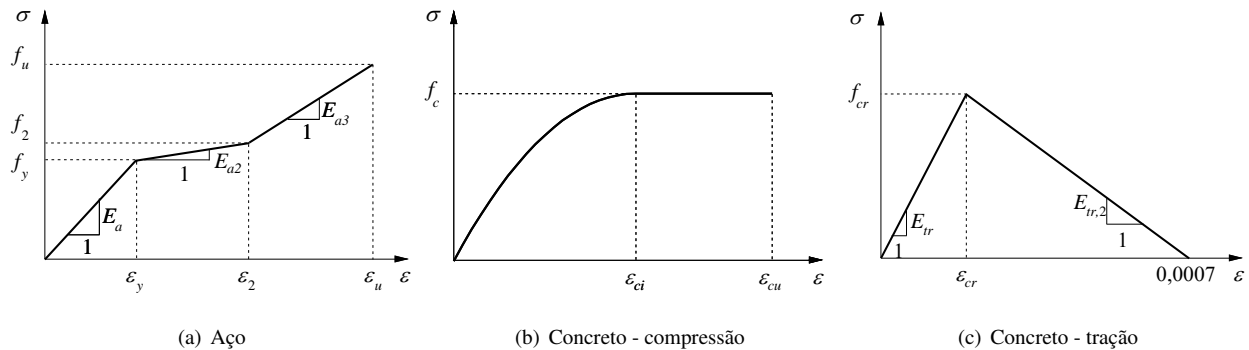


Figura 2. Comportamento dos materiais

2.2 Relação momento-curvatura

Neste trabalho, optou-se por utilizar o método iterativo de *Newton-Raphson* para a obtenção da relação momento-curvatura ($M - \phi$). Para um valor fixo de esforço axial, N , são dados incrementos no momento fletor solicitante até que o momento último resistente seja atingido ([Zubydan, 2013](#)).

Dois variáveis são substanciais para empregar essa metodologia: a área das fibras, A_i , e sua respectiva posição, y_i . Essa segunda é referenciada à linha neutra plástica (LNP), já que alguns pesquisadores ([Chen et al., 2001](#); [Sfakianakis, 2002](#)) apontam que dessa forma os problemas de convergência são minimizados. De tal forma, as Figs. 3 e 4 ilustram o procedimento de obtenção da relação momento-curvatura.

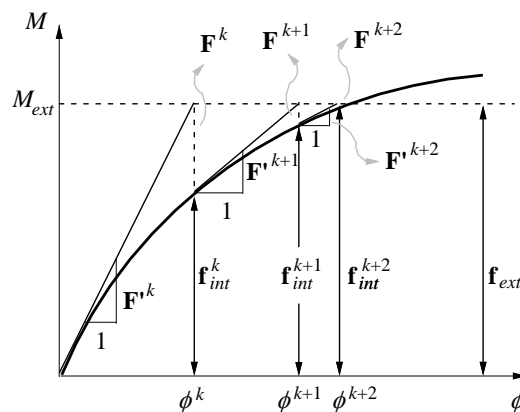


Figura 3. Relação momento-curvatura: ciclo iterativo

2.3 Coeficientes de rigidez e curva de interação esforço normal-momento fletor

Uma vez construída a relação momento-curvatura e conhecendo os esforços atuantes no ponto nodal em questão, é possível, através do MCD, obter os parâmetros de rigidez EA_t e EI_t por meio dos coeficientes da matriz Jacobiana \mathbf{F}' .

Quando, para um dado esforço axial, é atingido o momento máximo da relação momento-curvatura, tem-se a plastificação total da seção. Define-se então, que esse par de esforços é um ponto da curva de interação normal-momento fletor.

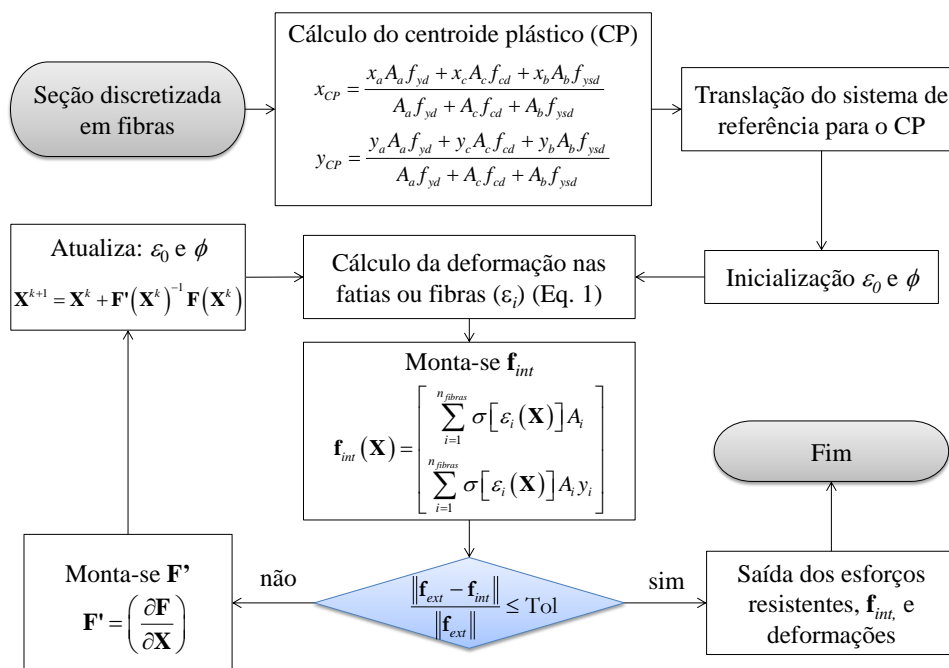


Figura 4. Fluxograma de construção da relação momento-curvatura

3. FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS VIA MRPR

Usualmente, o MRPR está associado à vinculação de molas fictícias nas extremidades do elemento finito de viga-coluna para a simulação da degradação da rigidez à flexão da seção transversal (Chan e Chui, 2000; Silva, 2009; Fong e Chan, 2012). Propõem-se neste trabalho retirar essas molas e simular a não linearidade do material através da relação momento-curvatura, como mostrado na Seção 2.

É importante destacar algumas considerações envolvendo a formulação de elementos finitos adotada neste trabalho, isto é:

- todos os elementos são inicialmente retos e prismáticos e a seção transversal permanece plana após a deformação;
- são desprezados os efeitos de instabilidade locais, como a flambagem nas chapas componentes dos perfis de aço, assim a seção pode desenvolver sua capacidade total de rotação plástica;
- os efeitos de instabilidade globais que podem acontecer em problemas tridimensionais, como a flambagem lateral ou torcional, são ignorados considerando um sistema de travamento no eixo z;
- grandes deslocamentos e rotações de corpo rígido são permitidos;
- as deformações originadas pelo cisalhamento são ignoradas;
- será interação total entre os elementos de aço e concreto.

Na modelagem do sistema estrutural via MEF, utiliza-se o elemento finito de pórtico plano delimitado pelos pontos nodais i e j , como mostrado na Fig. 5. Também são ilustrados os esforços internos, M_i , M_j e P , e os respectivos graus de liberdade θ_i , θ_j e δ , referentes ao sistema corrotacional adotado.

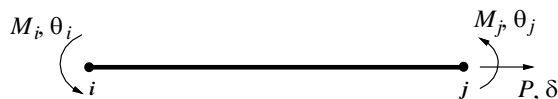


Figura 5. Elemento de viga coluna referenciado ao sistema corrotacional

A relação de equilíbrio do elemento finito ilustrado na Fig. 5, na forma incremental, é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA_t/L & 0 & 0 \\ 0 & k_{ii} & k_{ij} \\ 0 & k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta_i \\ \Delta \theta_j \end{Bmatrix} \quad (2)$$

na qual, ΔP , ΔM_i e ΔM_j são os incrementos de força axial e de momentos fletores e ΔL , $\Delta \theta_i$ e $\Delta \theta_j$ são os incrementos de deformação axial e rotações nodais, respectivamente.

Já os parâmetros k_{ii} , k_{ij} , k_{ji} e k_{jj} são termos da matriz de rigidez que dependem da formulação geometricamente não linear (Yang e Kuo, 1994). Assim como em Ziemian e McGuire (2002), são desenvolvidas expressões para avaliar os termos da Eq. 2 considerando a variação do módulo de elasticidade de forma linear ao longo do comprimento do elemento. Ou seja:

$$k_{ii} = \frac{3EI_{t,i} + EI_{t,j}}{L} + \frac{2PL}{15}; \quad k_{ij} = k_{ji} = \frac{EI_{t,i} + EI_{t,j}}{L} - \frac{PL}{30}; \quad k_{jj} = \frac{EI_{t,i} + 3EI_{t,j}}{L} + \frac{2PL}{15} \quad (3)$$

sendo os termos $EI_{t,i}$ e $EI_{t,j}$ as rigidezes à flexão dos pontos nodais i e j , respectivamente, obtidas por meio do procedimento descrito na Seção 2.2

Uma vez formadas rótulas plásticas na estrutura, um incremento de carga faz com que as forças internas tendem a violar o domínio resistente naquele ponto. Faz-se necessária então uma estratégia para que isso não ocorra. Assim, o esforço axial é mantido constante e o momento fletor é reduzido de forma a não violar a curva de interação normal-momento. Essa estratégia é denominada *Return Mapping* (Silva, 2009).

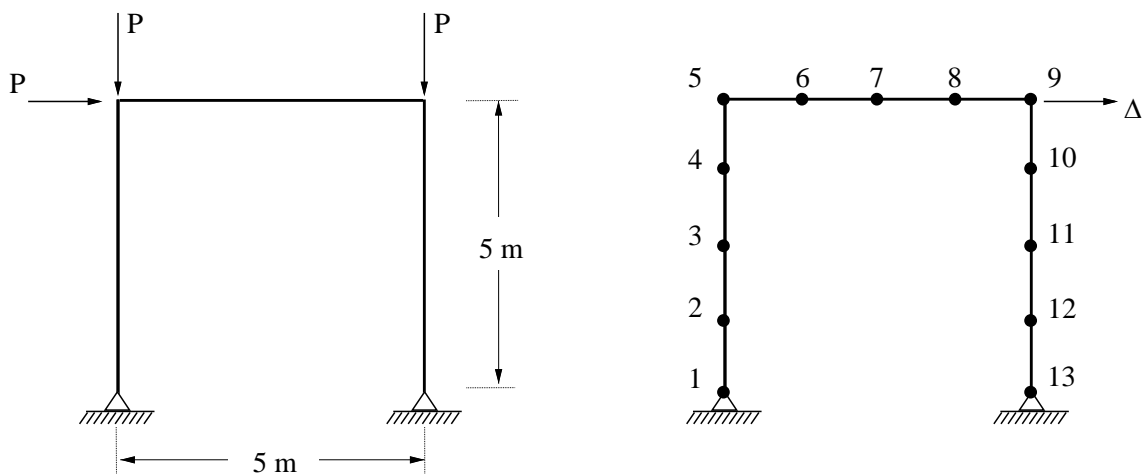
No presente trabalho, para a construção precisa das trajetórias de equilíbrio, foi utilizada a técnica do deslocamento generalizado (Yang e Kuo, 1994) como estratégia de incrementos de carga. No processo iterativo foi utilizado o método de Newton-Raphson modificado acoplado à estratégia da norma mínima dos deslocamentos residuais (Chan, 1988).

4. EXEMPLO NUMÉRICO

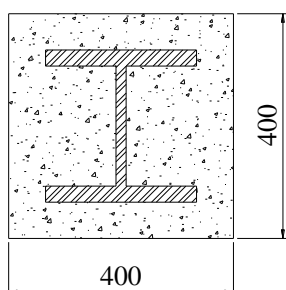
Nesta seção será estudado o pórtico ilustrado na Fig. 6 que foi inicialmente proposto por Liew *et al.* (2001) em um estudo de sistemas estruturais metálicos com vigas mistas. Os autores estudaram o ganho de rigidez e capacidade resistente proporcionado pela inclusão da laje de concreto na viga em relação a um sistema puramente metálico. Já Lu *et al.* (2009) propuseram revestir totalmente os pilares com concreto. Posteriormente, Chiorean (2013) validou suas formulações comparando as curvas carga-deslocamento obtidas por ele com as presentes na literatura.

A estrutura em questão é um pórtico simples de altura e vão iguais a 5 metros, sendo os pilares constituídos com perfis W12x50 e perfil W12x27 para a viga. Quando considerado o efeito da laje de concreto, a mesma apresenta altura igual a 102 mm e largura de 1219 mm. Os pilares são totalmente revestidos em uma terceira análise, apresentando seção mista quadrada de base igual a 400 mm. São aplicadas cargas incrementais verticais no topo dos pilares, e horizontal no topo do pilar esquerdo. É considerado que o pórtico não apresenta imperfeições geométricas iniciais.

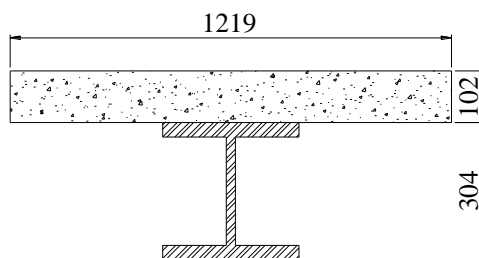
Serão realizadas duas análises: estrutura puramente de aço e o sistema estrutural totalmente misto. As trajetórias de equilíbrio para esses sistemas são definidas através da variação da carga incremental em relação ao deslocamento no topo do pilar direito. Considera-se para o aço uma resistência de escoamento f_y igual a 248,2 MPa e um módulo de elasticidade tomado como 200 GPa. A resistência característica do concreto à compressão, f_c , adotada é de 16 MPa. Para o concreto,



(a) Pórtico: geometria, carregamento e discretização



(b) Pilares: W12x50 revestido com concreto (dados em mm)



(c) Viga: laje de concreto apoiada sobre perfil W12x27 (dados em mm)

Figura 6. Pórtico simples: geometria, discretização e seções transversais

os parâmetros ε_{ci} e ε_{cu} são tomados como -0,002 e -0,0035, respectivamente.

Na Figura 7 são apresentadas as curvas carga-deslocamento para os dois casos acima descritos. Observando essa mesma figura pode-se concluir que o acoplamento MRPR/MCD utilizado neste trabalho se apresenta condizente com os resultados obtidos por *Iu et al. (2009)*, que utiliza o MRPR com elementos de molas fictícios, e com o MZP, testado por *Chiorean (2013)*.

Em um primeiro momento, na análise da estrutura puramente de aço valida-se a generalidade da metodologia proposta. Dessa forma, percebe-se que com a descrição correta do comportamento do material através de sua relação constitutiva pode-se simular estruturas metálicas sem a presença de concreto. Ao avaliar o comportamento do pórtico misto, percebe-se que a modelagem da viga mista (seção monossimétrica), foi satisfatória. Outra observação a ser ressaltada está relacionada com a descrição do campo de deformações de forma contínua, ou seja, todos os elementos do pórtico em questão foram simulados considerando interação total.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia generalizada, baseada no MCD, para a avaliação da capacidade resistente e das rigidezes axial e à flexão de estruturas de aço e mistas de aço e concreto. Essa metodologia foi inserida na plataforma CS-ASA (Silva, 2009) e acoplada ao MRPR para simulação da plasticidade de forma concentrada.

Nos exemplos apresentados, vê-se que o acoplamento (MCD/MRPR) proposto representa de forma eficiente o comportamento das estruturas. A comparação com resultados experimentais presentes na literatura valida a formulação implementada e destaca sua precisão perante o comportamento real de estruturas avaliadas em laboratório. Ressalta-se que o

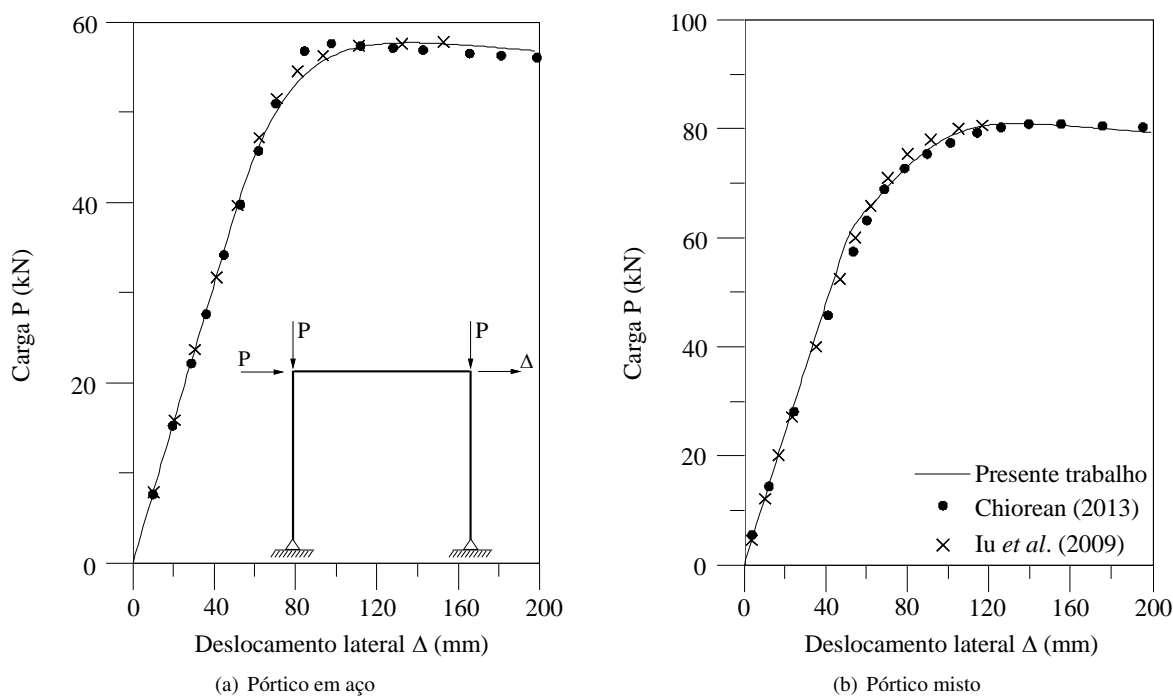


Figura 7. Trajetórias de equilíbrio do pórtico simples

problema da avaliação da rigidez de estruturas que apresentam concreto na sua composição, associado ao MRPR, é eliminado com a construção da relação momento-curvatura. Outra contribuição do presente trabalho é uma nova metodologia para a inclusão do encruamento do aço para análises via MRPR.

Como etapas seguintes da pesquisa pretende-se incluir modelos para a descrição do comportamento não linear das ligações em estruturas mistas, além da possibilidade de deslizamento na interface dos materiais (aço e concreto). Outro objetivo é entrar no âmbito da análise dinâmica de estruturas considerando diversas fontes de não linearidades.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPq, à Fapemig e ao PROPEC/UFOP o apoio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

NOMENCLATURA

MZP Método da Zona Plástica
 MRPR Método da Rótula Plástica Refinado
 MCD Método da Compatibilidade de Deformações
 CP centroide plástico
 y coordenada da fibra em relação ao CP
 \mathbf{X} vetor com as variáveis de deformação
 \mathbf{F}' matriz Jacobiana da seção
 \mathbf{F} vetor de forças desequilibradas da seção
 P carga axial
 M momento fletor
 E módulo de elasticidade
 I momento de inércia da seção transversal
 A área da seção transversal

L comprimento do elemento finito
 k termos da matriz de rigidez

Letras gregas

Δ incremento
 δ deslocamento axial
 θ rotação
 ϵ deformação
 σ tensão

Subscritos

0 valor medido no centroide plástico
 r_i valor residual
 a aço
 c concreto

y	dados referentes ao escoamento do aço	i, j	nós inicial e final, respectivamente
u	limite último do comportamento do aço	c	sistema corrotacional
ci	limite final do trecho parabólico rel. $\sigma - \epsilon$ concreto	t	tangente
cu	limite do patamar da rel. $\sigma - \epsilon$ concreto		

REFERÊNCIAS

- Bažant, Z.P. e Oh, B.H., 1983. “Crack band theory for fracture of concrete”. *Materials and Structures*.
- Bratina, S., Saje, M. e Planinc, I., 2004. “On material and geometrically non-linear analysis of reinforced concrete planar frames”. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 7181–7207.
- Chan, S.L., 1988. “Geometric and material nonlinear analysis of beam-columns and frames using the minimum residual displacement method”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 26, pp. 2657–2669.
- Chan, S.L. e Chui, P., 2000. *Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections*. Elsevier, Oxford.
- Chen, S., Teng, J.G. e Chan, S.L., 2001. “Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 6, pp. 678–685.
- Chen, W. e Kim, S., 1997. *LRFD Steel Design using Advanced Analysis*. CRC Press, Boca Raton, Flórida, EUA.
- Chiorean, C.G., 2013. “A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3d composite steel-concrete frame structures”. *Engineering Structures*, Vol. 57, pp. 125–152.
- EUROCODE-4, 2004. “Design of composite steel and concrete structures”. *Comité Européen de Normalisation, CEN prEN*.
- Fong, M. e Chan, S.L., 2012. “Advanced analysis of steel-concrete composite beam-columns by refined plastic-hinge method”. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, Vol. 12, No. 6.
- Gonçalves, R. e Carvalho, J., 2014. “An efficient geometrically exact beam element for composite columns and its application to concrete encased steel i-sections”. *Engineering Structures*, Vol. 75, pp. 213–224.
- Iu, C., Bradford, M. e Chen, W., 2009. “Second-order inelastic analysis of composite framed structures based on the refined plastic hinge method”. *Engineering Structures*, Vol. 31, pp. 799–813.
- Lemes, Í.J.M., 2015. *Análise avançada via MRPR de estruturas mistas de aço e concreto*. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Liew, J., Chen, H. e Shanmugam, N., 2001. “Inelastic analysis of steel frames with composite beams”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 2, pp. 194–202.
- NBR6118, 2014. “Projeto de estruturas de concreto - procedimento”. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*.
- Sfakianakis, M.G., 2002. “Biaxial bending with axial force of reinforced, composite and repaired concrete section of arbitrary shape by fiber model and computer graphics”. *Advances in Engineering Software*, Vol. 33, pp. 227–242.
- Silva, A.R.D., 2009. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado), Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil.
- Yang, Y. e Kuo, S., 1994. *Theory & analysis of nonlinear framed structures*. Prentice Hall.
- Ziemian, R.D. e McGuire, W., 2002. “Modified tangent modulus approach, a contribution to plastic hinge analysis”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 10, pp. 1301–1307.
- Zubydan, A.H., 2013. “Inelastic large deflection analysis of space steel frames including h-shaped cross-section members”. *Engineering Structures*, Vol. 48, pp. 155–165.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

AValiação DO ENRIQUECIMENTO POLINOMIAL NO MÉTODo DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

Thaianne Simonetti de Oliveira, thaiannesimo@gmail.com

Felício Bruzzi Barros, feliciobarros@gmail.com

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627 – Escola de Engenharia – Bloco 1 – 4º andar, sala 4215, Pampulha, Belo Horizonte – MG
CEP 31270-901

Resumo. *O presente trabalho avalia o desempenho do Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG), considerado uma formulação não-convencional do consolidado Método dos Elementos Finitos (MEF), a partir da análise de um problema da elasticidade bidimensional em estado plano de tensões, sob o prisma da seleção de funções enriquecedoras polinomiais e seu efeito sobre a eficácia do método. Estas funções enriquecedoras são utilizadas para multiplicar as funções originais do MEF, contribuindo para expandir o espaço de soluções aproximadas. O desempenho refere-se à qualidade da aproximação e à influência da distorção da malha, ao mesmo tempo em que se tem o menor número possível de graus de liberdade. Tais estudos visam à possibilidade de implementação dos monômios de sucesso em programas que utilizam o MEFG para reduzir o tempo de processamento das análises sem perda significativa na qualidade dos resultados, além de minimizar a interferência do usuário na determinação da malha de elementos finitos. As análises foram realizadas em um problema de uma chapa retangular com solução analítica conhecida da Teoria da Elasticidade. Importantes conclusões são encontradas quanto à influência dos monômios adotados para a construção das funções de enriquecimento do MEFG, na expansão do espaço de soluções aproximadas.*

Palavras-chave: *Método dos Elementos Finitos Generalizados, Método dos Elementos Finitos, Mecânica Computacional.*

1. INTRODUÇÃO

A inviabilidade de obtenção de soluções analíticas – especialmente em problemas detentores de geometria ou condições de contorno complexas – para fenômenos diversos de interesse da engenharia regidos por equações diferenciais provocou o desenvolvimento de modelos aproximados. Tais modelos proporcionaram uma análise mais simplificada dos processos requeridos, tornando exequível a avaliação dos mesmos. É nesse contexto que surge o Método dos Elementos Finitos (MEF), um eficiente recurso numérico para a resolução de problemas de valor de contorno, a partir de funções de forma que possibilitam a obtenção das incógnitas no interior dos elementos e associadas ao comportamento físico que se deseja representar.

Apesar de amplamente consolidado como ferramenta de análise estrutural, existem fenômenos cujo comportamento a forma convencional do MEF não é capaz de descrever de maneira satisfatória, despertando o desenvolvimento de novas estratégias para tal fim. Surge, então, o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG).

Segundo Barros (2002), o MEFG pode ser considerado como uma formulação não convencional do MEF, uma vez que se utiliza da estrutura deste para definir uma partição de unidade (PU), sobre a qual se realiza o enriquecimento das funções de forma que caracteriza o método e responde por sua qualidade. Tal particularidade permite que a aproximação seja construída de forma a minimizar a importância da malha de elementos finitos.

Considerando todo o exposto, fica clara a necessidade do estudo de novas abordagens como o MEFG para investigação de fenômenos que escapam a uma eficiente simulação pelo MEF, ou mesmo para contornar algumas limitações oriundas de sua formulação clássica. O presente trabalho pretende compreender o desempenho das funções polinomiais de enriquecimento, dentro da abordagem do MEFG com elementos quadrilaterais, para um problema de análise estrutural em estado plano de tensões com solução polinomial.

2. OBJETIVOS

Buca-se, neste trabalho, avaliar e identificar, através de análises numéricas de um problema estrutural, combinações de monômios que possam ser usadas de forma mais eficiente no enriquecimento das funções de aproximação do MEF, dentro da abordagem do MEFG. Tal eficiência refere-se à qualidade da aproximação para malhas regulares e com elementos distorcidos, ao mesmo tempo em que se tem o menor número possível de graus de liberdade. Este último para minimizar o esforço computacional requerido para as análises. Para isso, é investigada a sugestão de Oden et. al. (1998) de que o problema da dependência linear existente no MEFG poderia ser resolvido a partir da seleção criteriosa das funções de forma. Tal escolha criteriosa implicaria na exclusão das funções do espaço aproximado pela PU da constituição dos monômios enriquecedores.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Método dos Elementos Finitos Generalizados

O Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) pode ser considerado uma formulação híbrida do MEF, representando também uma “ponte” entre as diversas abordagens para as soluções numéricas ao empregar estratégias dos métodos sem malha sobre a estrutura do MEF, mais simples e tradicionalmente mais difundido. A estratégia utilizada pelo MEFG consiste em empregar funções de forma do MEF N_j como funções do tipo Partição da Unidade (PU). Enriquecidas a partir de um conjunto de funções linearmente independentes $I_j = \{1, L_{j1}, L_{j2}, \dots, L_{jqj}\}$ (Barros, 2002), as funções produto definem as funções de forma ϕ_j do método como um todo:

$$\{\phi_{ji}\}_{i=0}^{q_j} = N_j \{1, L_{j1}, L_{j2}, \dots, L_{jqj}\} \quad (1)$$

Onde, para qualquer ponto do domínio, tem-se:

$$\sum_{j=1}^n N_j(x) = 1 \quad (2)$$

Deve-se notar que, apesar de superar os problemas relacionados à prescrição das condições de contorno, bem como os relativos à integração numérica (quando as funções de enriquecimento são polinomiais) apresentados pelos métodos sem malha, o MEFG pode incorrer num conjunto de funções linearmente dependentes (Duarte et al., 2000 *apud* Barros, 2002). Isso ocorre, basicamente, quando se enriquece com monômios uma PU polinomial. A consequência imediata desse fato é que a matriz de rigidez não pode ser invertida. Tal problema pode ser contornado empregando-se as estratégias numéricas sugeridas em Strouboulis; Babuška; Copps (2000), entre elas um método iterativo denominado, em Barros (2002), de procedimento de Babuška.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para cumprimento dos objetivos almejados, foram propostas, inicialmente, duas combinações de monômios: uma do tipo $L_1 = \{1, x, y, x^2, y^2\}$, denominada, para efeitos de apresentação dos resultados, como MEFG⁽¹⁾; e outra do tipo $L_2 = \{1, x^2, y^2\}$, nomeada, para o mesmo fim, MEFG⁽²⁾. Esta visava a atender a sugestão de Oden et al. (1998) a respeito da superação da dependência linear. Posteriormente, avaliou-se, por razões a serem explanadas em 4.1 **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, também a qualidade do enriquecimento linear $L_3 = \{1, x, y\}$, intitulado MEFG⁽³⁾. Tais enriquecimentos foram empregados para a realização de análises em um problema em estado plano de tensões com solução conhecida da Teoria da Elasticidade. Para as análises realizadas foi empregado o INSANE, plataforma computacional desenvolvida pelo Departamento de Estruturas (DEES) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

4.1 Análise dos efeitos da distorção da malha sobre as funções enriquecedoras em uma chapa retangular

A avaliação do comportamento das diferentes funções enriquecedoras propostas quanto à qualidade da aproximação da solução considerando hipóteses de distorção da malha se deu a partir de um problema de elasticidade bidimensional construído com base em Lee e Bathe (1993) e Barros (2002). Trata-se de uma chapa retangular, com as dimensões indicadas na Fig. 1. A mesma é submetida a um carregamento distribuído de forma parabólica na extremidade da direita:

$$q_y = \frac{120y}{L} - \frac{120y^2}{cL} \quad (3)$$

Para que o problema em estado plano de tensões simule o comportamento da chapa em questão, também as reações de apoio são impostas, como condições de contorno naturais, aplicando-se na face $x = 0$ a reação de cisalhamento no valor de $-q_y$ e a reação oriunda da flexão segundo a distribuição (Barros, 2002):

$$q_x = \frac{240y}{c} - 120 \quad (4)$$

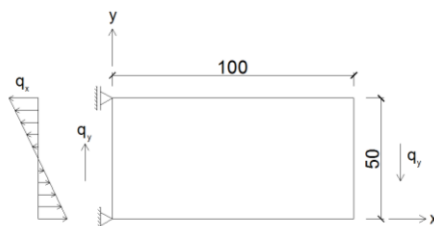


Figura 1. Geometria da chapa retangular proposta (em unidades consistentes).

Os dados constitutivos e geométricos do problema foram obtidos a partir de Lee e Bathe (1993), sendo apresentados, assim como aparecem originalmente, em unidades consistentes:

- Módulo de Elasticidade $E = 1,0 \cdot 10^7$;

- Coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$;
- Espessura $t = 1,0$.

As soluções analíticas para o deslocamento nas direções x e y também são fornecidas por Lee e Bathe (1993).

$$u_x = \frac{1}{E} \left(\frac{120}{cL} x^2 y - \frac{92}{cL} y^3 - \frac{60}{L} x^2 - \frac{240}{c} xy + \frac{138}{L} y^2 + 120x - \frac{46c}{L} y \right) \quad (5)$$

$$u_y = \frac{1}{E} \left(-\frac{40}{cL} x^3 - \frac{36}{cL} xy^2 + \frac{120}{c} x^2 + \frac{36}{L} xy + \frac{36}{c} y^2 + \frac{46c}{L} x - 36y \right) \quad (6)$$

Uma vez que as dimensões do problema estudado não coincidiam com os modelos apresentados tanto em Lee e Bathe (1993) quanto em Barros (2002), para avaliar a qualidade da aproximação da solução no que concerne à distribuição de tensões e à energia de deformação esperada fez-se necessária a determinação de valores de referência para tais variáveis. Neste caso, utilizou-se da relação constitutiva do estado plano de tensões, Eq. (7) a seguir, e das soluções analíticas dos deslocamentos apresentadas na Eq. (5) e na Eq. (6) para a obtenção das componentes de tensão no plano xy σ_x , σ_y , e τ_{xy} , conforme se segue:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sendo $\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}$; $\epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}$ e $\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$ as componentes de deformação no plano xy .

Derivando a Eq. (5) e a Eq. (6) para a obtenção de ϵ_x e ϵ_y e substituindo as equações resultantes na Eq. (7), tem-se a componente de tensão em x , parâmetro auxiliar, junto a u_x , para avaliação da qualidade da aproximação no presente trabalho:

$$\sigma_x = \frac{1}{1-\nu^2} \left[\frac{240}{cL} xy - \frac{120}{L} x - \frac{240}{c} y + 120 + \nu \left(\frac{-72}{cL} xy + \frac{36}{L} x + \frac{72}{c} y - 36 \right) \right] \quad (8)$$

Da mesma forma, sabe-se que a energia de deformação U de um sistema é resultado da integral, num dado volume, da energia de deformação específica:

$$\mu = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) \quad (9)$$

Utilizando a relação expressa pela Eq. (7), pode-se escrever μ em termos apenas das deformações do sistema e de suas propriedades constitutivas:

$$\mu = \frac{1}{2} [C_1 (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2) + 2C_2 \epsilon_x \epsilon_y + C_3 \gamma_{xy}^2] \quad (10)$$

Sendo:

- $C_1 = E/(1-\nu^2)$
- $C_2 = \nu E/(1-\nu^2)$
- $C_3 = E/2(1+\nu)$

Partindo das derivadas das soluções analíticas de deslocamento para encontrar as expressões de ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} e integrando a Eq. (10) em x (de $x = 0$ a $x = 100$) e y (de $y = 0$ a $y = 50$), com espessura unitária em z , $c = 50$ e $L = 100$, obteve-se, para a energia de deformação do sistema, o seguinte resultado:

$$U = 0,478000 \quad (11)$$

As equações Eq. (5), Eq. (6), Eq. (8) e Eq. (11) servirão como padrão de comparação para os valores obtidos pelas análises computacionais.

Antes de se avaliar o desempenho propriamente dito sob distorção da malha das funções enriquecedoras propostas, foi realizada uma análise prévia para verificar a hipótese de que o enriquecimento de segundo grau incompleto MEF^G(²) se aproximaria satisfatoriamente da solução de referência apesar da perda de termos em relação ao enriquecimento de segundo grau completo MEF^G(¹). Para tal, foi estabelecido um modelo para a chapa retangular em questão com apenas um elemento finito do tipo Q4 (aproximação linear), que teve todos os quatro nós enriquecidos, separadamente, pelos monômios propostos. A Tabela 1 mostra os resultados obtidos para ambos os monômios enriquecedores em termos de deslocamentos em y máximos, componentes de tensões normais em x máximas e da energia de deformação, além dos valores assumidos pela solução analítica. A norma $||\mu_{EX} - \mu_{AP}||$ utilizada refere-se à norma de energia de deformação.

Tabela 1. Resultados da chapa retangular 100 x 50 com 1 elemento quadrilateral Q4 para o MEF^G(¹) e o MEF^G(²). NGL representa o número de graus de liberdade de cada modelo.

	NGL	u_y máx ($x = 100$)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG(¹)	40	-1,830E-03	119,999999	0,478	7,596E-05
MEFG(²)	24	-1,830E-03	119,999999	0,478	7,678E-05
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Pode-se perceber que, de fato, as funções enriquecedoras se portaram da maneira esperada e que os resultados encontrados, quando comparados à solução exata do problema, foram coincidentes, uma vez que ambas produzem um espaço cúbico (ou seja, suficiente para representar em plenitude a solução analítica). As diferenças mínimas encontradas em relação à solução exata dizem respeito apenas a questões de precisão numérica. Validada, deste modo, a hipótese inicial, passou-se à avaliação do comportamento da solução numa situação de distorção da malha de elementos. Para tal, foram utilizados dois tipos de malha, constituídas de quatro elementos cada, uma delas distorcida e outra não (Fig. 2 Figura 2). Foram realizados, ainda, três tipos distintos de análise: uma utilizando elementos quadriláteros Q4 com enriquecimento em todos os nós do modelo do tipo MEFG⁽¹⁾ para ambas as malhas; outra utilizando o mesmo elemento com enriquecimento em todos os nós do modelo do tipo MEFG⁽²⁾ também para ambas as malhas; e finalmente uma com elementos quadriláteros do tipo Q12 desprovida de qualquer tipo de enriquecimento (MEF Q12). A utilização de enriquecimentos distintos visa, dessa vez, a investigar os efeitos da distorção sobre o comportamento da aproximação do polinômio de segundo grau incompleto. Os resultados apresentados por ambos os tipos de abordagem são expostos na Tab. 2 Tabela 2 e na Tab. 3, que exibem ainda os valores obtidos através da solução analítica.

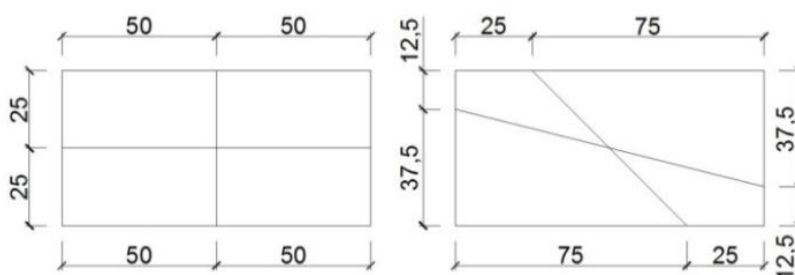


Figura 2. Tipos de malha utilizados para as análises.

Tabela 2. Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha não distorcida com 4 elementos.

	NGL	u_y máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG ⁽¹⁾	90	-1,830E-03	119,999998	0,478	1,171E-04
MEFG ⁽²⁾	54	-1,766E-03	114,956421	0,456	2,100E-01
MEF Q12	66	-1,830E-03	119,999996	0,478	4,407E-04
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Tabela 3. Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha distorcida com 4 elementos.

	NGL	u_y máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG ⁽¹⁾	90	-1,830E-03	119,999994	0,478	1,361E-04
MEFG ⁽²⁾	54	-1,735E-03	107,797872	0,455	2,141E-01
MEF Q12	66	-1,794E-03	111,868286	0,474	8,909E-02
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Pode-se notar que os resultados não se apresentaram completamente da maneira esperada. Como se presumia, não houve perda de qualidade da solução ao se utilizar o MEFG⁽¹⁾ para enriquecer todos os nós do problema mesmo com a distorção angular da malha, uma vez que tal função ainda neste caso permite o alcance de um polinômio completo de terceiro grau. O elemento Q12, ao contrário, não foi poupado dos efeitos negativos oriundos da impossibilidade de se obter uma correspondência perfeita entre as coordenadas locais e o sistema global em razão da distorção angular, embora não tenha tido sua aproximação tão penalizada por favorecimento da geometria do problema. Na malha sem distorção, a análise via MEF alcançou os resultados desejados, estando coincidentes com a solução exata (existindo apenas, como já mencionado, um pequeno erro de ordem numérica). Ao se utilizar o MEFG⁽²⁾, entretanto, obteve-se comportamento diverso do que se esperaria: nem mesmo a malha sem distorção apresentou os resultados coincidentes com a solução exata, ao contrário do que foi verificado com apenas um elemento. Isso a princípio seria contraditório, uma vez que a aproximação deve crescer em proximidade com a solução exata à medida que a malha é refinada.

A fim de investigar o que estaria ocorrendo e buscando avaliar mais profundamente o desempenho do enriquecimento MEFG⁽²⁾, foram feitas análises posteriores. Estas empregaram malhas de 2, 8 e 32 elementos (Fig. 3) autocontidas para a mesma chapa da Fig. 1 Figura 1.

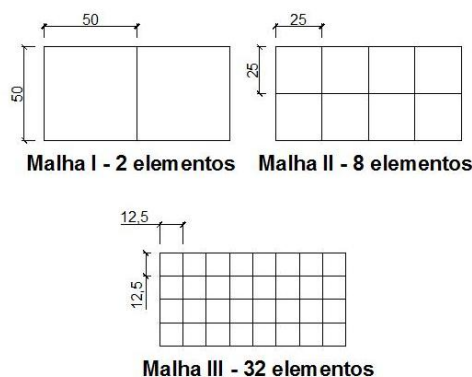


Figura 3. Malhas utilizadas para melhor investigar o desempenho do enriquecimento MEF^G(²) em chapa retangular 100x50.

Foram utilizados o elemento quadrilateral Q8 desprovido de qualquer enriquecimento e o elemento quadrilateral Q4 com os enriquecimentos MEF^G(¹) e MEF^G(²). Além destes, foi introduzido, para efeitos comparativos, o enriquecimento do tipo MEF^G(³), que apresenta o mesmo número de graus de liberdade que MEF^G(²). Os resultados encontrados para as análises realizadas podem ser vistos na Tab. 4, Tab. 5 e Tab. 6, que exibem, da mesma forma, também os valores obtidos pela solução analítica.

Tabela 4. Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha não distorcida com 2 elementos.

	NGL	u_v máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG(¹)	60	-1,830E-03	119,999999	0,478	6,961E-05
MEFG(²)	36	-1,755E-03	113,282340	0,463	1,735E-01
MEFG(³)	36	-1,824E-03	117,818661	0,466	1,538E-01
MEF Q8	26	-1,827E-03	117,818662	0,466	1,538E-01
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Tabela 5. Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha não distorcida com 8 elementos.

	NGL	u_v máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG(¹)	150	-1,830E-03	119,999996	0,478	1,234E-04
MEFG(²)	90	-1,826E-03	118,917274	0,470	1,239E-01
MEFG(³)	90	-1,829E-03	119,636835	0,477	3,868E-02
MEF Q8	74	-1,829E-03	119,636835	0,477	3,868E-02
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Tabela 6. Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha não distorcida com 32 elementos.

	NGL	u_v máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFG(¹)	450	-1,830E-03	119,999967	0,478	2,381E-04
MEFG(²)	270	-1,829E-03	119,613407	0,477	3,511E-02
MEFG(³)	270	-1,830E-03	119,901826	0,478	9,697E-03
MEF Q8	242	-1,830E-03	119,973420	0,478	9,709E-03
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Algumas tendências interessantes podem ser observadas nos resultados apresentados na Tab. 4, Tab. 5 e Tab. 6. Primeiramente, o MEF^G(¹) mais uma vez manteve-se coerente com o desempenho para ele esperado. O MEF^G(²), no entanto, novamente apresentou performance inferior ao verificado para apenas um elemento. Além disso, pode-se perceber também que o enriquecimento linear MEF^G(³), cujo produto pelas funções de forma do elemento Q4 resulta numa aproximação equivalente a do elemento Q8 (como pode ser de fato verificado pela análise das tabelas), apresentou desempenho superior, em termos dos parâmetros avaliados, em relação ao MEF^G(²). Isso se constituiu nova surpresa, já que se esperava do MEF^G(²) a solução exata. O mínimo a se almejar, seria, nesse caso, uma performance superior à da função enriquecedora MEF^G(³), o que não ocorreu na realidade. Contudo, pôde-se verificar também que, para o MEF^G(²), a solução melhorou com o refinamento das malhas, como era de fato esperado. Portanto, uma precisão superior na malha menos refinada apareceu exclusivamente com um único elemento.

Para explicar o desempenho aparentemente discordante da função enriquecedora MEF⁽²⁾, deve-se introduzir o conceito de deficiência no *ranking* de uma matriz. No caso de uma matriz quadrada, que é o deste trabalho, deficiência no *ranking* corresponde à diferença entre a ordem da matriz e seu número de linhas linearmente independentes, conforme Golub e Loan (1996). Neste trabalho, para determinar tal parâmetro, optou-se por seguir a abordagem sugerida por An et al. (2011), na qual a deficiência do *ranking* de um elemento é definida como a diferença entre o número total de graus de liberdade e o número de graus de liberdade linearmente independentes. Para cálculo do índice aqui denominado R_D , o número de graus de liberdade introduzido por intermédio da função enriquecedora (mantendo-se o elemento base da PU do MEF constante) é subtraído do número de graus de liberdade do elemento finito de aproximação equivalente. Caso este índice seja igual a zero, a matriz de rigidez é linearmente independente, após eliminados os deslocamentos de corpo rígido e uma solução única pode ser encontrada. Se for maior que zero, existem infinitas soluções possíveis. Torna-se, então, necessário utilizar o Procedimento de Babuška para se encontrar aquela solução com correspondência física. Finalmente, se R_D for menor do que zero, existe solução única, mas a aproximação obtida pelo MEF⁽²⁾ não é capaz de reproduzir funções do espaço de solução do elemento finito correspondente.

Para melhor compreensão de como a deficiência no *ranking* afetaria a qualidade da aproximação do enriquecimento MEF⁽²⁾, foram elaboradas a Fig. 4, Fig. 5 e Fig. 6. Inicialmente, foi suposto um problema qualquer resolvido por uma malha de apenas um elemento. Sabe-se que o enriquecimento de segundo grau incompleto MEF⁽²⁾, quando multiplicado por uma PU do elemento Q4, produz uma aproximação equivalente ao emprego de um elemento Q12 desprovido de enriquecimento. Dito isto, inicialmente para o elemento único, na hipótese de utilização do MEF⁽²⁾, haveria seis graus de liberdade por nó, uma vez que dois deles seriam resultado dos dois termos (deslocamentos em x e y) oriundos da formulação do MEF e os outros quatro fruto dos graus relativos aos deslocamentos em x e y associados aos termos x^2 e y^2 acrescidos pela função enriquecedora. Para todo o conjunto, haveria então vinte e quatro graus de liberdade. Na hipótese de utilização do elemento Q12 desprovido de qualquer enriquecimento, por sua vez, existiriam doze nós com dois graus de liberdade associados aos deslocamentos em x e y , totalizando, da mesma forma, vinte e quatro graus de liberdade. Considerando a definição aqui descrita para o índice de deficiência no *ranking* R_D , tem-se, que, para um elemento, seu valor seria nulo. Deste modo, nesse caso, o MEF⁽²⁾ apresentaria os recursos necessários para bem representar o fenômeno em análise. De fato, foi o que se verificou na hipótese inicial apresentada nesta seção (resultados da Tab. 1).

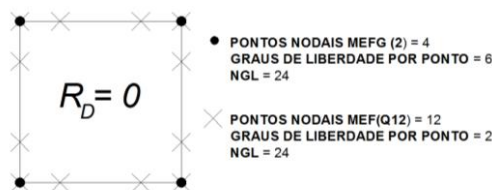


Figura 4. Índice de deficiência no *ranking* para o MEF⁽²⁾ considerando um elemento.

Caso se optasse por descrever o mesmo problema com dois elementos, haveria acréscimo de dois pontos nodais com seis graus de liberdade no modelo empregando o MEF⁽²⁾, resultando em 36 graus de liberdade para o conjunto. Para a utilização pura do MEF, por sua vez, seriam acrescidos 8 nós com dois graus de liberdade cada, totalizando 40 graus de liberdade (Fig. 5). Pode-se perceber, portanto, que, nesse caso, índice R_D seria igual a -4. Logo, a função enriquecedora proposta não seria suficiente para descrever totalmente o comportamento do fenômeno em estudo conforme se esperaria originalmente. Foi o que se verificou na análise com dois elementos da chapa retangular exposta na presente seção (resultados da Tab. 2).

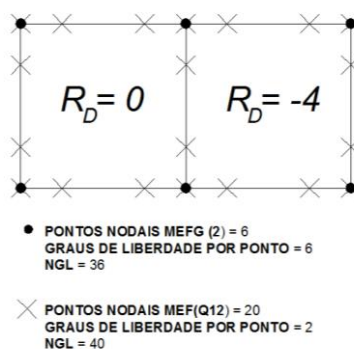


Figura 5. Índice de deficiência no *ranking* para o MEF⁽²⁾ considerando dois elementos.

Da mesma forma, se fossem acrescidos um e dois elementos (Fig. 6), o índice de deficiência no *ranking* por acréscimo de elemento permaneceria de -4, o que totalizaria, para o último caso, um *ranking* global de -12, e assim por diante. Tal comportamento explica as deficiências de performance observadas para o MEF⁽²⁾ proposto. Os ganhos

observados nas análises realizadas para as malhas autocontidas, portanto, podem ser atribuídos prioritariamente ao refinamento h empregando o elemento quadrilateral Q4.

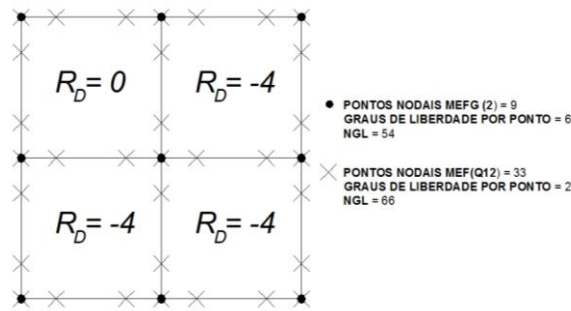


Figura 6 . Índice de deficiência no *ranking* para o MEFQ⁽²⁾ considerando quatro elementos.

As funções MEFQ⁽¹⁾ e MEFQ⁽³⁾, por outro lado, não apresentam este tipo de comprometimento. Respectivamente equivalentes, no caso de se utilizar como PU o elemento Q4, aos elementos Q12 e Q8, ambas têm seu comportamento relativo ao ranking de deficiência representado simplificado na Fig. 7.

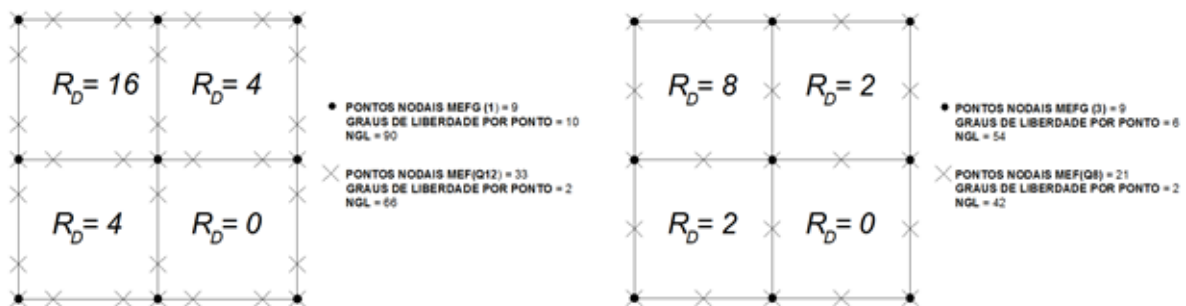


Figura 7. Índice de deficiência no *ranking* para o MEFQ⁽¹⁾ (esquerda) e para o MEFQ⁽³⁾ (direita) considerando quatro elementos .

Para encerrar as análises relativas à chapa retangular proposta, buscou-se avaliar se o enriquecimento MEFQ⁽²⁾ apresentaria alguma vantagem sobre o enriquecimento linear MEFQ⁽³⁾ ao menos no que concernia ao desempenho sob distorção da malha. Para tal, foi realizada uma análise com a malha apresentada na Fig. 8. Além das funções citadas, foi empregado, da mesma forma, o enriquecimento MEFQ⁽¹⁾. A Tab. 7 apresenta os resultados da análise executada.

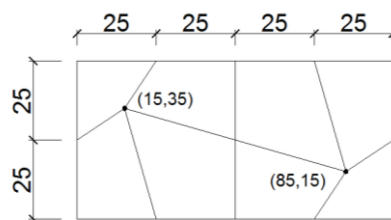


Figura 8. Malha empregada para análise do desempenho sob distorção de MEFQ⁽²⁾ contrapondo-o ao de MEFQ⁽³⁾ utilizando 8 elementos.

Tabela 7 – Resultados da chapa retangular 100x50 para a malha distorcida com 8 elementos.

	NGL	u_v máx (x = 100)	σ_x máx (0, 50)	U	$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $
MEFQ ⁽¹⁾	150	-1,830E-03	119,999995	0,478	1,362E-04
MEFQ ⁽²⁾	90	-1,826E-03	102,405012	0,462	1,794E-01
MEFQ ⁽³⁾	90	-1,826E-03	119,509661	0,476	5,519E-02
Solução Analítica	-	-1,830E-03	120,000000	0,478	-

Pode-se perceber que, para a malha da Fig. 7, mais uma vez se manteve a coerência esperada para MEFQ⁽¹⁾. O desempenho do MEFQ⁽³⁾, por sua vez, foi superior ao do MEFQ⁽²⁾. Pode-se atribuir o fato ao comprometimento sofrido pela função enriquecedora MEFQ⁽²⁾ pelo aumento, em módulo, do índice de deficiência no *ranking* global do modelo

(que se tornaria mais deficitário). Deste modo, não se pode apostar no desempenho superior deste tipo de enriquecimento em relação ao enriquecimento linear.

5. CONCLUSÕES

Foi possível avaliar o desempenho das diferentes funções enriquecedoras propostas. Concluiu-se que o enriquecimento que emprega funções do segundo grau incompleto, apesar do que inicialmente se supunha, não pode ser utilizado de forma superior em termos de performance e economia de graus de liberdade ao enriquecimento completo do segundo grau. Isso porque aquele apresenta características associadas à instabilidade produzidas pelos problemas relacionados ao ranking de deficiência por ele gerado.

Além disso, constatou-se a baixa sensibilidade à distorção da malha apresentada pelo MEF_G, consolidando as razões para sua utilização com maior confiabilidade nessas situações em relação à forma convencional do MEF.

AGRADECIMENTOS

Os autores reconhecem e agradecem o importante apoio das agências de pesquisa brasileiras FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais e CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (projetos 486959/2013-9, e 309005/2013-2).

NOMENCLATURA

MEF	Método dos Elementos Finitos
MEFG	Método dos Elementos Finitos Generalizados
NGL	Número de graus de liberdade
PU	Partição da Unidade
MEFG ⁽¹⁾	Enriquecimento de segundo grau completo proposto
MEFG ⁽²⁾	Enriquecimento de segundo grau incompleto proposto
MEFG ⁽³⁾	Enriquecimento de primeiro grau completo proposto
E	Módulo de elasticidade
t	Espessura
U	Energia de deformação do sistema

$N_f(x)$	Função da Partição da Unidade, descrita pelas funções interpoladoras de Lagrange
$L_{ji}(x)$	Função de enriquecimento da função $N_f(x)$
$\{\Phi_{ji}^q\}_{i=0}^q$	Função de forma do MEF _G

Letras Gregas

ν	Coefficiente de Poisson
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Componentes de tensão no plano xy
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$	Componentes de deformação no plano xy
μ	Energia de deformação específica
$ \mu_{EX} - \mu_{AP} $	Erro de uma solução

REFERÊNCIAS

- An, X. M. et al. Prediction of rank deficiency in partition of unity-based methods with plane triangular or quadrilateral meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 200, p. 665-674, 2011.
- Barros, F. B. Métodos Sem Malha e Métodos dos Elementos Finitos Generalizados em Análise Não-Linear de Estruturas. Tese de Doutorado. EESC - USP, São Carlos, SP, Brasil, 2002.
- Duarte, C. A.; Babuška, I.; Oden, J. T. Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems. *Computers & Structures*, v. 77, n. 2. p. 215-232, 2000.
- Golub, G. H.; Loan, C. F. V. *Matrix Computations*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 3ª. ed. 1996.
- Lee, N. S.; Bathe, K. J. Effects of element distortions on the performance of isoparametric elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, New York, v. 36, n. 20, p. 3553-3576, Oct. 1993.
- Oden, J. T.; Duarte, C. A.; Zienkiewicz, O. C. A new cloud-based hp finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 153, p. 117-126, 1998.
- Strouboulis, T.; Babuška, I.; Copps, K.. The design and analysis of the generalized finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 181, n. 1-3, p. 43-69, Janeiro 2000.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

COMPARAÇÃO DA FORÇA AXIAL DE COMPRESSÃO EM COLUNAS METÁLICAS PELA ABNT NBR 8800:2008 E POR SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Alexandre Rossi, alexandre-rossi@hotmail.com

Carlos Humberto Martins, chmartins@uem.br

Felipe Piana Vendramell Ferreira, fpiana@live.com

Universidade Estadual de Maringá. Avenida Colombo, 5790 - Jardim Universitário, Maringá - PR

Washington Batista Vieira, vieira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá, Campus Avançado de Itabira. Rua Irmã Ivone Drumond, 200, Distrito Industrial II, Itabira - MG

Resumo. Os perfis metálicos estruturais são elementos que quando submetidos a forças axiais de compressão sofrem o fenômeno chamado de flambagem. Esse fenômeno consiste na perda de estabilidade do elemento, o que confere a estrutura um deslocamento no eixo de flambagem. Porém algumas imperfeições construtivas presentes nos materiais fazem com que o fenômeno de flambagem não apresente o comportamento clássico previsto por Euler em seus trabalhos. Portanto neste trabalho será realizada uma análise numérica de colunas metálicas em perfis laminados de abas paralelas, utilizando-se para isso do software ABAQUS 6.12, sendo simuladas através deste programa cargas e condições de contorno, além de se incluírem na simulação as imperfeições físicas e geométricas, com diferentes modelos de distribuições. Pretendeu-se avaliar a influência destas imperfeições na flambagem por flexão, comparando os resultados adquiridos através das simulações numéricas com aqueles obtidos analiticamente, por intermédio do procedimento preconizado pela ABNT NBR 8800:2008. Pode-se avaliar que as imperfeições físicas e geométricas têm influência na flambagem quando se trata de colunas com índices de esbeltez menores, diminuindo significativamente sua resistência. Para valores maiores do índice de esbeltez, ou seja, comprimentos maiores, esse efeito atenua-se.

Palavras-chave: Carga de Flambagem, Imperfeições físicas e geométricas, Abaqus 6.12, ABNT NBR 8800:2008

1. INTRODUÇÃO

Existem métodos de análise clássicos da influência das imperfeições em estruturas metálicas que permitem conclusões matemáticas refinadas dos fenômenos físicos que acontecem nas estruturas. Porém pesquisas experimentares pode tornar-se caro em demasia dependendo dos fatores a serem analisados e alguns dados muitas vezes não podem ser coletados por inacessibilidade da instrumentação, ou por impossibilidade de monitoramento. Por exemplo, neste caso, a obtenção de dados relativos às diversas distribuições de tensões residuais torna-se mais simples.

Por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), a obtenção de modelos teóricos onde se possa, satisfatoriamente, analisar os efeitos do comportamento estrutural sob influência das imperfeições físicas (tensões residuais) e imperfeições geométricas (curvatura inicial) propostas torna-se mais fácil e real.

A partir dos resultados que serão obtidos numericamente será possível analisar o desempenho dos pilares em perfis de aço, incorporando parâmetros relativos a distribuição das tensões residuais (imperfeições físicas) e da curvatura inicial (imperfeição geométrica), bem como analisar a influência da variação de alguns parâmetros, como do índice de esbeltez do pilar, e ainda realizar a comparação entre os resultados obtidos e o método de cálculo fornecido pela ABNT NBR 8800:2008.

1.1 Pilares Metálicos

Os pilares metálicos utilizados na construção civil são normalmente pilares de perfis metálicos de abas paralelas, esses perfis são fabricados em altas temperaturas em usinas siderúrgicas, e um dos seus processos de fabricação é conhecido como laminação, o qual consiste na passagem sucessiva por rolos até se atingir a forma desejada. Na Fig. 1 pode-se observar um perfil laminado com algumas de suas dimensões.

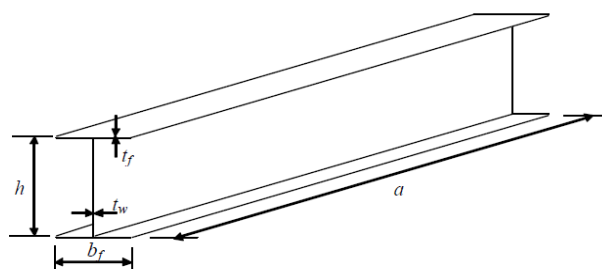


Figura 1. Geometria de um perfil laminado.

A vantagem da utilização de elementos metálicos na construção se dá por fatores como a redução no tempo da obra, diminuição de custos com mão de obra, possibilidades de ampliações e adaptações, entre algumas outras vantagens. De acordo com PINHO (2009) os perfis laminados apresentam uma maior padronização do que perfis soldados, o que pode levar a modulação de projetos, além do mais pode-se verificar no mercado uma grande variedade de bitolas. Na Fig. 2 pode ser observado o processo de laminação a quente dos perfis metálicos.



Figura 2. Processo de laminação a quente dos perfis.

Para um edifício, por exemplo, o sistema de estrutura metálica proporciona melhor aproveitamento das áreas úteis, reduzindo números de pilares e o aumento de vagas na garagem, além disso as facilidades construtivas da estrutura metálica, fazem com que um edifício seja executado num prazo bastante curto, proporcionando ganho de tempo na execução da obra, gerando um retorno financeiro mais rápido no caso de edifícios comerciais. Na Fig. 3 é possível observar a montagem de uma construção em estrutura metálica.



Figura 3. Montagem de uma estrutura metálica.

1.2 Imperfeições Físicas e Geométricas

As imperfeições físicas, no caso, as tensões residuais, aparecem nos perfis estruturais e chapas de aço durante o processo de fabricação e permanecem, inevitavelmente, se nenhuma técnica de alívio de tensões for utilizada. Devido ao resfriamento não uniforme, após a laminação ou soldagem da peça, surgem deformações plásticas e, conseqüentemente, tensões residuais que podem, em alguns casos, atingir o mesmo nível de grandeza da tensão de escoamento do material. As tensões residuais têm um papel importante no dimensionamento dos pilares de aço, pois, sendo a principal causa da não linearidade do diagrama tensão x deformação na região inelástica, conforme afirmam Alpsten e Tall (1970), elas afetam, significativamente, a resistência à compressão.

Em perfis laminados a quente, o processo de formação das tensões residuais impõe que as extremidades das mesas e a região central da alma fiquem comprimidas, enquanto as junções entre alma e mesa fiquem tracionadas devido ao resfriamento lento. Para perfis soldados com chapas de bordas laminadas, a solda de união entre mesas e alma introduz tensões residuais de compressão nas extremidades das mesas, ampliando a região das tensões residuais de compressão, afetando, de forma adversa, a resistência dos pilares, se comparada com os pilares compostos por perfis laminados a quente. Na Fig. 4 pode-se observar a distribuição de tensões residuais realizada pelo programa Abaqus 6.12.

Outro fator importante que tem influência significativa na resistência dos pilares é a sua imperfeição geométrica inicial. Essas imperfeições aparecem durante o processo de fabricação industrial dos pilares, quando ocorrem desvios significativos em seu eixo reto.

Conforme GALAMBOS (1988), a configuração real da curvatura inicial de um pilar pode ser bastante variável, podendo apresentar curvaturas simples, duplas, reversas e mesmo, curvaturas em ambas as direções principais da seção transversal do perfil. Também a amplitude das imperfeições iniciais pode variar bastante ao longo do pilar.

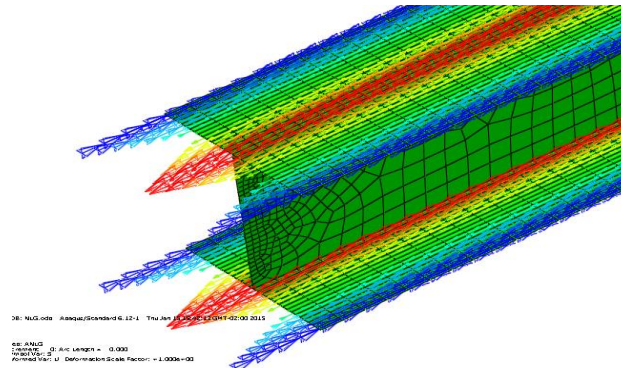


Figura 4. Distribuição de tensão residual pelo *Software Abaqus 6.12*.

1.3 A norma ABNT NBR 8800:2008

A norma brasileira de referência ABNT NBR 8800:2008 (Projeto e execução de estruturas de Aço de Edifícios – Métodos dos Estados Limites) estabelece um método para o cálculo da força axial resistente de cálculo, presente no item 5.3.2 da norma.

A força axial de compressão resistente de cálculo, $N_{C,Rd}$, de uma estrutura, associada aos estados-limites últimos de instabilidade por flexão, por torção ou flexo-torção e de flambagem local, deve ser determinada pela Eq. (1):

$$N_{C,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (1)$$

em que: χ é o fator de redução associado à resistência à compressão;

Q é o fator de redução total associado à flambagem local;

A_g é a área bruta da seção transversal da barra;

γ_{a1} é o coeficiente de ponderação de resistência.

Para o procedimento de cálculo de acordo com a NBR 8800, teremos que:

- Aço ASTM A572, $f_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ e $f_y = 45 \text{ kN/cm}^2$;
- Perfil I com seção de dupla simetria.

Teremos que de acordo com a tabela F-1 do anexo F da ABNT NBR 8800:2008, a alma do perfil I, se enquadra no grupo AA 2, pelo fato da alma ser um elemento apoiado-apoiado de seção I, e as mesas do perfil no grupo AL 4, por se enquadrarem no grupo de elementos apoiado-livre de seção I. Portanto o fator de redução total associado à flambagem local será dado pela Eq. (2):

$$Q = Q_a Q_s \quad (2)$$

Porém como tanto na alma, quanto na mesa a relação b/t é menor que b/t_{lim} , teremos que o fator de redução será dado pela Eq. (3) a seguir:

$$Q = 1 \quad (3)$$

Já no anexo E da NBR 8800:2008 teremos que, para seções com dupla simetria, que é o caso dos perfis I, a força axial de flambagem elástica (N_e), e dada pela Eq. (4) a seguir:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (4)$$

em que: E é modelo de elasticidade do aço;
 I_y é o momento de inércia no eixo y ;
 K_y é o coeficiente de comprimento de flambagem e ;
 L_y é o comprimento de flambagem na direção y .

Após realizado os cálculos acima descritos, para a determinação do valor do coeficiente de redução associado à resistência a compressão (χ), teremos a Eq. (5) e (6):

$$\lambda_0 \leq 1,5 \text{ temos: } \chi = 0,658^{\lambda_0^2} \quad (5)$$

$$\lambda_0 > 1,5 \text{ temos: } \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \quad (6)$$

Onde λ_0 é dado pela a Eq. (7) a seguir:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (7)$$

Assim se pode calcular a força axial resistente de cálculo ($N_{c,Rd}$).

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Para a realização das análises numéricas primeiro foi realizada a calibração do *software Abaqus 6.12* e as condições de contorno do modelo. Para isso foi utilizado o trabalho de dissertação de mestrado de Almeida (2006), no seu trabalho Almeida realizou a análise do perfil laminado, padrão Gerdau Açominas, W 200x46,1. A análise do mesmo perfil pelo *software Abaqus 6.12* mostrou uma diferença de resultados inferior a 10% em relação aos obtidos por Almeida (2006).

Após a calibração do modelo e do *Software*, optou-se pela a análise do perfil laminado HP 250x85. Essa escolha foi determinada pelo fato de perfis HP serem mais utilizados em colunas metálicas. No primeiro momento das simulações numéricas do perfil HP 250x85 foram feitas análises de flambagem elástica, utilizando o método *Buckle*, o qual é um método de perturbação linear de autovalores e autovetores, sendo o primeiro autovalor, o fator de carga da flambagem elástica e o seu respectivo autovetor, a deformada. Em um segundo momento, na análise de pós flambagem, para a aplicação das imperfeições físicas e geométricas, trabalhou-se com o método de cálculo *Static Riks*, que é geralmente usado para prever o colapso de uma estrutura; utilizado muito em análises não lineares físicas e geométricas; utiliza-se o autovalor da análise *Buckle* para fornecer informações completas sobre o colapso da estrutura; e por fim, é utilizado principalmente para aumentar a velocidade de convergência do método, para questões de instabilidade.

Para os modelos com imperfeições simulados se utilizou o perfil laminado de abas paralelas HP 250x85, padrão GERDAUAÇOMINAS, com as condições de contorno descritas a seguir. Será analisado um pilar bi-rotulado, portanto o comprimento de flambagem (L_{fl}) é igual ao comprimento real, com os índices de esbeltez 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 215 e 225, cuja mesa e alma do perfil, por toda sua extensão, foram divididas em 8 partes para a distribuição das tensões residuais. O aço, ASTM A36 grau 50, escolhido tem módulo de elasticidade $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ e tensão de escoamento $\sigma_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$. O valor da tensão residual de compressão máxima (σ_{rc}) foi adotado como sendo $0,3\sigma_y$, conforme comenta a ABNT NBR 8800:2008. O carregamento foi incrementado, gradativamente, de 0,5% até a força normal de escoamento da seção na compressão centrada do perfil $P_y = A f_y = 3581,93 \text{ kN}$, sendo este carregamento distribuído por toda a seção transversal do pilar, na direção z , para evitar problemas de plastificação no local de aplicação da carga.

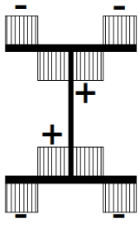
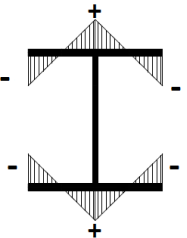
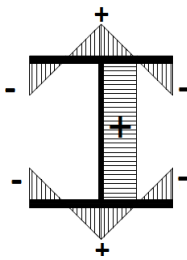
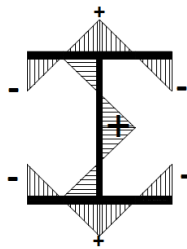
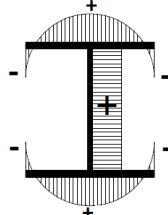
Para a realização das simulações dos modelos sob influência da imperfeição geométrica (curvatura inicial) foram utilizados os valores apresentados da Tab. 1 a seguir. Esses valores representam o valor da flecha inicial do pilar, sendo L o comprimento da estrutura.

Tabela 1. Valores dos modelos de imperfeição geométrica.

Modelo	1	2	3	4	5	6	7
Imp. Geométrica	L/4000	L/2000	L/1500	L/1000	L/750	L/500	L/350

Para as imperfeições físicas foram utilizados 5 modelos que podem ser vistos no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1. Modelos de imperfeição física.

CONFIGURAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO		TENSÃO RESIDUAL DE TRAÇÃO (σ_{rt})	MODELO
	MESA	ALMA		
	LINEAR	SEM	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$	1
	LINEAR	SEM	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$	2
	LINEAR	CONST.	$\sigma_{rt} = \frac{t_f b_f}{t_f b_f + t_w b_w} \sigma_{rc}$ Onde: $d_w = d - 2t_f$	3
	LINEAR	LINEAR	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$	4
	PARAB.	CONST.	$\sigma_{rt} = \frac{2t_f b_f}{4t_f b_f + 3t_w b_w} \sigma_{rc}$	5

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nos gráficos das Fig. 5,6 e 7, poderão ser analisados os resultados obtidos pelas simulações com os diversos modelos de distribuição de imperfeições geométrica, imperfeições físicas e os valores obtidos pela ABNT NBR 8800:2008, além dos valores obtidos pela equação de Euler.

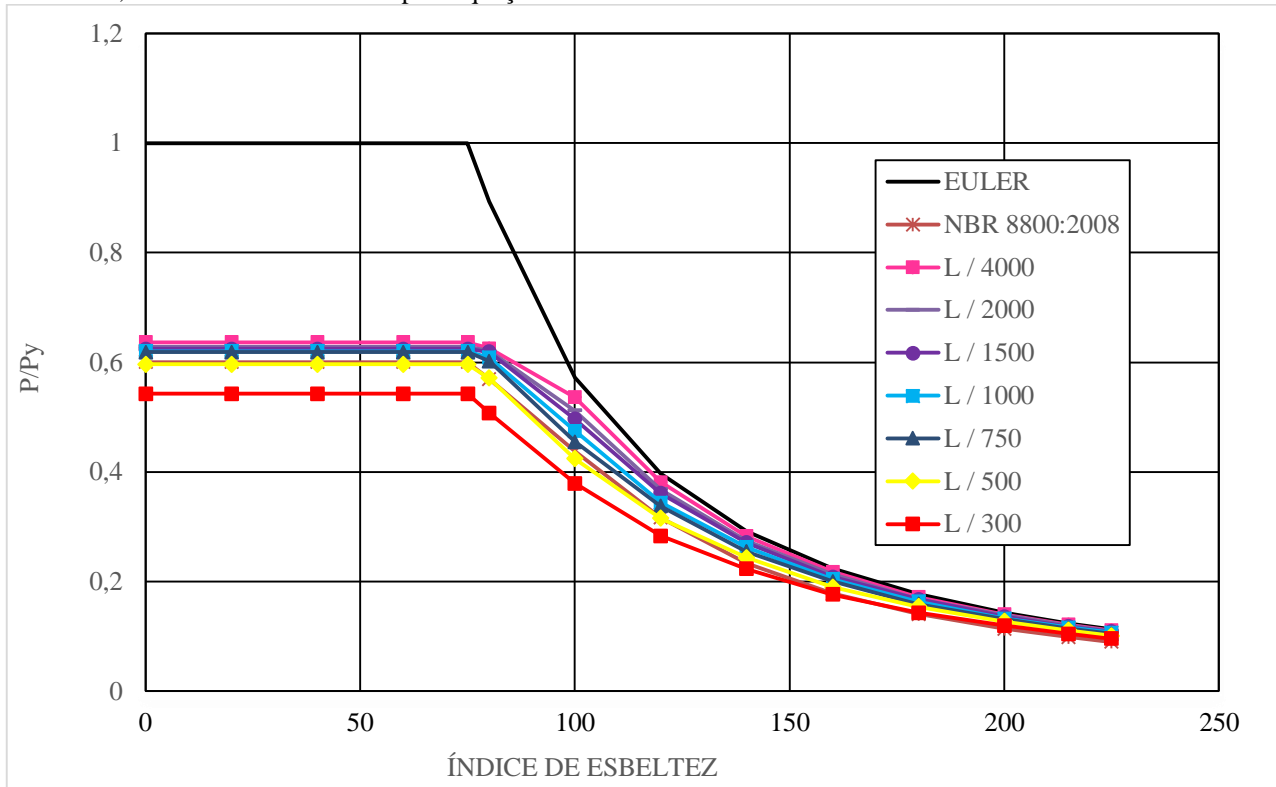


Figura 5. Gráfico dos modelos de imperfeição geométrica.

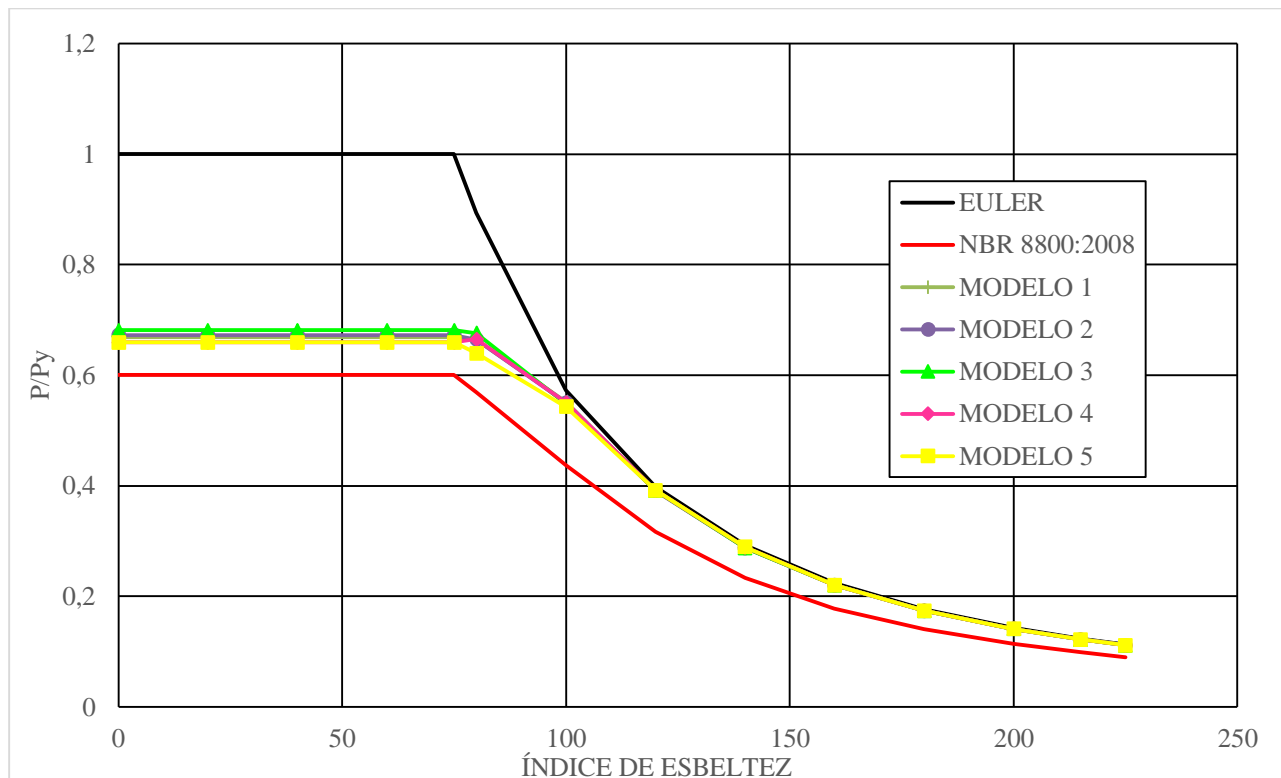


Figura 6. Gráfico dos modelos de imperfeição física.

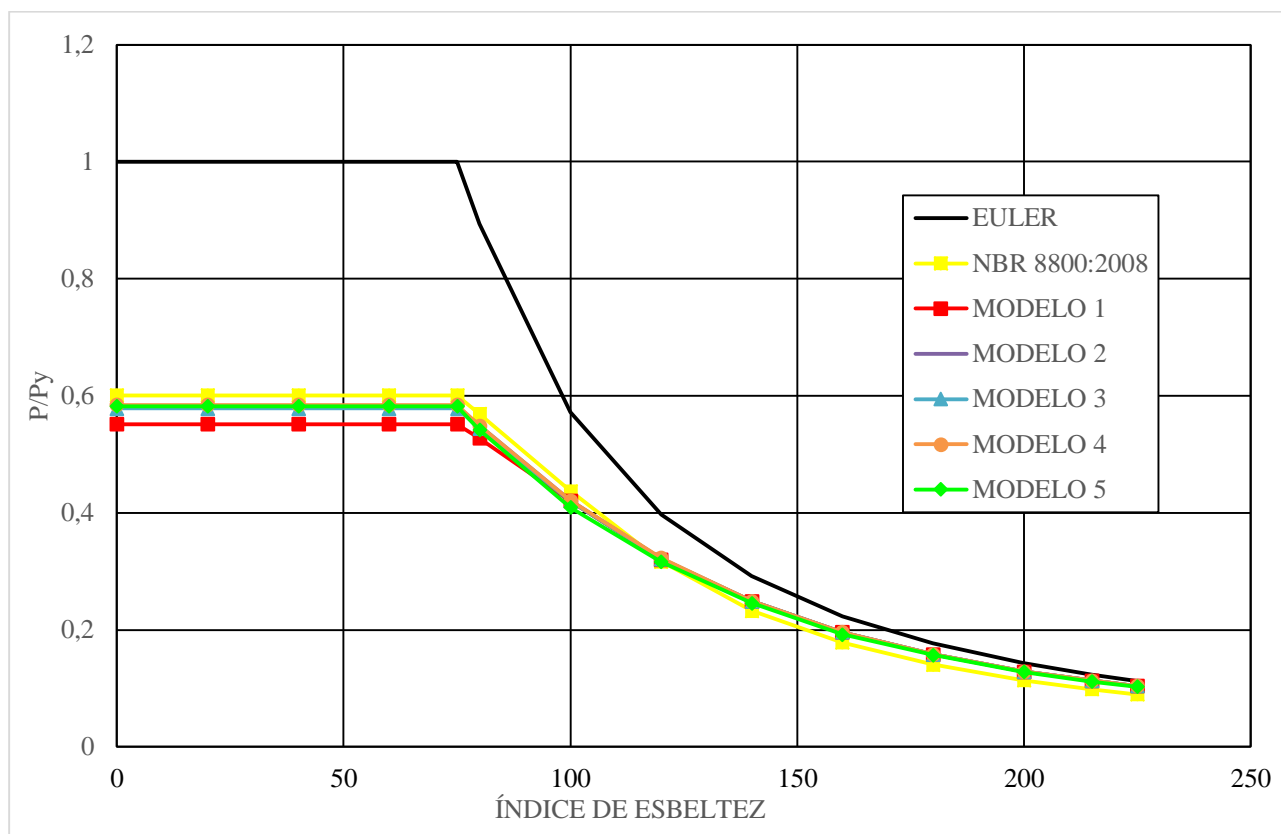


Figura 7. Gráfico dos modelos com imperfeição física e imperfeição geométrica de L/1000.

Pode-se observar no gráfico da figura 5, que as imperfeições geométricas possuem grande influência na perda de resistência de compressão dos pilares metálicos, sendo que, quanto maior o valor da imperfeição geométrica maior é a perda de resistência a compressão simples na coluna, e que para valores superiores a L/500 os resultados encontrados são inferiores a norma, isso para valores maiores de índice de esbelteza. Em relação aos modelos de imperfeição física, gráfico da figura 6, observa-se que houve pouca variação entre os diversos modelos, sendo que em todos, os valores encontrados são maiores que os calculados pela norma, ou seja, o modelo de cálculo da ABNT NBR 8800:2008 possui uma margem de segurança.

Já com relação ao gráfico da figura 7 foi realizada a combinação dos modelos de imperfeição física e geométrica, sendo aplicado em cada modelo de imperfeição física um valor de imperfeição geométrica de L/1000, esse valor foi utilizado nas simulações, pelo fato de a magnitude dessa deformação ser limitada por especificações de fabricação de perfis de aço estrutural como sendo menor do que L/960, que por conveniência, é adotado com L/1000. Nesse caso pode-se analisar que para valores elevados de índice de esbelteza os resultados se encontraram acima da norma, diferente dos pilares mais esbeltos, onde, para todos os modelos, os resultados foram inferiores ao da norma.

4. CONCLUSÃO

Conclui-se que, para todos os modelos de imperfeição física aplicados, os valores de resistência a compressão dos pilares, foram maiores que o da ABNT NBR 8800:2008, o que mostra que em relação as tensões residuais a norma é conservadora. Já com relação as imperfeições geométricas isso não ocorre, pois para pilares com comprimento menor, ou seja, menor índice de esbelteza, houve modelos em que o valor da resistência de compressão foi inferior ao da norma, isso ocorreu para os modelos com maior valor de imperfeição geométrica de L/500 e L/300.

Para o modelo em que foi realizada a combinação da imperfeição geométrica e física pode-se concluir que para pilares com menor índice de esbelteza todos os modelos analisados apresentaram valores inferiores ao da norma, o que gera preocupação com relação ao método de cálculo da ABNT NBR 8800:2008.

Portanto conclui-se que as imperfeições físicas e geométricas possuem papel importante na resistência a compressão dos pilares metálicos, e devem ser fatores a serem levados em consideração pelos calculistas estruturais.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA A. C. B. (2006). Análise Inelástica de Pórticos Planos Considerando a Plasticidade Distribuída e o Efeito das Tensões Residuais nos Perfis Estruturais de Aço. 2006. 165 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de Aço de Edifícios – Métodos dos Estados Limites, Rio de Janeiro, 2008.
- BJORHOVDE, R., BROZZETTI, J., ALPSTEN, G. A. AND TALL, L. Residual stresses in thick welded plates. *Welding Journal (AWS)*, v.51, n. 51, 1972.
- HIBBITT; KARLSSON; SORENSEN. ABAQUS 6.12 Standard – User’s manual, EUA, 2011.
- PINHO, F. O. (2009). QUANDO CONSTRUIR EM AÇO? *Revista Engenharia*, edição, v. 593, 2009.

Conectores de Cisalhamento Formados por Parafuso e Rebite Tubular com Rosca Interna para Pilares Mistos em Perfis de Aço Formados a frio e Concreto

Júlia Andreata Prates, julia.andreata.prates@gmail.com
Francisco Carlos Rodrigues, francisco@dees.ufmg.br
Rodrigo Barreto Caldas, rbcaldas@gmail.com
Hermano de Sousa Cardoso, hermanocardoso@yahoo.com

Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brazil

Resumo. O artigo apresenta a modelagem numérica do conector de cisalhamento formado por parafuso com cabeça sextavada e rebite tubular com rosca interna em um pilar misto curto composto por dois perfis U enrijecidos (Ue) formados a frio com núcleo preenchido em concreto, utilizando o software comercial de elementos finitos, ABAQUS. Os modelos analisados são reproduções de ensaios realizados no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da EEUFMG, nos quais foram testadas e analisadas duas séries chamadas de B4 e B8, com três modelos cada. Os modelos da série B4 tinham 4 conectores que estavam localizados a 285 mm da base do pilar e os modelos da série B8 tinham quatro conectores a 340 mm e os demais a 405 mm de distância da base do pilar. Primeiramente, o modelo numérico foi calibrado a partir dos resultados experimentais, onde obteve-se bons resultados de carga última. Na sequência, estão sendo realizadas simulações variando-se parâmetros considerados importantes para descrever o comportamento estrutural do conector, entre eles, o fck do concreto e as dimensões do perfil de aço. Neste artigo serão descritos aspectos gerais do desenvolvimento do modelo numérico tridimensional, dentre os quais, a disposição de aplicação de carga, as condições de contorno adotadas, a modelagem das interfaces entre o aço e concreto, o modelo constitutivo dos materiais, no qual considera a não linearidade geométrica e a não linearidade física destes materiais e o dano no concreto.

Palavras-chave: Pilares mistos, Perfil formado a frio, rebite com rosca interna, parafuso com cabeça sextavada, Simulação numérica.

1. INTRODUÇÃO

A partir do final do século XIX, o concreto e o aço se tornaram os principais materiais utilizados na construção civil em todo o mundo. Nas décadas de 40 e 50 surgiram os primeiros sistemas formados por elementos mistos de aço e concreto. Nesta época, o concreto era associado ao aço somente como material de revestimento, tendo como finalidade única proteger os perfis contra o fogo e contra a corrosão. Entretanto, na década de 60 as estruturas mistas começaram a ser estudadas mais a fundo e ganharam mais espaço no ramo da construção civil.

No Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas (PROPEES) da Escola de Engenharia da UFMG (EEUFMG) tem-se estudado diversos tipos de conectores de cisalhamento, dentre eles os constituídos por parafuso com cabeça sextavada e rebite tubular com rosca interna.

O interesse no rebite como meio de fixação do conector de cisalhamento para pilares mistos compostos por perfis caixa formados a frio e concreto foi despertado, pois nota-se que para estes é difícil executar a ligação parafusada comum, devido à própria geometria do perfil, que não permite acesso ao lado interno da chapa. Com o uso do rebite, torna-se possível executar a ligação tendo acesso apenas ao lado externo do perfil. Além disso, este conector possui outros atributos que o tornam particularmente atraente para a aplicação em pilares mistos com PFF de seção caixa ou tubular, quando comparado aos conectores usualmente comercializados. Dentre eles, destacam-se:

- São recomendados para perfis de chapa fina, como é o caso dos PFF;
- Substituem porcas de solda, o que torna o processo mais econômico e livre de poluição ambiental;
- Obtém-se um posicionamento preciso;
- Não requer operador especializado;
- Aplica-se em superfícies acabadas, possibilitando pinturas diversas, sem necessidade de operações secundárias;
- Não é necessário aquecimento e com isso, não há deformações iniciais e fumaça;
- O investimento é baixo se comparado aos conectores atuais;
- Pode ser aplicado em linha de montagem;
- O posicionamento é preciso;
- Atinge alta resistência na rosca;
- Possui duas funções: rebitagem e parafusamento;

- Fixam materiais diferentes, inclusive várias chapas;
- Apresenta um comportamento mais rígido do que o conector com parafuso comum devido à rebitagem.
- A instalação é simples e rápida. Neste processo utiliza-se ferramentas manuais ou rebidadeiras hidropneumáticas.

Entretanto, por se tratar uma nova tecnologia, ainda não há uma formulação específica para o dimensionamento desses conectores como meios de introdução de carga nos pilares mistos de aço e concreto. No entanto, diversos estudos foram realizados na EEUFMG para estudar a sua concepção estrutural, podendo citar: Bremer [1], Oliveira [2], Quiñonez [3], Silva [4] e Cardoso[5].

Bremer [1] realizou estudos teórico-experimentais desses conectores em sistemas de laje mista com fôrma de aço incorporada (deck metálico, ou popularmente, *steel deck*) e encontrou valores para as forças resistentes dos modelos dos ensaios em “push out” sempre superiores às forças resistentes calculadas com algumas adaptações feitas segundo as prescrições das normas brasileiras (ABNT NBR 8800 (1986) e seu projeto de revisão, de setembro de 2006) e do AISC (2005).

Para se analisar a influência do atrito entre o concreto e o aço do perfil, Oliveira [2] ensaiou quatro modelos, sendo dois modelos com duas camadas de Teflon entre o perfil metálico e a laje de concreto, e outros dois modelos sem as camadas de Teflon entre os dois materiais. O autor concluiu que os modelos com atrito, (sem as camadas de Teflon), apresentaram cargas de colapso da ordem de 18% maiores que as dos modelos sem atrito (com as camadas de Teflon) entre o concreto e o aço.

Silva [4] analisou numericamente, com o auxílio do programa computacional de elementos finitos ANSYS, o comportamento das vigas mistas ensaiadas por Bremer [1]. Para isso, o autor modelou quatro vigas iguais com diferentes valores para o coeficiente de atrito na interface entre o aço e concreto ($\mu=0,01$; $\mu=0,5$; $\mu=0,7$ e $\mu=1$).

Silva [4] concluiu que onde se levou em conta o atrito de 100% ($\mu=1$) foi o que mais aproximou dos resultados experimentais.

Quiñones [4] realizou um estudo teórico-experimental sobre o comportamento e a resistência de ligações mistas parafusadas com placa estendida, a serem utilizadas em prédios de 5 e de 7 pavimentos estruturados com perfis de aço formados a frio e conectores de cisalhamento formados por parafusos sextavados e rebites tubulares com rosca interna. Concluiu que o rebite e o parafuso permaneceram intactos após a plastificação da mesa inferior da viga, sem a deformação que caracteriza o modo de colapso dos conectores do tipo ou similar ao *stud bolt* – fendilhamento do concreto ou ruptura do conector.

Cardoso [5] apresentou um estudo teórico-experimental dos conectores de cisalhamento constituídos por parafuso e rebite tubular com rosca interna em pilares mistos de aço e concreto com perfis formados a frio (PFF). Os modelos experimentais propostos seguiram os procedimentos de ensaio de cisalhamento direto padrão, preconizados pela norma europeia EN 1994-1-1:2004 [5], com algumas adaptações. O estudo teórico foi realizado através de simulações numéricas dos modelos experimentais, utilizando o software comercial de elementos finitos, ABAQUS. Os modelos numéricos abordados neste artigo são provenientes dos modelos experimentais com quatro conectores de cisalhamento CARDOSO (2014). Os resultados numéricos obtidos nestes modelos serão comparados com os obtidos por CARDOSO (2014).

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

O estudo realizado por CARDOSO et alii (2014) e apresentado no CONSTRUMETAL 2014 será aqui melhor detalhado, pois este é a base experimental para o desenvolvimento da presente pesquisa. Nessa pesquisa foram ensaiadas e analisadas duas séries de testes chamadas de B4 e B8, com três modelos cada. Os modelos destas séries eram constituídos por pilares curtos de perfis caixa compostos por dois perfis U enrijecidos (Ue), formados a frio, com o núcleo preenchido por concreto convencional, utilizando-se os conectores de cisalhamento constituídos por parafuso e rebite tubular com rosca interna. Estes experimentos foram feitos no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (EEUFMG)

Os modelos da série B4 tinham 4 conectores que estavam localizados a 285 mm da base do pilar e os modelos da série B8 tinham quatro conectores a 340 mm e os demais a 405 mm de distância da base do pilar (Figura 1).



Figura 1 - Modelos antes de serem concretados: vista externa dos modelos e vista interna dos modelos. (CARDOSO et alii, 2014).

Para a confecção dos pilares curtos, de 505 mm de altura, utilizou-se os seguintes materiais com suas respectivas especificações e características:

- 1) Dois perfis Ue 175x65x25x3,75 mm (dimensões nominais), unidos por meio de solda de filete intermitente. Na base dos pilares, havia uma chapa soldada de 220x220 mm, com 6,30 mm de espessura. Esses perfis foram fabricados através da conformação a frio de chapa fina de aço, especificação USI SAC 300 da USIMINAS. Dos ensaios para a caracterização deste material resultaram as seguintes propriedades mecânicas: $f_y = 373,6$ MPa e $f_u = 486,2$ MPa.
- 2) Concreto convencional, com f_{ck} de 25 MPa e *slump* de 18 cm. Dos ensaios de caracterização da resistência deste material resultaram as seguintes propriedades mecânicas: $f_{cm} = 36,33$ MPa (resistência média à compressão), $f_{ctm} = 3,47$ MPa (resistência média à tração), $E_{cm} = 29,36$ GPa (módulo de elasticidade médio do concreto à compressão).
- 3) Os rebites tubulares com rosca interna eram do tipo RIVKLE M12x1,5 PO300, fabricados pela Bollhoff, com aço SAE1040 temperado, com 30 mm de comprimento antes da fixação e um comprimento médio medido de 21 mm após a fixação, conforme apresentado na Figura 2.

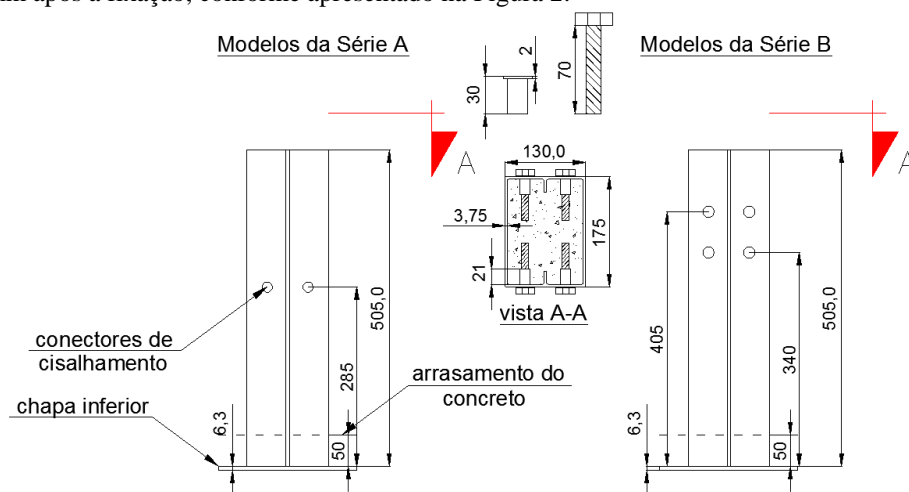


Figura 2 – Desenho representativo dos modelos experimentais, dimensões em mm. (CARDOSO et alii, 2014).

- Os parafusos utilizados eram sextavados com rosca total, apresentando diâmetros de 12 mm e comprimento do corpo de 70 mm. Estes parafusos eram do tipo DIN960 Classe 5.8.

Alguns cuidados foram tomados na adaptação do modelo experimental, considerando o ensaio de cisalhamento direto (tipo *Push-Out*), como:

- Os pilares ensaiados não foram totalmente preenchidos. Uma camada de isopor com 50 mm espessura (material de resistência mecânica desprezável) foi colocada entre a extremidade inferior do núcleo de concreto e a base do pilar. Esta folga permitiu que o núcleo de concreto e o perfil de aço deslizassem entre si com uma maior facilidade, sofrendo apenas a influência da capacidade resistente dos conectores de cisalhamento.
- A superfície interna do perfil caixa foi tratada com aplicação de pintura e cera desmoldante, com a qual obtém-se uma melhor caracterização da transferência de carga gerada pelo conector de cisalhamento, minimizando a transferência de carga por atrito (considerada nula).
- O carregamento foi aplicado, de forma centrada, sobre o núcleo de concreto na parte superior do pilar misto (observar
- **Figura 3**). Para medir os deslizamentos relativos entre o perfil de aço e o núcleo de concreto, foram utilizados dois transdutores de deslocamentos (DTs), posicionados na posição vertical. Estes DTs eram fixados lateralmente sobre os modelos com o auxílio de bases magnéticas.
- A execução dos ensaios nos modelos de pilares curtos foi separada em duas etapas distintas. Na primeira delas aplicou-se em cada modelo um total de 25 ciclos de cargas e descargas, com o carregamento variando entre 5% e 40% da carga última esperada. Esta carga última foi obtida baseando-se nos estudos de BREMER (2007), no qual foi encontrado uma força resistência para cada conector de cisalhamento de aproximadamente 40 kN.

- Na segunda etapa, os modelos foram submetidos a um carregamento estático e progressivo até o colapso estrutural. Os procedimentos realizados nesta etapa seguiram as especificações dos ensaios de cisalhamento direto padrão (*Push-out*), preconizados pela norma EN 1992-1-1:2004.

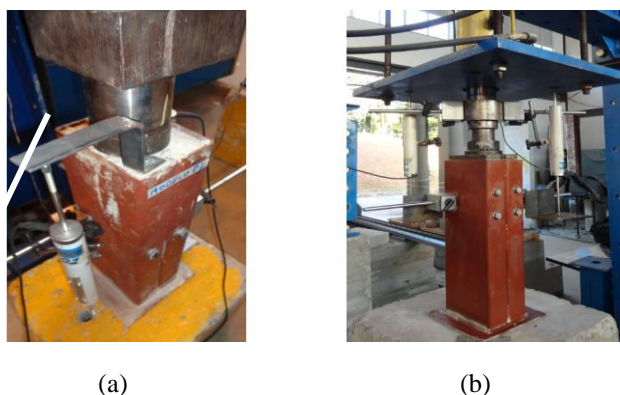


Figura 3 - Montagem e instrumentação dos ensaios de cisalhamento direto realizados nos modelos (a) B4-1, B4-2, B4-3 e B8-1, (b) B8-2 e B8-3.

3. PROGRAMA NUMÉRICO

A modelagem geométrica representativa dos modelos experimentais foi realizada no programa Solid Works, e o arquivo *parasolid xt* foi exportado para o software em elementos finitos ABAQUS - versão 6.14 para modelagem numérica em elementos finitos (MEF), conforme Figura 4 abaixo.

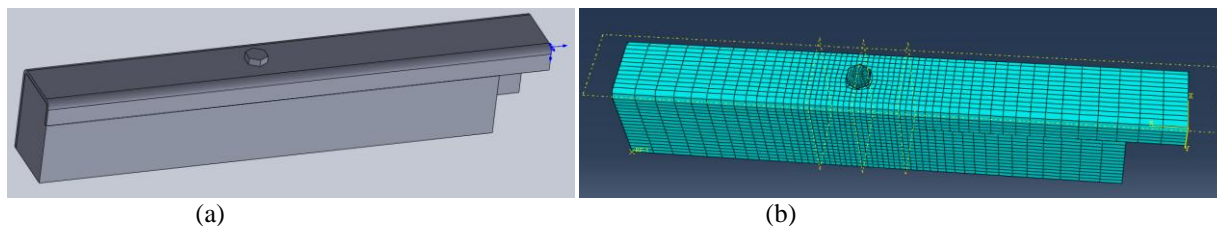


Figura 4 – Modelagens: (a) geométrica (SolidWorks) e (b) numérica (Abaqus);

Os componentes estruturais (perfil de aço, núcleo de concreto, parafusos e rebites com rosca interna) foram modelados com elementos do tipo C3D8 (linear, hexaédrico e sólido). Este tipo de elemento possui oito nós e três graus de liberdade por nó (translação segundo os eixos principais x, y e z), como pode ser observado na Figura 5.

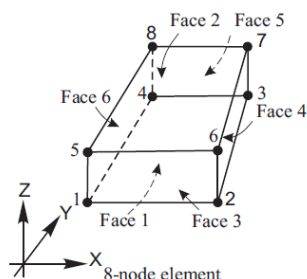


Figura 5 - Elemento de malha C3D8 – adaptado de Starossek e Falah (2008)

Adotou-se 3 mm como tamanho aproximado dos lados dos elementos do parafuso e do rebite e 5 mm o entorno até 40 mm próximo ao conector, e aumentou-se de 5 mm a 20 mm a dimensão longitudinal dos elementos do concreto e do perfil de aço à medida em que estes se distanciavam da região onde estava o conector. As dimensões atribuídas aos elementos do modelo foram resultado de um estudo de malha, em que foram testados diferentes tamanhos de lado dos

elementos entre 5 e 20 mm. A opção pelo valor de 5mm deve-se à constatação de que para maiores níveis de discretização não se obtinha ganho de precisão significativo e o tempo de processamento se elevava muito.

3.1 Condições de Contorno

Devido à dupla simetria dos modelos, apenas um quarto foi modelado, com isso foi necessário criar condições de contorno que equivalassem às partes omitidas do modelo. Para isso, impediu-se que os nós localizados nos planos de simetria deslocassem nas direções perpendiculares aos mesmos.

Para reproduzir o ensaio de cisalhamento e a placa soldada na base do pilar criou-se a restrição ao deslocamento vertical do tudo de aço na base do corpo de prova (Figura 6-a), deixando o concreto livre para se deslocar. Criou-se também a restrição aos deslocamentos horizontais no topo do concreto devido ao contato com o atuador hidráulico, a partir da restrição do ponto de referência que atua em todos os nós do topo do concreto. A Figura 6 representa todas essas condições de contorno.

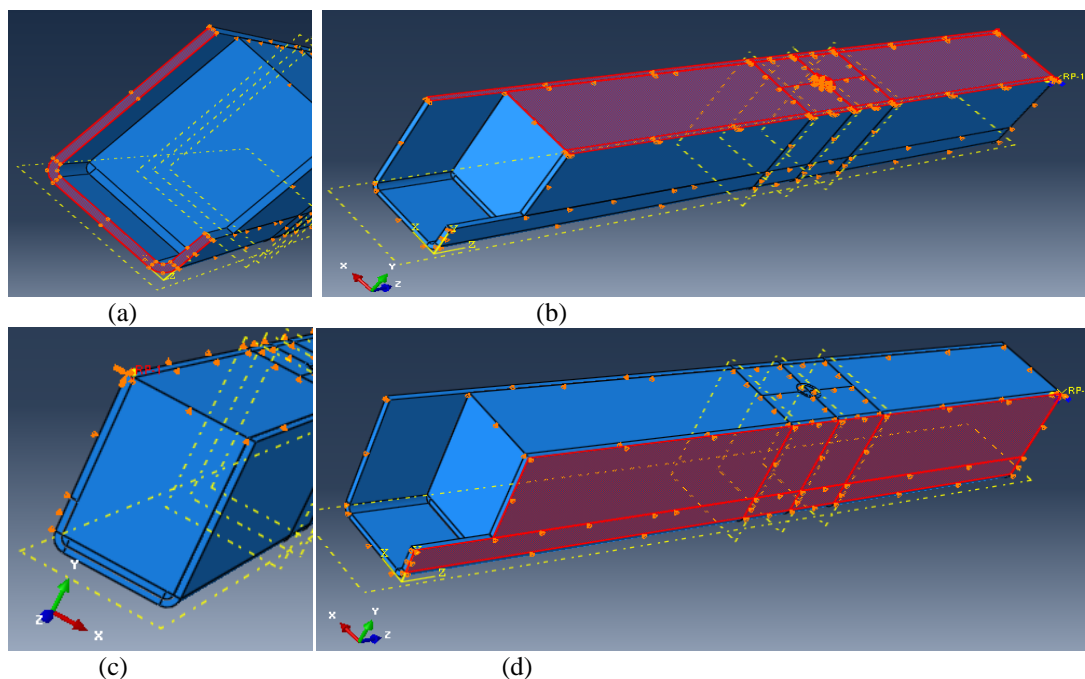


Figura 6 – (a) restrição do deslocamento vertical da base do tubo; (b) Restrição do deslocamento y, devido a simetria do plano X-Z; (c) restrição dos deslocamentos horizontais devido ao contato do concreto com o atuador, através do ponto de referência, RP-1; (d) Restrição do deslocamento x, devido a simetria do plano Y-Z;

3.1 Propriedades mecânicas dos materiais e os modelos constitutivos adotados

Para o tubo de aço e concreto foram utilizados as propriedades mecânicas medidas experimentalmente. Para o concreto foram utilizadas as propriedades mecânicas calculadas conforme a norma EN 1992-1-1:2004. As tabelas 1 e 2, apresentam os valores das propriedades mecânicas utilizadas para o aço e concreto, respectivamente.

Tabela 1. Propriedades mecânicas do tubo de aço e parafusos

Material	Módulo de elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Resistência média ao escoamento (MPa)	Resistência média à ruptura (MPa)
Aço estrutural	205476.55	0,3	318.05	574.81
Parafusos	200600.33	0,3	400.8	525
Rebite	200735.50	0,3	491.20	626.14

*Os valores acima são os valores de entrada no Programa Abaqus.

Tabela 2. Propriedades mecânicas do concreto autoadensável.

Propriedades mecânicas do núcleo de concreto	
Módulo de elasticidade (MPa)	3.3818,96
Coefficiente de Poisson (ν)	0,2
Resistência média à tração (MPa)	3,14
Resistência média à compressão (MPa)	41,82

Além disso, para levar em conta o efeito do confinamento e de dano no núcleo de concreto, utilizou-se o modelo constitutivo “Concrete Damage Plasticity”. Para utilizar este modelo é necessário definir os seguintes parâmetros: ângulo de dilatância do concreto (ψ), razão entre as resistências à compressão no estado biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), razão entre o segundo invariante de tensão do meridiano de tração e o segundo invariante de tensão no meridiano de compressão (K_c), viscosidade (μ) e a excentricidade (ϵ). Adotou-se $\psi = 36^\circ$ e $\epsilon = 0,1$, $\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 1,16$, $K_c = 2/3$ e $\mu = 0,1$, mesmos parâmetros utilizados por AGUIAR (2015) e CARDOSO (2014).

3.1 Contatos

Uma vez realizada a modelagem dos elementos foi necessário definir a interação da superfície entre eles. Através do módulo *Interactions* no ABAQUS é possível definir as interações de contato entre os elementos. A busca pelas superfícies dos elementos nos modelos numéricos foi realizada de forma automatizada pela ferramenta *Find Contact Pairs*. Após isso, é possível definir as interações entre as superfícies. Em todos os pares de contato adotou-se o método de discretização *surface-to-surface*, este método permite que os pares de contato sejam ativados entre duas superfícies. Foram avaliados individualmente os pares de contato para investigação da rigidez de cada elemento a fim de definir a superfície *master* e a superfície *slave*.

Na interface entre o rebite e o corpo do parafuso e na interface entre o rebite e a parede do tubo de aço foi considerado um engastamento perfeito entre as superfícies (“tie”), simulando o efeito de rosqueamento entre o parafuso e o rebite e a completa aderência entre o rebite o tubo de aço. Nas demais interações entre os materiais, o coeficiente de atrito estático foi considerado nulo. Notou-se que ao introduzir atrito entre as demais superfícies os resultados ficavam muito distantes daqueles obtidos experimentalmente.

3.3 Carregamento

A Figura 7 apresenta a força aplicada em um ponto de referência *RP-1*, conectado aos nós da superfície do concreto por um *constraint* de corpo rígido. O valor da força aplicada foi gradualmente aumentado pelo método incremental de análise (*Static, Riks*) até que a convergência não fosse mais possível. A aplicação dos incrementos de força no ponto de referência garante que os deslocamentos sejam aplicados igualmente em toda superfície do tubo de aço, simulando a aplicação do atuador de carga.

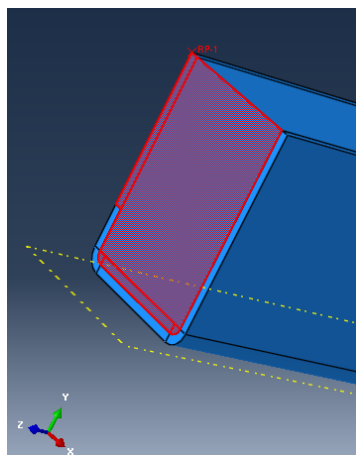


Figura 7 – O Carregamento aplicado através de *constraint* de corpo rígido, conforme AGUIAR (2015).

5.RESULTADOS NUMÉRICOS

Pela análise do gráfico da Figura 8, é possível verificar que todos resultados numéricos apresentaram boa concordância com os valores experimentais, entretanto através do uso de força aplicada foi possível atingir valores ainda mais próximos para a carga última dos conectores e com um patamar de convergência mais bem definido até os 11 mm de deslocamento. O *Modelo num B4n* é o modelo numérico criado por Cardoso (2014), o *Modelo B4n – pressão aplicada* foi uma aproximação do modelo de Cardoso (2014), apenas com as seguintes diferenças:

- Alterou a malha;
- Corrigiu-se um erro na consideração da curvatura do perfil de aço, entre alma e mesa, entre mesa e enrijecedor;
- Reduziu-se a espessura do perfil, desconsiderando a parcela referente à zincagem e considerou-se a espessura nominal do perfil de 3,75 mm (antes 3,92 mm);
- Trocou-se a interação entre o rebite e o parafuso, antes considerada com um coeficiente de atrito de 1 entre os materiais, foi substituída por “tie” que significa que os dois materiais estão completamente unidos.

O *Modelo B4n – força aplicada* possui as mesmas atribuições que o modelo *Modelo B4n – pressão aplicada*, apenas alterando a forma como o carregamento foi aplicado no concreto. A escolha por utilizar força aplicada ao invés de pressão distribuída foi que :

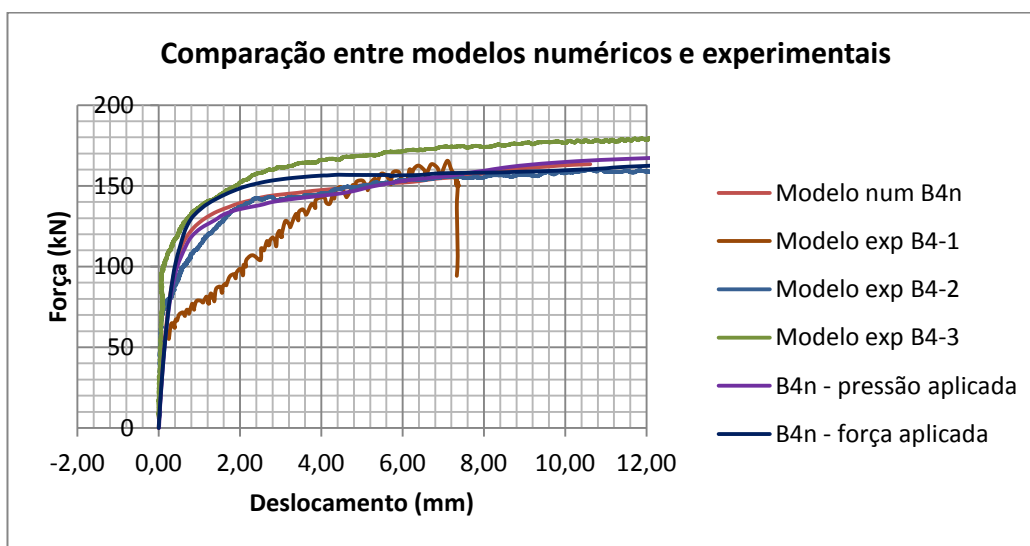


Figura 8 – Comparação entre os modelos realizados por CARDOSO (2014) e os modelos realizados considerando as premissas descritas acima.

6.CONCLUSÃO

Nota-se que utilizando o *constraint* de corpo rígido e carga aplicada é possível obter resultados ainda mais precisos quanto a rigidez do modelo, a curva aproxima-se mais do modelo experimental “exp B4-3”. Será realizada esta mesma comparação para o modelo de 8 parafusos, caso o resultado seja satisfatório, estes modelos servirão para estudos paramétricos, com o objetivo de propor uma solução analítica para o dimensionamento do conector de cisalhamento como componente de transferência de carga entre vigas e pilares mistos de aço e concreto com perfis formados a frio.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, colegas e à FAPEMIG (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais) por conceder a verba que possibilitou a inclusão deste trabalho no Congresso.

REFERÊNCIAS

CARDOSO, S.H. (2014). Estudo teórico-experimental de parafusos utilizados como dispositivos de transferência de carga em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS –ABNT. NBR 6118:2007, Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2003. 221p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS– ABNT. NBR 8800:2008 Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2008. 237p.

EN 1990:2002.Basis of structural design. European Committee for Standardization. Brussels, Belgium, 2002.

EN 1992-1-1:2004.Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization. Brussels, Belgium, 2004.

EN 1994-1-1:2004. Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization. Brussels, Belgium, 2004.

CARDOSO, Sousa Hermano; FAKURY, Ricardo Hallal; RODRIGUES, Francisco Carlos; CALDAS, Rodrigo Barreto; CADELMA, Ivan (2014). “Conectores de cisalhamento constituídos por parafuso e rebite tubular com rosca interna em pilares mistos de aço e concreto com perfis formados a frio”. Artigo publicado no Construmetal 2014 – Congresso Latino-Americano de Construção Metálica, São Paulo, SP, Brasil.

QUIÑONEZ, V. F. A. Comportamento de ligação mista viga – pilar em perfis formados a frio com conectores de parafuso e rebite com rosca interna. Dissertação (Mestrado) Belo Horizonte: Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais; 2007.

BREMER, C. F. Vigas mistas em perfis formados a frio com lajes mistas e lajes moldadas sobre painéis de concreto celular. Tese (Doutorado). Belo Horizonte: Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais; 2007.

OLIVEIRA, C. G. R. Análise teórico – experimental de vigas mistas com perfis formados a frio, considerando a flexibilidade dos conectores de cisalhamento e a influência do atrito entre o concreto e o aço do perfil. Dissertação (Mestrado) Belo Horizonte: Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais; 2009.

OLIVEIRA, H. M. S (2013). Transferência de carga com conector crestbond em pilares mistos formados por tubos de aço preenchidos com concreto. Projeto de Tese para Obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

SILVA, C. M. (2009). Análise numérica de vigas mistas levando em conta a flexibilidade e a ductilidade dos conectores de cisalhamento, bem como o atrito na interface entre o aço e o concreto. Dissertação (Mestrado) Belo Horizonte: Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais; 2009.

SIMULIA. Software ABAQUS 6.10. Dassault Systèmes, USA; 2010.

PRATES, A.O. (2015). Estudo do Comportamento de Conectores Crestbond em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido neste artigo.

CORREÇÃO DE PERSPECTIVA EM IMAGENS APLICADA À NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA DE VANTs

Brayan Acevedo Jaimes, payo@ufmg.br

Frank Sill Torres, franksill@ufmg.br

Cristiano Leite de Castro, crislcastro@ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. Este trabalho apresenta um método para realizar a transformação projetiva em imagens capturadas por VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados) quando a posição da câmera não é perpendicular à Terra. As imagens capturadas por essas aeronaves geralmente não possuem visada nadir devido ao tipo de câmera acoplado, manobras de virada ou perturbações no ambiente. A correção das imagens via transformação projetiva é condição fundamental para a estimação da posição de VANTs através da técnica de Casamento de Imagens que, para garantir estimativas corretas, necessita que ambas as imagens (capturada pela câmera e georreferenciada) tenham visada nadir. O método implementado toma como base o conhecimento prévio dos ângulos de inclinação do VANT, que são fornecidos pelos sensores inerciais da aeronave. Estes ângulos compõem os parâmetros de rotação da matriz homográfica, que é também composta por outras matrizes concatenadas que representam parâmetros intrínsecos da câmera e de translação na imagem. Os resultados obtidos mostram que o método realiza de forma correta a transformação projetiva da imagem e exige curto tempo de processamento sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

Palavras-chave: VANT, Transformação Projetiva, Visada Nadir, Homografia, Casamento de Imagens.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de navegação autônoma de VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados) que realizam a estimação de posição geográfica através de imagens capturadas em tempo real ao longo do voo, é uma recente metodologia que tem como objetivo substituir o sinal de GPS que, por alguma razão, pode tornar-se indisponível ou corrompido (Souza *et al.*, 2005). Falhas no sinal de GPS podem ocorrer devido a vários fatores, tais como alterações na ionosfera, muito comuns na América do Sul (Muella, 2008), vulnerabilidade ao jamming e ataques maliciosos. Além disso, como o GPS é uma tecnologia privada, seu uso em operações militares é restrito (Conte e Doherty, 2008; Shiguemori *et al.*, 2007).

Com o objetivo de estimar a posição atual da aeronave, uma imagem aérea capturada por uma vídeo câmera é comparada com um banco de imagens georreferenciadas da região sobrevoada. Esta técnica é conhecida como Casamento de Imagens (Goltz e Shiguemori, 2011; Conte e Doherty, 2008; Horta *et al.*, 2012), e tem sido amplamente utilizada na navegação autônoma de VANTs conforme é descrito em Santos *et al.* (2013), onde a posição atual é estimada mediante a uniformização das imagens via extração de bordas para depois calcular o maior grau de correlação espacial e dessa forma definir a posição da aeronave. Além disso, o Casamento de Imagens tem sido implementado em diversas aplicações, como o reconhecimento de área (Tahar *et al.*, 2012), localização de objetos em movimento (Rebouças *et al.*, 2013), mapeamento (Tahar e Ahmad, 2011), agricultura (Medeiros, 2007), entre outros.

O Casamento de Imagens visa encontrar uma boa precisão na correspondência entre imagens (câmera do VANT e imagem georreferenciada) com a mesma cena, capturadas em tempos diferentes (Sedaghat *et al.*, 2011). Além disso, a posição e resolução da câmera faz que a imagem aérea apresente distorção espectral e efeitos de perspectiva (Birchfield, 1998) que afetam diretamente a estimação da posição do VANT conforme é ressaltado em Tu e Dong (2013); González Jiménez (1999) e Pai (2010). O autor Toutin (2004) afirma que as características de imagens aéreas com distorção não conseguem representar com precisão a posição que esta sendo imageada. Adicionalmente, no caso particular de estimação de posição de VANTs via casamento de imagens, é essencial que ambas as imagens (aérea e georreferenciada) tenham visada nadir.

Considerando os problemas anteriormente mencionados, este trabalho é focado na correção de distorção projetiva em

imagens capturadas por VANTs quando a câmera não tem visada nadir, ou seja, quando a câmera não possui um ângulo perpendicular à Terra devido a manobras de viragem ou perturbações no ambiente. Como solução, é proposto um método paramétrico, que utiliza o conhecimento prévio dos ângulos de inclinação da aeronave, fornecidos pelos sensores inerciais da mesma. Estes ângulos conformam os parâmetros de rotação na matriz homográfica H , que também é formada por parâmetros intrínsecos da câmera. A maior contribuição deste trabalho é que o método toma como referência a informação dos ângulos de inclinação do VANT para definir a homografia sem a necessidade de definir pontos de controle (Ground Control Points) (Wang e Yang, 2011) ou utilizar outra imagem como referencia. Assim, a metodologia é independente da imagem porque não requer nenhum processo de identificação de descritores, ou extração de características nela. Além disso, os resultados obtidos mostram que o método exige curto tempo de processamento na correção projetiva da imagem sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a secção 2 mostra as distorções geométricas em imagens aéreas com visada não nadir; secção 3 detalha o modelo de correção geométrica implementado neste trabalho. A secção 4 discute o tema de homografia e transformação projetiva. A secção 5 apresenta os resultados experimentais e a análise. Finalmente, a secção 6 mostra as conclusões deste trabalho.

2. DISTORÇÕES GEOMÉTRICAS EM IMAGENS AEREAS COM VISADA NÃO NADIR

Na literatura, a correção de perspectiva tem sido amplamente abordada em diferentes tipos de aplicações como é descrito em Silva (2006). Esta correção é aplicada em imagens de prédios históricos com a finalidade de conservar e realizar futuras restaurações neles. Outra abordagem é discutida em Wang e Yang (2011) onde é proposto um método de correção geométrica polinomial por partes sobre imagens aéreas com amplo angulo de visão e uma distorção geométrica grande. Em Aracena Pizarro *et al.* (2005), os autores apresentam uma comparação das diferentes técnicas ou metodologias de calibração de câmeras, uma delas desenvolvida por Tuceryan *et al.* (1995); Trucco e Verri (1998) e a outra através de homografia proposta em Zhang *et al.* (1995). Em Li *et al.* (2011) os autores propõem um algoritmo que utiliza a informação dos parâmetros de posição de voo (atitude) para fazer uma rápida correção da distorção geométrica nas imagens capturadas pelo VANT. Portanto, para assegurar corretas estimativas de posição em VANTs via *Casamento de Imagens* é essencial que ambas imagens (câmera do VANT e imagem georreferenciada) tenham visada nadir (Goltz e Shigemori, 2008).

Imagens com visada não nadir possuem um nível considerável de distorção geométrica. A medida que aumenta o grau (ângulo) de distorção o tamanho dos pixels na imagem é também alterado não uniformemente (Galbraith *et al.*, 2005). Outros fatores, como o tipo de terreno, a inclinação, elevação e curvatura da terra são fatores secundários que podem

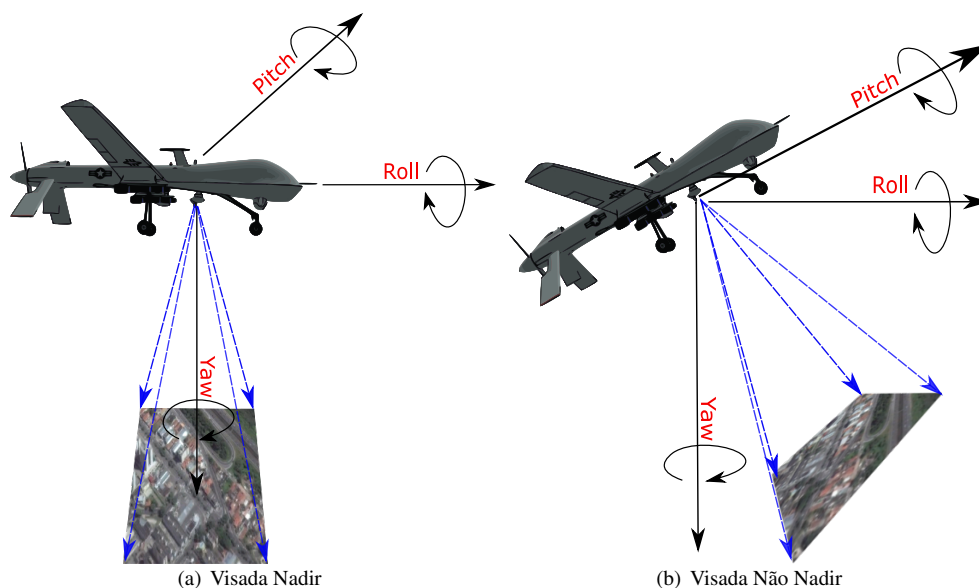


Figura 1: Tipos de Visadas em VANTs.

induzir uma leve distorção na imagem. A perspectiva gerada em imagens com visada não nadir devido a manobras de viragem ou perturbações no ambiente é mostrada na Fig. 1.

Para o caso de estudo neste trabalho, as distorções causadas pela curvatura da terra e tipo do terreno são ignorados pois as imagens testadas são de baixa altitude (360 m). Além disso, ignora-se a distorção da lente da câmera. Por conseguinte, apenas a distorção geométrica causada pela instabilidade do VANT será corrigida. O processo geral de correção da imagem capturada pelo VANT é mostrado na Fig.2. Este está composto inicialmente pela leitura da imagem distorcida junto com os ângulos de inclinação do VANT e os parâmetros da câmera. Depois, é calculada a matriz de rotação e a matriz que define os parâmetros intrínsecos da câmera. Com isso, é obtida a matriz homográfica e por fim é aplicada a transformação projetiva sobre a imagem para corrigir a distorção geométrica nela.

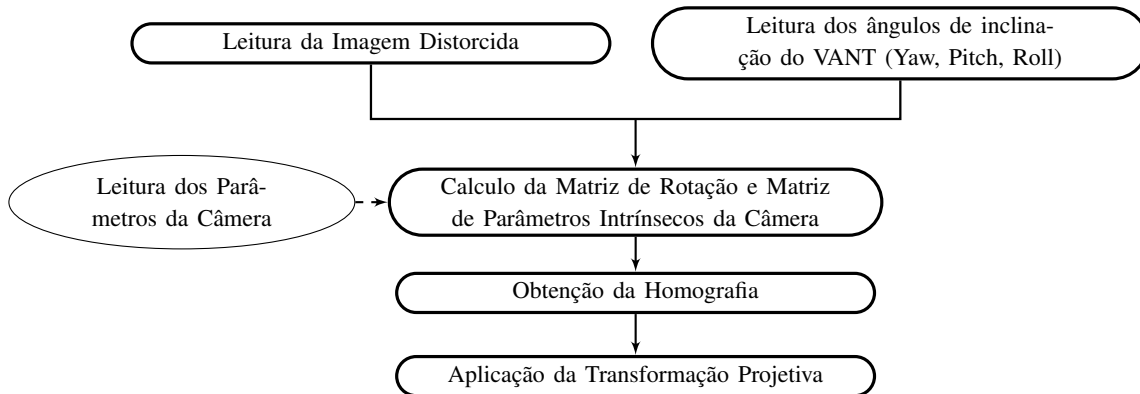


Figura 2: Processo Geral de Correção da Imagem

3. MODELO DE CALIBRAÇÃO DA CÂMERA

Para fazer correção de perspectiva em imagens capturadas por VANTs é necessário definir um modelo analítico da câmera, onde seja possível estimar as magnitudes e características da cena imageada que esta sendo analisada. Desta forma, pontos específicos da imagem poderão ser projetados em um plano partindo do modelo.

O modelo geralmente é obtido através da calibração da câmera (Zhang *et al.*, 1995) onde baseando-se no cálculo de homografias, são estimados os valores dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos do sensor. Estes parâmetros definem a forma de como um objeto 3D é projetado no plano da imagem e assim, informações podem ser extraídas para posterior análise. Em nosso caso, tem-se conhecimento das propriedades da câmera, e pode-se definir com tais propriedades, o modelo da câmera e estimar a homografia. Conforme foi descrito anteriormente, pretende-se corrigir a distorção causada pela visada não nadir da câmera abordo do VANT devido à variação dos ângulos (Yaw, Pitch, Roll) na aeronave, através de um método paramétrico de transformação projetiva. A câmera é descrita pelo modelo pinhole, que é amplamente utilizado na literatura (Hartley e Zisserman, 2000). O modelo da câmera é composto por parâmetros intrínsecos e parâmetros extrínsecos que podem ser formalmente descritos de forma matricial como segue.

3.1 Parâmetros Intrínsecos

Os parâmetros intrínsecos avaliados no modelo da câmera são compostos por especificações próprias do tipo do sensor, fornecidos pelo fabricante. Com isto, pretende-se obter a relação existente entre um ponto no plano da câmera (coordenadas u, v) e o ponto correspondente no plano do sensor (coordenadas em pixels). A matriz que representa o modelo dos parâmetros intrínsecos da câmera é mostrada na Eq. (1).

$$A = \begin{bmatrix} f \cdot k_u & 0 & u_0 \\ 0 & f \cdot k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde f é a distância focal da câmera, k_u e k_v são os fatores de escala horizontal e vertical respectivamente, cujas inversas

caracterizam o tamanho do pixel na unidade de coordenadas do mundo, u_o e v_o são as coordenadas do ponto central da câmera, isto é, a intersecção entre o eixo ótico e o plano da imagem.

3.2 Parâmetros Extrínsecos

Os parâmetros extrínsecos da câmera estão compostos por uma matriz de rotação que define a orientação do VANT em relação ao eixo inercial. Indica em que direção a lente da câmera esta apontando no momento de captura da imagem. Para definir a orientação relativa da aeronave, que contem a câmera, são utilizados os ângulos de Tait-Bryan, derivados dos ângulos de Euler, que são amplamente usados em aplicações aeroespaciais (Committee *et al.*, 1995). De modo que, são utilizados três ângulos que descrevem a rotação no espaço Euclidiano tridimensional, por meio de três rotações sucessivas em torno dos eixos do sistema (x, y, z) . As rotações são descritas da seguinte forma.

3.2.1 Matrizes de rotação que representam a orientação de um corpo rígido

A primeira rotação corresponde ao angulo de rolagem (ϕ) realizado em torno do eixo \vec{x} , a segunda rotação corresponde ao angulo de arfagem (θ) realizado em torno do eixo \vec{y} e a terceira e última rotação corresponde ao angulo de guinada (ψ) realizado em torno do eixo \vec{z} .

$$R_{\phi,\theta,\psi} = R(x, \phi) \cdot R(y, \theta) \cdot R(z, \psi) \quad (2)$$

Onde:

$$R_{\phi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

A matriz de rotação resultante é mostrada em Eq. (4).

$$R_{\phi,\theta,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para simplificar os produtos dos coeficientes das matrizes de rotação, a matriz de rotação resultante será definida como se observa na equação Eq. (5). Esta matriz representa o modelo extrínseco e indica a orientação da câmera abordo do VANT.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para finalizar, através do modelo de calibração da câmera é obtida uma estimacão da cena analisada. O modelo inclui os parâmetros intrínsecos e extrínsecos formando uma matriz global, chamada matriz de projeção perspectiva P , onde é relacionado um ponto x_π em um sistemas de coordenadas $M = [x, y, z]^T$ no plano do mundo (3D), e as correspondentes coordenadas $m = [u, v]^T$ do ponto x no plano da imagem (2D), como é mostrado na Eq. (6).

$$\begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix}^T = P \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

Onde $P = A \cdot R$. Na Fig. 3 é ilustrado como os pontos no plano da imagem 2D e o plano da cena 3D estão relacionados por uma transformacão de plano projetivo.

4. ANÁLISE DE HOMOGRAFIA E TRANSFORMAÇÃO PROJETIVA

A correção de imagens pode ser considerada como o processo de transformar a projeção de uma imagem com distorcão (inclinacão na lente da câmera) a uma imagem livre de distorcão com visada ortogonal do terreno. Existe então, uma função de transformacão homográfica $H(x, y)$ que associa duas imagens. Nesta função vetorial, cada pixel i da imagem

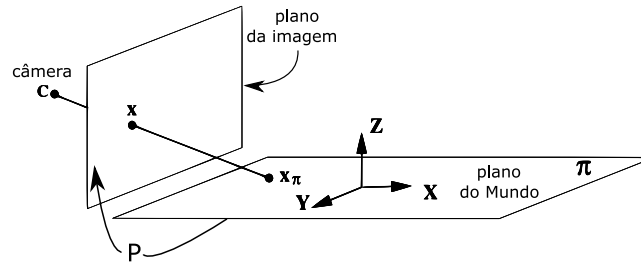


Figura 3: Transformação de plano projetivo

de referência com coordenadas (x, y) é mapeado a uma nova posição de uma imagem destino com coordenadas (u, v) como é indicado na seguinte equação:

$$u_i = H_x(x, y) \quad v_i = H_y(x, y) \quad (7)$$

A correção de imagens baseadas no modelo de calibração do sensor gera esta homografia entre planos, a qual por definição estabelece que, cada ponto é correspondido por outro ponto e cada reta é correspondida por outra reta. Em consequência, a matriz homográfica consegue atribuir o valor de cada pixel na imagem original para uma nova posição do pixel na imagem corrigida. Na Eq. (8) é observada a matriz homográfica (Hartley e Zisserman, 2000).

$$H = A' \cdot (R - tn^T/d) \cdot A^{-1} \quad (8)$$

Onde A é a matriz de calibração da câmera, R é a matriz de rotação, t é a posição da visão da cena, n é um vetor normal ao plano da cena e d é a distancia do ponto no plano da imagem até o ponto no plano do mundo. A matriz homográfica é caracterizada por ser uma matriz de dimensões 3x3, invertível e não singular. H pode ser representada como se observa na equação Eq. (9). Onde cada um dos coeficientes $h_{11} - h_{32}$ já são conhecidos utilizando a Eq. (8), com $h_{33} = 1$. Todos os nove coeficientes podem ter valores diferentes.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz H (Eq. (9)), é equivalente a estas duas expressões, Eq. (10).

$$u = \frac{h_{11}x + h_{21}y + h_{31}}{h_{13}x + h_{23}y + 1} \quad v = \frac{h_{12}x + h_{22}y + h_{32}}{h_{13}x + h_{23}y + 1} \quad (10)$$

Concluindo, a matriz homográfica H define a relação entre os planos através de uma transformação projetiva. Esta transformação projetiva possui 8 graus de liberdade e define um nível mais completo de homografia em comparação com a transformação afim ou euclidiana.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE

Para a avaliação do desempenho da metodologia foram utilizadas imagens aéreas sub-amostradas com dimensão de 800x533 pixels. As imagens capturadas pelo VANT foram obtidas de uma câmera SONY ILCE-7R com 24.3 Megapixels, distancia focal $f = 45 \text{ mm}$ e com dimensão de 7360x4912. A taxa de sub-amostragem aplicada foi 1/9.2 da dimensão original. As imagens capturadas pelo VANT possuem variações de rotação (Yaw, Pitch, Roll) e perspectiva. O método desenvolvido foi implementado em MATLAB 2014a sobre um processador Intel® Core™ i5-4200U CPU 1.60GHz 2.30GHz com 8 GB de RAM, rodando com sistema operacional Windows 8.1 Pro de 64 bits.

A fim de testar o método proposto, foram selecionadas 55 imagens aéreas capturadas pelo VANT que possuem distorção geométrica devido a variações nos ângulos (Yaw, Pitch, Roll) da aeronave no momento de captura da imagem. Seis das 55 imagens com maior ângulos de distorção foram selecionadas e são mostradas Figs. 4(a)-(f), parte esquerda. Na parte direita, apresentam-se os resultados depois de realizar a correção da distorção projetiva nas imagens aplicando o

método proposto. Todo o conjunto de imagens foi fornecido pelo Instituto de Estudos Avançados da Aeronáutica, situado na cidade de São José dos Campos.



(a) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



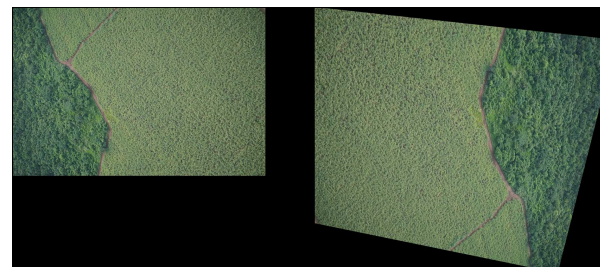
(b) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(c) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(d) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(e) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.



(f) (esquerda) Imagem com distorção - (direita) Imagem corrigida.

Figura 4: Resultados do método proposto aplicado às imagens capturadas pelo VANT e sua respectiva correção.

A Tabela 1 apresenta a latitude, longitude e os ângulos (Yaw, Pitch, Roll) de cada imagem com distorção. Também são mostrados os respectivos tempos de processamento que a metodologia exige para corrigir cada imagem de teste.

Os resultados mostram que em todos os casos de teste avaliados, a metodologia proposta consegue fazer correção de perspectiva nas imagens em um menor tempo de processamento, na faixa de 0.36 – 0.48 *segundos*. Este tempo de processamento resulta ser um fator importante para a estimação da posição de VANTs através da técnica de *Casamento de Imagens*, pois com um menor tempo de processamento na correção de perspectiva, vai garantir um maior número de estimativas de posição ao longo do voo.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresentamos uma nova metodologia para fazer correção de distorção projetiva em imagens capturadas por VANTs quando a câmera não tem visada nadir. A novidade de nosso trabalho está principalmente no fato de que a

Tabela 1: Ângulos (Yaw, Pitch, Roll) de cada imagem com distorção e seus respectivos tempos de processamento na correção.

<i>Imagem</i>	<i>Ângulos de inclinação do VANT</i>			<i>Tempo de processamento</i> [s]
	<i>Yaw</i>	<i>Pitch</i>	<i>Roll</i>	
a	112.6	4.9	7.7	0.4052
b	224.3	16.7	11.4	0.4724
c	250.9	8.5	-7.6	0.3982
d	113	6.9	12.6	0.3792
e	191.1	11.5	18.2	0.4184
f	234.4	17.9	11.4	0.4678

metodologia proposta usa como referência a informação dos ângulos de inclinação do VANT e os parâmetros intrínsecos da câmera para definir a homografia e fazer a transformação projetiva nas imagens. Portanto, não existe a necessidade de definir pontos de controle (Ground Control Points) ou utilizar outra imagem como referencia. Assim, a metodologia demonstra ser independente das características da imagem, não requer de de descritores, ou extração de características nela. Além de não ser afetada por mudanças espectrais ou físicas que podem ocorrer na região sobrevoada ou diferenças em tempos de captura.

Os experimentos mostram que esta metodologia é particularmente robusta na geração de imagens com visada nadir. Os diferentes parâmetros que compõem o modelo da câmera são obtidos automaticamente e com eles, é estabelecida a transformação projetiva aplicada com eficiência sobre a imagem com distorção. Tudo isso é refletido no curto tempo de processamento que a metodologia toda exige na correção. Sendo, portanto, factível de ser implementado em condições reais de voo.

Além de obter resultados promissores, como proposta de continuidade, pretende-se melhorar a precisão na correção da distorção projetiva. Uma situação a ser estudada pelos autores será, o uso alternado de duas metodologias: a metodologia paramétrica desenvolvida neste trabalho para a correção de perspectivas de imagens capturadas por VANTs e uma metodologia não paramétrica que utiliza algoritmos de extração de pontos característicos (SURF, SIFT, ASIFT) entre a imagem com distorção e uma imagem de referência para obter a homografia e aplicar a transformação projetiva na imagem. Dessa forma, dependendo o grau de distorção projetiva apresentado na imagem a ser avaliada será atribuída uma das duas metodologias.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES, CNPq e FAPEMIG - Brasil.

REFERÊNCIAS

- Aracena Pizarro, D., Campos, P. e Tozzi, C.L., 2005. "Comparación de Técnicas de Calibración de Cámaras Digitales". *Revista Facultad de Ingeniería - Universidad de Tarapacá*, Vol. 13, pp. 57–67.
- Birchfield, S., 1998. "An introduction to projective geometry (for computer vision)". *Unpublished note, Stanford university*.
- Committee, D.S. *et al.*, 1995. "Ieee standard for distributed interactive simulation-application protocols". *IEEE Computer Society*, Vol. 1278.
- Conte, G. e Doherty, P., 2008. "An integrated UAV navigation system based on aerial image matching". *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, pp. 1–10.
- Galbraith, A., Theiler, J., Thome, K. e Ziolkowski, R., 2005. "Resolution enhancement of multilook imagery for the multispectral thermal imager". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, pp. 1964–1977.
- Goltz, G.A.M. e Shiguemori, E.H., 2008. "Aplicação do algoritmo sift em imagens de navegação autônoma". In:

- Workshop Anual de Pesquisa e Desenvolvimento do IEAv*. pp. 35–35.
- Goltz, G.A.M. e Shiguemori, E.H., 2011. “Position estimation of uav by image processing with neural networks”. *X Congresso Brasileiro de Inteligência computacional*, pp. 9–17.
- González Jiménez, A.J., 1999. “Visión por computador”.
- Hartley, R.I. e Zisserman, A., 2000. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.
- Horta, E., Shiguemori, E.H., Velho, H.F.C. e Braga, A.P., 2012. “Extração de características e casamento de padrões aplicados à estimação de posição de um VANT”. *Congresso Brasileiro de Automática*, Vol. 1, pp. 5045–5050.
- Li, Y., Li, Z., Tong, L., Yan, Y. e Guo, D., 2011. “A geometrical rectification algorithm of UAV remote sensing images based on flight attitude parameters”. In: *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. IEEE, pp. 487–490.
- Medeiros, F.A., 2007. “Desenvolvimento de um veículo aéreo não tripulado para aplicação em agricultura de precisão”. *Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria*.
- Muella, M.T.d.A.H., 2008. *Morfologia Dinâmica Das Irregularidades Ionosfericas Pequena Escala Imageamento Ionosferico Gps*. Tese (Doutorado).
- Pai, D.T., 2010. *Auto rectification for robotic helicopter aerial imaging*. Tese (Doutorado), San Diego State University.
- Rebouças, R.A., Habermann, M. e Shiguemori, E.H., 2013. “Identificação de objetos móveis com uso de imagens aéreas obtidas por vant”. *XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*.
- Santos, A., Torres, L., Fraga, H., Velho, D.C., Shiguemori, E.H. e Pádua Braga, A., 2013. “Controle e navegação de VANTs através de utilização de template matching”. *Computer on the Beach*, pp. 70–78.
- Sedaghat, A., Mokhtarzade, M. e Ebadi, H., 2011. “Uniform Robust Scale-Invariant Feature Matching for Optical Remote Sensing Images”. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 49, No. 11, pp. 4516–4527.
- Shiguemori, E.H., Martins, M.P. e Monteiro, M.V.T., 2007. “Landmarks recognition for autonomous aerial navigation by neural networks and Gabor transform”. *Proc. SPIE*, Vol. 6497, pp. 64970R–64970R–9.
- Silva, D.C.D., 2006. “Retificação de Imagens Digitais de Fachadas com Pré-correção das Distorções das Lentes”.
- Souza, C., Dias, M. e Santos, J., 2005. “Análise da Vulnerabilidade de Receptores GPS Comerciais sob Ação de Interferência Intencional”. *VIII Simpósio de Guerra Eletrônica (VIII SIGE)*.
- Tahar, K.N. e Ahmad, A., 2011. “UAV-based stereo vision for photogrammetric survey in aerial terrain mapping”. In: *2011 IEEE International Conference on Computer Applications and Industrial Electronics (ICCAIE)*. IEEE, pp. 443–447.
- Tahar, K.N., Ahmad, A., Akib, W.A.A.W.M. e Mohd, W.M.N.W., 2012. “Aerial mapping using autonomous fixed-wing unmanned aerial vehicle”. In: *2012 IEEE 8th International Colloquium on Signal Processing and its Applications*. IEEE, pp. 164–168.
- Toutin, T., 2004. “Geometric processing of remote sensing images: Models”. *Algorithms and*.
- Trucco, E. e Verri, A., 1998. *Introductory techniques for 3-D computer vision*, Vol. 201. Prentice Hall Englewood Cliffs.
- Tu, L. e Dong, C., 2013. “Histogram equalization and image feature matching”. In: *2013 6th International Congress on Image and Signal Processing (CISP)*. IEEE, Vol. 01, pp. 443–447.
- Tuceryan, M., Greer, D., Whitaker, R., Breen, D., Crampton, C., Rose, E. e Ahlers, K., 1995. “Calibration requirements and procedures for a monitor-based augmented reality system”. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 1, pp. 255–273.
- Wang, L. e Yang, R., 2011. “Global stereo matching leveraged by sparse ground control points”. In: *CVPR 2011*. IEEE, pp. 3033–3040.
- Zhang, Z., Deriche, R., Faugeras, O. e Luong, Q.T., 1995. “A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry”. *Artificial intelligence*, Vol. 78, pp. 87–119.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

ESTUDO NUMÉRICO E ANALÍTICO DE PROBLEMAS DE CONTATO HERTZIANO

Matheus Zegatti e Silva, matheuszegatti@gmail.com

Thiago Doca, doca@unb.br

Universidade de Brasília, Campus Universitário Darcy Ribeiro, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica

Resumo. O objetivo deste trabalho é avaliar os esforços mecânicos presentes em conectores de sistemas de amarração de plataformas petrolíferas. Tais geometrias podem ser classificadas como geometrias Hertzianas de contato do tipo "cilindro-plano" e "cilindro-cilindro". Duas abordagens são empregadas durante a avaliação destes componentes: I) estudo analítico baseado tanto na Teoria de Hertz para contato entre corpos elásticos, quanto no campo de tensões obtido por meio do potencial de Muskhelishvili; II) modelagem numérica do problema através do método de elementos finitos com solução pelo método da penalidade de contato entre sólidos. Os resultados comparados são: distribuição da pressão normal de contato, comprimento do semi-arco de contato e campo de tensões.

Palavras-chave: Conectores, Contato entre cilindros, Hertz, Muskhelishvili, Método dos Elementos Finitos

1. INTRODUÇÃO

Em geral, as linhas de ancoragem são subdivididas em vários componentes como amarras, cabos de aço/poliéster, âncoras e conectores. Esses componentes são submetidos, durante sua vida útil, a carregamentos cíclicos trativos gerados por condições dinâmicas impostas pelo ambiente (Chakrabarti, 2005). Devido às prospecções em lâminas d'água (LDA) cada vez mais profundas, as linhas de ancoragem utilizadas para restringir os deslocamentos das plataformas tiveram que ser aprimoradas para se tornar mais leves e resistentes (Morais, 2013).

No entanto, incertezas quanto a essas solicitações ainda provocam falhas prematuras em elos de amarras, cabos, conectores e outros componentes, como pode ser observado na Fig. 1 (Offshore magazine, 2013). Nesse contexto, o estudo dos esforços mecânicos sofridos por esses componentes é importante para prever a causa de falhas prematuras, assim como determinar a vida desses componentes.

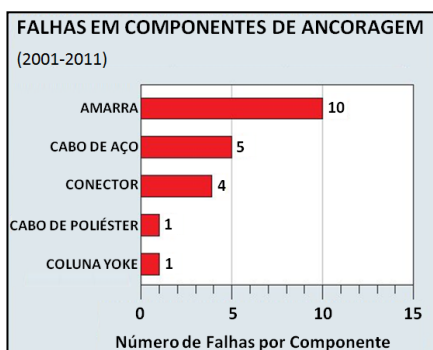


Figura 1. Número de falhas em componentes de linhas de ancoragem entre 2001 e 2011

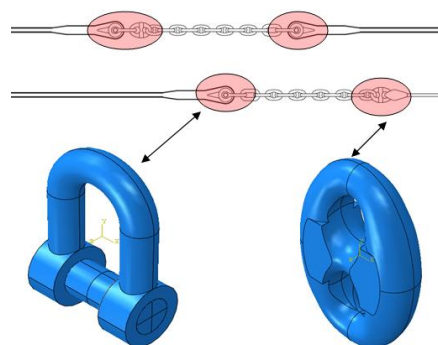


Figura 2. Conectores de linhas de ancoragem

Neste trabalho é feito um estudo inicial sobre os esforços de contato ao qual dois tipos de conectores de linhas de ancoragem, a Manilha e o Kenter, são submetidos. Os conectores e uma seção das linhas de ancoragem podem ser visualizados na Fig. 2. As interfaces de contato dos conectores são definidas como geometrias Hertzianas. Assim, por meio de uma modelagem bidimensional dos conectores, é feita uma comparação entre resultados analíticos, obtidos pelas equações de Hertz (1822) e pelo potencial de Muskhelishvili (1953), e resultados numéricos, obtidos por meio de simulações realizadas no programa de elementos finitos, Abaqus.

2. MODELAGEM

Observando o contato dos conectores com os elos, observam-se duas configurações, apresentadas pela Fig. 3. Realizando um corte no plano longitudinal, verifica-se que o contato entre a Manilha e o pino de conexão é uma configuração do tipo cilindro-plano, enquanto que o contato entre o elo da corrente e o Kenter é do tipo cilindro-cilindro, com a circunscrição de um dos cilindros pelo outro. Analisando as duas configurações, pode-se realizar um estudo numérico, por meio do programa de elementos finitos, e um estudo analítico, via Teoria de Hertz. Os resultados a serem comparados são: comprimento do semi-arco de contato, máxima pressão de contato, distribuição da pressão de contato e campo de tensões. Nas seções 2.1 e 2.2 descrevem-se os dois tipos de modelagem utilizadas na obtenção dos resultados.

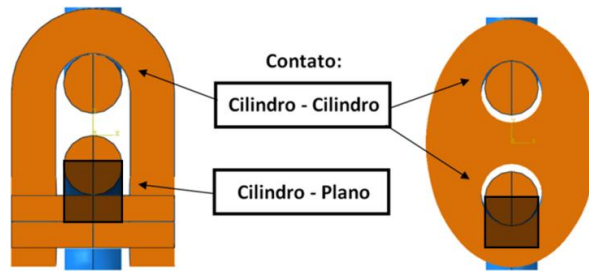


Figura 3. Configuração de contato nos conectores

2.1 Modelagem analítica

Para a obtenção dos resultados analíticos, duas teorias de contato são utilizadas. Dado que as seguintes condições sejam respeitadas: superfícies em contato contínuas e não conformes, domínio de pequenas deformações, sólidos considerados em um semi-plano elástico e ausência de atrito entre as superfícies, a Teoria de Hertz pode ser utilizada (Johnson, 1985). Resultados como o comprimento do semi-arco de contato, distribuição da pressão de contato e pressão de contato máxima, são obtidos dessas equações.

Como se trata de uma simulação bidimensional, o contato é dado em um estado plano de deformação. As equações utilizadas para obter tais resultados analíticos são apresentadas a seguir (Hills e Nowell, 1994).

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (1)$$

Na Eq. (1) é apresentada a distribuição da pressão de contato, $p(x)$, observada ao longo do comprimento do arco de contato, de $-a$ a a . A máxima pressão de contato, p_0 , depende da carga normal aplicada (por unidade de espessura), P , assim como do comprimento do semi-arco de contato, como mostra a Eq. (2).

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (2)$$

O comprimento do semi-arco de contato é obtido por meio da Eq. (3), onde R_{eq} é o raio equivalente, obtido através da Eq. (4), e E_{eq} é o módulo de elasticidade equivalente, obtido por meio da Eq. (5).

$$a = \sqrt{\frac{4PR_{eq}}{\pi E_{eq}}} \quad (3)$$

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \quad (4)$$

$$E_{eq} = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)^{-1} \quad (5)$$

Os parâmetros R_1 , E_1 , ν_1 , R_2 , E_2 , ν_2 são respectivamente os raios, os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson dos dois corpos elásticos em contato.

Com a máxima pressão de contato definida é possível determinar o campo de tensões interno dos corpos. Para isso, utiliza-se a equação do potencial de Muskhelishvili, apresentada pela Eq. (6) (Muskhelishvili, 1953; Gladwell, 1980; Hills et al, 1993).

$$\phi(z) = -\frac{p_0}{2a}(i+f)\left(z - s(\sqrt{z^2 - a^2})\right) \quad (6)$$

A variável z representa um sistema de coordenadas complexo, tal que $z = x + yi$. A derivada, o conjugado e o conjugado do argumento conjugado são definidos por,

$$\phi'(z) = -\frac{p_0}{2a}(i+f)\left(1 - s\frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}}\right) \quad (7)$$

$$\bar{\phi}(z) = -\frac{p_0}{2a}(-i+f)\left(z - s(\sqrt{z^2 - a^2})\right) \quad (8)$$

$$\bar{\phi}(\bar{z}) = -\frac{p_0}{2a}(-i+f)\left(\bar{z} - s(\sqrt{\bar{z}^2 - a^2})\right) \quad (9)$$

Onde s é o sinal de x , $\text{sgn}(x)$. A partir das quatro últimas equações apresentadas anteriormente e somando-se as Eqs. (10) e (11), determina-se o campo de tensões, apresentado pela Eq. (12).

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 2(\phi(z) + \bar{\phi}(\bar{z})) \tag{10}$$

$$\sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2\tau_{xy} = 2((\bar{z} - z)\phi'(z) - \bar{\phi}(z) + \phi(z)) \tag{11}$$

$$\zeta(z) = \sigma_{yy} + i\tau_{xy} = (\bar{z} - z)\phi'(z) + \bar{\phi}(\bar{z}) - \bar{\phi}(z) \tag{12}$$

As componentes de tensão são definidas em função de $\zeta(z)$, tal que $\sigma_{yy} = \text{Real}(\zeta(z))$, $\tau_{xy} = \text{Imag}(\zeta(z))$ e $\sigma_{xx} = 2(\phi(z) - \bar{\phi}(\bar{z})) - \sigma_{yy}$.

Como têm-se como objetivo realizar uma comparação entre resultados numéricos e analíticos onde condições Hertzianas são impostas, temos apenas a influência da carga normal, já que o atrito é desconsiderado. Dessa forma, o campo de tensões é dado apenas pela parcela normal das componentes, como mostra a Eq. (13).

$$\zeta(z) = \sigma_{yy}^n + i\tau_{xy}^n = (\bar{z} - z)\phi'(z) + \bar{\phi}(\bar{z}) - \bar{\phi}(z) \tag{13}$$

Onde $\sigma_{yy}^n = \text{Real}(\zeta(z))$ e $\tau_{xy}^n = \text{Imag}(\zeta(z))$.

Por fim, o campo de tensões pode ser determinado na região de contato. Como queremos encontrar os resultados de acordo com a tensão equivalente de von Mises, basta substituir as tensões encontradas na Eq. (14).

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)}{2}} \tag{14}$$

Onde $\sigma_{zz} = -\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ e $\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$.

Dessa forma, determinam-se todas as formulações necessárias para se obter os resultados analíticos, que serão utilizados como referência e comparados aos resultados numéricos.

2.2 Modelagem numérica

Na modelagem numérica utilizou-se o programa comercial de elementos finitos Abaqus 6.14. A modelagem deste problema é apresentada em 7 etapas: geometria, material, seção, montagem, interação, forças/condições de contorno e discretização.

2.2.1 Geometria, material e seção

A geometria a ser utilizada na simulação numérica é definida através de quadrantes observados nas regiões de contato, como mostra a região destacada de preto na Fig. 3. Tal escolha tem como objetivo simplificar a modelagem mantendo as particularidades do contato entre os corpos. Ao mesmo tempo, reduz-se o custo computacional através da diminuição dos elementos presentes na simulação. As dimensões das geometrias, dadas em mm , podem ser verificadas na Fig. 4. As propriedades do material utilizado são apresentadas na Tab. 1.

Tabela 1. Propriedades do material

Módulo de elasticidade	E (MPa)	210.000
Coefficiente de Poisson	ν	0.3
Massa específica	ρ (kg/m ³)	7870
Tensão de escoamento	σ_e (MPa)	240

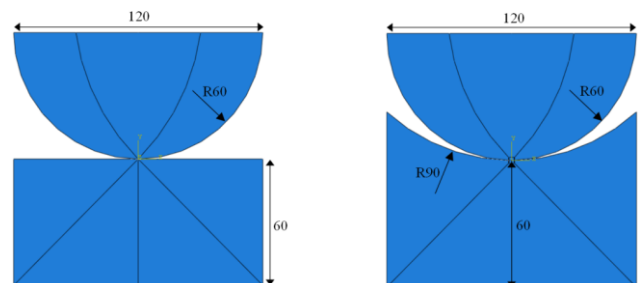


Figura 4 - Geometria e dimensões dos corpos em contato

A seção atribuída aos corpos é definida como sólida, homogênea e com espessura de 1 mm . Tal espessura é adotada devido a solução Hertziana utilizar força por unidade de espessura (N/mm) em suas equações.

2.2.2 Montagem e interação

Na montagem o posicionamento inicial dos corpos é o mesmo apresentado pela Fig. 4, onde o ponto central inferior do corpo superior é comum ao ponto central superior do corpo inferior. Os corpos devem estar posicionados

simetricamente em relação a sua linha vertical central. Para a interação entre os corpos, definiu-se um contato entre superfícies, sendo "master" a superfície inferior e "slave" a superfície superior. A seleção das superfícies que entram em contato ocorre apenas na região onde, de fato, há o contato, que será apresentada posteriormente na seção 2.2.3. As propriedades utilizadas para definir o contato são apresentadas na Tab. 2.

Tabela 2. Propriedades da formulação do contato

Formulação de deslizamento	"Finite sliding"
Método de discretização	Superfície - Superfície
Comportamento tangencial	Sem atrito
Comportamento normal	"Hard contact"
	"Default" (Penalidade)

Utiliza-se a opção "Finite sliding" para definir o deslizamento, pois esse método usa a configuração deformada para calcular a área de contato e a distribuição de pressão no contato. No método de discretização de contato entre superfícies são observados erros menores ao se utilizar o método Superfície - Superfície se comparado ao outro método disponível, Nó - Superfície (Abaqus, 2014). Por se tratar de um problema que busca soluções Hertzianas, o atrito é considerado nulo nesta formulação. Por fim, o método selecionado para definir as forças de reação devido ao carregamento normal é o método da penalidade (Wriggers, 2006), representado pela opção "Default", neste caso.

2.2.3 Forças/Condições de contorno e discretização

Foram empregadas cargas de 302,4 N/mm e 907,2 N/mm distribuídas sobre a superfície superior do semi cilindro, com magnitudes de 2.52 e 7.56 para os casos Cilindro-Plano e Cilindro-Cilindro respectivamente (Fig. 5). O uso de tais forças se deve ao desejo de observar os resultados no limite do regime elástico, como poderá ser observado nas seções 3.1 e 3.2.

Aplicou-se uma restrição de deslocamento vertical na base dos corpos inferiores (Fig. 6), assim como uma restrição de deslocamento horizontal e rotação de todos os pontos coincidentes a linha vertical central de ambos os corpos (Fig. 7).

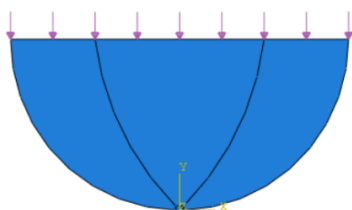


Figura 5 - Força aplicada aos semi cilindro

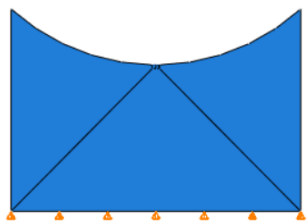


Figura 6 - Condição de contorno I: Restrição de deslocamento vertical

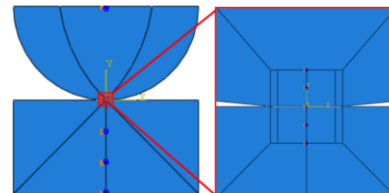


Figura 7. Condição de contorno II: Restrição de deslocamento horizontal e rotação

Para obter resultados confiáveis propõe-se uma malha totalmente estruturada com elementos quadriláteros lineares, configurados para o estado plano de deformação.

Inicialmente cria-se uma pequena partição retangular na região de contato de ambos os corpos, Fig. 8. As arestas verticais mais externas (1) ficam a uma distância do centro do retângulo, 10% maior do que o comprimento do semi-arco de contato, as internas (2), 10% menor. Tal subdivisão é feita para que nessa região se insira uma maior quantidade de elementos. Dessa forma, torna-se possível captar de forma mais eficiente a extensão do comprimento do semi-arco de contato. As arestas superiores (3 e 4) estão distanciadas da base central do retângulo a um valor 10% maior do que o comprimento do semi-arco de contato. Assim, forma-se na região de contato um retângulo de lados $1,1a$ e $2,2a$.

As arestas de número 3 são definidas, com um número x de elementos. Na aresta 4 esse número passa a ser $2x$ e nas arestas 1 e 2, $3x$. Além disso, um viés duplo central é inserido nas arestas de número 3 visando captar de uma forma mais exata, o comprimento do semi-arco de contato. Na Figura 8 é possível ver a discretização na região de contato para um valor de $x = 10$.

Esta discretização estruturada na região de contato é necessária para que se obtenham bons resultados para a distribuição de pressão e principalmente para o campo de tensões. É importante lembrar que esta partição deve ser realizada da mesma forma em ambos os corpos superior e inferior, de tal forma que os nós de ambas as malhas coincidam. Isso irá garantir resultados mais próximos da solução analítica e sem variações. A medida que se afasta desta região de contato, os elementos podem assumir maiores dimensões e para isso insere-se um viés nas arestas que se afastam do retângulo, como pode ser visto na imagem localizada à direita na Fig. 8.

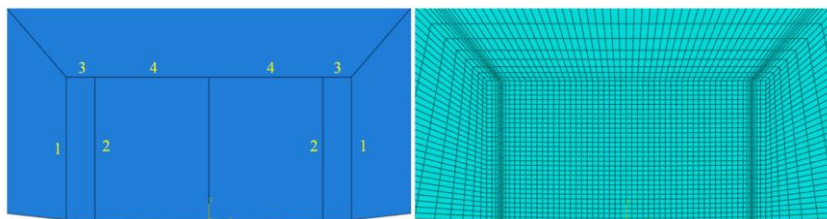


Figura 8. Discretização da malha da região de contato

Feito as devidas considerações, após a simulação no programa de elementos finitos, obtêm-se os resultados apresentados na seção 3.

3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentados e analisados tanto os resultados analíticos quanto os numéricos. Primeiramente apresentam-se os resultados para o caso Cilindro-Plano, seguido dos resultados do caso Cilindro-Cilindro. O computador utilizado nas simulações possui um processador Intel(R) Core(TM) i5 CPU M520 @ 2.40GHz, com memória RAM instalada de 6,00 GB e sistema operacional de 64 bits, processador com base em x64.

3.1 Cilindro-Plano

A seguir na Tab. 3 são disponibilizados os resultados para cinco níveis de refinamento da malha: máxima pressão de contato analítica ($P_{0,ana}$), máxima pressão de contato numérica ($P_{0,num}$), comprimento do semi-arco de contato analítico (a_{ana}), comprimento do semi-arco de contato numérico (a_{num}), máxima tensão do campo de tensões analítico ($CT_{ana,max}$), máxima tensão do campo de tensões numérico do plano ($CT_{p,num,max}$) e máxima tensão do campo de tensões numérico do cilindro ($CT_{c,num,max}$).

Tabela 3. Resultados analíticos e numéricos para o caso Cilindro-Plano

Nível de Refinamento	$P_{0,ana}$ (MPa)	$P_{0,num}$ (MPa)	a_{ana} (mm)	a_{num} (mm)	$CT_{ana,max}$ (MPa)	$CT_{p,num,max}$ (MPa)	$CT_{c,num,max}$ (MPa)
1		426,24		0,4975		238,47	238,17
2		429,04		0,4652		240,06	239,83
3	430,24	430,02	0,4475	0,4570	239,87	240,81	240,59
4		430,40		0,4518		241,04	240,84
5		430,56		0,4496		241,14	240,94

Já na Tab. 4 apresentam-se os erros relativos percentuais: da máxima pressão de contato (E_{rr,P_0}), do comprimento do semi-arco de contato ($E_{rr,a}$) e das máximas tensões no campo de tensões do plano ($E_{rr,CT,p}$) e cilindro ($Err_{CT,c}$). Assim como, o número total de elementos utilizados ($N_{elem,tot}$), o número de elementos efetivamente em contato ($N_{elem,cont}$) e o tempo necessário para concluir a simulação (t).

Tabela 4. Erros relativos percentuais, número de elementos e tempo de simulação para o caso Cilindro-Plano

Nível de Refinamento	E_{rr,P_0} (%)	$E_{rr,a}$ (%)	$E_{rr,CT,p}$ (%)	$Err_{CT,c}$ (%)	$N_{elem,cont}$	$N_{elem,tot}$	t (s)
1	0,93	11,18	0,0058	0,0071	16	704	11
2	0,28	3,96	$7,89 \cdot 10^{-4}$	$1,45 \cdot 10^{-4}$	28	2460	15
3	0,05	2,14	0,039	0,003	54	9600	32
4	0,04	0,98	0,0049	0,004	104	38400	110
5	0,07	0,48	0,0053	0,0045	204	153600	497

Como pode-se observar nas Tabs. 3 e 4, desde o primeiro nível de refinamento os erros relativos referentes a máxima pressão de contato e a máxima tensão de von Mises, observada no campo de tensões, já possuem baixos valores. Sendo essa uma consequência da discretização da malha realizada na região retangular do contato. Em contrapartida, o erro relativo do comprimento do semi-arco de contato, que apresenta os maiores valores dentre os outros parâmetros, possui um erro acima de 10% no primeiro nível de refinamento. Isso ocorre, pois o programa de elementos finitos tem dificuldade de captar o alto gradiente de pressão observado nas bordas do contato (Abaqus, 2014). Justamente para se evitar maiores erros, foram criadas zonas de refinamento nessa região, como mostrado na seção 2.2.3. Apesar disso, a partir do segundo nível de refinamento já observam-se valores aceitáveis para esse parâmetro.

A similaridade do campo de tensões de von Mises e da distribuição da pressão de contato, obtidos analítica e numericamente, são apresentadas respectivamente nas Figs. 9 e 10. A Figura 11 apresenta os resultados numéricos da distribuição da pressão de contato. As imagens exibem valores referentes ao terceiro nível de refinamento (Tabs. 3 e 4).

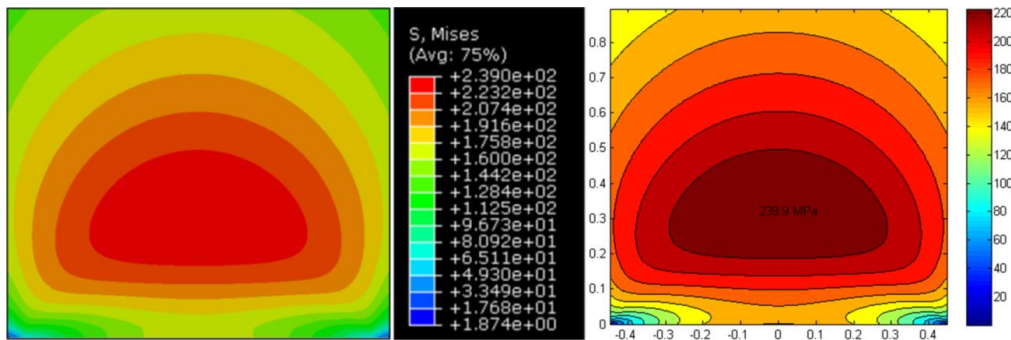


Figura 9. Campo de tensões de von Mises numérico (à esquerda) e analítico (à direita) (Cilindro-Plano)

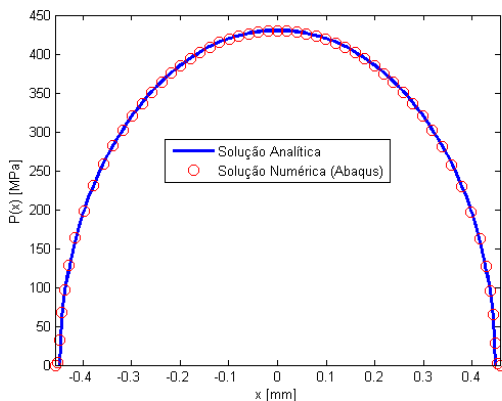


Figura 10. Distribuição da pressão de contato ao longo do comprimento do arco de contato (Cilindro-Plano)

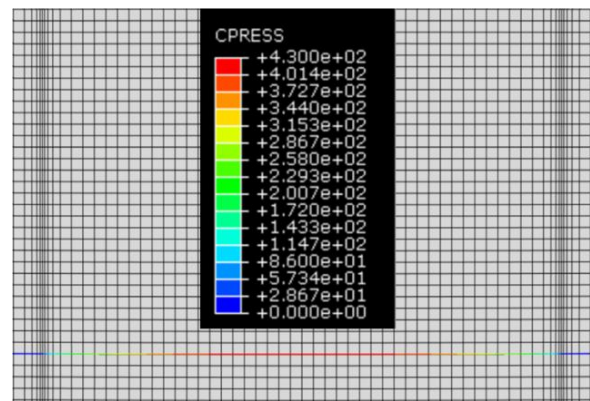


Figura 11. Distribuição da pressão de contato numérica (Cilindro-Plano)

3.2 Cilindro-Cilindro

Da mesma maneira como na seção 3.1, apresentam-se nas Tabs. 5 e 6 os resultados analíticos e numéricos do caso de contato entre cilindros. A única mudança que ocorre é que neste caso a máxima tensão dos campos de tensões são definidas no cilindro inferior ($CT_{ci,num,max}$) e cilindro superior ($CT_{cs,num,max}$), gerando erros respectivos a esses valores ($E_{rr,CT,ci}$ e $E_{rr,CT,cs}$).

Tabela 5. Resultados analíticos e numéricos para o caso Cilindro-Cilindro

Nível de Refinamento	$P_{0,ana}$ (MPa)	$P_{0,num}$ (MPa)	a_{ana} (mm)	a_{num} (mm)	$CT_{ana,max}$ (MPa)	$CT_{ci,num,max}$ (MPa)	$CT_{cs,num,max}$ (MPa)
1		426,16		1,4931		242,70	236,14
2		428,97		1,3961		243,91	237,78
3	430,24	429,57	1,3424	1,3717	239,87	244,63	238,44
4		430,52		1,3560		244,84	238,68
5		432,21		1,3482		244,92	238,77

Tabela 6. Erros relativos percentuais, número de elementos e tempo de simulação para o caso Cilindro-Cilindro

Nível de Refinamento	E_{rr,P_0} (%)	$E_{rr,a}$ (%)	$E_{rr,CT,ci}$ (%)	$E_{rr,CT,cs}$ (%)	$N_{elem,cont}$	$N_{elem,tot}$	t (s)
1	0,95	11,23	0,0118	0,0155	16	704	13
2	0,30	4,00	0,0169	0,0087	28	2460	17
3	0,16	2,18	0,0198	0,0059	54	9600	33
4	0,06	1,02	0,0207	0,0050	104	38400	118
5	0,48	0,44	0,0211	0,0046	204	153600	575

As considerações feitas na seção 3.1 continuam valendo para este caso. Verifica-se que os erros relativos da máxima tensão no campo de tensões e da máxima pressão de contato permanecem ínfimos. Adicionalmente, percebe-se que, em

ambos casos, existe uma forte correlação entre o aumento no número de elementos e a diminuição do comprimento do semi-arco de contato. Uma vez que há um alto gradiente de pressão nas bordas do contato, quanto mais elementos, mais capaz de captar esse efeito torna-se a simulação numérica.

Observando as Tabs. 3 e 5 verifica-se que a medida que o comprimento do semi-arco de contato diminui, a máxima pressão de contato e as máximas tensões no campo de tensões de von Mises aumentam. Resultado que está de acordo com o que a Eq. (2) apresenta, uma vez que a pressão normal aplicada sobre o corpo é igual para todos os níveis de refinamento e a máxima pressão de contato é inversamente proporcional ao comprimento do semi-arco de contato. Do mesmo modo, por a máxima pressão de contato ser proporcional ao campo de tensões, essa diminuição também resulta em um aumento no campo de tensões do corpo.

Assim como na seção anterior, a similaridade do campo de tensões de von Mises e da distribuição da pressão de contato, obtidas analítica e numericamente, são apresentadas respectivamente nas Figs. 12 e 13. A Figura 14 apresenta os resultados numéricos da distribuição da pressão de contato. Para produção dessas imagens também utilizou-se o terceiro nível de refinamento (Tabs. 5 e 6).

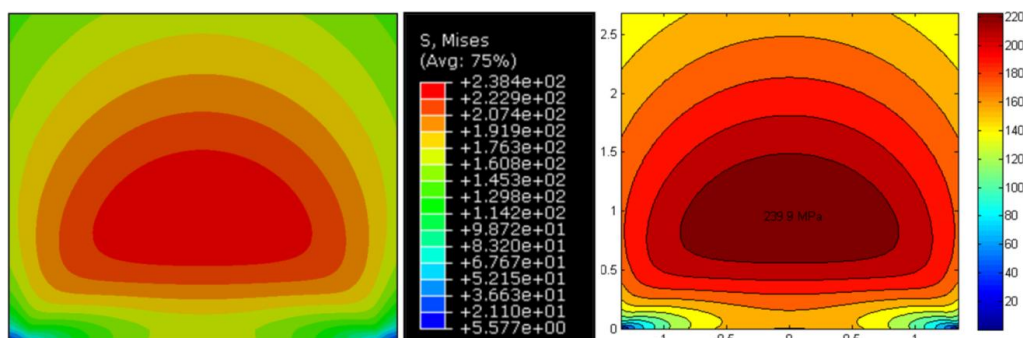


Figura 12. Campo de tensões de von Mises numérico (à esquerda) e analítico (à direita) (Cilindro-Cilindro)

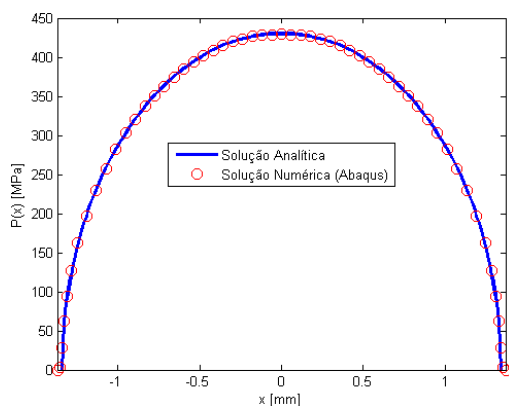


Figura 13. Distribuição da pressão de contato ao longo do comprimento do arco de contato (Cilindro-Cilindro)

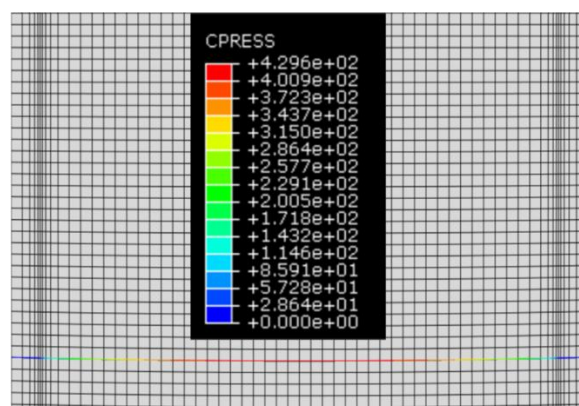


Figura 14. Distribuição da pressão de contato numérica (Cilindro - Cilindro)

4. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos, demonstram que a configuração Cilindro-Cilindro requer uma força aproximadamente três vezes maior do que a configuração Cilindro-Plano para se obter o mesmo campo de tensões e a mesma máxima pressão de contato. Isso se deve ao fato do comprimento do semi-arco de contato ser maior neste caso, devido a sua geometria. Disso conclui-se que para uma mesma força aplicada aos dois casos, no caso Cilindro-Cilindro a força irá se distribuir sobre uma área maior gerando um campo de tensões menos intenso, o que leva a constatar que conectores do tipo Manilha estão mais susceptíveis a falha dentro da estrutura do sistema de amarração.

Por meio das comparações entre soluções analíticas e numéricas realizadas neste trabalho, pode-se verificar que as soluções numéricas encontradas pelo programa de elementos finitos, para os casos aqui discutidos, estão em conformidade com os resultados obtidos pelo modelo analítico.

Os resultados numéricos apresentaram pequenos erros relativos para a maioria dos níveis de refinamento da malha. Ao se avaliar o custo computacional, representado pelo tempo de simulação numérica decorrido, vê-se que a partir do terceiro nível de refinamento da malha, os ganhos gerados por um maior refinamento já não apresentam tanta vantagem.

Os resultados obtidos neste trabalho servirão de base para o estudo de modelos tridimensionais do problema de contato com a presença de atrito em trabalhos futuros. Adicionalmente, serão empregados modelos constitutivos adequados para a descrição do comportamento elasto-plástico dos conectores de forma a estudar condições críticas de operação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de estudos de mestrado proveniente do programa PROAP e pela concessão do auxílio viagem proveniente do programa PROAP referente ao Edital Mobilidade DPP-UnB No. 01/2016.

NOMENCLATURA

Letras latinas

<i>LDA</i>	lâmina d'água
<i>Real</i>	parte real
<i>Imag</i>	parte imaginária
<i>CT</i>	campo de tensões, <i>MPa</i>
<i>E_{rr}</i>	erro, %
<i>p</i>	pressão de contato, <i>MPa</i>
<i>a</i>	comprimento do semi-arco de contato, <i>mm</i>
<i>P</i>	carga normal, <i>N/mm</i>
<i>R</i>	raio, <i>mm</i>
<i>E</i>	módulo de elasticidade, <i>MPa</i>
<i>ν</i>	coeficiente de Poisson
<i>i</i>	unidade imaginária
<i>z</i>	sistema de coordenadas complexo, <i>mm</i>
\bar{z}	conjugado de <i>z</i>
<i>s</i>	sinal de <i>x</i>
<i>f</i>	coeficiente de atrito
<i>t</i>	tempo, <i>s</i>
σ	tensão normal, <i>MPa</i>
τ	tensão cisalhante, <i>MPa</i>
ρ	massa específica, <i>kg/m³</i>

Letras gregas

ϕ	potencial de Muskhelishvili, <i>MPa</i>
ϕ'	derivada de ϕ , <i>MPa</i>
$\bar{\phi}$	conjugado de ϕ , <i>MPa</i>
ζ	campo de tensões, <i>MPa</i>

Subscritos

<i>eq</i>	equivalente
<i>1</i>	referente ao corpo 1
<i>2</i>	referente ao corpo 2
<i>cont</i>	contato
<i>e</i>	escoamento
<i>xx</i>	direção x
<i>yy</i>	direção y
<i>zz</i>	direção z
<i>xy</i>	plano xy
<i>yz</i>	plano yz
<i>xz</i>	plano xz
<i>ana</i>	analítico
<i>num</i>	numérico
<i>0</i>	máxima
<i>max</i>	máximo
<i>c</i>	cilindro
<i>ci</i>	cilindro inferior
<i>cs</i>	cilindro superior
<i>p</i>	plano
<i>elem</i>	elementos
<i>tot</i>	total

Sobrescritos

<i>n</i>	normal
----------	--------

REFERÊNCIAS

- Abaqus 6.14, 2014. Benchmarks Manual, Dassault Systèmes.
- Chakrabarti, S., 2005. Handbook of Offshore Engineering 1 - volumeset. Elsevier Ocean Engineering Series. Elsevier Science.
- Hertz, H., 1882. Über die Berührung fester elastischer Körper. Jnl Reine und angewandte Mathematik, 92, pp. 156-171.
- Hills, D. A. e Nowell, D., 1994. Mechanics of Fretting Fatigue, Solid Mechanics and its Applications. Kluwer Academic Publishers, Oxford, Reino Unido.
- Hills, D. A., Nowell, D., Sackfield, A., 1993. Mechanics of Elastic Contacts. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- Johnson, K. L., 1985. Contact Mechanics. Cambridge University Press, 452p.
- Morais, J. M. de, 2013. Petróleo em águas profundas: uma história tecnológica da Petrobras na exploração e produção offshore. Brasília, DF: 424p. Ipea: Petrobras – ISBN: 978-85-7811-159-5.
- Muskhelishvili, N. I., 1953. Some basic problems of mathematical theory of elasticity. Noordhoff, Groningen, 36, pp. 99-107.
- Offshore magazine, 2013. Mooring systems for offshore floating installations. Trends and Technology. Poster 108. Outubro.
- Wriggers, P., 2006. Computational Contact Mechanics. Segunda edição, Springer, 518p.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

FRAMEWORK COMPUTACIONAL PARA MODELOS DE PLASTICIDADE: TRATAMENTO DAS SINGULARIDADES DOS MODELOS DE TRESCA E MOHR-COULOMB

Danilo Bento Oliveira, dboliveira00@ufmg.br

Samuel Silva Penna, spenna@dees.ufmg.br

Roque Luiz da Silva Pitangueira, roque@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais

Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

Resumo. *Diversos modelos numéricos têm sido desenvolvidos em razão do avanço dos métodos computacionais e das pesquisas relacionadas ao comportamento de estruturas. Nesse âmbito surgem os modelos constitutivos baseados na teoria da plasticidade, uma extensão necessária da teoria da elasticidade, que fornece uma abordagem mais realista acerca do comportamento do material e conseqüentemente da estrutura. Nosso principal objetivo é mostrar a formulação para os modelos constitutivos elastoplásticos de Tresca e Mohr-Coulomb, demonstrando as parcelas necessárias à descrição dos modelos, e fundamentais para a incorporação do mesmo no Ambiente Teórico Computacional Unificado para Modelos Constitutivos implementado no sistema computacional INSANE (INteractive Structural ANalysis Environment). Estes critérios, no entanto, possuem vértices em que os gradientes em relação às tensões são indefinidos. Este trabalho também descreve a modificação realizada nas funções de escoamento para que as mesmas sejam contínuas e diferenciáveis para todos os valores das tensões. Serão realizadas simulações numéricas que representem o comportamento fisicamente não linear de modelos estruturais via Método dos Elementos Finitos, para exemplificar o modelo constitutivo.*

Palavras-chave: *Plasticidade Computacional, Modelos Constitutivos, Tresca, Mohr-Coulomb, MEF.*

1. INTRODUÇÃO

A teoria matemática da plasticidade compreende uma grande parte da modelagem constitutiva de materiais em geral. A teoria da plasticidade procura descrever matematicamente deformações imediatas e não reversíveis que ocorrem em um corpo sólido, ou seja, as deformações que não desaparecem totalmente ao serem removidas as forças que lhe deram origem (Owen e Hinton, 1980; Proença, 1988; Lubliner, 1990; Chen e Han, 2007; Souza Neto *et al.*, 2008).

O desenvolvimento de modelos para materiais e a sua utilização em plasticidade computacional é de muita importância e interesse (Bathe e Montáns, 2004). A análise desse tipo de comportamento do material torna-se complexa devido ao fato de que diferentes materiais requerem diferentes modelos constitutivos para sua adequada caracterização.

A solução para um problema estrutural está relacionada à capacidade do engenheiro de compreender as simplificações físicas representadas por modelos matemáticos, notadamente aquelas referentes ao comportamento constitutivo do meio. As pesquisas com foco na modelagem constitutiva dos materiais vêm proporcionando formulações sofisticadas, como a teoria matemática da plasticidade.

Os modelos constitutivos mais comumente utilizados em modelos de elementos finitos para a representação de metais são os modelos de Tresca e von Mises. Para estruturas sensíveis à pressão hidrostática, os modelos de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager são usados com frequência. Os modelos de Tresca e Mohr-Coulomb, no entanto, possuem superfície de escoamento descontínua com vértices em que a função de escoamento não é diferenciável. Estas singularidades merecem um tratamento especial, já que são particularmente importantes para uma série de problemas que envolvem condições de cargas axissimétricas.

Este artigo apresenta a formulação utilizada para a implementação dos modelos elastoplásticos de Tresca e Mohr-Coulomb, com ênfase ao tratamento das singularidades destes modelos. Os modelos foram implementados no ambiente computacional INSANE (INteractive Structural ANalysis Environment), um projeto de software livre, implementado em

linguagem Java segundo o paradigma de Programação Orientada a Objetos, e disponível em <http://www.insane.dees.ufmg.br>.

2. FORMULAÇÃO GERAL PARA MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTOPLÁSTICOS

Os modelos constitutivos em geral apresentam uma notação própria e, embora em muitos casos guardem semelhanças, a falta de uma unidade das formulações impede uma implementação computacional genérica e objetiva. Visando a implementação de modelos constitutivos no sistema INSANE, Penna (2011) apresentou uma expansão da estrutura teórica proposta por Carol *et al.* (1994), capaz de contemplar vários modelos constitutivos (elastoplásticos ou de degradação elástica; isotrópico, ortotrópico ou anisotrópico), partindo de hipóteses comuns a modelos elastoplásticos e de degradação elástica para a descrição do meio material, criando assim, o hoje denominado Arcabouço Teórico e Computacional para Modelos Constitutivos do INSANE.

A seguir será descrita a formulação para os modelos constitutivos elastoplásticos de Tresca e Mohr-Coulomb seguindo a estrutura teórica proposta por Penna (2011), conforme apresentado em Oliveira (2016). As parcelas necessárias à descrição de cada modelo são explicitadas indicando a correlação entre a forma original e a proposta por este trabalho.

2.1 Critério de Tresca

Este critério, também conhecido por critério da máxima tensão de cisalhamento, foi proposto por Tresca para descrever o escoamento plástico em metais e define que o escoamento tenha início quando a máxima tensão de cisalhamento atinge um valor crítico. A superfície de escoamento descrita pelo critério de Tresca representa a superfície lateral de um prisma de seção hexagonal e está ilustrada na Fig. 1.

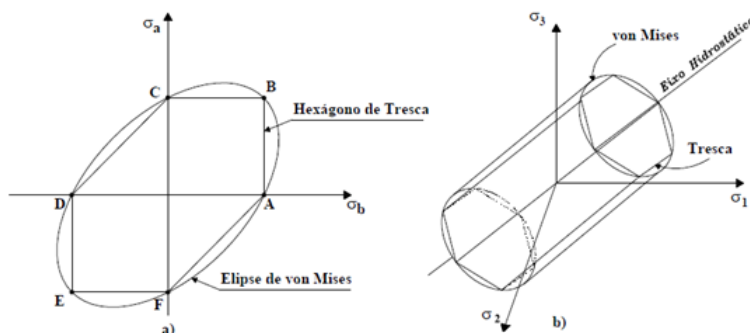


Figura 1. Superfícies descritas pelos critérios de Tresca e von Mises

O critério de Tresca é um critério isotrópico e por isso pode ser descrito em termos dos invariantes do tensor de tensões. O critério de Tresca pode ser escrito em função do segundo invariante do tensor desviador ou tensor anti-esférico, $J_2 = J_2(\mathbf{s})$, e do ângulo de carregamento, θ . Conforme proposto por Nayak e Zienkiewicz (1972) e visto em Owen e Hinton (1980), Sloan e Booker (1986) e Souza Neto *et al.* (2008) a função de escoamento, com encruamento linear isotrópico, assume o formato

$$F(\sigma, \alpha) = 2\sqrt{J_2} \cos \theta - (\sigma_y + \mathcal{H} \alpha) \quad (1)$$

em que σ_y é a tensão de escoamento, \mathcal{H} é o módulo inelástico isotrópico generalizado, α é a função das deformações plásticas acumulados. O segundo invariante do tensor de tensões desviadoras é

$$J_2 = -I_2(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \text{tr}[\mathbf{s}^2] = \frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s} = \|\mathbf{s}\|^2 \quad (2)$$

e o tensor anti-esférico é

$$\mathbf{s} = \sigma - \frac{1}{3}(\text{tr}(\sigma))I \quad (3)$$

onde $\|\mathbf{s}\| = \sqrt{\mathbf{s} : \mathbf{s}}$ e I é o tensor identidade.

O ângulo de carregamento é definido como uma função do segundo e terceiro invariantes do tensor anti-esférico

$$\theta = \frac{1}{3} \cos \left(\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{\frac{3}{2}}} \right) \text{ com } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

onde

$$J_3 = I_3(\mathbf{s}) = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{s}) \quad (5)$$

O critério de Tresca é associativo, assim, os gradientes da função de escoamento e da função de potencial plástico, para um material isotrópico, podem ser obtidos utilizando-se a regra da cadeia

$$n_{ij} = m_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \quad (6)$$

em que as derivadas dos invariantes em relação à tensão são

$$\frac{\partial I_1}{\partial \sigma} = \delta_{ij}, \quad \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} = s_{ij} \quad \text{e} \quad \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = t_{ij} = s_{ik}s_{kj} - \frac{1}{3}J_2\delta_{ij} \quad (7)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecher, s_{ij} são as componentes do tensor de tensões desviadoras e t_{ij} é o desvio quadrático do tensor de tensões desviadoras. As derivadas da função de escoamento em relação aos invariantes são

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial J_2} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{J_2}} - \frac{3\sqrt{3}J_3 \sin \theta}{2J_2^2(\sin 3\theta)} \quad \text{e} \quad \frac{\partial F}{\partial J_3} = \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{J_2(\sin 3\theta)} \quad (8)$$

O módulo inelástico, associado aos fenômenos de endurecimento ou amolecimento, é dado por

$$H = -(-1)(\mathcal{H}) \quad (9)$$

2.2 Critério de Mohr-Coulomb

O critério de Mohr-Coulomb é baseado na hipótese de que as deformações plásticas resultam do escorregamento entre as partículas materiais. Generalizando a lei de atrito de Coulomb, estabelece-se que o escoamento plástico inicia quando, num plano do corpo, a tensão limite de cisalhamento, τ , e a tensão normal, σ_n , atingem uma combinação crítica:

$$\tau = c - \sigma_n \text{tg } \phi \quad (10)$$

onde c é a coesão e ϕ é o ângulo de atrito interno. A forma tridimensional da superfície de ruptura do critério de Mohr-Coulomb é dada pela equação:

$$F(\sigma, \alpha) = \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) \sqrt{J_2} + p(\sigma) \sin \phi - c \cos \phi \quad (11)$$

sendo $p(\sigma) = I_1/3$ a componente da tensão hidrostática. O critério de Tresca pode ser considerado como um caso particular do critério de Mohr-Coulomb, sendo este sensível à pressão hidrostática. Ambos são baseados na hipótese da máxima tensão cisalhante para início do escoamento. Porém, no critério de Tresca a tensão máxima de cisalhamento é

dada por uma constante, diferentemente do critério de Mohr-Coulomb, o qual considera a tensão limite de cisalhamento τ_y num plano, função da tensão normal σ_n neste mesmo plano.

A superfície de plasticidade descrita pelo critério de Mohr-Coulomb no espaço de Haigh-Westergaard corresponde a uma pirâmide de base hexagonal, conforme a Fig. 2.

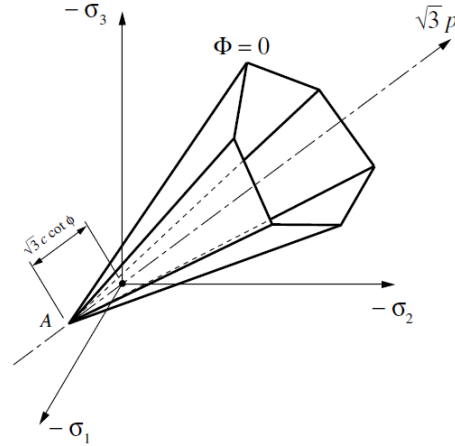


Figura 2. Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais (Souza Neto *et al.*, 2008).

Uma vez que não se admite um estado de tensão fora da superfície de escoamento, o topo da pirâmide (ponto A na figura 2) define o limite de resistência do material quando solicitado à tração.

Da definição geral da função de escoamento, tem-se o gradiente dado por

$$n_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad (12)$$

em que as derivadas dos invariantes em relação a tensão são as mesmas apresentadas na equação 7.

As derivadas da função de escoamento em relação aos invariantes para o critério de Mohr-Coulomb são

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = \frac{\sin \phi}{3}, \quad \frac{\partial F}{\partial J_2} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \left(\cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{3}} \right) \quad \text{e} \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} = -\sqrt{J_2} \left(\sin \theta + \frac{\cos \theta \sin \phi}{\sqrt{3}} \right) \quad (13)$$

a derivada $\partial \theta / \partial \sigma$ é

$$\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = \left(\left(\frac{-9\sqrt{3}J_3}{4J_2^{\frac{5}{2}}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} \right) + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2J_2^{\frac{2}{3}}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \right) \right) \left(\frac{1}{3\sqrt{1 - \frac{27J_3^2}{4J_2^3}}} \right) \quad (14)$$

O modelo de Mohr-Coulomb é não associado ($F \neq Q$). As derivadas para a lei não associativa de Mohr-Coulomb são obtidas através da substituição do ângulo de atrito, ϕ , pelo ângulo de dilatância, ψ .

O módulo inelástico é dado por

$$H = \cos \phi \mathcal{H} \quad (15)$$

2.3 Tratamento das singularidades

Os modelos Tresca e Mohr-Coulomb possuem superfícies de escoamento descontínuas com vértices ($0 \leq \theta \leq 60$) em que a função de escoamento não é diferenciável. Existem várias abordagens para lidar com essas singularidades. Este trabalho utilizou uma das abordagens clássicas, o chamado método do "arredondamento" dos vértices da superfície de escoamento. Nas imediações dos vértices, este procedimento utiliza a função de escoamento de von Mises para arredondar o critério de Tresca e a função de escoamento de Drucker-Prager para arredondar o critério de Mohr-Coulomb.

Assim, para valores de θ nas imediações dos vértices ($\theta = 0$ ou $\theta = 60$ temos

$$F(\sigma, \alpha) = \sqrt{3J_2(s(\sigma))} - (\sigma_y + \mathcal{H}\alpha) \quad (16)$$

e assim,

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{s}{\|s\|} \quad \text{e} \quad \frac{\partial F}{\partial J_3} = 0 \quad (17)$$

A equação 16 é a função de escoamento de von Mises, isto equivale a afirmar que o fluxo de escoamento plástico no critério de Tresca, nas regiões próximas aos vértices, é dado pela elipse de von Mises (Fig. 1). Da mesma forma o critério de Mohr-Coulomb, pode ser obtido através do critério de Drucker-Prager e assim,

$$F(\sigma, \alpha) = \sqrt{J_2(s(\sigma))} + \eta p(\sigma) - k \quad (18)$$

e

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{s}{\|s\|} + \frac{\bar{\eta}}{3} I_1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F}{\partial J_3} = 0 \quad (19)$$

onde, η , $\bar{\eta}$ e k , são parâmetros relacionados ao critério de Drucker-Prager (Oliveira, 2016).

A abordagem prática adotada neste texto é usar as expressões gerais dos critérios de Tresca e Mohr-Coulomb indicados nas Eqs. 1 e 11 para todos os valores de $0,5 \leq \theta \leq 59,5$ e e para as regiões próximas aos vértices, emprega-se, a Eq. 16 para o critério de Tresca e a Eq. 18 para Mohr-Coulomb. Fisicamente esse artifício é equivalente a um "arredondamento" dos cantos da superfície de escoamento.

Embora esta abordagem permite obter os gradientes das funções de escoamento para todos casos em que o estado de tensão se encontra em um vértice da superfície, ou em suas imediações, deve-se ressaltar quem em algumas situações pode ocorrer um salto no gradiente no ponto em que a transição é feita de uma superfície de escoamento para a outra. Isso pode fazer com que as tensões calculadas passem a ser imprecisas. Para evitar este problema, Sloan e Booker (1986) adotou uma superfície modificada para arredondar os cantos de modo que possa ser obtida uma transição mais suave entre as superfícies de escoamento. Embora esta abordagem também tenha se mostrado efetiva, de certa maneira, ela sofre a desvantagem de ser uma aproximação matemática da superfície.

3. EXEMPLO NUMÉRICO: VIGA EM BALANÇO COM SEÇÃO VARIÁVEL

Este exemplo traz a análise do colapso de uma viga em balanço com seção transversal variável, e, com carga de cisalhamento aplicado na extremidade livre. A Figura 3 ilustra a geometria da viga e a malha de elementos finitos adotada na análise. A solução numérica procedeu-se utilizando os modelos elastoplásticos de Tresca e Mohr-Coulomb considerando plasticidade perfeita e análise sob condições de Estado Plano de Deformação (EPD). O modelo foi analisado com o critério de Mohr-Coulomb com o objetivo de demonstrar que este é uma generalização do critério de Tresca, e que, ambos apresentam os mesmos resultados se o ângulo de atrito interno for considerado nulo.

A tabela 1 apresenta os parâmetros adotados para esta análise.

Tabela 1. Parâmetros do Material

Módulo de Elasticidade	$E = 210,0$ GPa
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,3$
Tensão de Escoamento	$\sigma_y = 0,24$ GPa

Green (1954) apud Souza Neto *et al.* (2008) obteve a solução analítica para cargas limites em estruturas com esta

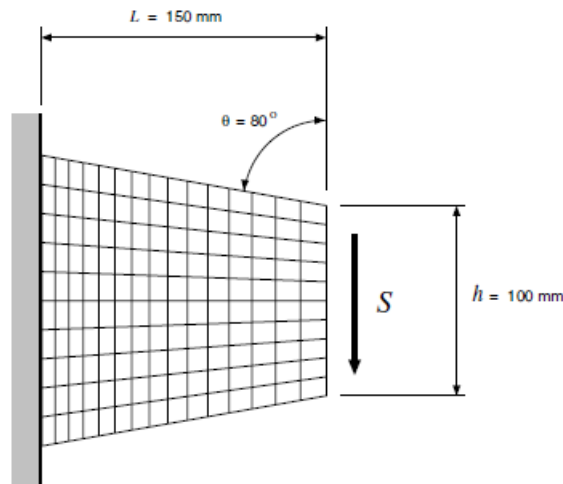


Figura 3. Viga em Balanço com Seção Variável. Geometria e malha de elementos finitos (Souza Neto *et al.*, 2008).

configuração geométrica. Para a estrutura em análise, é proposto o seguinte limite normalizado para a carga:

$$\frac{S_u}{c} = 0,775 \quad (20)$$

onde c é a resistência ao cisalhamento (para o modelo de Tresca é dada por $c = \sigma_y/2$). Na análise de elementos finitos realizada, a carga é aplicada de forma incremental até que ocorra o colapso.

Para simulação numérica, adotou-se método de controle de deslocamento generalizado, com incremento de 0,01 por passo e tolerância de 1×10^{-3} . A Figura 4 apresenta o diagrama “Deslocamento vertical \times Carga aplicada”, do nó do meio da borda livre.

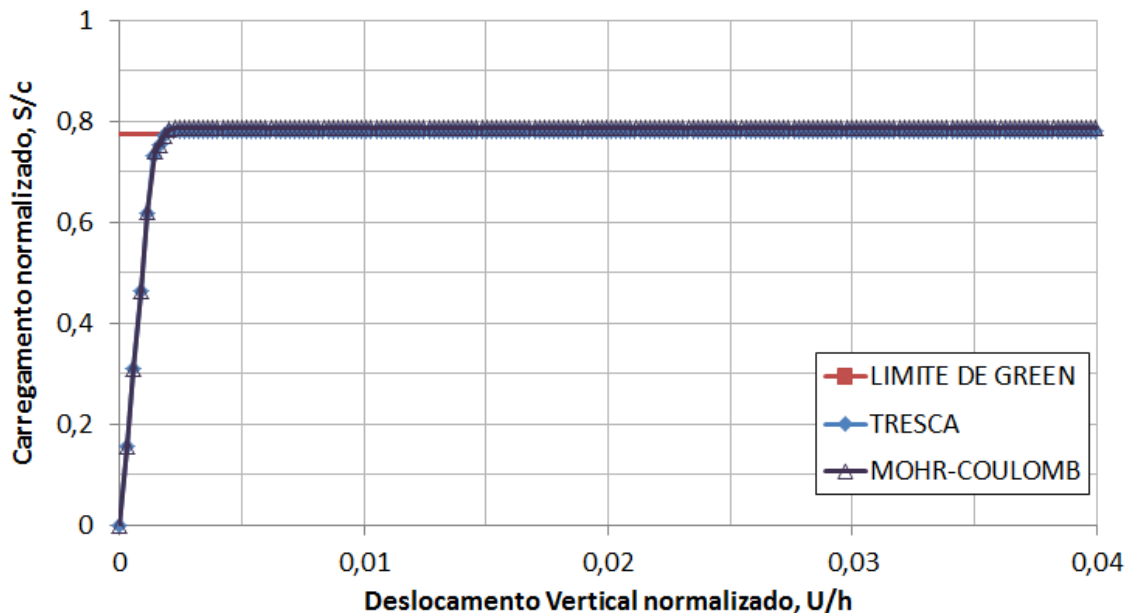


Figura 4. Viga em Balanço com Seção Variável. Comparação entre os modelos de Tresca e Mohr-Coulomb.

A carga de colapso obtida foi de cerca de $S_{lim} = 0,78196$, um valor 0,90% acima do limite proposto por Green (1954). Isto permite concluir que os resultados obtidos com os modelos de Tresca e Mohr-Coulomb aproximaram-se bem do limite analítico estabelecido. O resultado da análise visto na Fig. 4 comprova que o critério de Tresca pode ser

considerado como um caso particular do critério de Mohr-Coulomb.

A Figura 5 apresenta uma ilustração esquemática do campo de deslocamentos proposto por Green (1954) e das deformações, obtidas nos modelos numéricos. Quando ocorre o colapso, a parte à direita da linha, gira deslizando sobre o arco circular BC. O mecanismo de colapso associado à viga analisada é do tipo charneira plástica.

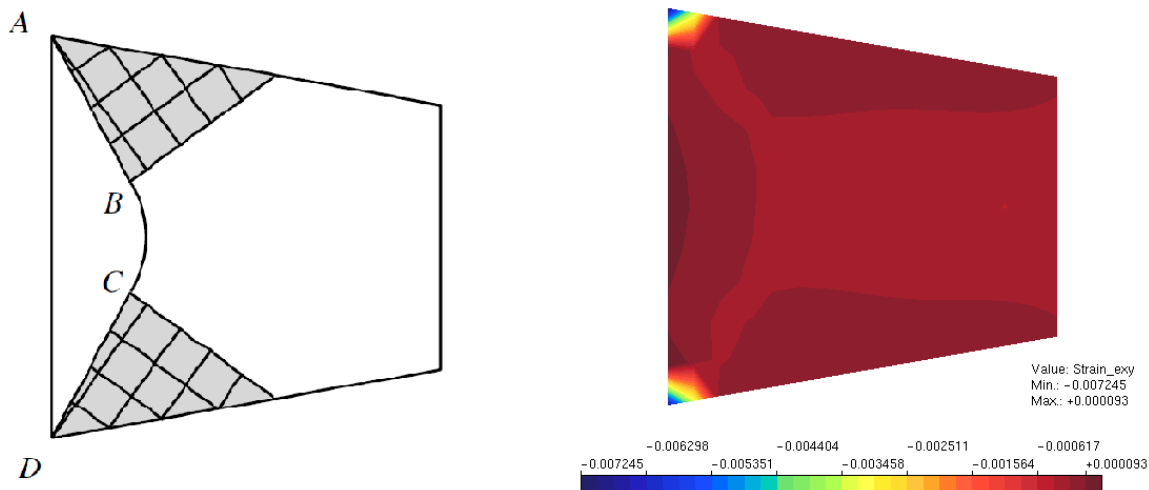


Figura 5. Viga em Balanço com Seção Variável. Campo de deslocamentos proposto por Green (1954) (Souza Neto *et al.*, 2008) (à esquerda) e Deformações ε_{xy} obtidas com os modelos numéricos de Tresca e Mohr-Coulomb (à direita).

A Figura 5-b evidencia que a distribuição de deformações, para ambos os critérios (Tresca e Mohr-Coulomb), representa o comportamento esperado. Pode-se observar uma maior intensidade das deformações na região próxima ao engaste, de maneira semelhante ao mecanismo de falha apresentado na Fig. 5-a.

4. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou as funções de escoamento de Tresca e Mohr-Coulomb, bem como os seus respectivos gradientes, necessários para a implementação computacional destes critérios na biblioteca de modelos constitutivos do sistema computacional INSANE. Devido a característica destes modelos constitutivos, que possuem vértices nos quais os gradientes da função de escoamento não definidos, também foi apresentada a estratégia utilizada para o tratamento destas singularidades. As funções de escoamento foram modificadas, utilizando um "arredondamento", nas imediações dos vértices as funções de Tresca e Mohr-Coulomb são alteradas para as funções de von Mises e Drucker-Prager, respectivamente. As função de escoamento modificadas são usadas na vizinhança dos vértices e resultam numa superfície de escoamento, a qual é contínua e diferenciável para todos os valores das tensões.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio importante das agências de pesquisa brasileira CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Processo: 308785/2014-2) e FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - Processo: PPM-00669-15).

NOMENCLATURA

c	coesão.		desviador.
F	Função de escoamento	s	Tensor de tensões desviador
\mathcal{H}	Módulo de encruamento isotrópico.	Letras gregas	
I_1	Primeiro invariante do tensor de tensões	α	Variáveis internas associadas ao regime inelástico.
J_2, J_3	Segundo e terceiro invariantes do tensor de tensões	ϕ	Ângulo de atrito interno.

θ Ângulo de carregamento.
 σ Tensor de tensões.
 τ Tensão de cisalhamento.

Subscritos

i, j posição na malha nas direções x e y

REFERÊNCIAS

- Bathe, K.J. e Montáns, F.J., 2004. “On modeling mixed hardening in computational plasticity”. *Computers & Structures*, Vol. 82, pp. 535–539.
- Carol, I., Rizzi, E. e William, K., 1994. “A unified theory of elastic degradation and damage based on a loading surface”. *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 31 (20), pp. 2835–2865.
- Chen, W.F. e Han, D.J., 2007. *Plasticity for Structural Engineers*. J. Ross Publishing Classics. J. Ross Pub.
- Green, A.P., 1954. “A theory of the plastic yielding due to bending of cantilevers and fixed-ended beams. part i”. *Mech. Phys. Solids*, Vol. 3, pp. 1–15.
- Lubliner, J., 1990. *Plasticity Theory*. Macmillan Publishing Company, Nova York, EUA.
- Nayak, G. e Zienkiewicz, O., 1972. “Elastoplastic stress analysis: A generalisation for various constitutive laws including strain softening”. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. (5), pp. 113–135.
- Oliveira, D.B., 2016. *Implementação Computacional de Modelos Elastoplásticos para Análise Fisicamente Não Linear*. Disserta (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Owen, D.R.J. e Hinton, E., 1980. *Finite Elements in Plasticity*. Pineridge Press Limited, Swansea, EUA.
- Penna, S.S., 2011. *Formulação Multipotencial para Modelos de Degradação Elástica: Unificação Teórica, Proposta de Novo Modelo, Implementação Computacional e Modelagem de Estruturas de Concreto*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Proença, S.P.B., 1988. *Sobre Modelos Matemáticos do Comportamento Não-Linear do Concreto: Análise Crítica e Contribuições*. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- Sloan, S.W. e Booker, J., 1986. “Removal of singularities in tresca and mohr-coulomb yield functions”. *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 2, pp. 173–179.
- Souza Neto, E.A., Perić, D. e Owen, D.R.J., 2008. *Computational Methods For Plasticity: Theory and Application*. Wiley, Swansea, EUA.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

INFLUÊNCIA DOS EFEITOS DINÂMICOS NA FRATURA DE COMPONENTES ESTRUTURAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS POSICIONAL

Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro, sergio.cordeiro@usp.br

Edson Denner Leonel, edleonel@sc.usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13.566-590, São Carlos-SP
Brasil

Resumo. Os materiais empregados na manufatura de estruturas e componentes estruturais apresentam imperfeições iniciais oriundas dos processos de fabricação. Tais defeitos podem ser entendidos como fissuras, as quais podem propagar e levar a estrutura ao colapso. Em problemas de fratura e fadiga, a correta avaliação mecânica desses defeitos é de extrema importância para a determinação da segurança estrutural. A depender das taxas de carregamento, acelerações significativas podem ser observadas fazendo com que os efeitos dinâmicos das forças de inércia não possam ser desprezados. Em algumas estruturas, vibrações dinâmicas devido às forças inerciais podem reduzir a vida útil da estrutura devido à aceleração do processo de propagação de fissuras. No presente trabalho emprega-se uma formulação de elementos finitos baseada em posições para a análise da influência dos efeitos dinâmicos em um problema da mecânica da fratura elástica linear com solicitações periódicas. A integração temporal foi procedida pelo método de Newmark e os fatores de intensidade de tensão foram obtidos através da técnica de correlação de deslocamentos. Duas aplicações são apresentadas. Com base nos resultados conclui-se que, em alguns casos, os efeitos dinâmicos podem levar a situações críticas em relação a falha por fratura.

Palavras-chave: Mecânica da fratura, dinâmica das estruturas, Método dos elementos finitos posicional.

1. INTRODUÇÃO

Estruturas e componentes estruturais estão sujeitos a solicitações mecânicas ao longo de sua vida útil. A depender da intensidade das acelerações impostas pelas solicitações sobre as estruturas, a descon sideração das forças inerciais pode levar a respostas mecânicas que conduzirão a erros de projeto que comprometerão sua segurança (Paultre, 2011). Além disso, em diversos materiais, a presença de defeitos iniciais, ou fissuras, é inerente ao processo de fabricação dos mesmos (Leonel *et al.*, 2011). Em componentes estruturais que venham a apresentar esses tipos de defeitos, a concentração de tensões observada nas pontas das fissuras pode levar ao colapso da estrutura. O colapso frágil por fratura pode ocorrer em estruturas compostas por materiais frágeis em temperatura ambiente, em materiais dúcteis, como o aço, submetidos à baixas temperaturas ou ainda em situações de propagação de fissuras em regime de fadiga de alto ciclo (Leonel, 2009). Ao longo das últimas décadas, diversos trabalhos relacionados à propagação de fissuras em regime de fadiga e avaliação de vida útil foram apresentados na literatura (Paris e Erdogan, 1963; Cisilino e Aliabadi, 1999; Yan, 2006; Romlay *et al.*, 2010). A grande maioria desses trabalhos abordaram o problema desprezando as forças de inércia. No entanto, a natureza dinâmica de carregamentos oriundos da interação com meios externos, como a água e o ar, por exemplo, faz com que em muitos casos as forças de inércia não sejam desprezíveis (Sanches, 2011). Os efeitos dinâmicos podem ampliar as vibrações de deslocamentos em comparação ao caso estático e, portanto, podem aumentar a intensidade das solicitações de abertura em fissuras preexistentes. Além disso, para alguns materiais, como é o caso dos metais de baixa resistência, a tenacidade à fratura diminui à medida que a velocidade das solicitações aumenta (Rolfe e Barson, 1977). Portanto, em problemas onde a resistência à fratura seja governada pela tenacidade, como é o caso da fadiga em metais e fratura em materiais frágeis, os efeitos dinâmicos se tornam um agravante na análise de vida útil de um componente fissurado.

No presente trabalho a formulação posicional do Método dos Elementos Finitos (MEF), ou MEF posicional, desenvolvida nos trabalhos de Bonet *et al.* (2000), Coda (2003) e Greco (2004), é implementada para a análise de elementos planos e testada para tratar problemas da mecânica da fratura elástica linear com a consideração dos efeitos dinâmicos. A formulação MEF posicional tem sido aplicada em diversos problemas da dinâmica das estruturas, como pode ser observado nos trabalhos de Maciel e Coda (2005), Greco e Coda (2006) e Coda e Paccola (2011). No entanto, a mesma ainda não foi aplicada em problemas da mecânica da fratura, justificando assim o desenvolvimento do presente trabalho. A integração temporal das análises dinâmicas foi efetuada por meio do Método de Newmark, conforme apresentado em Argyris e Mlejnek (1991). Apesar da formulação MEF posicional implementada ser uma abordagem não-linear geométrica baseada no modelo constitutivo de Saint Venant-Kirchhoff, no presente trabalho o caráter não-linear geométrico não foi abordado. As solicitações impostas nos exemplos foram de pequena intensidade garantindo assim que as análises pudessem ser caracterizadas no contexto de pequenos deslocamentos e pequenas deformações. Além disso, análises com solicitações de baixa intensidade se enquadram no contexto da fadiga de alto ciclo, na qual os conceitos da mecânica da fratura elástica linear permanecem válidos. São apresentadas duas aplicações com o objetivo de ilustrar a eficiência da formulação utilizada e também a importância dos efeitos dinâmicos em alguns problemas de fratura.

2. DINÂMICA NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA VIA MEF POSICIONAL

Ao contrário da abordagem clássica de elementos finitos, onde os graus de liberdade são os deslocamentos nodais u_{α}^{β} , sendo $\alpha = 1, 2$ as direções cartesianas e $\beta = 1 \dots N_{\text{nós}}$ os nós da discretização, no caso do MEF posicional os graus de liberdade, são as posições nodais Y_{α}^{β} na configuração deformada da estrutura. Ou seja, $Y_{\alpha}^{\beta} = X_{\alpha}^{\beta} + u_{\alpha}^{\beta}$, em que X_{α}^{β} são as coordenadas nodais na configuração indeformada da estrutura. Visto que as coordenadas X_{α}^{β} são constantes, é possível expressar as velocidades e acelerações dos pontos da estrutura como $\dot{Y}_{\alpha}^{\beta} = \dot{u}_{\alpha}^{\beta}$ e $\ddot{Y}_{\alpha}^{\beta} = \ddot{u}_{\alpha}^{\beta}$. A busca do equilíbrio é baseada no princípio da mínima energia potencial total π . Por este princípio, uma estrutura atinge uma configuração de equilíbrio quando a energia π atinge um valor de mínimo, $\delta\pi = 0$. Tomando as posições nodais como parâmetros para calcular o diferencial $\delta\pi$, tem-se:

$$\delta\pi = \frac{\partial\pi}{\partial Y_{\alpha}^{\beta}} \delta Y_{\alpha}^{\beta} = \left[\frac{\partial U_e}{\partial Y_{\alpha}^{\beta}} + \frac{\partial P}{\partial Y_{\alpha}^{\beta}} + M\ddot{Y}_{\alpha}^{\beta} + C\dot{Y}_{\alpha}^{\beta} \right] \delta Y_{\alpha}^{\beta} = 0 \quad (1)$$

sendo U_e a energia de deformação, P a energia potencial das forças externas e M , C as matrizes de massa e de amortecimento da estrutura, respectivamente. Como os parâmetros $\delta Y_{\alpha}^{\beta}$ são arbitrários, o equilíbrio apresentado na Eq. (1) é satisfeito somente se:

$$g(Y_{\alpha}^{\beta}) = \frac{\partial\pi}{\partial Y_{\alpha}^{\beta}} = \frac{\partial U_e}{\partial Y_{\alpha}^{\beta}} - F_{\alpha}^{\beta} + M\ddot{Y}_{\alpha}^{\beta} + C\dot{Y}_{\alpha}^{\beta} = 0 \quad (2)$$

sendo $g(Y_{\alpha}^{\beta})$ o vetor de desbalanceamento mecânico. Para forças externas nodais conservativas, tem-se: $\partial P / \partial Y_{\alpha}^{\beta} = -F_{\alpha}^{\beta}$, em que F_{α}^{β} são as forças nodais. A Eq. (2) representa o equilíbrio dinâmico do sistema e é denominada de equação de movimento.

3. INTEGRAÇÃO TEMPORAL: MÉTODO DE NEWMARK

A partir da integração temporal numérica é possível obter as posições, as velocidades e as acelerações dos nós de uma estrutura em um dado instante de tempo $t = s+1$, dado que se conhecem os valores dessas grandezas em um instante de tempo passado $t = s$. Do princípio da estacionariedade da energia potencial total, tem-se para o instante de tempo $t = s+1$ que:

$$g(Y_{s+1}) = \frac{\partial\pi}{\partial Y} \Big|_{s+1} = \frac{\partial U_e}{\partial Y} \Big|_{s+1} - F_{s+1} + M\dot{Y}_{s+1} + C\dot{Y}_{s+1} = 0 \quad (3)$$

Substituindo as aproximações do método de Newmark (Argyris e Mlejnek, 1991), obtém-se:

$$g(Y_{s+1}) = \frac{\partial\pi}{\partial Y} \Big|_{s+1} = \frac{\partial U_e}{\partial Y} \Big|_{s+1} - F_{s+1} + \frac{M}{\beta\Delta t^2} Y_{s+1} - MQ_s + CR_s + \frac{\gamma C}{\beta\Delta t} Y_{s+1} - \gamma\Delta t CQ_s = 0 \quad (4)$$

em que Q_s e R_s são vetores que representam contribuições dinâmicas do instante passado $t = s$. Então:

$$Q_s = \frac{Y_s}{\beta\Delta t^2} + \frac{\dot{Y}_s}{\beta\Delta t} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{Y}_s \quad (5)$$

$$R_s = \dot{Y}_s + \Delta t(1-\gamma)\ddot{Y}_s \quad (6)$$

Os parâmetros α e β são escalares oriundos das aproximações de Newmark para a aceleração ao longo de passos sucessivo de tempo espaçados por um intervalo Δt , $t_{s+1} = t_s + \Delta t$. A Eq. (4) é uma equação não linear Y_{s+1} definida

por $g(Y_{s+1}) = 0$. Para resolver este problema não linear, recorre-se ao método de Newton, o qual é baseado na expansão em série de Taylor do vetor $g(Y_{s+1})$ em torno de uma solução tentativa Y_{s+1}^0 . Dessa forma tem-se:

$$g(Y_{s+1}) = g(Y_{s+1}^0) + \nabla g(Y_{s+1}^0) \delta Y_{s+1} = 0 \quad (7)$$

Sendo o gradiente $\nabla g(Y_{s+1}^0)$ calculado como:

$$\nabla g(Y_{s+1}^0) = \frac{\partial^2 U_e}{\partial Y^2}(Y_{s+1}^0) + \frac{M}{\beta \Delta t^2} + \frac{\gamma C}{\beta \Delta t} \quad (8)$$

Considerando que a solução tentativa Y_{s+1}^0 encontra-se muito próxima da solução Y_{s+1} , o diferencial δY_{s+1} pode ser aproximado por uma variação finita $\Delta Y_{s+1} = Y_{s+1} - Y_s$. Portanto:

$$g(Y_{s+1}) = g(Y_{s+1}^0) + \nabla g(Y_{s+1}^0) \Delta Y_{s+1} = 0 \quad (9)$$

A solução da Eq. (9) deve ser obtida iterativamente, uma vez que a solução tentativa, Y_{s+1}^0 , não é conhecida. Considerando inicialmente $Y_{s+1}^0 = Y_s$, é possível calcular uma primeira aproximação para ΔY_{s+1} como:

$$\Delta \tilde{Y}_{s+1} = -g(Y_{s+1}^0) [\nabla g(Y_{s+1}^0)]^{-1} \quad (10)$$

A partir de $\Delta \tilde{Y}_{s+1}$ determina-se uma nova posição tentativa $Y_{s+1}^0 = Y_s + \Delta \tilde{Y}_{s+1}$ que será utilizada na próxima iteração. O critério de parada do processo iterativo é definido a partir da norma do vetor $g(Y_{s+1})$, a qual deve ser inferior a uma tolerância TOL , ou seja:

$$\|g(Y_{s+1})\| \leq TOL \quad (11)$$

Deve-se salientar que a cada iteração, as acelerações e as velocidades devem ser corrigidas de acordo com as aproximações de Newmark. Então:

$$\tilde{\ddot{Y}}_{s+1} = \frac{\tilde{Y}_{s+1}}{\beta \Delta t^2} - Q_s \quad (12)$$

$$\tilde{\dot{Y}}_{s+1} = \tilde{Y}_s + \Delta t (1 - \gamma) \tilde{\dot{Y}}_s + \gamma \Delta t \tilde{\ddot{Y}}_{s+1} \quad (13)$$

Para iniciar o procedimento de integração temporal se faz necessário o conhecimento das condições iniciais Y_0 e \dot{Y}_0 das posições e das velocidades. Deve-se calcular, a partir dessas condições, as acelerações iniciais \ddot{Y}_0 pela equação do movimento, ou seja:

$$\ddot{Y}_0 = M^{-1} \left[F_0 - \frac{\partial U_e}{\partial Y}(Y_0) - C \dot{Y}_0 \right] \quad (14)$$

4. ELEMENTO FINITO POSICIONAL DE CHAPA

As grandezas globais envolvidas na formulação apresentada anteriormente são calculadas a partir do MEF posicional. Para tanto, deve-se considerar a seguinte notação:

$$\frac{\partial U_e}{\partial Y}(Y) = F_{\text{int}}(Y) \text{ e } \frac{\partial^2 U_e}{\partial Y^2}(Y) = H(Y) \quad (15)$$

em que $F_{\text{int}}(Y)$ e $H(Y)$ são, respectivamente, o vetor de forças internas e a matriz hessiana global da estrutura. Além dessas grandezas que são funções da posição, a matriz de massa M e a matriz de amortecimento C são também grandezas

globais, porém constantes ao longo da análise devido à abordagem ser lagrangeana total. Para construir as grandezas globais via MEF posicional, primeiramente é necessário calcular as matrizes e grandezas locais F_{int}^f , H^f , M^f e C^f para cada elemento finito f para depois montar as grandezas globais por meio da incidência dos elementos. O cálculo das grandezas locais é apresentado sucintamente a seguir para o elemento finito de chapa, ou ainda, elemento de sólido bidimensional em Estado Plano de Tensão (EPT).

Para um elemento de chapa, as coordenadas dos pontos de seu domínio na configuração inicial e na configuração final deformada podem ser mapeadas pelas funções f_i^0 e f_i^1 :

$$\begin{aligned} f_i^0 &= N_\beta(\xi_1, \xi_2) X_i^\beta \\ f_i^1 &= N_\beta(\xi_1, \xi_2) Y_i^\beta \end{aligned} \quad (16)$$

em que $N_\beta(\xi_1, \xi_2)$ são as funções de forma clássicas dos elementos finitos planos e X_i^β , Y_i^β são as coordenadas das posições dos nós do elemento nas configurações inicial e deformada respectivamente. O elemento implementado foi o elemento finito lagrangeano triangular de aproximação cúbica com dez nós. Os procedimentos a seguir descritos são diretos para o cálculo das grandezas em um ponto conhecido no domínio de um elemento. Como as grandezas locais são calculadas por integração numérica baseada na quadratura de Hammer, esses procedimentos devem ser efetuados a cada ponto de integração.

O gradiente da função mudança de configuração, A , pode ser calculado a partir do gradiente das funções f_i^0 e f_i^1 conforme segue:

$$A = A_1 \cdot (A_0)^{-1} \quad \text{Em que: } A_0 = A_{ij}^0 = f_{i,j}^0 \quad \text{e} \quad A_1 = A_{ij}^1 = f_{i,j}^1 \quad (17)$$

Com o gradiente da função mudança de configuração, determina-se o tensor de deformações de Green-Lagrange no ponto de integração como:

$$E = \frac{1}{2} (A^t A - I) \quad (18)$$

A partir das componentes do tensor de deformações é possível definir a densidade de energia de deformação $u_e(E_{ij})$ a partir da lei constitutiva de Saint Venant-Kirchhoff, a qual pode ser escrita para problemas planos de tensão como:

$$u_e = \frac{G}{(1-\nu)} \left\{ E_{11}^2 + E_{22}^2 + 2\nu E_{11} E_{22} + (1-\nu)(E_{12}^2 + E_{21}^2) \right\} \quad (19)$$

em que $G = k/2(1+\nu)$ é o módulo de elasticidade transversal e k é o módulo de elasticidade longitudinal. A energia de deformação U_e^f do elemento finito f pode ser obtida integrando a densidade de energia de deformação no domínio V_f do elemento. Assim:

$$U_e^f = \int_{V_f} u_e \cdot dV_f \quad (20)$$

A partir energia de deformação U_e^f é possível definir as grandezas locais $F_{int}^f = \partial U_e / \partial Y$ e $H^f = \partial^2 U_e / \partial Y^2$.

4.1 Vetor de forças internas

O vetor de forças internas F_{int}^f é calculado a partir da derivada da energia de deformação em relação às posições nodais Y_α^β resultando em:

$$F_{int}^f = \frac{\partial U_e^f}{\partial Y_\alpha^\beta} = \int_{V_f} \frac{\partial u_e}{\partial Y_\alpha^\beta} dV_f = \int_{V_f} f_{int} dV_f = \sum_{i=1}^{Np_i} f_{int}(\xi_1^i, \xi_2^i) w(i) J \quad (21)$$

Deve-se notar que na Eq. (21), a integral no volume V_f é efetuada numericamente via quadratura de Hammer sendo Np_i o número de pontos de integração, ξ_j^i as coordenadas no espaço paramétrico do i -ésimo ponto de integração, $w(i)$ o respectivo peso e $J = \det(A_0)$ o jacobiano da transformação do espaço paramétrico para o espaço real do domínio do elemento finito. O termo f_{int} representa forças internas do domínio V_f , as quais podem ser calculadas a partir de derivadas em cadeia como:

$$f_{\text{int}} = \frac{\partial u_e}{\partial Y_\alpha^\beta} = \frac{\partial u_e}{\partial E} : \frac{\partial E}{\partial Y_\alpha^\beta} = S : \frac{\partial E}{\partial Y_\alpha^\beta} \quad (22)$$

em que $S = \partial u_e / \partial E$ é o tensor de Piola-Kirchhoff de segunda espécie. As forças f_{int} resultam em:

$$f_{\text{int}} = \frac{\partial u_e}{\partial E_{11}} \frac{\partial E_{11}}{\partial Y_\alpha^\beta} + \frac{\partial u_e}{\partial E_{22}} \frac{\partial E_{22}}{\partial Y_\alpha^\beta} + \frac{\partial u_e}{\partial E_{12}} \frac{\partial E_{12}}{\partial Y_\alpha^\beta} + \frac{\partial u_e}{\partial E_{21}} \frac{\partial E_{21}}{\partial Y_\alpha^\beta} =$$

$$S_{11} \frac{\partial E_{11}}{\partial Y_\alpha^\beta} + S_{22} \frac{\partial E_{22}}{\partial Y_\alpha^\beta} + S_{12} \frac{\partial E_{12}}{\partial Y_\alpha^\beta} + S_{21} \frac{\partial E_{21}}{\partial Y_\alpha^\beta} \quad (23)$$

sendo as derivadas $\frac{\partial E_{11}}{\partial Y_\alpha^\beta}$, $\frac{\partial E_{12}}{\partial Y_\alpha^\beta}$, $\frac{\partial E_{21}}{\partial Y_\alpha^\beta}$ e $\frac{\partial E_{22}}{\partial Y_\alpha^\beta}$ calculadas a partir das equações Eq. (16), Eq. (17), Eq. (18) e Eq. (19).

4.2 Matriz hessiana

A matriz hessiana por sua vez é calculada a partir da segunda derivada da energia de deformação em relação às posições nodais. Novamente, foi utilizada a quadratura de Hammer para efetuar numericamente a integral no volume V_f do elemento finito resultando em:

$$H^f = \frac{\partial^2 U_e}{\partial Y_\alpha^\beta \partial Y_\gamma^z} = \frac{\partial f_{\text{int}}^f}{\partial Y_\gamma^z} = \int_{V_f} \frac{\partial f_{\text{int}}}{\partial Y_\gamma^z} dV_f = \int_{V_f} h dV_0 = \sum_{i=1}^{N_{pi}} h(\xi_1^i, \xi_2^i) w(i) J \quad (24)$$

sendo h a derivada $\partial f_{\text{int}}^f / \partial Y_\gamma^z$ das forças internas avaliada em um ponto no interior do domínio do elemento. h pode ser calculada a partir das seguintes cadeias de derivadas como:

$$h = \frac{\partial^2 u_e}{\partial Y_\alpha^\beta \partial Y_\gamma^z} = \frac{1}{2} \left[A_0^{-T} \frac{\partial A}{\partial Y_\alpha^\beta} \cdot \frac{\partial A}{\partial Y_\gamma^z} \cdot A_0^{-1} + A_0^{-T} \frac{\partial A}{\partial Y_\gamma^z} \cdot \frac{\partial A}{\partial Y_\alpha^\beta} \cdot A_0^{-1} \right] : S + \frac{\partial E}{\partial Y_\alpha^\beta} : \frac{\partial S}{\partial Y_\gamma^z} \quad (25)$$

sendo as derivadas presentes em (25) calculadas a partir das equações Eq. (16), Eq. (17), Eq. (18) e Eq. (19).

4.3 Matriz de massa e matriz de amortecimento

Visto que a formulação do MEF posicional é lagrangeana total, a matriz de massa não depende da deformação. Então, a matriz de massa M^f do elemento finito f pode ser calculada diretamente a partir das funções de forma como:

$$M^f = \int_{V_f} \rho N_i N_j dV_f = \sum_{k=1}^{N_{pi}} \rho N_i(\xi_1^k, \xi_2^k) N_j(\xi_1^k, \xi_2^k) w(i) J \quad (26)$$

em que $N_i(\xi_1, \xi_2)$ são as funções de forma do elemento triangular cúbico e ρ é a densidade de massa. No modelo de amortecimento adotado, a matriz de amortecimento é considerada como proporcional à massa, ou seja, $C^f = \alpha M^f$ onde $\alpha = c/\rho$ é a constante de proporcionalidade e c o coeficiente de amortecimento.

5. MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICO LINEAR

A mecânica da fratura elástico linear assume que toda dissipação energética ocorrida quando uma fissura propaga é utilizada para a criação das novas superfícies de fissura. Nessa situação, a ausência de outros mecanismos materiais que dissipem energia faz com que a fissura propague de maneira instável, ocasionando o colapso mecânico frágil.

5.1 Critérios de propagação

Em problemas da mecânica da fratura elástico linear, o estado de tensão na ponta de uma fissura é singular. Nesse caso, critérios para a avaliação da propagação da fissura baseados em tensões tornam-se inconsistentes. Visando contornar essa dificuldade, Irwin (1957) propôs uma nova grandeza denominada Fator de Intensidade de Tensão (FIT), por meio da qual é possível elaborar critérios energéticos para definir a condição de instabilidade a propagação das fissuras. Assim, com base nos conceitos da mecânica da fratura elástico linear, o estado de tensão nas proximidades da ponta de uma fissura pode ser escrito como:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (27)$$

em que K é o FIT equivalente e r, θ são coordenadas polares locais com origem na ponta da fissura. O fator equivalente K é calculado como uma combinação dos três modos básicos de fratura: modo I de abertura, modo II de deslizamento e modo III de rasgamento. Para cada um dos modos de fratura definem-se os fatores K_I , K_{II} e K_{III} . No caso de problemas planos, apenas os modos I e II são necessários para obter o fator equivalente K . Por meio de K é possível definir um critério de propagação, o qual prevê que a fissura propaga quando K atinge um valor crítico K_c que corresponde a uma propriedade material denominada tenacidade à fratura.

5.2 Obtenção dos Fatores de Intensidade de Tensão

Entre as diversas técnicas existentes para a obtenção dos FIT, destacam-se a integral J e a técnica de correlação de deslocamentos. A integral J foi introduzida por Rice (1968), sendo baseada em um balanço energético local que pode ser definido por meio de uma integral de linha que independe do caminho de integração. Apesar de ser uma técnica muito precisa, a integral J envolve a avaliação da integral de linha em uma etapa de pós-processamento, o que pode ser custoso computacionalmente. Por sua vez, a técnica de correlação de deslocamentos, conforme apresentada nos trabalhos de Miranda *et al.* (2003) e Carvalho (2003), é de simples implementação e conduz a bons resultados. Esta última abordagem foi adotada no presente trabalho.

Por meio da técnica de correlação de deslocamentos, os fatores K_I e K_{II} podem ser obtidos a partir dos campos de deslocamentos na região próxima à ponta da fissura. Assim:

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{G}{(f(\nu)+1)} COD \quad \text{e} \quad K_{II} = \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{G}{(f(\nu)+1)} CSD \quad (28)$$

em que G é o módulo de elasticidade transversal, $f(\nu) = 3 - 4\nu$ para o Estado Plano de Deformações (EPD) e $f(\nu) = 3 - 4\nu/(1+\nu)$ para o Estado Plano de Tensão (EPT). COD , ou “Crack Open Displacement”, é a descontinuidade do deslocamento na direção perpendicular ao plano da fissura e CSD , ou “Crack Slide Displacement”, é a descontinuidade do deslocamento paralela ao plano da fissura, ambos avaliados nas proximidades da ponta da fissura.

5.3 Influência da velocidade de carga na tenacidade à fratura: K_c e K_d

Em determinados materiais, como é o caso dos aços estruturais de baixa resistência, a tenacidade à fratura diminui com o aumento da taxa de carregamento (Rolfe e Barson, 1977). A Fig. (1) ilustra o comportamento da tenacidade à fratura dos aços de baixa resistência para diferentes taxas de carregamento e uma temperatura constante.

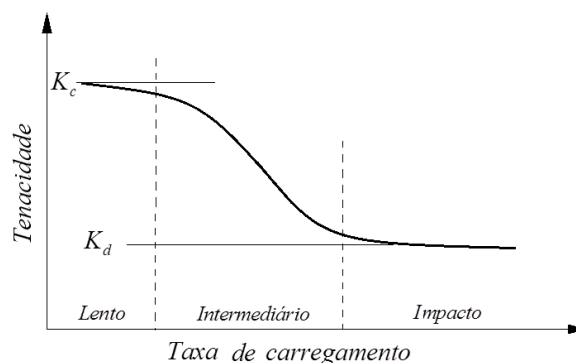


Figura 1. Taxa de carregamento versus tenacidade à fratura (Rolfe e Barson, 1977 (Adaptado))

Conforme ilustrado, para carregamentos quase-estáticos a tenacidade à fratura tende a um valor K_c . No entanto, a medida que a taxa de carregamento aumenta, a tenacidade à fratura diminui estabilizando-se novamente em um valor K_d para cargas de impacto.

6. EXEMPLOS

6.1 Validação da implementação do MEF posicional.

Para validar a formulação implementada foi analisado, por meio de elementos finitos de chapa, o problema dinâmico de uma barra engastada/tracionada por uma força $F = 50N$, constante ao longo do tempo, para o qual se conhece a solução analítica em pequenos deslocamentos. Em duas dimensões, a barra discretizada em elementos planos possui comprimento $L = 30cm$, altura $h = 1,5cm$ e espessura unitária, resultando a área de seção transversal $A = 1.5cm^2$. A solução analítica unidimensional do deslocamento axial é expressa em função do tempo por:

$$u(t) = u_{m\acute{a}x} f(t) \tag{27}$$

sendo $u_{m\acute{a}x} = 2LF/KA$ a amplitude de deslocamento axial e $f(t)$ uma função triangular periódica variando de 0 a 1 com período $T = 4L\sqrt{\rho/K}$, sendo K o módulo elástico e ρ a densidade de massa. A Fig.(2) apresenta a malha adotada e também ilustra as condições de contorno impostas no modelo numérico MEF posicional.

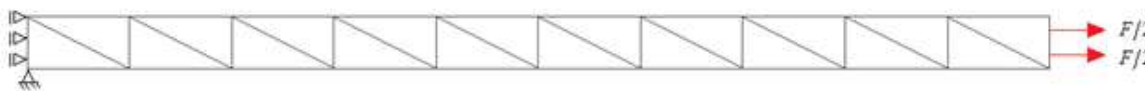


Figura 2. Discretização da barra em 20 elementos triangulares planos de aproximação cúbica.

O problema plano foi analisado em EPT e o material adotado possui módulo elástico $K = 10000 N/cm^2$ e densidade de massa $\rho = 0,1kg/cm^3$. Visando reproduzir a resposta analítica unidimensional com o modelo numérico plano, foi adotado coeficiente de Poisson nulo. Em relação à integração temporal, os parâmetros adotados para o método de Newmark foram $\alpha = 0,50$ e $\beta = 0,25$, e o incremento de tempo foi de $\Delta t = 1.10^{-3}s$. A resposta numérica foi obtida para os primeiros 1000 passos de tempo e o amortecimento foi desprezado, $C = 0$.

Apesar da formulação numérica ter sido desenvolvida baseada no modelo hiperelástico de Saint Venant-Kirchhoff, visto que a força F aplicada é muito menor do que módulo elástico K , é esperado que a amplitude da resposta numérica de deslocamentos seja muito pequena e, portanto, pode ser comparada à solução analítica linear geométrica. As respostas numérica e analítica do deslocamento na extremidade da barra ao longo do tempo são apresentadas na Fig. (3). Observa-se que a solução numérica é muito próxima da solução de referência validando assim a formulação implementada.

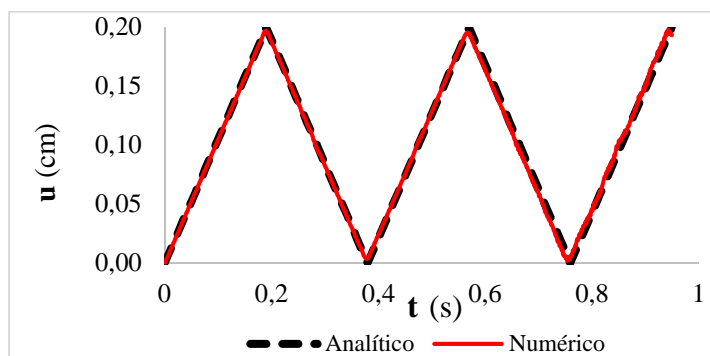


Figura 3. Resposta de deslocamento axial da ponta da barra: Numérico versus analítico.

6.2 Chapa tracionada com fissura central

O segundo problema analisado neste trabalho tem por objetivo avaliar a influência dos efeitos dinâmicos na resposta do FIT em modo I de uma chapa tracionada contendo uma fissura central, ilustrada na Fig. (4a). O material adotado para chapa segue a lei constitutiva de Saint Venant-Kirchhoff com módulo elástico $K = 50000kN/cm^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$. A chapa foi considerada com espessura unitária e a sua densidade de massa foi adotada igual a $\rho = 0,1kg/cm^3$. O problema foi primeiramente analisado de forma estática, para uma tensão constante $\sigma = 3,7kN/cm^2$, objetivando avaliar a precisão da resposta numérica do fator K_I em comparação com a resposta analítica de referência. A resposta analítica para uma chapa quadrada de dimensão de lado w , com uma fissura central de comprimento $2a$ solicitada em modo I por uma tensão σ é apresentada no trabalho de Nestor (2004) sendo igual a: $K_I = \alpha\sigma\sqrt{\pi a}$, em que $\alpha = \sqrt{Sec(\pi a/w)}$. A análise numérica foi efetuada discretizando-se apenas um quarto da chapa (conforme ilustrado pelas linhas pontilhadas da Fig. 4a) e impondo condições de simetria. A malha adotada para o problema é ilustrada nas

Fig. (4b) e Fig. (4c) nas quais também são apresentados os campos de deslocamentos horizontal u_x e vertical u_y , em cm, em escala ampliada.

Para a análise estática, as respostas numérica e analítica foram, respectivamente, $K_I = 11,66kN\sqrt{cm}$ e $K_I = 10,94kN\sqrt{cm}$. O erro numérico na avaliação de K_I foi, portanto, de 6,6% e pode ser considerável aceitável.

Em seguida, no intuito de avaliar a influência dos efeitos dinâmicos, foi considerada uma tensão periódica harmônica descrita por: $\sigma(t) = 1,85 - 1,85 \cos(\omega t)$, em que ω é a frequência da carga aplicada na estrutura.

A depender da frequência ω do carregamento, o fenômeno de ressonância é observado em estruturas com pequena capacidade de amortecimento. Tal fenômeno influencia a resposta de deslocamentos da estrutura e por sua vez pode influenciar também a resposta dos FIT. No intuito de observar vibrações excessivas, o amortecimento foi considerado nulo no exemplo.

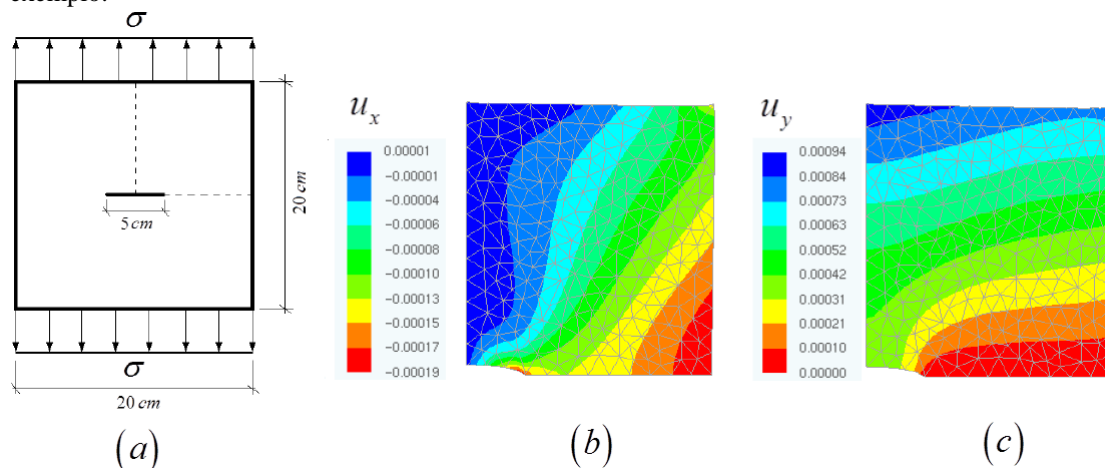


Figura 4. (a) Chapa com fissura central (b) Campo de deslocamento u_x (c) Campo de deslocamento u_y

Dois diferentes frequências de carregamento foram avaliadas: $\omega = 1Hz$ e $\omega = 95Hz$. Para ambos os casos, a resposta estática (na ausência de forças de inércia, ou ainda, $M = 0$) é comparada com a resposta dinâmica em termos de FIT. As Figuras 5 e 6 apresentam as respostas de K_I para as frequências $\omega = 1Hz$ e $\omega = 95Hz$ respectivamente.

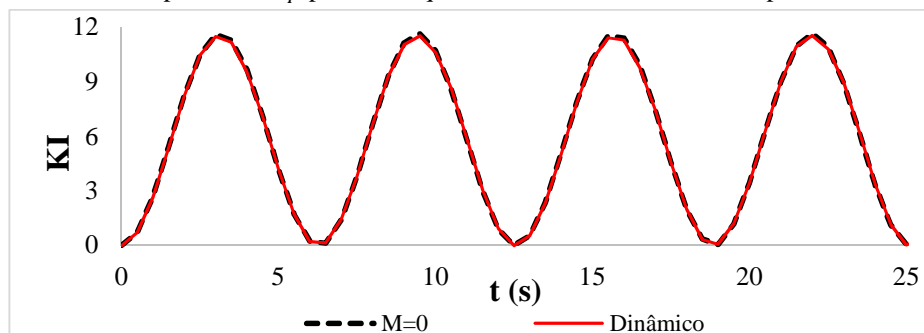


Figura 5. Fator de intensidade de tensão $K_I(t)$ para a frequência $\omega = 1Hz$

Com base nos resultados, percebe-se que para frequências baixas, como no caso de $\omega = 1Hz$, a resposta dinâmica e a resposta estática coincidem. No entanto, quando a frequência aumenta para $\omega = 95Hz$, o fenômeno da ressonância é observado. Nesse caso, observam-se que os FIT dinâmicos podem ser até quatro vezes maiores que os FIT estáticos. Considerando o fato de que para alguns materiais a tenacidade à fratura diminui à medida que aumenta a velocidade de carga, a desconsideração dos efeitos dinâmicos pode levar a previsões errôneas sobre a capacidade de resistência da estrutura, comprometendo, conseqüentemente sua segurança.

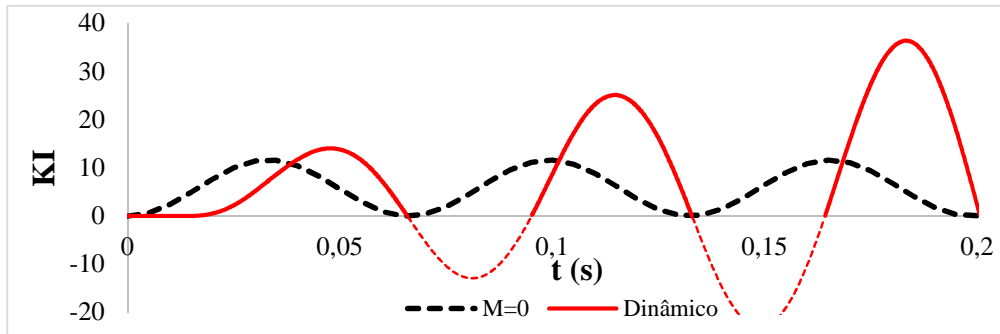


Figura 6. Fator de Intensidade de Tensão $K_I(t)$ para a frequência $\omega = 95\text{Hz}$

7. CONCLUSÕES

No presente trabalho a formulação MEF posicional foi implementada e utilizada na análise da influência dos efeitos inerciais dinâmicos sobre a resposta dos FIT no contexto da mecânica da fratura elástico linear. Foram verificados valores elevados para o FIT dinâmico em comparação com o FIT estático em uma estrutura clássica tratada na teoria da mecânica da fatura. Constatou-se que o fenômeno da ressonância pode aumentar consideravelmente a amplitude da resposta dos FIT. Portanto, no contexto da avaliação da fratura de materiais frágeis e da vida útil de estruturas submetidas à fadiga de alto ciclo, vibrações excessivas, como é o caso das provocadas pelo fenômeno da ressonância, podem levar à uma redução do número crítico de ciclos de carregamento e previsões errôneas sobre a segurança da estrutura, se efeitos dinâmicos forem desconsiderados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pelo CNPq (bolsa de doutoramento do primeiro autor) e a FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

MEF	Método dos Elementos Finitos
EPT	Estado Plano de Tensão
FIT	Fator de Intensidade de Tensão
U_e	energia de deformação
u_e	densidade de energia de deformação
P	potencial das forças externas
Y_α^β	posições nodais atuais
X_α^β	posições nodais iniciais
\ddot{Y}_α^β	acelerações nodais
\dot{Y}_α^β	velocidades nodais
M, C	matrizes de massa e de amortecimento
F_α^β	forças nodais
$g(Y_\alpha^\beta)$	vetor de desbalanceamento mecânico
$F_{int}(Y)$	vetor de forças internas global
$H(Y)$	matriz hessiana global
$F_{int}^f(Y)$	vetor de forças internas local
$H^f(Y)$	matriz hessiana local
M^f, C^f	matrizes de massa e de amortecimento locais
$N_\beta(\xi_i)$	funções de forma polinomiais
A	gradiente da função mudança de configuração

E	tensor de deformação de Green-Lagrange
S	segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff
k	modulo de elasticidade longitudinal
G	modulo de elasticidade transversal
K	FIT equivalente
K_c	tenacidade à fratura
K_I, K_{II}, K_{III}	FIT dos três modos básico de fratura

Letras gregas

π	energia potencial total
α, β	parâmetros escalares de Newmark
Δt	intervalo de tempo
ρ	densidade de massa
ν	coeficiente de Poisson
ξ_1^i, ξ_2^i	ponto de integração
$w(i)$	peso de Hammer
J	Jacobiano
r, θ	coordenadas polares locais

Subscritos

s	instante passado
$s+1$	instante atual

Sobrescrito

f	elemento finito
-----	-----------------

REFERÊNCIAS

- Argyris, J., e Mlejnek, H.P., 1991. Dynamics of structure. Texts on computational mechanics. North-Holland, Amsterdam.
- Bonet, J., Wood, R.D., Mahanet, J. e Heywood, P., 2000. "Finite element analysis of air supported membrane structures". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, pp. 579–595.
- Carvalho, C., 2003. Simulação bidimensional adaptativa por elementos finitos de processos de fraturamento e fadiga. Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Cisilino, A.P. e Aliabadi, M.H., 1999. "Three-dimensional boundary element analysis of fatigue crack growth in linear and non-linear fracture problems". Engineering Fracture Mechanics, Vol. 63, pp. 713–733.
- Coda, H.B., 2003. "An exact FEM geometric non-linear analysis of frames based on position description". In: 17 Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Proceedings..., São Paulo, pp. 1-10.
- Coda, H.B. e Paccola, R.R., 2011. "A FEM procedure based on positions and unconstrained vectors applied to non-linear dynamic of 3D frames". Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 47, pp. 319–333.
- Leonel, E.D., 2009. Modelos não lineares do Método dos Elementos de Contorno para análise de problemas de fratura e aplicação de modelos de confiabilidade e otimização em estruturas submetidas à fadiga. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- Leonel, E.D., Venturini, W.S. e Chateaufeuf, A., 2011. "A BEM model applied to failure analysis of multi-fractured structures". Engineering Failure Analysis, Vol. 18, pp. 1538–1549.
- Greco, M., 2004. Análise de problemas de contato/impacto em estruturas de comportamento não linear geométrico pelo método dos elementos finitos. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- Greco, M. e Coda, H.B., 2006. "Positional FEM formulation for flexible multi-body dynamic analysis". Journal of Sound and Vibration, Vol. 290, pp. 1141–1174.
- Irwin, G., 1957. "Analysis of Stress and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate". Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, pp. 361–364.
- Maciel, D.N. e Coda, H.B., 2005. "Positional description for nonlinear 2-D static and dynamic frame analysis by FEM with Reissner kinematics". In: 3rd M.I.T. Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics. Elsevier, Cambridge.
- Miranda, A.C.O., Meggiolaro, M.A., Castro, J.T.P., Martha, L.F. e Bittencourt, T.N., 2003. "Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components". Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, pp. 1259–1279.
- Paris, P.C. e Erdogan, F., 1963. "A critical analysis of crack propagation laws". Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp. 528–534.
- Paultre, P., 2011. Dynamic of Structures. John Wiley & Sons, London.
- Rice, J., 1968. "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks". Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, pp. 379–386.
- Rolfe, J., e Barson, J., 1977. Fracture and Fatigue Control in Structures. Prentice-Hall, New Jersey.
- Romlay, F.R.M., Ouyang, H., Ariffin, A.K. e Mohamed, N.A.N., 2010. "Modeling of fatigue crack propagation using dual boundary element method and Gaussian Monte Carlo method". Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 34, pp. 297–305.
- Sanches, R.A.K., 2011. Sobre o acoplamento fluido-casca utilizando o Método dos Elementos Finitos. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.
- Yan, X., 2006. "Multiple crack fatigue growth modeling by displacement discontinuity method with crack-tip elements". Applied Mathematical Modelling, Vol. 30, pp. 489–508.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MÉTODO DA SUBTRAÇÃO DE SINGULARIDADE APLICADO ÀS EQUAÇÕES INTEGRAIS DOS PROBLEMAS ELASTOESTÁTICOS ANISOTRÓPICOS

Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro, sergio.cordeiro@usp.br

Edson Denner Leonel, edleonel@sc.usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13.566-590, São Carlos-SP
Brasil

Resumo. O Método dos Elementos de Contorno (MEC) tem sido aplicado em diversas áreas do conhecimento, tais como a elasticidade linear, a mecânica da fratura, a mecânica do contato e o eletromagnetismo. No entanto, para solucionar estes problemas via MEC se faz necessário avaliar integrais singulares e também, em alguns casos, integrais hiper-singulares. Diversos procedimentos para a avaliação das integrais singulares foram propostos podendo-se destacar o Método da Subtração de Singularidade (MSS). De maneira geral, a subtração de singularidade pode ser aplicada à integração de núcleos singulares oriundos de diversos tipos de soluções fundamentais. No entanto, para cada caso, é necessário desenvolver as expressões necessárias para a sua implementação computacional. No presente trabalho é apresentada a dedução das expressões necessárias para avaliar via MSS as integrais singulares e hiper-singulares que surgem nas formulações integrais de deslocamento e de forças de superfície da elasticidade linear anisotrópica. Para a validação do procedimento foi analisado um problema da elasticidade anisotrópica e as respostas mecânicas obtidas via MEC foram comparadas com as respostas numéricas obtidas por meio do software comercial ANSYS.

Palavras-chave: Método da subtração de singularidade, Meios anisotrópicos, Método dos elementos de contorno, Equações integrais

1. INTRODUÇÃO

A utilização de estruturas compostas por materiais anisotrópicos em aplicações de engenharia tem aumentado consideravelmente nas últimas décadas. Estruturas constituídas por compósitos laminados tem se tornado cada vez mais frequentes em aplicações das indústrias automobilísticas e aeronáuticas (Harris, 1999). Em engenharia civil, por exemplo, estruturas de madeira e de materiais derivados da madeira tem se tornado uma solução adequada quando são considerados aspectos ecológicos, custos e complexibilidade geométrica (Orlowski, *et al.*, 2013). Portanto, o desenvolvimento de modelos capazes de representar adequadamente o comportamento mecânico de materiais anisotrópicos tem se tornado um tema de fundamental importância nas áreas de mecânica dos sólidos e das estruturas.

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) é um método numérico que vem sendo utilizado para a análise de problemas anisotrópicos. Análises de problemas elásticos anisotrópicos, via MEC, podem ser encontradas desde a década de 70, nos trabalhos de Rizzo e Shippy (1970), Cruse e Swedlow (1971), Vogel e Rizzo (1973) e Wilson e Cruse (1978). O MEC é baseado na representação integral de problemas da física e da engenharia. A obtenção da representação integral dos problemas requer o conhecimento de soluções fundamentais das equações diferenciais governantes. No caso de problemas da elasticidade anisotrópica bidimensional, tais soluções fundamentais foram deduzidas no trabalho de Cruse e Swedlow (1971). Apesar de existirem outras abordagens que não exijam a utilização de soluções fundamentais anisotrópicas (Debs *et al.*, 1991; Perez e Wrobel, 1996), a abordagem proposta por Cruse e Swedlow (1971) é a mais comumente encontrada na literatura. Problemas envolvendo mecânica da fratura, elasticidade e piezoeletroelasticidade formulados a partir da solução fundamental anisotrópica podem ser encontrados em trabalhos como Sollero e Aliabadi (1994), Shiah e Tan (2000), Garcia-Sánchez *et al.* (2005) e Cordeiro e Leonel (2016).

A principal dificuldade em análises envolvendo o MEC é a avaliação de núcleos integrais singulares oriundos das soluções fundamentais. Para elementos de contorno de alta ordem, elementos curvos, soluções analíticas das integrais singulares se tornam inviáveis (Kzam, 2009). Dessa maneira, técnicas de regularização acopladas as quadraturas numéricas têm sido desenvolvidas para a avaliação das integrais singulares oriunda do MEC. Entre os métodos existentes para a avaliação de integrais singulares podem ser destacados a quadratura auto adaptativa de Telles (Telles, 1987), o método da subtração de singularidade (Aliabadi *et al.*, 1985), a imposição de movimento de corpo rígido (Lachat e Watson, 1976), a Integração Gaussiana Ponderada (Cristescu e Loubignac, 1978) e o método de Guiggiani (Guiggiani e Gigante, 1990; Guiggiani *et al.*, 1992) o qual é uma extensão do método da subtração de singularidade para problemas tridimensionais. O Método da Subtração de Singularidade (MSS), ou Método de Guiggiani para problemas 3D, tem se mostrado um método geral para a avaliação de diversos núcleos singulares oriundos de distintas formulações do MEC. Além disso, núcleos integrais hiper-singulares comumente observados em problemas da mecânica da fratura também podem ser avaliados via MSS.

Apesar de ser um método geral, as expressões necessárias para a correta avaliação de integrais singulares e hiper-singulares via MSS devem ser desenvolvidas para cada diferente tipo de solução fundamental adotada. Sendo assim, no presente trabalho pretende-se desenvolver as expressões necessária para a avaliação das integrais singulares do MEC

elastoestático considerando a solução fundamental anisotrópica de Cruse e Swedlow. Além disso, também são desenvolvidas as expressões necessária para a avaliação das integrais hiper-singulares oriundas da representação integral de forças de superfície dos problemas anisotrópicos. Um exemplo é apresentado para demonstrar a precisão do procedimento implementado. Os resultados obtidos por meio do MEC são comparados com respostas numéricas obtidas via Ansys.

2. ELASTICIDADE ANISOTRÓPICA

A principal diferença entre a elasticidade anisotrópica e a elasticidade isotrópica encontra-se no fato de que todas as componentes do tensor constitutivo elástico podem ser não nulas. Nesse caso, a lei generalizada de Hooke pode ser apresentada para um material anisotrópico em Estado Plano de Tensão (EPT) como:

$$\varepsilon_i = a_{ij}\sigma_j, \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (1)$$

Na Eq. (1) foi introduzida a notação reduzida de tensores apresentada por Ting (1996). As constantes elásticas a_{ij} podem ser expressas em termos de constantes de engenharia como: $a_{11} = 1/E_1$, $a_{12} = -\nu_{12}/E_1$, $a_{16} = \eta_{12,1}/E_1$, $a_{22} = 1/E_2$, $a_{26} = \eta_{12,2}/E_2$ e $a_{66} = 1/G_{12}$. Seguindo o formalismo apresentado por Lekhnitskii (1963), a solução de problemas da elasticidade anisotrópica pode ser expressa em termos de uma função de tensão $F(x_1, x_2) = F(z)$, tal que $z = x_1 + \mu x_2$. Considerando a mudança de variável de x_1, x_2 para z , a equação diferencial que rege os problemas da elasticidade anisotrópica em EPT, na ausência de forças de volume, pode ser expressa por:

$$\frac{d^4 F}{dz^4} [a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22}] = 0 \quad (2)$$

Na busca de uma solução não trivial para a Eq. (2), é necessário que a seguinte equação característica seja satisfeita:

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0 \quad (3)$$

Para que as constantes a_{ij} representem constantes de elasticidade de um material real, Lekhnitskii (1963) demonstrou que as quatro raízes da Eq. (3) sempre resultam complexas ou imaginárias puras. Portanto, tais raízes são sempre obtidas como pares conjugados $\mu_1, \bar{\mu}_1$ e $\mu_2, \bar{\mu}_2$, denominados parâmetros de anisotropia. Por convenção, define-se $\mu_1 = a + ib$ e $\mu_2 = c + id$ como sendo as raízes com a parcela imaginária maior que zero, ou seja, $b > 0$ e $d > 0$.

2.1 Solução fundamental e representações integrais

A solução fundamental da elasticidade anisotrópica foi deduzida no trabalho de Cruse e Swedlow (1971) a partir da função de tensão $F(z)$ proposta por Lekhnitskii. Os autores apresentaram as expressões para os deslocamentos e para as forças em uma superfície arbitrária devido à atuação de uma força puntiforme unitária. Tais expressões são brevemente apresentadas nas Eq. (4) e Eq. (5), respectivamente.

$$U_{ij}(z_k^0, z_k) = 2 \operatorname{Re} \left[q_{i1} A_{j1} \ln(z_1 - z_1^0) + q_{i2} A_{j2} \ln(z_2 - z_2^0) \right] \quad (4)$$

$$T_{ij}(z_k^0, z_k) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(z_1 - z_1^0)} g_{j1} (\mu_1 \eta_1 - \eta_2) A_{i1} + \frac{1}{(z_2 - z_2^0)} g_{j2} (\mu_2 \eta_1 - \eta_2) A_{i2} \right] \quad (5)$$

Em que $z_k = x_1 + \mu_k x_2$ são coordenadas que mapeiam os pontos do sólido do espaço real para planos complexos definidos pelas raízes μ_1 e μ_2 . As coordenadas z_1^0 e z_2^0 do ponto de aplicação da carga puntiforme (ponto fonte) são obtidas considerando $x_1, x_2 = x_1^0, x_2^0$, em que x_1^0, x_2^0 são as coordenadas cartesianas do ponto fonte. No caso da solução fundamental de forças de superfície, η_1 e η_2 são as componentes do versor $\bar{\eta}$, normal à superfície arbitrária onde atuam as forças. Por fim, q_{ij} , g_{ij} e A_{ij} também são constantes materiais complexas. Para problemas planos de tensão, as constantes q_{ij} e g_{ij} podem ser calculadas diretamente conforme as equações Eq. (6) e Eq. (7).

$$q_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11}\mu_i^2 + a_{12} - a_{16}\mu_i \\ a_{12}\mu_i + a_{22}/\mu_i - a_{26} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Já as constantes A_{ij} devem ser obtidas resolvendo o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ \mu_1 & -\mu_1 & \mu_2 & -\mu_2 \\ q_{11} & -q_{11} & q_{12} & -q_{12} \\ q_{21} & -q_{21} & q_{22} & -q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i1} \\ \bar{A}_{i1} \\ A_{i2} \\ \bar{A}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{i2}/2\pi i \\ -\delta_{i1}/2\pi i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sendo \bar{q}_{ij} calculadas a partir da Eq. (6) considerando as raízes conjugadas $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$. No caso de problemas planos de deformação as mesmas expressões podem ser utilizadas para as soluções fundamentais contanto que se utilize constantes elásticas corrigidas $a_{ij}^* = a_{ij} - a_{i3}a_{j3}/a_{33}$ com $i, j = 1, 2, 6$.

3. MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

O MEC é um método numérico amplamente utilizado para solucionar problemas da engenharia e da física que possam ser escritos em forma de equações integrais. O MEC tem sido aplicado em diversas áreas do conhecimento como na elasticidade linear, na mecânica da fratura, na mecânica do contato e no eletromagnetismo. A equação integral dos problemas elastostáticos, também conhecida como identidade Somigliana, pode ser apresentada para um corpo elástico bidimensional com contorno Γ , na ausência de forças de volume, como:

$$c_{ij}(z_k^0)u_j(z_k^0) + \oint_{\Gamma} T_{ij}(z_k^0, z_k)u_j(z_k)d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}(z_k^0, z_k)t_j(z_k)d\Gamma \quad (9)$$

Em que \oint representa uma integral no sentido de valor principal e $c_{ij}(z_k^0)$ é o respectivo termo livre da integral divergente o qual, para z_k^0 pertencente à contornos suaves, resulta $\delta_{ij}/2$. u_j e t_j são os campos de deslocamentos e forças de superfície no contorno do problema. Visto que a Eq. (9) é obtida a partir da segunda identidade de Green, tem-se que U_{ij} e T_{ij} devem ser soluções fundamentais de deslocamento e de força de superfície. Para problemas elásticos anisotrópicos, tais soluções foram apresentadas nas equações Eq. (4) e Eq. (5). A Eq. (9) é uma representação integral dos problemas elastoestáticos escrita em termos de deslocamentos. Partindo-se dessa equação é possível obter outras representações integrais que descrevem os problemas elastoestáticos em termos de outras variáveis da mecânica dos sólidos. Diferenciando a Eq. (9) e levando em consideração os termos lineares da relação deslocamentos-deformação é possível obter uma representação integral em termos de deformações. Aplicando a lei generalizada de Hooke à equação integral em deformações e impondo o equilíbrio de Cauchy sobre as tensões é possível obter uma representação integral em termos de força de superfície, a qual é apresentada na Eq. (10).

$$\frac{1}{2}t_j(z_k^0) + \eta_i \oint_{\Gamma} S_{ijk}(z_k^0, z_k)u_k(z_k)d\Gamma = \eta_i \oint_{\Gamma} D_{ijk}(z_k^0, z_k)t_k(z_k)d\Gamma \quad (10)$$

Em que \oint representa a parte finita de Hadamard da integral, η_i são as componentes do vetor normal ao contorno no ponto fonte z_k^0 e os termos S_{ijk} e D_{ijk} contem respectivamente as derivadas de T_{ij} e U_{ij} multiplicadas por constantes elásticas de rigidez. Em notação indicial pode-se explicitar tais termos como:

$$S_{ijk} = C_{iklm} (T_{lj,m} + T_{mj,l}) \quad (11)$$

$$D_{ijk} = C_{iklm} (U_{lj,m} + U_{mj,l}) \quad (12)$$

Sendo $T_{lj,m}$, $U_{lj,m}$ as derivadas das soluções fundamentais dadas por:

$$T_{lj,m}(z_k^0, z_k) = -2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(z_1 - z_1^0)^2} R_{m1} g_{j1} (\mu_1 \eta_1 - \eta_2) A_{l1} + \frac{1}{(z_2 - z_2^0)^2} R_{m2} g_{j2} (\mu_2 \eta_1 - \eta_2) A_{l2} \right] \quad (13)$$

$$U_{lj,m}(z_k^0, z_k) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(z_1 - z_1^0)} R_{m1} q_{j1} A_{l1} + \frac{1}{(z_2 - z_2^0)} R_{m2} q_{j2} A_{l2} \right] \quad (14)$$

$$\text{Sendo } R_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 \end{bmatrix}.$$

Ambas as equações integrais de deslocamentos, Eq. (9), e de forças de superfície, Eq. (10), tem sido amplamente utilizada para resolver problemas da elasticidade e também da mecânica da fratura via MEC. No entanto, para obter uma solução numérica dos problemas é necessário resolver as integrais singulares que estão presentes em ambas as

representações integrais. Na equação integral em deslocamentos, os núcleos U_{ij} e T_{ij} contém respectivamente singularidades fraca, ou de ordem $O(\ln(z))$, e forte, ou de ordem $O(1/z)$. Já na equação integral de forças de superfície são observadas singularidades de ordem $O(1/z)$ e hipersingularidades $O(1/z^2)$ nos núcleos D_{ijk} e S_{ijk} respectivamente.

A seguir, serão desenvolvidas as expressões necessárias para proceder, via MSS, à avaliação das integrais singulares e hiper-singulares envolvidas nas formulações integrais da elasticidade anisotrópica.

4. MÉTODO DA SUBTRAÇÃO DE SINGULARIDADE

No MSS, apresentado por Aliabadi *et. al.* (1985) as singularidades dos núcleos integrais são canceladas somando e subtraindo expansões em série de Taylor dos núcleos originais. No caso das soluções fundamentais da elasticidade anisotrópica apresentadas por Cruse e Swedlow (1971), os núcleos integrais são funções das coordenadas z_i definidas no item 2. Portanto se faz necessário conhecer a expansão em série de z_i . A expansão z_i^* em torno do ponto singular é definida como:

$$z_i^*(\xi) = z_i(\xi_0) + (\xi - \xi_0) \left. \frac{\partial z_i}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_0} + O\left[(\xi - \xi_0)^2\right] \quad (15)$$

Em que $\xi = \xi_0$ é a coordenada do ponto singular no espaço paramétrico. Considerando $z_i(\xi) = x_1(\xi) + \mu_i x_2(\xi)$ e a interpolação por funções de forma polinomiais: $x_i(\xi) = N^\alpha(\xi) x_i^\alpha$, a Eq. (15) resulta em:

$$z_i^*(\xi) = z_i(\xi_0) + (\xi - \xi_0) J(\xi_0) [\mu_i \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)] + O\left[(\xi - \xi_0)^2\right] \quad (16)$$

A expansão apresentada na Eq. (16) será de fundamental importância para o desenvolvimento analítico das integrais singulares e hiper-singulares remanescentes da aplicação do MSS sobre as equações integrais de deslocamento e de forças de superfície.

4.1 Equação integral de deslocamentos

Ao discretizar o contorno do problema em elementos, conforme prediz o MEC, as singularidades presentes na equação integral de deslocamentos, Eq. (9), se resumem à avaliação dessas integrais sobre o contorno Γ_j do elemento que contém o ponto de colocação. Considerando a utilização de elementos de contorno isoparamétricos, as integrais singulares que devem ser avaliadas para obter o clássico sistema de equações do MEC via a equação integral de deslocamentos podem reescritas a partir do MSS como:

$$\int_{\Gamma_j} U_{ij}(\xi_0, \xi) \phi_k(\xi) J(\xi) d\xi = \int_{\Gamma_j} [K_U(\xi_0, \xi) - K_U^*(\xi_0, \xi)] d\xi + \int_{\Gamma_j} K_U^*(\xi_0, \xi) d\xi \quad (17)$$

$$\int_{\Gamma_j} T_{ij}(\xi_0, \xi) \phi_k(\xi) J(\xi) d\xi = \int_{\Gamma_j} [K_T(\xi_0, \xi) - K_T^*(\xi_0, \xi)] d\xi + \int_{\Gamma_j} K_T^*(\xi_0, \xi) d\xi$$

Os termos $K_U(\xi_0, \xi) = U_{ij}(\xi_0, \xi) \phi_k(\xi) J(\xi)$ e $K_T(\xi_0, \xi) = T_{ij}(\xi_0, \xi) \phi_k(\xi) J(\xi)$ são os núcleos originais das integrais da Eq. (17) e os termos K_U^* e K_T^* são expansões em série de Taylor de K_U e K_T em torno de $\xi = \xi_0$ calculadas considerando os termos lineares da expansão z_i^* . Considerando as expressões dos núcleos fundamentais U_{ij} e T_{ij} , as expansões K_U^* e K_T^* resultam em:

$$K_U^*(\xi_0, \xi) = 2 \operatorname{Re} \left\{ U_{ijl} \ln \left[z_l^*(\xi) - z_l(\xi_0) \right] \right\} \phi_k^*(\xi) J^*(\xi) ; K_T^*(\xi_0, \xi) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{T_{ijl}(\xi_0)}{\left[z_l^*(\xi) - z_l(\xi_0) \right]} \right\} \phi_k^*(\xi) J^*(\xi) \quad (18)$$

Em que $U_{ijl} = q_{il} A_{jl}$, $T_{ijl}(\xi_0) = g_{jl} (\mu_i \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)) A_{il}$ e $\phi_k^*(\xi)$, $J^*(\xi)$ são expansões das funções de forma e do jacobiano. No caso dos núcleos $K_U(\xi_0, \xi)$ e $K_T(\xi_0, \xi)$, a consideração apenas dos termos constantes das expansões $\phi_k^*(\xi) = \phi_k(\xi_0) + O(\xi - \xi_0)$ e $J^*(\xi) = J(\xi_0) + O(\xi - \xi_0)$ já é o suficiente para garantir que o comportamento assintótico das expansões seja igual ao dos núcleos originais no limite $\xi \rightarrow \xi_0$. Assim é garantido que as integrais entre colchetes da Eq. (17) são regulares e podem ser tratadas numericamente com a quadratura de Gauss. No entanto, as últimas integrais do lado direito da Eq. (17) ainda permanecem singulares e devem ser procedidas através de uma análise limite $\xi \rightarrow \xi_0$. Considerando primeiramente a integral do núcleo K_U^* chega-se a:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_j} K_U^*(\xi_0, \xi) d\xi &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[q_{il} A_{jl} \ln(z_i^*(\xi) - z_i(\xi_0)) \right] \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) d\xi \right\} \\ &= \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ q_{il} A_{jl} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \ln(z_i^*(\xi) - z_i(\xi_0)) d\xi \right] \right\} \\ &= \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ q_{il} A_{jl} \operatorname{VPC} \left[\ln(z_i^* - z_i^0) \right] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

Sendo $\operatorname{VPC}[f(\xi)]$ o Valor Principal de Cauchy de uma integral singular qualquer $\int_{\Gamma_j} f(\xi) d\xi$. A partir da

expansão truncada $z_i^*(\xi)$ apresentada na Eq. (16) é possível tratar analiticamente último limite da Eq. (19) como:

$$\begin{aligned} \operatorname{VPC} \left[\ln(z_i^* - z_i^0) \right] &= (1 + \xi_0) \ln \left[J(\xi_0) (-1 - \xi_0) (\mu_l \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)) \right] \\ &+ (1 - \xi_0) \ln \left[J(\xi_0) (1 - \xi_0) (\mu_l \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)) \right] - 2 \end{aligned} \quad (20)$$

Já no caso da integral do núcleo K_T^* a análise limite analítica resulta em:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_j} K_T^*(\xi_0, \xi) d\xi &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[g_{jl} (\mu_l \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)) A_{il} \frac{1}{(z_i^*(\xi) - z_i(\xi_0))} \right] \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) d\xi \right\} \\ &= \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ g_{jl} (\mu_l \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)) A_{il} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \frac{1}{(z_i^*(\xi) - z_i(\xi_0))} d\xi \right] \right\} \\ &= \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ g_{jl} A_{il} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \frac{1}{(\xi - \xi_0)} d\xi \right] \right\} = \phi_k(\xi_0) J(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ g_{jl} A_{il} \operatorname{VPC} \left[\frac{1}{(\xi - \xi_0)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

Sendo que a avaliação do último limite em (21) resulta: $\operatorname{VPC} \left[1/(\xi - \xi_0) \right] = \ln(1 - \xi_0) - \ln(1 + \xi_0)$. Deve-se destacar que na dedução da Eq. (21) novamente a expansão truncada de z_i^* apresentada na Eq. (16) foi levada em consideração.

4.2 Equação integral de forças de superfície

Integrais singulares e hiper-singulares devem ser avaliadas para a obtenção do sistema de equações do MEC por meio da equação integral de forças de superfície. Nesse caso, as integrais avaliadas no contorno Γ_j do elemento que contém o ponto de colocação podem ser rescritas via MSS como:

$$\begin{aligned} \eta_i \int_{\Gamma_j} D_{ijk}(\xi_0, \xi) \phi_l(\xi) J(\xi) d\xi &= \eta_i \int_{\Gamma_j} [K_D(\xi_0, \xi) - K_D^*(\xi_0, \xi)] d\xi + \eta_i \int_{\Gamma_j} K_D^*(\xi_0, \xi) d\xi \\ \eta_i \int_{\Gamma_j} S_{ijk}(\xi_0, \xi) \phi_l(\xi) J(\xi) d\xi &= \eta_i \int_{\Gamma_j} [K_S(\xi_0, \xi) - K_S^{**}(\xi_0, \xi)] d\xi + \eta_i \int_{\Gamma_j} K_S^{**}(\xi_0, \xi) d\xi \end{aligned} \quad (22)$$

Em que $K_D(\xi_0, \xi) = D_{ijk}(\xi_0, \xi) \phi_l(\xi) J(\xi)$, $K_S(\xi_0, \xi) = S_{ijk}(\xi_0, \xi) \phi_l(\xi) J(\xi)$ são os núcleos originais das integrais da Eq. (22) e os termos K_D^* e K_S^{**} são expansões em série de Taylor truncadas de K_D e K_S em torno de $\xi = \xi_0$ calculadas considerando os termos lineares da expansão z_i^* .

$$K_D^*(\xi_0, \xi) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{D_{ijk}(\xi_0)}{[z_m^*(\xi) - z_m(\xi_0)]} \right\} \phi_l^*(\xi) J(\xi_0) ; K_S^{**}(\xi_0, \xi) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{S_{ijk}(\xi_0)}{[z_m^*(\xi) - z_m(\xi_0)]^2} \right\} \phi_l^{**}(\xi) J(\xi_0) \quad (23)$$

Em que $D_{ijkm} = \mathbb{C}_{ikpq} (R_{qm} q_{jm} A_{pm} + R_{pm} q_{jm} A_{qm})$ é a parte não singular da expressão complexa que define o núcleo D_{ijk} e $S_{ijkm} = \mathbb{C}_{ikpq} (R_{qm} g_{jm} (\mu_m \eta_1 - \eta_2) A_{pm} + R_{pm} g_{jm} (\mu_m \eta_1 - \eta_2) A_{qm})$ é a parte não hiper-singular da expressão complexa que define S_{ijk} . No caso do núcleo singular K_D , o comportamento assintótico quando $\xi \rightarrow \xi_0$ pode ser reproduzido considerando-se apenas o termo constante da expansão das funções de forma. Portanto tem-se que $\phi_l^*(\xi) = \phi_l(\xi_0)$. Já no caso do núcleo hiper-singular K_S é necessário considerar a expansão das funções de forma até o termo linear para garantir que o comportamento assintótico de K_S^{**} seja igual ao do núcleo original no limite $\xi \rightarrow \xi_0$. Nesse caso tem-se $\phi_l^{**}(\xi) = \phi_l(\xi_0) + \phi_{l,\xi}(\xi_0)(\xi - \xi_0)$. Uma vez garantida a igualdade de comportamento assintótico dos núcleos e de suas expansões truncadas, as integrais entre colchetes da Eq. (22) se tornam regulares e podem ser tratadas numericamente via quadratura de Gauss. Por sua vez, as integrais da Eq. (22) que permanecem singulares devem ser procedidas através de uma análise limite $\xi \rightarrow \xi_0$. No caso da integral do núcleo K_D^* , a análise limite resulta:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_j} K_D^*(\xi_0, \xi) d\xi &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{D_{ijkm}(\xi_0)}{(z_m^*(\xi) - z_m(\xi_0))} \right] \phi_l(\xi_0) J(\xi_0) d\xi \right\} \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{D_{ijkm}(\xi_0)}{(\xi - \xi_0)(\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0))} \right] \phi_l(\xi_0) d\xi \right\} \\ &= \phi_l(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{D_{ijkm}(\xi_0)}{[\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \frac{1}{(\xi - \xi_0)} d\xi \right] \right\} \\ &= \phi_l(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{D_{ijkm}(\xi_0)}{[\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]} \operatorname{VPC} \left[\frac{1}{(\xi - \xi_0)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

Por fim, a análise limite da integral do núcleo hiper-singular K_S^{**} é apresentada a seguir nas Eq. (25) e Eq. (26), sendo $PFH[f(\xi)]$ a Parte Finita de Hadamard de uma integral hiper-singular qualquer $\int_{\Gamma_j} f(\xi) d\xi$ que no presente caso resulta em: $PFH\left[1/(\xi - \xi_0)^2\right] = -1/(1 + \xi_0) - 1/(1 - \xi_0)$. Em ambos os casos a expansão truncada de z_l^* apresentada na Eq. (16) foi levada em consideração.

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_j} K_S^{**}(\xi_0, \xi) d\xi &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{S_{ijkm}(\xi_0)}{(z_m^*(\xi) - z_m(\xi_0))^2} \right] [\phi_l(\xi_0) + \phi_{l,\xi}(\xi_0)(\xi - \xi_0)] J(\xi_0) d\xi \right\} \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{S_{ijkm}(\xi_0)}{(\xi - \xi_0)^2 J(\xi_0) (\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0))^2} \right] [\phi_l(\xi_0) + \phi_{l,\xi}(\xi_0)(\xi - \xi_0)] d\xi \right\} \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{S_{ijkm}(\xi_0)}{(\xi - \xi_0)^2 J(\xi_0) (\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0))^2} \right] \phi_l(\xi_0) d\xi \right\} \\ &+ \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ \int_{\Gamma_j} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{S_{ijkm}(\xi_0)}{(\xi - \xi_0) J(\xi_0) (\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0))^2} \right] \phi_{l,\xi}(\xi_0) d\xi \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 \int_{\Gamma_j} K_S^{**}(\xi_0, \xi) d\xi &= \phi_l(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{S_{ijkl}(\xi_0)}{J(\xi_0) [\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]^2} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \frac{1}{(\xi - \xi_0)^2} d\xi \right] \right\} \\
 &+ \phi_{l,\xi}(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{S_{ijkl}(\xi_0)}{J(\xi_0) [\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]^2} \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left[\int_{\Gamma_j} \frac{1}{(\xi - \xi_0)} d\xi \right] \right\} \\
 &= \phi_l(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{S_{ijkl}(\xi_0)}{J(\xi_0) [\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]^2} \operatorname{PFH} \left[\frac{1}{(\xi - \xi_0)^2} \right] \right\} \\
 &+ \phi_{l,\xi}(\xi_0) 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{S_{ijkl}(\xi_0)}{J(\xi_0) [\mu_m \eta_1(\xi_0) - \eta_2(\xi_0)]^2} \operatorname{VPC} \left[\frac{1}{(\xi - \xi_0)} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{26}$$

5. APLICAÇÃO

Para validar as expressões desenvolvidas no presente trabalho, as soluções fundamentais anisotrópicas U_{ij} , T_{ij} , D_{ijk} e S_{ijk} foram implementadas em um software acadêmico de elementos de contorno sendo que as integrais singulares e hiper-singulares foram tratadas pelo MSS conforme apresentado no tópico 4. Foi analisado um problema de elasticidade anisotrópica utilizando tanto a equação integral de deslocamentos quanto a equação integral de forças de superfície. Visto que com a formulação de forças de superfície existe a necessidade de garantir a continuidade C1 do campo de deslocamentos, foram adotados elementos de contorno descontínuos. No exemplo foram analisadas as respostas de tensões em pontos internos localizados no eixo do problema. As respostas obtidas via MEC foram comparadas com soluções numéricas obtidas via o Software Ansys para a validação do exemplo. As integrações numéricas envolvidas nas análises foram procedidas via quadratura de Gauss considerando 50 pontos de integração.

5.1 Arco plano anisotrópico

Para o exemplo considere um arco bidimensional de 90 graus com uma de suas extremidades engastada e a outra tracionada conforme ilustra a Fig. 3a. O domínio do problema é composto por um material com anisotropia geral cujas constantes elásticas são: $E_1 = 124,04 \text{ GPa}$, $E_2 = 10,09 \text{ GPa}$, $G_{12} = 6,03 \text{ GPa}$, $\nu_{21} = 0,334$, $\eta_{12,1} = 1,255$ e $\eta_{12,2} = -0,031$. O problema foi tratado tanto como um Estado Plano de Tensão (EPT) quanto como um Estado Plano de Deformação (EPD). No caso de um EPD, as constantes elásticas na direção 3 foram consideradas como: $\nu_{31} = 0,40$, $\nu_{32} = 0,25$ e $\eta_{12,3} = 0,50$. O problema foi discretizado com uma malha composta por 24 elementos de aproximação quadrática, totalizando 72 pontos de colocação (Fig. 3b). Visto que existem contornos curvos na geometria do exemplo, foi possível testar os procedimentos de subtração de singularidades para elementos de contorno curvos. Como o presente problema não apresenta solução analítica, o mesmo foi analisado também em elementos finitos via ANSYS para obter uma resposta de referência. A discretização adotada em elementos finitos é composta por 630 elementos triangulares do tipo “PLANE 183” de aproximação quadrática resultando em um total de 1357 nós (Fig. 3c).

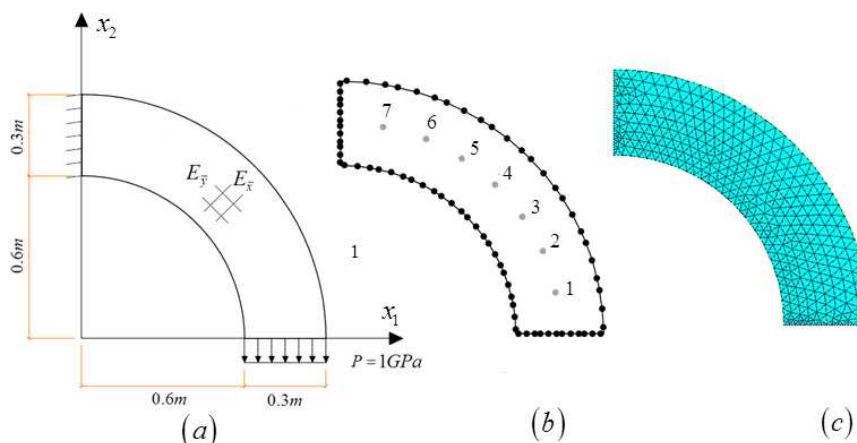


Figura 3. (a) Arco plano anisotrópico. (b) Malha de elementos de contorno. (c) Malha de elementos finitos.

As soluções numéricas do problema foram comparadas em termos das componentes independentes σ_1 , σ_2 e τ_{12} do tensor de tensões, avaliadas nos 7 pontos internos ao longo do eixo da estrutura ilustrados na Fig. 3b. Apesar das integrais necessária para obter as respostas de pontos internos via MEC não serem singulares, as mesmas dependem da resposta de deslocamentos e forças de superfície do contorno. Por sua vez, as respostas do contorno dependem da correta avaliação das integrais singulares e hiper-singulares. Portanto, a validação do MSS também pode ser avaliada em termos da resposta dos pontos internos. Os gráficos apresentados na Fig. 4 apresentam um comparativo entre as respostas obtidas por meio das formulações MEC S, MEC HS e via elementos finitos através do ANSYS. Além disso, as respostas obtidas considerando ambos os estados planos EPT e EPD também são apresentadas para cada uma das diferentes formulações numéricas.

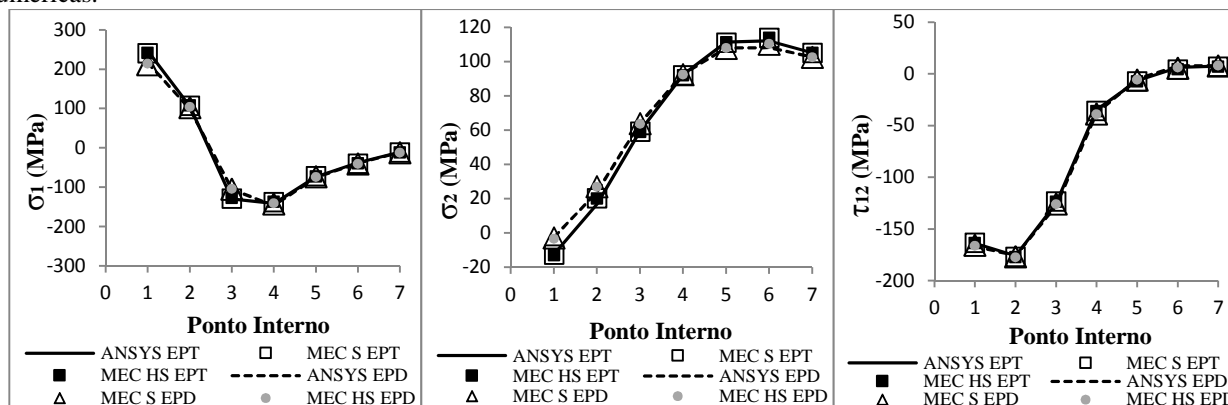


Figura 4. Respostas de tensões internas: MEC versus ANSYS

Antes de chegar a qualquer conclusão a respeito dos resultados apresentados, deve-se salientar que foi feita uma análise de convergência de malha tanto para os modelos do ANSYS quanto para os modelos MEC. No entanto, visando a objetividade do trabalho optou-se por não apresentar tais resultados. Uma vez que os resultados das análises via ANSYS, MEC S e MEC HS convergiram para respostas de tensão, considera-se validado o MSS implementado para a análise de elementos de contorno curvos.

6. CONCLUSÕES

No presente trabalho foram desenvolvidas as expressões necessárias para proceder, via MSS, as integrações singulares e hiper-singulares presentes nas formulações integrais de deslocamentos e de forças de superfície dos problemas da elasticidade anisotrópica. A validação das expressões desenvolvidas foi obtida implementando-se as mesmas em um programa acadêmico de elementos de contorno e comparando-se as respostas mecânicas obtidas com respostas numéricas de referência. Apesar de não apresentado no presente artigo, o código desenvolvido foi testado a partir de um exemplo preliminar para o qual resposta analítica da elasticidade anisotrópica é conhecida. Entretanto, visto que o exemplo não continha elementos de contorno curvos, optou-se por apresentar um exemplo com contorno curvo cuja resposta de referência foi obtida numericamente via Ansys. Uma boa concordância foi observada entre as respostas das formulações MEC S e MEC HS e as respostas numéricas de referência, assegurando assim que a regularização das integrais singulares e hiper-singulares foi atendida tanto para elementos de contorno retos quanto para elementos com geometria curva.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pelo CNPq (bolsa de doutoramento do primeiro autor) e a FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

<i>MEC</i>	Método dos Elementos de Contorno	z_i	Coordenadas complexas
<i>MSS</i>	Método da Subtração de singularidade	x_i	Coordenadas cartesianas
a_{ij}	Constantes de elasticidade	i	Unidade imaginária
E_i	Módulos de Young	U_{ij}	Solução fundamental de deslocamentos
G_{ij}	Módulos de cisalhamento	T_{ij}	Solução fundamental de forças
$F(z)$	Função de tensão	u_i	Campo de deslocamentos

t_i	Campo de forças de superfície	ε_i, σ_i	Notação reduzida dos tensores $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$
q_{ij}, g_{ij}	Parâmetros materiais complexos	σ_{ij}	Tensor de tensões de Cauchy
$N^\alpha(\xi)$	Funções de forma polinomiais	ε_{ij}	Tensor de deformações lineares
$J(\xi)$	Jacobiano da transformação paramétrica	ν_{ij}	Coefficiente de Poisson
x_i^α	Coordenadas nodais	$\eta_{ij,k}$	Coefficientes de influência mutua de 1 espécie
A_{ij}, R_{ij}	Parâmetros materiais complexos	$\mu_i, \bar{\mu}_i$	Parâmetros de anisotropia
C_{ijkl}	Tensor elástico de rigidez	η_i	Componentes do versor normal
$O(\)$	Ordem de potencia	ξ	Coordenada adimensional
Letras gregas		δ_{ij}	Delta de Kronecker

REFERÊNCIAS

- Aliabadi, M.H., 1985. Exact evaluation of the integrals in two-dimensional boundary element method. Report No. EMR/10/1, Engineering Materials, Southampton University, Southampton, UK.
- Cristescu, M. e Loubignac, G., 1978. "Gaussian quadrature formula for functions with singularities in 1/R over triangles and quadrangles". In: Recent Advances in the Boundary Element Method. Pentech Press, London, pp. 375-390.
- Cordeiro, S.G.F. e Leonel, E.D., 2016. "Cohesive crack propagation modelling in wood structures using BEM and the tangent operator technique". Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 64, pp. 111-121.
- Cruse, T.A. e Swedlow, J.L., 1971. Interactive program for analysis and design problems in advanced composites technology. Report No. AFML-TR-71-268, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, USA.
- Debs, A., Henry, P.K., e Wilson, R.B., 1991. "Alternative BEM formulation for 2-and 3-D anisotropic thermoelasticity". International Journal of Solids and Structures, Vol. 27, pp. 1721-1738.
- García-Sánchez, F.; Sáez, A.; Domínguez, J., 2005. "Anisotropic and piezoelectric materials fracture analysis by BEM". Computers and Structures, Vol. 83, pp. 804-820.
- Guiggiani, M. e Gigante, A., 1990. "A general algorithm for multidimensional Cauchy principal value integrals in the boundary element method". Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, pp. 906-915.
- Guiggiani, M., Krishnasamy, G., Rudolph, T.J., Rizzo, F.J., 1992. "A general algorithm for the solution of hypersingular boundary integral equations". Journal of Applied Mechanics, Vol. 59, pp. 604-613.
- Harris, B., 1999. Engineering Composite Materials. Maney Publishers, London.
- Kzam, A.K.L., 2009. Formulação dual em mecânica da fratura utilizando elementos de contorno curvos de ordem qualquer. Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, São Carlos, SP, Brasil.
- Lachat, J.C. e Watson, J.O., 1976. "Effective numerical treatment of boundary integral equations: A formulation for three-dimensional elastostatics". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 991-1005.
- Lekhnitskii, S.G., 1963. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. Mir Publishers, Moscow.
- Orlowski, K.A.; Ochrymiuk, T.; Atkins, A.; Chuchala, D., 2013. "Application of fracture mechanics for energetic effects predictions while wood sawing". Wood Science of Technology, Vol. 47, pp. 949-963.
- Perez, M.W. e Wrobel, L.C., 1996. "An integral-equation formulation for anisotropic elastostatics". Journal of Applied Mechanics, Vol. 63, pp. 891-902.
- Rizzo, F.J. e Shippy, D.J., 1970. "A method of stress determination in plane anisotropic bodies". Journal of Composite Materials, Vol. 4, pp. 36-61.
- Shiah, Y.C. e Tan, C.L., 2000. "Determination of interior point stresses in two dimensional BEM thermoelastic analysis of anisotropic bodies". International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, pp. 809-829.
- Sollero, P. e Aliabadi, M.H., 1995. "Anisotropic analysis of cracks in composite laminates using the dual boundary element method". Composite Structures, Vol. 31, pp. 229-233.
- Telles, J.C.F., 1987. "A self-adaptive coordinate transformation for efficient numerical evaluation of general boundary element integrals". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp. 959-973.
- Ting, T.C.T., 1996. Anisotropic Elasticity. Oxford University Press, Oxford.
- Vogel, S.K. e Rizzo, F.J., 1973. "An integral equation formulation of three-dimensional anisotropic elastostatic boundary value problems". Journal of Elasticity, Vol. 3, pp. 203-216.
- Wilson, R.B. e Cruse, T.A., 1978. "Efficient implementation of anisotropic three-dimensional boundary integral equations stress analysis". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, pp. 1383-1397.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO DE MERCADO DE MANUTENÇÃO AERONÁUTICO

Bernardo Santos Aflalo, bernardo.aflalo@embraer.com.br

Embraer S.A. - Av. Brigadeiro Faria Lima, 2170 - 12227-901 - São José dos Campos, SP, Brasil

Takashi Yoneyama, takashi@ita.br

ITA - Praça Marechal Eduardo Gomes, 50 - 12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil

Resumo. O mercado multibilionário de manutenção da aviação é altamente complexo: atraído pelas altas margens envolvidas no pós-venda aeronáutico, o cenário competitivo é formado por milhares de competidores pelo mundo. Neste contexto, centenas de novas informações sobre a dinâmica desse mercado são veiculadas semanalmente, o que sobrecarrega os especialistas do pós-venda e dificulta uma caracterização precisa do tamanho do mercado disponível. O objetivo desse trabalho é propor uma metodologia, escrita em Java e R, para monitorar e dimensionar esse cenário competitivo, baseado nas informações disponíveis (notícias, rumores, opiniões de especialistas). A modelagem é realizada traduzindo todas as informações em equações lineares, utilizando para tal uma estrutura hierárquica do mercado. A caracterização de menor incerteza do mercado é obtida através de programação quadrática, minimizando a soma dos quadrados ponderados pela confiabilidade de cada informação do sistema, sujeito às restrições de igualdade e desigualdade. A metodologia, aplicada a um simulador de mercado, mostra uma redução gradativa dos erros à medida em que novas informações são disponibilizadas, o que mostra a consistência do método. Com isso, acredita-se que a adoção de um sistema dessa natureza possa melhorar consideravelmente o entendimento do mercado de manutenção aeronáutico, com um número relativamente reduzido de especialistas.

Palavras-chave: programação quadrática, manutenção aeronáutica, inteligência de mercado

1. INTRODUÇÃO

Monitorar e entender o cenário competitivo é de importância primária para a grande maioria das empresas: novas oportunidades de negócios ou ameaças podem surgir e afetar a estratégia de empresa (Hedin *et al.* 2011). Em alguns casos, o número de competidores e novas notícias sobre o mercado pode ser incrivelmente alto, tornando-se necessário o emprego de dezenas de especialistas na atividade de Inteligência Competitiva. Em específico, o mercado de pós-venda da aviação comercial, e, em especial, o de manutenção, reparo e *overhaul* (doravante abreviado por MRO, do inglês *maintenance, repair e overhaul*) é um bom exemplo de mercado de alta complexidade. Centenas de competidores lutam por uma parcela desse mercado multibilionário, o que o torna bastante pulverizado e de difícil monitoramento.

Com mais de 27000 aeronaves comerciais operacionais em todo o mundo e com centenas de competidores, o mercado de MRO está ganhando a atenção das principais fabricantes de aeronaves do mundo (ou OEM, do inglês *original equipment manufacturer*). Atualmente, a parcela de receita proveniente de pós-venda dos OEMs é de aproximadamente 10%, enquanto fabricantes de componentes e motores possuem cerca de 40% a 50% da receita vinda de serviços em geral (Berger, 2013). A Figura 1 mostra o tamanho do mercado de MRO da aviação comercial em 2014, em bilhões de dólares, bem como projeções para 2024.

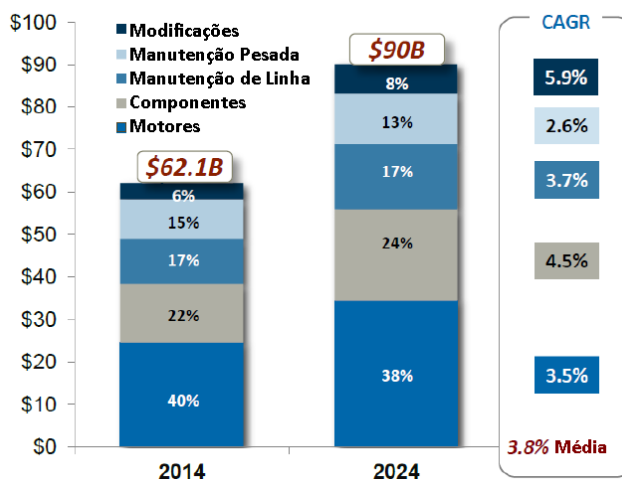


Figura 1: Mercado de Manutenção Aeronáutica 2014 e projeção 2024 (Berger, 2015).

Na figura, o mercado de MRO está dividido nas seguintes parcelas:

- Motor: o Mercado de manutenção gerado pelos motores das aeronaves. Por ser o item mais complexo e caro em uma aeronave típica, o seu custo representa cerca de 40% do total de manutenção;
- Componentes: reparos e substituição de componentes, exceto motor. Exemplos incluem APU, trem de pouso, máquina de ar condicionado, válvulas, bombas, entre outros;
- Manutenção de Linha: receitas derivadas de manutenção de linha, definida como manutenções menores, planejadas ou não, que ocorrem na aeronave;
- Manutenção Pesada: incluem os checks C e D. Normalmente são realizados em hangares dedicados e podem levar, respectivamente, semanas ou meses;
- Modificações: toda receita envolvendo modificações de aeronaves, realizadas, por exemplo, quando o operador reconfigura o interior ou re-certifica a aeronave em outra autoridade certificadora (em uma transferência de aeronave, por exemplo).

Uma dificuldade adicional que o monitoramento deste mercado apresenta é a presença de diferentes informações, vindas de diferentes fontes, com níveis de confiabilidade distintos. Ao serem utilizadas para o dimensionamento do mercado de MRO, essas informações muitas vezes são conflitantes, o que dificulta as conclusões e recomendações dos analistas.

Dado esse cenário, o objetivo deste trabalho é desenvolver uma ferramenta que suporte os analistas de inteligência de mercado do pós-venda da aviação comercial na tarefa de dimensionamento do mercado. A metodologia proposta tem como objetivo estimar qual o valor de mercado de cada sistema de cada aeronave operacional no mundo, baseado em informações com diferentes graus de confiabilidade e graus de especificidade. Apesar de aplicado ao mercado de MRO da aviação comercial, a metodologia proposta poderia ser aplicada a outras indústrias com problemas similares de monitoramento e dimensionamento de mercado.

2. METODOLOGIA

A metodologia, implementada parte em Java e parte em R, está descrita nas subseções seguintes.

2.1 Dados de Entrada

São 5 tipos de dados de entrada necessários para a metodologia, conforme ilustrado na Figura 2:

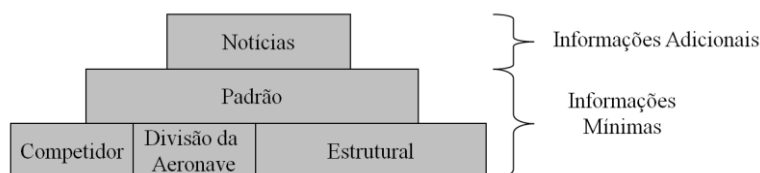


Figura 2: Tipos de Dados de Entrada.

Os dados “Competidor” são informações sobre todos os competidores conhecidos no mercado. Dados como localização, lista de capacidades técnicas (ex. reparo de sistemas elétricos) e informações financeiras e operacionais diversas fazem parte deste conjunto de dados. O dado “Divisão de Aeronave” é uma tupla com a descrição de como o mercado de cada aeronave se quebra. Por exemplo, uma possível divisão é a utilizada na Figura 1: “Motores”, “Componentes”, “Manutenção de Linha”, “Manutenção Pesada” e “Modificações”. Outra possibilidade, se o objetivo fosse, por exemplo, analisar o mercado de trem de pouso, seria quebrar o mercado de cada aeronave simplesmente em “Trem de Pouso” e “Outros”.

A informação “Estrutural” lista todos os operadores ao redor do mundo, bem como as aeronaves que cada um possui. Informações como idade, tipo e número de assentos da aeronave, se disponíveis, permitem uma análise mais precisa. Esse tipo de informação geralmente está disponível nos sites das próprias companhias aéreas, ou mesmo em sites especializados. O dado denominado como “Padrão” são informações aproximadas do custo de manutenção por hora de voo das aeronaves (ou DMC, do inglês *direct maintenance cost*), da quantas horas cada aeronave voa por ano (esse número tipicamente se encontra por volta de 2800 horas) e de uma estimativa inicial de como os itens definidos em “Divisão da Aeronave” se compõem para formar o custo final da aeronave.

Com essa quantidade de informações descritas até agora, já é possível estimar o mercado em diferentes níveis de granularidade. Por exemplo, pode-se calcular qual o mercado gerado em um determinado país, por uma determinada aeronave, ou por um sistema específico de um operador. De fato, isso é o que geralmente é feito atualmente. A proposta

deste trabalho é refinar esta estimativa inicial, baseada em informações preliminares e imprecisas, usando para isso o quinto e último tipo de dado que é necessário para a metodologia: as “Notícias”. Essas são informações captadas diariamente, veiculadas por portais e revistas especializados (por exemplo, o portal AWIN da Aviation Week), ou mesmo obtidas através de fontes primárias, ou seja, com os próprios operadores das aeronaves. Essas informações extras podem adicionar novos dados úteis no dimensionamento do mercado. Por exemplo, considere a seguinte notícia: “O operador X fechou contrato com a empresa de manutenção Y para reparo de trens de pouso durante 3 anos, num valor total de USD Z Mi”. Esse é um tipo de informação veiculada com bastante frequência e, claramente, fornece informações adicionais que poderiam ser utilizadas para refinar a estimativa de mercado.

Como refinar o dimensionamento baseado nas notícias captadas? E se elas conflitarem com o conhecimento atual do mercado (e, de fato, isso acontecerá com a grande maioria das notícias)? Para esse fim, será desenvolvido um modelo hierárquico do mercado que resultará em um sistema linear de equações. A resolução desse sistema, enfim, resulta no dimensionamento final.

2.2 Modelo do Mercado

Para facilitar o entendimento da metodologia, considere o seguinte exemplo: um mercado formado apenas por um operador no Brasil, que possui 9 aeronaves: 5 do tipo “Aer1” e 4 do tipo “Aer2”. Considere ainda que a divisão do mercado por aeronave é apenas entre “Motor” e “Componentes”:

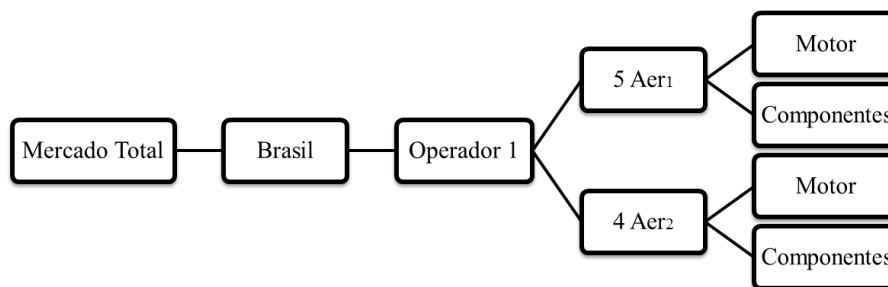


Figura 3: Mercado Exemplo.

Note que essa divisão de mercado pode ser representada pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 T_M &= Br_M \\
 Br_M &= Op_1 \\
 Op_1 &= 5Ac_1 + 4Ac_2 \\
 Ac_1 &= En_{Ac1} + Com_{Ac1} \\
 Ac_2 &= En_{Ac2} + Com_{Ac2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Em que T_M é o mercado total, Br_M é o mercado brasileiro, Op_1 é o mercado do Operador 1, Ac_1 é o mercado gerado por cada aeronave do tipo 1 (e similar para Ac_2), En_{Ac1} e Com_{Ac1} são os mercados gerados pelo motor e componentes, respectivamente, da aeronave tipo 1 (e similar para motor e componentes da aeronave tipo 2). Note que essas equações fornecem informações exatas, ou seja, o ideal é resolver essas equações não de forma aproximada, mas sim exata. Caso contrário, pode-se chegar à conclusão que, por exemplo, o custo de manutenção da aeronave é diferentes da soma dos custos dos componentes que formam a sua quebra, ou ainda que o gasto total de um operador não é igual à soma dos gastos de suas aeronaves.

Considere, neste exemplo, que temos como informação “Padrão” o seguinte:

1. Todas as aeronaves possuem voam cerca de 3000 horas por ano e possuem DMC igual a \$100/ Hora de voo (este valor é apenas um exemplo, possivelmente longe dos valores dos DMCs reais!). As equações que descrevem essa informação são:

$$\begin{aligned}
 Ac_1 &= 100 \times 3000 \\
 Ac_2 &= 100 \times 3000
 \end{aligned} \tag{2}$$

2. Custo de manutenção é quebrado em 40% motor e 60% componentes. As equações que descrevem essa informação são:

$$\begin{aligned}
 0.4Ac_1 &= En_{Ac1} \\
 0.4Ac_2 &= En_{Ac2} \\
 0.6Ac_1 &= Com_{Ac1}
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$0.6Ac_2 = Com_{Ac2}$$

Esses valores “Padrão” não precisam ser precisos, uma vez que eles serão refinados com a chegada de informações adicionais. Nesse sentido, considere, também, uma “Notícia” do tipo:

3. Aeronave 2 gasta \$150.000 por ano de manutenção de motores. Essa notícia pode ser representada como $En_{Ac2} = 150.000$.

Por fim, todas as equações descritas podem ser representadas em um sistema linear como o representado abaixo:

$$\begin{matrix} r_{x1} \\ r_{x2} \\ r_{x3} \\ r_{x4} \\ r_{x5} \\ r_{x6} \\ r_{x7} \\ r_{x8} \\ r_{x9} \\ r_{x10} \\ r_{x11} \\ r_{x12} \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} T_M \\ Br_M \\ Op_1 \\ Ac_1 \\ Ac_2 \\ En_{Ac1} \\ Com_{Ac1} \\ En_{Ac2} \\ Com_{Ac2} \end{bmatrix} = \begin{matrix} r_{y1} \\ r_{y2} \\ r_{y3} \\ r_{y4} \\ r_{y5} \\ r_{y6} \\ r_{y7} \\ r_{y8} \\ r_{y9} \\ r_{y10} \\ r_{y11} \\ r_{y12} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3000 \times 100 \\ 3000 \times 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 150000 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Por simplificação, considere r_i como sendo a equação completa definida pela linha i , ou seja, $r_{xi}\beta = r_{yi}$. Com esta definição, r_1 até r_5 representam as equações estruturais, r_6 e r_7 são as equações listadas no item 1 desta subseção, as linhas r_8 a r_{11} são as equações definidas no item 2 e, por último a r_{12} representa a equação definida no item 3. Dessa maneira, todas as informações são transformadas em um único sistema linear. Resolver esse sistema é, então, calcular o dimensionamento do mercado. Existem várias maneiras de resolvê-lo, conforme descrito na subseção seguinte.

2.3 Solução do Sistema Linear

O sistema linear descrita na seção anterior pode ser resolvido de diversas formas:

2.3.1 OLS (Ordinary Least Squares)

A técnica de mínimos quadrados tradicional (Wooldridge, 2012) permite a resolução do sistema linear de maneira extremamente rápida e simples. Apesar disso, os resultados podem apresentar valores irrealis (por exemplo, mercado negativo), uma vez que não há nenhuma restrição com relação aos valores que as variáveis podem assumir. Note que, conforme descrito na seção anterior, o ideal seria resolver as equações chamadas de “Estruturais” de maneira exata, o que não pode ser satisfeito pela técnicas de mínimos quadrados. Por último, não é possível estabelecer diferentes pesos para diferentes equações, de modo a considerar que algumas informações são mais confiáveis e acuradas que outras.

2.3.2 WLS (Weighted Least Squares)

O uso de mínimos quadrados com pesos permite designar um peso para cada equação no sistema, de modo que a contribuição para o erro final do sistema linear seja ponderado pelo grau de confiança que se tenha na informação (Wooldridge, 2012).

$$S = \sum_{i=1}^n W_{ii}(y_i - x_i\beta)^2 \quad (5)$$

Em que S é o erro quadrático com pesos e W_{ii} é a matriz diagonal de pesos. O resto da equação é o mínimo erro quadrático tipicamente utilizado em OLS. Por exemplo, informações de fontes confiáveis podem ter pesos maiores, o que força a solução final a satisfazer melhor essa equação, mesmo que isso signifique comprometer a precisão de outras equações. Ainda sim, essa metodologia sofre de problemas similares ao OLS: pode levar a valores irrealis e não satisfaz exatamente as equações “Estruturais”.

2.3.3 QP (Quadratic Programming)

A programação quadrática permite a resolução de mínimos quadrados de sistemas lineares, com a adição de restrições de igualdade e desigualdade (Boyd e Vandenberghe, 2009). Expandindo a equação dos erros mínimos quadráticos, tem-se que:

$$\|Ax - \beta\|^2 = x^T A^T A x - 2b^T A x + b^T b \quad (6)$$

Por outro lado, um problema de QP pode ser definido como:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & f(x) = \left(\frac{1}{2}\right) x^T P x + q^T x + r \\ \text{sujeito a} \quad & g_i(x) \leq b_i \\ & h_j(x) \leq c_j \end{aligned} \quad (7)$$

Comparando essas duas equações, tem-se que, se definirmos os termos da equação de QP como $P = A^T A$, $q = -2A^T b$ e $r = b^T b$ (este último termo pode ser descartado, por ser uma constante), pode-se resolver o sistema utilizando técnicas de programação quadrática, o que nos permite adicionar restrições de igualdade e desigualdade. Essas restrições permitem, portanto:

- Evitar valores irreais: através da adição de restrições de desigualdade (termos g_i e b_i , na equação acima), é possível limitar o valor das componentes do mercado calculadas, evitando valores nulos, negativos, ou outros valores considerados irreais.
- Resolver as equações estruturais de maneira exata: as equações estruturais podem ser retiradas da função objetivo da otimização, passando a ser restrições da mesma (termos h_j e c_j na equação acima). Dessa forma, elas são resolvidas de maneira exata.

Os pontos negativos dessa metodologia é o tempo computacional (da ordem de 10 vezes maior que OLS e WLS) e a complexidade de implementação. Ainda sim, por mostrar resultados superiores que as outras metodologias, essa técnica foi utilizada para produzir os resultados divulgados neste trabalho.

Toda essa implementação foi realizada em Java, com o auxílio do código *Open Source* ojAlgo, que possui implementações de algoritmos de otimização eficientes e independentes (Oj! Algorithms, 2016).

2.4 Simulador de Mercado

Com o objetivo de validar a metodologia, foi desenvolvido um simulador de mercado escrito em R, capaz de gerar operadores aleatoriamente espalhados pelo mundo, cada um contendo uma quantidade de aeronaves de tipos diferentes (sorteados através de uma distribuição de Weibull). Essas aeronaves possuem valores de custo de manutenção e de número de horas voadas por ano (sorteados de uma distribuição de probabilidade normal). A simulação gera, portanto, um mercado 100% conhecido, para que possam ser realizadas validações da metodologia proposta.

As informações “Competidor”, “Divisão da Aeronave” e “Estruturais”, da Figura 2, são passadas diretamente para o modelo de cálculo. Em outras palavras, são consideradas 100% conhecidas. A informação “Padrão” é gerada com um nível de erro determinado: por exemplo, caso seja escolhido um erro de 40%, todas as informações de custo de manutenção, horas voadas e divisão das aeronaves são gerados com 40% de erro em relação ao valor real da simulação.

Por fim, as equações “Notícias” são geradas em diferentes níveis de confiabilidade: baixo, médio e alto, que são inversamente proporcionais ao erro inserido na notícia sintetizada pelo simulador. Por exemplo, considere a notícia sobre um contrato de manutenção de trem de pouso fechado por \$ X Mi pelo operador 1. Essa notícia simulada geraria as informações “Trem de Pouso//Operador 1// $N(\mu = X, \sigma = \frac{X}{20})$ ”, para informações de alta confiabilidade, mas $N(\mu = X, \sigma = \frac{X}{8})$ e $N(\mu = X, \sigma = \frac{X}{4})$ para informações, respectivamente, de média e baixa confiabilidade, em que $N(\mu = X, \sigma = Y)$ é um valor retirado de uma distribuição normal com média X e desvio padrão Y.

A Figura 4 ilustra o painel desenvolvido para gerar as simulações do mercado.

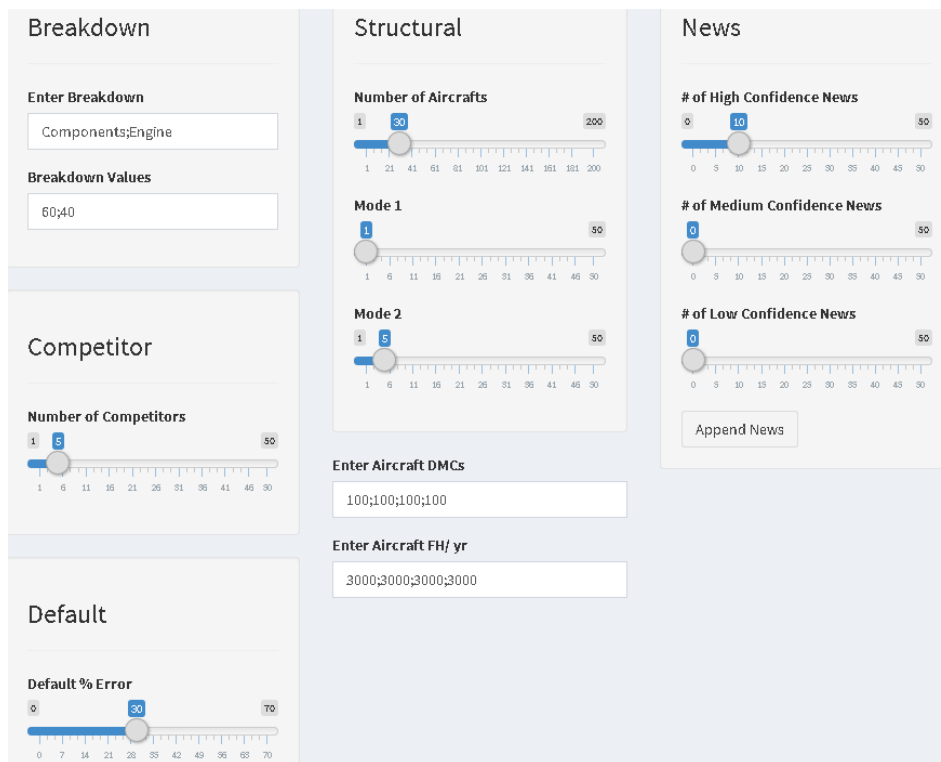


Figura 4: Painel para simulação do mercado.

3. RESULTADOS

O simulador foi utilizado para gerar um mercado sintético com 19 operadores e um total de 30 aeronaves e pode ser visualizado na parte esquerda da Figura 5, em que a cor verde representa operadores de aeronaves e vermelha representa competidores. O raio do círculo é proporcional ao mercado gerado ou capturado pelo *player*.



Figura 5: Mercado simulado (esquerda) e mercado estimado apenas com informações “Padrão”.

A parte direita da Figura 5 é a estimativa inicial, sem nenhuma notícia adicional, considerando, portanto, apenas a estrutura do mercado e as informações “Padrão”, geradas com aproximadamente 30% de erro. O simulador, então, gera notícias desse mercado simulado, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1: Exemplo de notícias geradas.

type	item	value	confidence	newsHeadline	Variation
operator::system::competitor	Operator 8::Components::Competitor 2	-1		Competitor 2 inks an agreement to provide Components support to Operator 8	0
market	N/A	9000000	high	Civil Aircraft MRO market is valued at \$ 9 M	-38.8
actype	B737-800	300000	high	B737-800 costs \$ 300 K per year for operators	-38.7
operator	Operator 14	300000	high	Operator 14 spent \$ 300 K with maintenance last year.	0
competitorrevenue	Competitor 4	3600000	high	Competitor 4 close the year with \$ 3.6 M in revenues.	0
operator::systabsolut	Operator 6::Components	900000	high	Operator 6 spend approximately \$ 900 K yearly with Components	-0.2
actype::systabsolut	A320::Engine	120000	high	A320 : maintenance cost of Engine reaches \$ 120 K per year	-3.2
aircraft::operator	B737-800::Operator 6	300000	high	Last year, Operator 6 spent \$ 300 K in maintenance activities of a B737-800	0
actype::systpercent	A320::Components	0.6	high	A320 cost of Components system reaches 60 % of total maintence cost of the aircraft	-27.1
actype::systpercent	EMBRAER 170::Components	0.6	high	EMBRAER 170 cost of Components system reaches 60 % of total maintence cost of the aircraft	-1

Obs.: A coluna “newsHeadline” é gerada sinteticamente após a informação estruturada ser gerada pelo simulador e deve ser interpretada apenas como um exemplo de notícia que geraria a informação em questão. Não há, portanto, nenhum tipo de processamento de linguagem natural até o momento implementado para fazer esse *parse* automaticamente.

À medida que novas notícias chegam, a incerteza com relação ao mercado diminui, pois novas informações de alta confiabilidade são adicionadas ao conhecimento prévio do mesmo. A Figura 6 mostra como a chegada de novas informações diminui consistentemente o erro em relação ao mercado simulado:

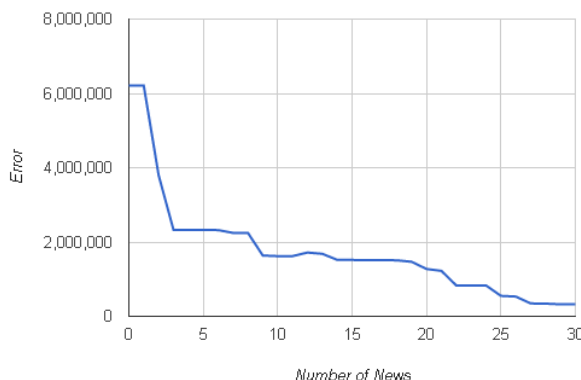


Figura 6: Evolução do erro em relação ao mercado simulado, com o aumento do número de notícias.

Ao final de 30 notícias diversas sobre o mercado, tem-se uma informação bem mais precisa do mercado em questão, conforme ilustrado na Figura 7.



Figura 7: Mercado simulado (esquerda) e mercado estimado com 30 notícias.

Nota-se que notícias de caráter mais geral, como o valor total do mercado (similar à informação contida na Figura 1), tendem a reduzir mais drasticamente a incerteza em relação ao mercado de referência. Por exemplo, as notícias descritas nas linhas 2 e 3 da Tabela 1 reduziram os erros em cerca de 39% cada: A primeira diz o tamanho do mercado total, enquanto a outra diz o custo total de manutenção de um tipo de aeronave presente neste mercado sintético.

O uso de notícias de baixa confiabilidade também tende a reduzir o erro com o aumento do número de notícias, mas de uma forma mais lenta e não necessariamente tendendo a zero, conforme ilustrado na Figura 8.

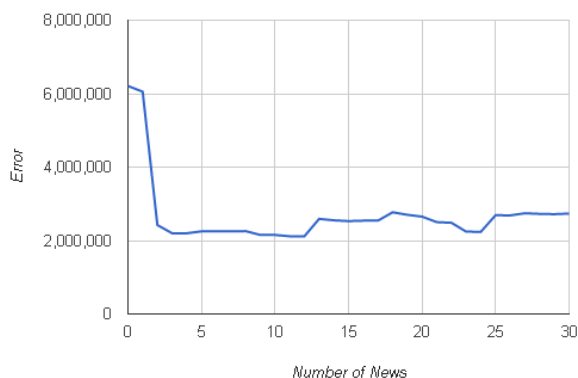


Figura 8: Evolução do erro em relação ao mercado simulado, utilizando notícias de baixa confiabilidade.

Obs.: Todas as figuras de resultados e interface foram geradas em R, utilizando o pacote shiny para desenvolvimento da aplicação Web (Chang *et.al.*, 2016).

4. CONCLUSÃO

As tarefas de inteligência competitiva e monitoramento de mercado podem requerer enormes esforços, principalmente para empresas de atuação global e em um mercado muito pulverizado. Este trabalho mostrou uma metodologia capaz de se aproveitar de informações de diferentes fontes e graus de especificidades do mercado de manutenção aeronáutico, com o objetivo de estimar um dimensionamento de mercado mais acurado que as estimativas iniciais. Os resultados utilizando a técnica de programação quadrática e em um mercado simulado parecem promissores, com o erro em relação ao mercado de referência simulado caindo consistentemente com a chegada de novas notícias de alta confiabilidade. Na prática, sabe-se que nem todas as informações têm alta confiança, o que resultaria em um gráfico de convergência que tenderia mais lentamente para o zero, como mostrado na Figura 8.

Como trabalhos futuros, sugere-se: (1) criação de um *parser* para estruturação automática das notícias do mercado. Atualmente, as notícias devem ser lidas e interpretadas por um analista de inteligência. Com essa melhoria, poderia reduzir consideravelmente essa carga de trabalho; (2) criação de um modelo de marcha no tempo. O modelo descrito não considera como tratar informações vindas de datas diferentes, com a possibilidade de o mercado ter evoluído e se alterado de alguma forma entre elas. Pode-se utilizar alguma técnica de filtragem para fazer esse avanço temporal.

NOMENCLATURA

<i>DMC</i>	Direct Maintenance Cost	<i>OLS</i>	Ordinary Least Square
<i>MRO</i>	Maintenance, Repair and Overhaul	<i>QP</i>	Quadratic Programming
<i>OEM</i>	Original Aircraft Manufacturer	<i>WLS</i>	Weighted Least Square

Letras gregas

σ	desvio padrão
μ	média

REFERÊNCIAS

Berger, J. M., 2013. MRO Market Overview. Transportation Research Board 92nd Annual Meeting.
 Berger, J. M., 2015. MRO Market Forecast and Key Trends. jan. 2015. Disponível em: <<http://www.ic.com/insights/presentations/aviation/2015-mro-market-forecastand-key-trends>>.
 Boyd, S.; Vandenberghe, L., 2009. Convex Optimization. 7th. ed. Cambridge, UK:Cambridge University Press.
 Chang, W.; Cheng, J.; Allaire, J.; Xie, Y.; Mcpherson, J., 2016. shiny: Web Application Framework for R. [S.l.]. R package version 0.13.1. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=shiny>>.
 Hedin, H.; Hirvensalo, I.; Vaarnas, M., 2011. The Handbook of Market Intelligence. 1st. ed. United Kingdom: John Willey & Sons Ltd.
 Oj! Algorithms, 2016. Disponível em: <<http://ojalgo.org/>>. Acessado em: fevereiro de 2016.
 Wooldridge, J. M., 2012. Introductory Econometrics: A Modern Approach, 5a edição. South-Western College Pub.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELAGEM 3D EM AMBIENTE BIM PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS

Carolina Larissa Machado, carolinalm@ufmg.br

Bruno Cesarino Soares, brunocesarino@hotmail.com

José Ricardo Queiroz Franco, franco@dees.ufmg.br

Escola de Engenharia da UFMG Av. Antonio Carlos, 6627 Bloco 1 - 4º andar - Sala 4204 CEP 31270-901 - Belo Horizonte - MG – Brazil

Resumo. O presente trabalho apresenta um pós-processador para estruturas reticuladas em ambiente computacional de modelagem de informações da construção (Building Information Modeling - BIM). O aplicativo BIM foi desenvolvido na forma de uma extensão (plug-in ou add-in) para o software Revit – plataforma BIM que possui interfaces de programação de aplicativos (Application Programming Interface – API). Este “plug-in” permite a construção da geometria e a visualização dos resultados da análise de estruturas reticuladas. A rotina de análise estrutural foi implementada utilizando a linguagem de programação C# e os paradigmas da programação orientada a objetos (POO). A análise estrutural é realizada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando os dados importados através de interface do modelo BIM da geometria da estrutura, e os resultados, em termos de deslocamentos nodais, são utilizados para gerar um modelo BIM da estrutura deformada no ambiente gráfico 3D da plataforma. A partir das seções transversais das barras do modelo e de uma família genérica de peças estruturais preexistente na plataforma BIM, variações ou subtipos dessa família são gerados via programação para representar os componentes das estruturas reticuladas analisadas.

Palavras-chave: Modelagem de Informações da Construção, BIM, Programação Orientada a Objetos, Método dos Elementos Finitos, Análise Estrutural.

1. INTRODUÇÃO

As plataformas ou ambientes de computação gráfica para Modelagem de Informações da Construção (Building Information Modeling – BIM) utilizam diversos recursos tecnológicos para manipular modelos digitais de uma edificação ou construção. As principais características, recomendações e formas de uso da tecnologia BIM podem ser obtidas em Eastman *et al.* (2011) e Porto *et al.* (2015). A plataforma BIM utilizada neste trabalho foi o software Autodesk Revit, doravante denominada simplesmente de “plataforma BIM”. As interfaces gráficas da plataforma BIM são similares às plataformas CAD de desenho ou de projeto. O ambiente 3D da plataforma BIM favorece uma representação mais realista da estrutura. A arquitetura aberta desta plataforma BIM permite sua personalização e extensão. Esses recursos permitem a execução de scripts, macros rotinas ou aplicativos para automatizar a execução de tarefas e agregar funcionalidades ao software mediante pontos de extensão conhecidos como *plug-ins* ou *add-ins*.

Neste trabalho foi automatizada a geração de modelos BIM de estruturas reticuladas através do desenvolvimento de um aplicativo de extensão (*plug-in*) para a plataforma BIM. Essa solução utilizou como base um aplicativo de modelagem 3D de estruturas reticuladas desenvolvido anteriormente para a plataforma AutoCAD, apresentado em Soares (2006).

Outros aplicativos ou sistemas de informação criados com o uso da tecnologia BIM também foram importantes fontes de consulta. Como exemplo, destaca-se o sistema BIMSCIP, que verifica aspectos normativos de projetos de combate a incêndio e pânico em modelos BIM dentro do ambiente da plataforma BIM (PORTO *et al.*, 2015). Mais detalhes sobre como criar aplicativos BIM utilizando a API desta plataforma BIM podem ser obtidos em Autodesk (2016) e Tammik (2016).

O objetivo da pesquisa associada ao desenvolvimento do aplicativo aqui apresentado foi utilizar a evolução da modelagem 3D, disponibilizada pela tecnologia BIM. Assim, o trabalho consistiu na construção de um aplicativo que permita a aplicação dos conceitos BIM de interação, interatividade e integração de dados, além da gestão e compartilhamento dos dados e informações para fases subsequentes de análise, como dimensionamento e detalhamento de estruturas.

2. DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO PÓS-PROCESSADOR

Conforme já especificado, o aplicativo de modelagem BIM 3D foi desenvolvido dentro do ambiente gráfico desta plataforma BIM usufruindo de suas interfaces gráficas (formulários, caixas de diálogo, botões, menus e outras ferramentas e funcionalidades específicas da plataforma gráfica BIM). O aplicativo foi implementado com o uso do framework *Microsoft Foundation Classes* (MFC), para permitir sua execução dentro da plataforma.

Para manipular objetos ou componentes de um modelo BIM, parametrizar dados e realizar operações gráficas com ferramentas de extensão da plataforma BIM, foram utilizadas Interfaces de Programação de Aplicativos (*Application Programming Interfaces – API*). Alguns pacotes que auxiliam o desenvolvimento dos softwares ou aplicativos de extensão (*Software Development Kit – SDK*) estão disponíveis e também foram utilizados.

Com as APIs da plataforma BIM é possível criar aplicativos utilizando linguagens de programação de computadores. As linguagens adotadas por essas APIs, como o C# e o Visual Basic, são de alto nível, robustas e possuem suporte ao Framework .NET. A linguagem de programação adotada foi o C#, e o ambiente de desenvolvimento integrado (*Integrated Development Environment – IDE*) foi o Microsoft Visual Studio versão 2012.

O uso das APIs da plataforma BIM permite a criação de algoritmos para acesso ao “Banco de dados” de objetos ou componentes da arquitetura interna desta plataforma. Também é possível criar novas classes personalizadas, inclusive mediante derivação ou herança de classes nativas utilizando a programação orientada a objetos (POO).

Uma boa prática para se estender as funcionalidades de um software via POO é utilizar “padrões de projeto de software” (*Design patterns*¹). Alguns desses padrões de projeto, que são estruturas básicas ou modelos genéricos de soluções para problemas comuns e recorrentes no contexto do desenvolvimento de softwares com a POO, foram utilizados na elaboração do aplicativo apresentado neste trabalho.

Deve-se ressaltar, entretanto, que essas ferramentas para a criação de aplicativos de extensão possuem especificidades para cada versão ou *release* da plataforma BIM. Neste trabalho, inicialmente foi criada uma versão do aplicativo de extensão utilizando a API do Revit Architecture 2014, mas seu código-fonte pode ser facilmente adaptado a novas versões.

2.1 Entrada de dados

O primeiro passo para a criação do presente aplicativo de extensão foi o desenvolvimento de uma interface gráfica (Figura 1) com o usuário utilizando recursos da API da plataforma BIM. Essa interface permite a entrada manual de dados ou mesmo a leitura de arquivos de texto contendo informações sobre os componentes da estrutura, como mostrado a seguir.

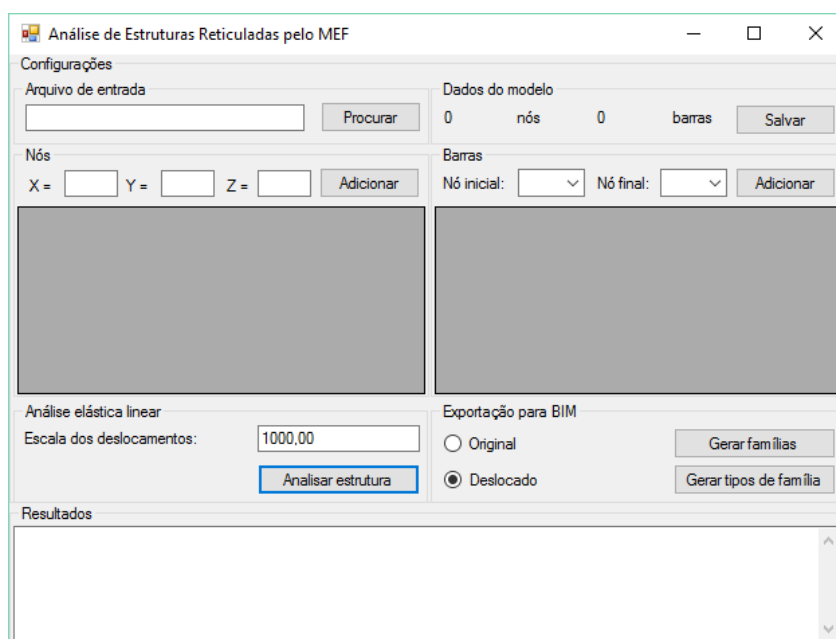


Figura 1. Janela de interface com o usuário.

Os dados inseridos no aplicativo contêm as coordenadas dos nós inicial e final de cada barra e as propriedades geométricas das seções transversais e a caracterização dos materiais.

Com esses dados, o aplicativo criado realiza a análise estrutural utilizando o Método dos Elementos Finitos. A análise realizada é estática, elástica linear, e o resultado é cálculo dos deslocamentos nodais das estruturas reticuladas ou de barra utilizando elementos finitos de pórtico plano.

A geometria da estrutura pode ser visualizada utilizando os recursos gráficos do ambiente BIM, como mostrado a seguir na Figura 2.

¹ Alguns dos principais padrões de projeto de software (*Design Patterns*) foram catalogados por Gamma *et al.* (1995).

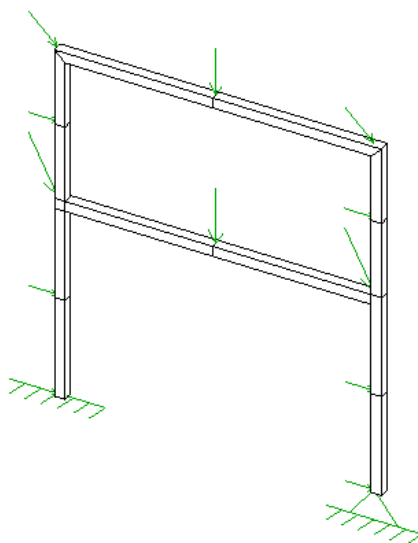


Figura 2. Modelo BIM 3D de um pórtico gerado automaticamente pelo aplicativo.

2.2 Modelagem dos componentes da estrutura

Para uma representação minuciosa da estrutura foram desenvolvidas diversas interfaces gráficas, como a que permite a criação de barras com a geometria da seção transversal especificada pelo usuário. Essa interface permite que o usuário selecione o tipo desejado de seção e informe suas dimensões, como pode ser visualizado na Figura 3.

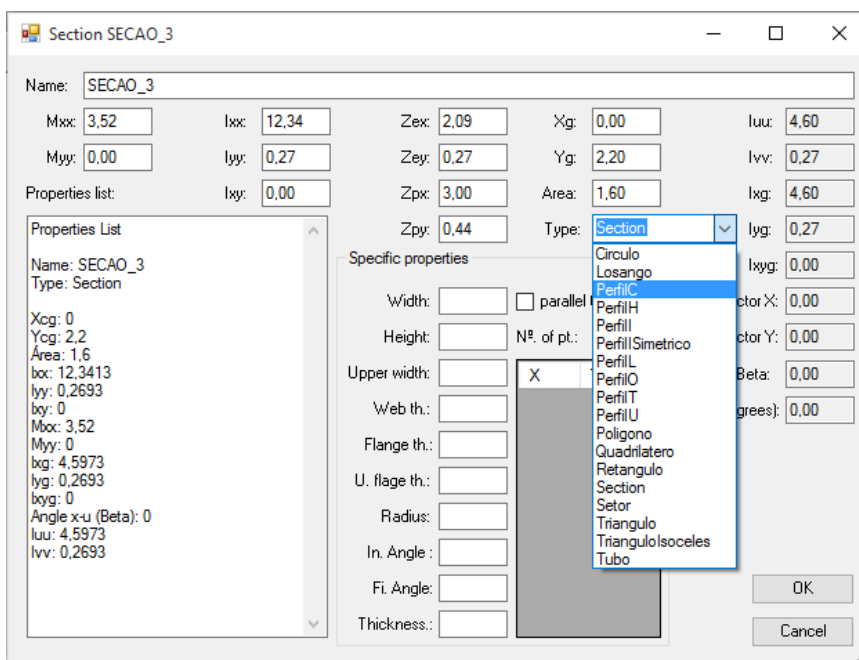


Figura 3. Interface para definição da seção transversal

Cada tipo de seção pode apresentar características específicas a serem informadas e tais características representam atributos ou propriedades próprias das classes criadas para representar cada um desses tipos específicos de seção. Um diagrama contendo as classes referentes aos tipos de seção pode ser observado na Figura 4. Os tipos específicos de seção herdam as propriedades da classe “Figura”, que herda as propriedades de uma classe mais genérica chamada “Section”, e esta por sua vez se associa a uma barra do modelo.

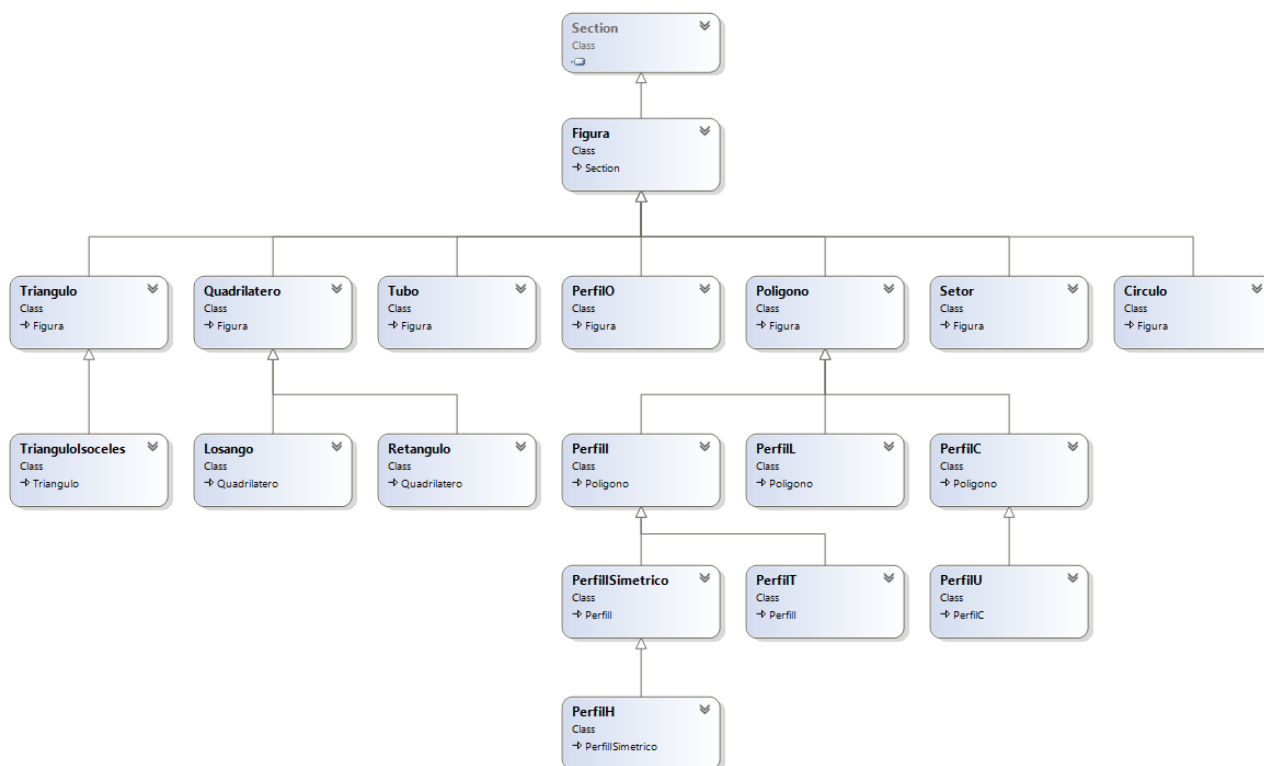


Figura 4. Diagrama de classes dos tipos de seções

2.3 Modelagem 3D

Na plataforma BIM, elementos de propriedades semelhantes formam uma família e famílias estão inseridas dentro de categorias de acordo com as propriedades que possuem. Como exemplo, tem-se a categoria “Structural Framing” que é composta por famílias de barras. Essas famílias podem ser, por exemplo, “Família de barras redondas” e “Família de barras retangulares”. Dentro das famílias há ainda os tipos, que geralmente são elementos cuja dimensão variam mantendo os parâmetros da família.

Para criar as barras com diferentes seções transversais, optou-se então por criar na plataforma BIM uma família de barra para cada seção transversal presente na estrutura. Desta forma, com as informações fornecidas pelo usuário pode-se criar um conjunto de pontos que representa a seção transversal da barra. Tal conjunto de pontos é armazenado dentro da classe da seção.

A criação de famílias no Revit envolve a utilização de modelos de famílias ou *family templates* (extensão .RFT – *Family Template Files*) específicos para cada categoria.

A API do Revit não permite que a partir de um projeto o editor de família seja aberto para criar uma nova família. Assim, a solução encontrada foi criar essas famílias de barras a partir da edição de alguma família já existente. Desta forma, foi criada uma família básica ou vazia, tendo como molde um *template* para a categoria “Structural Framing”. A criação das famílias de seção específica ocorre a partir da edição da família programaticamente (Figura 5).

```
Family familia = GetEmptyCrossSectionFamily(doc);
Document familyDoc = doc.EditFamily(familia);
FamilyManager familyManager = familyDoc.FamilyManager;
```

Figura 5. Trecho de código-fonte para edição de família usando a API do Revit

A família vazia mantém alguns elementos originais do *template*, como a presença de planos de referência, entre eles o da esquerda e o da direita. A distância entre os planos é um parâmetro da família e pode ser alterado pelo usuário ao utilizar a família em um projeto.

Ao criar um elemento ligado a estes planos o comprimento deste objeto passa a ser um parâmetro variável, ou seja, é apenas no momento de inserção da família em um projeto que seu comprimento será definido. No caso trabalhado o comprimento da barra depende de seus pontos inicial e final.

Uma barra de seção transversal constante consiste na projeção de uma mesma seção transversal ao longo de todo seu comprimento. Para representar a barra optou-se por criar uma estrutura tridimensional denominada “Sweep”. Um “Sweep” é a projeção de um perfil contendo os pontos da seção ao longo de um caminho. No caso estudado o caminho é a reta que liga o plano de referência da esquerda ao plano de referência da direita e o perfil é o objeto geométrico formado pelos pontos armazenados na classe da seção.

Por último, salva-se a família com o nome da seção, de forma que a família vazia permanece inalterada e pode ser usada para criar outras famílias. A família criada fica salva no projeto da plataforma BIM, sendo possível utilizá-la posteriormente (Figura 6).

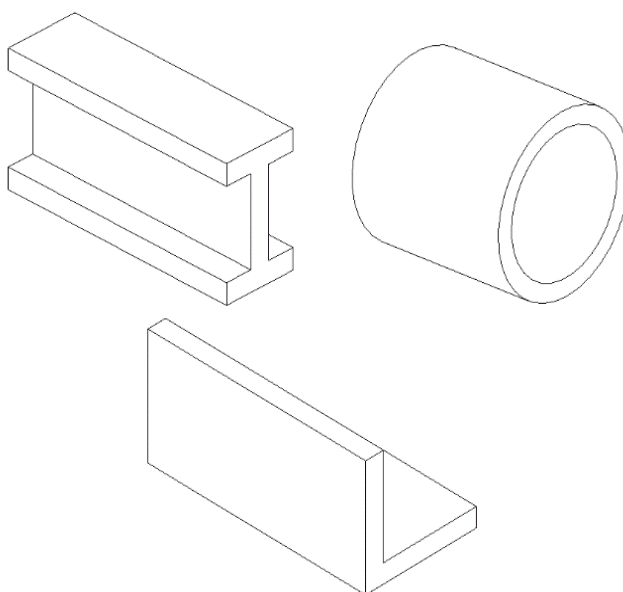


Figura 6. Exemplos de famílias criadas com diferentes tipos de seções transversais

Tendo sido criadas as famílias, instancias dessas famílias são dispostas em suas devidas posições, com a geometria original ou a deslocada, representando as barras do modelo. Ao optar pela geometria deslocada, o usuário pode visualizar a estrutura deslocada com as famílias de barras criadas e a estrutura original desenhada com “Model Lines” que são elementos de desenho visualizáveis em todas as vistas, inclusive 3D. Também usando “Model Lines” são desenhadas as representações dos apoios e das cargas aplicadas na estrutura.

2.4 Exemplos

A seguir são mostrados três exemplos da execução do aplicativo dentro da plataforma BIM.

2.4.1 Exemplo - Pórtico com dois andares

Este exemplo apresenta a análise e a modelagem de um pórtico com dois andares, utilizando o aplicativo BIM desenvolvido. Nota-se que a interface gráfica com o usuário criada para o aplicativo é de fácil compreensão, permitindo que ele possa visualizar e alterar os dados da análise. Com essas informações é possível gerar um modelo BIM da estrutura e visualizar os resultados no ambiente gráfico da plataforma BIM, como mostrado a seguir nas Figuras 7 e 8, representando geometria original e deslocada do pórtico, respectivamente.

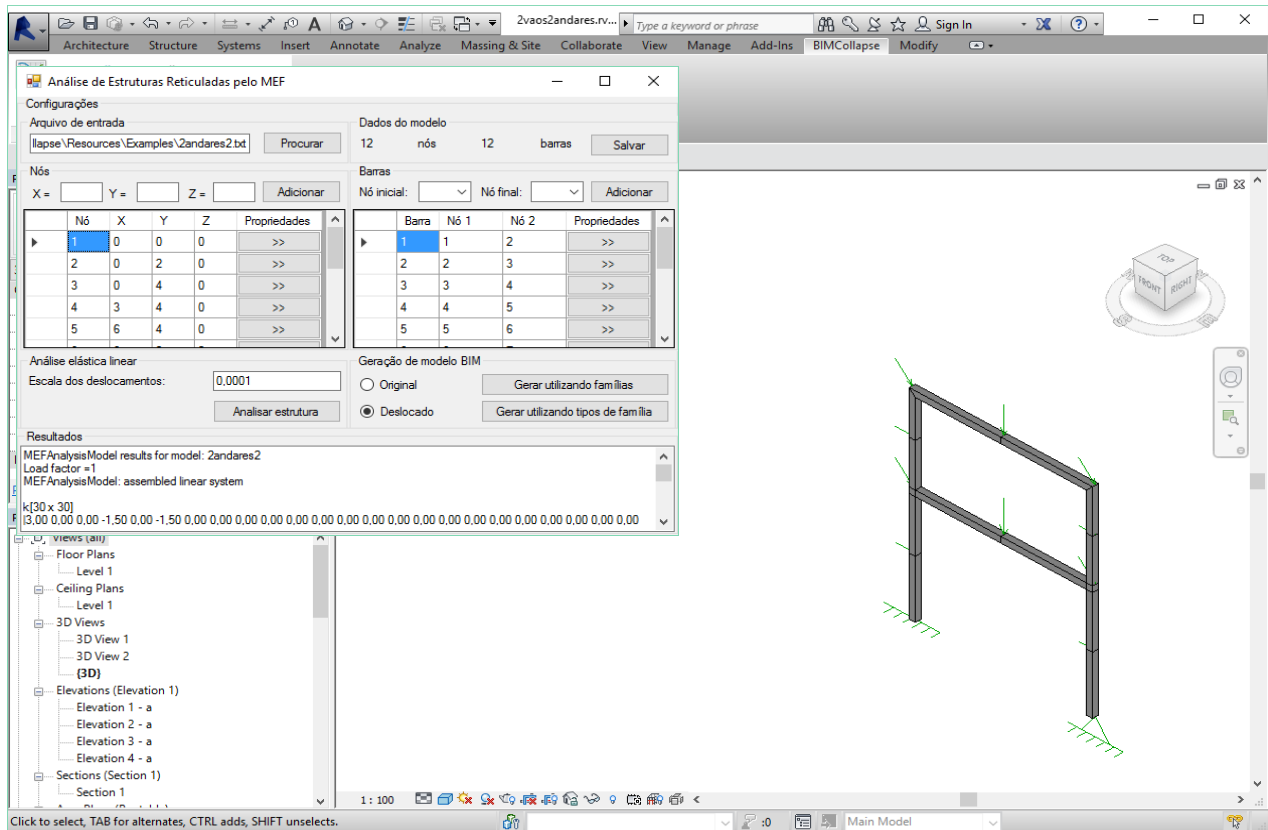


Figura 7. Representação da geometria original do pórtico com dois andares.

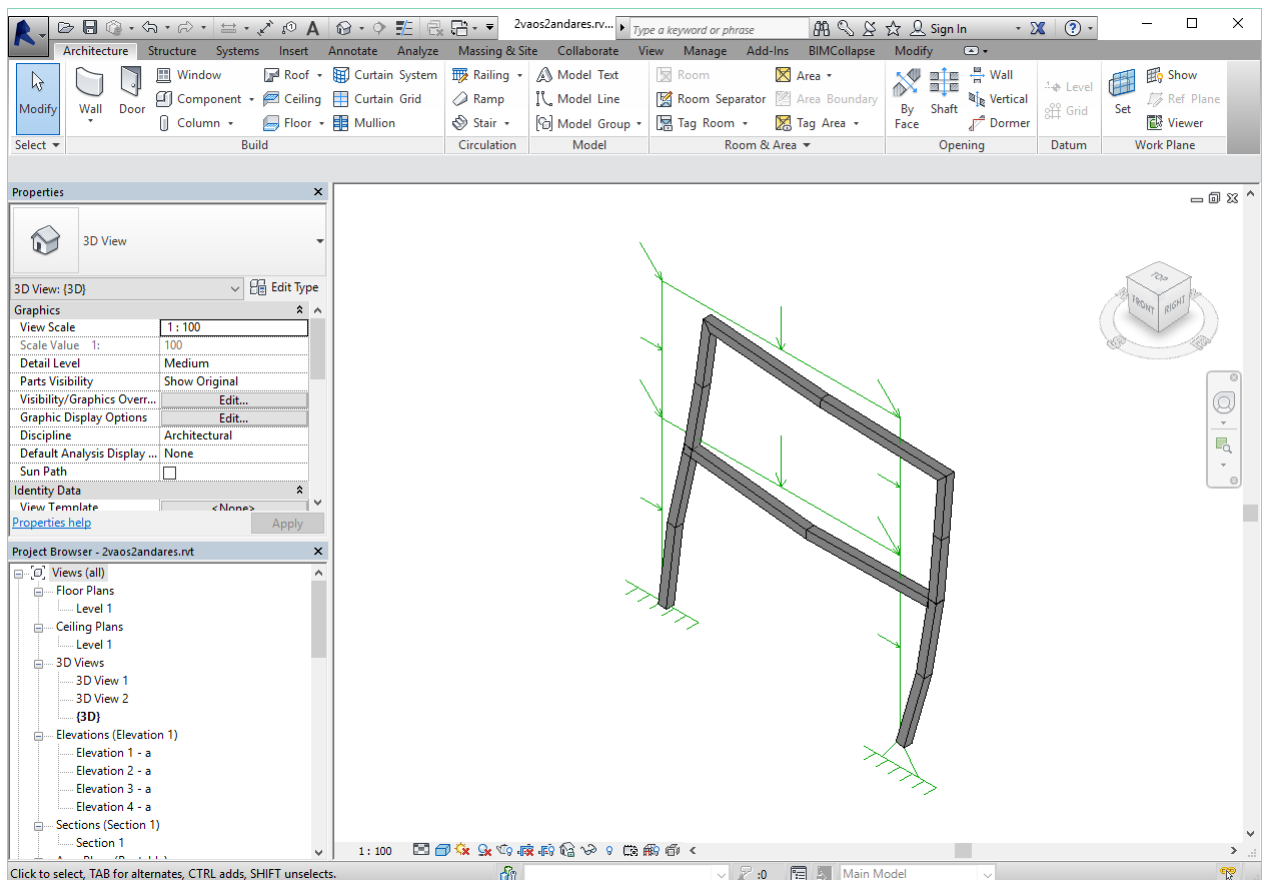


Figura 8. Visualização do modelo BIM 3D com deslocamentos nodais do pórtico com dois andares.

2.4.2 Exemplo - Pórtico com balanço

As Figuras 9 e 10 mostram, respectivamente, a geometria original e deslocada de um pórtico com balanço e as cargas aplicadas em alguns dos nós superiores. A Figura 9 mostra que as seções transversais são do tipo I.

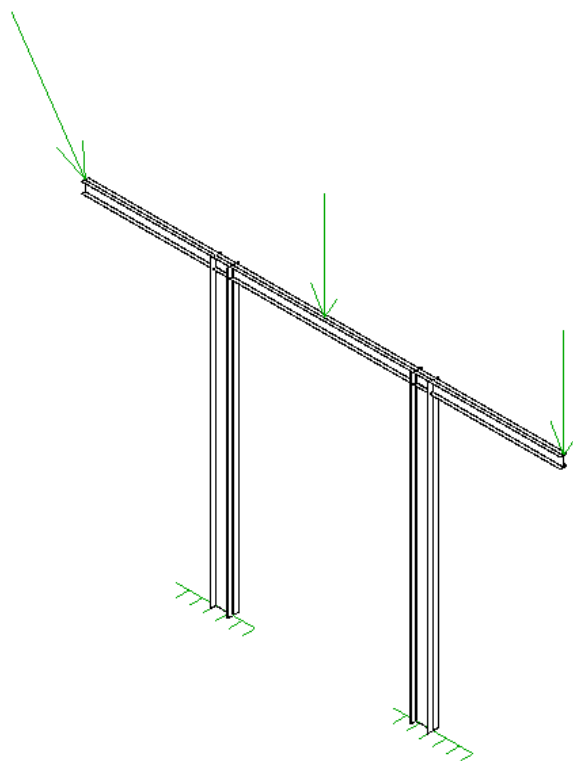


Figura 9. Representação da geometria original do pórtico em balanço.

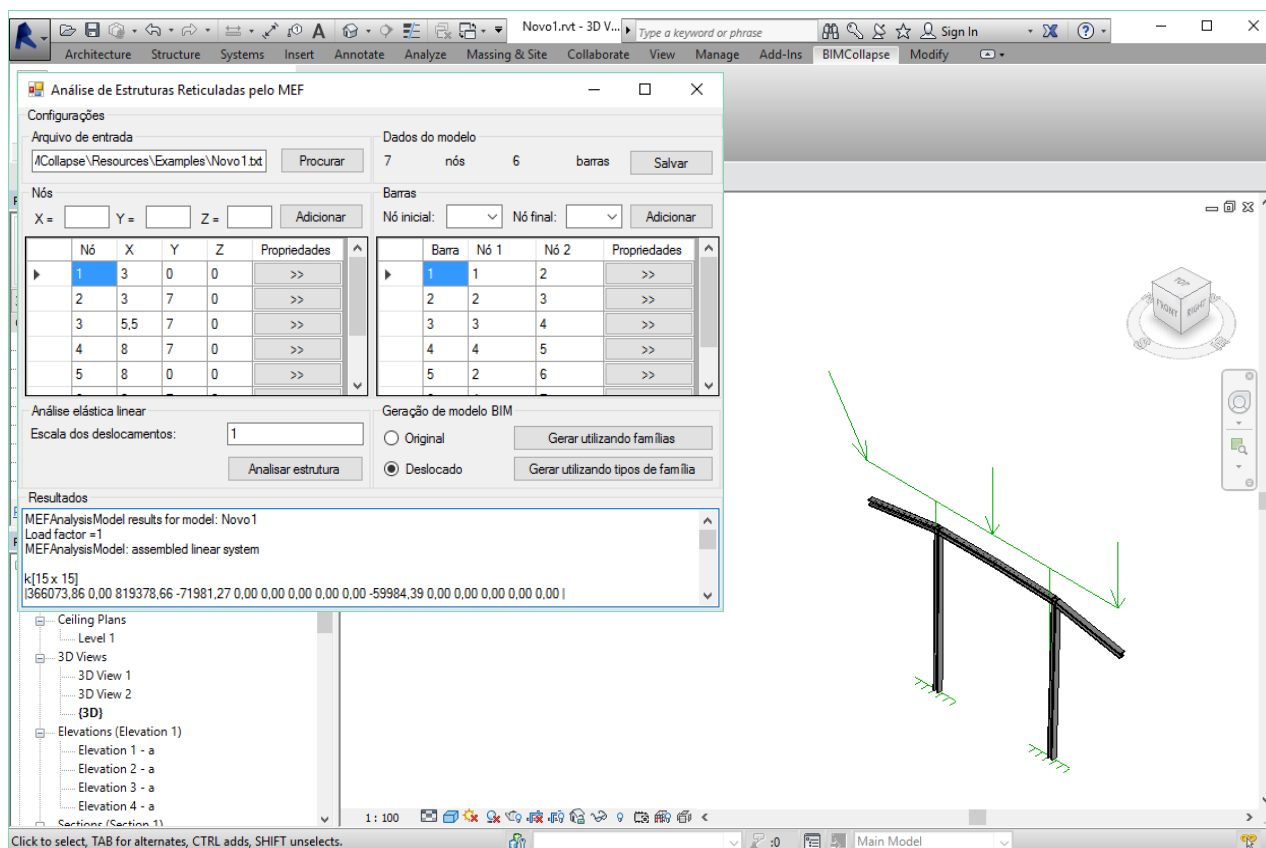


Figura 10. Visualização do modelo BIM 3D com deslocamentos nodais do pórtico em balanço.

2.4.3 Exemplo - Pórtico com três vãos e três andares

A Figura 11 mostra a interface do aplicativo BIM desenvolvido contendo os dados da geometria e os resultados da análise estrutural de um pórtico com três vãos e três andares. A Figura 12 mostra o modelo BIM 3D da geometria da estrutura, gerado automaticamente pelo aplicativo. Nota-se que os deslocamentos nodais foram aplicados e a geometria original é representada por “Model Lines”, ou seja, barras unifilares. Os desenhos de representações para os apoios e carregamento também podem ser visualizados na Figura 12.

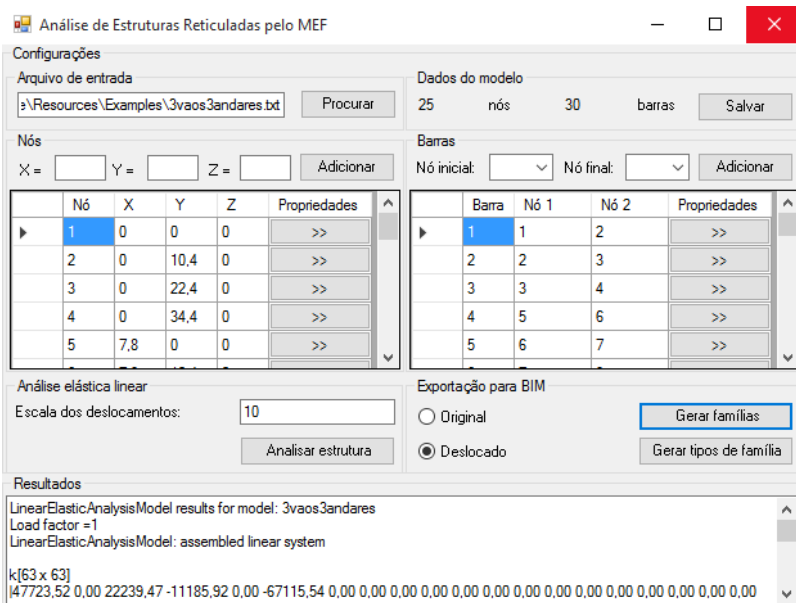


Figura 11. Dados da geometria e da análise estrutural do pórtico com três vãos e três andares.

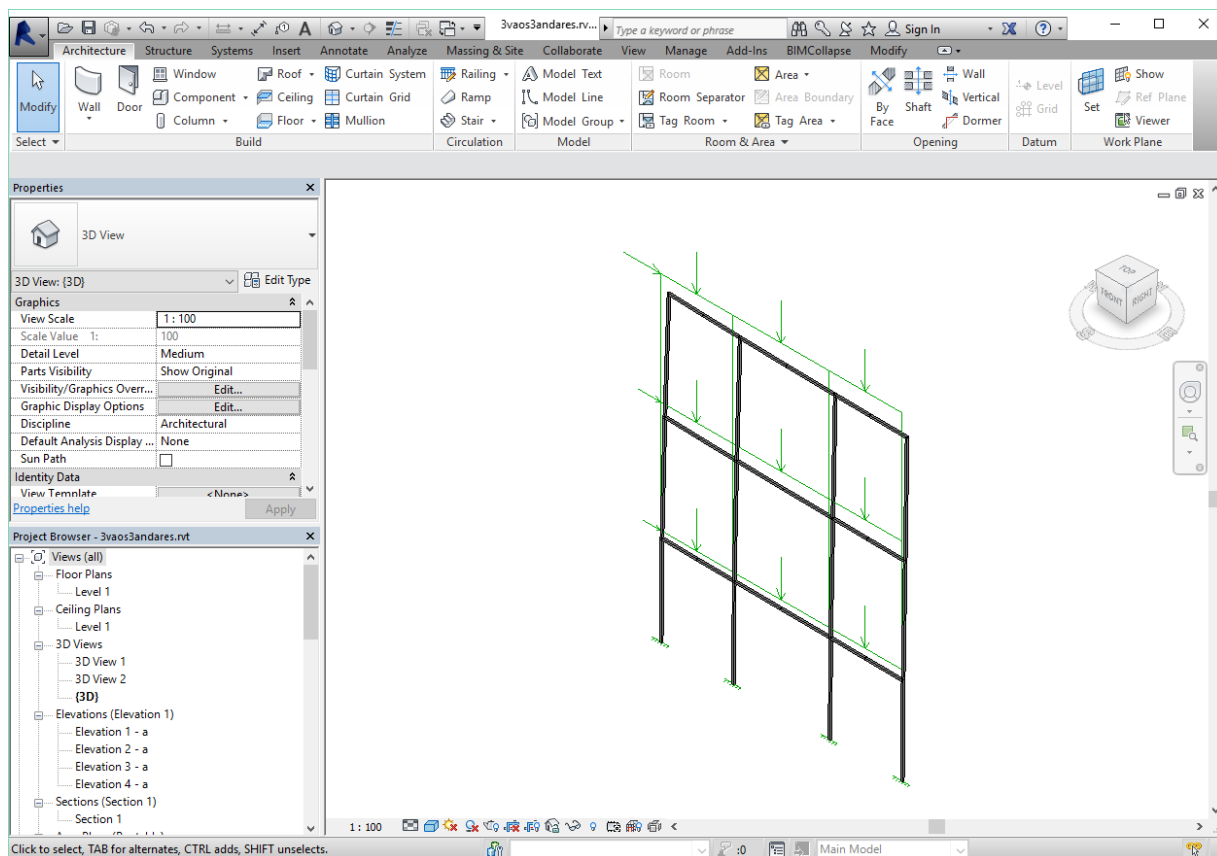


Figura 12. Visualização do modelo BIM 3D com deslocamentos nodais do pórtico com três vãos e três andares.

3. RESULTADOS E CONCLUSÃO

Para a criação do aplicativo de extensão apresentado neste trabalho foi necessário conhecimento em programação de computadores utilizando a linguagem C# e sobre as interfaces disponibilizadas pela API do Revit Architecture 2014, além de técnicas de modelagem 3D de estruturas reticuladas.

O uso da API do Revit permitiu a utilização mais ampla de seus recursos, que neste caso possibilitou a automação do processo de criação de modelos BIM de estruturas por meio de entrada de dados em uma interface gráfica de comunicação com o usuário, utilizando formulários e tabelas. O grande apelo da utilização dos conceitos BIM é a facilidade de gestão das informações geradas pela modelagem parametrizada 3D, que podem ser facilmente exportadas para serem usadas em fases posteriores à da análise estrutural, tais como a fase de dimensionamento, detalhamento, fabricação e montagem.

Assim, a utilização desses recursos disponibilizados pelo ambiente BIM e pela sua API tem como vantagem o controle de todo o processo de geração dos modelos de estruturas reticuladas, seja utilizando a geometria original ou a deformada, por meio dos deslocamentos nodais. A modelagem BIM criada para executar o pré e pós-processador geométrico de estruturas reticuladas também pode ser utilizado para realizar outros tipos de análise em estruturas que utilizem barras e nós, a saber: análises dinâmicas, plásticas ou elasto-plásticas. O aplicativo pode ainda ser estendido para permitir a modelagem de outros tipos de estruturas, como placas e cascas.

REFERÊNCIAS

- Autodesk Inc., 2016. Autodesk Developer Network. Disponível em: <<http://www.autodesk.com/adn>>. Acesso em 29 mar. 2016.
- Eastman, C., Teicholz, P., Sacks, R., Liston, K., 2011. BIM Handbook: A Guide to Building Information Modeling for Owners, Managers, Designers, Engineers, and Contractors – Second Edition.
- Gamma, E., Helm, R., Johnson, R., Vlissides, J., 1995. Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software. Reading, MA: Addison-Wesley. ISBN 1-201-63361-2.
- Porto, M.F., Franco, J.R.Q., Baracho, R.M.A., Soares, B.C., 2015. Análise Automática de Sistemas de Combate a Incêndio e Pânico em ambiente BIM. Autodesk University Brasil 2015. Disponível em: <<http://www.cvent.com/events/autodesk-university-brasil-2015>>. Acesso em 29 mar. 2016.
- Porto, M.F., Franco, J.R.Q., Baracho, R.M.A., 2015. Paradigma de Utilização da Tecnologia BIM para Projeto Arquitetônico e de Engenharia. 4ª Seminário Ibero-americano Arquitetura e Documentação. Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Soares, B.C., 2006. Técnica de Elementos Finitos Para Análise Limite de Pórticos Planos Associada à Automação do Processo de Modelagem 3D de Estruturas Reticuladas via CAD. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Tammik, J., 2016. The Building Coder. Blogging about the Revit API. Disponível em: <<http://thebuildingcoder.typepad.com>>. Acesso em 29 mar. 2016.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o importante apoio da FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais para o desenvolvimento desta pesquisa.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MODELO DE DANO ORTOTRÓPICO NÃO LOCAL APLICADO À REGULARIZAÇÃO DE RESULTADOS DE ANÁLISE FÍSICAMENTE NÃO LINEAR

Pedro Lúcio Ferreira Brasil de Souza, pedrolfbs@gmail.com

Samuel Silva Penna, spenna@dees.ufmg.br

Roque Luiz da Silva Pitangueira, roque@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, Av. Antônio Carlos, 6627, Escola de Engenharia, Bloco 1, 4o. andar, sala 4218, CEP 31270-901, Pampulha, Belo Horizonte, MG

Resumo. Modelos constitutivos baseados em dano ortotrópico são amplamente utilizados para simular o comportamento fisicamente não linear de estruturas. Contudo, a ocorrência do fenômeno de localização de deformações numericamente induzida pode conduzir a resultados não representativos do problema. Para tratar tais fenômenos, mecanismos de regularização como os modelos não locais são adotados. Este trabalho apresenta um modelo de dano ortotrópico não local para o concreto. A formulação deste modelo é apresentada a partir de uma abordagem teórica que visa unificar modelos de degradação elástica e de dano. Um estudo de caso com simulações numéricas ilustra o uso da formulação não local para regularização dos resultados, em caso de refinamento de malha, para ensaios de tração direta e flexão em três pontos.

Palavras-chave: Modelos Não Locais, Dano Ortotrópico, Localização de Deformações Numericamente Induzida, Método dos Elementos Finitos.

1. Introdução

A fissuração do concreto é um fenômeno que se inicia principalmente nas regiões de interface da matriz cimentícia com os agregados, devido à fragilidade deste contato. O processo de fissuração gera microfissuras, que evoluem ao longo da matriz de cimento, até a formação de macrofissuras. As macrofissuras, mesmo evoluindo, permitem a transferência de tensões no interior do meio. Este processo permanece até o momento em que se verifica um aumento de deformações com um decréscimo de tensões, comportamento conhecido como amolecimento do material (ou "softening").

Sendo a fissuração a principal responsável pelo comportamento não linear do concreto, torna-se necessário um tratamento matemático que seja capaz de representar regiões fissuradas e não fissuradas de uma estrutura de concreto. Em regiões de fissuração, o material perde boa parte de sua rigidez e passa a estar sujeito a deformações mais acentuadas, fato que pode levar ao fenômeno de localização de deformações.

2. Localização de Deformações Numericamente Induzida

O fenômeno de localização de deformações numericamente induzida, em relação ao comportamento da estrutura modelada, possui as mesmas características do real descrito anteriormente. Porém, ocorre devido a inconsistências puramente numéricas, e não a partir de características físicas do problema. Ou seja, na análise fisicamente não linear depara-se com um fenômeno aparentemente real que levará a estrutura a seu estado limite de resistência, contudo com resultados não representativos do problema analisado, aqui entendido como um fenômeno físico real.

Este fenômeno pode ser facilmente constatado quando uma mesma estrutura, submetida a um mesmo estado de carregamento, apresenta resultados extremamente diferentes, quando modelada com malhas distintas. Normalmente, malhas mais refinadas estão mais sujeitas a este fenômeno. Isto geralmente ocorre por inconsistências numéricas (tais como o truncamento da resposta) do modelo adotado, de forma que, quanto maior o número de elementos finitos, maior a

probabilidade de ocorrência de instabilidades numéricas, fazendo com que as deformações se localizem em uma determinada região da malha (Fuina, 2009). Como exemplo, apresenta-se um ensaio de tração em uma chapa plana, modelado com diferentes malhas. Mesmo considerando todos os elementos das malhas com as mesmas propriedades mecânicas, os resultados representados por curvas de carga (F) versus deslocamento (u) são diferentes para cada uma das malhas utilizadas, como ilustrado na Fig.1.

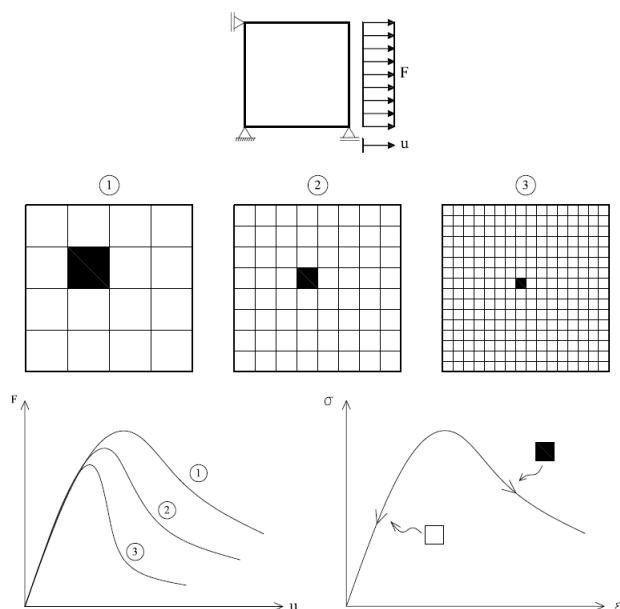


Figura 1. Localização de deformações numericamente induzida (Fuina, 2009).

3. MODELOS NÃO LOCAIS

A formulação não local visa minimizar os problemas de localização de deformações numericamente induzida descritos, fazendo com que a modelagem seja menos afetada por instabilidades numéricas, menos dependente da malha e, assim, mais estável. A base teórica desta formulação é o fato desta não considerar as variáveis do problema como grandezas locais, ou seja, os valores obtidos na análise numérica, para cada ponto do domínio, sofrem influência de sua vizinhança. Assim sendo, a formulação é capaz de suavizar os resultados não representativos a partir da influência de pontos vizinhos, que não apresentam tais instabilidades.

Com isso, a variável de controle do problema passa a ser uma média ponderada a partir dos valores contidos em um domínio de influência. Caso a solução local tenha apresentado pontos com resposta discrepantes, terão, neste segundo momento, um resultado que agora também depende de sua vizinhança, tornando sua solução muito mais adequada e representativa.

Para a análise de um problema, segundo a formulação não local, a primeira questão é a escolha da variável a ser tratada como não local. O presente estudo segue as recomendações de Bazant e Cabot (1987) e Bazant e Lin (1988) para a escolha da variável a ser tratada como não local. Nestes trabalhos os autores afirmam que o tratamento não local deve ser dado apenas às variáveis de comportamento crescente ao longo da análise. O dano é uma variável que possui valores sempre nulos dentro do regime de deformações elásticas e, depois de atingida a deformação elástica limite, seu valor varia de forma crescente até 1, sendo, portanto, uma variável adequada à formulação. Diferentemente do dano, a deformação é uma variável que deve ser tratada como local, pois seus valores ao longo da história de carregamento não necessariamente se comportam de maneira crescente. Por exemplo, na ocorrência de descarregamento, há o decréscimo nas deformações. Outra variável adequada para a abordagem não local é a variável histórica, que representa o valor máximo já obtido por determinada grandeza do modelo, durante o processo de solução. Com isso, esta variável é sempre crescente e adequada

para ser utilizada na tratativa não local. Assim, pode-se definir a variável não local como:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{V_r(\mathbf{x})} \int_V \alpha(\mathbf{s} - \mathbf{x}) \epsilon(\mathbf{s}) dV = \int_V \alpha'(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \epsilon(\mathbf{s}) dV \quad (1)$$

sendo, ϵ a variável local, $\bar{\epsilon}$ a variável não local, $V_r(\mathbf{x}) = \int_V \alpha(\mathbf{s} - \mathbf{x}) dV$, ou seja, o volume do sólido de revolução gerado pela distribuição estatística adotada, $\alpha'(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \frac{\alpha(\mathbf{s} - \mathbf{x})}{V_r(\mathbf{x})}$, \mathbf{x} é o vetor de coordenada do ponto avaliado e \mathbf{s} é o vetor de coordenadas dos pontos na região de influência do ponto, conforme pode ser observado na Fig. 2(a).

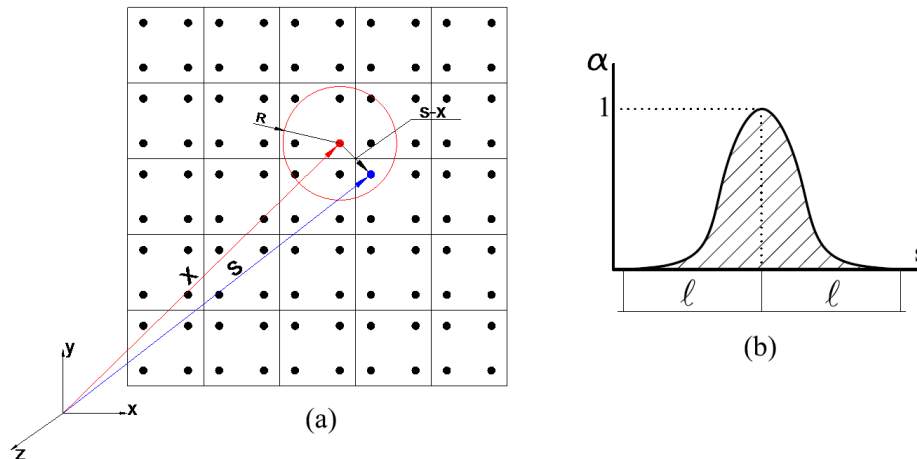


Figura 2. (a) Domínio não Local, (b) Função de Ponderação

A função de ponderação, $\alpha(\|\mathbf{s} - \mathbf{x}\|)$, ilustrada na Fig. 2(b), será aquela que irá determinar o peso que cada ponto do domínio terá na obtenção da variável não local. Uma das principais funções de ponderação utilizadas é a função de distribuição normal ou Gaussiana, apresentada pela Eq. 2:

$$\alpha(\|\mathbf{s} - \mathbf{x}\|) = \exp\left(-k \frac{\|\mathbf{s} - \mathbf{x}\|^2}{L^2}\right) \quad (2)$$

sendo L , o comprimento interno da distribuição ou ainda do domínio da distribuição, k , uma constante que interfere na inclinação da curva da função de ponderação e $\|\mathbf{s} - \mathbf{x}\|$, a distância do ponto ponderado a cada ponto dentro da região de influência.

A partir da função $\alpha(\|\mathbf{s} - \mathbf{x}\|)$, cada solução para a variável não local será ponderada de acordo com os valores do domínio, de modo que, no interior do domínio, as variáveis são ponderadas de valores que podem variar de 0 a 1 e, fora deste domínio, as variáveis são simplesmente multiplicadas por 0, ou seja, desconsideradas na ponderação.

4. MODELOS CONSTITUTIVOS DE DANO ORTOTRÓPICO

Modelos constitutivos baseados na teoria de dano contínuo assumem que a degradação da rigidez do material possa ser representada a partir de uma variável denominada de dano, dada por:

$$\omega = 1 - \frac{E_s}{E_0} \quad (3)$$

sendo ω , a variável dano, E_s , o módulo secante do material, E_0 , o módulo de elasticidade do material íntegro.

A seguir, apresenta-se a formulação de um modelo de dano ortotrópico, para estado plano de tensões, apresentada por *de Borst e Gutiérrez (1999)*, que será adotada neste trabalho. Nas formulações ortotrópicas, tem-se comportamentos distintos em três direções de ortotropia do material, entretanto, *de Borst e Gutiérrez (1999)* propuseram um modelo simplificado, de modo que há apenas dano na direção da deformação principal positiva. Neste modelo, para estado plano

de tensões, a relação secante entre tensões (σ_{ns}) e deformações (ϵ_{ns}) é dada por:

$$\{\sigma_{ns}\} = [D_{ns}^s] \{\epsilon_{ns}\}, \quad (4)$$

sendo $[D_{ns}^s]$, a matriz constitutiva secante, definida como:

$$[D_{ns}^s] = \begin{bmatrix} \frac{(1-\omega_1)E_0}{1-(1-\omega_1)v^2} & \frac{(1-\omega_1)vE_0}{1-(1-\omega_1)v^2} & 0 \\ \frac{(1-\omega_1)vE_0}{1-(1-\omega_1)v^2} & \frac{E_0}{1-(1-\omega_1)v^2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_r G \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde, ω_1 , é a variável dano na direção da deformação principal de tração e β_r , é o fator de retenção ao cisalhamento.

Esta mesma relação pode ser reescrita rotacionando o sistema de coordenadas do modelo, para o sistema global de coordenadas, apresentado na Fig. 3 segundo a equação:

$$\{\sigma_{xy}\} = [T^\sigma(\theta)]^{-1} [D_{ns}^s] [T^\epsilon(\theta)] \{\epsilon_{xy}\} \quad (6)$$

sendo σ_{xy} , o vetor de tensões globais, $[T^\sigma(\theta)]$, a matriz de transformação de tensões do sistema local para o global, $[T^\epsilon(\theta)]$, a matriz de transformação de deformações do sistema local para o global e ϵ_{xy} , o vetor de deformações globais.

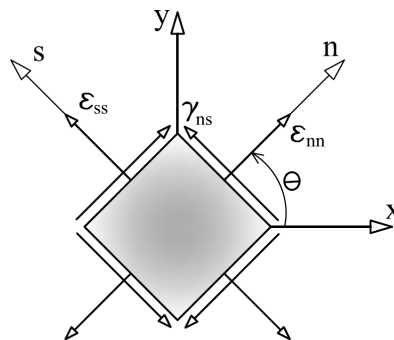


Figura 3. Sistema de coordenadas global (X-Y) e local (n-s) (Penna, 2011).

A Eq.6 é válida tanto para modelo com direção de dano fixa, quanto para dano com direção variável. Para o modelo com direção fixa, a relação tensão-deformação tangente, necessária em processos incrementais iterativos que utilizam o método de Newton Raphson, pode ser obtida derivando-se a Eq.6, obtendo-se a seguinte relação:

$$\{\dot{\sigma}_{xy}\} = [T^\sigma(\theta_0)]^{-1} ([D_{ns}^s] - [\Delta D_{ns}]) [T^\epsilon(\theta_0)] \{\dot{\epsilon}_{xy}\} \quad (7)$$

sendo θ_0 , o ângulo fixo da direção do dano e $[\Delta D_{ns}]$ dada por:

$$[\Delta D_{ns}] = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ \nu d_{11} & 0 & 0 \\ d_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

sendo, $d_{11} = \frac{\partial \omega_1}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{nn}} \frac{E(\epsilon_{nn} + \nu \epsilon_{ss})}{(1-(1-\omega_1)v^2)^2}$ e $d_{31} = \frac{\partial \omega_2}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{nn}} G \gamma_{ns}$, com $\frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{nn}} = 1$ em carregamento e 0 em descarregamento.

A lei de dano adotada para ω por de Borst e Gutiérrez (1999) é definida como:

$$\omega(\kappa) = 1 - \frac{\epsilon_1}{\kappa} (1 - \alpha + \alpha e^{-\beta(\kappa - \epsilon_1)}) \quad (9)$$

sendo, ϵ_1 , a deformação principal de tração, κ , a variável histórica, α , um parâmetro que representa o maior valor de dano

admitido e β , um parâmetro que representa a intensidade do crescimento do dano.

5. Simulações Numéricas

Sabe-se que, malhas mais refinadas estão mais sujeitas ao fenômeno de localização numericamente induzida. Assim, serão apresentadas simulações numéricas com refinamento de malha, para se comparar o comportamento de modelos locais e não locais.

5.1 Ensaio de Tração Direta

O primeiro ensaio apresentado consiste em um caso de tração direta. Neste ensaio, a estrutura estará submetida a um carregamento uniforme de tração e , pelo fato da condição de carregamento ser elementar, a curva tensão *versus* deformação do material deverá ser representada. Assim sendo, espera-se que todas as malhas apresentem o mesmo resultado, independente de seu grau de refinamento. A Fig. 4(a) apresenta a geometria, condições de contorno e carregamento adotado na simulação, onde, $L = H = t = 1m$, $p = 1MN/m$. Para o material foram adotados os parâmetros: $E_0=20000$ MPa e $\nu=0,2$, e para a função de dano adotou-se: $\alpha=0,99$, $\beta=1000$ e $\kappa=0,000125$. Os parâmetros para o modelo não local, relativos à função Gaussiana, são: $L = 1,0m$ e $k = 2$. Finalmente, com relação à solução, foi adotado o método de controle de deslocamento com incremento do deslocamento horizontal no ponto A de $0,00005mm$ e tolerância de $0,0001$.

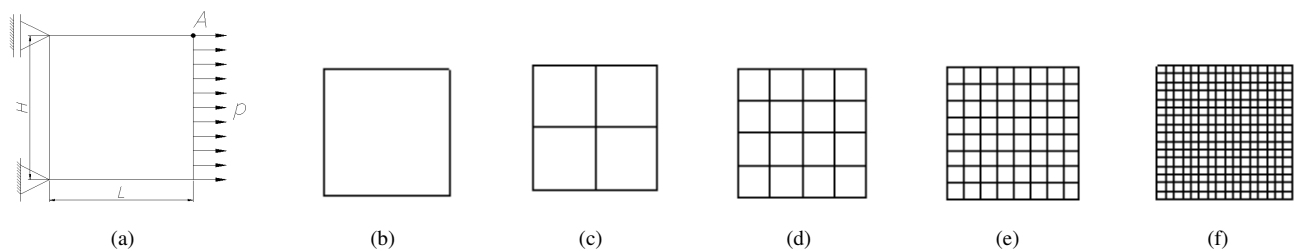


Figura 4. (a)Modelo de tração direta, (b)Malha 1, (c)Malha 2, (d)Malha 3, (e)Malha 4, (f)Malha 5

Realizadas as análises, constatou-se a ocorrência do fenômeno da localização de deformações numericamente induzida para modelos locais, nas malhas 2, 3, 4 e 5, conforme observado no gráfico da Fig. 5(a). O gráfico da Fig. 5(b) apresenta o resultado da análise não local, e pode-se observar que todas as curvas são coincidentes, mostrando que, mesmo para malhas bem refinadas, e portanto, mais sujeitas à localização de deformações numericamente induzida, o resultado foi capaz de descrever as trajetórias de equilíbrio completas.

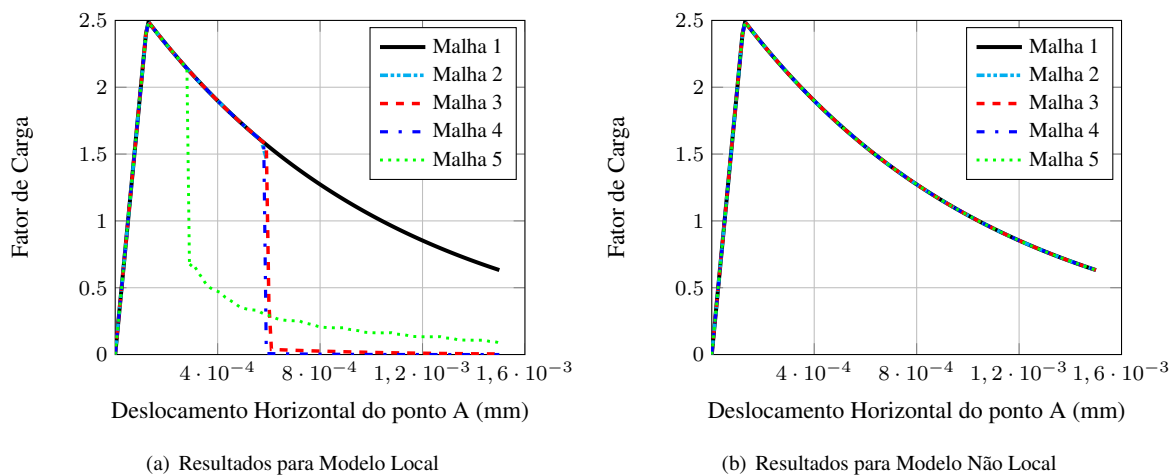


Figura 5. Trajetórias de Equilíbrio-Fator de Carga x Deslocamento Horizontal do ponto A.

5.2 Ensaio de Flexão em 3 Pontos

Neste ensaio, os modelos constitutivos locais e não locais serão avaliados em estudo de convergência de solução. O ensaio anterior trata de um caso de estrutura submetida à tração simples, ou seja, o grau de refinamento da malha não deveria interferir na solução. Entretanto, para o caso da flexão, o refinamento da malha tem grande influência nos resultados do modelo, uma vez que malhas pouco refinadas conduz a estrutura modelada a respostas mais rígidas do que malhas mais refinadas. Em elementos finitos espera-se que, com o refinamento sucessivo da malha, o modelo apresentará convergência para uma solução referência.

Jirasek (2004) propõe um ensaio de flexão em três pontos para avaliar a convergência de modelos constitutivos locais e não locais. Conforme mencionado, o refinamento da malha levaria o problema a uma convergência na solução, entretanto, este mesmo refinamento pode levar a estrutura ao problema de localização de deformações numericamente induzida. Com isso, este ensaio se mostra interessante para se avaliar tanto o comportamento dos modelos constitutivos ao problema de localização de deformações numericamente induzida, quanto sua influência na convergência à uma solução.

A Fig. 6 apresenta a geometria, a carga de referência, condições de contorno e malhas adotadas na simulação. Para o material adotou-se os seguintes parâmetros: $E_0 = 20000MPa$ e $\nu = 0,2$. Para a função de dano, adotou-se: $\alpha = 0,99$; $\beta = 200$ e $\kappa = 0,00009$. Os parâmetros para o modelo não local relativos à função Gaussiana utilizados foram: $L = 8,0mm$ e $k = 0,5$. No processo de solução, foi adotado o método de controle de deslocamento com incremento do deslocamento vertical no ponto A de $-0,004mm$ e tolerância de $0,0001$.

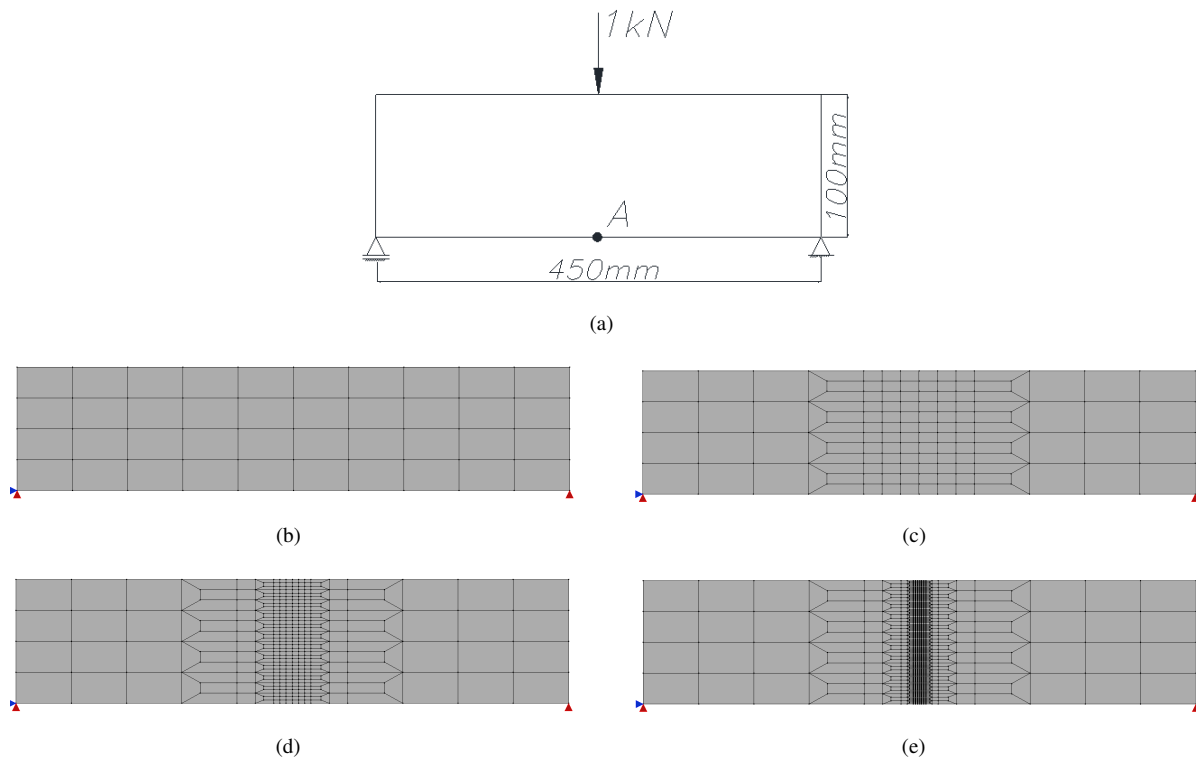


Figura 6. (a)Dados do Ensaio, (b)Malha 1, (c)Malha 2, (d)Malha 3,(e)Malha 4,

A Fig. 7 apresenta os resultados da análise adotando-se modelos constitutivos locais (Fig. 7(a)) e não locais (Fig. 7(b)). A partir da análise das trajetórias de equilíbrio, pode-se observar a convergência dos resultados para uma solução de referência em ambos os casos. Entretanto, para as análises via modelo local, claramente, observa-se a ocorrência de localização de deformações a partir das trajetórias de equilíbrio. O mesmo ocorre para as malhas menos refinadas na análise via modelo constitutivo não local, uma vez que o raio de $8mm$ é bem pequeno se comparado às dimensões dos elementos, tornando a análise bem próxima de uma análise local. Contudo, as malhas 3 e 4, cujas dimensões dos

elementos é inferior ao raio adotado, tem-se os resultados regularizados e, portanto, convergência obtida.

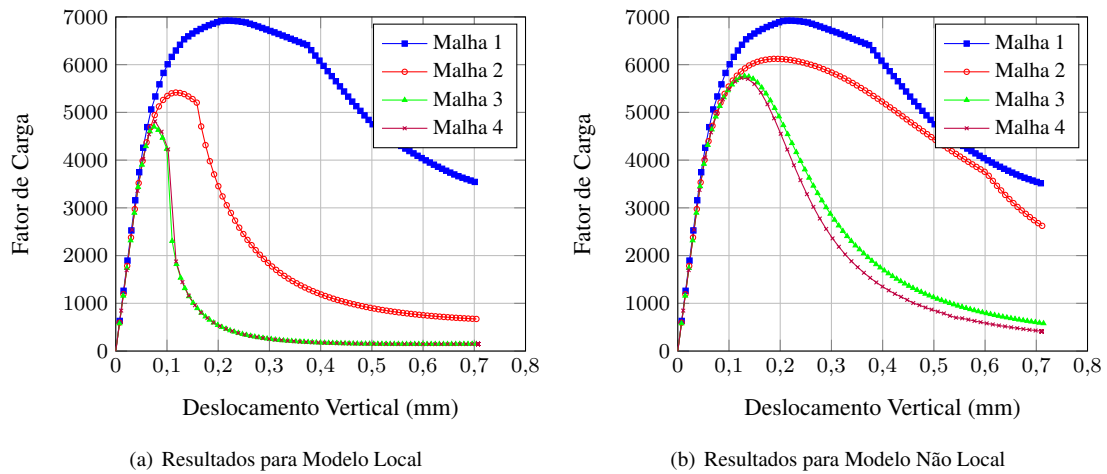


Figura 7. Trajetórias de Equilíbrio-Fator de Carga x Deslocamento Vertical do ponto A

O gráfico da Fig. 8 apresenta as trajetórias de equilíbrio dos modelos locais e não locais, para as malhas mais refinadas (malha 3 e 4). Assim comparados os resultados, observa-se que, mesmo havendo a convergência para uma solução, os modelos locais apresentam uma resposta bem diferente da solução obtida com o modelo não local. Este fato mostra de forma clara como o fenômeno, de origem numérica, afeta a acurácia dos resultados, uma vez que, mesmo com um refinamento de malha e a convergência para a solução. Ressalta-se que a localização numericamente induzida pode ser constatada a partir dos "saltos" e da mudança repentina de inclinação das curvas referentes ao modelo local. Tal comportamento não ocorre nas trajetórias referentes ao modelo não local.

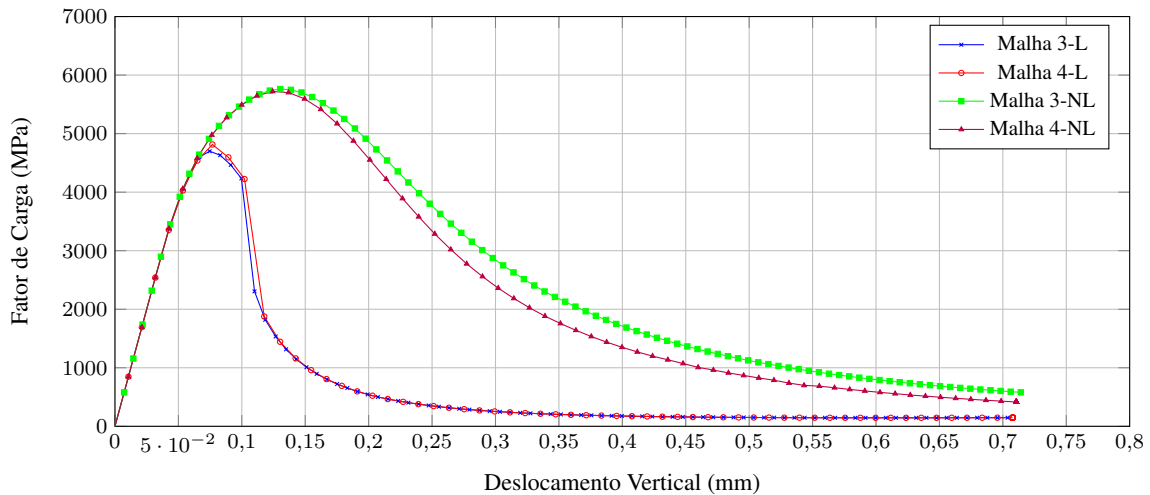


Figura 8. Trajetórias de Equilíbrio-Fator Carga x Deslocamento Vertical no ponto A

6. Conclusão

Este artigo apresentou uma análise do comportamento de um modelo não local, na regularização de resultados de análises fisicamente não lineares em comparação com modelos locais. Nos dois ensaios propostos pôde-se observar a diferença na qualidade do resultado entre as duas abordagens, sendo que, o modelo não local levou a resultados representativos, atenuando o fenômeno de localização de deformações numericamente induzida, observado no modelo local.

7. Agradecimentos

Os autores de trabalho agradecem à FAPEMIG pelo apoio financeiro fornecido.

Referências

- Bazant, Z.P. e Cabot, G.P., 1987. “Modeling of distributed damage by nonlocal continuum with local strain”. *4th Intern. Conf. on Numerical Methods in Fracture Mechanics*, pp. 411–432.
- Bazant, Z.P. e Lin, F.B., 1988. “Non local smeared cracking model for concrete fracture”. *ASCE*.
- de Borst, R. e Gutiérrez, M.A., 1999. “A unified framework for concrete damage and fracture models including size effects”. *International Journal of Fracture*, Vol. 95, pp. 261–277.
- Fuina, J.S., 2009. *Formulações de Modelos Constitutivos de Microplanos para Contínuos Generalizados*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Jirasek, M., 2004. “Non-local damage mechanics with application to concrete”. *RFGC*, Vol. 8, pp. 683–707.
- Penna, S.S., 2011. *Formulação Multipotencial para Modelos de Degradação Elástica: Unificação Teórica, Proposta de Novo Modelo, Implementação Computacional e Modelagem de Estruturas de Concreto*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PROCEDIMENTO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE MANCAIS MULTILÓBULOS LUBRIFICADOS A GÁS

Rodrigo de Araújo Simões, rodrigodasimoes@gmail.com

Marco Túlio Corrêa de Faria, mtfaria@demec.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG

Departamento de Engenharia Mecânica

Resumo. Esse trabalho apresenta o desenvolvimento de um procedimento computacional de elementos finitos para solução das equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem em mancais radiais multilóbulos hidrodinâmicos lubrificadas a gás, que são obtidas a partir da equação de Reynolds para fluidos compressíveis. São utilizados elementos quadriláteros de quatro nós para modelar o domínio do fluxo e da película de lubrificante do gás. A obtenção dos coeficientes dinâmicos desses mancais é baseada num procedimento fundamentado no método da perturbação aplicado sobre a solução estacionária da equação de Reynolds. A validação desse procedimento é efetuada por meio de comparação com resultados disponíveis na literatura. Esse procedimento permite estimar a capacidade de carga, os coeficientes de rigidez e de amortecimento para esses mancais em diversas condições de operação. Essas características estáticas e dinâmicas de desempenho são organizadas para oferecer meios relevantes para profissionais e engenheiros da área técnica na busca da seleção e do uso adequado do mancal mais apropriado para uma determinada aplicação.

Palavras-chave: Mancais Multilóbulos, Mancais a Gás, Elementos Finitos

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, uma grande variedade de mancais radiais foi sendo desenvolvida para combater os diferentes tipos de problemas de vibração em máquinas rotativas (Allaire e Flack, 1981). A aplicação de mancais a gás tem ganhado destaque, devido a algumas características que fazem seu uso ser vantajoso (Hamrock, 1994). Esse tipo de mancal é largamente empregado em situações que requeiram baixo atrito e ambiente livre de óleo (Faria, 1999).

A especificação de mancais hidrodinâmicos em projetos exige que as suas características estáticas e dinâmicas de desempenho estejam disponíveis. Porém, observa-se na literatura carência de procedimentos e dados que viabilizem a seleção adequada de mancais a gás (Faria, 2002), em especial mancais a gás multilóbulos.

Assim, o presente trabalho apresenta um procedimento de elementos finitos para análise de mancais multilóbulos lubrificadas a gás. Um método de alta ordem dos resíduos ponderados de Galerkin é desenvolvido para resolver a equação de Reynolds não linear para fluidos compressíveis. O método da perturbação linear é aplicado para obter as equações de ordem zero e de primeira ordem.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A Figura 1 apresenta a geometria de um mancal radial de três lóbulos e os parâmetros utilizados para a descrição de um mancal radial multilóbulos. XYZ é um sistema de coordenadas inercial.

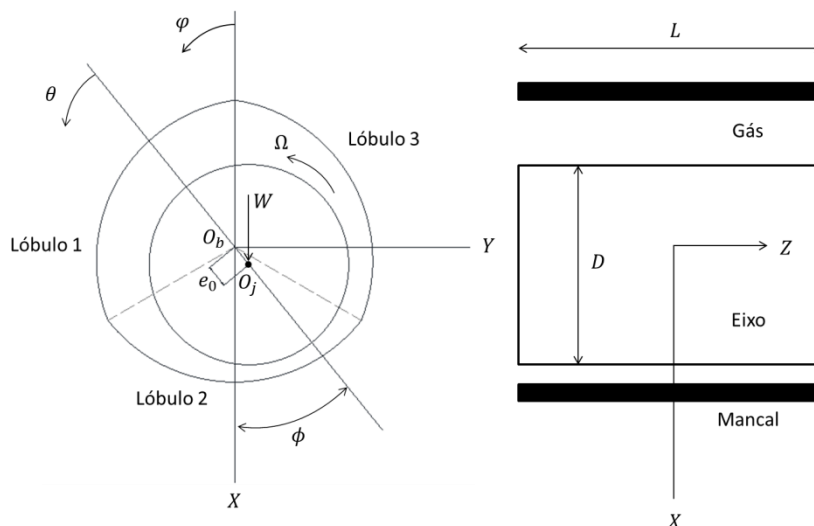


Figura 1. Geometria e parâmetros de um mancal radial multilóbulos lubrificado a gás

A equação de Reynolds para um gás ideal isotérmico e isoviscoso é dada pela Eq. 1:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3 p}{12 \mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3 p}{12 \mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (h p) + \frac{\partial}{\partial t} (h p) \quad (1)$$

onde o domínio do escoamento é $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $(-L/2) \leq z \leq (L/2)$. As condições de contorno são expressas pela equações:

$$p(\theta, L/2, t) = p(\theta, -L/2, t) = p_a \quad (2)$$

$$p(\theta, z, t) = p(\theta + 2\pi, z, t) \quad (3)$$

A folga radial nominal é c . A razão de excentricidade é dada por $\varepsilon = e_0/c$. O fator de pré-carga é dado por:

$$m_p = \frac{r_p}{c} = \frac{c - c_{min}}{c} \quad (4)$$

sendo a pré-carga $r_p = c - c_{min}$ e a folga mínima c_{min} . Para um mancal radial cilíndrico $m_p = 0$. A expressão para espessura do filme h_0 , dependente do lóbulo em questão n , é dada pela Eq. (5):

$$h_0 = c \left[1 + \varepsilon_X \cos \varphi + \varepsilon_Y \sin \varphi - m_p \cdot \cos(\varphi - \varphi_{p_n}) \right] \quad (5)$$

em que φ_{p_n} é a posição angular do centro do lóbulo n , denominado posição angular do pivô. As seguintes transformações de coordenadas se aplicam:

$$\varphi = \theta + \phi \quad (6)$$

$$d\varphi = d\theta \quad (7)$$

3. EQUAÇÕES DE LUBRIFICAÇÃO

O método da perturbação linear é aplicado na equação clássica de Reynolds para obter as equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem (Lund, 1987), cujas soluções permitem a determinação da capacidade de carga e dos coeficientes de força dinâmicos do mancal. A posição de equilíbrio do eixo (e_{X_0}, e_{Y_0}) é perturbada por deslocamentos de pequena amplitude ($\Delta e_X, \Delta e_Y$) com uma frequência de excitação ω . A espessura do filme perturbada é:

$$h = h_0 + (\Delta e_X h_X + \Delta e_Y h_Y) e^{i\omega t} = h_0 + \Delta e_\sigma h_\sigma e^{i\omega t}; \sigma = X, Y; i = \sqrt{-1} \quad (8)$$

sendo $h_X = \cos \theta$ e $h_Y = \sin \theta$. As pequenas perturbações provocam variações no campo de pressão:

$$p(\theta, z, t) = p_0(\theta, z) + (\Delta e_X p_X + \Delta e_Y p_Y) e^{i\omega t} = p_0(\theta, z) + \Delta e_\sigma p_\sigma e^{i\omega t} \quad (9)$$

A Equação 8 e a Equação 9 são substituídas na Eq. 1 resultando nas equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h_0^3 p_0}{12 \mu} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_0^3 p_0}{12 \mu} \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (h_0 p_0) \quad (10)$$

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{3 h_0^2 h_\sigma p_0}{12 \mu} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} + \frac{h_0^3}{12 \mu} \frac{\partial (p_\sigma p_0)}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3 h_0^2 h_\sigma p_0}{12 \mu} \frac{\partial p_0}{\partial z} + \frac{h_0^3}{12 \mu} \frac{\partial (p_\sigma p_0)}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \left(\frac{\partial (h_0 p_\sigma)}{\partial \theta} + \frac{\partial (h_\sigma p_0)}{\partial \theta} \right) + i\omega (h_0 p_\sigma + h_\sigma p_0) \quad (11)$$

4. EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS

O domínio é dividido em elementos quadrangulares de quatro nós isoparamétricos, conforme Fig. 2, onde são apresentadas as coordenadas naturais do elemento.

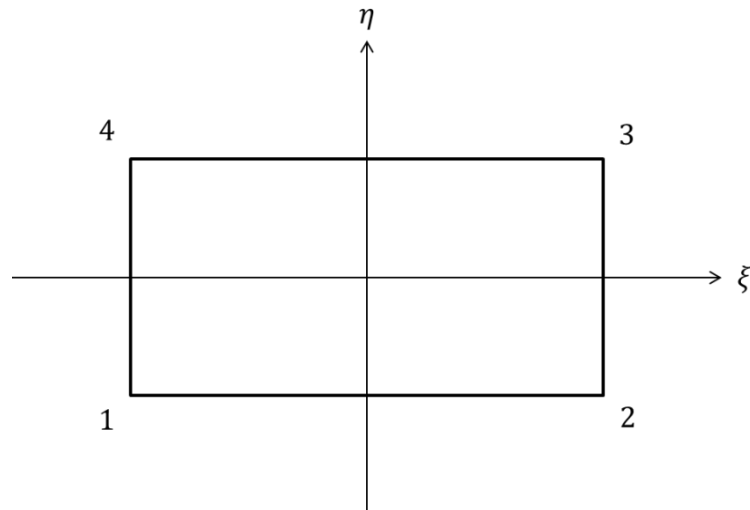


Figura 2. Elemento quadrangular de quatro nós e coordenadas naturais.

Os campos de pressão de ordem zero e de primeira ordem utilizam funções de interpolação ψ_i^e de alta ordem:

$$\psi_1^e = \frac{1}{2}(1 - \eta) \left(\frac{e^{\lambda} - e^{\lambda \xi}}{e^{\lambda} - e^{-\lambda}} \right) \psi_2^e = \frac{1}{2}(1 - \eta) \left(\frac{e^{\lambda \xi} - e^{-\lambda}}{e^{\lambda} - e^{-\lambda}} \right) \quad (12)$$

$$\psi_3^e = \frac{1}{2}(1 + \eta) \left(\frac{e^{\lambda \xi} - e^{-\lambda}}{e^{\lambda} - e^{-\lambda}} \right) \psi_4^e = \frac{1}{2}(1 + \eta) \left(\frac{e^{\lambda} - e^{\lambda \xi}}{e^{\lambda} - e^{-\lambda}} \right) \quad (13)$$

onde λ é o número de velocidade local e também o número de Péclet, dado por:

$$\lambda = \frac{6\mu U L_e}{p_e h_e^2} \quad (14)$$

Assim, as equações dos elementos finitos são determinadas utilizando o método dos resíduos ponderados de Galerkin pela forma fraca, o que resulta em:

$$k_{ji}^e p_{0i}^e = f_j^e + q_j^e; i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

$$k_{\sigma ji}^e p_{\sigma i}^e = f_{\sigma j}^e + q_{\sigma j}^e; i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (16)$$

sendo:

$$k_{ji}^e = \iint_{\Omega_e} \left(\frac{p_0 h_0^3}{12 \mu} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) - \frac{U h_0}{2 R} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} \psi_i^e \right) d\Omega_e \quad (17)$$

$$f_j^e = - \iint_{\Omega_e} p_0 \Omega (-e_{X_0} \sin(\theta + \Omega t) + e_{Y_0} \cos(\theta + \Omega t)) \psi_j^e d\Omega_e \quad (18)$$

$$q_j^e = - \oint_{\Gamma_e} \psi_j^e \dot{m}_n d\Gamma_e \quad (19)$$

$$k_{\sigma ji}^e = \iint_{\Omega_e} \left\{ \frac{h_0^3}{12 \mu} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) \psi_i^e + \frac{h_0^3 p_0}{12 \mu} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. - \frac{U h_0}{2 R} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} \psi_i^e + \Omega (-e_{X_0} \sin(\theta) + e_{Y_0} \cos(\theta)) \psi_i^e \psi_j^e + i \omega h_0 \psi_j^e \psi_i^e \right\} d\Omega_e \quad (20)$$

$$f_{\sigma j}^e = \iint_{\Omega_e} \left\{ \frac{-3 h_0^2 h_{\sigma} p_0}{12 \mu} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) + \frac{U}{2} p_0 \frac{h_{\sigma}}{R} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \theta} - p_0 \Omega \frac{\partial h_{\sigma}}{\partial \theta} \psi_j^e - i \omega p_0 h_{\sigma} \psi_j^e \right\} d\Omega_e \quad (21)$$

$$q_{\sigma j}^e = - \oint_{\Gamma_e} \psi_j^e \dot{m}_{\sigma n} d\Gamma_e \quad (22)$$

5. CAPACIDADE DE CARGA E COEFICIENTES DE FORÇA DINÂMICOS

A capacidade de carga e os coeficientes dinâmicos de força são obtidos por meio da integração dos campos de pressão de ordem zero e de primeira ordem por todo o domínio:

$$F_0 = \int_0^L \int_0^{2\pi} (p_0 - p_a) h_\sigma R d\theta dz \quad (23)$$

$$Z_{\sigma\beta} = K_{\sigma\beta} + i \omega C_{\sigma\beta} = - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\beta h_\sigma R d\theta dz ; \sigma, \beta = X, Y \quad (24)$$

ou

$$\begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} + i \omega \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} \\ C_{YX} & C_{YY} \end{bmatrix} = - \int_0^L \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} p_X h_X & p_Y h_X \\ p_X h_Y & p_Y h_Y \end{bmatrix} R d\theta dz \quad (25)$$

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

Essa seção é dividida em duas subseções: 6.1 Análise de sensibilidade de malha e 6.2 Validação do procedimento.

6.1 Análise de sensibilidade de malha

Os parâmetros de base do sistema eixo-mancal utilizados para análise de sensibilidade de malha constam na Tab. 1. O mancal é de três lóbulos.

Tabela 1. Parâmetros de base para análise de sensibilidade.

Símbolo	Parâmetro	Valor	Unidade
μ	Viscosidade dinâmica	1,90E-05	Pa.s
ρ	Massa específica	1,32	kg/m ³
p_a	Pressão ambiente	1,01E+05	Pa
L	Comprimento do mancal	0,1	m
D	Diâmetro do eixo	0,05	m
c	Folga radial nominal	5,00E-06	m
r_p	Pré-carga	5,00E-07	m
m_p	Fator de pré-carga	0,1	-
Ω	Velocidade de rotação	3384	rpm
A	Número do mancal	10	-
ε	Razão de excentricidade	0,2	-

O número do mancal (adimensional) e a capacidade de carga adimensional, utilizados para apresentação de resultados, são expressos, respectivamente, por:

$$\Lambda = \frac{F_0}{p_a L D} \quad (26)$$

$$f = \frac{F_0}{p_a L D} \quad (27)$$

A Tabela 2 apresenta os resultados da análise de sensibilidade de malha. Foram testado 3 números de elementos para cada direção. Em ordem crescente, observa-se que da primeira seleção para a segunda houve uma maior variação do resultado avaliado (capacidade de carga), tanto para a direção circunferencial (em média 3,0%) quanto para a direção axial (em média 3,5%). Já da segunda seleção para a terceira, a variação foi menor: em média 0,6% para a direção circunferencial e 0,7% para a direção axial. Assim, a segunda seleção (12 elementos por lóbulo na direção circunferencial e 10 elementos na direção axial) foi escolhida para a validação do procedimento.

Tabela2. Resultado da análise de sensibilidade de malha.

Número de elementos			Capacidade de carga [N]
Direção circunferencial		Direção axial	
Por lóbulo	Total		
6	18	5	152,3
6	18	10	157,8
6	18	15	158,9
12	36	5	156,9
12	36	10	162,5
12	36	15	163,6
18	54	5	157,9
18	54	10	163,5
18	54	15	164,6

6.2 Validação do procedimento

Devido à indisponibilidade de resultados para mancais multilóbulos lubrificadas a gás na literatura, o procedimento será validado por meio da comparação com resultados de mancais radiais cilíndricos lubrificadas a gás. No caso de mancais radiais cilíndricos $m_p = 0$. Um mancal radial cilíndrico, conforme parâmetros de base apresentados na Tab. 3, foi analisado e os resultados de capacidade de carga adimensional e ângulo de posição são comparados com os obtidos por Bonneau e Absi (1994).

Tabela3. Parâmetros de base para validação do procedimento.

Símbolo	Parâmetro	Valor	Unidade
μ	Viscosidade dinâmica	1,90E-05	Pa.s
ρ	Massa específica	1,32	kg/m ³
p_a	Pressão ambiente	1,01E+05	Pa
L	Comprimento do mancal	0,1	m
D	Diâmetro do eixo	0,05	m
c	Folga radial nominal	5,00E-06	m
r_p	Pré-carga	0,0	m
m_p	Fator de pré-carga	0,0	-
Ω	Velocidade de rotação	338,4; 3384; 33840	rpm
A	Número do mancal	1; 10; 100	-
ε	Razão de excentricidade	0,4	-

A Tabela 4 apresenta os resultados para validação do procedimento. Em geral, as diferenças relativas são menores ou próximas de 10%, exceto para um caso, no qual a diferença relativa é de 30%. Esse valor é aceitável na situação em questão, considerando que o valor de referência é pequeno, fazendo com que pequenas diferenças representem grandes percentuais.

Tabela4. Resultados para validação do procedimento.

Número do mancal Λ	Capacidade de carga adimensional			Ângulo de posição [$^{\circ}$]		
	Presente trabalho	Bonneau e Absi (1994)	Diferença relativa	Presente trabalho	Bonneau e Absi (1994)	Diferença relativa
1	0,27	0,3	-8,7%	51,2	52	-1,5%
10	0,62	0,7	-11,4%	9,8	10	-2,0%
100	0,69	0,8	-13,8%	1,4	2	-30,0%

A Figura 3 e a Figura 4 apresentam, respectivamente, o gráfico comparativo das capacidades de carga adimensional em função do número do mancal e o do ângulo de posição em função do número do mancal.

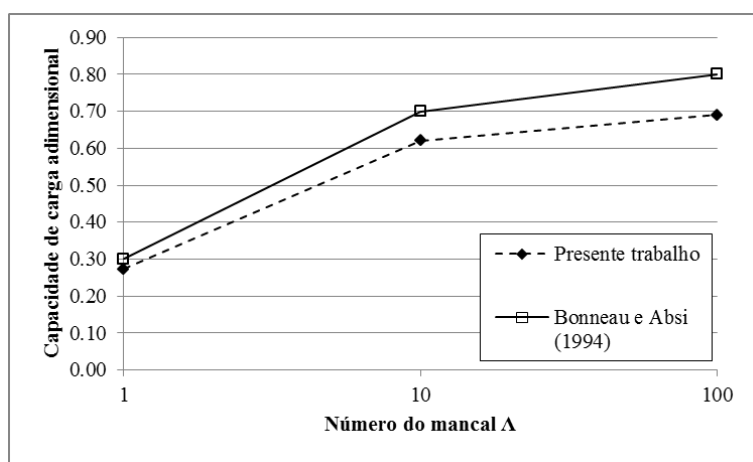


Figura 3. Gráfico comparativo da capacidade de carga adimensional em função do número do mancal.

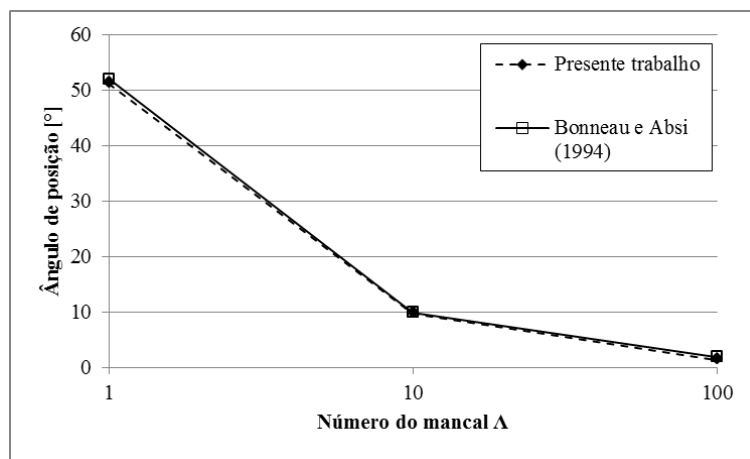


Figura 4. Gráfico comparativo ângulo de posição em função do número do mancal.

7. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um procedimento de elementos finitos para análise de mancais radiais multilóbulos lubrificadas a gás. O método da perturbação linear é aplicado para obter as equações de ordem zero e de primeira ordem a partir da equação de Reynolds não linear para fluidos compressíveis. O método dos resíduos ponderados de Galerkin, com funções de interpolação de alta ordem, é, então, utilizado para obtenção das equações de elementos finitos. Devido à carência de resultados para mancais multilóbulos a gás na literatura, o procedimento é validado preliminarmente com base em resultados para mancais radiais cilíndricos. Os resultados obtidos indicam uma boa acurácia do procedimento.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pelo auxílio financeiro ao primeiro autor como bolsista.

NOMENCLATURA

c	folga nominal
c_{min}	folga mínima
D	diâmetro do eixo
e_0	excentricidade
f	matriz fluxo nodal pelo elemento
F_0	capacidade de carga
f_0	capacidade de carga adimensional
h	espessura do filme fluido
i	unidade imaginária
k	matriz dos coeficientes
L	comprimento do mancal
m_p	fator de pré-carga
\dot{m}_n	fluxo de massa pelo contorno do elemento
O_b	centro do mancal
O_j	centro do eixo
p	pressão
p_a	pressão ambiente
q	matriz fluxo nodal pelo contorno do elemento
R	raio do eixo
r_p	pré-carga
t	tempo
U	velocidade tangencial
XYZ	sistema de coordenadas inercial
W	peso do sistema rotativo
Z	impedância complexa

Letras gregas

Γ_e	contorno do elemento
Λ	número do mancal
Ω	velocidade de rotação do eixo
Ω_e	domínio do elemento
ε	razão de excentricidade
η, ξ	coordenadas naturais do elemento
θ	coordenada circunferencial móvel
λ	número de velocidade local
μ	viscosidade dinâmica
ρ	massa específica
φ	coordenada circunferencial fixa
ϕ	ângulo de posição
ψ	funções de interpolação
ω	frequência de excitação

Subscritos

0	condição estática ou ordem zero
i, j	índices
X, Y, Z	direção X, Y ou Z
σ, β	primeira ordem, na direção X ou Y

Sobrescritos

e	elemento
-----	----------

REFERÊNCIAS

- Allaire, P. e Flack, R. D., 1981. "Design of Journal Bearings for Rotating Machinery". Proceedings of the 10th Turbomachinery Symposium, pp. 25-45.
- Bonneau, D. e Absi, J., 1994. "Analysis of Aerodynamic Journal Bearings with Small Number of Herringbone Grooves by Finite Element Method". ASME Journal of Tribology, Vol. 116, pp. 698-704.
- Faria, M. T. C., 1999. "A Novel Finite Element Procedure for Hydrodynamic Thin Gas Film Lubrication". XV COBEM, Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Águas de Lindóia, SP.
- Faria, M. T. C., 2002. "A Finite Element Procedure for Gas Lubricated Journal Bearings". V SIMMEC, Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional. Juiz de Fora, MG.
- Hamrock, B.J., 1994. "Fundamentals of Fluid Film Lubrication". McGraw-Hill, New York.
- Lund, J.W., 1987. "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings". ASME Journal of Tribology, Vol. 109, n. 1, pp. 37-41.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

PROPOSTA TEÓRICA PARA MODELAGEM MULTIESCALA DE MEIOS PARCIALMENTE FRÁGEIS HETEROGÊNEOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

Humberto Alves da Silveira Monteiro, humbertomonteiro@gmail.com

Roque Luiz da Silva Pitangueira, roque@dees.ufmg.br

Felício Bruzzi Barros, felicio@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais. Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - Belo Horizonte - MG

Resumo. Em análise de estruturas é comum a adoção de modelos de escala única, representativa do nível macroscópico ou estrutural, na qual a resposta global do domínio estudado é costumeiramente desejada. Nesses modelos, o meio é considerado homogêneo e busca-se utilizar relações constitutivas fenomenológicas que reflitam devidamente o comportamento de escalas subjacentes. Contudo, a rigor, todo material é heterogêneo em alguma escala de comprimento suficientemente pequena e no caso de meios parcialmente frágeis, é exatamente a natureza não homogênea do contínuo que responde por muitos dos fenômenos captados em nível estrutural, sobretudo pelo proeminente comportamento mecânico não linear. Assim, a investigação do material em diferentes escalas de observação é fundamental para o modelamento adequado do meio. Nesse sentido, o presente trabalho propõe a adoção do Método dos Elementos Finitos Generalizados associado à metodologia Global-Local (MEFG-GL) para a modelagem de meios parcialmente frágeis em duas escalas. Através da solução de um problema de valor de contorno global (macroescala) inicial, produzem-se condições de contorno para domínios locais (meso/microescala), nos quais as não homogeneidades do material são introduzidas. A resolução dos problemas locais gera numericamente funções de enriquecimento para o domínio global que, finalmente, é novamente processado. Espera-se, com a aplicação do método proposto, capturar o comportamento da escala refinada, bem como seu efeito no problema global. O sistema INSANE (INteractive Structural ANALysis Environment), software livre desenvolvido no Departamento de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais, é utilizado na implementação.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos Generalizados, Análise Multiescala, Global-Local, Heterogeneidade, Meios Parcialmente Frágeis.

1. INTRODUÇÃO

Materiais formados por constituintes dissimilares distinguíveis em determinada escala de comprimento, pequena por definição, recebem o nome de heterogêneos, não homogêneos, micro-estruturados ou complexos. Exemplos comuns são: compósitos, concreto, policristais, polímeros, tecidos biológicos, madeiras, solos, argilas, espumas, entre outros. Em razão da natureza de seu fraturamento, alguns desses meios, como o concreto e os geomateriais, podem ser classificados como parcialmente frágeis. Estes meios apresentam um moderado encruamento anteriormente a sua tensão resistente última, seguido de amolecimento progressivo após o referido pico, sendo a resposta mecânica marcadamente não linear (Bohm, 1998; Karihaloo, 2010).

Atualmente, o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) vem sendo desenvolvido em diversos trabalhos científicos para estudo de variados problemas da mecânica dos sólidos, com destaque para aqueles de fratura. Nesse método, enriquece-se o espaço de aproximação original de um elemento finito através de funções especiais, de modo a captar-se fenômenos específicos. Mais recentemente, emprega-se o MEFG em problemas de múltiplas escalas de análise, em que deseja-se investigar o comportamento de domínios locais (refinados) que apresentem singularidades ou alguma outra peculiaridade, bem como estudar os domínios globais (grosseiros) associados. Nesse contexto, surge o Método dos Elementos Generalizados com enriquecimento Global-Local (MEFG-GL), que utiliza funções de enriquecimento

oriundas de uma composição híbrida da estratégia tradicional de análise Global-Local com o MEFG.

Nesse sentido, o presente trabalho propõe a adoção do MEFG-GL para modelamento de materiais parcialmente frágeis com introdução da heterogeneidade, e portanto, seguindo um enfoque de múltiplas escalas, marcadamente de duas: uma macroscópica, estrutural ou global e outra mesoscópica (é comum, contudo, o uso do termo microscópico para representação do nível imediatamente inferior ao macro) ou local, na qual a representação das diferentes fases do meio será processada. Para isso, será utilizado o sistema computacional INSANE (*INteractive Structural ANalysis Environment*), um software livre desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais, escrito em linguagem Java e disponível em <http://www.insane.dees.ufmg.br>. Este ambiente é composto por aplicações gráficas interativas de pré- e pós-processamento que atuam em conjunto com um núcleo numérico que dispõe de vários recursos para solução de diversos problemas estruturais. Mais especificamente ao trabalho, conta com formulações do MEFG, do MEFG-GL, análise não linear, bem como possui uma vasta gama de modelos constitutivos, estruturados no Ambiente Unificado para Modelos Constitutivos (Penna, 2011).

2. MODELAGEM MULTIESCALA

Muitos materiais, sejam naturais ou manufaturados, apresentam estrutura interna em diferentes escalas. Nestes tipos de materiais, cada nível estrutural desempenha seu papel na resposta global, ou seja, o comportamento do material é controlado tanto pelos fenômenos físicos que acontecem isoladamente nas várias escalas, como pela interação entre elas (Zienkiewicz e Taylor, 2005; Bohm, 1998).

Além do comportamento material, o comportamento estrutural é de interesse, pois é em escala macroscópica que o carregamento externo é normalmente aplicado e onde a resposta global do modelo estudado deve ser obtida. Nesse nível, a simulação direta é complexa e consome muito tempo, pois a discretização do modelo deve atingir as escalas mais inferiores, nas quais se localizam as informações necessárias. Através dessa abordagem, podem ser obtidos simultaneamente o comportamento macroscópico da estrutura e aquele de escalas subjacentes. Entretanto, essa prática não é imperativa e em situações em que se deseja investigar níveis atômicos ou mais refinados, nem mesmo possível. A modelagem multi-escala se dedica, assim, ao desenvolvimento dessas análises, construindo e avaliando hierarquicamente diversos modelos de escala única, de modo a fornecer respostas tanto macroscópicas, quanto de escalas mais internas, utilizando diferentes metodologias para a devida interligação entre elas (Zienkiewicz e Taylor, 2005).

Originalmente, os estudos em modelagem de múltiplas escalas desenvolveram-se a partir de um enfoque vinculado à Micromecânica do Contínuo, relacionando o comportamento macroscópico total de meios heterogêneos à detalhes de sua constituição microscópica através de um conceito de homogeneização. A idéia básica é a substituição de um pequeno pedaço de material micro-heterogêneo por outro homogêneo, que do ponto de vista macroscópico, comporta-se da mesma maneira que o pequeno sólido heterogêneo. Nesse sentido, deduz-se um comportamento geral do material (referido como efetivo ou aparente), obtendo-se propriedades mecânicas, térmicas, elétricas ou multifísicas, como rigidez, coeficientes de expansão térmica, condutividade, entre outras, a partir do correspondente comportamento individual dos constituintes, suas interfaces e arranjos geométricos das fases (Markov, 1999; Bohm, 1998).

Em abordagens micromecânicas explícitas, a adequada representação da estrutura interna em uma escala de comprimento adequada é realizada utilizando-se o Elemento de Volume Representativo (EVR). O EVR é um subvolume do domínio, suficientemente pequeno, do ponto de vista macroscópico, para ser tratado como um ponto e grande o suficiente para conter todas as informações microscópicas necessárias, sendo representativo das heterogeneidades do sólido (Markov, 1999).

Há na literatura, entretanto, outras abordagens não eminentemente micromecânicas para avaliação de problemas em que existam mais de um domínio de análise. Fornece-se, portanto, uma nova interpretação de problemas multiescala, nos quais deseja-se avaliar o comportamento de diferentes escalas de detalhamento e a interação entre elas, notadamente duas: uma grosseira e outra refinada. Duarte e Babuska (2005) introduzem o Método dos Elementos Finitos Generalizados com enriquecimento Global-Local como extensão de conceitos propostos em Strouboulis *et al.* (2000) para estudo de proble-

mas de fratura em domínios tridimensionais, nos quais funções de enriquecimento do MEF_G são geradas numericamente através da resolução de um problema de valor de contorno (PVC) local de uma região restrita do domínio. Nessa abordagem, destacam-se os trabalhos de Duarte e Kim (2008), Kim *et al.* (2010), Kim *et al.* (2012), Gupta *et al.* (2012), Gupta *et al.* (2013) e Plews e Duarte (2015).

3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS GENERALIZADOS

3.1 Formulação

Seja a partição tradicional de um domínio Ω por elementos finitos Ω^h , em que Ω^h é a união de elementos finitos individuais Ω^e , com $e = 1, \dots, n^e$; $n^e = \text{número total de elementos}$.

Define-se três componentes fundamentais do espaço de aproximação do MEF_G:

- *Nuvens* ω_α : União dos elementos finitos com incidência no nó α . Assim, o conjunto $\{\omega_\alpha\}_{\alpha=1}^n$, $n = \text{número de nós}$, é uma cobertura aberta tal que $\Omega^h = \bigcup_{\alpha=1}^n \omega_\alpha$.
- *Partição da unidade (PU) submetida à cobertura* $\{\omega_\alpha\}_{\alpha=1}^n$: Basicamente, uma PU é um conjunto de funções que somam a unidade em qualquer ponto \mathbf{x} pertencente a um domínio Ω^h . Nesse sentido, as funções de forma do MEF, N_α , $\alpha = 1, \dots, n$, constituem uma PU, ou seja, $\sum_{\alpha=1}^n N_\alpha(\mathbf{x}) = 1 \forall \mathbf{x} \in \Omega^h$.
- *Espaços de aproximação* χ_α *das nuvens*: A cada nuvem, associa-se um conjunto χ_α de dimensão $D(\alpha)$ de funções $L_{\alpha i}$, de forma que $\chi_\alpha = \{L_{\alpha i}, 1 \leq i \leq D(\alpha), L_{\alpha i} \in H^1(\omega_\alpha)\}$. Às funções de base $L_{\alpha i}$ dá-se o nome de funções de enriquecimento. $L_{\alpha i}$ possui natureza diversa, podendo ser, por exemplo, polinomial, singular ou descontínua, dependendo do problema estudado.

Assim, o espaço de aproximação do MEF_G (\mathbb{E}_{MEFG}) é obtido pela expansão hierárquica do espaço de aproximação do Método dos Elementos Finitos (MEF) tradicional (\mathbb{E}_{MEF}) com o espaço correspondente ao enriquecimento (\mathbb{E}_{ENR}), ou seja:

$$\mathbb{E}_{MEFG} = \mathbb{E}_{MEF} + \mathbb{E}_{ENR} \quad (1)$$

em que

$$\mathbb{E}_{MEF} = \sum_{\alpha \in I} N_\alpha(\mathbf{x}) a_\alpha \quad (2)$$

$$\mathbb{E}_{ENR} = \sum_{\alpha \in I_{ENR}} N_\alpha(\mathbf{x}) \chi_\alpha; \text{ com } \chi_\alpha = \sum_i^{n_{ENR}} L_{\alpha i}(\mathbf{x}) b_{\alpha i} \quad (3)$$

sendo I o conjunto dos índices dos nós da malha de elementos finitos; $I_{ENR} \subset I$ o conjunto dos índices dos nós enriquecidos dessa malha e n_{ENR} o número total desses nós; a_α e $b_{\alpha i}$ são valores nodais de grandezas aproximadas em cada espaço.

As funções de forma em \mathbb{E}_{MEFG} são computadas segundo:

$$\phi_{\alpha i}(\mathbf{x}) = N_\alpha(\mathbf{x}) L_{\alpha i}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

Finalmente, um campo escalar u qualquer pode ser aproximado através do MEFM (\tilde{u}) de acordo com a Eq. 5.

$$u(\mathbf{x}) \approx \tilde{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in I} N_{\alpha}(\mathbf{x}) a_{\alpha} + \sum_{\alpha \in I_{ENR}} N_{\alpha}(\mathbf{x}) \sum_i^{n_{ENR}} L_{\alpha i}(\mathbf{x}) b_{\alpha i}; \quad \mathbf{x} \in \Omega^h \quad e \quad a_{\alpha}, b_{\alpha i} \in \mathbb{R} \quad (5)$$

4. PROPOSTA DE ANÁLISE MULTIESCALA

No presente artigo, propõe-se a associação da metodologia Global-Local ao MEFM, como forma de modelagem de problemas em dois níveis, um grosseiro (global) e outro refinado (local). A introdução da heterogeneidade em nível local caracteriza automaticamente o emprego de diferentes escalas de observação do material, uma macroescala (Problema Global) e uma meso/microescala (Problema Local) que transmite ao domínio global os seus efeitos através da construção das funções de enriquecimento do referido método numérico e da contribuição na montagem das rigidezes utilizadas no equilíbrio global.

4.1 Formulação

4.1.1 Problema de valor de contorno a ser modelado

Seja um domínio $\Omega = \Omega_G \cap \Gamma_G$ em \mathbb{R}^3 , cujo contorno pode ser dividido segundo $\Gamma_G = \Gamma_G^u \cup \Gamma_G^t$, com $\Gamma_G^u \cap \Gamma_G^t = \emptyset$. Define-se o seguinte problema de equilíbrio em elasticidade tridimensional:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}, \quad em \quad \Omega_G \quad (6)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \quad em \quad \Gamma_G^u \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}}, \quad em \quad \Gamma_G^t \quad (8)$$

de tal forma que se pode escrever:

$$\text{Encontre } \mathbf{u}_G^k \in \mathbb{E}_G(\Omega_G) \subset H^1(\Omega_G) \mid \forall \delta \mathbf{u}_G^k \in \mathbb{E}_G(\Omega_G)$$

$$\int_{\Omega_G} \nabla(\delta \mathbf{u}_G) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_G) dV + \eta \int_{\Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_G \cdot \mathbf{u}_G dS = \int_{\Omega_G} \delta \mathbf{u}_G \cdot \mathbf{b} dV + \int_{\Gamma_G^t} \delta \mathbf{u}_G \cdot \bar{\mathbf{t}} dS + \eta \int_{\Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_G \cdot \bar{\mathbf{u}} dS \quad (9)$$

em que η é um parâmetro de penalidade, $\bar{\mathbf{u}}$ e $\bar{\mathbf{t}}$ são deslocamentos e vetores de tração prescritos no contorno, respectivamente, \mathbf{n} é o vetor normal à superfície Γ_G^t , \mathbf{b} é o vetor de forças de corpo, e $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\epsilon}$, sendo \mathbf{D} o tensor constitutivo, função do campo de deformações.

4.1.2 Problema local não linear

Seja $\mathbf{u}_G^{k-1} \in \mathbb{E}_G(\Omega_G)$ uma aproximação do MEFM para o problema da Eq. 9 no passo incremental $k-1$. Condições de contorno prescritas $\bar{\mathbf{u}}^k$ e $\bar{\mathbf{t}}^k$ são impostas de maneira exata em $(\Gamma_L \cap \Gamma_G^u)$ e $(\Gamma_L \cap \Gamma_G^t)$, respectivamente. Em $(\Gamma_L \setminus \Gamma_L \cap \Gamma_G)$, utiliza-se como condições de contorno uma estimativa da solução global no passo k corrente, na forma:

$$\mathbf{u}_{G,0} = \frac{k}{k-1} \mathbf{u}_G^{k-1} \quad (10)$$

Desse modo, pode-se estabelecer o seguinte problema não linear:

Encontre $\mathbf{u}_L^k \in \mathbb{E}_L(\Omega_L) \subset H^1(\Omega_L) \mid \forall \delta \mathbf{u}_L^k \in \mathbb{E}_L(\Omega_L)$

$$\int_{\Omega_L} \nabla(\delta \mathbf{u}_L^k) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_L^k) dV + \eta \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot \mathbf{u}_L^k dS + \kappa \int_{\Gamma_L \setminus (\Gamma_L \cap \Gamma_G)} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot \mathbf{u}_L^k dS = \int_{\Omega_L} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot \mathbf{b}^k dV + \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^t} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot \bar{\mathbf{t}}^k dS + \eta \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot \bar{\mathbf{u}}^k dS + \int_{\Gamma_L \setminus (\Gamma_L \cap \Gamma_G)} \delta \mathbf{u}_L^k \cdot [\mathbf{t}(\mathbf{u}_{G,0}^k) + \kappa \mathbf{u}_{G,0}^k] dS \quad (11)$$

em que $\boldsymbol{\sigma}$ é dado por uma relação constitutiva não linear e $[\mathbf{t}(\mathbf{u}_{G,0}^k) + \kappa \mathbf{u}_{G,0}^k]$ são tensões ao longo da interface entre domínios local e global, função da resposta global inicial estimada ($\mathbf{u}_{G,0}^k$) e κ é um constante escolhida de modo a definir as condições de contorno de Neumann ($\kappa = 0$), Dirichlet ($\kappa \cong \eta$) ou Cauchy ($0 < \kappa < \eta$).

4.1.3 Problema global linear

A solução local \mathbf{u}_L^k é utilizada como uma função de enriquecimento numericamente gerada. Desse modo, as funções de forma do MEFG são dadas segundo:

$$\phi_\alpha^k = N_\alpha \mathbf{u}_L^k \quad (12)$$

com a partição da unidade fornecida por uma malha de elementos finitos grosseira em Ω_G .

O seguinte problema linear é proposto em escala global:

Encontre $\mathbf{u}_G^k \in \mathbb{E}_G(\Omega_G) \subset H^1(\Omega_G) \mid \forall \delta \mathbf{u}_G^k \in \mathbb{E}_G(\Omega_G)$

$$\int_{\Omega_G} \nabla(\delta \mathbf{u}_G^k) : \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}_G^k) dV + \eta \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_G^k \cdot \mathbf{u}_G^k dS = \int_{\Omega_G} \delta \mathbf{u}_G^k \cdot \mathbf{b}^k dV + \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^t} \delta \mathbf{u}_G^k \cdot \bar{\mathbf{t}}^k dS + \eta \int_{\Gamma_L \cap \Gamma_G^u} \delta \mathbf{u}_G^k \cdot \bar{\mathbf{u}}^k dS \quad (13)$$

em que $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ depende de um tensor constitutivo função da solução local ($\mathbf{D}(\mathbf{u}_L^k)$) e constante no passo k .

4.2 Descrição de procedimentos de análise

4.2.1 Análise não linear em dois níveis

A proposta é dividir o processo de análise incremental-iterativo em dois níveis: o local, no qual são processadas as iterações do problema não linear, e o global, no qual são concedidos os passos incrementais (de carga ou deslocamento). Assim, a instância local e refinada é responsável por conduzir a solução do espectro não linear da análise, enquanto que na escala global, enfrenta-se um problema linear. A Figura 1 ilustra o procedimento descrito para um passo k . Nesse processo, as condições de contorno dos problemas locais em determinado passo são obtidas através de uma extrapolação linear das respostas globais. Abordagem similar pode ser encontrada em [Kim e Duarte \(2015\)](#) em problemas de trincas coesivas.

4.2.2 Estratégia multiescala associada ao MEFG

A seguir, descreve-se o processo de análise proposto, em conformidade com as diretrizes do MEFG-GL e de sua versão não linear. Abordagem multiescala similar para avaliação da heterogeneidade em problemas lineares de transferência de calor foi realizada em [Plews e Duarte \(2015\)](#). A Figura 2 ilustra a estratégia multiescala proposta no trabalho.

- *Etapa 1 – Problema Global Inicial:* O domínio da macroscale é solucionado com uso de uma malha pouco refinada em regime linear. Nesse processo, a obtenção de deslocamentos para fornecimento de condições de contorno

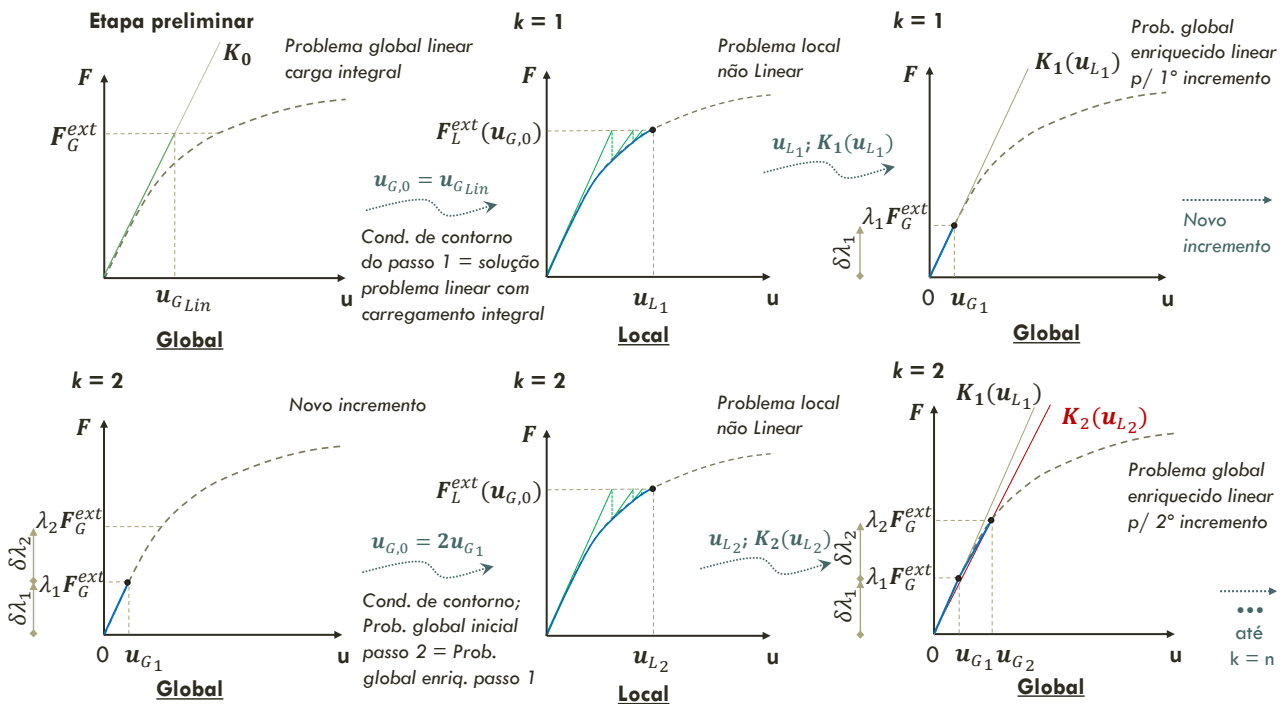


Figura 1. Ilustração esquemática da análise não linear proposta.

para a meso/microescala é patente. Outras informações como evolução de dano, tensões, entre outros, podem ser necessárias para a correta análise não linear do(s) problema(s) local(is) e devem ser devidamente investigadas no decorrer da implementação.

- **Etapa 2 – Problema(s) Local(is):** Estabelecida a solução da Etapa 1, inicia-se o processamento do(s) problema(s) local(is) que define(m) a meso/microescala. Nessa etapa, realizam-se análises não lineares para cada problema local definido, considerando-se a heterogeneidade do meio e a consequente e intrínseca aleatoriedade das propriedades no domínio. Uma vez conhecida a solução da primeira etapa, a resolução do Problema Local é independente, e assim, diversos domínios locais podem ser definidos, respeitando-se as prerrogativas do MEFGL (a nuvem de um nó enriquecido deve estar contida no domínio local). Desse modo, a paralelização da solução é uma das potencialidades do MEFGL. Essa aplicação otimiza a resolução de problemas complexos, sobretudo aqueles não lineares.
- **Etapa 3 – Problema Global Enriquecido ou Problema Global-Local:** Atendida a convergência na meso/microescala, segue-se para a Etapa 3. O passo corrente finaliza-se após o enriquecimento dos nós da macroescala pela solução do(s) problema(s) local(is) e equilíbrio linear do Problema Global. A redução do resíduo (se desejado ou necessário) pode ser realizada através de novas iterações não lineares, dessa vez no problema global enriquecido (macro); normalmente, é necessária somente uma nova iteração para problemas de trincas coesivas.

Importante notar que segundo as diretrizes da análise não linear proposta, o problema global enriquecido de um passo k é o problema global inicial do passo $k + 1$, do qual se extrai a solução u_G^k que, após ser extrapolada, é utilizada como condições de contorno nos problemas locais do passo $k + 1$ (integração de tensões ao longo da interface $\Gamma_L \setminus \Gamma_L \cap \Gamma_G$).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente, nota-se o evidente avanço do uso do MEFGL como ferramenta para tratamento de problemas multiescala. Através da flexibilidade imposta pelo *framework* da partição da unidade que o método possui, a aplicação de estratégias de enriquecimento diferenciadas é possível. Nasce daí, a hibridização da metodologia clássica Global-Local, como

Problema Global

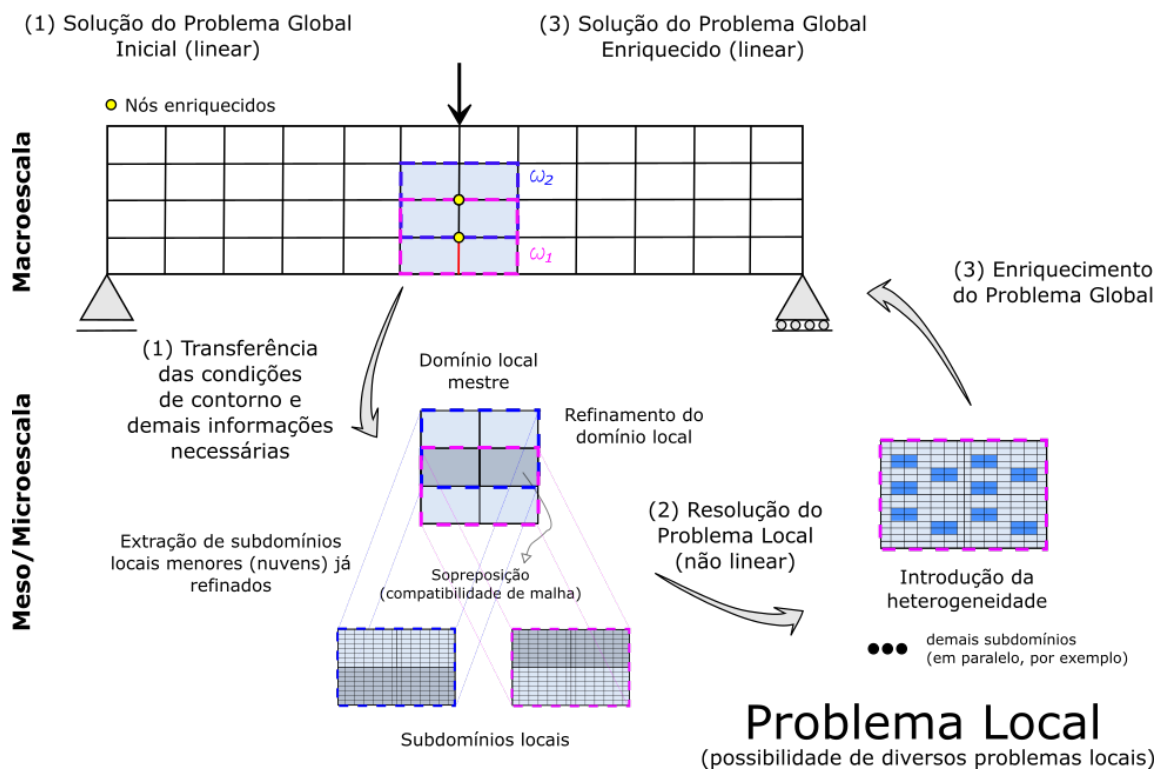


Figura 2. Estratégia Multiescala aplicada ao MEF.

forma de tratamento de domínios com distintas escalas de refinamento, possibilitando-se o enfrentamento de problemas tradicionalmente resolvidos com abordagens micromecânicas.

Técnicas baseadas em homogeneização e avaliação de EVR, para interligação entre diferentes escalas, foram grandemente desenvolvidas e estudadas na literatura. Assim, a adoção do MEFG unido à estratégia Global-Local, adotado na presente proposta, constitui alternativa poderosa para o estudo de problemas de materiais heterogêneos.

Com o desenvolvimento do trabalho, espera-se modelar de maneira adequada diferentes escalas de um material com comportamento eminentemente não linear através da utilização de uma abordagem não tradicional em análise multiescala. Considera-se o método proposto mais simplificado e imediato que os enfoques puramente micromecânicos, pois todo o rigor matemático e os aspectos computacionais de técnicas de homogeneização e localização não são, a princípio, necessários.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro em forma de fomento à pesquisa concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - 486959/2013-9) e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

NOMENCLATURA

PU partição da unidade
 \mathbb{E} espaço de aproximação
 N função de forma do MEF (PU)
 H espaço de Hilbert

Letras gregas
 Ω domínio de análise
 Γ contorno do domínio
 ω nuvem
 ϕ função de forma do MEFG

α	índice do nó da malha	Sobrescritos	
χ	espaço de aproximação da nuvem	h	referente ao domínio de discretização
Subscritos		e	referente ao elemento
ENR	referente ao enriquecimento	u	referente a deslocamentos prescritos
i	índice da função de forma do MEFG	t	referente a forças prescritas
G	referente ao domínio global	k	passo incremental
L	referente ao domínio local		
0	inicial		

REFERÊNCIAS

- Bohm, H.J., 1998. "A short introduction to basic aspects of continuum micromechanics". Relatório Técnico ILSB Report 206, Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics, Vienna University of Technology. Updated in January 25, 2016.
- Duarte, C.A. e Babuska, I.M., 2005. "A global-local approach for the construction of enrichment functions for the generalized FEM and its application to propagating three-dimensional cracks". Technical report, ECCOMAS Thematic Conference on Meshless Methods, ECCOMAS Thematic Conference on Meshless Methods. Technical Report 06.
- Duarte, C.A. e Kim, D.J., 2008. "Analysis and applications of a generalized finite element method with global-local enrichment functions". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, No. 6-8, pp. 487–504.
- Gupta, P., Pereira, J., Kim, D.J., Duarte, C. e Eason, T., 2012. "Analysis of three-dimensional fracture mechanics problems: A non-intrusive approach using a generalized finite element method". *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 90.
- Gupta, V., Kim, D.J. e Duarte, C.A., 2013. "Extensions of the two-scale generalized finite element method to nonlinear fracture problems". *Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 11, pp. 581–596.
- Karihaloo, B., 2010. "What is quasi-brittle fracture and how to model its fracture behaviour". *FESI: Forum for Engineering Structural Integrity*, Vol. 4.
- Kim, D.J. e Duarte, C.A., 2015. "A new generalized finite element method for two-scale simulations of propagating cohesive fractures in 3-D". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.
- Kim, D.J., Duarte, C. e Proença, S., 2012. "A generalized finite element method with global-local enrichment functions for confined plasticity problems". *Computational Mechanics*, Vol. 50, pp. 563–578.
- Kim, D.J., Duarte, C. e Sobh, N., 2010. "Parallel simulations of three-dimensional cracks using the generalized finite element method". *Computational Mechanics*, Vol. 47, No. 3, pp. 265–282.
- Markov, K.Z., 1999. *Elementary Micromechanics of Heterogeneous Media. In Heterogeneous Media: Modelling and Simulation*. Birkhauser, Boston.
- Penna, S.S., 2011. *Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: Unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Plews, J. e Duarte, C., 2015. "Bridging multiple structural scales with a generalized finite element method". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 102, No. 3-4, pp. 180–201.
- Strouboulis, T., Babuska, I. e Copps, K., 2000. "The design and analysis of the generalized finite element method". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 181, No. 1-3, pp. 43–69.
- Zienkiewicz, O.C. e Taylor, R.L., 2005. *The Finite Element Set: Solid and Structural Mechanics*, Vol. 2. Elsevier, Oxford, UK, 6th edição.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO VISCOELÁSTICO DE FLUÊNCIA EM BARRAS DE PEAD UTILIZANDO A FORMULAÇÃO POSICIONAL DO MEF

Juliano dos Santos Becho, julianobecho@dees.ufmg.br

João Marcos Guimarães Rabelo, joamarcos@dees.ufmg.br

Felício Bruzzi Barros, felicio@dees.ufmg.br

Marcelo Greco, mgreco@dees.ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Departamento de Engenharia de Estruturas. Av. Presidente Antônio Carlos, 6627 / Sala 4127 / Belo Horizonte – MG, CEP: 31270-901, Brasil.

Resumo. *O presente trabalho trata da simulação numérica do comportamento mecânico viscoelástico não linear em barras constituídas de Polietileno de Alta Densidade (PEAD), quando submetidas a estado de tensão constante (fenômeno conhecido como fluência), através de uma abordagem alternativa. Para tanto, é utilizada a formulação posicional não linear do Método dos Elementos Finitos desenvolvida para análise de treliças com não linearidades físicas e geométricas. A não linearidade geométrica considerada refere-se à análise do equilíbrio na posição deformada utilizando-se o método de Newton-Raphson. Já a não linearidade física considerada refere-se à descrição do comportamento viscoelástico através da adoção de uma relação reológica deduzida do modelo padrão de sólido (modelo de Zener) com parâmetros do material dependentes da tensão. A simulação apresentada se refere à reprodução numérica do ensaio de fluência a tração em barras de PEAD a partir da obtenção de conjuntos de parâmetros de material conforme o modelo padrão de sólido adotado. Essa simulação é utilizada de forma bem-sucedida para calibração da formulação adotada por meio da obtenção de equações de ajuste desses parâmetros em função do nível de tensão utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados. Os resultados numéricos obtidos a partir da formulação calibrada são comparados aos resultados experimentais obtidos da literatura, apresentando boa concordância. Adicionalmente, a formulação calibrada é utilizada para simular o comportamento viscoelástico no ensaio de fluência-recuperação da barra de PEAD.*

Palavras-chave: *Viscoelasticidade, Fluência, Formulação Posicional, MEF, Análise não linear.*

1. INTRODUÇÃO

No projeto de estruturas, um dos problemas fundamentais é encontrar uma solução que apresente bom desempenho estrutural (estrutura previsível e segura) com baixo custo econômico. Assim, muitos trabalhos estão relacionados ao estudo e modelamento do comportamento de materiais alternativos nas mais diversas áreas como infraestrutura, construção civil, indústria mecânica, indústria aeroespacial, entre outras. Como exemplos podem ser citados os trabalhos de Godat *et al.* (2013), Kästner *et al.* (2012) e Sá *et al.* (2011).

Dentre os materiais alternativos abordados em recentes estudos se destacam os materiais poliméricos e os materiais compostos com matriz polimérica, principalmente por apresentarem boa relação resistência/rigidez em comparação aos materiais estruturais convencionais. No entanto, em geral, esses apresentam comportamento mecânico viscoelástico ou viscoelastoplástico dependendo das propriedades dos materiais e dos níveis de tensão aos quais estão submetidos. Esses comportamentos caracterizam-se pela dependência do tempo nas respostas às solicitações externas e são descritos pela combinação do comportamento viscoso, típico de materiais fluidos, com o comportamento elástico ou plástico, típico dos materiais sólidos (Findley *et al.*, 1989).

Os interesses de parte dos recentes trabalhos relacionados aos comportamentos viscoelástico e viscoelastoplástico se concentram no desenvolvimento de formulações numéricas que adotam equações fenomenológicas baseadas em modelos reológicos, para representação da relação entre tensões, deformações e tempo, e em técnicas de ajuste dos parâmetros desses modelos, como destacado nos trabalhos seguintes.

Semptikovski e Muñoz-Rojas (2013) propõem uma formulação tridimensional do Método dos Elementos Finitos utilizando-se um elemento de viga simplificado. Nesse trabalho o comportamento viscoelástico linear em elementos constituídos de Polietileno de Alta Densidade (PEAD) é considerado a partir do modelo reológico generalizado de Maxwell, com base em Kaliske e Rothert (1997).

Liu *et al.* (2008) propõem uma formulação baseada em equações integrais para descrição do comportamento viscoelástico não linear do polietileno para aplicações estruturais. O comportamento viscoelástico é considerado adotando-se o modelo generalizado de Kelvin-Voigt e os respectivos parâmetros são obtidos por uma metodologia baseada em interpolação linear. Formulação semelhante é adotada em Kühl *et al.* (2013) para descrição do comportamento viscoelastoplástico do PEAD. Em que, para a parte viscoelástica da deformação, é adotado o modelo reológico generalizado de Kelvin-Voigt e, para a parte viscoplástica, é adotada a equação de Zapas-Crissman. Nesse

caso os parâmetros viscoelásticos são obtidos por um ajuste de curva baseado no método de otimização por nuvem de partículas, enquanto os parâmetros viscoplásticos são obtidos pelo do Método dos Mínimos Quadrados.

Carniel *et al.* (2015) apresentam uma formulação do Método dos Elementos Finitos para análise de treliças espaciais de PEAD com comportamento viscoelástico e viscoplástico incluindo degradação mecânica unidimensional. O modelo reológico generalizado de Kelvin-Voigt é adotado para descrição do comportamento viscoelástico, enquanto o comportamento viscoplástico é considerado a partir da equação de Perzyna e a degradação do material é considerada a partir do modelo de dano de Lemaitre. Os parâmetros do material são obtidos por um ajuste de curva baseado no método de otimização por nuvem de partículas.

Como observado, diversos trabalhos se dedicam à análise do comportamento mecânico de componentes constituídos de PEAD. Isso se deve ao seu amplo campo de aplicação, inclusive como componente estrutural, devido às interessantes características mecânicas apresentadas, como destacado nos trabalhos citados. Dessa forma, no presente trabalho o interesse se restringe em apresentar a utilização de uma abordagem alternativa para simulação numérica do comportamento mecânico de barras de PEAD submetidas a tração. Em geral esse material apresenta comportamento viscoelastoplástico, no entanto, no presente trabalho será considerado apenas o comportamento mecânico viscoelástico que é caracterizado pela variação da deformação elástica em materiais sólidos ao longo do tempo quando submetidos a um estado de tensão constante, conhecido como fenômeno de fluência (Marques e Creus, 2012).

Para tanto, é utilizada uma formulação numérica desenvolvida com base na formulação posicional não linear do Método dos Elementos Finitos, análoga a desenvolvida em Becho *et al.*, 2015. Neste trabalho, essa formulação é particularizada para descrição do comportamento mecânico de fluência em elementos finitos de treliça espacial, adotando-se uma medida de deformação de engenharia. Nessa formulação a contribuição da fluência é introduzida a partir da adoção do modelo reológico padrão de sólido na consideração da relação entre tensões, deformações e tempo.

Este trabalho é dividido em quatro partes principais. Inicialmente é apresentado o equacionamento geral da formulação posicional do MEF. Em seguida são apresentados o modelo e a equação que descrevem a relação reológica característica do comportamento do material. Posteriormente é apresentada a particularização da formulação posicional do MEF, considerando-se o comportamento mecânico e o elemento finito de interesse. Finalmente a formulação é calibrada para descrição do comportamento de fluência do PEAD, com base em resultados experimentais, e são apresentados alguns resultados numéricos para demonstrar a adequação da abordagem utilizada.

2. FORMULAÇÃO POSICIONAL DO MEF

A formulação posicional do Método dos Elementos Finitos adotada neste trabalho se baseia na formulação apresentada em Greco *et al.* (2006), que foi desenvolvida para analisar estruturas treliçadas espaciais com não linearidades físicas e geométricas. De uma forma geral, essa formulação pode ser demonstrada partindo-se da Eq. (1) que representa o funcional da energia potencial total (Π) de uma estrutura treliçada solicitada por forças externas.

$$\Pi = U - P \quad (1)$$

Em que U é a energia de deformação total expressa pela Eq. (2), definida pela integral da energia de deformação específica u em um volume de referência inicial V . Já P é a energia potencial das forças externas expressa pela Eq. (3), na qual os graus de liberdade, considerando um elemento de treliça espacial com dois nós e três graus de liberdade por nó de extremidade do elemento, podem ser representados por $X_i = (X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2)$ para $i = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$ e os respectivos carregamentos nodais para os seis graus de liberdade representados por $F_i = (F_{X1}, F_{Y1}, F_{Z1}, F_{X2}, F_{Y2}, F_{Z2})$.

$$U = \int_V u dV = \int_V \int_{\epsilon} \sigma d\epsilon dV \quad (2)$$

$$P = \sum F_i X_i \quad (3)$$

Na Equação (2), σ representa as tensões axiais de acordo com a relação constitutiva ou reológica do material em função das deformações axiais ϵ .

Aplicando-se o princípio da mínima energia potencial total estacionária (Crisfield, 1991) na Eq. (1), pode-se obter a posição de equilíbrio da estrutura a partir da Eq. (4). Assim, o equilíbrio da estrutura ocorrerá quando a derivada dessa energia potencial total, em relação aos graus de liberdade, for nula, ou seja, quando a taxa de variação da energia potencial total for nula.

$$\frac{d\Pi}{dX_i} = \frac{dU}{dX_i} - \frac{dP}{dX_i} = 0 \quad (4)$$

A Equação (4) representa um sistema de seis equações (três graus de liberdade para cada um dos dois nós que definem um elemento de treliça espacial).

Sabendo-se que, se a relação entre a energia de deformação total, U , e os parâmetros nodais, X_i , for não linear, a Eq. (4) representa um sistema de equações não linear. Nesse caso, este precisa ser resolvido utilizando-se um método de resolução de sistemas de equações adequado. Além disso, é necessário adotar na Eq. (2) uma relação constitutiva ou reológica que represente o comportamento do material de forma apropriada.

2.1 Definição da relação reológica

Um dos pontos fundamentais em uma análise fisicamente não linear é a adoção de uma relação constitutiva ou reológica que represente de forma apropriada o comportamento do material. Dessa forma, assim como em Mesquita e Coda (2003) e Panagiotopoulos *et al.* (2014), a relação que representa o comportamento de um material viscoelástico é deduzida a partir de um modelo reológico. A escolha do modelo reológico adequado se baseou no comportamento esperado para o fenômeno de fluência em materiais sólidos, sendo adotado então o modelo reológico padrão de sólido (ou modelo de Zener). Esse modelo, segundo Findley *et al.* (1989), pode ser obtido pela associação em paralelo entre um elemento elástico e um ramo de Maxwell, sendo o ramo de Maxwell representado pela associação em série entre um elemento elástico e um elemento viscoso, Fig. 1(a).

Assim como demonstrado em Marques e Creus (2012), a relação reológica do modelo padrão de sólido apresentado na Fig. 1(a) pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\sigma = E_1 \varepsilon + \frac{\eta(E_1 + E_2)\dot{\varepsilon}}{E_2} - \frac{\eta\dot{\sigma}}{E_2} \quad (5)$$

em que σ e ε representam, respectivamente, os campos de tensões e deformações normais e $\dot{\varepsilon}$ e $\dot{\sigma}$ representam, respectivamente, as taxas de variação das deformações e das tensões ao longo do tempo. Já os termos, E_1 , E_2 e η são os parâmetros dos elementos descritos na Fig. 1(a) e representam as propriedades do material. O comportamento elástico instantâneo depende dos parâmetros E_1 e E_2 , sendo que a soma desses parâmetros representa o módulo de elasticidade do material. Além disso, o parâmetro E_1 determina a deformação final (soma da deformação elástica instantânea e da deformação elástica amortecida), após um intervalo de tempo suficientemente grande, e representa o módulo de elasticidade do material no comportamento elástico amortecido. Já o parâmetro η representa o módulo de viscosidade do material, o qual determina a taxa de deformação com o tempo e proporciona um comportamento amortecido ao material.

A Equação (5) pode ser simplificada, a fim de representar a relação reológica uniaxial do material viscoelástico para o caso do fenômeno de fluência, negligenciando-se o termo da taxa de variação da tensão com o tempo. Essa equação pode ser utilizada na Eq. (2) para obtenção da energia de deformação total. Para tanto, sabendo-se as propriedades do material, é necessário definir uma medida de deformação adequada em relação ao elemento finito implementado.

2.2 Particularização da medida de deformação

Partindo-se da formulação geral descrita na seção 2 e da relação reológica obtida na seção 2.1, é possível descrever a formulação posicional não linear do Método dos Elementos Finitos, aplicada à descrição do comportamento de fluência em elementos finitos de treliça espacial, particularizando-se a medida de deformação de forma adequada ao elemento considerado.

Para se particularizar a medida de deformação é necessário entender a geometria do elemento a ser estudado e a relação desta com a medida de deformação adotada. Assim, nesta formulação cada elemento finito tem sua geometria mapeada pela parametrização ao longo do comprimento em função da variável adimensional ξ (variando de 0 a 1) conforme ilustrado na Fig. 1(b).

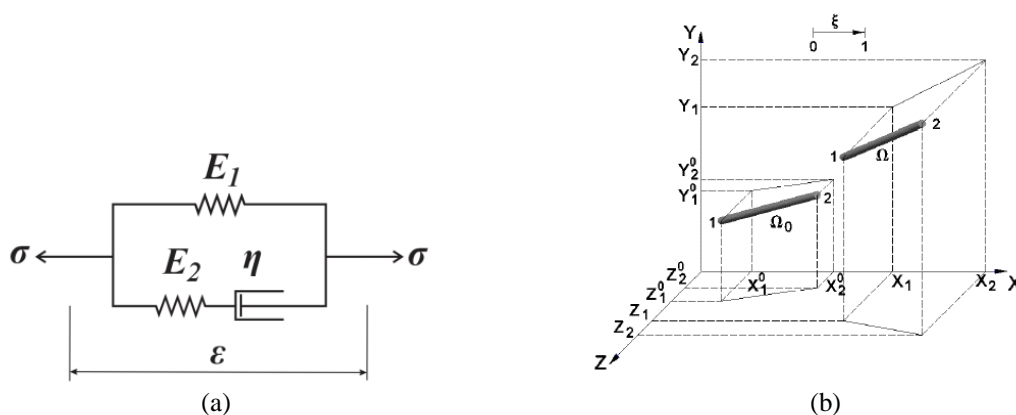


Figura 1. (a) Modelo padrão de sólido; (b) Parametrização da geometria de um elemento de treliça

Na Figura 1(b), X_1 , Y_1 , Z_1 , X_2 , Y_2 e Z_2 são as posições nodais do elemento finito e representam os graus de liberdade de cada nó. Dessa forma é possível definir a posição de cada ponto do elemento e, conseqüentemente, a geometria em função das posições nodais utilizando-se as Eqs. (6), (7) e (8).

$$x = X_1 + (X_2 - X_1)\xi \quad (6)$$

$$y = Y_1 + (Y_2 - Y_1)\xi \quad (7)$$

$$z = Z_1 + (Z_2 - Z_1)\xi \quad (8)$$

Apenas as componentes de tensão e deformação axiais são consideradas para o elemento finito de treliça. Assim, a medida de deformação de engenharia como definida em Ogden (1984) pode ser representada por:

$$\varepsilon = \frac{ds - ds^0}{ds^0} = \frac{\frac{ds}{d\xi} - \frac{ds^0}{d\xi}}{\frac{ds^0}{d\xi}} \quad (9)$$

em que $ds/d\xi$ representa o comprimento do elemento em uma configuração deformada e $ds^0/d\xi$ representa o seu comprimento na configuração não deformada, definidos respectivamente como:

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} = l \quad (10)$$

$$\frac{ds^0}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx^0}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy^0}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz^0}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{(X_2^0 - X_1^0)^2 + (Y_2^0 - Y_1^0)^2 + (Z_2^0 - Z_1^0)^2} = l^0 \quad (11)$$

Definindo-se a variável auxiliar B como:

$$B = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2 \quad (12)$$

A medida de deformação pode ser reescrita como:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{B}}{l^0} - 1 \quad (13)$$

Na sequência, utilizando-se as Eqs. (2) e (5), após negligenciar o termo da taxa de variação da tensão com o tempo, a energia de deformação total pode ser expressa como:

$$U = \int_V \int_{\varepsilon} \left(E_1 \varepsilon + \frac{\eta(E_1 + E_2)}{E_2} \dot{\varepsilon} \right) d\varepsilon dV \quad (14)$$

Definindo-se a taxa de deformação, $\dot{\varepsilon}$, pela regra da cadeia, utilizando-se a derivada em relação aos graus de liberdade, tem-se:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dX_i} \frac{dX_i}{dt} = \varepsilon_{,i} \dot{X}_i = \left(\frac{B_{,i}}{B} \right) \dot{X}_i \quad (15)$$

em que \dot{X}_i representa a velocidade de variação de posição na direção de cada um dos seis graus de liberdade (X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2 e Z_2) e $\varepsilon_{,i}$ é a derivada da Eq. (13) em relação aos graus de liberdade.

Procedendo-se com uma troca de variáveis, pode-se representar a integral do segundo termo da Eq. (14) em relação aos graus de liberdade, utilizando-se a seguinte relação entre $d\varepsilon$ e dX_i :

$$d\varepsilon = \varepsilon_{,i} dX_i \quad (16)$$

Substituindo-se as Eqs. (13), (15) e (16) na Eq. (14) e avaliando-se a integral do primeiro termo em relação à deformação, ε , a energia de deformação total torna-se:

$$U = \int_V \left[\frac{E_1}{2} \left(\frac{\sqrt{B}}{l^0} - 1 \right)^2 + \int_{X_i} \frac{\eta(E_1 + E_2)}{4l^0 E_2} \left(\frac{B_{,i}}{B} \right) \dot{X}_i dX_i \right] dV \quad (17)$$

Considerando-se a área da seção transversal, A , do elemento finito invariante ao longo do comprimento é possível avaliar a integral em relação ao volume da Eq. (17) ao longo do comprimento, considerando-se o mapeamento do elemento finito na variável adimensional ξ , com:

$$U = l^0 A \int_0^1 \left[\frac{E_1}{2} \left(\frac{\sqrt{B}}{l^0} - 1 \right)^2 + \int_{X_i} \frac{\eta(E_1 + E_2)}{4l^0 E_2} \left(\frac{B_{,i}}{B} \right) \dot{X}_i dX_i \right] d\xi \quad (18)$$

A Equação (18) define a energia de deformação total, em função das propriedades físicas do material, das propriedades geométricas do elemento e das posições nodais, de forma completa exceto pela velocidade de variação de

posição, \dot{X}_i , na direção de cada grau de liberdade. Esta pode ser definida na direção de cada grau de liberdade de forma análoga a apresentada na Eq. (19), específica para o grau de liberdade X_1 .

$$\dot{X}_1 = \frac{X_2 - X_1}{\Delta t} - \frac{X_2^0 - X_1^0}{\Delta t} \quad (19)$$

Utilizando-se as Eqs. (3) e (18) na Eq. (4), a qual representa a aplicação do princípio da mínima energia potencial total estacionária, é possível obter a resolução do sistema que fornece a posição de equilíbrio de uma estrutura treliçada espacial submetida a um estado de carregamento estático específico, considerando-se a contribuição do comportamento viscoelástico de fluência do material. Visto que a Eq. (4) representa um sistema não linear de equação, esta pode ser resolvida utilizando-se o método de Newton-Raphson, de forma análoga aos procedimentos apresentados em Becho *et al.* (2015).

3. CALIBRAÇÃO DA FORMULAÇÃO

A calibração da formulação é baseada nos resultados experimentais apresentados em Kühl (2014). Os resultados desse trabalho são obtidos de ensaios de fluência-recuperação em corpos de prova de PEAD, submetidos à tração uniaxial constante. Sendo esses corpos de prova submetidos a sete diferentes níveis de tensão (1,8; 3,6; 5,5; 7,2; 9,1; 11,0 e 13,0 MPa) sob temperatura controlada. Os resultados de Kühl (2014) se referem aos comportamentos viscoelástico e viscoplástico não lineares do material. Dessa forma, como no presente trabalho a formulação utilizada só é capaz de reproduzir o comportamento viscoelástico não linear, a influência do comportamento viscoplástico é desconsiderada dos resultados experimentais a partir de uma simples subtração das contribuições deste comportamento. Sendo essas contribuições calculadas pela equação de potência de Zapas-Crissma, como descrita em Kühl (2014).

Visto que os resultados de Kühl (2014) são dados em termos de deformação e tensão, estes podem ser adaptados para representação da fluência em termos de deslocamentos axiais em barras tracionadas com uma extremidade fixada e a outra livre, um metro de comprimento e área da seção transversal circular igual a $70,88 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Os resultados adaptados de Kühl (2014), subtraindo-se a contribuição do comportamento viscoplástico e desconsiderando-se a fase de recuperação, estão representados por pontos discretos na Fig. 2.

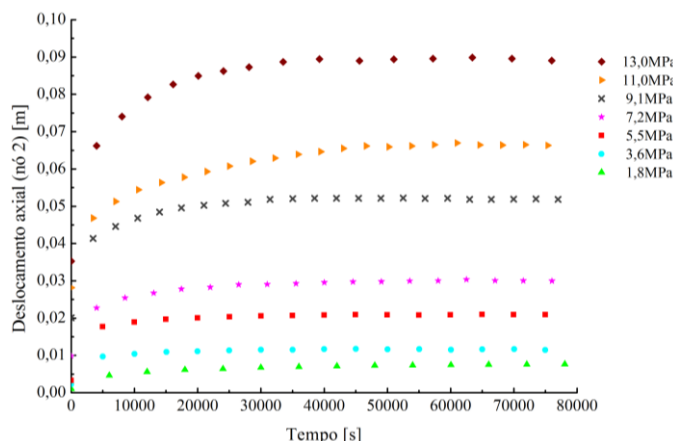


Figura 2. Adaptação dos resultados experimentais de deslocamentos axiais por fluência à tração

A metodologia de calibração adotada consiste na simulação numérica dos resultados adaptados do ensaio de Kühl (2014) a partir da obtenção de conjuntos de parâmetros (E_1 , E_2 e η) do modelo padrão de sólido. Esses conjuntos de parâmetros são definidos por tentativa e erro de forma a obter uma melhor aproximação dos resultados numéricos em relação aos resultados experimentais para cada nível de tensão. Em seguida, a partir desses conjuntos de parâmetros e utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados, são obtidas equações de ajuste dos parâmetros do modelo padrão de sólido em função do nível de tensão.

Para calibração são utilizadas forças de tração referentes a seis níveis de tensão ensaiados (1,8; 3,6; 5,5; 9,1; 11,0 e 13,0 MPa), enquanto a força de tração referente ao outro nível de tensão (7,2 MPa) é utilizada posteriormente para verificação da qualidade da calibração.

Utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados entre os parâmetros que fornecem os melhores ajustes e o nível de tensão aplicado é possível obter as regressões cúbicas apresentadas nas Eqs. (20) e (21), respectivamente, para o módulo de viscosidade η e para o módulo de elasticidade longitudinal E_1 , sendo o módulo de elasticidade longitudinal E_2 calculado pela Eq. (22).

$$\eta = 3,9356 \cdot 10^{13} - 1,3125 \cdot 10^7 |\sigma| + 1,5785 \sigma^2 - 5,9758 \cdot 10^{-8} |\sigma|^3 \quad (20)$$

$$E_1 = 12415 \cdot 10^8 + 9,6925 \cdot 10^1 |\sigma| - 1,5773 \cdot 10^{-5} \sigma^2 + 6,5522 \cdot 10^{-13} |\sigma|^3 \quad (21)$$

$$E_2 = E - E_1 \tag{22}$$

Nas Equações (20) e (21), $|\sigma|$ representa o valor absoluto do nível de tensão, sendo o valor do nível de tensão σ inserido em Pascal [Pa]. Assim, por simplificação, considera-se que o material apresenta as mesmas propriedades mecânicas tanto no comportamento de fluência à tração quanto à compressão. Já E representa o módulo de elasticidade da fase elástica, o qual deve ser definido para cada nível de tensão, devido ao comportamento fisicamente não linear preponderante apresentado pelo PEAD. Neste trabalho foram utilizados os valores de módulo de elasticidade E obtidos em Kühn (2014) e apresentados na Tab. 1.

Tabela 1. Módulo de elasticidade do PEAD na fase elástica (adaptado de Kühn, 2014)

Tensão [MPa]	Módulo de elasticidade E [MPa]
1,8	638,66
3,6	1038,55
5,5	986,98
7,2	1086,73
9,1	459,19
11,0	420,09
13,0	370,96

Na sequência, o ensaio realizado por Kühn (2014) é novamente simulado numericamente utilizando-se a formulação calibrada por meio da substituição das Eqs. (20), (21) e (22) na Eq. (18). Os resultados numéricos obtidos pela formulação calibrada dessa forma estão representados na Fig. 3 pelas linhas tracejadas nos seis níveis de tensão e demonstram a capacidade de ajuste da formulação.

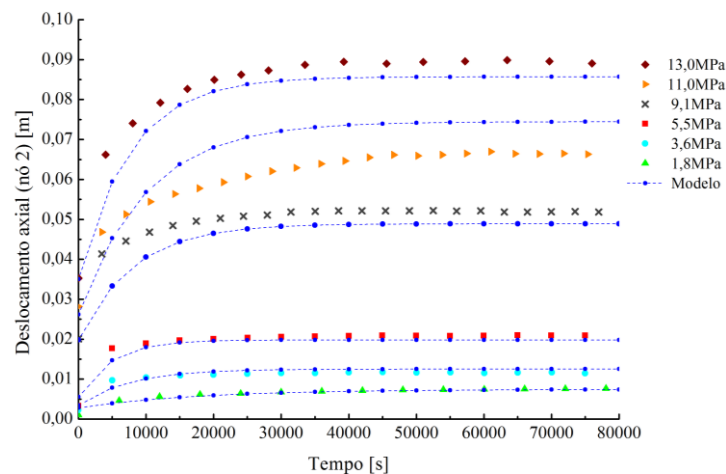


Figura 3. Deslocamentos axiais numéricos e experimentais por fluência para o PEAD

4. VERIFICAÇÃO DA QUALIDADE DA CALIBRAÇÃO

Como forma de demonstrar a qualidade da calibração desenvolvida, é simulada a fluência à tração da barra de PEAD no nível de tensão de 7,2 MPa. Esse nível de tensão foi utilizado nos ensaios de Kühn (2014), porém não foi utilizado na calibração e obtenção das equações de ajuste dos parâmetros do modelo padrão de sólido. Os resultados de fluência à tração para 7,2 MPa utilizando-se a formulação calibrada estão representados pela linha tracejada na Fig. 4(a), juntamente com os resultados experimentais obtidos por Kühn (2014) e representados por pontos discretos.

Adicionalmente, utilizando-se a formulação calibrada, é simulado o procedimento de carregamento e recuperação considerando-se os efeitos da fluência. Essa simulação é realizada com o intuito de demonstrar a aplicabilidade da formulação para descrição do comportamento mecânico do PEAD. Para tanto, a mesma barra PEAD utilizada na simulação do ensaio de Kühn (2014) é submetida a um nível de tensão de 1,8 MPa, durante 85000 s. Em seguida a barra é descarregada e mantida dessa forma durante tempo suficiente para o seu retorno a posição não deformada. O resultado da simulação do processo de carregamento e recuperação, assim como os resultados experimentais e numéricos obtidos por Kühn (2014) estão representados, respectivamente, pela linha tracejada em azul, por pontos discretos e pela linha tracejada em vermelho na Fig. 4(b).

A partir da Fig. 4(b) observa-se que, na simulação, após o descarregamento a barra precisou de 95000 s para retornar a posição não deformada, apresentando um tempo total de 180000 s para o processo completo de carregamento e recuperação. Observa-se também que o comportamento ficou próximo do obtido experimentalmente e em concordância com o esperado pela teoria da viscoelasticidade, apresentando um retorno com taxa de deformação decrescente e não apresentando deformação residual após um tempo suficientemente grande. Em relação aos resultados

numéricos apresentados em Kühl (2014), a simulação numérica utilizando-se a abordagem proposta no presente trabalho se mostrou mais adequada para descrição do comportamento de fluência no carregamento sob nível de tensão de 1,8 MPa. No entanto, para a recuperação, após o descarregamento, os resultados numéricos apresentados em Kühl (2014) apresentaram melhor concordância com os resultados experimentais em relação à abordagem proposta. É importante destacar que, na calibração da formulação proposta, não foi levado em consideração a etapa de recuperação, isto justifica a diferença entre as respostas obtidas na simulação e os resultados experimentais após o descarregamento. Apesar disso, os tempos necessários para recuperação total da posição não deformada nos três casos, simulação numérica proposta, resultado numérico apresentado em Kühl (2014) e resultado experimental apresentado em Kühl (2014), ficaram próximos. Além disso, deve-se destacar que a metodologia proposta por Kühl (2014) é diferente da proposta neste trabalho. Nesse caso, o modelo reológico adotado é o de Kelvin-Voigt generalizado, sendo a relação matemática para descrição do comportamento viscoelástico baseada em série de Prony, em que os parâmetros associados ao material são determinados pelo método de otimização por nuvem de partículas.

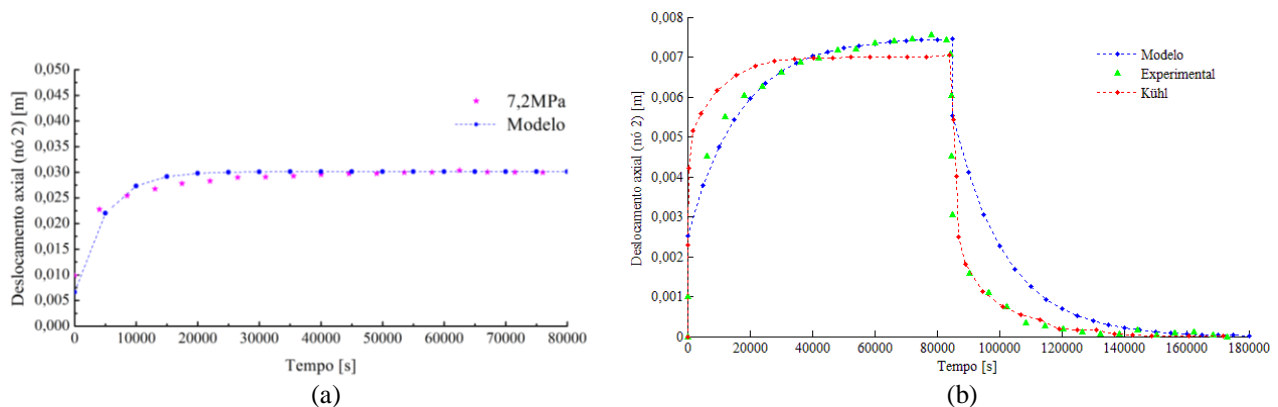


Figura 4. (a) Deslocamentos axiais numéricos e experimentais por fluência para 7,2 MPa; (b) Resultados numéricos e experimentais de carregamento e recuperação em barra de PEAD

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como proposta apresentar a utilização de uma abordagem alternativa para simulação numérica do comportamento mecânico viscoelástico de fluência em barras de PEAD submetidas a esforço de tração. Para tal simulação, foi utilizada como base a formulação posicional não linear do Método dos Elementos Finitos particularizada para análise de estruturas discretizadas por elementos de treliça espacial. A formulação foi aplicada de uma forma relativamente simples, visto que esta é baseada em conceitos físicos de equilíbrio de energia potencial total, o que facilita o entendimento da mesma. Sendo a consideração do comportamento de fluência introduzido de uma forma natural através da adoção da relação reológica do modelo padrão de sólido na obtenção da energia de deformação total, visto que esta relação se baseia no comportamento físico da associação de molas e amortecedores que fornece equações conhecidas como fenomenológicas.

A fim de descrever o comportamento de fluência do PEAD foi necessário calibrar a formulação a partir de resultados experimentais do referido material. Os procedimentos de calibração apresentados, com base em ajustes dos parâmetros do modelo padrão de sólido em relação aos níveis de tensão, utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados, se mostraram simples e eficientes. Os resultados numéricos obtidos utilizando-se a formulação calibrada ficaram próximos aos resultados experimentais obtidos da literatura. Esses resultados demonstram a capacidade de ajuste e de representação quantitativa do comportamento de fluência em componentes estruturais de PEAD, utilizando-se a abordagem e os procedimentos desenvolvidos. Além disso, procedimentos análogos podem ser desenvolvidos para calibração da formulação em relação a outros materiais que apresentem comportamento viscoelástico relevante, como o Plástico Reforçado com Fibra de Vidro (PRFV).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem os apoios financeiros concedidos pela FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

NOMENCLATURA

P	energia potencial das forças externas	U	energia de deformação total
F_i	forças externas aplicadas	u	energia específica de deformação

E	módulo de elasticidade do material
E_1	módulo de elasticidade da mola em paralelo
E_2	módulo de elasticidade da mola em série
V	volume do elemento
ds	comprimento do elemento
l	comprimento do elemento
A	área a seção transversal do elemento
B	variável auxiliar
X_i	posições nodais; graus de liberdade
\dot{X}_i	velocidade de variação das posições nodais
x, y, z	direções cartesianas
X, Y, Z	posições nodais
t	tempo

Letras gregas

Π	energia potencial total
σ	tensões axiais
$\dot{\sigma}$	taxa de variação das tensões axiais
ε	deformações axiais
$\dot{\varepsilon}$	taxa de variação das deformações axiais
η	módulo de viscosidade do amortecedor
ξ	variável adimensional

Subscritos

i	indicação do grau de liberdade
$1,2$	indicação de referência aos nós 1 e 2

Sobrescritos

0	indicação de referência à posição indeformada
-----	---

REFERÊNCIAS

- Becho, J. S., Barros, F. B. e Greco, M., 2015. "Formulação posicional para descrição do comportamento mecânico de fluência em vigas e estruturas de pórtico". *Ciência & Engenharia*, v. 24, n. 1, p. 31-41.
- Carniel, T. A., Muñoz-Rojas, P. A. e Vaz, M., 2015. "A viscoelastic viscoplastic constitutive model including mechanical degradation: Uniaxial transient finite element formulation at finite strains and application to space truss structures". *Applied Mathematical Modelling*, v. 39, n. 5, p. 1725-1739.
- Crisfield, M. A., 1991. *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. v.1. John Wiley & Sons, England.
- Findley, W. N., Lai, J. S. e Onaran, K., 1989. *Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials*. Dover Publications, New York.
- Godat, A., Légeron, F., Gagné, V. e Marmion, B., 2013. "Use of FRP pultruded members for electricity transmission towers". *Composite Structures*, v. 105, p. 408-421.
- Greco, M., Gesualdo, F. A. R., Venturini, W. S. e Coda, H. B., 2006. "Nonlinear positional formulation for space truss analysis". *Finite Element in Analysis and Design*, v.42, n. 12, p.1079-1086.
- Kaliske, M. e Rothert, H., 1997. "Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains". *Computational Mechanics*, v. 19, n. 3, p. 228-239.
- Kästner, M., Obst, M., Brummund, J., Thielsch, K. e Ulbricht, V., 2012. "Inelastic material behavior of polymers—experimental characterization, formulation and implementation of a material model". *Mechanics of Materials*, v. 52, p. 40-57.
- Kühl, A., Muñoz-Rojas, P. A., Vaz, M., e Carniel, T. A., 2013. "Modeling nonlinear viscoelastoplastic behavior or high density polyethylene (HDPE) using particle swarm optimization (PSO)". In: XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. Pirenópolis, Brazil.
- Kühl, A., 2014. Uma formulação viscoelastoplástica não linear aplicada ao polietileno de alta densidade (PEAD). *Dissertação (Mestrado)*, Universidade do estado de Santa Catarina, Joinville, SC, Brasil.
- Liu, H., Polak, M. e Penlidis, A., 2008. "A practical approach to modeling time-dependent nonlinear creep behavior of polyethylene for Structural applications". *Polymer Engineering and Science*, v. 48, n. 1, p. 159-167.
- Marques, S. P. C. e Creus, G. J., 2012. *Computational viscoelasticity*. Springer, Heidelberg.
- Mesquita, A. D. e Coda, H. B., 2003. "A simple Kelvin and Boltzmann viscoelastic analysis of three-dimensional solids by the boundary element method". *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 27, n. 9, p. 885-895.
- Ogden, R. W., 1984. *Non-linear elastic deformation*. Ellis Horwood, Chichester.
- Panagiotopoulos, C. G., Mantič, V. e Roubíček, T., 2014. "A simple and efficient BEM implementation of quasistatic linear visco-elasticity". *International Journal of Solids and Structures*, v. 51, n. 13, p. 2261-2271.
- Sá, M. F., Gomes, A. M., Correia, J. R. e Silvestre, N., 2011. "Creep behavior of pultruded GFRP elements—Part 1: Literature review and experimental study". *Composite Structures*, v. 93, n. 10, p. 2450-2459.
- Semptikovski, S. C. e Muñoz-Rojas, P. A., 2013. "A Geometrically Nonlinear Simplified Beam Element with Linear Viscoelastic Behaviour". In: IV International Symposium on Solid Mechanics, Porto Alegre, Brazil.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

UM MODELO NUMÉRICO PARA A OTIMIZAÇÃO DE FORMA DE TRELIÇAS PLANAS CONSIDERANDO COMPORTAMENTO MECÂNICO ELASTOPLÁSTICO E INCERTEZAS ASSOCIADAS

Antônio Rodrigues Neto, antonio.rodrigues.neto@usp.br

Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro, sergio.cordeiro@usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Edson Denner Leonel, edleone@sc.usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Resumo.

A proposição de modelos mais realistas e o desenvolvimento de metodologias adequadas para a consideração de incertezas em problemas de engenharia têm se tornado prioritários no cenário científico internacional. A quantificação de incertezas pode ser efetuada por meio da confiabilidade estrutural, domínio este que tem um papel central nas decisões de engenharia, sendo diretamente ligado à qualidade de produtos, segurança da população, estudo de viabilidade econômica e otimização de custos. Particularmente, a confiabilidade estrutural deve ser acoplada a modelos de otimização, objetivando minimizar custos e maximizar a capacidade mecânica material, levando-se em consideração as incertezas inerentes aos processos mecânicos. Neste contexto, objetiva-se desenvolver o acoplamento entre um modelo mecânico baseado no Método dos Elementos Finitos para a modelagem mecânica de treliças planas assumindo-se comportamento mecânico elastoplástico e um algoritmo de confiabilidade. O modelo mecânico permite a simulação de encruamentos isotrópico e cinemático, os quais possibilitam a determinação da intensidade das deformações plásticas nas barras. O método de simulação de Monte Carlo é utilizado para a determinação da probabilidade da falha estrutural. Com base nos valores das probabilidades de falha, a otimização de forma da treliça é efetuada. Assim, a localização das barras na treliça pode ser efetuada objetivando minimizar o volume de material estrutural necessário, mantendo a probabilidade de falha inferior a um valor alvo. Um exemplo será apresentado, o qual ilustra a importância e a potencialidade de aplicação da metodologia aplicada.

Palavras-chave: método dos elementos finitos, confiabilidade estrutural, otimização de forma.

1. INTRODUÇÃO

O trabalho aqui desenvolvido se insere em um domínio científico que vem recebendo destacada atenção por parte de diversos centros de pesquisa de excelência. A proposição de modelos mais realistas para a análise de problemas de engenharia e o desenvolvimento de metodologias adequadas para a consideração de incertezas têm se tornado prioritários no cenário científico internacional, sendo linhas de pesquisa em grande evidência na atualidade (Shields et al., 2015).

A consideração das diferentes fontes de incerteza que atuam em processos físicos e mecânicos pode ser efetuada por meio de análises de confiabilidade (Ang e Tang, 1984). No contexto da engenharia, a confiabilidade é muito bem definida. Na engenharia de estruturas, por exemplo, pode ser entendida como a probabilidade de sobrevivência de um componente, ou de um sistema, desde que utilizado de acordo com as especificações de projeto. Portanto, a confiabilidade é dada pelo complemento da probabilidade de falha (Ang e Tang, 1984). Neste contexto, a confiabilidade tem um papel central nas decisões de engenharia, sendo diretamente ligada à qualidade de produtos, segurança da população, estudo de viabilidade econômica e otimização de custos. Para avaliar o desempenho e qualidade de um sistema com relação a sua utilização e segurança, o conceito embutido na variável confiabilidade é mais realista, inclusive sob o ponto de vista matemático, para a determinação de custos (Crespo et al., 2015). As análises de confiabilidade são efetuadas considerando cenários de falha estrutural pré-determinados. Em estruturas complexas, os cenários de falha são identificados por meio de modelos mecânicos numéricos (modelos que simulam o comportamento mecânicos da estrutura), sendo os algoritmos de confiabilidade responsáveis por determinar a probabilidade do cenário de falha identificado ser atingido. Dessa forma, as análises de confiabilidade somente conduzem a resultados precisos se os cenários de falha forem corretamente identificados e mensurados pelos modelos mecânicos (Chaves e Melchers, 2014 e Nogueira e Leonel, 2013).

Neste trabalho, será apresentado um modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) para a análise mecano-probabilística de treliças planas considerando os efeitos e consequências da plastificação de suas barras. Esse modelo é composto por uma formulação fisicamente não linear (elastoplástica), a qual é desenvolvida empregando a técnica de Newton-Raphson. Com base nesse modelo é possível mensurar, a partir de um carregamento conhecido, quais serão as parcelas elástica e plástica da deformação total de cada barra, assim como seu esforço normal. O modelo inclui dois tipos de encruamento, isotrópico e cinemático, objetivando melhor representar os fenômenos físicos

associados. Esse modelo é utilizado como modelo mecânico para a identificação dos modos de falha estrutural necessários às análises de confiabilidade.

A incorporação das incertezas inerentes aos fenômenos físicos é efetuada por meio do método de simulação de Monte Carlo. Esse método é didaticamente muito útil devido à sua fácil compreensão, além de ser de rápida implementação computacional. No entanto, este método requer um elevado número de simulações do modelo mecânico, o que o torna excessivamente custoso em termos de tempo de processamento. Com base no valor da probabilidade da falha estrutural, um problema de otimização conhecido como *Reliability Based Design Optimization* (RBDO) será resolvido. Este problema envolve a otimização de parâmetros da estrutura, como o volume das barras, por exemplo, considerando um valor limite ou alvo para a probabilidade da falha estrutural. Por meio de um projeto estrutural do tipo RBDO, a estrutura é concebida de maneira que seu desempenho é otimizado considerando uma probabilidade de falha alvo. O desenvolvimento do modelo RBDO é a principal contribuição desse trabalho. Será apresentado um exemplo com o objetivo de ilustrar a importância e a potencialidade de aplicação da metodologia aplicada.

2. ELEMENTO FINITO DE BARRA SIMPLES. ANÁLISE MECÂNICA DE TRELIÇAS PLANAS

No MEF, o domínio em análise é dividido em um número discreto de subdomínios de dimensões finitas, denominados “elementos finitos”, os quais são ligados por meio de um número também finito de pontos, denominados “nós”. Então, o equilíbrio contínuo da estrutura é substituído pelo equilíbrio de cada elemento discreto. Dessa forma, o sistema diferencial que governa o corpo contínuo dá origem a um sistema algébrico, escrito com base nos elementos finitos, que quando resolvido permite a determinação da intensidade dos deslocamentos dos nós. Conforme apresenta Zienkiewicz e Taylor (2000), este sistema algébrico pode ser assim escrito:

$$KU = F \tag{1}$$

onde F é o vetor contendo as forças nodais equivalentes aplicadas nos elementos finitos, U são os deslocamentos nodais dos nós constituintes da estrutura e K é a matriz de rigidez dos elementos finitos. Tomando o elemento finito de treliça plana apresentado na Fig. (1), a Eq.(1) pode ser reescrita em sua forma explícita como:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

sendo A a área da seção transversal dos elementos de barra simples (treliça), E o módulo de elasticidade longitudinal e L o comprimento do elemento de barra simples. c e s indicam os valores do cosseno e seno, respectivamente, do ângulo θ entre o eixo dos elementos de barra simples e o eixo x, como mostrado na Fig. (1).

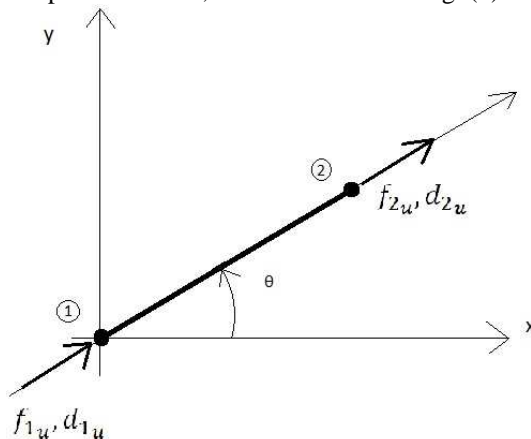


Figura 1. Representação elemento e dois nós

3. ANÁLISE NÃO LINEAR ELASTOPLÁSTICA

Uma análise elastoplástica deve ser realizada quando o material que compõe a estrutura está solicitado por um estado de tensão que supera seu limite elástico. Nesse caso, surgirão deformações permanentes (plásticas) e a relação constitutiva do material deixa de ser exclusivamente a lei generalizada de Hooke, (Proença, 2004). Após ultrapassado seu limite elástico, o material possuirá rigidez menor que no trecho elástico, sendo este comportamento pós-elástico conhecido por encruamento. Neste trabalho foram considerados dois modelos de encruamento: isotrópico e cinemático.

A relação tensão-deformação no modelo é regida pela seguinte expressão (com tensão e deformação expressas em termos de taxa):

$$\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}_e = E(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_p), \quad \text{onde} \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (3)$$

sendo $\dot{\epsilon}_e$ e $\dot{\epsilon}_p$ as parcelas de deformação elástica e plástica, respectivamente.

Para verificar a existência de deformações plásticas, deve-se empregar um critério de resistência, comumente denominado critério de plastificação. Para materiais que possuem comportamento elastoplástico perfeito este critério pode ser escrito da seguinte forma:

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \quad (4)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material. Uma vez que o estado de tensão está obedecendo ao critério de plastificação, ou seja, $f(\sigma) = 0$, define-se $\dot{\lambda} \geq 0$ como o valor absoluto da taxa de deformação plástica. Caso $f(\sigma) < 0$, ou seja, o módulo da tensão seja menor que o valor limite, então $\dot{\lambda} = 0$. Assim, a lei de evolução de $\dot{\epsilon}_p$ para qualquer valor de tensão é dado por:

$$|\dot{\epsilon}_p| = \dot{\lambda} \text{sinal}(\sigma) \quad (5)$$

sendo $\text{sinal}(\sigma)$ a função sinal da tensão normal.

Para o caso de encruamento isotrópico, k é denominado módulo plástico de encruamento isotrópico e α é uma medida relativa de evolução da deformação plástica, definida por $(\dot{\alpha} = |\dot{\lambda}|)$ ou $\dot{\alpha} = |\dot{\epsilon}_p|$ e $\alpha = \int_0^t |\dot{\epsilon}_p| dt$, mas que não representa a verdadeira deformação acumulada no momento (observe que α é a integral do módulo de $\dot{\epsilon}_p$ e não depende da sua orientação).

Quando o modelo de encruamento é cinemático, tem-se que $\dot{q} = H\dot{\epsilon}_p$, q representa o deslocamento da posição do centro de simetria do domínio linear elástico de deformação. H é denominado módulo de encruamento cinemático.

Para estes modos de encruamento, tem-se os seguintes critérios de plastificação:

- Encruamento Isotrópico: $f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - (\sigma_y + k\alpha) \leq 0$
- Encruamento Cinemático: $f(\sigma, q) = |\sigma - q| - \sigma_y \leq 0$

Para os três tipos de encruamento, valem as seguintes relações:

Se $\dot{\lambda} = 0$, então $\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon}_e$

Se $\dot{\lambda} > 0$, então para cada tipo de encruamento:

-Encruamento Isotrópico: $\dot{\sigma} = \frac{Ek}{E+k} \dot{\epsilon}$; $\dot{\epsilon}_p = \frac{E}{E+k} \dot{\epsilon}$

-Encruamento Cinemático: $\dot{\sigma} = \frac{EH}{E+H} \dot{\epsilon}$; $\dot{\epsilon}_p = \frac{E}{E+H} \dot{\epsilon}$

As constantes $\frac{Ek}{E+k}$, e $\frac{EH}{E+H}$ são chamadas de módulos elastoplásticos tangentes e representam, respectivamente, cada um dos dois tipos de encruamento.

4. TÉCNICA DE SOLUÇÃO NÃO LINEAR

Neste trabalho, o método de Newton Raphson é utilizado para a solução do problema não linear. Devido a necessidade de se determinar o estado atual de deformação de cada barra em função do histórico de carregamento, torna-se necessária a aplicação do carregamento externo em passos finitos de carga. Foram adotados passos de carga que conduzem a mesma intensidade de carregamento (em cada passo) e sua quantidade pode ser escolhida pelo analista. Para tal finalidade, o vetor de forças é dividido pelo número de passos de carga desejado. Então, o programa de elementos finitos é executado e a solução correspondente aos deslocamentos dos nós é obtida. O incremento de deformação proveniente dos deslocamentos do passo de carga atual é somado ao histórico de deformação. Com o valor da deformação total atuante, determina-se a tensão normal do critério e o vetor de forças desbalanceado. Este último vetor de força deve ser reaplicado na estrutura até que todas as barras estejam em equilíbrio. Estas etapas são efetuadas a cada novo passo de carga, onde são feitas iterações até que as respostas para o passo de carga atual convirjam.

Para realizar a análise elastoplástica em cada passo de carga, é seguida a formulação apresentada em Hope (2010). Assim, deve-se utilizar uma estratégia incremental-iterativa para a determinação das tensões e deformações no instante atual em função dos históricos dessas variáveis. Ou seja, em um instante t_{n+1} , a tensão é representada por σ_{n+1} e a deformação como $\epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta\epsilon$. Da mesma forma:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \dot{\lambda}\Delta t \\ \alpha_{n+1} - \alpha_n &= \Delta\lambda \\ q_{n+1} - q_n &= \Delta\lambda H \text{sinal}(\sigma_{n+1}) \end{aligned} \quad (6)$$

O mecanismo de iteração se inicia antes da formação das matrizes de rigidez dos elementos. No caso de já ter sido apresentada deformação plástica num dado passo de carga ou iteração anterior, a parcela $\frac{EA}{L}$ que multiplica a matriz de rigidez do elemento é substituída por $\frac{Ek}{E+k} \frac{A}{L}$ para encruamento isotrópico ou $\frac{EH}{E+H} \frac{A}{L}$ para encruamento cinemático. Portanto, a rigidez do elemento é atualizada.

Após a obtenção das deformações dos elementos pelo MEF, se inicia a primeira etapa do método: a de **tentativa**. A estrutura é considerada momentaneamente elástica ($\Delta\lambda = 0$). Utilizando como exemplo o *encruamento isotrópico*, são feitas as considerações abaixo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n+1}^{p,tentativa} &= \varepsilon_n^p \\ \sigma_{n+1}^{tentativa} &= E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) \\ \alpha_{n+1}^{tentativa} &= \alpha_n \\ f_{n+1}^{tentativa} &= |\sigma_{n+1}^{tentativa}| - (\sigma_y + k\alpha_n) \end{aligned} \quad (7)$$

Então o critério de plastificação é verificado: se $f_{n+1}^{tentativa} \leq 0$, tem-se $\Delta\lambda = 0$ e os itens de tentativa se tornam os finais, ou seja, os termos $(n + 1)$. Caso $f_{n+1}^{tentativa} > 0$ tem-se $\Delta\lambda > 0$, isto significa que $\sigma_{n+1}^{tentativa}$ está fora do limite de escoamento e surgirão deformações plásticas. A segunda etapa do método – a de **correção** – consiste então em trazer o estado de tensão para dentro do limite de escoamento, delimitado por $\sigma_y + K\alpha_n$.

O método de Newton-Raphson é então utilizado para direcionar a busca pela solução da equação não linear. As equações não lineares a serem resolvidas são as seguintes:

$$g(y) = \begin{bmatrix} \sigma_{n+1} - E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) \\ \varepsilon_{n+1}^p - \varepsilon_n^p - \Delta\lambda \text{sinal}(\sigma_{n+1}) \\ \alpha_{n+1} - \alpha_n - \Delta\lambda \\ |\sigma_{n+1}| - (\sigma_y + K\alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde o vetor de incógnitas é $y = \begin{bmatrix} \sigma_{n+1} \\ \varepsilon_{n+1}^p \\ \alpha_{n+1} \\ \Delta\lambda \end{bmatrix}$.

Como visto na formulação do método de Newton-Raphson, são necessárias as derivadas parciais da equação a ser resolvida. Como $g(y)$ é vetor, se faz necessário o uso da matriz Jacobiana (J):

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial y_4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_4}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial g_4}{\partial y_4} \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 1 & E & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -s \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ s & 0 & -k & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sendo $s = \text{sinal}(\sigma_{n+1})$. A inversão da matriz fica:

$$J^{-1} = \frac{1}{(E+K)} \begin{bmatrix} k & -Ek & sEk & sE \\ 1 & k & -sk & -s \\ s & -sE & E & -1 \\ s & -sE & -k & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Para iniciar o processo iterativo, utiliza-se $y_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{n+1}^{tentativa} \\ \varepsilon_n^p \\ \alpha_n \\ 0 \end{bmatrix}$ e $g(y_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_{n+1}^{tentativa} \end{bmatrix}$. Deve-se observar que só $f_{n+1}^{tentativa}$

não atingiu zero em $g(y)$. Operando o algoritmo de Newton-Raphson obtém-se:

$$y_{i+1} = y_i - J^{-1}(y_i)g(y_i) \\ \begin{bmatrix} \sigma_{n+1} \\ \varepsilon_{n+1}^p \\ \alpha_{n+1} \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{n+1}^{tentativa} \\ \varepsilon_n^p \\ \alpha_n \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{(E+k)} \begin{bmatrix} k & -Ek & sEk & sE \\ 1 & k & -sk & -s \\ s & -sE & E & -1 \\ s & -sE & -k & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_{n+1}^{tentativa} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Por fim, escrevendo as equações anteriores de forma algébrica obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1} &= \sigma_{n+1}^{tentativa} - \frac{f_{n+1}^{tentativa}}{E+k} E \text{sinal}(\sigma_{n+1}^{tentativa}) \\ \varepsilon_{n+1}^p &= \varepsilon_n^p + \frac{f_{n+1}^{tentativa}}{(E+k)} \text{sinal}(\sigma_{n+1}^{tentativa}) \\ \alpha_{n+1} &= \alpha_n + \frac{f_{n+1}^{tentativa}}{(E+k)} \\ \Delta\lambda &= \frac{f_{n+1}^{tentativa}}{(E+k)} \end{aligned} \quad (12)$$

Para o encruamento cinemático a metodologia é a mesma, levando-se em conta as alterações das equações envolvidas. Este procedimento é feito para todos os elementos da treliça plana. Depois de coletadas todas as novas tensões e forças internas, é feito o equilíbrio das forças nos nós da estrutura. Como os modelos de encruamento adotados (isotrópico e cinemático) são multilineares, o método de Newton-Raphson garante convergência logo na primeira iteração, desde que a atualização do módulo de elasticidade longitudinal para os módulos de encruamento seja efetuada.

Atribuindo em um vetor “ f_1 ” somente as forças resultantes nos nós sem restrição de movimento e no vetor “ f_2 ” o carregamento original do passo de carga para tais nós (sendo os dois vetores da mesma dimensão), se obtém a norma para verificação da convergência do cálculo:

$$\text{norma} = \sqrt{\|f_1\| - \|f_2\|} \quad (13)$$

Segundo Lourenço (1999), um valor de 10^{-3} é aceitável para esta norma para a verificação da convergência do processo. Caso a norma seja inferior a tolerância imposta, a iteração acaba e os valores finais são obtidos, caso contrário é feita uma nova iteração onde $[f'_2] = [f_2] - [f_1]$, o qual é o novo vetor de força desbalanceado que deve ser reaplicado à estrutura.

5. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Uma análise de confiabilidade tem por objetivo determinar as probabilidades de falha referentes a cenários específicos de falha, conhecidos como estados limite. Inicia-se a avaliação probabilística identificando-se as variáveis aleatórias envolvidas no problema $X = [X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n]$ e atribuindo a cada variável aleatória (X_i) uma distribuição de probabilidades específica. O tipo de distribuição de probabilidade atribuída a cada variável aleatória é definido por meio de observações físicas, estudos estatísticos, análises laboratoriais e opiniões de especialistas. As variáveis envolvidas no problema que não alteram sensivelmente os valores de probabilidade de falha podem ser consideradas como variáveis determinísticas, ou seja, que não introduzem fontes de incerteza no problema.

Após definidas as variáveis aleatórias, define-se o número de estados limites envolvidos no problema. Um “estado limite” é uma fronteira entre um desempenho desejado e um desempenho indesejado para uma estrutura. Essa fronteira é frequentemente representada por uma “equação de estado limite” ou “função de desempenho” (Nowak e Collins, 2000). Cada distinta maneira que possa levar a um estado indesejável da estrutura é chamada, genericamente, de um modo de falha. Cada modo de falha dá origem a um estado limite. Os modos de falha e os estados limites correspondentes representam modelos idealizados da falha em estruturas (Beck, 2012).

Assim, cada equação de estado limite separa o espaço em duas regiões: o domínio de segurança, onde $G_i(x) > 0$ e o domínio de falha, onde $G_i(x) < 0$. O limiar entre estes dois domínios é definido como $G_i(x) = 0$, sendo conhecido como estado limite. É importante destacar que nem sempre é possível obter uma expressão analítica para a equação de estado limite. Quando modelos numéricos são utilizados, apenas em um número desejado de pontos a equação de estado limite pode ser calculada. As equações de estado limite deste trabalho são definidas utilizando modos de falha calculados numericamente, com base em análises elastoplásticas. O comportamento mecânico da treliça plana é avaliado considerando seu processo de plastificação até o alcance do colapso estrutural.

A probabilidade de falha é uma medida de propensão à violação dos estados limites. Ela pode ser entendida como a probabilidade de que o conjunto de variáveis aleatórias X conduza a estrutura ao domínio de falha, ou ainda, a probabilidade de que a equação de estado limite seja menor que zero. Assim:

$$P_f = P\{X \in D_f\} = P_f\{G_i(X) < 0\} \quad (14)$$

Procedimentos alternativos, baseados em técnicas de simulação numérica, podem ser empregados para a determinação das probabilidades de falha. Neste trabalho será empregada a técnica de simulação numérica utilizando o método de simulação de Monte Carlo. Uma descrição mais detalhada deste método é apresentada no tópico seguinte.

6. MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A simulação pode ser entendida como uma forma de se realizar numericamente um experimento que na prática não é realizável. Este experimento consiste em submeter a estrutura a um grande número de combinações de resistências e de ações, sendo estas variáveis aleatórias e/ou processos estocásticos. O núcleo do método de simulação de Monte Carlo reside na obtenção de um conjunto de realizações das variáveis aleatórias, as quais obedecem a uma lei definida. A probabilidade de falha é calculada utilizando a seguinte equação:

$$P_f = \int_{\Omega} I[x] f_X(x) dx = E[I[x]] \quad (15)$$

A função indicadora $I[x]$ assume valor unitário se a equação de estado limite resultar em um número negativo, ou seja, se a realização aleatória resultar num ponto definido dentro do domínio de falha. Se o resultado do experimento pertencer ao domínio de segurança, a função $I[x]$ assume valor nulo. Assim, simulando um número conveniente de amostras, o valor médio $I[x]$ será uma estimativa para a probabilidade de falha, ou seja:

$$\hat{P}_f = E[I[x]] = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I[x_i] = \frac{n_f}{n_{si}} \quad (16)$$

sendo n_f o número de amostras pertencentes ao domínio de falha e n_{si} o número de simulações realizadas.

7. APLICAÇÃO

Será apresentada uma aplicação envolvendo a análise mecano-probabilística de uma estrutura em treliça plana e posterior análise RBDO desse problema. Objetiva-se a determinação de dois parâmetros geométricos que conduzam ao

mínimo volume estrutural levando-se em consideração uma probabilidade de falha alvo. A estrutura a ser analisada está apresentada na Fig. (2), onde os parâmetros a serem otimizados são o ângulo θ e o comprimento L .

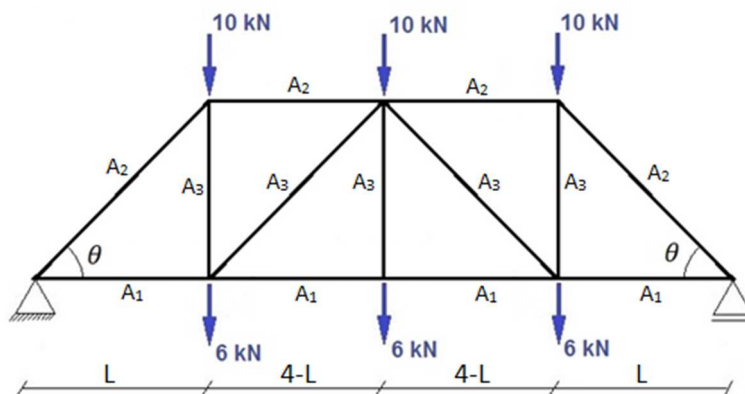


Figura 2. Estrutura analisada

As variáveis aleatórias consideradas na análise são as áreas das seções transversais das barras da treliça. Estas variáveis aleatórias são governadas por uma distribuição normal com as seguintes médias e desvios padrão:

Tabela 1. Médias e desvios padrão das variáveis aleatórias consideradas.

Variável Aleatória	Média ($10^{-5} m^2$)	Desvio Padrão ($10^{-6} m^2$)
A ₁	7,6	7,6
A ₂	8,1	8,1
A ₃	3,3	3,3

Para a análise via método de simulação de Monte Carlo, foram utilizadas 10000 realizações do modelo mecânico. Para este tamanho da amostra as análises de confiabilidade apresentaram convergência, de acordo com simulações preliminares realizadas.

Para a estrutura apresentada na Fig. (2) o volume da estrutura pode ser expresso pelas seguintes relações:

$$V_T = \sum_{i=1}^{13} L_{barra} A_{barra} = \sum_{i=1}^4 L_i \mu_1 + \sum_{i=1}^4 L_i \mu_2 + \sum_{i=1}^5 L_i \mu_3$$

$$V_T = 8\mu_1 + 2\mu_2 \left((4-L) + \frac{L}{\cos\theta} \right) + \mu_3 (3(L \operatorname{tg}\theta) + 2\sqrt{(4-L)^2 + (L \operatorname{tg}\theta)^2})$$

Nas Fig. (3) e Fig. (4) são apresentadas as variações da probabilidade de falha e do volume da estrutura em função da variação dos valores de θ e o comprimento L , para um dado intervalo dessas variáveis.

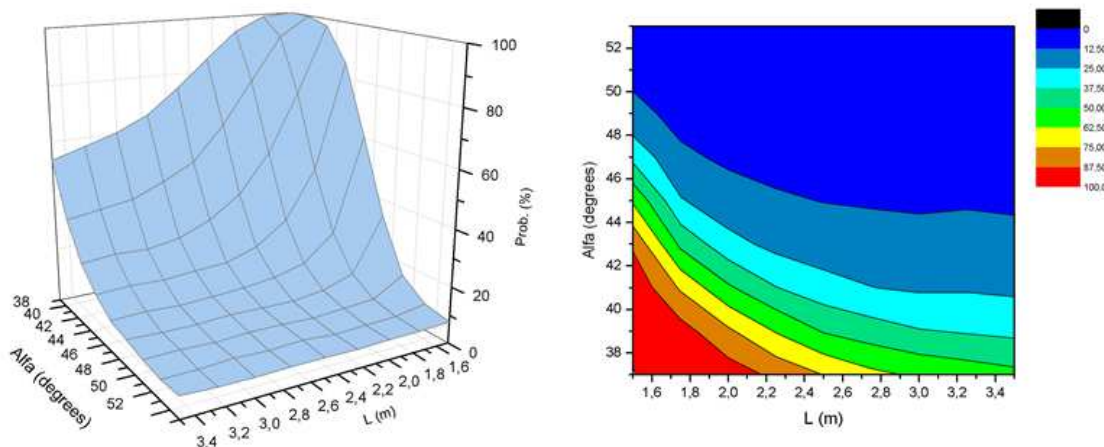


Figura 3. Variação da probabilidade de falha em função dos parâmetros θ e L .

Para o valor alvo da probabilidade de falha igual a 3%, por exemplo, o par θ e L encontrado é $51,7^\circ$ e 3,38 m. A probabilidade de falha alvo pode ser escolhida pelo analista em função das consequências da falha estrutural.

Se os diagramas apresentados nas Fig. (3) e Fig. (4) forem superpostos, podem ser determinadas isolinhas envolvendo os pares θ e L e os valores do volume e probabilidade de falha. Para um valor alvo de probabilidade de falha igual a 12,5%, por exemplo, a isolinha correspondente é apresentada na Fig. (5). Para essa probabilidade de falha alvo, o menor volume encontrado é $0,0017 m^3$. Deve-se enfatizar que a probabilidade de falha alvo deve ser escolhida pelo analista, sendo o valor de 12,5% apenas ilustrativo. Deve-se enfatizar que os valores apresentados nesta aplicação servem apenas para ilustrar a aplicabilidade do modelo RBDO aplicado.

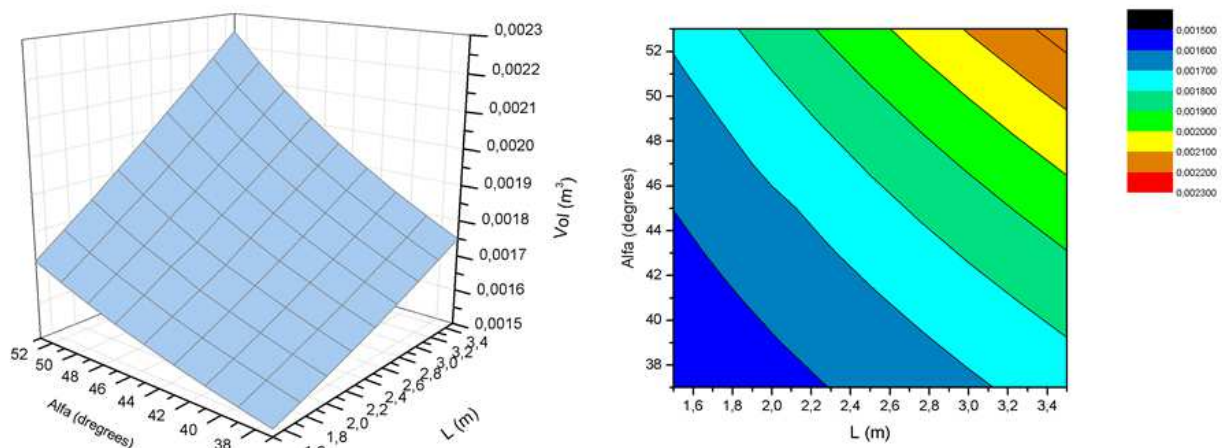


Figura 4. Variação do volume da estrutura em função dos parâmetros θ e L .

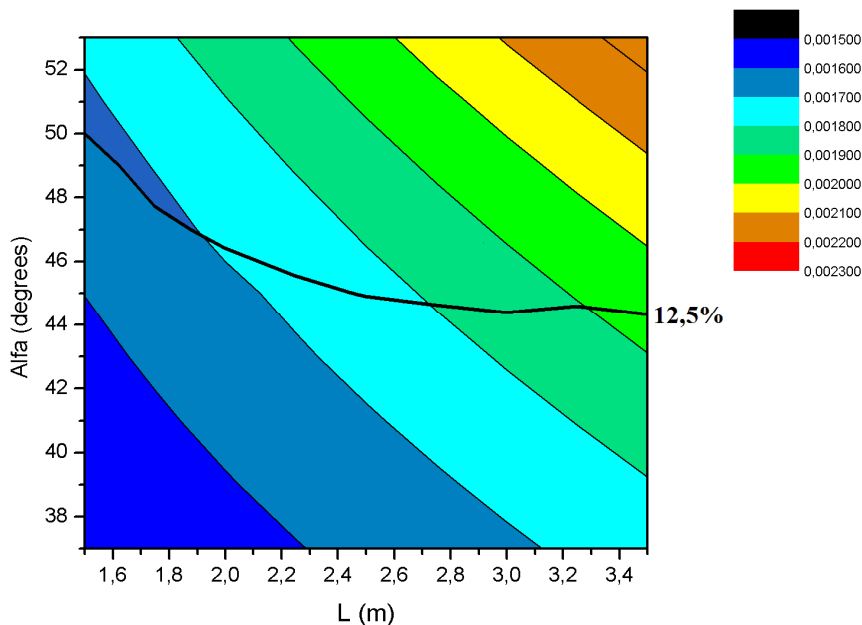


Figura 5. Gráfico do volume da estrutura e linha de probabilidade de falha constante de 12,5%.

8. CONCLUSÃO

Neste trabalho, um modelo elastoplástico foi desenvolvido e acoplado a um algoritmo de confiabilidade para a determinação da probabilidade de falha de estruturas de treliças planas. Com base nos valores da probabilidade de falha, o analista é capaz de escolher probabilidades de falha alvo em função da consequência da falha estrutural. Então, parâmetros geométricos da estrutura podem ser determinados para a minimização de grandezas relacionadas ao problema, como o volume estrutural, por exemplo. O modelo resultante deste tipo de abordagem é do tipo RBDO e neste trabalho este foi aplicado à análise da minimização do volume estrutural considerando restrições relacionadas a probabilidade de falha. Os mapas que relacionam os parâmetros geométricos ao volume e à probabilidade de falha foram criados e isolinhas de probabilidade de falha foram determinadas. Assim, ao analista cabe apenas a responsabilidade de escolher a probabilidade de falha alvo e a configuração geométrica é obtida por meio da abordagem utilizada.

Pretende-se aprimorar no futuro o modelo mecânico para que cenários de falha relacionados à instabilidade estrutural e efeitos geometricamente não lineares sejam considerados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>K</i>	matriz de rigidez
<i>U</i>	vetor de deslocamentos nodais
<i>F</i>	vetor de forças nodais
<i>E</i>	módulo de elasticidade longitudinal
<i>A</i>	área da seção transversal da barra de treliça
<i>L</i>	comprimento da barra de treliça

u_{ij}	deslocamento do nó <i>i</i> na direção <i>j</i>
f_{ij}	força no nó <i>i</i> na direção <i>j</i>
$f \leq 0$	critério de plastificação
<i>k</i>	módulo plástico de encruamento isotrópico
α	medida da evolução da deformação plástica
<i>H</i>	módulo plástico de encruamento cinemático
<i>q</i>	deslocamento do centro do domínio elástico
<i>J</i>	matriz jacobiana
<i>Y</i>	vetor de incógnitas mecânicas
$g(Y)$	vetor de desbalanceamento mecânico
<i>X</i>	vetor de variáveis aleatórias
<i>x</i>	realização do vetor de variáveis aleatórias
$G_i(x)=0$	equação de estado limite
P_f	probabilidade de falha
\hat{P}_f	estimativa da probabilidade de falha
$I[x]$	função indicadora
$E[]$	Operador valor esperado
n_f	número de amostras no domínio de falha

n_{si} número de simulações realizadas

Letras gregas

σ	tensão normal
ε	deformação normal total
ε_e	parcela elástica da deformação normal
ε_p	parcela plástica da deformação normal
σ_y	tensão de escoamento
$\dot{\lambda}$	valor absoluto da taxa de deformação plástica
Δ	variação finita de uma grandeza
μ_i	valor esperado de uma variável aleatória X_i

Subscritos

<i>n</i>	instante passado
<i>n+1</i>	instante atual

Sobrescritos

.	taxa ou derivada no tempo de uma grandez
<i>tentativa</i>	valor da grandeza na etapa tentativa

REFERÊNCIAS

- Ang, A.H-S., Tang, W.H., 1984. Probability Concepts in Engineering Planning and Desing. Vol 2 – Decision, Risk and Reliability, New York: John Wiley & Sons.
- Beck, A.T., 2012, Curso de confiabilidade estrutural. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Chaves, I.A., Melchers, R.E., 2014, “Extreme value analysis for assessing structural reliability of welded offshore steel structures”, Structural Safety, Vol. 50, pp. 9–15.
- Crespo, L.G., Kenny, S.P., Giesy, D.P. 2015. “Random Predictor Models for Rigorous Uncertainty Quantification”, International Journal for Uncertainty Quantification, Vol. 5, nº5 pp. 469-489.
- Hope, U., 2010. Lecture Notes Computational Plasticity. RUHR-Universitat Bochum.
- Lourenço, P.B., 1999. Métodos Computacionais na Mecânica dos Sólidos Não Linear. Universidade do Minho.
- Nogueira, C.G., Leonel, E.D., 2013, Probabilistic models applied to safety assessment of reinforced concrete structures subjected to chloride ingress, Engineering Failure Analysis, Vol. 31, pp. 76–89.
- Nowak, A.S., Collins, K.R., 2000, Reliability of structures, Boston: McGraw-Hill.
- Shields, M.D., Teferra, K., Hapij, A., Daddazio, R.P., 2015, “Refined Stratified Sampling for efficient Monte Carlo based uncertainty quantification”, Reliability Engineering & System Safety, Vol. 142, pp. 310–325.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., 2000, The finite element method. Oxford: Butterworth-Heinemann, Boston.
- Proença, S.P.B., 2004. Notas de Aula da disciplina Análise Não Linear. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Antônio Rodrigues Neto, Sérgio Gustavo Ferreira Cordeiro e Edson Denner Leonel são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

Otimização

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO OTIMIZADOS DE ESTRUTURAS PLANAS DE AÇO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Felipe Isamu Harger Sakiyama, isamuu@gmail.com

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia, U. Fed. dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, 39803-371, Teófilo Otoni, MG, Brasil

Gustavo de Souza Veríssimo, gsv1965@gmail.com

José Luiz Rangel Paes, jlrange@ufv.br

José Carlos Lopes Ribeiro, engjcarlos@yahoo.com.br

Depto de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, 36570-000, Viçosa, Minas Gerais, Brasil

Resumo. A escolha do sistema estrutural e as decisões tomadas durante sua definição são feitas normalmente com base na experiência do projetista e, embora envolva aspectos técnicos, ainda é de caráter pessoal. Chegar à configuração ótima da estrutura manualmente, ou utilizando ferramentas clássicas de análise e dimensionamento, na prática é inviável, tendo em vista o rigor exigido para o cumprimento de prazos na realidade atual. Entretanto, os recursos de computação disponíveis permitem não somente o desenvolvimento de aplicações mais sofisticadas como também a integração de aplicativos, possibilitando a automatização de processos complexos que demandam a execução de grandes quantidades de cálculos, e viabilizando a obtenção de soluções mais otimizadas do que as que se consegue com os métodos convencionais. Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para análise e dimensionamento otimizados de estruturas planas de aço que integra o Princípio dos Trabalhos Virtuais e um algoritmo para análise matricial de estruturas. Uma ferramenta computacional foi desenvolvida para avaliar o impacto da metodologia no dimensionamento de modelos estruturais de edifícios usuais em aço. Uma análise crítica dos atuais critérios e parâmetros de avaliação do desempenho de estruturas sujeitas ao ELS de deslocamentos horizontais foi realizada. Os resultados mostraram que a utilização da metodologia apresentou um impacto positivo no dimensionamento de estruturas planas de aço sujeitas a deslocamentos horizontais.

Palavras-chave: estruturas metálicas, otimização, sistemas estruturais, trabalhos virtuais

1. INTRODUÇÃO

Ao longo do processo de projeto e dimensionamento de uma estrutura metálica, os engenheiros podem lançar mão de diversos sistemas estruturais distintos; cada sistema apresentará um determinado desempenho e consumirá uma certa quantidade de material. A escolha do sistema e as decisões tomadas durante sua definição são feitas normalmente com base na experiência prévia do projetista e, embora envolva uma série de aspectos técnicos, ainda é de caráter pessoal. Existe uma carência no mercado de metodologias ou ferramentas que tornem o processo criativo e decisório mais objetivo, baseado em análises físicas.

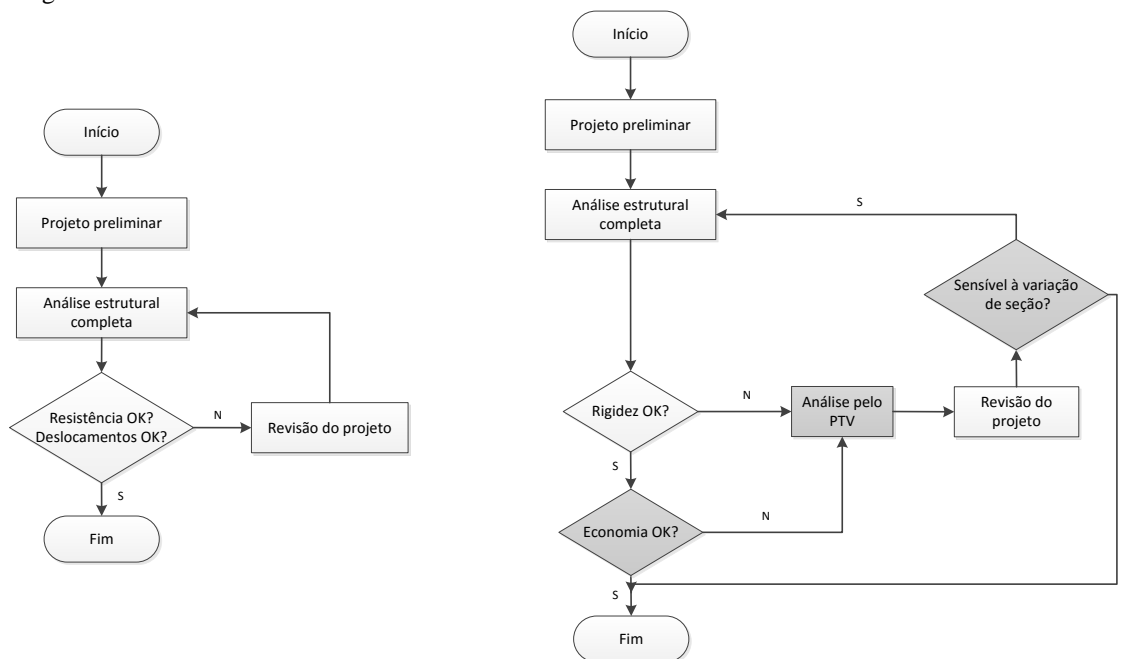
Quando o dimensionamento de uma estrutura é governado pelos esforços no Estado Limite Último (ELU), as dimensões dos elementos são determinadas de maneira direta, principalmente quando se dispõe de algum programa computacional. Os elementos menos resistentes são facilmente identificados e substituídos por elementos mais resistentes. Entretanto, quando os deslocamentos sofridos pela estrutura nos Estados Limites de Serviço (ELS) governam o dimensionamento, o redimensionamento não é uma tarefa fácil. Apenas ao final do dimensionamento de todos os elementos torna-se possível determinar se a estrutura é muito flexível ou muito rígida (Charney, 1993).

Dependendo da complexidade do sistema estrutural, não é simples identificar qual ou quais elementos influenciam mais ou menos na rigidez global da estrutura. Dada essa dificuldade, ao final do processo de análise e dimensionamento de uma estrutura de aço (Figura 1-a), o projetista chega numa configuração que atende as exigências de norma quanto à segurança e ao desempenho, mas essa configuração não é necessariamente a ótima.

Ao contrário dos critérios de dimensionamento no ELU, os critérios no ELS para os deslocamentos horizontais não possuem uma normatização explícita (Charney, 1990). O ELS é geralmente associado a um evento não catastrófico e serve como parâmetro do nível de qualidade de uma estrutura ou elemento. Exceder um ELS em um edifício significa que as suas funções são comprometidas devido aos danos não estruturais causados, ou devido ao desconforto provocado em seus ocupantes (Griffis, 1993). As consequências nos ELS estão associadas a fatores econômicos e nos ELU à segurança da estrutura.

Chegar à configuração ótima da estrutura manualmente, ou utilizando ferramentas clássicas de análise e dimensionamento na prática é inviável, tendo em vista o rigor exigido para o cumprimento de prazos na realidade atual. Entretanto, os recursos de computação disponíveis atualmente permitem não somente o desenvolvimento de aplicações mais sofisticadas como também a integração de aplicativos existentes, possibilitando a automatização de processos complexos que demandam a execução de grandes quantidades de cálculos, viabilizando a obtenção de soluções mais sofisticadas ou mais otimizadas do que as que se consegue com os métodos convencionais. Com estes avanços, há uma evolução das metodologias que viabilizam um dimensionamento otimizado de estruturas, levando em conta não somente os critérios de resistência estabelecidos nas normas técnicas, mas também o comportamento estrutural nas situações de serviço como, por exemplo, o ELS de deslocamentos horizontais excessivos.

Velivasakis e DeScenza (1983) desenvolveram um método para o controle da rigidez de edifícios altos sujeitos a deslocamentos horizontais excessivos. Este método utiliza-se do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) para identificar a contribuição da rigidez de cada elemento para a rigidez total da estrutura. A utilização do PTV na otimização da rigidez foi aprimorada por Baker (1990), Forrest-Brown e Samali (1990), Henige (1991), Wada (1992), Charney (1993) e Barrar (2009). De posse dos resultados da análise pelo PTV, é possível identificar a falta ou o excesso de rigidez de cada elemento e, então, redimensioná-los de maneira otimizada. O PTV é uma solução interessante para a otimização de estruturas de edifícios, pois as bases matemáticas dessa técnica já são conhecidas pelos projetistas e os resultados são apresentados em termos do comportamento físico. Além disso, a informação necessária para a otimização é dada ao projetista, que tem controle total do processo de redimensionamento. O processo de análise e dimensionamento incorporando o PTV é mostrado na Figura 1-b.



a) Fluxograma do processo tradicional de análise e dimensionamento (Charney, 1993)

b) Fluxograma do processo de análise e dimensionamento incorporando o PTV (Charney, 1993)

Figura 1. Processos de análise e dimensionamento de estruturas de aço.

Este trabalho visou o desenvolvimento de uma metodologia de análise e dimensionamento otimizados de estruturas de aço, a partir da integração de algoritmos de análise, de controle de rigidez baseados na energia de deformação da estrutura pelo PTV, de dimensionamento e de pesquisa em banco de dados. Uma ferramenta computacional foi desenvolvida para avaliar o impacto da metodologia no dimensionamento de modelos estruturais de estruturas reticuladas planas de aço de edifícios usuais.

2. METODOLOGIA

A metodologia adotada para atingir os objetivos propostos foi desenvolvida em três etapas: (a) implementação de rotinas para integração da ferramenta computacional com um aplicativo de análise estrutural; (b) implementação do algoritmo para otimização da rigidez pelo PTV; (c) estudo comparativo de modelos estruturais quanto aos impactos da otimização.

2.1. Ferramenta computacional

Foi desenvolvida uma Ferramenta Computacional na linguagem *Delphi* versão 5.0 para implementar e aplicar a metodologia proposta neste trabalho. A Ferramenta gerencia um conjunto de módulos de tarefas que interagem entre si, utilizando as tecnologias de banco de dados, *application programming interface* (API), *object link and embedding* (OLE) e *graphical user interface* (GUI). A arquitetura da Ferramenta Computacional (Figura 2) consiste em um módulo Gerenciador que faz a comunicação entre os demais módulos: Banco de Dados, Dimensionador, Análise pelo PTV e Gerenciador de Resultados, e entre os aplicativos externos Microsoft Excel e SAP2000.

A Ferramenta Computacional foi integrada com o software de análise estrutural SAP2000 utilizando-se a OAPI da CSI (2008). A integração permite controlar operações sobre um modelo estrutural do SAP2000, como, por exemplo, a obtenção dos resultados de uma análise estrutural, a definição de ações e combinações de ações e a modificação das propriedades e atribuições dos objetos do modelo em tempo de execução. A partir dos resultados da análise, a Ferramenta Computacional executa o dimensionamento dos elementos da estrutura em ELU, de acordo com a ABNT NBR8800:2008 e os parâmetros do modelo estrutural. Os perfis adotados no dimensionamento são atribuídos aos respectivos elementos

no modelo estrutural do SAP2000. Desta forma, a Ferramenta Computacional tanto acessa e captura como envia informações do SAP2000.

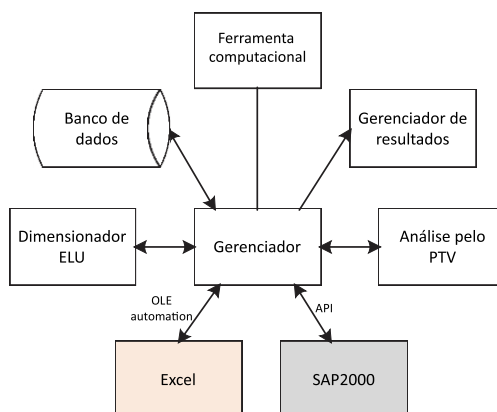


Figura 2. Arquitetura da Ferramenta Computacional.

A automação OLE foi utilizada na Ferramenta Computacional para exportar os resultados da otimização de um modelo estrutural para o Excel. Os resultados de cada iteração são registrados em planilhas e plotados em gráficos.

2.2. Modelo estrutural

Foi elaborado um modelo de estrutura reticulada plana de aço, mostrado na Figura 3. A estabilidade no plano da estrutura é garantida pela capacidade de transmissão de momento das ligações viga-pilar. Por se tratar de modelo estrutural plano, os deslocamentos dos nós na direção perpendicular ao plano da estrutura foram impedidos. As dimensões do modelo foram de 3000 mm entre pisos e 6000 mm entre pilares.

Foi considerada uma ação concentrada devida ao vento, aplicada em cada pavimento, no sentido positivo do eixo x, cujo valor foi obtido por meio do coeficiente de arrasto, conforme prescrito na ABNT NBR6123:1988. As ações gravitacionais distribuídas consideradas foram: ações permanentes devidas ao peso próprio da estrutura de aço, da estrutura de concreto e da alvenaria; e uma sobrecarga variável de utilização.

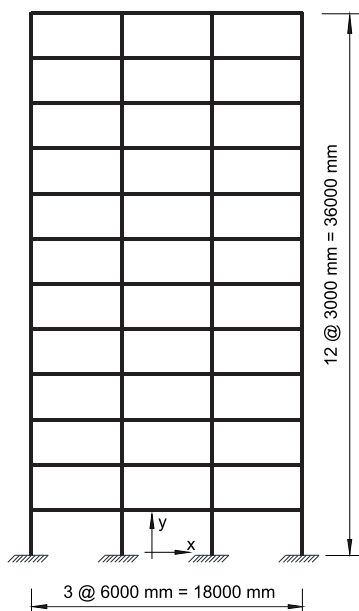


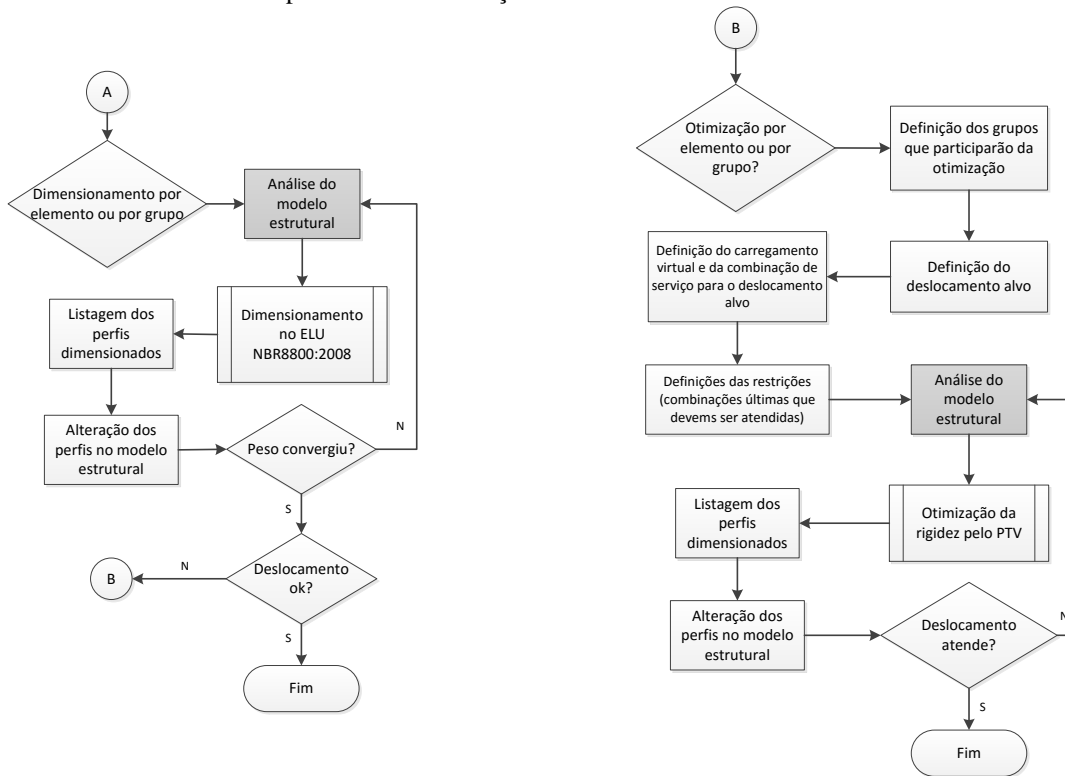
Figura 3. Esquema estrutural do modelo estudado.

Primeiramente, efetua-se a otimização no ELU para o menor peso da estrutura, de acordo com a ABNT NBR8800:2008. O dimensionamento pode ser realizado de duas maneiras: por elemento ou por grupo de elementos. No primeiro caso, o perfil é dimensionado para cada elemento individualmente e no segundo, um único perfil é dimensionado e atribuído a todos os elementos do grupo. Em ambos os casos, é escolhido o perfil mais leve que atende a todas as solicitações no ELU. Após o término da otimização do peso, os perfis das barras são alterados no modelo estrutural do SAP2000, de acordo com os resultados do dimensionamento.

Nas estruturas sensíveis à variação de seção, a distribuição dos esforços internos está diretamente relacionada à rigidez do elemento. Um perfil com maior rigidez à flexão absorverá uma parcela maior dos esforços à flexão do que outro menos rígido. Portanto, a alteração dos perfis resultantes de uma iteração provoca uma variação nos resultados da análise estrutural da iteração subsequente. A tendência é que a variação dos resultados entre duas iterações consecutivas se estabilize, cabendo ao projetista determinar o critério de parada. Neste trabalho, o critério de parada do processo iterativo para a otimização do peso foi a diferença entre o peso de duas iterações consecutivas inferior a 5% após pelo menos três iterações consecutivas. O fluxograma da otimização do peso é mostrado na Figura 4-a.

Uma vez atingido o peso ótimo da estrutura no ELU, é realizada a verificação dos deslocamentos horizontais no ELS devido à ação do vento. Quando os deslocamentos na estrutura são inferiores aos limites de norma, a estrutura de peso ótimo atende aos requisitos no ELU e no ELS, não sendo necessária nenhuma alteração no dimensionamento. Neste caso, o dimensionamento é governado pela resistência. Se os deslocamentos horizontais na estrutura ultrapassam os limites de norma, é necessário aumentar a rigidez da estrutura a fim de reduzir os deslocamentos. O aumento da rigidez implica no aumento do peso dos elementos da estrutura além do necessário para resistir aos esforços solicitantes. Neste caso, o dimensionamento é governado pela rigidez da estrutura. Para isto, é realizado o processo de otimização da rigidez pelo PTV, com o objetivo de encontrar a estrutura mais leve que atenda aos critérios de resistência no ELU e de rigidez no ELS.

Na Figura 4-b encontra-se o fluxograma do processo de otimização da rigidez pelo PTV. A otimização da rigidez pode ser utilizada de duas maneiras: por elemento ou por grupo de elementos. Em ambos os casos, é possível determinar quais grupos de elementos participam da otimização da rigidez da estrutura. Por exemplo, considere-se a situação em que a resistência a ações horizontais de uma estrutura é dada por uma subestrutura de contraventamento de pórtico em forma de treliça. Neste caso, os elementos ou grupos de elementos que não participam do sistema de resistência a ações horizontais devem ser removidos do processo de otimização.



a) Fluxograma da otimização do peso no ELU

b) Fluxograma da otimização da rigidez no ELS

Figura 4. Fluxogramas da otimização.

O carregamento virtual e a combinação de serviço são determinados de acordo com o local, direção e sentido para os quais se deseja obter o deslocamento. Para avaliar o deslocamento horizontal do topo da estrutura, por exemplo, uma força horizontal virtual unitária deve ser aplicada no topo.

Em seguida, os deslocamentos alvo são determinados de acordo com os limites prescritos pela ABNT NBR8800:2008 para deslocamentos horizontais em edifícios. Na sequência, as restrições de resistência são definidas selecionando-se as combinações últimas que devem ser atendidas durante a otimização pelo PTV.

O procedimento da otimização da rigidez deve ser repetido até que o *SI* da estrutura se estabilize e, conseqüentemente, o deslocamento na direção do carregamento virtual se aproxime do deslocamento alvo (Sakiyama 2015). A tolerância da diferença do *SI* alvo e o novo *SI* estimado de cada elemento ou grupo foi fixada em 15%, conforme recomendado na literatura. Como o conjunto de soluções é discreto – um conjunto finito de perfis de um determinado catálogo – e a

otimização da rigidez deve atender às restrições de resistência no ELU e de rigidez no ELS, devem ser realizadas iterações da otimização da rigidez até à convergência dos resultados das deformações.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 5 é mostrada a evolução do dimensionamento otimizado. Para cada iteração foram registrados o peso final e o deslocamento horizontal no topo da estrutura. As primeiras cinco iterações foram realizadas para a otimização do peso no ELU. Nota-se que o peso total da estrutura se estabilizou na quinta iteração, enquanto o deslocamento horizontal no topo não apresentou o mesmo comportamento. Isto ocorreu pois, na otimização do peso, o dimensionamento foi governado pela resposta da estrutura aos esforços solicitantes nos elementos, decorrentes das combinações últimas de ações.

A estrutura dimensionada no ELU apresentou um deslocamento horizontal no topo de 17,22 cm, não atendendo ao critério de serviço para o deslocamento horizontal no topo de 9 cm. Foi necessário avançar para a etapa seguinte do dimensionamento otimizado cujo parâmetro de controle é o deslocamento horizontal no topo no ELS. Observa-se que na primeira iteração o deslocamento horizontal foi reduzido para 8,34 cm.

Após uma sequência de 15 iterações, o deslocamento horizontal no topo apresentou uma variação de no máximo 5% entre iterações, mantendo-se constante a partir da 12ª iteração. Nota-se que, na otimização da rigidez, a variação do peso apresentou um comportamento similar à variação do deslocamento da estrutura. Isto se deve ao fato de que o dimensionamento no ELS foi governado pela resposta da estrutura às deformações sofridas nos elementos decorrentes do carregamento horizontal.

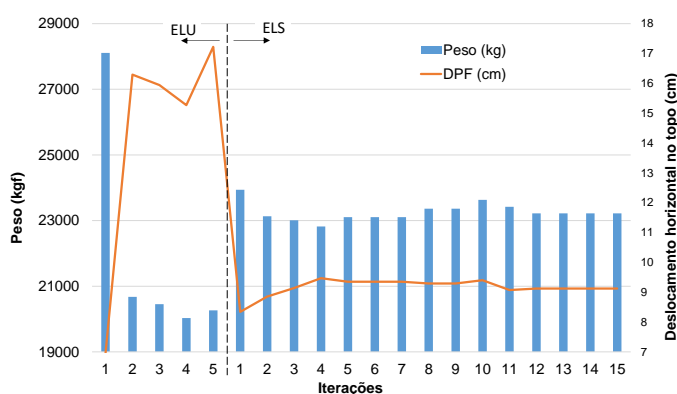


Figura 5. Evolução do dimensionamento otimizado no ELU e no ELS de deslocamento horizontal no topo.

Na Tabela 1-a apresentam-se os resultados da avaliação do deslocamento horizontal no topo da estrutura antes da otimização da rigidez no ELS. São mostrados para cada grupo de elementos e para a estrutura global: o perfil e o peso de aço do dimensionamento; o *DPF* e os componentes de deformação axial (*DA*), de cisalhamento (*DV*) e de flexão (*DF*); e o *SI*. Na Tabela 1-b apresenta-se a avaliação do *SI* dos grupos de elementos e da estrutura global. São mostrados parâmetros de dispersão do *SI* dos grupos e a comparação entre o *SI* alvo e o *SI* efetivo da estrutura global. Na Tabela 2, os mesmos resultados são apresentados para a estrutura depois da otimização da rigidez no ELS de deslocamento horizontal no topo.

Observa-se que o dimensionamento no ELU (Tabela 1-a) resultou em uma distribuição da rigidez (*SI*) insuficiente para manter o deslocamento horizontal no topo aquém do limite de norma. Os valores do *SI* dos grupos foram dispersos, com amplitude de 1,67 para o grupo Pilar-1c, a 8,96 para o grupo Viga-b. A média do *SI* dos grupos foi de 4,64, com desvio padrão de 2,52, coeficiente de variação de 54,26% e variância de 6,33 (Tabela 1-b). O *SI* efetivo da estrutura global foi de 5,36, 49,01% superior ao *SI* alvo para um deslocamento horizontal no topo de $H/400$. O peso total da estrutura foi de 20.262,46 kgf e o deslocamento horizontal no topo de 17,22 cm.

Os grupos de vigas Viga-a, Viga-b e Viga-c foram os que apresentaram a maior sensibilidade ao deslocamento horizontal, com *SI* de 8,25; 8,96; e 5,47, respectivamente. Em seguida, os grupos dos pilares internos Pilar-2a, Pilar-2b e Pilar-2c, com *SI* de 2,34; 4,09; e 4,35, respectivamente. E finalmente os grupos dos pilares externos Pilar-1a, Pilar-1b e Pilar-1c, com *SI* de 3,58; 3,02; e 1,67, respectivamente.

Na estrutura após a otimização da rigidez no ELS (Tabela 2-a), a redistribuição de rigidez foi efetuada em função do deslocamento horizontal no topo. Observa-se que o valor do *SI* dos grupos apresentou uma variação inferior à situação anterior. A amplitude foi de 2,12 para o grupo Pilar-2b, a 2,45 para os grupos Pilar-1a e Viga-a. A média do *SI* dos grupos foi de 2,31, com desvio padrão de 0,10, coeficiente de variação de 4,39% e variância de 0,01 (Tabela 2-b). O *SI* efetivo da estrutura global foi de 2,34 (2,18% superior ao *SI* alvo para um deslocamento horizontal no topo de $H/400$). O peso total da estrutura foi aumentado para 23.220,03 kgf e o deslocamento horizontal no topo reduzido para 9,12 cm.

Na Figura 6 é apresentado o gráfico da participação de cada fonte de deformação que contribui para o deslocamento horizontal no topo. Os valores foram obtidos a partir dos componentes de deformação axial (*DA*), de deformação de cisalhamento (*DV*), de deformação de flexão (*DF*) e das deformações nas ligações, obtidos na Tabela 2-a, em relação ao deslocamento horizontal no topo. Por se tratar de um pórtico rígido, com capacidade de transmissão de momentos nas

ligações, a maior parcela de participação foi devida às deformações de flexão dos elementos, representando 63% do deslocamento total. Figuram em segundo lugar, as deformações nas regiões das ligações entre vigas e pilares, com participação de 24%. E finalmente, as deformações de cisalhamento e axiais, com participação de 8% e 5%, respectivamente.

Observa-se a importância da consideração das deformações nas regiões das ligações para se obter uma resposta realista da estrutura. Negligenciar essas deformações significaria subestimar o deslocamento horizontal no topo em aproximadamente 24%.

Na Figura 7 é mostrado um gráfico do momento fletor solicitante de cálculo crítico. Nota-se que o grupo Pilar-1a apresentou o maior acréscimo de 37,56% do momento solicitante de cálculo e o grupo Pilar-2a a maior redução de 75,80%. Isto se deve ao fato de a estrutura ser estaticamente indeterminada e sensível à variação de seção. A redistribuição da rigidez acarreta a redistribuição dos esforços solicitantes na estrutura.

Tabela 1. Avaliação do deslocamento horizontal no topo do modelo estrutural antes da otimização da rigidez.

(a) Resultados do *DPF* e *SI* por grupo para o deslocamento horizontal no topo da estrutura.

Grupo	Perfil	Peso (kgf)	DA (cm)	DV (cm)	DF (cm)	DPF (cm)	SI*1000000
Pilar-1a	W 460x89,0	2129,10	0,37	0,05	0,55	0,97	3,58
Pilar-1b	W 360x57,8	1344,55	0,15	0,06	0,31	0,52	3,02
Pilar-1c	W 310x44,5	1063,24	0,01	0,03	0,18	0,23	1,67
Pilar-2a	CS 400x137	3282,34	0	0,15	0,83	0,98	2,34
Pilar-2b	CS 300x76,0	1829,81	0	0,19	0,76	0,95	4,09
Pilar-2c	W 310x44,5	1063,24	0	0,08	0,51	0,59	4,35
Viga-a	W 360x51,0	3597,08	0	0,17	3,61	3,78	8,25
Viga-b	W 360x44,0	3194,71	0	0,15	3,49	3,64	8,96
Viga-c	W 250x38,5	2758,38	0,03	0,05	1,83	1,92	5,47
Ligações			0	0	3,65	3,65	
Total		20262,46	0,57	0,93	15,72	17,22	5,26

(b) Avaliação do *SI*.

Grupos				Estrutura global		
Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação (%)	Variância	Alvo ⁽¹⁾	Efetivo	Diferença (%)
4,64	2,52	54,26	6,33	3,53	5,26	49,01

(1) Para um deslocamento horizontal no topo de $H/400 = 9,0$ cm

Tabela 2. Avaliação do deslocamento horizontal no topo do modelo estrutural após a otimização da rigidez

(a) Resultados do *DPF* e *SI* por grupo para o deslocamento horizontal no topo da estrutura.

Grupo	Perfil	Peso (kg)	DA (cm)	DV (cm)	DF (cm)	DPF (cm)	SI*1000000
Pilar-1a	W 610x113,0	2699,6	0,29	0,08	0,48	0,84	2,45
Pilar-1b	W 410x53,0	1267,21	0,13	0,04	0,2	0,38	2,34
Pilar-1c	W 250x32,7	777,19	0,01	0,03	0,19	0,22	2,27
Pilar-2a	W 360x91,0 (H)	2145,42	0,01	0,12	0,5	0,62	2,28
Pilar-2b	W 460x82,0	1952,27	0,01	0,11	0,41	0,53	2,12
Pilar-2c	W 410x60,0	1413,59	0	0,07	0,34	0,41	2,26
Viga-a	W 530x72,0	5111,62	0	0,1	1,49	1,59	2,45
Viga-b	W 530x66,0	4658,42	0	0,08	1,28	1,36	2,29
Viga-c	W 360x44,0	3194,71	0,02	0,04	0,89	0,95	2,34
Ligações			0	0	2,22	2,22	
Total		23220,03	0,47	0,67	7,98	9,12	

(b) Avaliação do *SI*

Por grupo				Estrutura global		
Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação (%)	Variância	Alvo ⁽¹⁾	Efetivo	Diferença (%)
2,31	0,10	4,39	0,01	2,29	2,34	2,18

(1) Para um deslocamento horizontal no topo de $H/400 = 9,0$ cm

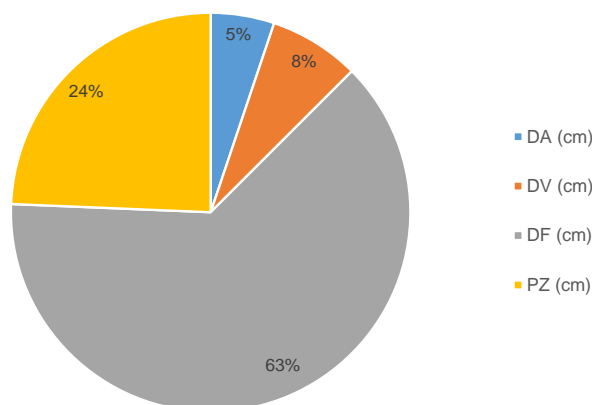


Figura 6. Fontes de deformação do modelo estrutural após a otimização da rigidez.

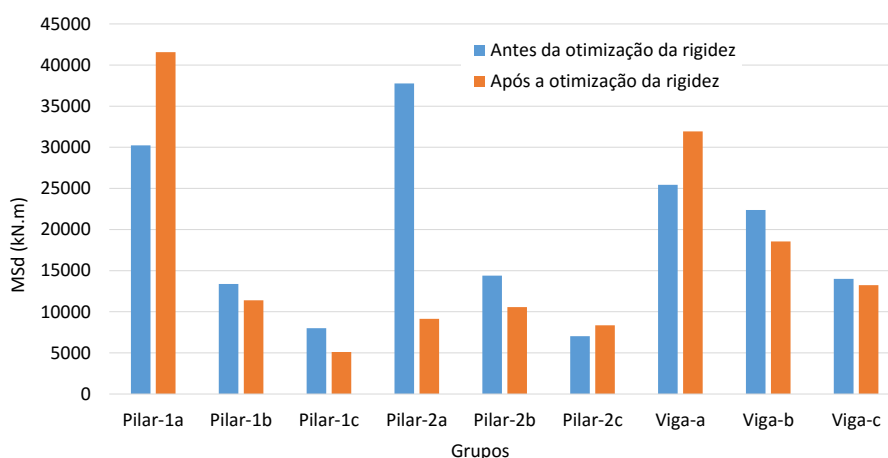


Figura 7. Variação do momento solitante de cálculo crítico, antes e após a otimização da rigidez.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para análise e dimensionamento otimizados de estruturas planas de aço que integra o Princípio dos Trabalhos Virtuais e um algoritmo para análise matricial de estruturas. Uma ferramenta computacional foi desenvolvida para avaliar o impacto da metodologia no dimensionamento de modelos estruturais de edifícios usuais em aço. Uma análise crítica dos atuais critérios e parâmetros de avaliação do desempenho de estruturas sujeitas ao ELS de deslocamentos horizontais foi realizada.

Os resultados obtidos das análises demonstram que a metodologia de dimensionamento otimizado proporcionou economia de aço nos modelos estruturais analisados. A otimização da rigidez pelo PTV permitiu a redução dos deslocamentos horizontais dos modelos estruturais com um acréscimo mínimo de aço.

A ferramenta computacional possibilitou a avaliação do desempenho estrutural frente às ações horizontais do vento, dando subsídios ao projetista para a tomada de decisões de projeto no ELS de deslocamentos horizontais.

A integração dos algoritmos de dimensionamento no ELU e de otimização da rigidez pelo PTV com o programa de análise estrutural viabilizou a execução de sucessivas iterações da metodologia de dimensionamento otimizado.

O uso do sistema permitiu perceber que, nas estruturas em que a resistência a ações horizontais é assegurada pela capacidade de transmissão de momentos das ligações entre vigas e pilares, deve-se considerar a contribuição das deformações nas regiões das ligações para os deslocamentos horizontais. Negligenciar essas deformações significaria uma avaliação incorreta e contra a segurança dos deslocamentos horizontais neste tipo de estrutura.

REFERÊNCIAS

- ABNT, NBR 8800. “Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios.” Rio de Janeiro, 2008.
- ABNT, NBR6123. “Forças devidas ao vento em edificações.” Rio de Janeiro, 1988.
- Baker, W. F. “Sizing Techniques for Lateral System in Multi-Story Steel Buildings.” *Proceedings of the Fourth World Congress, Tall Buildings: 2000 and Beyond*. Hong Kong: Council on Tall Buildings and Urban Habitat, 1990. 857-868.
- Barrar, C. D. “Structural Optimization Using the Principle of Virtual Work and an Analytical Study on Metal Buildings.” Blacksburg, Virginia, 2009.
- Chan, C. M., D. E. Grierson, e A. N. Sherbourne. “Automatic optimal design of tall steel building frameworks.” *Journal of Structural Engineering*, Maio de 1995: 838-847.
- Charney, F. A. “Economy of steel framed buildings through identification of structural behavior.” ASCE, 1993. 12-1-13-33.
- . “Wind drift serviceability limit state design of multistory buildings.” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1990a: 203-212.
- Computer an Structures INC. *SAP200 Static an Dynamic Finite Element Analysis of Structures*. Berkley, 2008.
- Forrest-Brown, G., e B. Samali. “Practical Optimisation of Framed Structures Using Virtual Work Principals.” *Proceedings of the Fourth World Congress, Tall Buildings: 2000 and Beyond*. Hong Kong: Council of Tall Buildings and Urban Habitat, 1990. 1019-1029.
- Griffis, Lawrence G. “Serviceability Limity States Under Wind Load.” *Engineering Journal*, 1993: 1-15.
- Henige Jr., R. A. “Structural Optimization to Limit Natural Periods.” *Proceedings of the 1991 Structures Congres*. Indianapolis, Indiana: ASCE, 1991. 253-260.
- Sakiyama, F. I. H. *Metodologia para análise e dimensionamento otimizados de estruturas planas de aço*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa, 2015.
- Valivasakis, E. E., e R. DeScenza. “Design Optimization of Lateral Load Resisting Frameworks.” *Proceedings of the Eight Conference on Electronic Computation*. Houston, Texas: ASCE, 1983. 130-143.
- Wada, A. “Drift Control Method for Structural Design of Tall Buildings.” Los Angeles, California: Council on Tall Buildings and Urban Habitat, 1991. 425-434.

Criação e Otimização de um Ranking Objetivo Para Salas de Ópera Utilizando os Métodos PROMETHEE II e Elipsoidal

Calebe Giaculi Jr., calebejr@gmail.com

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Belo Horizonte, MG, Caixa Postal 209 – 30.161-970, Brasil

Marco Antônio M. Vecci, vecci@dees.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Departamento de Engenharia de Estruturas (DEES)
Av. Antônio Carlos 6627, 31270 - 010, Belo Horizonte, MG, Brasil

Hani C. Yehia, hani@cpdee.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Departamento de Engenharia Eletrônica (DELT)
Av. Antônio Carlos 6627, 31270 - 901, Belo Horizonte, MG, Brasil

Rodney R. Saldanha, rodney@cpdee.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Departamento de Engenharia Elétrica (DEE)
Av. Antônio Carlos 6627, 31270 - 901, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. Criar a classificação de salas de ópera é uma tarefa não exata, pois depende de diversos fatores subjetivos. Baseado em uma Classificação Subjetiva (Hidaka e Beranek, *J. Acoust. Soc. Am.* 107, 340–354 (2000)), criou-se uma Classificação Objetiva utilizando o método de tomada de decisão multi-critério PROMETHEE II, utilizando como critérios os parâmetros acústicos objetivos para 22 salas de ópera apresentados em Beranek (Springer Verlag, NY, 2004), sendo que 13 também foram incluídas no estudo realizado por Hidaka e Beranek (2000). Assim, baseou-se em um ranking subjetivo simplificado, o qual considerou apenas as 13 salas que continham dados acústicos disponíveis, o que possibilitou a comparação e a validação da classificação objetiva proposta. Como resultado inicial obteve-se um ranking objetivo com 4 salas de ópera classificadas com posições iguais e 5 salas com diferença de até duas posições em comparação com a classificação realizado por Hidaka e Beranek (2000), de um total de 13 salas analisadas. Posteriormente, aprimorou-se tal classificação objetiva utilizando o método de otimização Elipsoidal, visando que esta chegasse o mais próximo possível da classificação apresentada em Hidaka e Beranek (2000). Nesta etapa foi possível diminuir a discrepância entre 4 salas de ópera. E como resultado final, a Classificação Objetiva Otimizada foi utilizada para a criar um ranking contendo todas as 22 salas de ópera com parâmetros acústicos disponíveis, sendo que 9 destas não foram analisadas no estudo realizado por Hidaka e Beranek (2000).

Palavras-chave: sala de ópera, PROMETHEE II, elipsoidal, ranking objetivo

1. INTRODUÇÃO

Classificar a qualidade sonora de um ambiente é uma tarefa não exata, pois depende de diversos parâmetros subjetivos e objetivos, e outro ponto é que análise sonora deste ambiente pode obter um resultado bom para uma pessoa, e ruim para outra. Uma tentativa de determinar quais características acústicas que admiradores de música erudita preferem em uma sala de ópera muitas vezes está intrinsecamente relacionada com a sensação que estes tiveram quando frequentaram determinado ambiente, assim uma gama de elementos é responsável para criar a satisfação: a composição, o maestro, a orquestra, e a sala de ópera devem ter boa qualidade para criar uma audição memorável. Para o profissional da área da música, seja ele um maestro, um músico, ou um engenheiro acústico, é vital distinguir quais destes fatores contribuem

para uma boa qualidade sonora do ambiente (Beranek, 2004).

As propriedades acústicas de uma sala de ópera são fortemente influenciadas pelas suas características construtivas, e existem algumas que são importantes, como por exemplo: em salas de concerto têm-se a necessidade da existência de superfícies reflexivas perto do palco (Beranek, 2004). As diferentes formas de construção de tais ambientes, altera diretamente os seus parâmetros acústicos objetivos, os quais são uma representação numérica das características perceptivas do som, e sua análise nos dá uma boa idéia da qualidade acústica de um ambiente para determinada aplicação, como por exemplo: um ambiente projetado para a audição de uma orquestra pode não ser adequado para a voz falada ou para a show de uma banda de *rock*.

Hidaka e Beranek (2000) criaram uma classificação subjetiva para 23 salas de ópera, a qual serviu de base e como fonte de dados para a validação do trabalho desenvolvido. Em Beranek (2004) é apresentada uma tabela com parâmetros acústicos objetivos para 23 salas de ópera, sendo que 13 destas também estão incluídas no estudo subjetivo apresentado em Hidaka e Beranek (2000). Dessa forma, o objetivo deste trabalho é criar uma CO utilizando como critérios tais parâmetros acústicos objetivos e comparar seu resultado com o obtido com a CS apresentada em Hidaka e Beranek (2000).

A CO foi criada considerando diversos parâmetros, como o tempo de reverberação (RT) e o BQI , o que a classifica como um problema de tomada de decisão multi-critério ($MCDM$). Tais problemas geralmente lidam com a classificação de várias alternativas do melhor para o pior, considerando múltiplos critérios (Behzadian *et al.*, 2009). Para resolver este problema, implementou-se o método *PROMETHEE II* no *Matlab*. Existem várias versões desta família de métodos, e optou-se pelo tipo II pelo fato deste gerar uma classificação completa sem incomparabilidade (Brans e Vincke, 1986).

São apresentados os resultados da implementação deste método de classificação e as dificuldades e particularidades encontradas na tentativa de otimizar esta CO utilizando o método Elipsoidal. É apresentado o melhor resultado obtido após vários testes, e por último, o procedimento de classificação foi utilizado para criar um ranking com todas as 22 salas de ópera com dados acústicos disponíveis, contendo 13 salas incluídas em Hidaka e Beranek (2000) e mais outras 9 salas que não haviam sido previamente classificadas.

2. METODOLOGIA

Esta parte do artigo descreve em seus próximos sub-itens a metodologia utilizada para criar a CO, e posteriormente o procedimento utilizado para otimizá-la.

2.1 Parâmetros Acústicos Objetivos

Beranek (2004) e Hidaka e Beranek (2000) relacionam diversas medidas físicas de qualidade acústica. A Tabela 1 apresenta os descritores utilizados, assim como o seu respectivo nome e o critério que este foi referenciado na implementação do algoritmo de classificação utilizado. Os PO para 23 salas de ópera foram obtidos Beranek (2004) p. 558. A sala *Royal Opera House (LO)* não foi considerada pois não há dado para um parâmetro acústico.

Tabela 1. Parâmetros Acústicos Objetivos (detalhados em Beranek (2004) e Hidaka e Beranek (2000))

Símbolo	Nome	Critério Relacionado
$RT_{occ,M}$	Tempo de Reverberação	g_1
$EDT_{unocc,M}$	Tempo de Decaimento Inicial	g_2
$C_{80,3}$	Fator de Clareza	g_3
G_{125}	Fator de Intensidade para a banda de 125Hz	g_4
G_M	Fator de Intensidade para as médias frequências	g_5
BQI	<i>Binaural Quality Index</i>	g_6
$ITDG$	Tempo de Atraso Inicial	g_7

2.2 Classificação Subjetiva (CS)

Hidaka e Beranek (2000) apresentam o procedimento utilizado para comparar e classificar 23 salas de ópera. Questionários foram enviados para diversos maestros, e lhes foi solicitado para avaliar as características acústicas das SO's que eles conheciam bem em escalas de 5 subdivisões, que foram marcadas com números de 1 até 5. Neste trabalho foram consideradas apenas as SO's que têm seus parâmetros acústicos objetivos disponíveis em Beranek (2004). Assim, a classificação subjetiva considerada contém 13 salas de ópera, e seu resultado está apresentado na Fig. 1.

Rating	Opera House	
1	Teatro Colón, Buenos Aires	BA
2	Semperoper, Dresden	DS
3	Teatro alla Scalla, Milan	MS
4	New National Theater, Tokyo	TT
5	Opéra Garnier, Paris	PG
6	Staatsoper, Prague	PS
7	Staatsoper, Vienna	VS
8	Metropolitan Opera, New York	NM
9	Festspielhaus, Salzburg	SG
10	Staatsoper, Hamburg	HS
11	Deutscheoper, Berlin	BD
12	Civic Opera, Chicago	CC
13	Komischeoper, Berlin	BK

Figura 1. Classificação Subjetiva de 13 salas de ópera (Hidaka e Beranek, 2000). Obs.: Apenas foram consideradas as salas que contêm dados acústicos disponíveis em Beranek (2004)

A classificação apresentada na Fig. 1 foi utilizada como a referência para a criação e comparação com a CO utilizando o *PROMETHEEII*, cujas principais características de sua implementação e formulação são apresentadas na seção a seguir.

2.3 Classificação Objetiva utilizando o PROMETHEEII

Para criar a classificação objetiva utilizou os parâmetros acústicos objetivos apresentados em Beranek (2004). Esta parte do trabalho descreve como o *PROMETHEEII* foi implementado, e quais foram as considerações para a modelagem e resolução do problema proposto.

Para a implementação do *PROMETHEE II* algumas considerações foram adotadas. Primeiro, não temos parâmetros acústicos que são ideais, apenas valores recomendados. Para o caso em questão, adotou-se que os parâmetros acústicos da sala com a melhor classificação (Teatro Cólón em Buenos Aires - BA). Desta forma, realizou-se a classificação a partir da segunda SO na CS.

Assim, o problema multicritério foi modelado de tal maneira que quanto mais os parâmetros acústicos de determinada sala se aproximassem dos parâmetros da sala considerada como sendo ideal (BA), melhor será sua classificação final.

Cada um dos 7 critérios apresentados na Tab. 1 foi obtido considerando o valor absoluto da diferença entre o valor do PO da sala em questão comparado ao da sala (BA). Por exemplo, o valor para o critério do $RT_{occ,M}$ para sala de ópera DS é dado por:

$$g_1(DS) = |RT_{occ,M(BA)} - RT_{occ,M(DS)}| = |1.56 - 1.6| = 0.04$$

Dessa forma foi possível estabelecer a matriz de critérios como representado na Fig. 2.

A seguir são detalhados os passos (*Steps*) descritos no algoritmo representado na Fig. 3:

- *Step1* – O cálculo de $d_{j(a,b)}$ é a diferença entre os valores do critério j para as SO a e b . Por exemplo:

$$d_{1(DS,MS)} = g_1(DS) - g_1(MS) = -0.28$$

- *Step2* – A aplicação da função de preferência foi realizada utilizando um critério gaussiano como descrito em Brans

Hall Name	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	SROP
DS Semperoper, Dresden	0.0400	0.1100	0.3000	0	0.3000	0.0700	2	2
MS Teatro alla Scalla, Milan	0.3200	0.5800	2.5000	0.6000	2.7000	0.1700	2	3
TT New National Theater, Tokyo	0.0700	0.0200	0.5000	0.4000	0.7000	0	2	4
PG Opéra Garnier, Paris	0.3800	0.5600	3.5000	0.6000	1.7000	0.1500	3	5
PS Staatsoper, Prague	0.3300	0.5500	2	0.3000	0.2000	0.0100	2	6
VS Staatsoper, Vienna	0.2000	0.2900	1.6000	0.4000	0.4000	0.0500	1	7
NM Metropolitan Opera, New York	0.0900	0.1000	0.6000	0.4000	1.9000	0.0300	0	8
SG Festspielhaus, Salzburg	0.0600	0.0800	0.4000	0.4000	1.2000	0.2500	9	9
HS Staatsoper, Hamburg	0.3300	0.3700	1.1000	0.5000	1.1000	0.1900	16	10
BD Deutscheoper, Berlin	0.2000	0.1200	0.4000	0.1000	1.2000	0.2600	15	11
CC Civic Opera, Chicago	0.0500	0.2300	1	0.1000	2.1000	0.1200	23	12
BK Komischeoper, Berlin	0.3100	0.4900	2	0.3000	3.6000	0.0300	2	13
AM Music Theater, Amsterdam	0.2600	0.4200	0.8000	0.2000	0.7000	0.1000	14	-
BE Erkel Theater, Budapeste	0.2600	0.3200	2.7000	0.4000	0.9000	0.2000	1	-
BS Staatsoper, Budapeste	0.2200	0.3500	0.8000	0.5000	2.0000	0	3	-
EO Opera House, Essen	0.0500	0.1800	0.2000	0.2000	2.8000	0.1100	2	-
RE Eastman Theater, Rochester	0.0700	0.1800	0.3000	0.3000	1.2000	0.1100	4	-
SO Opera House, Seattle	0.4600	0.7800	1.5000	0.9000	0.3000	0.1700	7	-
TB Bunka Kaikan, Tokyo	0.0500	0.0300	0	0	2.1000	0.0900	4	-
NT Nissei Theater, Tokyo	0.4600	0.6600	3.3000	0.5000	2.9000	0.0700	1	-
WJ Opera House, Washington	0.2800	0.4500	3.2000	0.6000	0.7000	0.1200	3	-

Figura 2. Matriz de Critérios

e Vincke (1986). E inicialmente utilizou $\sigma = 0.5$, logo :

$$P_j(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } d_{j(a,b)} \leq 0, \\ 1 - \exp(-\frac{d_{j(a,b)}^2}{0.5}), & \text{se } d_{j(a,b)} > 0. \end{cases}$$

- Step3 – O cálculo de $\pi(a, b)$ foi realizado considerando inicialmente um vetor de pesos igual a:

$$[w_1 w_2 \dots w_7] = [1 1 1 1 1 3 2]$$

- Step4 – O parâmetro $\phi^+(a)$ indica que quanto maior for seu valor, mais a sala de ópera a domina as outras candidatas, e de forma análoga, quanto menor for $\phi^-(a)$, menos a é dominada (Brans e Vincke, 1986).
- Step5 – Para o caso implementado, quanto menor o valor de $\phi^-(a)$, significa que a SO tem os parâmetros acústicos mais próximos dos ideais.

3. RESULTADOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

O algoritmo PROMETHEE II foi implementado no Matlab, e foi possível perceber que existe uma relação entre a CS com a CO criado, assim como ilustrado na Fig. 4. Nota-se que três salas de ópera obtiveram a mesma classificação que a CS (DS, TT e PS) e cinco tiveram uma diferença de uma ou duas posições (VS, SG, HS, BD e CC).

Na tentativa de obter a melhor classificação possível, um problema de otimização foi modelado. Como parâmetros de entrada, optou-se pela variação dos pesos ($w_j, j = 1, 2, \dots, 7$), e como função objetivo, optou-se por trabalhar com o somatório das diferenças entre a CS e a CO, dessa forma obteve-se:

$$f_{obj}(w_1, w_2, \dots, w_7) = \sum_{i=1}^N (c_{CS}(i) - c_{CO}(i))^2 \tag{1}$$

Para avaliar a natureza da função objetivo, os pesos w_1 até w_5 foram fixados em 1, e variou-se os valores de w_6 e w_7 no intervalo de 0 até 1. A figura 5 mostra este resultado para a função objetivo modelada. Devido a presença de quinais na f_{obj} , a aplicação de métodos determinísticos que utilizem o gradiente não puderam ser utilizados, e uma possibilidade encontrada foi a utilização do método Elipsoidal, o qual utiliza o cálculo do subgradiente para achar a direção de busca.

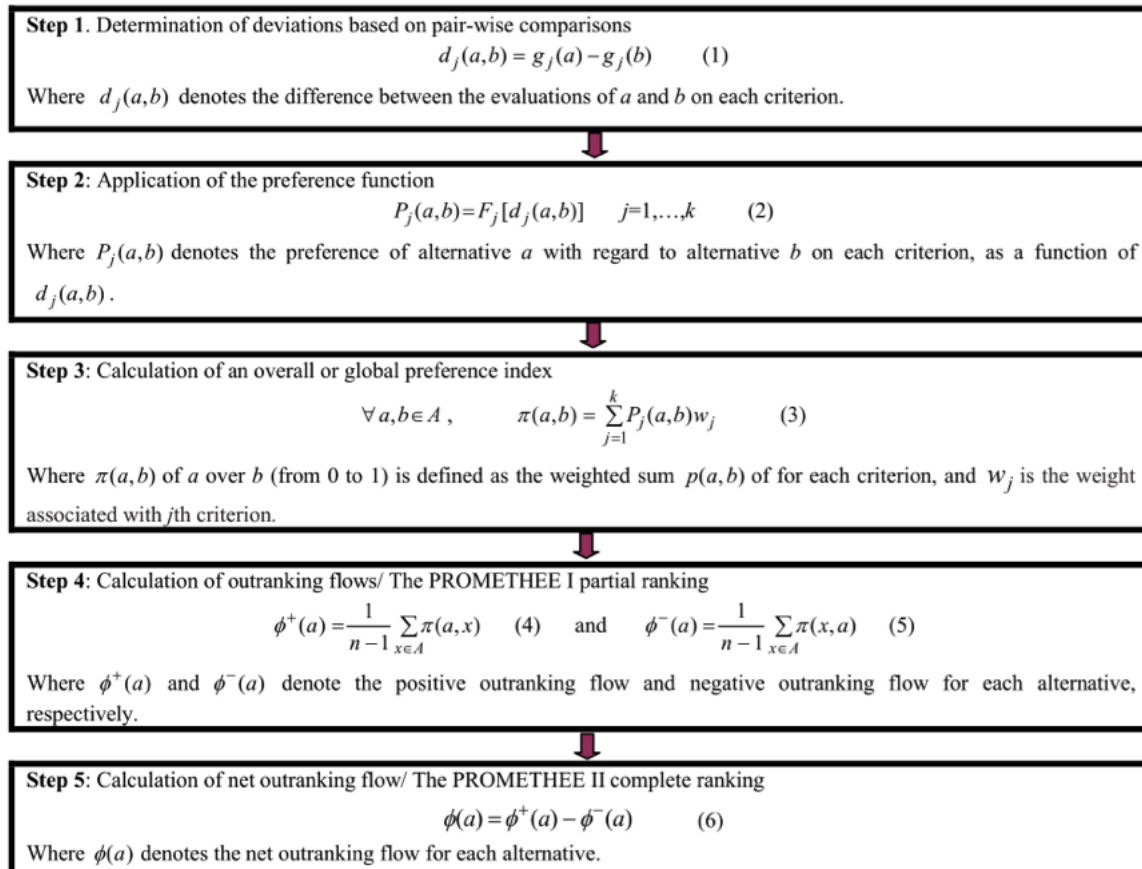


Figura 3. Algoritmo utilizado para a implementação do PROMETHEEII (Behzadian *et al.*, 2009)

O algoritmo foi lançado considerando a variação de todos os parâmetros, porém se analisarmos a Fig. 5 podemos ver a presença de semiplanos, e quando o algoritmo caía nestes subespaços o cálculo da derivada numérica (obtida a partir de pequenas variações em cada um dos eixos referentes aos critérios) retornava um valor nulo, o que interrompia seu processamento. Isto pode ser verificado na Fig. 6, quando o algoritmo executou um número de 11 iterações.

Outros fatores importantes que foram observados, foi que cada hora que o algoritmo era lançado, encontrava uma solução diferente. Tal ação pode ter sido causada pela característica multimodal da função objetivo, porém devido a alta dimensionalidade do problema, não foi possível concluir a veracidade desta suposição. Outro ponto, é que foi possível verificar que a função objetivo oscila, todavia é possível notar um ganho entre o valor inicial da função objetivo e o valor final, e foi isto que motivou o aprofundamento do método escolhido.

Para buscar um resultado melhor, incrementou-se o algoritmo de forma que diversos lançamentos sucessivos fossem efetivados, e um histórico do valor final da f_{obj} foi sendo armazenado, assim como a posição do vetor solução para os pesos.

O número de lançamentos foi sendo aumentado até que um ganho ocasionado por esta alteração não fosse percebido, e um bom número encontrado foi o de 3000 lançamentos. O resultado de tal análise está representado na figura 7.

Para esta análise, encontrou-se que o valor mínimo encontrado para a função objetivo foi: $f_{obj} = 84$.

Analisando a Fig. 7 nota-se a presença de 4 lançamentos em que ocorreu este valor mínimo para a f_{obj} , porém em cada caso encontrou-se um vetor solução, mostrando que foram encontrados mais de um ponto de mínimo.

Desta forma obteve-se a classificação objetiva otimizada (COO), e seu resultado assim como uma comparação com as outras classificações estão representadas na Fig. 8.

Outros critérios de implementação foram variados afim de avaliar o resultado, os quais foram:

- Variação do intervalo de busca – o intervalo inicialmente fixado entre valores de 0 e 5, 0 e 1, 0 e 10 e 0 e 100, porém

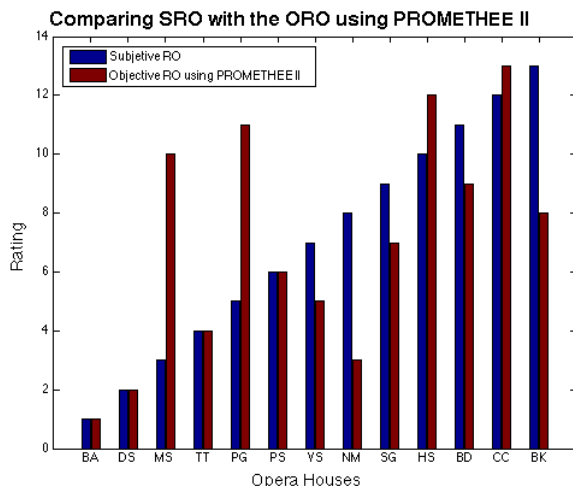


Figura 4. Classificação Objetiva criada utilizando o *PROMETHEEII*

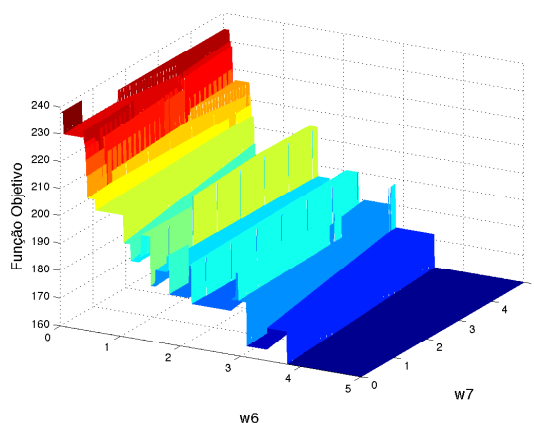


Figura 5. Função Objetivo considerando apenas as variações dos parâmetros w_6 e w_7

esta alteração não modificou os resultados.

- Variação do parâmetro σ – Este parâmetro, inicialmente fixado em 0.5 foi variado para valores iguais a 0.01, 0, 1, 0.3, 0.7, 0.9, 0.95 e 0.99, e percebeu que isto altera no melhor valor encontrado para a função objetivo, e os valor que geraram os melhores resultados foram os de 0.95 e 0.99. E para estes, teve-se que: $f_{obj} = 80$ e $w^* = [0.1983 \ 0.1038 \ 0.0082 \ 0.1270 \ 1.0000 \ 0.7559 \ 1.0000]$

O último resultado obtido foi a inserção dos dados das outras 9 SO's que não foram incluídas no questionário realizado por Hidaka e Beranek (2000). A classificação das 22 salas, cujos parâmetros acústicos estão disponíveis em Beranek (2004), está apresentada na Fig. 9.

4. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Verificou-se que a utilização do algoritmo *PROMETHEE II* para a classificação objetiva de salas de ópera apresentou resultados consideráveis, pois gerou uma classificação com 4 posições iguais e com 5 salas de ópera apresentando diferença de até duas posições, de um total de 13 SO's em questão.

A utilização de um método de otimização para buscar uma classificação mais próxima do ranking subjetivo trouxe melhorias, pois diminuiu a discrepância na classificação de 4 salas de ópera (*MS*, *PG*, *NM*, e *BK*). Porém através da utilização do método de otimização Elipsoidal, não foi possível garantir que o ranking foi completamente otimizado, e se faz necessário o estudo de outros métodos de otimização e outras formas de modelagem da função objetivo, os quais

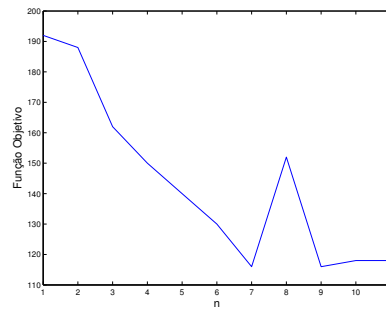


Figura 6. Histórico da Função Objetivo pelo número de iterações

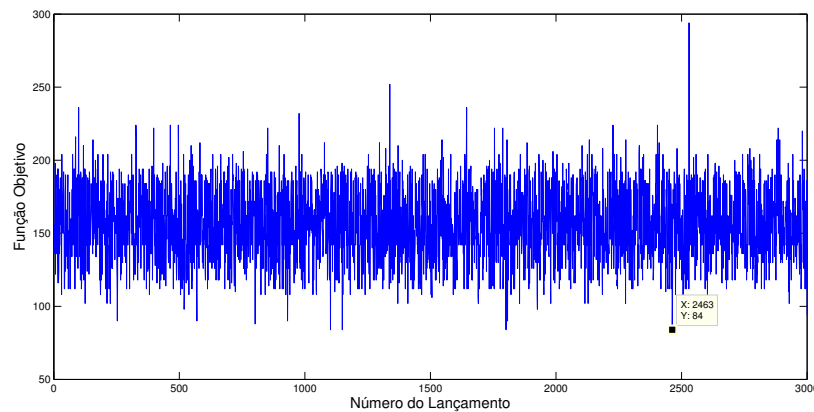


Figura 7. Histórico do valor final para a f_{obj} considerando um número de lançamentos igual a 3000

ainda estão em estudo.

A criação de uma classificação incontestável não é possível, devido ao fato desta ser uma tentativa de quantificar parâmetros muitas vezes subjetivos, e que seu resultado é dependente de opiniões pessoais.

E mesmo com essas restrições, foi possível validar e aproveitar o principal resultado obtido, que foi a criação de uma classificação mediante apenas a avaliação de critérios objetivos, a qual é menos trabalhosa e pode ser estendida de forma simples a medida que mais salas de ópera entram em análise.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil.

NOMENCLATURA

<i>BQI</i>	<i>Binaural Quality Index</i>	PO	Parâmetros Objetivos	w_1, w_2, \dots, w_7
CS	Classificação Subjetiva	<i>RT</i>	<i>Reverberation Time</i>	pesos para cada um dos 7 parâmetros acústicos
CO	Classificação Objetiva	SO	Sala de Ópera	
COO	Classificação Objetiva Otimizada	n	tempo discreto	i índice da SO
<i>MCDM</i>	<i>Multi-Criteria Decision Making</i>	$c_{CS}(i)$	posição da CS para a SO (i)	
		$c_{CO}(i)$	posição da CO para a SO (i)	
		N	número de salas de ópera (neste caso $N = 12$)	

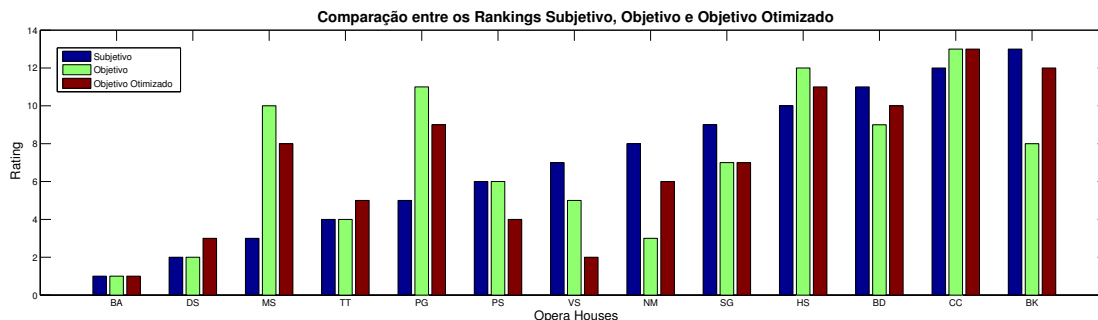


Figura 8. Comparação entre as Classificações Subjetiva (CS), Objetiva (CO) e Objetiva Otimizada (COO)

Rating	Opera House	NOF
1	BA Teatro Colón, Buenos Aires	-
2	DS Semperoper, Dresden	-2.49
3	NM Metropolitan Opera, New York	-2.30
4	TT New National Theater, Tokyo	-2.00
5	VS Staatsoper, Vienna	-1.99
6	BE Erkel Theater, Budapeste	-1.08
7	PS Staatsoper, Prague	-0.92
8	EO Opera House, Essen	-0.86
9	RE Eastman Theater, Rochester	-0.26
10	TB Bunka Kaikan, Tokyo	-0.21
11	BS Staatsoper, Budapeste	0.24
12	SG Festspielhaus, Salzburg	0.47
13	NT Nissei Theater, Tokyo	0.55
14	AM Music Theater, Amsterdam	0.63
15	BK Komischeoper, Berlin	0.71
16	BD Deutscheoper, Berlin	0.78
17	WJ Opera House, Washington	0.79
18	MS Teatro alla Scalla, Milan	1.06
19	SO Opera House, Seattle	1.53
20	PG Opéra Garnier, Paris	1.70
21	HS Staatsoper, Hamburg	1.73
22	CC Civic Opera, Chicago	1.94

Figura 9. Classificação Objetiva Otimizada para as 22 salas de ópera cujos dados acústicos estão disponíveis em Beranek (2004)

REFERÊNCIAS

- Behzadian, H., Kazemzadeh, R.B., Albadvi, A. e Aghdasi, M., 2009. “Promethee: A comprehensive literature review on methodologies and applications”. *European Journal of Operational Research*, Vol. 200, pp. 198–215.
- Beranek, L.L., 2004. *Concert Halls and Opera Houses: Music, Acoustics, and Architecture*. Springer Verlag, New York.
- Brans, J.P. e Vincke, P., 1986. “A preference ranking organization method: (the promethee method for multiple criteria decision-making)”. *Management Science*, Vol. 31, No. 6, pp. 647–656.
- Hidaka, T. e Beranek, L.L., 2000. “Objective and subjective evaluations of twenty-three opera houses in europe, japan and the americas”. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, pp. 368–383.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MECANO-PROBABILÍSTICO PARA A OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE ESTRUTURAS PLANAS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Antônio Rodrigues Neto, antonio.rodrigues.neto@usp.br

Heider de Castro e Andrade, heider.andrade@usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Edson Denner Leonel, edleone@sc.usp.br

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas. Avenida Trabalhador São Carlense, 400, Centro. CEP 13.566-590, São Carlos-SP.

Resumo.

Os métodos numéricos de análise mecânica de estruturas têm evoluído consideravelmente nos últimos anos. Simultaneamente, uma das aplicações desses métodos tem se consolidado: a otimização topológica, por meio de abordagens do tipo Otimização Estrutural Evolucionária (ESO – Evolutionary Structural Optimisation). O presente estudo aplica um algoritmo evolucionário deste tipo para a determinação de geometrias otimizadas topologicamente em estruturas 2D, mediante acoplamento com o Método dos Elementos Finitos (MEF). Ambos os métodos (MEF e ESO) são estudados e implementados neste trabalho. O modelo construído consiste nos seguintes passos: modelo mecânico MEF pela criação da malha e aplicação de elementos finitos de chapa; construção da matriz de rigidez via integral numérica e posterior resolução do sistema algébrico de equações; determinação das tensões de Von Mises e a otimização topológica usando o algoritmo ESO. O ESO impõe critérios para a remoção de material da estrutura, criando automaticamente cavidades internas de acordo com a intensidade da tensão de von Mises. A geometria final é obtida quando o parâmetro objetivo da otimização for alcançado, ou seja, o volume alvo. A finalidade principal deste trabalho é a validação desses métodos para a determinação de estruturas otimizadas topologicamente, sujeitas a diversas condições de contorno. Um exemplo será apresentado, onde a geometria ótima é analisada quanto a forma e robustez mecânica, sendo este último parâmetro mensurado com base na probabilidade de falha estrutural.

Palavras-chave: método dos elementos finitos, otimização topológica, evolutionary structural optimisation, confiabilidade estrutural, robustez estrutural.

1. INTRODUÇÃO

Um dos objetivos a serem alcançados em todo projeto estrutural envolve a concepção de estruturas que executem suas funções com nível de segurança desejado utilizando quantidade mínima de material. Este alvo pode ser atingido empregando-se as técnicas e os conceitos apresentados na teoria da otimização (Bendsoe e Sigmund, 2003). Neste trabalho serão estudados problemas relacionados à otimização topológica de estruturas planas. Neste tipo de otimização, objetiva-se a determinação da geometria ótima para a estrutura, aquela que emprega a mínima quantidade de material, respeitando-se restrições relacionadas ao estado de tensão dos pontos constituintes da estrutura e à sua segurança (Chu et al., 1996). A técnica de otimização utilizada é denominada *Evolutionary Structural Optimisation* (ESO), a qual permite a remoção gradativa do material estrutural menos solicitado até a obtenção da estrutura ótima (Querin, 1997, Xie e Steven, 1993). A remoção de material é baseada em critérios de tensão, sendo regiões menos solicitadas removidas gradativamente segundo um critério de velocidade. O ESO é acoplado a um modelo baseado nas equações algébricas do MEF, onde são empregados elementos isoparamétricos planos de ordem linear para a resolução do problema mecânico.

A solução fornecida pelo modelo de otimização topológica é ótima do ponto de vista de consumo de material (Sigmund e Petersson, 1998 e Tanskanen, 2002). Esta solução conduz a uma geometria que apresenta menor consumo de material, onde os pontos materiais que compõem a estrutura são solicitados por um estado de tensão que tende a ser uniforme (*fully-stressed design approach*). Dessa forma, a estrutura otimizada topologicamente possui capacidade restrita para a redistribuição de esforços. Portanto, pequenas descontinuidades materiais (fissuras) e/ou variações nas intensidades do carregamento aplicado e resistência característica do material podem levar a estrutura ao colapso.

Neste trabalho, objetiva-se a aplicação do ESO acoplado ao MEF para a otimização topológica de estruturas planas. Será apresentado um exemplo onde o resultado obtido é comparado às repostas disponíveis na literatura. Além disso, será efetuada uma análise de robustez considerando a geometria da estrutura otimizada topologicamente. Nesta última análise, a probabilidade da falha estrutural será determinada de forma a mostrar que embora ótima do ponto de vista de consumo de material, a solução fornecida pela otimização topológica não é robusta se for baseada unicamente em tensões limites.

2. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Partindo do princípio dos trabalhos virtuais, pode-se escrever que:

$$\delta U_e = \delta W_e \quad (1)$$

onde δU_e é a variação do trabalho virtual de tensões internas e δW_e a variação do trabalho virtual de forças externas.

Os deslocamentos no plano dos pontos pertencentes ao material que compõem a estrutura são representados pelo vetor U , onde as variáveis u e v representam as translações nas direções x e y , respectivamente. Considerando o elemento finito quadrilateral de quatro nós, elemento plano quadrilateral linear, pode-se definir o vetor q como o vetor dos deslocamentos nodais do elemento, o qual contém os deslocamentos u e v de cada um de seus nós. Em seguida, define-se a relação entre os deslocamentos U e os deslocamentos nodais q . Esta ligação é efetuada pela matriz que contém as funções de aproximação do elemento finito (funções de forma), traduzida por uma matriz retangular f . Assim, pode-se escrever que:

$$U = f q \quad (2)$$

As componentes de deformação presentes no elemento finito são obtidas com a diferenciação dos deslocamentos U por meio de um operador diferencial d . Assim:

$$\varepsilon = d U \quad (3)$$

Substituindo a Eq.(2) na Eq.(3) obtém-se:

$$\varepsilon = d f q \quad \varepsilon = B q \quad (4)$$

sendo $B = d f$. Utilizando a Eq.(4) e a lei de Hooke generalizada, pode-se escrever que:

$$\sigma = D \varepsilon \quad \sigma = D B q \quad (5)$$

D representa o tensor constitutivo elástico. Assim, pode-se escrever o trabalho virtual das tensões internas como:

$$\delta U_e = \int_A \delta \varepsilon^T \sigma dA \quad (6)$$

Já o trabalho das forças externas assume a seguinte forma:

$$\delta W_e = \delta q^T p + \int_A \delta U^T b dA \quad (7)$$

onde p é um vetor que contém as forças aplicadas e b representa as forças de corpo no elemento. Dessa forma, substituindo as Eq. (7) e Eq.(6) na Eq. (1) obtém-se:

$$\int_A \delta \varepsilon^T \sigma dA = \delta q^T p + \int_A \delta U^T b dA \quad (8)$$

Utilizando a Eq.(4) e Eq.(5), a relação anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$\delta q^T \int_A B^T D \varepsilon dA = \delta q^T p + \delta q^T \int_A f^T b dA$$

$$\left(\int_A B^T D B dA \right) q = p + \int_A f^T b dA \quad (9)$$

Algebricamente, a Eq.(9) pode ser reescrita como:

$$K q = p + p_b = F \quad (10)$$

onde K é denominada matriz de rigidez, sendo para cada elemento finito definida como $K_e = \int_A B^T D B dA$. O termo D presente na matriz de rigidez representa o tensor constitutivo elástico, o qual para problemas planos de tensão assume a

seguinte forma: $D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$. E indica o módulo de elasticidade longitudinal e ν o coeficiente de Poisson.

Dos conceitos apresentados na mecânica dos materiais, pode-se associar as derivadas dos deslocamentos às deformações por meio das seguintes relações.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (11)$$

Assim, o operador d pode ser explicitamente escrito como:

$$\varepsilon = d U = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \therefore \quad d = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Considerando o elemento finito apresentado na Fig. (1), as funções de forma, que aproximam tanto sua geometria quanto os deslocamentos sobre seu domínio, são definidas por:

$$\Phi_1 = \frac{(\xi-1)(\eta-1)}{4} \quad \Phi_2 = \frac{(\xi+1)(1-\eta)}{4} \quad \Phi_3 = \frac{(\xi+1)(\eta+1)}{4} \quad \Phi_4 = \frac{(1-\xi)(\eta+1)}{4} \quad (13)$$

Consequentemente, a Eq.(2) pode ser explicitamente escrita na seguinte forma:

$$U = f q \rightarrow \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 \\ \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \\ u_3 & v_3 \\ u_4 & v_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

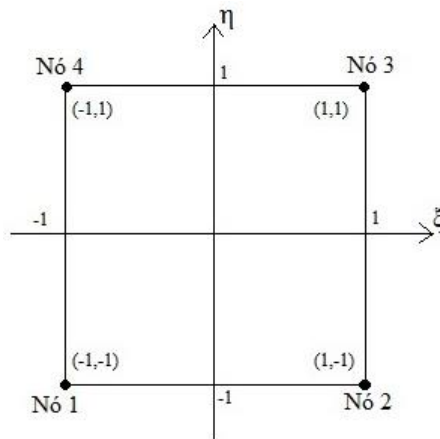


Figura 1: Elemento com quatro nós

Como o elemento finito é definido nas coordenadas adimensionais ξ e η , deve-se aplicar a regra da cadeia para associar os deslocamentos, definidos no sistema cartesiano e aproximados pelas funções de forma descritas nas coordenadas adimensionais, às deformações. Assim, as derivadas necessárias para esta operação são:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (15)$$

Estas derivadas podem ser organizadas matricialmente da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A matriz que envolve as derivadas das coordenadas globais em relação às coordenadas adimensionais é denominada *matriz Jacobiana*. Esta matriz, apresentada na Eq.(16), pode ser definida como:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} & \frac{\partial \Phi_3}{\partial \xi} & \frac{\partial \Phi_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta} & \frac{\partial \Phi_3}{\partial \eta} & \frac{\partial \Phi_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad J = D_L C_N \quad (17)$$

Derivando convenientemente as funções de forma apresentadas na Eq.(13), pode-se definir D_L como:

$$D_L = \begin{bmatrix} \frac{(\eta-1)}{4} & \frac{(1-\eta)}{4} & \frac{(\eta+1)}{4} & \frac{-(\eta+1)}{4} \\ \frac{(\xi-1)}{4} & \frac{-(\xi+1)}{4} & \frac{(\xi+1)}{4} & \frac{(1-\xi)}{4} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Portanto, pode-se associar as derivadas no sistema local às derivadas no sistema global seguindo o apresentado na Eq.(16). Assim:

$$D_G = J^{-1} D_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} & \frac{\partial \Phi_3}{\partial x} & \frac{\partial \Phi_4}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_3}{\partial y} & \frac{\partial \Phi_4}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Com o operador de derivadas globais determinado, pode-se definir o operador B apresentado na Eq. (4). Convencionando que $\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} = D_{G1i}$ e $\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} = D_{G2i}$ pode-se definir tal operador como:

$$B = \begin{bmatrix} D_{G11} & 0 & D_{G12} & 0 & D_{G13} & 0 & D_{G14} & 0 \\ 0 & D_{G21} & 0 & D_{G22} & 0 & D_{G23} & 0 & D_{G24} \\ D_{G21} & D_{G11} & D_{G22} & D_{G12} & D_{G23} & D_{G13} & D_{G24} & D_{G14} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Finalmente, o diferencial de área dA apresentado na Eq.(9) pode ser assim escrito:

$$dA = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \partial \xi \partial \eta \quad dA = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \partial \xi \partial \eta \quad dA = |J| * \partial \xi \partial \eta \quad (21)$$

A matriz de rigidez é integrada numericamente neste trabalho, por meio da quadratura de Gauss, empregando-se 4 pontos de integração. Por meio dessa abordagem, calcula-se o valor do núcleo integrando nos pontos de integração e multiplica-se o valor da função integrando pelos respectivos pesos associados aos pontos de integração. Dessa forma, K_e é avaliada seguindo a seguinte expressão:

$$K_e = t \sum_i \sum_j a_i a_j B^T D B |J| \quad (22)$$

sendo a_i os pesos associados aos pontos de integração.

Depois que os deslocamentos são determinados sobre os nós da malha, os estados de deformação e tensão em cada elemento finito é facilmente determinado por meio das seguintes relações:

$$\varepsilon_L = B_{elem} U_{elem} \quad \sigma_L = D \varepsilon_L \quad (23)$$

3. OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA BASEADA NA ABORDAGEM HEURÍSTICA ESO

O método de otimização topológica utilizado neste trabalho se baseia no algoritmo ESO, Evolutionary Structural Optimisation ou otimização estrutural evolucionária. Tal abordagem foi primeiramente proposta por Xie e Steven, 1993, sendo de conceituação simples para a análise topológica em projetos. A ideia básica desta abordagem consiste na execução de um algoritmo de aproximação heurística que efetua a remoção gradual de regiões menos solicitadas do domínio, com base em um critério de penalidade. O primeiro critério apresentado pelos autores foi baseado em tensões equivalentes de von Mises. Assim, elementos com níveis de tensão abaixo de um dado valor limite são removidos a cada iteração do processo, permitindo então encontrar uma estrutura com rigidez máxima para um determinado volume remanescente. Essa metodologia ficou conhecida como ESO sob nível de tensão.

Num primeiro momento, os critérios de remoção propostos (como von Mises ou tensões médias) levaram a contestações de sua validade e sobre a escassez de embasamento matemático. Essa motivação levou à criação de outra vertente: o método ESO em nível de deslocamentos. Tal abordagem se baseava na igualdade das energias total e de deformação para problemas com restrição de rigidez associada a um número de sensibilidade, o qual era dependente das matrizes de rigidez de deslocamento (Chu *et al.*, 1996). Posteriormente, Zhao *et al.*, 1998) constataram a coerência dos resultados encontrados para as duas metodologias do ESO, tanto sob nível de tensão como de deslocamento. Em seguida, Tanskanen 2002 concluiu que o ESO é capaz de proporcionar uma base teórica equivalente ao método de otimização Programação Linear Sequencial.

Com a consolidação do método ESO, foram propostas variações do algoritmo visando suprir algumas de suas limitações, como em problemas de ótimos locais. Dentre estas, vale citar: GESO (Otimização estrutural evolucionária genética), que integra operações da Genética (seleção, cruzamento e mutação) ao ESO original; ESO Aditivo, que se baseia na adição de elementos ao sistema em regiões de alta concentração de tensão; e BESO (Otimização estrutural evolucionária bidirecional), que adiciona e remove elementos do sistema simultaneamente (Lanes, 2013). O que se utiliza neste trabalho é apenas o método ESO original em nível de tensão, por se tratar de um método de aplicação mais simples e de fácil implementação.

4. FORMULAÇÃO DO ESO EM NÍVEL DE TENSÃO

Nesta formulação do método, elementos com baixo nível de tensão são sistematicamente removidos da estrutura, para a obtenção de um projeto mecanicamente eficiente. Tal remoção ocorre durante um processo evolutivo e, a cada análise, novos elementos mecanicamente menos solicitados são eliminados, até que o critério objetivo seja alcançado.

Para determinar quais elementos serão removidos é utilizado um critério de penalidade, o qual aplica uma formulação baseada em tensões equivalentes de von Mises em cada elemento para ranqueá-los, ou seja, classificar aqueles com maior tensão e os de menores tensão para serem retirados da estrutura. É estipulada uma taxa de remoção a partir da qual os elementos serão removidos, como apresenta a Eq. (24):

$$\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{eqMAX}} < RR_i \quad (24)$$

sendo σ_{eq} a tensão equivalente de von Mises em cada elemento finito e σ_{eqMAX} a máxima tensão equivalente de von Mises observada nos elementos finitos da malha. RR é denominada taxa de rejeição da iteração i . Em uma determinada iteração, todos os elementos finitos que apresentarem tensão equivalente de von Mises menor que $RR_i \sigma_{eqMAX}$ serão removidos da estrutura.

Quando, numa dada iteração, existem elementos finitos com nível de tensão menor que $RR_i \sigma_{eqMAX}$, eles são eliminados e então o processo segue para a iteração seguinte. Quando não há nenhum elemento a ser removido, ou seja, todos apresentam tensões equivalentes maiores do que $RR_i \sigma_{eqMAX}$, então a taxa RR_i é acrescida de um valor ER , denominado razão de evolução ou passo do aumento de RR_i . Esse último parâmetro é aumentado progressivamente até que exista pelo menos um elemento finito a ser removido. Portanto, pode-se definir que:

$$RR = RR_i + ER \quad (25)$$

Vale mencionar que RR_i é constante para todo o processo. Portanto, todas as iterações iniciam-se com uma taxa de remoção igual. Essa forma é utilizada para suavizar o processo de remoção de elementos, sempre tenta-se eliminar os elementos com menor nível de tensão, mesmo que essa taxa RR seja menor do que a praticada na iteração anterior. Querin, 1997 sugere que sejam adotados valores pequenos para a taxa de remoção e para seu passo. Valores próximos a 1%, segundo o autor, garantem melhor convergência. Porém, na prática dos projetos de estruturas, cada corpo deve ser testado individualmente e diferentes parâmetros de otimização podem ser obtidos.

O processo evolucionário pode ser resumido nos seguintes passos (Lanes, 2013):

- Passo 1: discretização do domínio inicial da estrutura, utiliza-se uma malha de elementos finitos e aplicam-se as condições de contorno;
- Passo 2: determinação dos deslocamentos, deformações, tensões e tensões de von Mises nos elementos finitos da malha;
- Passo 3: remoção dos elementos (*hard kill approach*) que satisfazem a Eq. (24);
- Passo 4: repetição dos passos 2 à 4, até que o projeto ótimo seja alcançado.

A Fig. (2) apresenta o fluxograma do processo evolutivo.

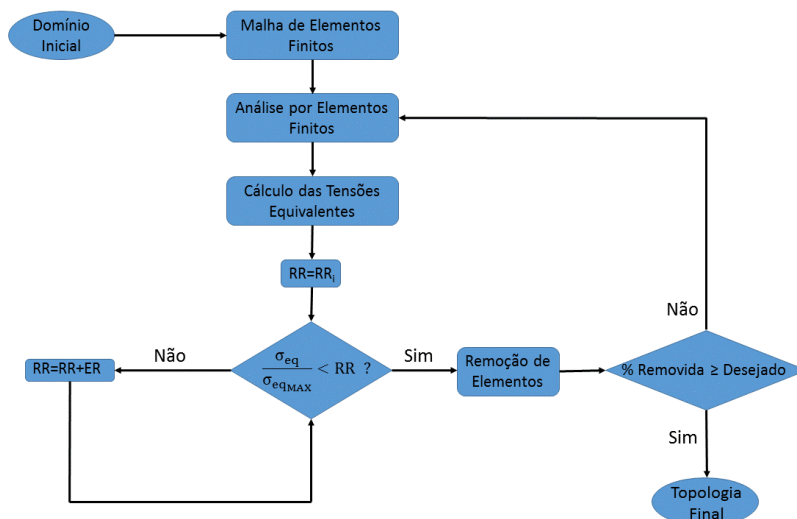


Figura 2: Algoritmo ESO em nível de tensão. Fluxograma

5. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Uma análise de confiabilidade tem por objetivo a determinação das probabilidades de falha referentes a cenários específicos de falha, conhecidos como estados limite. Inicia-se a avaliação probabilística identificando-se as variáveis aleatórias envolvidas no problema $X = [X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n]$ e atribuindo a cada variável aleatória (X_i) uma distribuição de probabilidades específica. O tipo de distribuição de probabilidade atribuída a cada variável aleatória é definido por meio de observações físicas, estudos estatísticos, análises laboratoriais e opiniões de especialistas. As variáveis envolvidas no problema que não alteram sensivelmente os valores de probabilidade de falha podem ser consideradas como variáveis determinísticas, ou seja, que não introduzem fontes de incerteza no problema.

Após definidas as variáveis aleatórias, define-se o número de estados limites envolvidos no problema. Um “estado limite” é uma fronteira entre um desempenho desejado e um desempenho indesejado para uma estrutura. Essa fronteira é frequentemente representada por uma “equação de estado limite” ou “função de desempenho” (Nowak e Collins, 2000). Cada distinta maneira que possa levar a um estado indesejável da estrutura é chamada, genericamente, de um modo de falha. Cada modo de falha dá origem a um estado limite. Os modos de falha e os estados limites correspondentes representam modelos idealizados da falha em estruturas.

Assim, cada equação de estado limite separa o espaço em duas regiões: o domínio de segurança, onde $G_i(x) > 0$ e o domínio de falha, onde $G_i(x) < 0$. O limiar entre estes dois domínios é definido como $G_i(x) = 0$, sendo conhecido como estado limite. É importante destacar que nem sempre é possível obter uma expressão analítica para a equação de estado limite. Quando modelos numéricos são utilizados, apenas em um número desejado de pontos a equação de estado limite pode ser calculada. A equação de estado limite considerada neste trabalho é baseada em tensão. Portanto, convencionase a falha estrutural quando o estado de tensão promovido pelo carregamento externo supera a tensão de escoamento do material estrutural. A probabilidade de falha é uma medida de propensão à violação dos estados limites. Ela pode ser entendida como a probabilidade de que o conjunto de variáveis aleatórias X conduza a estrutura ao domínio de falha, ou ainda, a probabilidade de que a equação de estado limite seja menor que zero. Assim:

$$P_f = P\{X \in D_f\} = P\{G_i(X) < 0\} \quad (26)$$

Procedimentos alternativos, baseados em técnicas de simulação numérica, podem ser empregados para a determinação das probabilidades de falha. Neste trabalho será empregada a técnica de simulação numérica utilizando o método de simulação de Monte Carlo. Uma descrição mais detalhada deste método é apresentada no tópico seguinte.

6. MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A simulação pode ser entendida como uma forma de se realizar numericamente um experimento que na prática não é realizável. Este experimento consiste em submeter a estrutura a um grande número de combinações de resistências e de ações, sendo estas variáveis aleatórias e/ou processos estocásticos. O núcleo do método de simulação de Monte Carlo reside na obtenção de um conjunto de realizações das variáveis aleatórias, as quais obedecem a uma lei definida. A probabilidade de falha é calculada utilizando a seguinte equação:

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = E[I[\mathbf{x}]] \quad (27)$$

A função indicadora $I[\mathbf{x}]$ assume valor unitário se a equação de estado limite resultar em um número negativo, ou seja, se a realização aleatória resultar num ponto definido dentro do domínio de falha. Se o resultado do experimento pertencer ao domínio de segurança, a função $I[\mathbf{x}]$ assume valor nulo. Assim, simulando um número conveniente de amostras, o valor médio $I[\mathbf{x}]$ será uma estimativa para a probabilidade de falha, ou seja:

$$\hat{P}_f = E[I[\mathbf{x}]] = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I[\mathbf{x}_i] = \frac{n_f}{n_{si}} \quad (28)$$

sendo n_f o número de amostras pertencentes ao domínio de falha e n_{si} o número de simulações realizadas.

7. APLICAÇÃO

Será efetuada a otimização topológica da estrutura apresentada na Fig. (3). Trata-se de uma chapa tracionada por uma força $P=100$ N, sendo sua extremidade esquerda fixa em duas porções com apoios do tipo fixo. Para o material estrutural, foram adotadas as seguintes propriedades mecânicas: $E = 210$ GPa e $\nu = 0,3$. A espessura da chapa foi considerada igual a 1 cm. Objetiva-se a determinação da geometria que contenha apenas 30% do volume inicial.

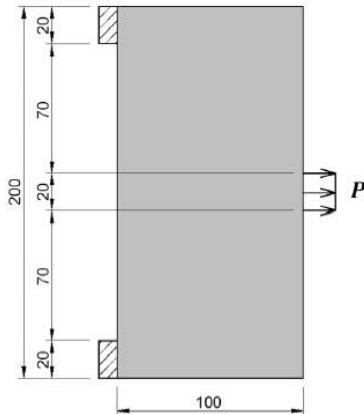


Figura 3: Estrutura a ser analisada, dimensões em cm

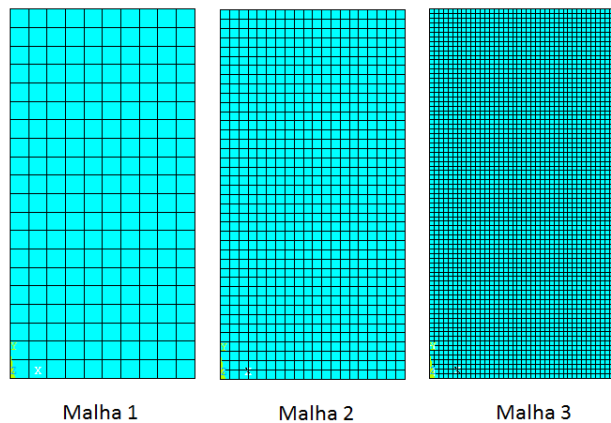


Figura 4: Malhas consideradas

Para as análises foram consideradas três diferentes malhas de elementos finitos, as quais são apresentadas na Fig. (4). Estas malhas são as seguintes: Malha 1: 200 elementos de 10 por 10 cm; Malha 2: 800 elementos de 5 por 5 cm e Malha 3: 3200 elementos de 2,5 por 2,5 cm. Para a análise via ESO, foi adotada como menor taxa de rejeição a cada iteração $RR_i = 2\%$ e o passo de aumento dessa razão igual à metade de RR_i ($ER=1\%$).

A Fig. (5) apresenta o processo evolutivo da geometria da estrutura para as três malhas consideradas até a solução. Constatase que a geometria final, com 30% do volume inicial, é a mesma para as três malhas adotadas. Porém, deve-se enfatizar que o caminho por elas percorrido até a convergência é diferente. Assim, em geometrias e condições de contorno complexas, a quantidade de elementos na malha influencia a geometria final obtida. Além disso, deve-se mencionar que o resultado obtido é concordante com análises semelhantes apresentadas na literatura (Lanes, 2013), o que valida o procedimento implementado.

A abordagem ESO conduz a uma geometria estrutural em que todos os pontos materiais que a compõem estarão submetidos a um estado de tensão que tende a uniformidade. Dessa forma, a estrutura otimizada topologicamente possui capacidade restrita para a realização de redistribuição de esforços. Essa abordagem é denominada *fully-stressed design* sendo consideravelmente não robusta em relação às incertezas que atuam nos processos de carregamento externo e resistência característica dos materiais. Com o objetivo de ilustrar a não robustez da análise topológica unicamente baseada em critério de tensão, será efetuada uma análise de confiabilidade considerando como equação de estado limite a tensão mobilizada pelo carregamento externo e a tensão de escoamento do material.

Para a análise de confiabilidade será considerada a estrutura otimizada topologicamente com a malha 2, sendo esta mesma malha adotada para as análises mecânicas. A tensão de von Mises mobilizada pelo carregamento externo é calculada no centro de cada elemento finito, sendo o máximo destas tensões comparado com a tensão de escoamento do material. O método de simulação de Monte Carlo com uma amostra de tamanho igual a 10000 para cada variável aleatória foi adotada. As incertezas associadas às propriedades materiais foram obtidas do trabalho de Domeneghetti, 2011. Foram também consideradas incertezas associadas à intensidade da força aplicada e seu ângulo de inclinação em relação à horizontal (α).

Foram analisados 4 diferentes cenários, sendo que as variáveis aleatórias em cada um dos cenários foram adicionadas progressivamente. A tabela 1 apresenta as variáveis aleatórias consideradas bem como suas respectivas propriedades estatísticas. Além disso, nesta tabela é apresentada também a probabilidade de falha observada em cada um dos cenários considerados. Com base nos resultados de probabilidade de falha obtidos, pode-se concluir que a confiabilidade da estrutura é severamente afetada pela variação da direção da força aplicada. Esse comportamento pode ser explicado pela característica intrínseca da otimização topológica, que apresenta um resultado quantitativo considerando as condições iniciais do problema. Isto significa que uma mudança nas condições iniciais do problema (como a direção das forças, por exemplo) faz com que o resultado da otimização perca sua robustez. A comparação entre os resultados do terceiro e quarto cenários enfatiza a grande influência desse parâmetro na confiabilidade estrutural, pois o aumento da variação do ângulo da direção da força aplicada fez com que a probabilidade de falha seja bruscamente aumentada.

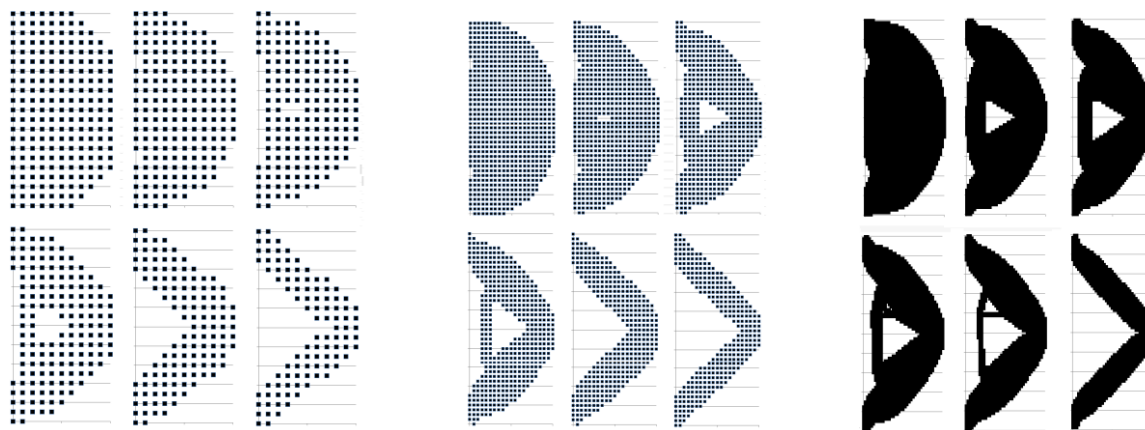


Figura 5: Evolução da geometria até 30% do volume inicial para as 3 malhas consideradas.

Tabela 1: Resultados da análise de confiabilidade

	Variáveis Aleatórias	Distribuição	Média	Desvio Padrão	Probabilidade de Falha
Caso 1	Tensão Escoamento (kN/cm ²)	Normal	29,8	0,5	2,64%
Caso 2	Tensão Escoamento (kN/cm ²)	Normal	29,8	0,5	3,82%
	Força Nodal (kN)	Normal	70	7	
Caso 3	Tensão Escoamento (kN/cm ²)	Normal	29,8	0,5	35,35%
	Força Nodal (kN)	Normal	70	7	
	Ângulo (α°)	Uniforme	0	8,66025	
Caso 4	Tensão Escoamento (kN/cm ²)	Normal	29,8	0,5	73,16%
	Força Nodal (kN)	Normal	70	7	
	Ângulo (α°)	Uniforme	0	25,98076	

8. CONCLUSÃO

Um modelo numérico ESO para a análise da otimização topológica de estruturas planas foi apresentado, sendo o critério de remoção de material baseado na tensão de von Mises. A estrutura plana é representada pelas equações algébricas do MEF e os valores de deslocamentos, deformações e tensões são determinados para todos os elementos finitos. Uma aplicação foi apresentada sendo o resultado obtido concordante com a resposta apresentada na literatura. No entanto, a análise da robustez da resposta obtida foi o objeto principal de estudo neste trabalho, sendo sua principal contribuição. Verificou-se, por meio de uma análise de confiabilidade, que a probabilidade de falha cresce enormemente se a estrutura otimizada topologicamente for analisada considerando as incertezas associadas ao seu processo de carregamento. Dessa forma, comprovou-se que a abordagem ESO baseada unicamente em critério de tensão (*fully-stressed design*) não é uma solução robusta para o problema, apesar de ótima do ponto de vista de consumo de material.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2014/18928-2, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

NOMENCLATURA

U_e	trabalho virtual de tensões internas	p	vetor de forças aplicadas
W_e	trabalho virtual de forças externas	b	forças de corpo em um elemento
u	translação na direção x	K	matriz de rigidez
v	translação na direção y	F	vetor de forças nodais equivalentes
U	vetor de deslocamentos no elemento	E	módulo de elasticidade longitudinal
q	vetor de deslocamentos nodais de um elemento	A	área da seção transversal da barra de treliça
f	matriz com funções de forma de um elemento	J	matriz Jacobiana
d	operador diferencial	C_N	matriz de coordenadas nodais
B	matriz com derivadas das funções de forma	D_L	matriz com derivadas das funções de forma em relação ao sistema local
D	tensor constitutivo elástico	D_G	matriz com derivadas das funções de forma em relação ao sistema global
A	área do elemento		

a	pesos associados aos pontos de integração
RR	taxa de rejeição
ER	razão de evolução da taxa de rejeição
X	vetor de variáveis aleatórias
x	realização do vetor de variáveis aleatórias
G	equação de estado limite
P_f	probabilidade de falha
I	função indicadora
f_X	função de distribuição de probabilidade conjunta do conjunto de variáveis aleatórias
$E[*]$	operador valor esperado
n_f	número de amostras no domínio de falha
n_{si}	número de simulações realizadas

Letras gregas

δ	variação
σ	tensor de tensões
ε	tensor de deformações
ν	coeficiente de Poisson
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	componentes de deformação normal
γ_{xy}	componente de deformação por cisalhamento

ξ, η	coordenadas adimensionais
ϕ	função de forma
σ_{eq}	tensão equivalente de von Mises em cada elemento finito
α	ângulo de inclinação da força em relação à horizontal

Subscritos

$e/elem$	elemento
b	força de volume
L	local
G	global
i	i -ésimo valor
MAX	máximo valor observado

Sobrescritos

T	transposto
\wedge	estimativa

REFERÊNCIAS

- Bendsoe, M.P., Sigmund, O., 2003. Topology optimization: Theory, Methods and Application. Berlin: Springer-Verlag.
- Chu, D. N., Xie, Y. M., Hira, A., Steven, G. P., 1996. "Evolutionary Structural optimization for problems with stiffness constraints". Finite Elements in Analysis and Design, vol. 21, p. 239-251.
- Domeneghetti, G, 2011. A expressão da incerteza de medição em ensaios mecânicos: iso gum e monte carlo aplicados no ensaio de tração. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Superior Tupy, Joinville.
- Lanes, R.M. 2013. Investigação de um método de otimização topológica evolucionária desenvolvido em script, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Nowak, A.S., Collins, K.R., 2000, Reliability of structures, Boston: McGraw-Hill.
- Querin, O. M., 1997. Evolutionary structural optimization stress based formulation and implementation. Tese de Doutorado. Sydney, Australia: University of Sydney.
- Sigmund, O., Petersson, J., 1998. "Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh dependencies and local minima". Structural Optimization, vol. 16, p. 68-75.
- Tanskanen, P., 2002 "The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 191, pp. 5485-5498.
- Xie, M. Y., Steven, G. P., 1993 "A simple evolutionary procedure for Structural optimization". Computer & Structures, vol. 49, p. 885-896.
- Zhao, C., Hornby, P., Steven G. P., Xie, Y. M., 1998. "A generalized evolutionary method for numerical topology optimization of structures under static loading conditions". Structural Optimization, vol. 15, p. 251-260.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Antônio Rodrigues Neto, Heider de Castro e Andrade e Edson Denner Leonel são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

MAXIMIZAÇÃO DA ÁREA DE SUPERFÍCIE EM SISTEMAS RAMIFICADOS

Lucas Teotônio de Souza, lucas.teotonio@engenharia.ufjf.br

Marcelo Miranda Barros, marcelo.barros@ufjf.edu.br

Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, Departamento de Estruturas, 36036900, Brasil

Resumo. Na natureza os sistemas ramificados são extremamente abundantes, presentes por exemplo, no sistema cardiovascular animal, pulmão, redes fluviais, descargas elétricas e plantas. O objetivo deste trabalho é estudar a maximização de áreas superficiais em sistemas ramificados. O modelo geométrico adotado é baseado em árvores auto-similares, ou seja, são definidas por parâmetros evolutivos constantes e bem definidos. Essas proporções ditam o tamanho e o diâmetro de cada ramo filho em relação ao seu pai, bem como a quantidade de filhos de cada pai. A eficiência é definida como a razão entre a área superficial total de uma árvore e a área de superfície de um cilindro com mesmo volume. Essa terminologia se justifica pelo vasto conjunto de aplicações associados à área superficial, como por exemplo, transferência de calor, trocas gasosas, ancoragem etc. Mostra-se a condição para a maximização da área de superfície total, assumindo que o comprimento do progenitor não pode tender a zero quando a quantidade de ordens aumenta. Se, além de otimizar a área de superfície total, o sistema apresentar semelhança geométrica entre os elementos, este satisfaz o princípio fisiológico de trabalho mínimo, conhecido como lei de Murray.

Palavras-chave: otimização, árvores, lei de Murray, similaridade.

1. INTRODUÇÃO

Sistemas ramificados são onipresentes na natureza (Randié, M., 1975), (Fleury, V. et al. 2001), (Thompson, 1917), (Harris, T.E., 2002), sendo que alguns apresentam grandes áreas de superfície (Morris, C.E. e Homann, U., 2001), tais como o pulmão (Hasleton, P.S., 1972) e o sistema cardiovascular (Murray, C. D., 1926) em animais. Neste trabalho apresenta-se o problema da maximização de área de superfície em sistemas ramificados por meio de um modelo simples para os elementos, seguindo leis exponenciais, características de sistemas naturais.

Maximizar área de superfície significa maximizar a troca com o meio, num problema físico. Isto é, num sistema físico aberto há troca de algo com o meio. Seja calor, vibração, fluidos, substâncias, carga elétrica.

O problema consiste em maximizar a área de superfície (Honda, H., 1978) utilizando um volume fixo. O modelo geométrico é composto por cilindros de diferentes comprimentos e diâmetros de forma a compor uma estrutura com significação prática e tecnológica, além de conceitual. A geometria de árvore proposta é composta de elementos de diferentes tamanhos organizados hierarquicamente, unidos de maneira que o elemento maior sustenta elementos menores, que são maiores que outros e os sustentam. Quando todas as ordens vizinhas se relacionam da mesma maneira serão denominadas auto-similares (Barros e Bevilacqua, 2015). Isto é, os parâmetros de crescimento/decrescimento são constantes para todas as ordens. Essas proporções ditam o tamanho e o diâmetro de cada ramo filho em relação ao seu pai, bem como a quantidade de filhos de cada pai.

A eficiência é definida como a razão entre a área superficial total de uma árvore e a área de superfície de um cilindro com mesmo volume. Essa terminologia se justifica pelo vasto conjunto de aplicações associados à área superficial, como por exemplo, transferência de calor, trocas gasosas, ancoragem etc.

2. ÁRVORES AUTO-SIMILARES

Árvores auto-similares são definidas por três parâmetros geométricos que as governam: quantidade de filhos b de cada ramo pai, proporções de comprimento γ e diâmetro d entre os ramos pai e filho, que são válidas por toda a extensão. A fim de definir uma árvore particular, é necessário definir ainda o passo evolutivo, isto é, a quantidade de ordens n . Assim, cada ordem k é composta de elementos característicos cilíndricos onde:

- 1) O elemento progenitor tem comprimento λ_0 e diâmetro d_0 .
- 2) Cada elemento da ordem k divide-se em b elementos na ordem $k+1$, isto é, $b = N_{k+1}/N_k$, em que N_k é o número de elementos pertencentes à ordem k , assim $N_k = b^k$.
- 3) A relação entre o comprimento dos elementos de ordens sucessivas é $\lambda = \lambda_k/\lambda_{k+1}$, e entre o diâmetro de ordens sucessivas é $d = d_k/d_{k+1}$.

As propriedades do sistema b , λ , d serão chamadas, respectivamente, de proporções de ramificação, comprimento e diâmetro. Note-se que a auto-similaridade está presente nas três propriedades, uma vez que as proporções são constantes para todos os k 's. Assim, todos os pais têm a mesma quantidade de filhos e as razões de comprimento e diâmetro são sempre as mesmas em todas as ramificações. Uma característica que pode estar presente em uma árvore

é a similaridade geométrica de seus elementos, isto é, seus elementos têm a mesma forma embora tenham tamanhos diferentes. A similaridade geométrica é obtida quando $\lambda = d$. A Figura 1 mostra uma exemplo de árvore auto-similar.

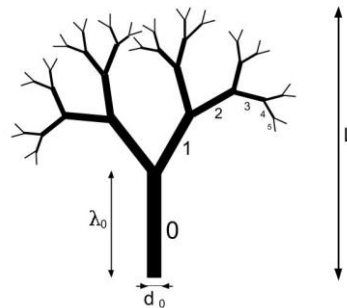


Figura 1. Exemplo de árvore auto-similar em 2D.

2.1 Volume das árvores

O volume total de uma estrutura ramificada auto-semelhante com tronco de comprimento λ_0 , diâmetro d_0 e composto de n ordens é dado pela soma dos volumes de seus elementos em todas as ordens, i.e.:

$$V_{total} = \sum_{k=0}^{n-1} N_k \frac{\pi}{4} d_k^2 \lambda_k$$

Considere um cilindro de referência com volume:

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4} \bar{d}^2 \bar{L}$$

onde \bar{L} e \bar{d} são o diâmetro e o comprimento do cilindro de referência. Vamos supor que o diâmetro do cilindro de referência e do progenitor são iguais, isto é, $\bar{d} = d_0$, sem perda de generalidade.

Ao definir o mesmo volume para o cilindro único e o sistema ramificado, o comprimento do progenitor é obtido por:

$$\lambda_0 = \bar{L} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right]^{-1}, \quad (1)$$

Onde $\gamma = b/\lambda$. Assim, se $d \leq \sqrt{\gamma}$, então $\lambda_0 \rightarrow 0$ à medida que n aumenta. Estamos interessados em um comprimento finito para o progenitor com o aumento de n e, portanto, consideramos que $d > \sqrt{\gamma}$. O parâmetro γ é definido pela razão entre o fator multiplicativo e o fator de tamanhos. Quando $\gamma > 1$ o comprimento total em cada ordem aumenta gerando uma possibilidade de preencher mais o espaço enquanto que quando $\gamma < 1$ o comprimento total na ordem decresce com k . Vale observar que o parâmetro γ tem relação com a dimensão fractal do sistema ramificado, dada por $D = \log b / \log \lambda$, isto é, $D = 1$ equivale a $\gamma = 1$; $D > 1$ equivale a $\gamma > 1$; $D < 1$ equivale a $\gamma < 1$.

2.2 Área de superfície das árvores

A área de superfície total de uma árvore é dada pela soma das áreas de superfície dos elementos de todas as ordens, dada por:

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} N_k \pi d_k \lambda_k.$$

A área de superfície do cilindro de referência é a seguinte: $\bar{S} = \pi \bar{d} \bar{L}$. Assim, a razão entre a área superficial total de uma estrutura ramificada e a área de superfície do cilindro de referência, considerando-se o mesmo volume total, i.e. Eq. (1), é:

$$e = \frac{S}{\bar{S}} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k}{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k}, \quad (2)$$

denominada eficiência. Pode-se mostrar (ver Apêndice) que a eficiência pode ser escrita na forma:

$$e = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right) - 1}{\left(\frac{\gamma}{d} \right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d} \right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1} \right], \quad (3)$$

A eficiência relaciona a área de superfície de uma estrutura ramificada, com a área de superfície de um cilindro com mesmo volume. Então, se $\bar{d} = d_0$, a eficiência depende dos parâmetros do sistema b, λ, d e o parâmetro de evolução n .

2.2.1 Maximização da eficiência e d ótimo

A Figura 2 mostra os gráficos das áreas superficiais relativas, isto é, a sua eficiência, dependendo da proporção dos diâmetros para diferentes valores de γ , que correspondem a gráficos de mesma cor, e diferentes evoluções n . O gráfico mostra um problema de otimização, ou seja, para um dado $\gamma = b/\lambda$ e um dado n há um d ótimo que maximiza a eficiência. Os valores mais altos das eficiências estão associados a valores mais altos de γ , para um mesmo n . Note-se que quanto mais evoluída for a árvore, i.e. maior n , mais eficiente ela será para um mesmo γ .

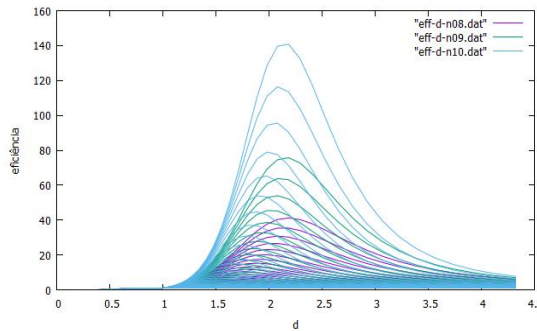


Figura 2. Eficiência vs proporção de diâmetro.

O d ótimo que maximiza a eficiência é obtido pela derivada parcial da Eq. (2), que conduz à equação:

$$E(d, n) = 2 \left[\sum_{k=1}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] - \left[\sum_{k=1}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] = 0$$

No apêndice é mostrado que a proporção do diâmetro ótimo quando a árvore evolui indefinidamente, definida por $d_{opt}^{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} d_{opt}(\gamma, n)$, depende de γ da seguinte forma:

quando $\gamma > 1$,

$$d_{opt}^{\infty} = \sqrt{\gamma}, \tag{4}$$

e quando $\gamma < 1 < d$,

$$d_{opt}^{\infty} = 1 + \sqrt{1 - \gamma}, \tag{5}$$

A Figura 3 ilustra o fato de que as raízes de $E(d, n)$ se aproximam de $\sqrt{\gamma}$ quando $n \rightarrow \infty$.

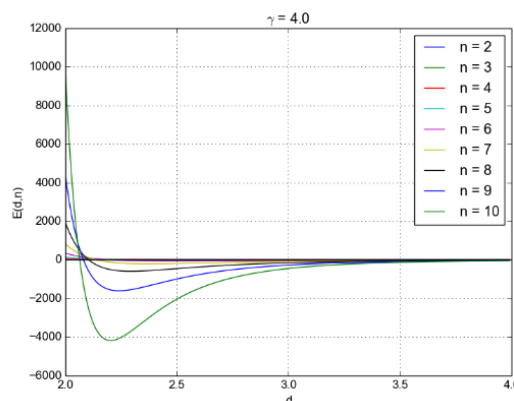


Figura 3. Raízes de $E(d, n)$ quando $n \rightarrow \infty$ para $\gamma = 4$.

Embora d_{opt}^{∞} seja obtido pelas expressões (4) e (5), os valores de d_{opt} para sistemas finitos são mais importantes em aplicações. A Figura 4, resultado das raízes de $E(d, n)$ obtidas numericamente, mostra os valores de $d_{opt} \times n$ para $\gamma = 2, 4, 8$, Fig 4.a. Note-se que os valores de d_{opt} para pequenos valores de n são significativamente mais elevados do que d_{opt}^{∞} . Por exemplo, considere $\gamma = 2$ e $n = 3$ que leva a $d_{opt} \approx 2,2$, enquanto $d_{opt}^{\infty} \approx 1,4$. Note-se ainda, que

o d_{opt} para o caso finito está sempre acima do $d_{opt}^\infty = \sqrt{\gamma}$, quando $\gamma > 1$. Para $\gamma < 1 < d$, tem-se $d_{opt}^\infty = 1 + \sqrt{1 - \gamma}$, conforme é ilustrado na Fig. 4.b, para $\gamma = 0,125$; $0,25$; $0,5$.

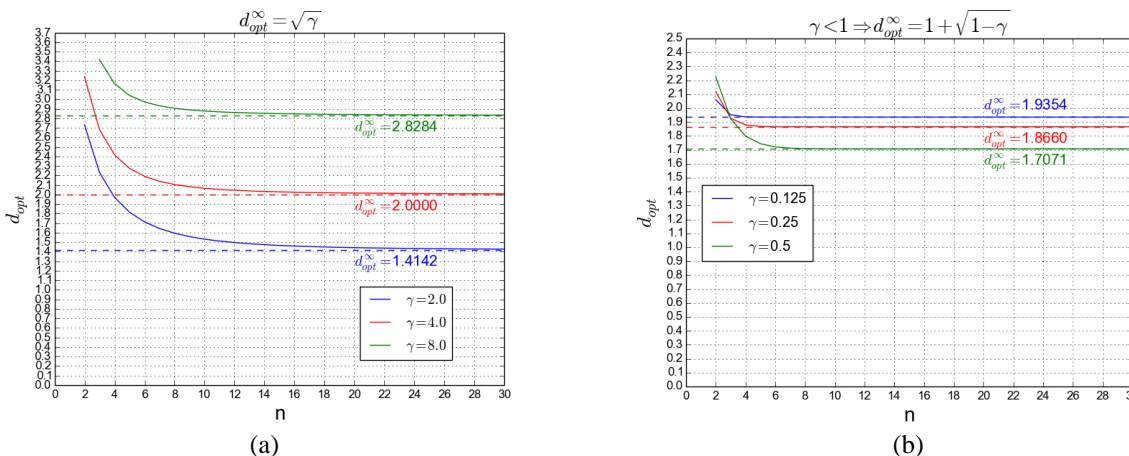


Figura 4. $d_{opt} \times n$ e d_{opt}^∞ , para os casos $\gamma > d > \sqrt{\gamma} > 1$ (a) e $\gamma < 1 < d$ (b).

2.2.2 Maximização da eficiência com n

A partir da Eq. (2) vê-se que, se $d > \gamma$ a eficiência é limitada, dada por $e = \frac{1}{d} \left(\frac{\lambda d^2 - b}{\lambda d - b} \right)$, tal como ilustra a Fig. 5. Os parâmetros utilizados são: $n = 100$, $\gamma = 1.33$ e $d = 1.4$, Fig. 5.a; $n = 100$, $\gamma = 1.33$ e $d = 1.26$, Fig. 5.b.

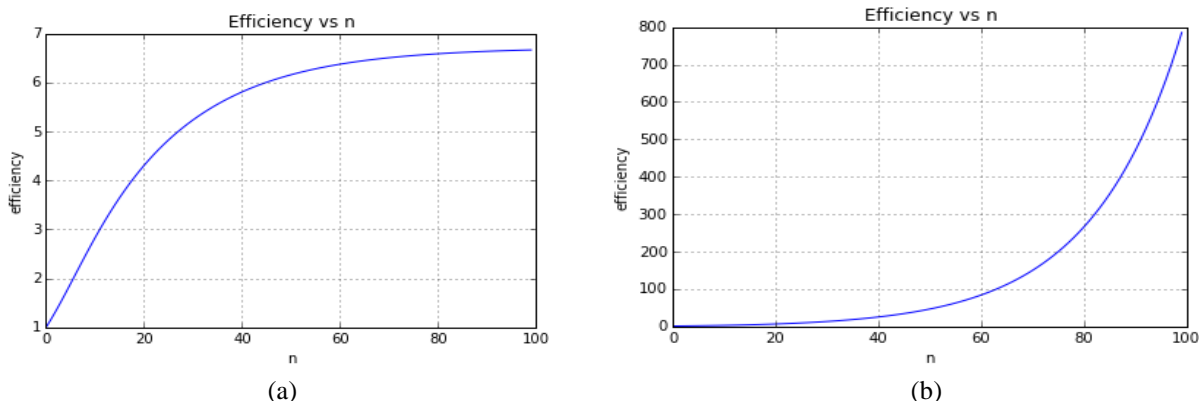


Figura 5. Eficiência ao longo da evolução é limitada quando $d > \gamma$ (a), aumenta indefinidamente quando $d < \gamma$ (b).

Note-se que a condição ótima para a proporção diâmetro dada pela Eq. (3), isto é, $d = \sqrt{\gamma}$, preenche a condição de crescimento exponencial da eficiência com a evolução n . Portanto, a fim de gerar elementos de comprimentos finitos ($d > \sqrt{\gamma}$) e aumentar sem limite a eficiência ($d < \gamma$) chega-se ao intervalo de interesse para o parâmetro d : $\sqrt{\gamma} < d < \gamma$.

Observa-se que, quando $d < \sqrt{\gamma}$ a eficiência aumenta muito mais rapidamente do que quando $\sqrt{\gamma} < d < \gamma$, uma vez que o denominador da Eq. (2) converge, mas consideraremos o caso $d > \sqrt{\gamma}$ para que λ_0 seja finito quando $n \rightarrow \infty$, ver Fig. 6.

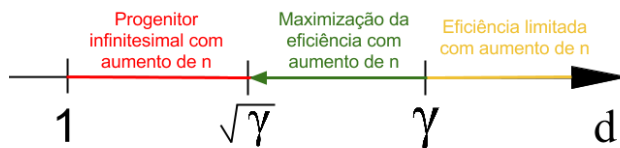


Figura 6. Relação da eficiência com a variação do d .

3. CONCLUSÕES

O presente trabalho mostrou que é possível gerar uma infinidade de estruturas ramificadas com apenas quatro parâmetros, a saber, b, λ, d e n . A área de superfície destas estruturas ramificadas auto-semelhantes pode ser maximizada através da escolha adequada dos parâmetros que as regem. Ou seja, este consiste em um problema de otimização, em que para b, λ e n dados, é possível encontrar a proporção de diâmetros d que maximiza a área superficial do sistema. Além disso, existe um intervalo em que d_{opt} estará, qual seja, $\sqrt{\gamma} < d_{opt} < \gamma$.

Os sistemas finitos (que possuem pequenos valores de n) são mais importantes em aplicações e para estes, os valores de d_{opt} são significativamente mais elevados do que d_{opt}^{∞} . Note-se que, por exemplo, para $n = 10$ é possível obter eficiência relativa superior a 100, Fig. 2. Vale observar que o parâmetro $\gamma = b/\lambda$ corresponde à dimensão fractal $D = \log b / \log \lambda$ de sistemas auto-similares. O caso $0 < \gamma < 1$ corresponde ao caso $0 < D < 1$, enquanto que o caso $\gamma > 1$ corresponde ao caso $D > 1$. Note-se que o caso $D = 3$ corresponde ao caso $\lambda = b^{1/3}$. Assim, se o sistema é geometricamente similar ($\lambda = d$) então $D = 3$ corresponde à lei de Murray. Quando o sistema possui similaridade geométrica ($\lambda = d$), então $d_{opt}^{\infty} = b^{1/3}$, que corresponde à chamada lei de Murray presente no sistema cardiovascular humano (Murray, 1926). Murray, que seguiu o caminho de Hess (Hess, W.R., 1917) minimizou o volume e a área de superfície locais e verificou que a relação pai-filhos segue um mesmo padrão em toda a árvore.

Dentre as possíveis aplicações do presente estudo sobre áreas de superfície em sistemas ramificados visualiza-se problemas de ancoragem, trocadores de calor, fluidos e descargas elétricas.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pela concessão da bolsa de Iniciação Científica que protagonizou a obtenção dos resultados aqui discutidos e à Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG) por oportunizar a participação no XII Simpósio de Mecânica Computacional (SIMMEC).

NOMENCLATURA

b quantidade de filhos de cada ramo pai
 d proporção de diâmetro entre os ramos pai e filho
 n quantidade de ordens da estrutura ramificada
 k ordem específica da evolução
 d_0 diâmetro do progenitor
 \bar{S} área de superfície do cilindro de referência
 \bar{V} volume do cilindro de referência
 D Dimensão fractal
 $E(d,n)$ derivada parcial da equação e em relação a d
 d_{opt}^{∞} diâmetro ótimo quando a árvore evolui indefinidamente
 V_{total} volume total de uma estrutura ramificada auto-semelhante

N_k número de elementos pertencentes à ordem k
 S área de superfície total de uma árvore
 e eficiência, dada por $\frac{S}{\bar{S}}$
 e_{∞} valor da eficiência quando $d > \gamma$

Letras gregas

λ proporção de comprimento entre os ramos pai e filho
 λ_0 comprimento do progenitor
 γ razão entre b e λ , dado por $\gamma = \frac{b}{\lambda}$

REFERÊNCIAS

- Barros, M.M., Bevilacqua, L., “Elastic fractal trees: a correspondence among geometry, stress, resilience and material quantity”, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 37, No. 5, pp. 1479-1483, 2015.
- Fleury, V., Gouyet, J.F., Leonetti, M., “Branching in Nature: dynamics and morphogenesis of branching structures from cell to river networks”, Springer, 2001.
- Harris, T.E., “The Theory of Branching Processes”, Courier Corporation, 2002.
- Hasleton, P.S., “The internal surface area of the adult human lung”, Journal of Anatomy, Vol. 112, No. 3, pp. 391-400, 1972.
- Hess, W.R., “Über die periphere regulierung der blutzirkulation”, Aus dem physiologischen Institut der Universität Zürich., 1917.
- Honda, H., “Tree Branch Angle”, Science, Vol. 199, pp. 888-890, 1978.
- Morris, C.E., Homann, U., “Cell Surface Area Regulation and Membrane Tension”, Journal of Membrane Biology, Vol. 179, pp. 79-102, 2001.
- Murray, C. D., “The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood”, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 12, pp. 207-214, 1926.

Randié, M., "On Characterization of Molecular Branching", Journal of the American Chemical Society, Vol. 99, No. 23, pp. 6609-6615, 1975.
Thompson, D.A. W., "On Growth and Form", Cambridge University Press, 1917.

APÊNDICE

1) Prova de que $\lambda_0 = \bar{L} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right]^{-1}$: Temos que $V_{total} = \sum_{k=0}^{n-1} N_k \frac{\pi}{4} d_k^2 \lambda_k$ e $\bar{V} = \frac{\pi}{4} \bar{d}^2 \bar{L}$.

Além disso, $N_k = b^k$; $d^{-k} = \frac{d_k}{d_0}$; $\lambda^{-k} = \frac{\lambda_k}{\lambda_0}$. Onde λ_0 e d_0 são, respectivamente, comprimento e diâmetro do progenitor. Fazendo $V_{total} = \bar{V}$:

$$\sum_{k=0}^{n-1} N_k \frac{\pi}{4} d_k^2 \lambda_k = \frac{\pi}{4} \bar{d}^2 \bar{L} \Rightarrow \sum_{k=0}^{n-1} b^k \left(\frac{d_k}{d_0} \right)^2 \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_0} \right) = \left(\frac{\bar{d}}{d_0} \right)^2 \left(\frac{\bar{L}}{\lambda_0} \right) \Rightarrow \sum_{k=0}^{n-1} b^k d^{-2k} \lambda^{-k} = \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 \left(\frac{\bar{L}}{\lambda_0} \right) \Rightarrow$$

$$\lambda_0 = \bar{L} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right]^{-1}.$$

2) Prova de que $e = \frac{s}{\bar{s}} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k}{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k} = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d} \right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d} \right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right) - 1} \right]$:

Dada a soma $S_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{a}{x} \right)^k = 1 + \frac{a}{x} + \left(\frac{a}{x} \right)^2 + \dots + \left(\frac{a}{x} \right)^{n-1}$, efetuando algumas manipulações, temos:

$$\frac{a}{x} S_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{a}{x} \right)^k = \frac{a}{x} + \left(\frac{a}{x} \right)^2 + \left(\frac{a}{x} \right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{x} \right)^n$$

$$S_{n-1} - \frac{a}{x} S_{n-1} = 1 - \left(\frac{a}{x} \right)^n \Rightarrow S_{n-1} \left(1 - \frac{a}{x} \right) = 1 - \left(\frac{a}{x} \right)^n \Rightarrow S_{n-1} \left(\frac{x-a}{x} \right) = 1 - \left(\frac{a}{x} \right)^n$$

$S_{n-1} = \left(\frac{x-a}{x} \right) \left(1 - \left(\frac{a}{x} \right)^n \right) \Rightarrow S_{n-1} = \left(\frac{x}{x-a} \right) \left(\left(\frac{a}{x} \right)^n - 1 \right)$, aplicando para o caso da eficiência:

$$num = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k = \left(\frac{d}{\gamma-d} \right) (\gamma^n - 1) = \left(\frac{1}{\frac{\gamma}{d} - 1} \right) \left(\left(\frac{\gamma}{d} \right)^n - 1 \right)$$

$$den = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k = \left(\frac{d^2}{\gamma-d^2} \right) \left(\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1 \right) = \left(\frac{1}{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right) - 1} \right) \left(\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1 \right) \Rightarrow$$

$$e = \frac{num}{den} = \left(\frac{1}{\frac{\gamma}{d} - 1} \right) \left(\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right) - 1}{1} \right) \left(\frac{\left(\frac{\gamma}{d} \right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1} \right) \Rightarrow$$

$$e = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right) - 1}{\left(\frac{\gamma}{d} \right) - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d} \right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^n - 1} \right].$$

3) Prova de que $\frac{\partial e}{\partial d} = \frac{\partial}{\partial d} \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k}{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k} = E(d, n) = 2 \left[\sum_{k=1}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] - \left[\sum_{k=1}^{n-1} k \left(\frac{\gamma}{d} \right)^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right] = 0$

A regra do quociente da derivada nos diz que $\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g(x) f(x)' - f(x) g(x)'}{[g(x)]^2}$, portanto:

$\frac{\partial}{\partial d} \frac{\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k}{\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k} = \frac{\left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] \frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] - \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] \frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right]}{\left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right]^2}$. Como estamos igualando a derivada a 0, a fim de se

obter o ponto de máximo, o denominador irá desaparecer, pois $\left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right]^2 \times 0 = 0$. Logo:

$$\left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] \frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] - \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] \frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] = 0. \quad (6)$$

Calculando as derivadas separadamente:

$$\frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] = \sum_{k=0}^{n-1} \gamma^k d^{-k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} -k \gamma^k d^{-k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{-k \gamma^k}{d^k d} = -\frac{1}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k \frac{\gamma^k}{d^k} = -\frac{1}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d})^k.$$

$$\frac{\partial}{\partial d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] = \sum_{k=0}^{n-1} \gamma^k d^{-2k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} -2k \gamma^k d^{-2k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{-2k \gamma^k}{d^{2k} d} = -\frac{2}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k \frac{\gamma^k}{d^{2k}} = -\frac{2}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d^2})^k.$$

Substituindo os resultados na equação Eq. (6):

$$\left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] \left[-\frac{1}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d})^k \right] - \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] \left[-\frac{2}{d} \sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{d} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d})^k \right] - \left(-\frac{2}{d} \right) \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] = 0 \Rightarrow$$

$$E(d, n) = 2 \left[\sum_{k=1}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d})^k \right] - \left[\sum_{k=1}^{n-1} k (\frac{\gamma}{d})^k \right] \left[\sum_{k=0}^{n-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \right] = 0$$

4) Prova de que $d_{opt}^\infty = \sqrt{\gamma}$: Caso em que $\gamma > 1$ e $\sqrt{\gamma} < d < \gamma$

Supondo $\gamma, d > 0, d \in R$. Da desigualdade $d > \sqrt{\gamma}$ obtemos $\frac{1}{d} < \frac{\gamma}{d^2} < 1$, portanto $\left| \frac{\gamma}{d^2} < 1 \right|$ e assim temos:

$$\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{\gamma}{d^2})^k = \frac{1}{1 - \frac{\gamma}{d^2}} \quad (7)$$

Tomando $n_1 \in \mathbb{N}$ suficientemente grande, então:

$$\sum_{k=0}^{n_1} (\frac{\gamma}{d^2})^k \approx \frac{1}{1 - \frac{\gamma}{d^2}} \quad (8)$$

A partir da equação da eficiência $= \frac{S}{s} = \frac{\sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k}{\sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d^2})^k}$, para o referido n_1 :

$$e \approx \frac{\sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k}{\frac{1}{1 - \frac{\gamma}{d^2}}} = \left(1 - \frac{\gamma}{d^2} \right) \sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k = \sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k - \sum_{k=0}^{n_1-1} \frac{\gamma^{k+1}}{d^{k+2}}.$$

O ponto de maior eficiência, é dado quando $e' = 0$, ou seja:

$$\left(\sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k - \sum_{k=0}^{n_1-1} \frac{\gamma^{k+1}}{d^{k+2}} \right)' = 0 \Rightarrow \sum_{k=0}^{n_1-1} -k \frac{\gamma^k}{d^{k+1}} + (k+2) \sum_{k=0}^{n_1-1} \frac{\gamma^{k+1}}{d^{k+3}} = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{k=0}^{n_1-1} (\frac{\gamma}{d})^k \left(-\frac{k}{d} + (k+2) \frac{\gamma}{d^3} \right) = 0.$$

Como $\frac{\gamma}{d} > 0$ temos que: $\frac{k}{d} = (k+2)\frac{\gamma}{d^3} \Rightarrow d^2 = \left(\frac{k+2}{k}\right)\gamma \Rightarrow d = \sqrt{\left(\frac{k+2}{k}\right)\gamma}$. Portanto, para um n_2 suficientemente grande temos: $d \approx \sqrt{\gamma} \Leftrightarrow d_{opt}^\infty = \sqrt{\gamma}$. (9)

Tomando $n_0 = \max\{n_1, n_2\}$, satisfazemos as Eq. (8) e Eq. (9).

5) Prova de que $d_{opt}^\infty = 1 + \sqrt{1-\gamma}$: Para $\gamma < 1 < d$,

$$e \approx \frac{\frac{1}{1-\frac{\gamma}{d}}}{\frac{1}{1-\frac{\gamma}{d^2}}} = \frac{1-\frac{\gamma}{d^2}}{1-\frac{\gamma}{d}} = \frac{1}{d} \left(\frac{d^2-\gamma}{d-\gamma} \right) \Rightarrow$$

$$e' = \frac{-\gamma d^2 + 2\gamma d - \gamma^2}{(d-\gamma)^2 d^2} = 0 \Rightarrow d^2 - 2d + \gamma = 0 \Rightarrow$$

$$d_{opt}^\infty = 1 + \sqrt{1-\gamma}.$$

6) Prova de que $e_\infty = \frac{1}{d} \left(\frac{d^2-\gamma}{d-\gamma} \right)$: Temos que $e = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1} \right] \Rightarrow$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1} \right] \right\} = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n \left(\frac{1}{d^n}\right) - 1} \right] \Rightarrow$$

Como $d > \gamma$, temos que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\gamma}{d}\right)^n = 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{d^n} = 0$, portanto:

$$\left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n \left(\frac{1}{d^n}\right) - 1} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\gamma}{d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{\gamma}{d}\right)^n - 1} \right] \frac{(-1)}{(-1)} = \left[\frac{\left(\frac{b}{\lambda d^2}\right)^n - 1}{\left(\frac{b}{\lambda d}\right)^n - 1} \right] = \frac{b - \lambda d^2}{\lambda d^2} = \frac{b - \lambda d^2}{\lambda d^2} \frac{b - \lambda d}{b - \lambda d} =$$

$$= \frac{1}{d} \left(\frac{\lambda d^2 - b}{\lambda d - b} \right) \Rightarrow$$

$$e_\infty = \frac{1}{d} \left(\frac{d^2 - \gamma}{d - \gamma} \right).$$

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA DE VANTS BASEADA EM IMAGENS ORBITAIS E MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Ramon Santos Corrêa, ramonscorrea36@ufmg.br

Rodney Rezende Saldanha, rodney@cpdee.ufmg.br

Antônio Pádua Braga, apbraga@cpdee.ufmg.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Resumo. A navegação de um Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) baseada em imagens pode ser tratada como um problema de otimização. É necessário determinar basicamente quatro parâmetros do VANT: posição latitudinal e longitudinal, rotação e altitude. A escolha dos valores mais apropriados para estes parâmetros determina o melhor casamento entre as imagens registrada pelo VANT e a do satélite georreferenciada e, conseqüentemente, no menor erro de estimação (função de custo) da sua trajetória. Atualmente, o principal método de navegação utilizado é o GPS; no entanto, esta tecnologia pode não estar disponível a todos que desejam utilizá-la e há o risco de o sinal ser bloqueado por interesses comerciais e militares ou de receber interferências e apresentar erros. Assim, surge a necessidade de outras alternativas para tornar a navegação mais segura e confiável e também autônoma. A abordagem mais comum é utilizar um módulo de visão computacional para auxiliar a navegação do VANT. A proposta deste artigo é avaliar a utilização de métodos de otimização na realização desta tarefa em relação à precisão e ao tempo de processamento. O problema de otimização consiste em determinar três parâmetros: posição horizontal e vertical e escala. Uma técnica clássica foi empregada para determinar pontos de partida factíveis, visando a evitar mínimos locais e explorar completamente a imagem alvo. A aplicação dos métodos de otimização mostrou-se promissora, principalmente, na estimação de variáveis como a rotação e a altitude.

Palavras-chave: Otimização, Template Matching, VANT

1. INTRODUÇÃO

Vários estudos têm sido desenvolvidos para aprimorar o reconhecimento de padrões em diversos tipos de sistemas autônomos, tentando fazer com que tenham capacidade de reconhecimento de imagens ou de padrões diversos, similar ao ser humano. Uma grande variedade de técnicas computacionais tem sido aplicada para que veículos autônomos não necessitem de interação humana para realizar sua navegação sobre um determinado percurso (Braga *et al.*, 2013).

Existem diversas estratégias disponíveis para a navegação de um VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado). Uma das mais comuns consiste na associação entre sistemas *INS* (*Inertial Navigation System* – Sistema Inercial de Navegação) e *GPS* (*Global Positioning System* – Sistema de Posicionamento Global). No entanto, esta tecnologia apresenta algumas deficiências, como a indisponibilidade do *GPS*, o risco de o sinal ser bloqueado por interesses comerciais e militares, ser afetado por interferências e apresentar erros (Braga *et al.*, 2013).

Uma outra alternativa de navegação autônoma é a utilização de um módulo de visão computacional, em que o VANT captura imagens do terreno sobrevoado e faz um processamento das imagens e correspondência com imagens de satélite georreferenciadas, a fim de reconhecer automaticamente o local sobrevoado e seguir um percurso pré-planejado. Por ser considerada segura e confiável, esta alternativa pode ser utilizada para auxiliar o *GPS* no caso de falha ou até mesmo na substituição do mesmo.

Este tipo de estratégia de navegação é baseada no registro de imagens, mais especificamente, na técnica de *template matching*, que busca encontrar a posição de uma subimagem dentro de uma imagem maior. A subimagem é a imagem da região sobrevoada pelo VANT e é denominada *template*. A imagem maior é a imagem de satélite e é chamada de imagem alvo.

O problema de navegação de um VANT baseado em imagens pode ser reformulado como um problema de otimização. É necessário determinar basicamente quatro parâmetros do VANT: posição latitudinal, posição longitudinal, rotação e altitude. A escolha dos melhores valores para estes parâmetros determina o melhor casamento entre as imagens registrada pelo VANT e a do satélite georreferenciada e, conseqüentemente, no menor erro de estimação da trajetória do VANT.

Parâmetros como a rotação e a escala podem ser pré-determinados a partir de aparelhos disponíveis no VANT. A rotação pode ser corrigida através da informação de uma bússola e a diferença de escala entre as imagens pode ser estimada pela informação de um altímetro.

Neste caso, o problema se reduz a um problema de otimização de duas variáveis e uma técnica comum utilizada na literatura é o *template matching* por meio da correlação entre as imagens. No entanto, caso esta informação não esteja disponível ou os aparelhos que a fornecem estejam descalibrados ou apresentem muitos erros de medição, é necessária uma abordagem em que seja possível estimar estes parâmetros. Uma das abordagens possíveis é a utilização de algoritmos de otimização.

Além das diferenças de rotação e escala entre as imagens, algumas outras dificuldades encontradas no casamento das imagens estão relacionadas às diferenças de luminosidade, perspectiva e resposta espectral, visto que as imagens são registradas de sistemas distintos (câmera de imageamento do VANT e sistema de imageamento do satélite).

1.1 Registro de imagens

O registro de imagens é o processo em que uma imagem alvo passa por diversas transformações a fim de corresponder completamente ou parcialmente o mais próximo possível a um *template* (Zitová e Flusser, 2003).

É possível utilizar métodos de detecção baseados em área, que comparam os valores da intensidade da imagem atual e outras informações de baixo nível que compõem a aparência da imagem (Zitová e Flusser, 2003).

Métodos de correlação são tipicamente utilizados para os métodos de detecção baseados em área, onde uma superfície de correlação é calculada para o *template* e o ponto máximo é encontrado e interpretado como o melhor ajuste para o *template*. Esta técnica é afetada por autossimilaridade na imagem e é caracterizada por elevada complexidade computacional.

Uma alternativa é utilizar métodos de otimização. As vantagens desta abordagem em relação à correlação cruzada são que é possível aplicar transformações mais complexas ao *template*, sendo mais robusta, e requer menor custo computacional, visto que a superfície de correlação não precisa ser determinada por completo (Machowski e Marwala, 2007).

1.2 Algoritmos de otimização

Encontrar o mínimo de uma medida de dissimilaridade ou o máximo da medida de similaridade é um problema de otimização multidimensional, onde o número de dimensões corresponde ao número de graus de liberdade da transformação geométrica esperada. Uma forma de alcançar a solução ótima global é uma busca exaustiva ao longo de toda a imagem. Embora seu custo computacional seja elevado, é frequentemente utilizada quando somente as translações devem ser estimadas (Zitová e Flusser, 2003).

No caso de transformações com mais graus de liberdade ou de medidas de similaridade mais complexas, algoritmos de otimização são necessários para localizar a solução ótima global (Zitová e Flusser, 2003).

Os métodos de otimização podem ser classificados em determinísticos e estocásticos. Os determinísticos utilizam a informação dada pelo gradiente da função objetivo; em contrapartida, os estocásticos utilizam apenas a avaliação da função objetivo.

Vários estudos têm sido realizados aplicando algoritmos de otimização para resolver problemas de registro de imagens, seja usando métodos determinísticos (Maes *et al.*, 1999; Machowski, 2005; Klein *et al.*, 2007; Kasaki *et al.*, 2014) ou estocásticos (Wachowiak *et al.*, 2004; Machowski e Marwala, 2007; Damas *et al.*, 2011).

2. METODOLOGIA

O algoritmo de otimização inicia encontrando pontos iniciais factíveis. O ponto inicial x_0 é utilizado para aplicar uma transformação geométrica na imagem alvo. A área da imagem alvo transformada A é comparada com a área sobreposta da imagem *template* T por meio de alguma medida de dissimilaridade $f(x_k)$. Essa medida de dissimilaridade é utilizada pelo algoritmo de otimização para a correção dos parâmetros de transformação x_k na próxima iteração k . Então, esse processo continua até que o parâmetro de transformação desejado x_k' seja encontrado ou alguma condição de parada seja satisfeita. O processo iterativo de registro de imagens por meio de otimização está sintetizado na Fig. 1.

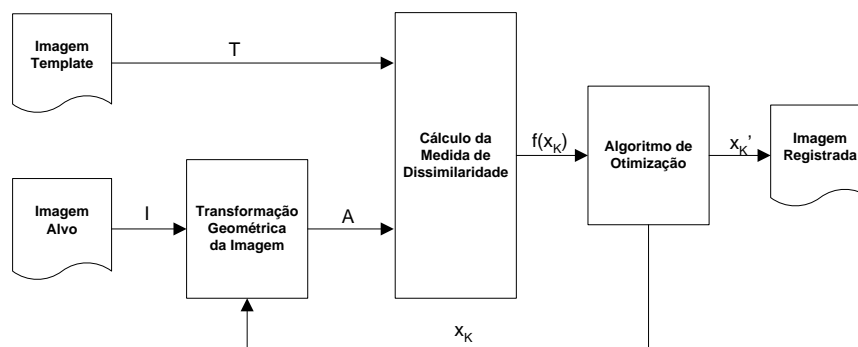


Figura 1. Diagrama do registro de imagens baseado em otimização.

Neste trabalho, o problema de otimização consiste em determinar três parâmetros: posição horizontal e vertical e escala.

2.1 Seleção de pontos iniciais

Os métodos de otimização determinísticos podem encontrar apenas o ótimo local, o que é problemático para um registro de imagens confiável. Para contornar o problema dos mínimos locais e conseguir explorar completamente a imagem alvo, uma técnica clássica foi empregada para encontrar regiões na imagem alvo que são susceptíveis de conter o *template*.

A técnica consiste em calcular o histograma do *template* e utilizar os valores das intensidades dos pixels com as maiores frequências como limiares e aplica-los à imagem alvo para identificar os pixels mais apropriados a serem utilizados como pontos iniciais.

A fim de eliminar pontos factíveis muito próximos entre si, são selecionados somente os que possuem distância entre si superior à metade da diagonal do *template*. Para restringir ainda mais o número de pontos iniciais, os limites inferior e superior do parâmetro de escala foram fixados, respectivamente, em 50% e 150% e gerados pontos iniciais nesta faixa, com passo de 25%. Assim, o número de pontos de partida possíveis é diminuído substancialmente, mas ainda permite uma boa exploração do espaço de busca. Os pontos iniciais são então escolhidos aleatoriamente a partir deste conjunto de pontos.

Nos métodos estocásticos, o ponto inicial é amostrado aleatoriamente de uma distribuição normal dentro do espaço de busca permitido para os parâmetros.

2.2 Função objetivo

No registro de imagens, deseja-se maximizar a correspondência entre as imagens A e T , que pode ser expressa por uma medida de dissimilaridade entre os pixels sobrepostos das duas imagens.

Foram utilizadas medidas de dissimilaridade que utilizam somente os valores de intensidade dos pixels correspondentes nas duas imagens: $ZSAD$, $LSAD$, $ZSSD$, $LSSD$, $SLAD$ e $ZNCC$. As suas equações estão apresentadas, respectivamente, nas Eq. (1) a (6).

$$ZSAD = \sum |(A - \bar{A}) - (T - \bar{T})| \quad (1)$$

$$LSAD = \sum \left| A - \frac{\bar{A}}{\bar{T}} \cdot T \right| \quad (2)$$

$$ZSSD = \sum ((A - \bar{A}) - (T - \bar{T}))^2 \quad (3)$$

$$LSSD = \sum \left(A - \frac{\bar{A}}{\bar{T}} \cdot T \right)^2 \quad (4)$$

$$SLAD = \sum (\log(|A - T|) + 1) \quad (5)$$

$$ZNCC = -\sum \left(\frac{(A - \bar{A}) \cdot (T - \bar{T})}{\sqrt{\sum (A - \bar{A})^2 \cdot \sum (T - \bar{T})^2}} \right) + 1 \quad (6)$$

Quando não há pixels sobrepostos entre as imagens, isto é, quando os pixels de T não se encontram dentro de A , é necessário penalizar a função objetivo. Então, a função objetivo é determinada pela Eq. (7).

$$fobj = f + c \cdot outP \quad (7)$$

onde $fobj$ é a função objetivo utilizada no algoritmo de otimização, f é a função de dissimilaridade utilizada, $outP$ é o número de pixels em que não há sobreposição das imagens A e T , e c é uma constante de penalização.

A constante de penalização tem o efeito de restringir os parâmetros de translação de volta para o intervalo em que há sobreposição de pixels entre as imagens. Seu valor deve ser elevado (~1000).

Além disso, é necessário limitar os valores do parâmetro de escala, de modo que o algoritmo não utilize valores muito elevados, o que poderia requerer uma quantidade excessiva de memória, e nem valores muito baixos, pois, caso T seja dimensionado para um pixel de tamanho por exemplo, então um bom ajuste seria encontrado em qualquer lugar de A .

Os limites inferiores x_{MIN} e superiores x_{MAX} dos parâmetros utilizados no algoritmo estão apresentados na Eq. (8).

$$x_{MIN} = \left(\frac{WT}{2} + 1, \frac{HT}{2} + 1,50 \right) \quad x_{MAX} = \left(WA - \frac{WT}{2}, HA - \frac{HT}{2}, 150 \right) \quad (8)$$

onde WT é a largura de T , HT é a altura de T , WA é a largura de A e HA é a altura de A .

A cada avaliação da função objetivo, os parâmetros x_1 e x_2 são utilizados para localizar a posição do *template* dentro da imagem alvo. Se o ponto for totalmente infactível, isto é, não é possível extrair nenhuma parte da imagem alvo, a função objetivo é apenas penalizada; se houver pixels sem sobreposição entre as duas imagens, eles são preenchidos com a cor preta (valor 0) e, depois, a função objetivo é penalizada em função da quantidade presente.

Em seguida, é feita uma transformação de escala na imagem alvo, de acordo com o parâmetro x_3 , de modo que ela seja ampliada ou reduzida em relação ao tamanho original e, após, redimensionada para ficar com o mesmo tamanho da imagem *template*.

Finalmente, é possível aplicar a função de dissimilaridade para comparar as duas imagens e penalizar a função objetivo no caso de haver pixels sem sobreposição.

2.3 Imagem de teste

A imagem de teste utilizada foi a *westconcordaerial*, que é uma fotografia digital aérea de West Concord e está disponível no *MATLAB*. Esta imagem é geometricamente não corrigida: ela inclui perspectiva da câmera, distorções do terreno, do relevo, das edificações e internas da lente e não possui qualquer alinhamento ou registro em relação ao solo.

O *template* é um recorte do centro da imagem alvo. A imagem alvo possui 512x512 pixels e o *template* possui 128x128 pixels, retirados das coordenadas (256, 256) e com uma escala de 120%, o que significa que o ótimo global da função objetivo corresponde às coordenadas (256, 256, 120) e valor 0.



Figura 2. Imagem de teste (esquerda) e imagem *template* (direita).

2.4 Otimização

Os algoritmos de otimização determinísticos utilizados foram: Pontos Interiores (*PI*), *SQP*, Simplex (*SPLX*), Quase-Newton BFGS (*QN*) e Levenberg-Marquardt (*LM*). Para estes métodos foram utilizados o *toolbox* de otimização do *MATLAB* (Mathworks, 2014).

Como o gradiente de f somente pode ser calculado numericamente pelos métodos determinísticos, então utilizou-se uma aproximação de diferença central. Devido à natureza discreta das imagens, é importante utilizar grandes perturbações ao calcular as derivadas parciais. Um valor mínimo de 2 pixels foi usado para as diferenças, o que significa que as perturbações de translação deslocam a imagem em 2 pixels e as perturbações de escala alteram o tamanho da imagem por 2 pixels. Para o algoritmo *LM*, foi utilizado o valor igual a 0.005 para o parâmetro λ .

Os métodos de otimização estocásticos utilizados foram: *Simulated Annealing* (*SA*), Algoritmos Genéticos (*AG*), Enxame de Partículas (*PSO*) e Evolução Diferencial (*DE*). Para estes métodos, foram utilizados algoritmos implementados pelos autores.

Em todos os algoritmos, com exceção do *SA*, foram utilizados 30 indivíduos (partículas). No *SA*, foram utilizados razão de resfriamento igual a 0.95, 100 iterações para cada temperatura e a temperatura inicial foi estimada automaticamente pelo algoritmo. No *AG*, foram utilizadas taxas de cruzamento de 0.95, de mutação de 0.3 e de elitismo de 20% do tamanho da população. No *PSO*, foi utilizada uma atualização dinâmica do peso de inércia e do coeficiente de contração. No *DE*, foi utilizada uma atualização dinâmica da taxa de mutação e uma taxa de cruzamento adaptativa baseada em correlação.

3. RESULTADOS

A fim de tornar possível a comparação entre os algoritmos de otimização, em todos eles foram definidos como critérios de parada um número máximo de avaliações da função objetivo (*NCF*) de 25000 e uma tolerância de erro para a *fobj* de 0.01. Cada algoritmo foi executado por 20 vezes e o seu desempenho e custo computacional foram avaliados. Este foi avaliado por meio dos valores médios do *NCF* e tempo de execução e aquele, por meio do erro médio e da melhor solução encontrada. O erro médio foi determinado como a distância euclidiana entre a solução ótima global x^* e a solução encontrada pelo algoritmo x' , conforme a Eq. (9).

$$erro = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_i^* - x_i')^2} \tag{9}$$

Nas Tabelas 1 a 6 estão apresentados os resultados obtidos para os algoritmos de otimização, utilizando como função objetivo, respectivamente, a ZSAD, LSAD, ZSSD, LSSD, SLAD e ZNCC. Os melhores valores obtidos estão destacados em negrito.

Como o tempo de execução é dependente do hardware da máquina em que foram realizadas as simulações, então o tempo do algoritmo com menor custo computacional, o LM, foi utilizado como referência. Seguem abaixo o tempo de referência e o hardware da máquina onde foram feitas as simulações:

- Tempo de referência: 14.35 s
- Hardware: Intel(R) Core(TM) i7-3630QM CPU 2.4 GHz, 6 GB RAM

Tabela 1. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando ZSAD como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,256,120)	2628	0.00	2.4
	SQP	(256,256,120)	13596	0.00	5.1
	SPLX	(256,256,120)	9859	0.00	4.7
	QN	(257,256,120)	9996	1.00	5.8
	LM	(255,254,122)	2824	3.00	1.0
Estocástico	SA	(256,256,115)	13146	8.10	8.7
	AG	(256,256,120)	25000	60.42	11.7
	PSO	(256,256,120)	5661	0.00	3.9
	DE	(256,256,120)	8807	37.59	5.4

Tabela 2. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando LSAD como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,256,120)	4551	0.00	3.9
	SQP	(256,256,120)	11820	0.00	3.7
	SPLX	(256,256,120)	10766	0.00	5.1
	QN	(256,256,120)	6490	0.00	5.2
	LM	(255,255,125)	3243	5.20	1.0
Estocástico	SA	(257,256,120)	15476	31.40	9.5
	AG	(256,256,120)	25000	116.71	13.5
	PSO	(256,256,120)	8187	0.00	4.8
	DE	(256,256,120)	21783	82.19	11.1

Tabela 3. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando ZSSD como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,256,120)	5226	0.00	4.2
	SQP	(256,256,120)	4984	0.00	2.6
	SPLX	(256,256,120)	10158	0.00	4.6
	QN	(256,256,120)	11676	0.00	3.6
	LM	(256,256,125)	3281	5.00	1.0

Estocástico	SA	(256,255,121)	10461	25.60	6.3
	AG	(256,256,120)	25000	115.71	11.7
	PSO	(256,256,120)	6839	0.00	3.6
	DE	(256,256,120)	17471	61.56	7.8

Tabela 4. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando *LSSD* como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,257,120)	9414	1.00	2.8
	SQP	(256,256,120)	6108	0.00	2.5
	SPLX	(256,256,120)	6455	0.00	2.1
	QN	(257,257,120)	12068	1.41	4.6
	LM	(257,257,118)	3855	2.45	1.0
Estocástico	SA	(258,258,115)	10571	79.64	4.7
	AG	(256,256,120)	25000	170.95	8.6
	PSO	(256,256,120)	14898	0.36	5.0
	DE	(256,256,120)	20702	129.62	6.7

Tabela 5. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando *SLAD* como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,256,120)	3038	0.00	3.8
	SQP	(256,256,120)	12035	0.00	4.7
	SPLX	(256,257,120)	18846	1.00	6.6
	QN	(256,256,124)	10892	4.00	6.4
	LM	(256,256,127)	2304	7.00	1.0
Estocástico	SA	(255,256,123)	17461	9.32	12.3
	AG	(256,256,120)	25000	47.50	16.6
	PSO	(256,256,120)	3065	0.00	2.8
	DE	(256,256,120)	11136	75.96	7.9

Tabela 6. Resultados obtidos para os algoritmos de otimização utilizando *ZNCC* como função objetivo.

Método	Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
Determinístico	PI	(256,256,120)	3734	0.00	3.9
	SQP	(256,256,120)	11890	0.00	5.0
	SPLX	(256,256,120)	8379	0.00	5.0
	QN	(256,255,122)	12341	2.24	6.0
	LM	(256,255,121)	2654	1.41	1.0
Estocástico	SA	(257,255,121)	20631	12.46	15.3
	AG	(256,256,120)	25000	49.23	17.1
	PSO	(256,256,120)	4973	0.00	4.1
	DE	(256,256,120)	4164	0.00	3.5

Analisando-se as Tabelas 1 a 6, verifica-se que, entre os algoritmos determinísticos, o *SQP* e o *PI* foram os melhores em termos de precisão e acurácia, enquanto o *LM* e o *QN* foram os piores; já em termos de custo computacional, o *LM*, *PI* e *SQP*, nesta ordem, foram os melhores, enquanto o *QN* foi o pior. O *LM*, apesar de ter sido o melhor considerando o custo computacional, foi o menos preciso e acurado. Considerando-se uma relação de compromisso entre desempenho e custo computacional, o *PI* foi o melhor, enquanto o *QN* foi o pior.

Entre os algoritmos estocásticos, o *PSO* foi o melhor considerando tanto precisão e acurácia como custo computacional, enquanto o *AG* foi o pior. É interessante observar que, para a medida *ZNCC*, o *DE* obteve a sua melhor acurácia e, inclusive, conseguiu obter um custo computacional menor do que o *PSO*.

Considerando o cenário geral para as medidas de dissimilaridade, as que apresentaram os melhores desempenho e custo computacional foram a *ZNCC* e a *ZSAD* e as que apresentaram os piores foram a *LSSD* e a *LSAD*.

Nas Tabelas 7 e 8 estão apresentados os resultados gerais, respectivamente, para os algoritmos de otimização e para as medidas de dissimilaridade.

Tabela 7. Resultado geral dos algoritmos de otimização.

Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
<i>PI</i>	(256,256,120)	4765	0.17	4.4
<i>SQP</i>	(256,256,120)	10072	0.00	4.7
<i>SPLX</i>	(256,256,120)	10744	0.17	5.6
<i>QN</i>	(256,256,120)	10577	1.44	6.5
<i>LM</i>	(256,255,121)	3027	4.01	1.3
<i>SA</i>	(257,256,120)	14624	27.75	11.1
<i>AG</i>	(256,256,120)	24185	93.42	16.0
<i>PSO</i>	(256,256,120)	7271	0.06	5.3
<i>DE</i>	(256,256,120)	14011	64.49	9.0

Tabela 8. Resultado geral das medidas de dissimilaridade.

Algoritmo	Melhor solução encontrada	NCF médio	Erro médio	Tempo de execução médio
<i>ZSAD</i>	(256,256,120)	9614	12.23	6.2
<i>LSAD</i>	(256,256,120)	11926	26.17	7.6
<i>ZSSD</i>	(256,256,120)	10568	23.10	7.0
<i>LSSD</i>	(256,256,120)	12121	42.83	8.0
<i>SLAD</i>	(256,256,120)	11533	16.09	6.9
<i>ZNCC</i>	(256,256,120)	10421	7.26	6.8

4. CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou a utilização de algoritmos de otimização determinísticos e estocásticos na navegação de VANTs por meio da técnica de *template matching*, no contexto de registro de imagens.

Foi possível realizar uma comparação de desempenho e custo computacional entre vários algoritmos de otimização e medidas de dissimilaridade.

Verificou-se que a metodologia adotada para a seleção de pontos iniciais factíveis para os algoritmos de otimização determinísticos foi eficaz, obtendo-se boa acurácia e precisão. Contudo, este método possui como desvantagem a premissa de que não há variações significativas entre os valores de intensidade das imagens *template* e alvo.

Constatou-se que, dos algoritmos testados, o *PI* e o *PSO* parecem ser os mais apropriados para utilização neste tipo de problema, considerando o desempenho (precisão e acurácia) e o custo computacional.

Acredita-se que a razão para o *QN* ter apresentado o pior resultado entre os algoritmos determinísticos seja devido aos erros numéricos da estimação das derivadas da função objetivo, que não possui derivadas analíticas, que ficam ainda maiores quando a Hessiana é calculada, além de o custo computacional tornar-se ainda maior. Para o *LM*, a aproximação da Hessiana permitiu uma melhor capacidade para evitar mínimos locais, obtendo-se o menor custo computacional; contudo, a acurácia e a precisão foram prejudicadas, visto que os erros numéricos com a aproximação da Hessiana devem ter ficado ainda maiores do que quando a Hessiana é calculada.

A razão para o resultado ruim apresentado pelo *AG* pode estar relacionada com a implementação do algoritmo ou com o ajuste dos parâmetros do mesmo, que influencia diretamente no seu desempenho.

Cabe ressaltar que, apesar do elevado custo computacional, a principal vantagem da utilização dos algoritmos de otimização na navegação autônoma de um *VANT* consiste na possibilidade de se utilizar mais parâmetros para a identificação da posição do *VANT*, como a altitude (escala) e os ângulos de rotação do *VANT*, sem necessidade desses parâmetros serem fornecidos previamente, já que são estimados pelo algoritmo. Então, para aplicações práticas, é imprescindível utilizar uma implementação eficiente dos algoritmos e, se possível, até a paralelização do mesmo.

O tempo de execução dos algoritmos *PI* e *PSO* foram satisfatórios considerando os recursos computacionais utilizados e a utilização do sistema de visão computacional apenas como auxiliar ao *GPS*. Contudo, para uma aplicação prática de tempo quase real e substituição total do *GPS*, seria necessária a paralelização dos algoritmos e implementação mais eficiente em linguagem de nível um pouco mais baixo, por exemplo, *C*.

NOMENCLATURA

<i>VANT</i>	veículo aéreo não tripulado	x_{MIN}	limite inferior dos parâmetros
<i>INS</i>	sistema inercial de navegação	x_{MAX}	limite superior dos parâmetros
<i>GPS</i>	sistema de posicionamento global	<i>WT</i>	largura da imagem <i>template</i>
<i>A</i>	imagem alvo transformada	<i>WA</i>	largura da imagem alvo transformada
<i>T</i>	imagem <i>template</i>	<i>HT</i>	altura da imagem <i>template</i>
<i>ZSAD</i>	soma das diferenças absolutas de média zero	<i>HA</i>	altura da imagem alvo transformada
<i>LSAD</i>	soma das diferenças absolutas localmente dimensionadas	<i>NCF</i>	número de avaliações da função objetivo
<i>ZSSD</i>	soma das diferenças quadráticas de média zero	<i>PI</i>	pontos interiores
<i>LSSD</i>	soma das diferenças quadráticas localmente dimensionadas	<i>SPLX</i>	simplex
<i>SLAD</i>	soma do logaritmo das diferenças absolutas	<i>QN</i>	quase-Newton BFGS
<i>ZNCC</i>	correlação cruzada normalizada de média zero	<i>LM</i>	Levenberg-Marquardt
<i>fobj</i>	função objetivo	<i>SA</i>	<i>simulated annealing</i>
<i>f</i>	função de dissimilaridade	<i>AG</i>	algoritmos genéticos
<i>c</i>	constante de penalização	<i>PSO</i>	enxame de partículas
<i>outP</i>	número de pixels sem sobreposição	<i>DE</i>	evolução diferencial
		x^*	solução ótima global
		x'	solução encontrada pelo algoritmo

REFERÊNCIAS

- Braga, A.P., Dos Santos, A.L., Torres, L.C.B., de Campos Velho, H.F. e Shiguemori, E.H., 2013. "Controle e navegação de VANTs através de utilização de template matching". Anais do Computer on the Beach, pp. 70–78.
- Damas, S., Cordon, O. e Santamaria, J., 2011. "Medical image registration using evolutionary computation: An experimental survey". Computational Intelligence Magazine, IEEE, Vol. 6, No. 4, pp. 26–42.
- Kisaki, M., Yamamura, Y., Kim, H., Tan, J.K., Ishikawa, S. e Yamamoto, A., 2014. "High speed image registration of head ct and mr images based on levenberg-marquardt algorithms". Soft Computing and Intelligent Systems (SCIS), 2014 Joint 7th International Conference on and Advanced Intelligent Systems (ISIS), 15th International Symposium on. IEEE, pp. 1481–1485."
- Klein, S., Staring, M. e Pluim, J.P., 2007. "Evaluation of optimization methods for nonrigid medical image registration using mutual information and B-splines". Image Processing, IEEE Transactions, Vol. 16, No. 12, pp. 2879–2890."
- Machowski, L.A., 2005. "Insights on using Non-Evolutionary Optimisation Methods for Template Based Image Registration".
- Machowski, L.A. e Marwala, T., 2007. "Evolutionary Optimisation Methods for Template Based Image Registration".
- Maes, F., Vandermeulen, D. e Suetens, P., 1999. "Comparative evaluation of multiresolution optimization strategies for multimodality image registration by maximization of mutual information". Medical Image Analysis, Vol. 3, No. 4, pp. 373–386."
- Mathworks, 2014. "Optimization Toolbox User's Guide V2".
- Wachowiak, M.P., Smolkova, R., Zheng, Y., Zurada, J.M. e Elmaghraby, A.S., 2004. "An approach to multimodal biomedical image registration utilizing particle swarm optimization". Evolutionary Computation, IEEE Transactions, Vol. 8, No. 3, pp. 289–301.
- Zitová, B. e Flusser, J., 2003. "Image registration methods: a survey". Elsevier B.V., Image and Vision Computing, Vol. 21, pp. 977-1000.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

OTIMIZAÇÃO NO DIMENSIONAMENTO DE PILARES ESBELTOS UTILIZANDO MÉTODO SQP, QUASE NEWTON E BUSCA LINEAR

Danielle Cavalcante Gomes, eng_daniellegomes@yahoo.com.br

Traço Forte Engenharia, Rua 21 de abril n° 27, bairro São Jorge, CEP:69033-560, Manaus-AM – Brasil

Felipe Silva dos Santos, phelipe.moutinho@gmail.com

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas (IFAM), Av. Sete de Setembro n°1975, Centro, CEP: 69020-120, Manaus-AM – Brasil, Campus Manaus Centro (CMC)

Sávio Raider Matos Sarkis, saviosarkis@yahoo.com.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas (IFAM), Av. Sete de Setembro n°1975, Centro, CEP: 69020-120, Manaus-AM – Brasil, Campus Manaus Centro (CMC)

Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Av. General Rodrigo Octávio n°6200, Coroado I, CEP: 69077-00, Manaus-AM – Brasil, Faculdade de Tecnologia (UFAM – FT)

Resumo. Atualmente busca-se nos modelos computacionais um meio de satisfazer os princípios de segurança em estruturas metálicas impostas pelas normas técnicas, porém o mercado praticamente impõe mais um parâmetro, o da minimização dos custos da estrutura. Este trabalho tem como objetivo apresentar um estudo para o dimensionamento ótimo de pilares esbelto em perfis de aço tubular com seção circular como solução para minimizar os custos de perfis metálicos tubulares com seção circular propondo o uso de meios computacionais para adquirir o dimensionamento ótimo referentes a pilares com seção circular. No problema de otimização proposto formulou-se uma função objetivo voltada para a minimização da massa do pilar, levando em consideração a carga aplicada com excentricidade variando de 50 a 3000 kN na busca do diâmetro e a espessura ótima. Na estrutura computacional, utilizou-se os métodos de otimização de Programação Quadrática Sequencial (SQP), Quase Newton e Busca-Linear, incorporados no algoritmo através da aplicação da função *fmincon* desenvolvido em ambiente de programação Matlab. Os resultados obtidos foram comparados com de perfis comerciais disponíveis no mercado com seções equivalente.

Palavras-chave: otimização, estrutura metálica, função *fmincon*

1. INTRODUÇÃO

A otimização de estruturas metálicas minimiza os custos de uma estrutura, dimensionando-a para que atenda requisitos de segurança, respeitando os estados limites de ruptura e de utilização, assim como as diretrizes das normas técnicas a que se destina.

Existem inúmeros métodos para o cálculo de estruturas metálicas como algoritmos que agilizam esses cálculos para o uso computacional. Para o dimensionamento ótimo de estruturas metálicas proposto nesse trabalho, foram considerados pilares metálicos tubulares com seção circular, e para a otimização utilizou-se à interação de algoritmos de média escala, que já estão incluídos no programa Matlab na função *fmincon*. Pretende-se apresentar um estudo para o dimensionamento ótimo de pilares metálicos tubulares de seção circular, respeitando diretrizes e normas aplicáveis, e encontrar o diâmetro e a espessura ótima utilizando algoritmo de otimização, comparando os resultados com perfis comerciais equivalente.

No contexto atual do mercado, um projeto estrutural tem no custo-benefício uma diretriz determinante e de grande relevância na tomada de decisões, sua importância é tanta que existem vários métodos de cálculos como o Método de Newton, Quase Newton, o Método do Gradiente, SQP (Programação Quadrática Sequencial), Busca Linear, entre outros para o dimensionamento de estruturas metálicas, o que justifica a grande procura por programas que otimizem o dimensionamento de estruturas utilizando-se de formulação matemática.

Visando não apenas atender a norma de segurança no dimensionamento de estruturas, e que se deve atentar também a relação custo-benefício (imposta pelo mercado), o presente trabalho traz como proposta o dimensionamento ótimo como solução para minimizar os custos de perfis metálicos tubulares com seção circular.

2. MATLAB

Segundo Tonini e Shettino (2002) o Matlab (Matrix Laboratory) é um software destinado a fazer cálculos com matrizes, que está ganhando espaço como ferramenta de otimização nos cálculos de engenharia. MATLAB foi criada no fim dos anos 1970 por Cleve Moler, inicialmente para aplicações em matemática, e atualmente está se expandido largamente entre os engenheiros como ferramenta para otimização de cálculos.

Para a otimização do perfil tubular ótimo proposto nesse trabalho, foi utilizado como ferramenta a função *fmincon* do Matlab, que segundo Tonini e Shettino (2002) é um algoritmo de otimização que utiliza o método SQP (Programação

Quadrática Sequencial). Fmincon é uma função para otimização local, o que resulta em uma pequena perturbação nas variáveis dentro de um espaço de projeto, de acordo com as restrições. Além do método SQP também foi utilizado o método Quase-Newton e de Busca Linear.

2.1 Método de Programação Quadrática Sequencial (SQP)

Severo e Girard (2009) em sua tese de dissertação comentam que a programação quadrática sequencial é um método de otimização resultante da aplicação do método de Newton à minimização da função Lagrangeana do problema e é empregado em problemas de otimização não-linear. A ideia consiste em aproximar, em cada iteração, o problema não-linear por subproblemas de programação quadrática (QP) com restrições lineares. A solução destes subproblemas proverá uma direção de busca para o método de busca linear.

Em suma, otimização com SQP consiste em 3 estágios a cada iteração:

- J Atualizar a matriz Hessiana da função Lagrangeana;
- J Resolver o subproblema de programação quadrática;
- J Realizar a busca linear e avalia o valor da função.

Segundo Boggs e Tolle (1996), consideramos a aplicação da metodologia SQP para otimização de problemas não lineares da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } f(x) \text{ para todo } x \in \mathbb{R}^n \tag{1}$$

$$\text{sujeito a } h(x) = 0 \tag{2}$$

$$g(x) \leq 0 \tag{3}$$

Onde $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ é a função objetivo, as funções $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ descrevem as restrições de igualdade e desigualdades. As restrições de NLP (Natural Language Processing) (1) – (3) como casos especiais de problemas de programação linear e quadrática, são quando f é linear ou quadrática e as funções restritas h e g são afins.

2.2 Quase - Newton

Segundo Goulart (2005) métodos Quase-Newton são uma classe de métodos de otimização inspiradas no método de Newton puro para minimização de uma função, em sua tese de doutorado afirma que em problemas não-lineares de otimização nos casos sem restrições, o método Quase-Newton geram uma aproximação da derivada segunda da função objetivo, e nos casos com restrições, geram uma aproximação da derivada segunda do lagrangeano. As técnicas Quase-Newton usualmente geram matrizes definidas positivas.

O procedimento iterativo aqui estudado para minimizar uma função f considera as direções de busca dadas por:

$$d^k = -H_k^{-1} \nabla f(x^k) \tag{4}$$

Onde $H_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é definida positiva. Segundo Ribeiro (2013), tal expressão surge de modo natural quando pensamos como no caso de Newton em aproximar f por um modelo quadrático em torno de x^k . Entretanto aqui consideramos:

$$m_k(d) = f(x^k) + \nabla f(x^k)^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \tag{5}$$

Onde $B_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica qualquer. Se B_k for definido positivamente, o minimizador do modelo quadrático é dado por:

$$d^k = -B_k^{-1} \nabla f(x^k) \tag{6}$$

2.3 Busca-Linear

Segundo Tonini e Shettino (2002), busca linear (ou busca sequencial) é utilizado para expressar um tipo de pesquisa em vetores ou listas de modo sequencial, elemento por elemento, onde a função do tempo em relação ao número de elementos é linear, ou seja, cresce proporcionalmente. Este é o método mais simples de pesquisa e consiste em uma varredura serial da tabela, durante a qual o argumento de pesquisa é comparado com a chave de cada registro até ser encontrada uma que seja igual, ou ser atingido o final da tabela, caso a chave procurada não se encontre na tabela.

Uma das maiores preocupações no método SQP é a escolha dos subproblemas quadráticos apropriados. Numa aproximação geral x^k , uma escolha razoável para restrições é a linearização da atual restrição x^k . Então o subproblema quadrático terá a seguinte forma:

$$\text{minimizar } (r^k)^t d_x \Gamma \frac{1}{2} dx \Gamma B_k d_x \quad (7)$$

$$\text{sujeito a } h(x^k)^t d_x \Gamma h(x^k) \leq 0 \quad (8)$$

$$g(x^k)^t d_x \Gamma g(x^k) \leq 0 \quad (9)$$

Onde $d_x = XxZx^k$. O vetor r^k e a matriz simétrica B^k permanecem a parte para ser escolhidas. Assim, o próprio método de Newton é um método quase-Newton, o que é esteticamente agradável (Martínez e Santos, 1998).

3. ALGORITMO

De acordo com Fernandes (2009), para o cálculo do dimensionamento ótimo é necessário um algoritmo que defina uma função objetivo, imponha parâmetros e faça buscas que encontrem o que se determina na função objetivo, o que para o presente trabalho significa encontrar o diâmetro ótimo e a espessura, em função do cálculo de mínimos estabelecidos por interação limitados pela condição de desigualdade do raio máximo e mínimo, porém que satisfaça os parâmetros de segurança respeitando os estados limites de ruptura e as imposições das normas técnicas.

3.1 Função objetivo

A função objetivo do algoritmo de otimização é encontrar o vetor de variáveis de projeto que satisfaçam as restrições impostas. Fernandes (2009). O problema para o dimensionamento ótimo de perfis tubulares com seção circular, objeto de estudo desse trabalho, é formulado com a função objetivo voltada para a minimização da massa total da coluna, levando em consideração a carga aplicada, o comprimento da coluna, $f_j \leq 250\text{MPa}$ e $E = 210.000\text{MPa}$ referente ao aço ASTM 36, dando como resposta o diâmetro e espessura ótimo.

3.2 Parâmetros

Os parâmetros são considerações ou conceitos adotados a serem seguidos no decorrer do algoritmo. Geralmente são equações inseridas em códigos literais, dessa forma o algoritmo fica mais reduzido e minimiza a ocorrência de erros, conforme exemplos da Eq. (10) e Eq. (11).

$$c = \rho \pi x_1 \Gamma \frac{1}{2} x_2 \quad (10)$$

$$e = \frac{P}{E} \Gamma 0,02 x_1 \quad (11)$$

3.3 Restrições

As restrições são condições de igualdade e desigualdade que restringem os valores gerados até encontrar o que atenda a função objetivo. Um bom exemplo seria a expressão da fórmula secante (Beer e Johnston, 1994) mostrada na Eq. (12):

$$g_1(x) = \frac{P}{2f_a x_1 x_2} \Gamma \frac{2(0,002)(x_1 \Gamma 0,5x_2)}{x_2} \sec \frac{\sqrt{2} L}{x_1} \sqrt{\frac{P}{E2fx_1x_2}} \leq 1 \quad (12)$$

Nessa fórmula de restrição da secante é perceptível a presença de parâmetros. Geralmente os parâmetros são o que fornecemos como dados de entrada, que através de formulação matemática interagem nas restrições.

4. FORMULAÇÃO DO ALGORITMO PARA UTILIZAÇÃO NO MATLAB

No presente trabalho foi utilizado o tanto método qualitativo quanto quantitativo segundo Prestes (2003), a seguir optou-se pelo método do secante para o cálculo da carga e tensão crítica, o dimensionamento pelo Método de Tensão Admissível como parâmetros de restrição, depois foram feitas aplicações práticas desse algoritmo no Matlab onde foram feitos os cálculos das interações pelo método de Programação Quadrática Sequencial, método da Busca Linear e pelo método Quase-Newton. Obtendo-se assim o dimensionamento ótimo do diâmetro e da espessura, para comparar com os perfis comerciais equivalentes.

Definindo ρ (densidade do material), L (comprimento da coluna sem apoio), A (área da seção transversal), σ (tensão), σ_a (tensão máxima permitida), P (carga), P_{cr} (carga crítica), r (raio de giração da coluna), t (espessura), I (momento de inércia da área da seção transversal), x (fator de forma), E (módulo de elasticidade do material), e (deformação normal),

k (coeficiente de elasticidade do material). Adotando: $\alpha = 0,5$; $P = P_{cr}$; $r/t = 50$; $R = 1$; $0,001 \leq t \leq 0,2$. Temos a função objetivo dada pela Eq. (13):

$$f(x) = \frac{1}{2} \frac{P}{A} x_1^2 \quad (13)$$

Sendo os parâmetros dados por $x_1 = R$, $x_2 = t$, Eq. (10), Eq. (11), Eq. (14), Eq. (14), Eq. (16), obtemos a restrição dada pela Eq. (17):

$$A \leq 2f x_1 x_2 \quad (14)$$

$$I \leq 2f x_1^3 x_2 \quad (15)$$

$$k^2 \leq \frac{I}{A} \frac{x_1^2}{2} \quad (16)$$

$$f(x) \leq 2f \dots L x_1 x_2 \quad (17)$$

A partir do tratamento adotado acima, podemos definir os sujeitos dados pelas Eq. (12), Eq. (18), Eq. (19), Eq. (20):

$$g_2(x) = \frac{1}{2} \frac{P}{A} x_1^2 - \frac{E f x_1^3 x_2}{4 L^2 P} \leq 0 \quad (18)$$

$$g_3(x) = \frac{0,02 x_1}{\zeta} \sec L \sqrt{\frac{P}{E f x_1^3 x_2}} - 1 \leq 0 \quad (19)$$

$$g_4(x) = \frac{x_1}{50 x_2} - 1 \leq 0,2 \quad (20)$$

Para $0,001 \leq x_1 \leq 1$ e $0,005 \leq x_2 \leq 0,2$.

5. RESULTADOS

O algoritmo foi introduzido no Matlab e utilizou-se a função `fmincon` para aplicar as interações pelo método SQP, Quase-Newton e de Busca Linear. A tabela 1, tabela 2 e a tabela 3 mostram a sequência de cargas aplicadas a uma coluna variando o comprimento em 5, 4 e 3m respectivamente, as tabelas apresentam também os resultados ótimos gerados, assim como o diâmetro do perfil comercial disponível, com espessura e massa, segundo tabela em anexo, considerando o diâmetro ótimo encontrado como referência. A coluna interação é o número de vezes que o programa rodou até chegar ao dimensionamento ótimo.

Tabela 1. Resultados para L=5m encontrados pelo Matlab

Aplicação	L=5m		Otimização		Comercial		Massa (kg/m)
	Carga (N)	Iterações	D (mm)	t(mm)	D (mm)	t(mm)	
1	50.000	18	73,4	3	73	4	6,74
2	100.000	28	71,9	3	73	4	6,74
3	200.000	31	102,3	3	101,6	4	9,54
4	400.000	28	131,12	3	141,3	6,6	21,8
5	800.000	24	171,9	3,4	219	5,2	20,8
6	1.000.000	23	188,7	3,8	219,1	8,2	42,5
7	1.000.500	21	227	4,5	273	7,8	51
8	2.000.000	19	260,5	5,2	273	7,8	51
9	2.000.500	19	279,3	5,8	323,8	8,4	65,2
10	3.000.000	19	317,4	6,3	323,8	6,3	65,2

Tabela 2. Resultados para L=4m encontrados pelo Matlab

Aplicação	L=4m		Otimização		Comercial		Massa (kg/m)
	Carga (N)	Iterações	D (mm)	t(mm)	D (mm)	t(mm)	
1	50.000	30	54,8	3	60,3	3,9	5,44
2	100.000	28	69,1	3	73	4	6,74
3	200.000	26	102	3	101,6	4	9,54
4	400.000	27	109,8	3	114,3	4,8	12,9
5	800.000	24	171,9	3,4	219,1	8,2	42,5
6	1.000.000	23	188,7	3,8	219,1	8,2	42,5
7	1.000.500	21	227	4,5	273	7,8	51
8	2.000.000	20	260,5	5,2	273	7,8	51
9	2.000.500	19	290,3	5,8	323,8	8,4	65,2
10	3.000.000	19	317,4	6,3	323,8	8,4	65,2

Tabela 3. Resultados para L=3m encontrados pelo Matlab

Aplicação	L= 3m		Otimização		Comercial		Massa (kg/m)
	Carga (N)	Iterações	D (mm)	t(mm)	D (mm)	t(mm)	
1	50.000	30	45,2	3	48,3	3,7	4,05
2	100.000	29	57	3	60	3,9	5,44
3	200.000	28	71,9	3	73	4	6,74
4	400.000	31	90,6	3	88,9	4,4	9,11
5	800.000	23	171,9	3,4	219,1	8,2	42,5
6	1.000.000	22	188,7	3,8	219,1	8,2	42,5
7	1.000.500	20	227	4,5	273	7,8	51
8	2.000.000	20	260,5	5,2	273	7,8	51
9	2.000.500	18	293,5	5,8	323,8	8,4	65,2
10	3.000.000	19	317,4	6,3	323,8	8,4	65,2

As tabelas 4, 5 e 6 apresentam os resultados obtidos pelo método de otimização e os perfis correspondentes comercialmente com a porcentagem comparativa, onde a diferença entre os diâmetros encontrados se encontra em função do maior diâmetro. A projeção é a diferença multiplicada pela massa comercial e pelo comprimento adotado.

Tabela 4. Tabela comparativa dos resultados para L=5m

Dotimização X Dcomercial						
Aplicação	Dotimização	Dcomercial	Diferença¹	%²	Status	Projeção (kg)
1	73,4	73	0,4	1%	Maior	2,70
2	71,9	73	-1,1	-2%	Menor	- 7,41
3	102,3	101,6	0,7	1%	Maior	6,68
4	131,12	141,3	-10,18	-7%	Menor	- 221,92
5	171,9	219	-47,1	22%	Menor	- 979,68
6	188,7	219,1	-30,4	14%	Menor	- 1.292,00
7	227	273	-46	17%	Menor	- 2.346,00
8	260,5	273	-12,5	-5%	Menor	- 637,50
9	279,3	323,8	-44,5	14%	Menor	-2.901,40
10	317,4	323,8	-6,4	-2%	Menor	- 417,28

¹Diferença= Dotimização- Dcomercial

²%= (diferença x 100)÷ maior diâmetro

Tabela 5. Tabela comparativa dos resultados para L=4m

Dotimização X Dcomercial						
Aplicação	Dotimização	Dcomercial	Diferença¹	%²	Status	Projeção (kg)
1	54,80	60,3	-5,50	-9%	Menor	- 29,92
2	69,10	73	-3,90	-5%	Menor	- 26,29
3	102,00	101,6	0,40	0%	Iguais	3,82
4	109,80	114,3	-4,50	-4%	Menor	- 58,05
5	171,90	219,1	-47,20	22%	Menor	- 2.006,00
6	188,70	219,1	-30,40	14%	Menor	- 1.292,00
7	227,00	273	-46,00	17%	Menor	- 2.346,00
8	260,50	273	-12,50	-5%	Menor	- 637,50
9	290,30	323,8	-33,50	10%	Menor	-2.184,20
10	317,40	323,8	-6,40	-2%	Menor	- 417,28

¹Diferença= Dotimização- Dcomercial

²%= (diferença x 100)÷ maior diâmetro

Tabela 6. Tabela comparativa dos resultados para L=3m

Dotimização X Dcomercial						
APLICAÇÃO	Dotimização	Dcomercial	Diferença ¹	% ²	STATUS	Projeção (kg)
1	45	48,3	-3	-6%	Menor	- 12,56
2	57	60	-3	-5%	Menor	- 16,32
3	72	73	-1	-2%	Menor	- 7,41
4	91	88,9	2	2%	Maior	15,49
5	172	219,1	-47	22%	Menor	-2.006,00
6	189	219,1	-30	14%	Menor	- 1.292,00
7	227	273	-46	17%	Menor	-2.346,00
8	261	273	-13	-5%	Menor	-637,50
9	293,5	323,8	-30	-9%	Menor	-1.975,56
10	317	323,8	-6	-2%	Menor	-417,28

¹Diferença= Dotimização- Dcomercial

²% = (diferença x 100) ÷ maior diâmetro

A tabela 7 apresenta os diâmetros ótimos encontrados para a sequência de cargas aplicadas a uma coluna, variando somente o comprimento da coluna em 5, 4 e 3m.

Tabela 7. Diâmetros ótimos

Aplicação	Dotimo 5m	Dotimo 4m	Dotimo 3m
1	73,4	54,8	45,2
2	71,9	69,1	57
3	102,3	102	71,9
4	131,12	109,8	90,6
5	171,9	171,9	171,9
6	188,7	188,7	188,7
7	227	227	227
8	260,5	260,5	260,5
9	279,3	290,3	293,5
10	317,4	317,4	317,4

6. CONCLUSÕES

O dimensionamento ótimo encontrado para pilares em perfil metálico de seção circular, utilizando recursos do Matlab, obteve resultados satisfatórios quanto a precisão e rapidez na resposta do dimensionamento, além da otimização do perfil, porém ocorreram divergências quanto a comparação entre os diâmetros ótimos e comerciais, onde mesmo alterando o comprimento em 1m decrescente no comprimento da coluna (5m, 4m e 3m), as divergências entre o diâmetro ótimo e comercial continuaram, resultando excesso da massa que realmente seria necessária, se comparado ao perfil dimensionado pelo diâmetro ótimo. O que por um lado esse excesso acarreta em mais custo, essa diferença também pode ser considerada como fator de segurança.

Conclui-se que o estudo proposto obteve os resultados satisfatórios e alcançou os objetivos com sucesso, onde o programa de otimização gerado no Matlab encontrou o diâmetro e a espessura ótimos do perfil tubular com seção circular, comparando-os com os perfis comerciais equivalente.

Futuramente espera-se aprimorar o algoritmo para que possa calcular pelo Método dos Estados Limites Últimos ampliando a proposta para o dimensionamento ótimo até a base do pilar.

NOMENCLATURA

<i>SQP</i>	Programação Quadrática Sequencial	densidade do material (kg/m^3)
<i>QP</i>	Programação Quadrática	tensão (N/m^2)
<i>A</i>	área da secção transversal (m^2)	fator de correção do comprimento da coluna
<i>B</i>	matriz simétrica qualquer	comprimento infinitesimal da coluna sem
<i>E</i>	módulo de elasticidade do material (MPa)	apoio (m)
<i>H</i>	matriz simétrica qualquer	
<i>P</i>	carga (N)	
<i>R</i>	raio de giração (mm)	
<i>L</i>	comprimento da coluna sem apoio (m)	
<i>c</i>	distância do eixo neutro até a fibra externa da coluna em que ocorre a tensão de compressão máxima (mm)	
<i>e</i>	deformação normal (mm)	
<i>x</i>	fator de forma	
<i>t</i>	espessura (mm)	
<i>I</i>	momento de inércia da secção transversal (m.r^2)	
<i>k</i>	coeficiente de elasticidade do material	

Subscritos (Times New Roman, 9pt, negrito)

<i>j</i>	posição na malha na direção <i>y</i>
<i>1,2</i>	primeira e segunda variável
<i>a</i>	máxima tensão permitida
<i>cr</i>	carga crítica

Sobrescritos (Times New Roman, 9pt, negrito)

<i>1</i>	Dotimização- Dcomercial
<i>2</i>	% = (diferença x 100) ÷ maior diâmetro

Letras gregas (Times New Roman, 9pt, negrito)

REFERÊNCIAS

- Beer, F. P. e Johnston, JR., E. R. Mecânica Vetorial para Engenheiros, 5.º ed., Makron Books, 1994. pp.793.
- Fernandes, R. S. Projeto preliminar de tubos compósitos via técnicas de otimização. Monografia de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.
- Goulart, E.S. Matrizes quase-newton esparsas para problemas de otimização não linear de grande porte. 2005. Tese de doutorado de engenharia mecânica – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- J. M. Martínez e S. A. Santos. Métodos Computacionais de Otimização. Departamento de Matemática Aplicada IMECC-UNICAMP1995. Atualizado em dezembro de 1998.
- Paul T. Boggs e jon W. Tolle. Sequential Quadratic Programming. Acta Numérica, 1996. pp.1-100.
- Prestes, M. L. de M. A pesquisa e a construção do conhecimento científico: do planejamento aos textos, da escola à academia. 1. ed. São Paulo: Rêspel, 2003.
- Ribeiro, Ademir Alves e Karas, Elizabeth Wegner. Otimização contínua: aspectos teóricos e computacionais. São Paulo: Cengage Learning, 2013. pp. 119 – 121.
- Severo, L. C e Alessandro Girard. Projeto automático de blocos analógicos integrados usando métodos de otimização não-linear. Revista da Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2009. pp.77-81.
- Tonini, Adriana Maria e Shettino, Daniela Naufel. MATLAB para Engenharia. Minas Gerais, 2002. pp.50. Apostila.

NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material reproduzido nesse artigo.

