

Asociación Argentina  
de Mecánica Computacional



Mecánica Computacional Vol XXVII, págs. 337-350 (artículo completo)  
Alberto Cardona, Mario Storti, Carlos Zuppa. (Eds.)  
San Luis, Argentina, 10-13 Noviembre 2008

## MODELADO DE LA EVAPORACIÓN EN SUELOS MEDIANTE UNA CONDICIÓN DE BORDE NO LINEAL EN LA ECUACIÓN DE RICHARDS

**Luis Guarracino y Andrés Cesanelli**

*CONICET, Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, Paseo del Bosque s/n, (1900) La Plata, Argentina, [luisg@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:luisg@fcaglp.unlp.edu.ar), [acesanelli@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:acesanelli@fcaglp.unlp.edu.ar), <http://www.fcaglp.unlp.edu.ar>*

**Palabras claves:** evaporación, ecuación de Richards, condición de borde no lineal.

**Resumen.** La cuantificación de la evaporación en suelos resulta de interés en numerosos problemas agronómicos, hidrogeológicos y ambientales. Entre ellos podemos citar el diseño de estrategias de riego eficiente, la estimación de la recarga de acuíferos y el estudio de la salinización de suelos en regiones semiáridas. La evaporación tiene lugar en los primeros centímetros del suelo e involucra procesos tanto de la atmósfera como de la zona no saturada del suelo. En este trabajo la evaporación se modela mediante una condición de borde no lineal en la ecuación de Richards que describe el flujo de agua en suelos parcialmente saturados. La condición de borde propuesta es función de la evaporación potencial y de un factor de stress hídrico que tiene en cuenta el estado de humedad del suelo en superficie. La evaporación potencial representa el valor máximo de evaporación cuando el suelo se encuentra en condiciones óptimas de humedad y se calcula mediante fórmulas semiempíricas que dependen de variables meteorológicas tales como la temperatura, humedad del aire e intensidad del viento. La ecuación de Richards se resuelve en un dominio unidimensional mediante un método mixto de elementos finitos. Para tratar las no linealidades de la ecuación y de la condición de borde superior se implementa un método de Picard modificado. Los resultados numéricos son validados mediante la comparación con los valores estimados a partir del modelo propuesto por Boesten y Stroosnijder (J. Boesten y L. Stroosnijder, *Neth J Agric Sci*, 34: 75-90 (1986)) utilizando datos experimentales correspondientes a dos texturas de suelo distintas. Finalmente, se presenta un ejemplo numérico del cálculo de la evaporación empleando datos diarios de la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata. Los resultados obtenidos ilustran las potenciales aplicaciones de la herramienta computacional desarrollada en el análisis de la evaporación bajo diferentes condiciones atmosféricas y de humedad del suelo.

## 1 INTRODUCCIÓN

En términos generales la evaporación puede definirse como el proceso por el cual el agua en estado líquido se convierte en vapor de agua. En el estudio de balances hidrológicos este proceso puede originarse en superficies de lagos, ríos, océanos y suelos. La energía necesaria para producir el cambio de estado es provista por la radiación solar y la temperatura del aire. La fuerza que remueve el vapor de agua es producida por la diferencia de presión de vapor entre la superficie evaporante y la atmósfera que la rodea. Durante el proceso de evaporación el aire cercano a la superficie comienza a saturarse y el proceso se desacelera e incluso puede detenerse si el aire húmedo no se renueva. El efecto del viento resulta fundamental ya que remueve el aire húmedo y de este modo la evaporación se mantiene. Por lo tanto, el fenómeno de evaporación está controlado principalmente por parámetros climáticos como la radiación solar, la temperatura del aire, la humedad y la velocidad del viento (Allen et al., 1998). Para el caso particular de suelos sin cultivos, la intensidad del proceso de evaporación dependerá también del grado de saturación de agua cercano a la superficie.

Para estimar la evaporación del suelo se han propuesto varias fórmulas que dependen de los parámetros climatológicos enunciados anteriormente, como por ejemplo las presentadas en los trabajos de Penman (1948), Priestley y Taylor (1972) y Valiantzas (2006). Estas fórmulas calculan un valor máximo de la evaporación, denominado evaporación potencial  $E_p$ , que representa la evaporación en condiciones óptimas de humedad del suelo. Estas condiciones se dan generalmente después de una lluvia o en regiones con niveles freáticos muy superficiales de modo que el suelo suministra toda el agua que demanda el proceso de evaporación.

En este trabajo se adopta la fórmula de Penman-Monteith (Monteith, 1965) con resistencia superficial nula (Wallace y Holwill, 1997; Wallace et al., 1999) para cuantificar la  $E_p$ :

$$E_p = \frac{1}{\lambda} \frac{\Delta(R_n - G) + \rho C_p D / r_a}{\Delta + \gamma} \quad (1)$$

donde  $\lambda$  ( $J kg^{-1}$ ) es el calor latente de vaporización del agua,  $R_n$  ( $W m^{-2}$ ) la radiación neta,  $G$  ( $W m^{-2}$ ) el flujo de calor,  $D$  (kPa) el déficit de presión de vapor del aire,  $\rho$  ( $kg m^{-3}$ ) la densidad media del aire a presión constante,  $C_p$  ( $J kg^{-1} K^{-1}$ ) el calor específico del aire,  $\Delta$  ( $kPa K^{-1}$ ) la pendiente de la curva de presión de vapor en función de la temperatura,  $\gamma$  ( $kPa K^{-1}$ ) la constante psicrométrica y  $r_a$  ( $s m^{-1}$ ) la resistencia aerodinámica.

Para simular la evaporación real  $E_R$  que tiene lugar cuando la humedad del suelo se aparta de las condiciones óptimas se han utilizado distintos métodos. Boesten y Stroosnijder (1986) propusieron una fórmula empírica que depende de las características evaporantes del suelo y del tiempo transcurrido desde la última lluvia significativa. Liu y colaboradores (2005) calculan la evaporación como el flujo producido por el gradiente de presión potencial existente entre la atmósfera y el suelo siguiendo las ideas propuestas por Lappala y colaboradores (1987). Más recientemente, Varado y colaboradores (2006) estimaron la evaporación del suelo tomando como límite superior el máximo flujo de agua sustentable en superficie.

En el presente trabajo se calcula la evaporación real  $E_R$  ( $m s^{-1}$ ) a partir de la potencial  $E_p$  ( $m s^{-1}$ ) utilizando la siguiente fórmula:

$$E_R = k E_p, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (2)$$

donde  $k$  (adimensional) es un coeficiente de stress hídrico que tiene en cuenta el efecto de la humedad del suelo en el proceso de evaporación. Para estimar  $k$  se propone una metodología

de cálculo que se basa en la resolución de la ecuación de Richards con una condición de borde no lineal en la superficie del suelo. Esta condición de borde depende del grado de humedad del suelo en superficie, de la evaporación potencial  $E_p$  y de la intensidad de la precipitación.

Para ilustrar la metodología propuesta se diseñaron dos ejemplos numéricos. En el primer ejemplo se validan los resultados obtenidos mediante la comparación con los valores de  $E_R$  estimados con el modelo de Boesten y Stroosnijder (1986) para dos tipos de suelos diferentes. En el segundo ejemplo, se aplica la técnica propuesta a una serie de datos diarios de la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata para el año 2004. La herramienta computacional desarrollada resulta adecuada para el estudio de la evaporación bajo distintos escenarios climáticos ya que considera en forma explícita el estado real de humedad cercano a la superficie y la textura del suelo.

## 2 SIMULACIÓN NUMÉRICA

En esta sección se presentan las bases del modelo diferencial utilizado para describir el flujo de agua en el suelo y la metodología de cálculo de la evaporación. El modelo diferencial consiste en la simulación del flujo de agua en la zona no saturada mediante la resolución de la ecuación de Richards con una condición de borde no lineal en la superficie del suelo. Finalmente, se explicitan los pasos necesarios para estimar la evaporación real con el algoritmo de cálculo propuesto.

### 2.1 Modelo diferencial

El flujo de agua en la zona no saturada es predominantemente vertical y puede simularse mediante la resolución de la ecuación de Richards en un medio unidimensional. La ecuación de Richards en forma mixta puede expresarse del siguiente modo (Celia et al., 1990):

$$\begin{aligned} 1) \frac{\partial \theta(h)}{\partial t} + \frac{\partial q(h)}{\partial z} &= 0, \quad z \in (z_{\text{bot}}, z_{\text{top}}) \\ 2) q(h) + K(h) \frac{\partial}{\partial z} (h + z) &= 0, \quad z \in (z_{\text{bot}}, z_{\text{top}}) \end{aligned} \quad (3)$$

siendo  $\theta$  (adimensional) el contenido de agua,  $h$  (m) la altura de presión,  $q$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) el flujo de agua,  $K$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) la conductividad hidráulica,  $z$  (m) la coordenada vertical (positiva hacia arriba) y  $t$  (s) el tiempo. Para resolver la ecuación de Richards se considera un dominio que se extiende desde un punto arbitrario  $z_{\text{bot}}$  ubicado por debajo del nivel freático (zona saturada) hasta un punto  $z_{\text{top}}$  situado en la superficie del suelo.

La condición de borde superior para resolver (3) debe contemplar el ingreso de agua al terreno por las precipitaciones y el egreso debido a la evaporación. Dado que la evaporación depende de la humedad superficial la condición de borde resulta necesariamente no lineal. Para representar estos procesos se propone la siguiente condición de Neuman:

$$-K(h) \frac{\partial}{\partial z} (h + z) = P - \beta_E(h) E_p, \quad z = z_{\text{top}} \quad (4)$$

donde  $P$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) es la precipitación,  $E_p$  la evaporación potencial y  $\beta_E(h)$  (adimensional) una función de stress hídrico.

En la expresión (4) el término  $\beta_E(h) E_p$  representa la evaporación real. La función  $\beta_E(h)$  debe tomar un valor igual a uno cuando las condiciones de humedad del suelo permiten que la tasa de evaporación sea la potencial. Por otra parte, cuando el suelo se encuentra completamente seco el proceso de evaporación cesa por lo que  $\beta_E(h)$  deberá ser nula. En base

a las condiciones que debe cumplir  $\beta_E(h)$  se propone la siguiente función que depende linealmente del contenido de agua en el suelo:

$$\beta_E(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta(h) \leq \theta_1 \\ \frac{\theta(h) - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} & \text{si } \theta_1 < \theta(h) < \theta_2 \\ 1 & \text{si } \theta(h) \geq \theta_2 \end{cases} \quad (5)$$

donde  $\theta_1$  es un valor de corte para el proceso de evaporación y  $\theta_2$  indica el límite de las condiciones óptimas de humedad en el suelo.

Como se verá en la Sección 3.1, la función de stress hídrico propuesta permite ajustar los valores de  $E_R$  determinados con el modelo de Boesten y Stroosijder (1986). Para la elección de la función  $\beta_E(h)$  se realizaron experimentos numéricos utilizando otras expresiones analíticas de tipo cuadráticas, exponenciales, sinusoidales, etc. que no mejoraron los resultados obtenidos con la expresión (5).

En el borde inferior del dominio se impone la siguiente condición de Dirichlet:

$$h = z_{wt} - z_{bot}, \quad z = z_{bot} \quad (6)$$

que representa la altura de presión determinada por la posición del nivel freático  $z_{wt}$ .

El problema diferencial que describe el flujo de agua en un suelo sin vegetación sometido al proceso de evaporación superficial queda entonces definido por la ecuación (3) y las condiciones de borde (4) y (6). La discretización temporal de este problema diferencial se realiza mediante el siguiente esquema backward Euler:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\Delta t} + \frac{\partial q^{n+1}}{\partial z} = 0, \quad z \in (z_{bot}, z_{top}) \\ 2) & q^{n+1} + K^{n+1} \frac{\partial}{\partial z} (h^{n+1} + z) = 0, \quad z \in (z_{bot}, z_{top}) \\ 3) & -K^{n+1} \frac{\partial}{\partial z} (h^{n+1} + z) = P^{n+1} - \beta_E^{n+1} E_p^{n+1}, \quad z = z_{top} \\ 4) & h^{n+1} = z_{wt}^{n+1} - z_{bot}, \quad z = z_{bot} \end{aligned} \quad (7)$$

donde el supraíndice  $n+1$  indica la evaluación de las variables al tiempo discreto  $t^{n+1}$ .

Para linealizar el sistema (7) se emplea un método de Picard modificado siguiendo las ideas presentadas en el trabajo de Celia y colaboradores (1990). El sistema linealizado se expresa del siguiente modo:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{\theta^{n+1,i} - \theta^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \theta^{n+1,i}}{\partial h} (h^{n+1,i+1} - h^{n+1,i}) + \frac{\partial q^{n+1,i+1}}{\partial z} = 0, \quad z \in (z_{bot}, z_{top}) \\ 2) & q^{n+1,i+1} + K^{n+1,i} \frac{\partial}{\partial z} (h^{n+1,i+1} + z) = 0, \quad z \in (z_{bot}, z_{top}) \\ 3) & -K^{n+1,i} \frac{\partial}{\partial z} (h^{n+1,i+1} + z) = P^{n+1} - \beta_E^{n+1,i} E_p^{n+1} - \frac{\partial \beta_E^{n+1,i}}{\partial h} (h^{n+1,i+1} - h^{n+1,i}) E_p^{n+1}, \quad z = z_{top} \\ 4) & h^{n+1} = z_{wt}^{n+1} - z_{bot}, \quad z = z_{bot} \end{aligned} \quad (8)$$

donde el supraíndice  $i$  indica el nivel de iteración del método de Picard. Notar que en la primera ecuación del sistema (8) la variable  $\theta^{n+1,i+1}$  se ha reemplazado por un desarrollo en

serie de Taylor alrededor de la variable  $h^{n+1,i}$  que da origen al segundo término de dicha ecuación.

Para discretizar espacialmente el sistema (8) se emplea un método mixto híbrido de elementos finitos. Las propiedades del método mixto de elementos finitos y los detalles de su implementación fueron presentados en el trabajo de Guarracino y Santos (1997).

Para evaluar la conservación numérica de la masa se realiza un balance global en el dominio que puede evaluarse mediante la siguiente relación (Celia et al., 1991):

$$MB(t) = \frac{\text{variación de la masa de agua}}{\text{entrada/salida neta de agua}} \quad (9)$$

donde la variación de la masa de agua se mide respecto a la masa inicial del sistema. La expresión analítica para calcular el balance de masa al tiempo discreto  $t^{n+1}$  según la relación (9) es la siguiente:

$$MB(t^{n+1}) = \frac{\int_{z_{bot}}^{z_{top}} \theta(t^{n+1}) dz - \int_{z_{bot}}^{z_{top}} \theta(0) dz}{\int_{t=0}^{t^{n+1}} (P(t) - \beta_E(h_{top})E_p(t)) dt - \int_{t=0}^{t^{n+1}} K(h_{bot}) \frac{\partial}{\partial z} (h_{bot} - z) dt} \quad (10)$$

siendo  $h_{top}$  y  $h_{bot}$  las alturas de presión en los bordes superior e inferior del dominio. Las integrales de la relación (10) se calculan en forma numérica una vez resuelta la ecuación de Richards. En todos los casos el valor de MB resultó igual a 1, mostrando que el algoritmo conserva perfectamente la masa.

En el presente trabajo las propiedades hidráulicas del suelo se describen mediante el modelo constitutivo de van Genuchten (1980) cuyas expresiones son:

$$\theta(h) = \begin{cases} (\theta_s - \theta_r) [1 + (\alpha |h|)^n]^{-1+1/n} + \theta_r & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$K(h) = \begin{cases} K_s \frac{[1 - (\alpha |h|)^{n-1} (1 + (\alpha |h|)^n)^{-1+1/n}]^2}{[1 + (\alpha |h|)^n]^{1/2-1/2n}} & h < 0 \\ K_s & h \geq 0 \end{cases}$$

siendo  $\theta_s$  y  $\theta_r$  (adimensionales) los contenidos de agua máximo y residual,  $\alpha$  ( $m^{-1}$ ) y  $n$  (adimensional) parámetros de forma del modelo y  $K_s$  ( $m s^{-1}$ ) la conductividad hidráulica saturada.

## 2.2 Cálculo de la evaporación real

El primer paso para calcular la evaporación real  $E_R$  mediante la metodología propuesta es contar con un valor de la evaporación potencial  $E_p$ . Como se mencionó en la Sección 1, en este trabajo  $E_p$  se calcula con la fórmula de Penman-Monteith (1). Esta fórmula puede ser utilizada para realizar cálculos en distintas escalas temporales (horaria, diaria, mensual) dependiendo del propósito del cálculo, la precisión requerida y la disponibilidad de datos meteorológicos (Allen et al., 1998). En el presente trabajo se emplean datos meteorológicos diarios por lo que el cálculo de  $E_p$ , y en consecuencia el cálculo de  $E_R$ , se realiza en forma

diaria.

De acuerdo con el modelo propuesto para la condición de borde superior (4), la evaporación real a tiempo  $t$  puede expresarse del siguiente modo:

$$E_R(t) = \beta_E(h)E_P(t). \quad (12)$$

Luego, si se integra la ecuación (12) en un intervalo de tiempo de un día se obtiene la siguiente expresión para la evaporación real diaria:

$$E_R^m = \left[ \frac{1}{t_{m+1} - t_m} \int_{t_m}^{t_{m+1}} \beta_E(h) dt \right] E_P^m \quad (13)$$

donde el índice  $m$  indica el día para el cual se realiza el cálculo y,  $t_m$  y  $t_{m+1}$  representan los tiempos inicial y final del día. En la ecuación (13) el valor de  $E_P$  se ha supuesto constante a lo largo del día pues se estima a partir de datos meteorológicos diarios. Finalmente, si se comparan las ecuaciones (2) y (13) se encuentra la siguiente expresión para el coeficiente de stress hídrico diario:

$$k^m = \frac{1}{t_{m+1} - t_m} \int_{t_m}^{t_{m+1}} \beta_E(h) dt. \quad (14)$$

Los resultados anteriores pueden ser utilizados para proponer una nueva metodología de cálculo de la  $E_R$ . Esta metodología, que tiene en cuenta el estado de humedad y la textura del suelo, puede sintetizarse en los siguientes pasos:

1. Cálculo de la evaporación potencial  $E_P$  utilizando la fórmula de Penman-Monteith (1) con datos meteorológicos diarios.
2. Resolución de la ecuación de Richards con la condición de borde superior propuesta para el período considerado.
3. Cálculo del coeficiente de stress hídrico diario utilizando (14).
4. Cálculo de la evaporación real utilizando la fórmula (2).

En la siguiente sección se presentarán ejemplos de la implementación de la técnica de cálculo propuesta que permitirán validar resultados e ilustrar potenciales aplicaciones prácticas.

### 3. EJEMPLOS NUMÉRICOS

#### 3.1 Ejemplo 1: Validación de la metodología propuesta

En este ejemplo numérico se compararán las estimaciones del algoritmo propuesto con las predicciones del modelo de Boesten y Stroosnijder (1986). En primer lugar se explicarán los fundamentos y la implementación de este modelo que se basa en determinaciones experimentales de la evaporación. Luego se presentarán los resultados de la comparación de ambas metodologías para dos texturas de suelo diferentes.

##### 3.1.1 Modelo de Boesten y Stroosnijder

El modelo se basa en una relación empírica entre la evaporación real acumulada  $AE_R$  y el tiempo transcurrido desde la ocurrencia de un evento de lluvia significativo o riego abundante. A partir de datos experimentales Boesten y Stroosnijder (1986) hallaron que, para una evaporación potencial relativamente constante, la  $AE_R$  (m) puede estimarse mediante la siguiente fórmula:

$$AE_R(t) = \begin{cases} AE_P(t) & AE_P(t) \leq \beta^2 \\ \beta\sqrt{AE_P(t)} & AE_P(t) > \beta^2 \end{cases} \quad (15)$$

donde  $AE_P$  (m) es la evaporación potencial acumulada y  $\beta$  ( $m^{1/2}$ ) es un coeficiente empírico. El coeficiente  $\beta$  depende de las características texturales del suelo, es independiente de la  $E_P$  y varía en un amplio rango de valores para distintas texturas (Boesten, 1986). En el caso más general, las evaporaciones acumuladas pueden expresarse del siguiente modo:

$$AE_P(t) = \int_{t_0}^t E_P(\mu) d\mu, \quad AE_R(t) = \int_{t_0}^t E_R(\mu) d\mu \quad (16)$$

donde  $t_0$  (s) es el tiempo de ocurrencia del evento de precipitación o riego. Para el tiempo  $t_0$  se asume que las condiciones de humedad del suelo son óptimas, es decir que la evaporación real es igual a la potencial.

La evaporación real diaria puede calcularse a partir de la  $AE_R$  mediante la siguiente expresión:

$$E_R^m = \frac{AE_R(t_{m+1}) - AE_R(t_m)}{t_{m+1} - t_m}. \quad (17)$$

Teniendo en cuenta la ecuación anterior y de las restricciones impuestas por la ecuación (15) es posible estimar la  $E_R$  diaria mediante la siguiente relación:

$$E_R^m = \begin{cases} \frac{1}{t_{m+1} - t_m} (AE_P(t_{m+1}) - AE_P(t_m)) & \text{si } AE_P(t_{m+1}) \leq \beta^2 \\ \frac{1}{t_{m+1} - t_m} (\beta\sqrt{AE_P(t_{m+1})} - AE_P(t_m)) & \text{si } AE_P(t_{m+1}) > \beta^2, AE_P(t_m) \leq \beta^2 \\ \frac{\beta}{t_{m+1} - t_m} (\sqrt{AE_P(t_{m+1})} - \sqrt{AE_P(t_m)}) & \text{si } AE_P(t_m) > \beta^2. \end{cases} \quad (18)$$

La expresión (18) provee una metodología independiente de cálculo de  $E_R$  que permitirá validar los resultados obtenidos con la técnica de simulación numérica propuesta en este trabajo.

### 3.1.2 Descripción del experimento numérico

Para comparar las metodologías descritas se diseñó un ejemplo numérico que consiste en el análisis de la evaporación en un perfil de suelo de 250 cm de espesor con un nivel freático estable ubicado a 200 cm de profundidad. Para reproducir las condiciones del modelo de Boesten y Stroosnijder a tiempo  $t_0$  se estableció un estado inicial de humedad cercano a la saturación. La  $E_P$  se asumió constante y no se consideraron eventos de precipitación durante el período simulado. La validación de los resultados se realizó considerando dos texturas de suelo diferentes para las cuales se dispone de datos experimentales del coeficiente empírico  $\beta$ .

La condición inicial corresponde a un estado estacionario cercano a la saturación que se obtuvo simulando una infiltración constante durante 12 días previos al comienzo del cálculo de la  $E_R$ . Los valores de  $E_R$  se estimaron en un período de 20 días durante los cuales se consideró una  $E_P$  igual a 6 mm/día. Para la discretización de la ecuación de Richards se utilizó un paso de tiempo  $\Delta t$  constante de 5 min y una malla de 300 nodos refinada cerca de la superficie del suelo.

Las texturas de suelo seleccionadas corresponden a arcilla y marga arcillosa. Para estas texturas se dispone de los valores del coeficiente  $\beta$  estimados experimentalmente por Ritchie (1972). Los parámetros del modelo de van Genuchten (fórmula (11)) asumidos en los experimentos propuestos son los determinados por Carsel y Parrish (1988). Los valores del coeficiente  $\beta$  y de los parámetros del modelo de van Genuchten utilizados en este ejemplo se listan en la Tabla 1.

Textura	$\beta$ ( $\text{mm}^{1/2}$ )	$\theta_s$	$\theta_r$	$K_s$ (cm/día)	$\alpha$ (1/cm)	n
Arcilla	2	0.380	0.068	4.80	0.008	1.09
Marga arcillosa	3	0.410	0.095	6.24	0.019	1.31

Tabla 1: valores de los parámetros de los modelos de Boesten y Stroosnijder y de van Genuchten para las texturas seleccionadas.

El cálculo de la  $E_R$  para la arcilla se realizó siguiendo los pasos 2, 3 y 4 enunciados en la Sección 2.2. El ajuste de los parámetros  $\theta_1$  y  $\theta_2$  de la función  $\beta_E$  (fórmula (5)) se obtuvo mediante la comparación de los resultados obtenidos con las estimaciones del modelo Boesten y Stroosnijder. Los resultados obtenidos con ambas metodologías luego del ajuste se muestran en la Figura 1, siendo los valores de los parámetros determinados  $\theta_1 = 0.27$  y  $\theta_2 = 0.33$ .

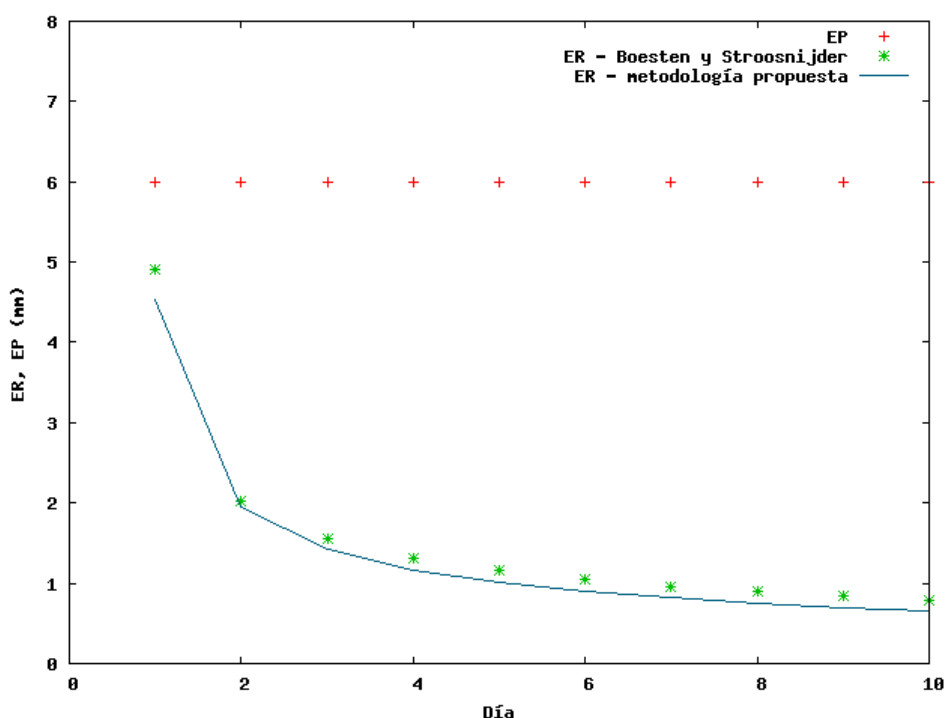


Fig. 1: Valores de evaporación real ( $E_R$ ) estimados con la metodología propuesta y con el modelo de Boesten y Stroosnijder para un suelo de textura arcillosa.

La estimación de la  $E_R$  en un suelo de textura marga arcillosa se realizó considerando los parámetros de la función  $\beta_E$  determinados para la arcilla. En la Figura 2 se presentan los valores de  $E_R$  estimados con las dos técnicas de cálculo observándose nuevamente un muy buen ajuste entre los resultados. Sin embargo, resulta importante destacar que a medida que



transcurre el tiempo los valores de  $E_R$  estimados mediante la simulación numérica se apartan de los valores obtenidos con la metodología de Boesten y Stroosnijder. Esta discrepancia se debe a que la metodología propuesta tiene en cuenta en forma explícita la cantidad de agua cercana a la superficie del suelo que puede evaporarse. Para obtener los valores de  $E_R$  estimados por la metodología de Boesten y Stroosnijder debería considerarse una entrada extra de agua o asumirse un nivel freático muy superficial de modo de disponer de una cantidad suficiente de agua en superficie como para sostener el proceso de evaporación.

Del análisis de las Figuras 1 y 2 se concluye que la metodología propuesta reproduce satisfactoriamente los valores determinados con el modelo experimental de Boesten y Stroosnijder para ambas texturas. Resulta importante destacar que en ambos casos los valores de  $E_R$  fueron calculados utilizando los mismos parámetros para la función  $\beta_E$ , lo que hace presuponer que la función de stress hídrico propuesta es independiente de la textura del suelo.

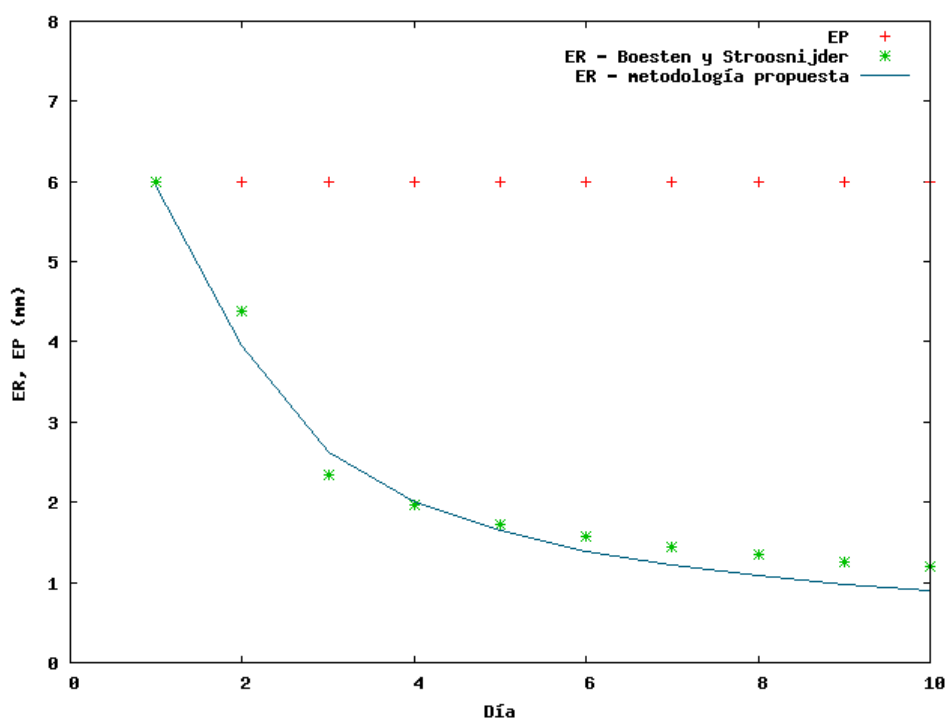


Fig. 2: Valores de evaporación real ( $E_R$ ) estimados con la metodología propuesta y con el modelo de Boesten y Stroosnijder para un suelo de textura marga arcillosa.

### 3.2 Ejemplo 2: Estimación de la $E_R$ en una estación meteorológica de La Plata

En este ejemplo numérico se realiza el cálculo de la  $E_R$  empleando una serie de datos diarios de la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata correspondientes al año 2004. El clima de la zona de estudio es cálido y húmedo con un promedio de precipitaciones de 1020 mm anuales y temperatura media anual de 16 °C.

Para representar las características del suelo de la estación meteorológica se asumió un perfil de 950 cm de espesor cuya textura corresponde a una marga arcillosa. En base a los datos disponibles se estableció una posición estacionaria del nivel freático a 900 cm de profundidad. Los parámetros del modelo de van Genuchten se listan en la Tabla 1 mientras que los parámetros de la función  $\beta_E$  son los determinados en la Sección 3.1.2.

Los datos meteorológicos disponibles para calcular la evaporación potencial  $E_p$  fueron los

valores medios diarios de temperatura, humedad relativa y velocidad del viento. Estos datos fueron utilizados para estimar la radiación neta  $R_n$ , el déficit de presión de vapor del aire  $D$ , la pendiente de la presión de vapor  $\Delta$  y la resistencia aerodinámica  $r_a$  de la ecuación (1) siguiendo las metodologías descritas en los trabajos de Allen y colaboradores (1998) y Wallace y colaboradores (1999). El resto de los parámetros necesarios para el cálculo de la  $E_p$  fueron tomados de la bibliografía. En la Figura 3 se muestran los valores diarios de  $E_p$  calculados para el año 2004. En el gráfico puede observarse una variación estacional en la evaporación potencial siendo el valor medio anual igual a 7.6 mm/día.

El ingreso de agua al terreno de la estación meteorológica está determinado por los valores de precipitación diaria disponibles. La Figura 4 ilustra la distribución de lluvias durante el año 2004 cuyo valor total anual resultó de 931.8 mm. Notar la existencia de períodos con escasa o nula precipitación (como por ejemplo entre los días 250 y 283) y períodos con abundantes precipitaciones (como por ejemplo entre los días 97 y 120).

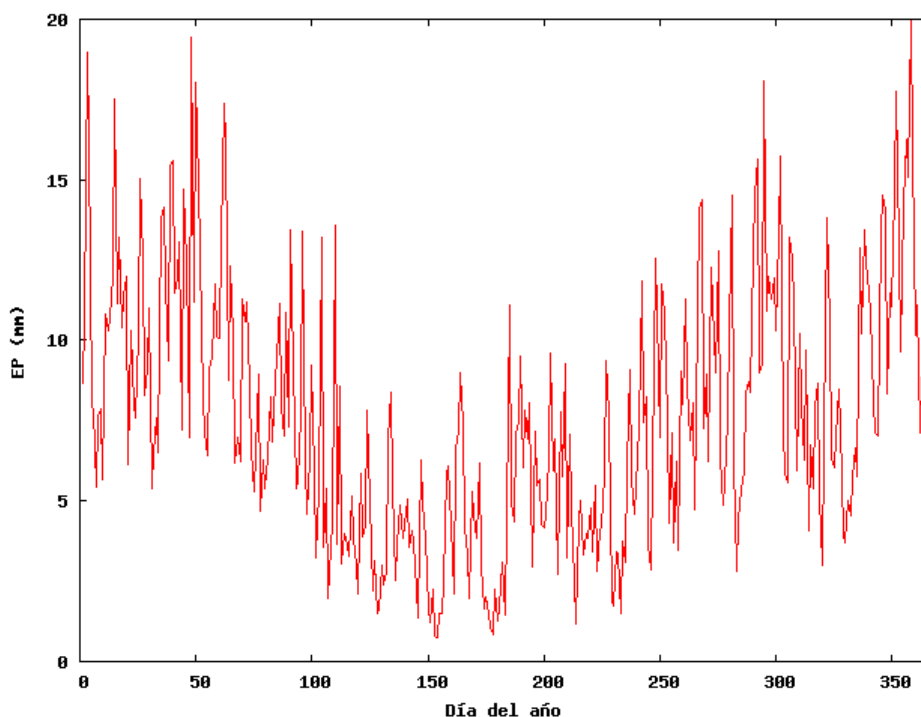


Fig. 3: Valores diarios de evaporación potencial ( $E_p$ ) para el año 2004.

Los valores de la evaporación potencial  $E_p$  estimados junto con los valores de precipitación observados fueron utilizados para calcular la condición de borde superior (4). La condición de borde inferior se estableció a partir de la posición estacionaria del nivel freático. El perfil de humedad inicial asumido para este ejemplo corresponde a un estado hidrostático al comienzo de la simulación ( $t = 0$ ). Para resolver la ecuación de Richards se discretizó el dominio utilizando una malla de 550 nodos refinada cerca de la superficie del suelo y se estableció un paso de tiempo  $\Delta t$  constante e igual a 5 min.

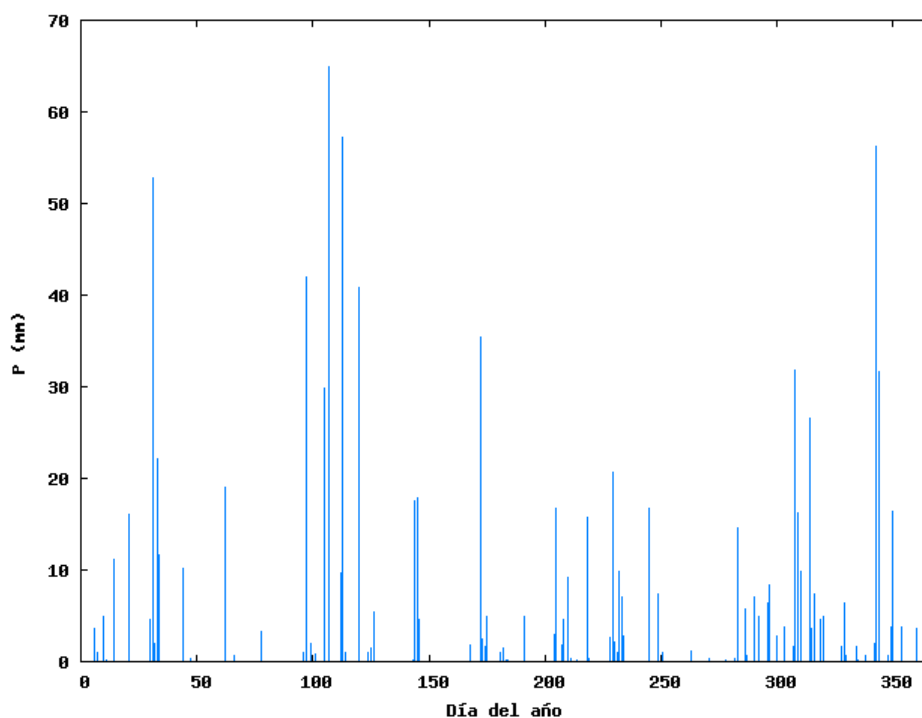


Fig. 4: Valores diarios de precipitación (P) para el año 2004.

Una vez resuelta la ecuación de Richards se calculó el coeficiente de stress hídrico diario  $k^m$  mediante la ecuación (14) para todo el período considerado. En la Figura 5 se muestran los resultados obtenidos. En este gráfico pueden observarse períodos donde la evaporación tiene lugar en condiciones óptimas de humedad ( $k^m = 1$ ) y períodos en los que la humedad en superficie resulta insuficiente para sostener el proceso de evaporación a una tasa igual a la potencial ( $k^m < 1$ ).

Del análisis de las Figuras 4 y 5 se concluye que  $k^m$  aumenta rápidamente los días que se producen precipitaciones y luego decrece en proporción a la cantidad de agua disponible en las proximidades de la superficie. Durante períodos prolongados sin precipitaciones los valores de  $k^m$  calculados resultan muy bajos y, por el contrario, en períodos con abundantes precipitaciones los valores de  $k^m$  se mantienen cercanos a 1. En particular, estas dos diferentes situaciones pueden observarse en la Figura 5 durante los meses de septiembre (días 250 a 283) y abril (días 97 a 120) respectivamente.

Finalmente, utilizando los valores diarios de  $k$  y  $E_p$  estimados se calcula la  $E_R$  diaria mediante la ecuación (2). En la Figura 6 se muestran los resultados obtenidos para el período considerado observándose una importante variabilidad en la evaporación real. El valor medio anual de  $E_R$  calculado es de 1.8 mm/día, que corresponde aproximadamente a un 24% del valor medio anual de la  $E_p$ .

Si se comparan los valores de  $E_p$  (Figura 3) y los de  $E_R$  (Figura 6) puede notarse que en general las estimaciones de  $E_R$  resultan significativamente menores a las de  $E_p$  ya que las condiciones de humedad del suelo en superficie no suelen ser las óptimas. Este resultado muestra la importancia de considerar la humedad del suelo en la cuantificación del proceso de evaporación para no sobreestimar al valor de  $E_R$ .

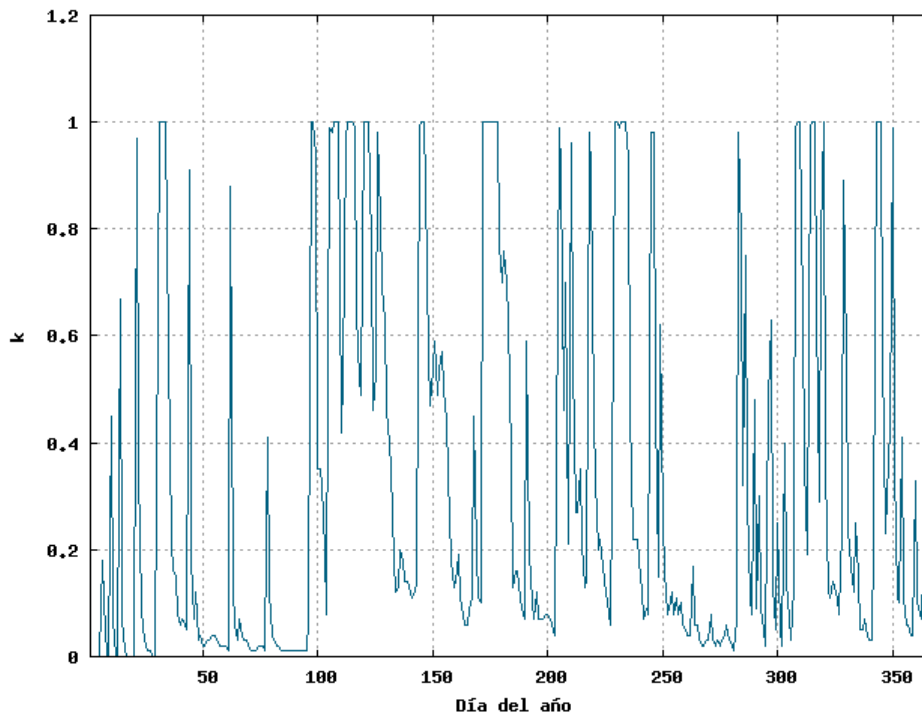


Fig. 5: Valores diarios del coeficiente de stress hídrico ( $k$ ) para el año 2004.

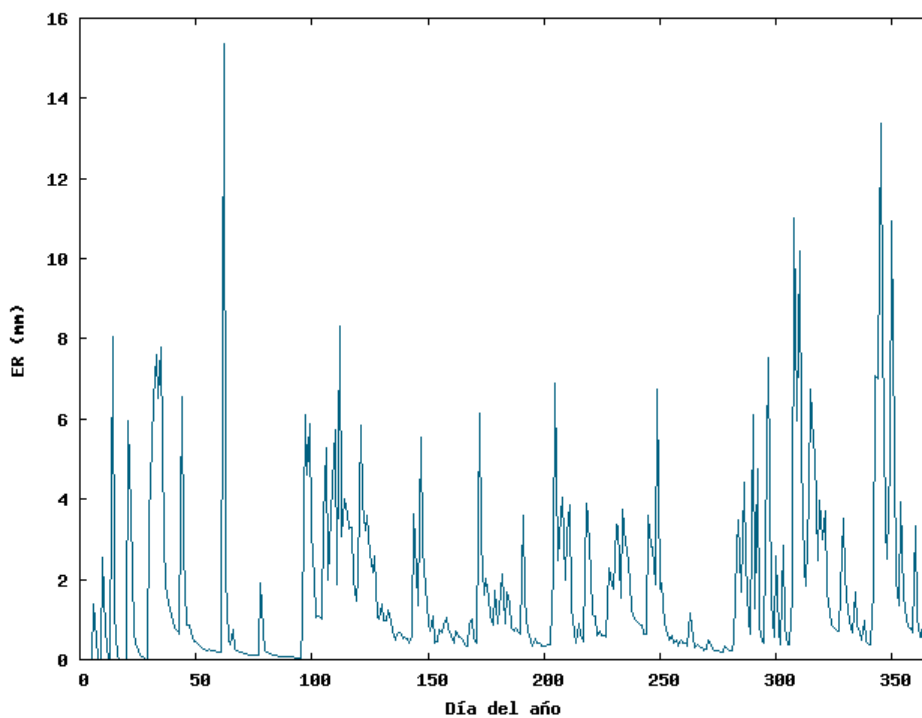


Fig. 6: Valores diarios de evaporación real ( $E_R$ ) para el año 2004.

#### 4 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una metodología para calcular la evaporación real  $E_R$  en suelos sin vegetación a partir de la simulación numérica del flujo de agua en la zona no saturada. La

evaporación se modeló mediante una condición de borde no lineal en la ecuación de Richards que depende de la evaporación potencial y de una función de stress hídrico que tiene en cuenta el estado de humedad en la superficie del suelo.

Los resultados numéricos fueron validados mediante la comparación de las estimaciones de  $E_R$  con los valores obtenidos utilizando el modelo empírico propuesto por Boesten y Stroosnijder (1986). Estos resultados muestran que la función de stress hídrico propuesta resulta independiente de la textura del suelo. Finalmente, el algoritmo de cálculo desarrollado fue utilizado para analizar la  $E_R$  en la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata para el período de un año.

Los ejemplos numéricos presentados muestran que la metodología de cálculo propuesta resulta adecuada para la estimación de la evaporación ya que tiene en cuenta el estado real de humedad y la textura del suelo. Esta herramienta permite evaluar y predecir el proceso de evaporación bajo diversos escenarios climáticos. En particular, entre sus potenciales aplicaciones se encuentran el cálculo de la recarga de acuíferos en regiones semiáridas y el estudio de salinización de suelos.

## REFERENCIAS

- Allen R., Pereira L., Raes D., Smith M. *FAO Irrigation and Drainage Paper No. 56. Crop evapotranspiration (guidelines for computing crop water requirements)*, 290 pp., ISBN 92-5-104219-5, 1998.
- Boesten J. *Behaviour of herbicides in soils: simulation and experimental assessment*. Doctoral thesis, Institute for Pesticide Research, Wageningen, 263 pp., 1986.
- Boesten J. and Stroosnijder L. Simple model for daily evaporation from fallow tilled soil under spring conditions in a temperate climate. *Netherland Journal of Agricultural Science*, 34: 75-90, 1986.
- Carsel R. and Parrish R. Developing joint probability distributions of soil water characteristics. *Water Resources Research*, 24: 755-769, 1988.
- Celia M., Bouloutas E., Zarba R. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resources Research*, 26: 1483-1496, 1990.
- Guarracino L. and Santos J. A Global Hybridized Mixed Finite Element Method for Infiltration and Groundwater Flow Modelling. *Mecánica Computacional*, 18: 595-602, 1997.
- Lappala E., Healy R., Weeks E. *Documentation of computer program VS2D to solve the equations of fluid flow in variably saturated porous media*. US Geological Survey, Denver, Colorado. Water-Resources Investigations Report 83-4099, 1987.
- Liu S., Graham W., Jacobs J. Daily potential evapotranspiration and diurnal climate forcings: influence on the numerical modelling of soil water dynamics and evapotranspiration. *Journal of Hydrology*, 309: 39-52, 2005.
- Monteith J. Evaporation and environment. *State and Movement of Water in Living Organisms* (19<sup>th</sup> Symposium of the Society for Experimental Biology), p. 205-234. Cambridge University Press, 1965.
- Penman H. Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proceedings of the Royal Society of London*, A193: 120-145, 1948.
- Priestley C. and Taylor R. On the assessment of surface heat fluxes and evaporation using large-scale parameters. *Monthly Weather Review*, 100: 81-92, 1972.
- Ritchie J. Model for predicting evaporation from a row crop with incomplete cover. *Water Resources Research*, 8: 1204-1213, 1972.
- Valiantzas J. Simplified versions for the Penman evaporation equation using routine weather

- data. *Journal of Hydrology*, 331: 690-702, 2006.
- van Genuchten M. Flow and transport processes in a macroporous subsurface-drained glacial till soil. *Journal of Hydrogeology*, 207: 98-120, 1980.
- Varado N., Braud I., Ross P., Haverkamp R. Assessment of an efficient numerical solution of the 1D Richards' equation on bare soil. *Journal of Hydrology*, 323: 244-257, 2006.
- Wallace J. and Holwill C. Soil evaporation from tiger-bush in south-west Niger. *Journal of Hydrology*, 188-189: 426-442, 1997.
- Wallace J., Jackson N., and Ong C. Modelling soil evaporation in an agroforestry system in Kenya. *Agricultural and Forest Meteorology*, 94:189-202, 1999.