CiberEduca.com

Psicólogos y pedagogos al servicio de la educación

www.cibereduca.com

V Congreso Internacional Virtual de Educación
7-27 de Febrero de 2005

Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas relacionados con deficiencias en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa

Radillo Enríquez Marisol
Nesterova Elena D.
Ulloa Azpeitia Ricardo
Pantoja Rangel Rafael

Universidad de Guadalajara, México

Resumen

El presente trabajo consiste en una serie de reflexiones en torno a los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas que se relacionan con la traducción, del lenguaje cotidiano en que se plantea un problema matemático escolar, al lenguaje matemático y la fase de modelado necesaria para la resolución.

Es probable que la influencia del lenguaje no haya recibido mucha atención en la investigación de la matemática educativa, a pesar de los indicadores al respecto de su importancia como mediador de los procesos de aprendizaje complejo, por lo que su estudio podría arrojar información valiosa para determinar su influencia y elaborar estrategias y materiales que atiendan esa situación.

Palabras clave:Lenguaje matemático, obstáculos, sistemas o registros de representación semiótica.

Introducción

Existen diversos factores que influyen en la comunicación en el aula, pero entre ellos es decisiva la dificultad que tiene para los alumnos el lenguaje matemático. Aprender dicho lenguaje no se presenta como una tarea fácil; el alumno se enfrenta a un lenguaje formal, dominado por un gran número de normas que le confieren gran rigidez. Al mismo tiempo, se les invita a aprender un lenguaje universal que permite comunicarse venciendo las fronteras de los idiomas, e incluso con los ordenadores. Para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades, basta con traducir dicho problema del lenguaje cotidiano al idioma algebraico (Newton, 1643-1727). Pero muy pocos alumnos son capaces de realizar esta traducción.

Se considera que aquí surge el verdadero problema; la mayor parte de los alumnos consigue aprender los símbolos y la estructura del lenguaje matemático pero no aprende a "hablar matemáticas" o el idioma algebraico, porque no llega a alcanzar un nivel comprensivo del lenguaje. Este problema de comunicación compete, por tanto, al alumno que debe implicarse en el proceso de aprendizaje del lenguaje matemático y al profesor, que debe esforzarse, en primer lugar, en descubrir qué quieren decir los alumnos cuando dicen lo que dicen.

El reconocimiento de este problema no es nuevo. En definitiva, el lenguaje matemático constituye en si mismo un obstáculo para el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias. El lenguaje matemático tiene peculiaridades que lo hacen diferente del lenguaje común. En las matemáticas hay términos técnicos que, utilizados en el lenguaje cotidiano, pueden tener diferentes interpretaciones (Ardila, 2002; Ortiz, 2001), lo cual puede incidir sobre el éxito o fracaso en la solución de problemas.

En los últimos años se han investigado los obstáculos del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en la resolución de problemas expresados verbalmente. Sin embargo es probable que la influencia del lenguaje no haya recibido mucha atención en la investigación de la matemática educativa, a pesar de los indicadores al respecto de su importancia como mediador de los procesos de aprendizaje complejo, por lo que su estudio podría arrojar información valiosa para determinar su influencia y elaborar estrategias y materiales que atiendan esa situación.

El interés en estudiar la influencia que tienen aquellos relacionados con los procesos de traducción del lenguaje matemático al lenguaje cotidiano y viceversa, incluyendo las actividades de modelaje, se basa en el empleo del lenguaje como mediador de los procesos de pensamiento superior (Vygotsky, 1982), ya que la comprensión de cualquier procedimiento o problema matemático implica una interpretación mediada por el lenguaje.

La interpretación que un estudiante da a determinados problemas con los que se enfrenta, dependen de su dominio del lenguaje, que constituye el andamiaje necesario para los procesos cognitivos, así como para el discurso interno, definido por Vigotsky para describir el habla a sí mismo.

Lenguaje matemático

Las matemáticas como un sistema de conocimientos bien estructurado tiene su propio lenguaje que ha sido desarrollado a lo largo de la historia, a diferencia de otras ciencias el lenguaje matemático tiene el propósito de caracterizar los hechos y las reglas de razonamiento con precisión alejando así las ambivalencias propias del lenguaje natural.

Un lenguaje escrito cualquiera es un conjunto de símbolos estructurados en una sintaxis que permite manejar irrealidades y comunicarlas. El lenguaje matemático también es un conjunto de símbolos estructurados en una sintaxis que permite manejar irrealidades de la ciencia matemática y comunicarlas.

Otras definiciones de lenguaje matemático

El lenguaje matemático es un sistema de símbolos que lógicamente fija los conocimientos sobre las relaciones y conexiones entre los objetos y procesos del mundo real y sus propiedades.

Los números y sistemas de numeración dan el origen del lenguaje numérico.

Los objetos geométricos tales como puntos, líneas, polígonos, poliedros, etc. y relaciones entre ellos dan el origen del lenguaje geométrico, o lenguaje gráfico.

Un sistema de símbolos (fórmulas) que refleja las relaciones y conexiones entre los objetos matemáticos y sus propiedades da el origen del lenguaje analítico o algebraico.

Las variables y relaciones entre ellas dan el origen del lenguaje funcional o variacional.

Un sistema de símbolos (símbolos lógicos) que permite expresar las relaciones y conexiones entre los elementos de otro sistema de símbolos (objetos matemáticos) da el origen del lenguaje lógico.

Los símbolos y las estructuras de símbolos que se utilizan en matemáticas tienen su origen y finalidad en la historia de ahí la importancia de su estudio para comprender mejor las matemáticas. El entendimiento de los problemas pasa necesariamente por una adecuada utilización del lenguaje matemático.

La traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático es un proceso mental que conduce a convertir un problema opaco de la realidad en un problema clarificado matemático, de modo que resolviendo éste se consiga una solución.

De todos los lenguajes que ha creado el ser humano para percibir, estudiar y comprender el mundo en el que vive, el matemático es el que cuenta con los significados más exactos y las reglas de composición más rigurosas. Las ciencias intentan "hablar" en lenguaje matemático para verificar sus teorías, buscando el respaldo de un razonamiento lógico-deductivo, por lo general irrefutable.

Pero, ¿por qué los matemáticos tienen esa lealtad, casi obsesiva, hacia el rigor de pensamiento, y perseveran para eliminar toda ambigüedad? Tal vez, porque desean entender el mundo que nos rodea. Desde una perspectiva matemática, comprender la perfección de la naturaleza y de las obras humanas sólo es posible a través de un formalismo, y un lenguaje comunicacional, igualmente perfectos y rigurosos. Estos requisitos los cumple la Matemática, una herramienta creada y utilizada por la mente para comprender mejor la naturaleza. Pues, la Matemática es la herramienta que utiliza la Mente para comprender los fenómenos de la Naturaleza.

El lenguaje matemático obliga a una gimnasia intelectual sumamente intensa: el hombre de un solo libro, es decir, de un solo simbolismo, no puede ser matemático" (Dugas, 1976).

Análisis del problema

Si un estudiante no comprende el significado de todas las palabras empleadas para plantear un problema matemático, posiblemente tampoco entenderá qué es lo que debe hacer y será difícil que logre la meta de aprendizaje prevista con tal actividad.

Una posible explicación de la situación anterior es que al hacer matemáticas se emplea una jerga especial, que implica palabras y expresiones típicas, y una determinada forma de proceder: primero se hacen conjeturas, a continuación se buscan estrategias de solución, que se llevan a cabo utilizando un simbolismo específico, después se verifica el resultado, etc. Esa diversidad de signos y códigos operacionales que son utilizados al resolver un problema matemático, forman una red de significados: conforman un lenguaje del cual existen diferentes grados de apropiación por los alumnos de un grupo escolar normal (Alcalá, 2002).

Entre otros problemas relacionados con el empleo del lenguaje, se distinguen aquellos causadas por la polisemia que presentan términos de uso frecuente en los enunciados de las tareas, y aquellas causadas por errores de interpretación de las proposiciones involucradas. La complejidad de una tarea matemática debe residir en el proceso de solución del problema y no en el proceso de identificación de la situación problemática.

También está presente el obstáculo epistemológico de la representación simbólica de las proposiciones involucradas en las tareas matemáticas, a fin de hacer las manipulaciones correspondientes que permitan llegar a los resultados deseados, que posiblemente tiene sus orígenes en el manejo del lenguaje.

Las matemáticas tienen, como la mayoría de las ciencias, un lenguaje particular que simplifica la comunicación y designa de manera exacta, sin posible confusión sus contenidos El lenguaje matemático consta de un conjunto de signos o caracteres gráficos, definidos y utilizados tienen una tarea determinada y unívoca. Es poco usual que los estudiantes preuniversitarios de matemáticas utilicen la simbología matemática de manera rigurosa, lo cual conlleva una serie de deficiencias en su comprensión de nuevos conceptos en la universidad y llevan al fracaso la comunicación entre profesor y alumno (Ortega y Ortega, 2001).

Se considera que, tanto la simbología utilizada en esta ciencia, como la estructura y presentación de los contenidos matemáticos conforman el lenguaje matemático. En este apartado se abordarán algunos aspectos teóricos y generales sobre los signos, el lenguaje, los símbolos, el simbolismo matemático y el lenguaje utilizado para plantear textos matemáticos.

Rotherry (1980) estableció tres categorías de palabras utilizadas en la enseñanza de las matemáticas: (a) Palabras específicas de las matemáticas, y que normalmente no forman parte del lenguaje cotidiano, como hipotenusa, diámetro, logaritmo, rombo. (b) Palabras que aparecen en las Matemáticas y en el lenguaje ordinario, aunque con distinto significado en uno y otro contexto, como la palabra "diferencia", que en matemáticas implica la operación de resta, mientras que en el lenguaje común es el antónimo de igualdad. (c) Palabras que tienen significados iguales o muy próximos en ambos contextos, como paralelas, verticales, horizontales (Ortiz, 2001).

Existen algunas dificultades debidas a errores de traducción entre ambos lenguajes, tales como: (a) La falta de entendimiento del lenguaje cotidiano en que se expresa el texto de la tarea matemática. (b) Falta de los conocimientos matemáticos involucrados en el texto. (c) La pluralidad del mismo lenguaje matemático, ya que un concepto puede expresarse en lenguaje algebraico o términos geométricos, o en términos de conjuntos

Debido a la importancia que tiene el lenguaje en el desarrollo cognitivo, para identificar la influencia de los procesos de traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa, en el aprendizaje de la geometría euclidiana de los estudiantes, se buscarán las posibles explicaciones en la Teoría Sociocultural propuesta por Vygotsky (1982), que realza el papel del lenguaje y de la cultura como "signos mediadores" y cómo éstos influyen en gran medida para lograr aprendizajes complejos. De la misma forma da importancia a la interacción social en el aprendizaje y cómo ésta ayuda al desarrollo de las habilidades lingüísticas del alumno.

Para lograr la presencia del significado en las actividades de enseñanza se propone partir de situaciones de la realidad concreta que tienen cercanía con la vida cotidiana y la cultura propia. El proceso de partir de ellas e ir más allá, analizando, comparando y creando modelos, propio del trabajo de construcción conceptual en matemáticas, nos lleva a abordar la idea de trascendencia, siendo el lenguaje un punto importante para generalizar y trascender los hechos inmediatos. La construcción de un lenguaje matemático permite el procesamiento más general y abstracto de la información, así como la comprensión de los objetos complejos que se aborden en este campo.

Por otro lado, las diferentes representaciones de los objetos matemáticos y las traducciones entre ellas son un elemento fundamental para su comprensión y, por lo tanto, para su enseñanza y aprendizaje (Font, 2000). A pesar de que poseen la misma información, las diferentes representaciones ponen en función diferentes procesos cognitivos. La verbal se relaciona con la capacidad lingüística de los individuos y es básica para la interpretación de las demás; la gráfica permite conceptualizar mediante la visualización de los objetos; y la simbólica está relacionada con el pensamiento abstracto, analítico y lógico.

Para lograr la presencia del significado en las actividades de enseñanza se propone partir de situaciones de la realidad concreta que tienen cercanía con la vida cotidiana y la cultura propia. El proceso de partir de ellas e ir más allá, analizando, comparando y creando modelos, propio del trabajo de construcción conceptual en matemáticas, nos lleva a abordar la idea de trascendencia, siendo el lenguaje un punto importante para generalizar y trascender los hechos inmediatos. La construcción de un lenguaje matemático permite el procesamiento más general y abstracto de la información, así como la comprensión de los objetos complejos que se aborden en este campo.

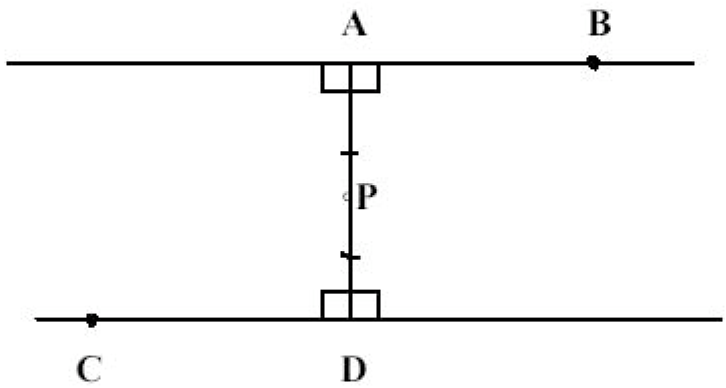
Algunos ejemplos de traducción de lenguaje simbólico a lenguaje cotidiano en la geometría euclideana.

Considérese los siguientes planteamientos de traducción de lenguaje cotidiano a lenguaje simbólico, en el ámbito de la geometría

1) Escriba en forma simbólica las siguientes proposiciones, y dibuje el esquema correspondiente: "El punto P equidista de las rectas paralelas AB y CD".
2) Escriba retóricamente y dibuje el esquema correspondiente:

a) ΔABC, $AM = MB$, $M \in \overline{AB}$, $BN = NC$, $N \in \overline{BC}$, $AP = PC$, $P \in \overline{AC}$

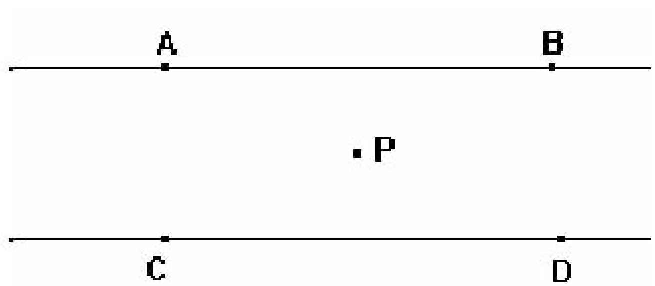
En ambos ejercicios se pide al estudiante que dibuje el esquema correspondiente a la situación dada para obtener información sobre sus representaciones mentales en cada caso. Para el ejercicio (1), la palabra clave es *equidista*, ya que su significado en ambos lenguajes es el mismo: distancias iguales. Sin embargo, en la geometría euclideana, se considera que la distancia entre un punto y una recta es la perpendicular que los une. De manera que una respuesta correcta sería la siguiente:



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overline{AD} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $\overline{AD} \perp \overleftrightarrow{CD}$, $P \in \overline{AD}$, $AP = PD$

Si el estudiante carece del concepto geométrico clave, omitirá el segmento perpendicular entre las paralelas, con lo cual su respuesta estará incompleta.

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



En el ejercicio (2), hay varias posibilidades para expresar retóricamente la simbología dada. Una de ellas sería “En el triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C, M, N y P son los puntos medios de los lados AB, BC y AC, respectivamente”. Otra posibilidad correcta es la siguiente: “Triángulo ABC, distancia AM es igual a distancia MB, el punto M pertenece al segmento AB, distancia BN es igual a la distancia NC, el punto C pertenece al segmento BC, la distancia entre A y P es igual a la distancia entre P y C, el punto P pertenece al segmento AC”.

Un ejemplo del cálculo diferencial: El concepto de límite

La práctica educativa muestra que el concepto de límite presenta grandes dificultades de aprendizaje en los alumnos, quienes, en el mejor de los casos, se concretan a desarrollar algoritmos vistos en clase (Muñoz, 1997; Dreyfus, 1990). Existen varias tendencias para tratar el tema de Límite en los textos escolares. En algunos cursos de Cálculo, el tema es tomado por “obvio” y es tratado superficialmente (Hight, 1997, prefacio). Cuando el tema es tratado de manera formal, generalmente lleva a la falta de comprensión de las ideas fundamentales del Cálculo por parte del alumno, ya que éste se pierde en la precisión matemática, demostraciones, y el lenguaje formal (Wenzelburger, 1993)

La noción actual de Límite puede ser considerada como un concepto verbal, una definición dada en términos de palabras y símbolos (tales como número, sucesión infinita, menor y mayor que, etc.) sin considerar una visualización mental, sino sólo siendo definida en términos primarios. Esto no significa que el concepto de límite no pueda ser explicado con otras palabras, o que sea otro el Límite en la experiencia empírica. Simplemente la definición actual no apela a la intuición o percepción sensorial (Boyer, 1959, pp. 36-37).

La definición de Límite que mejor corresponde a los aspectos epistemológicos del concepto de límite, y con la estructura cognitiva del alumno es la que proporciona Heine, en términos de sucesiones: Sin embargo con el enfoque que actualmente se maneja el tema, con la definición de Cauchy, ni siquiera se permite al alumno que tenga un concepto. El conflicto se tiene con el manejo algorítmico de desigualdades y el formalismo de la demostración.

Definición de límite (según Heine): Sea f(x) una función real definida en un entorno del punto x_0 (excepto posiblemente en el mismo punto x_0). Se dice que $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$, *si para cualquier sucesión $\{x_n\}$ convergente a x_0, la correspondiente sucesión de valores de la función $f(x_n)$ converge a L.*

Definición de límite (según Cauchy): Sea la función f(x) definida sobre un conjunto $D_f \subset R$, *(D_f es del dominio de f(x)). El punto L se llama límite de la función en el punto x_0 (aunque* $x_0 \in D_f$ *ó* $x_0 \notin D_f$*), si para cualquier* $\varepsilon > 0$ *existe un número* $\delta_\varepsilon > 0$ *tal que si* $|x-x_0| < \delta$ *entonces* $|f(x) - L| < \varepsilon$. *(Es decir, el punto L es el límite de la función si para todo* ε *- entorno de L- existe* δ_ε *–entorno de x_0-, tal que si* $x \in \delta_\varepsilon$ *-entorno de x_0-, entonces* $f(x) \in \varepsilon$ *–entorno de L).*

Consideraciones finales

La identificación de los obstáculos en la traducción del lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa en las matemáticas escolares es un punto de partida para la construcción de un marco teórico explicativo de la situación y para el diseño de materiales instruccionales que ofrezcan alternativas para que profesores y alumnos superen dichos obstáculos.

Los errores de interpretación pueden ser considerados estratégicos para identificar la construcción de significados, que se lleva a cabo cuando el alumno recibe la información en un texto, el cual es interpretado y sintetizado en su interior, si es que existen conocimientos previos del tipo de lenguaje empleado en el texto que posibiliten una toma de sentido adecuada.

Una manera de sistematizar el trabajo de identificación de los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas relacionados con deficiencias en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa, consistiría en realizar entrevistas clínicas con los estudiantes, quienes resuelven los problemas matemáticos planteados por el investigador, siguiendo la estrategia de "pensamientos en voz alta", en la cual sen le pide decir lo que interpreta en el planteamiento del problema, qué entiende por resolver el problema, cuáles son los datos, cuál es la incógnita, qué procedimiento o estrategia utilizará para resolver el problema, justificar cada paso y operación que realice, decir cuándo considera que terminó de resolver un problema, o en su defecto, expresar sus dudas respecto a los aspectos matemáticos y de lenguaje que le impiden resolver el problema.

El observador deberá buscar, identificar y analizar los errores y aciertos del estudiante; posteriormente esta información servirá al profesor de matemáticas para sustentar la retroalimentación, las instrucciones verbales, el moldeamiento, el planteo de preguntas y el contexto y explicaciones.

Los resultados podrían utilizarse para la elaboración de un diseño instruccional para los cursos de matemáticas, dirigido a profesores y alumnos de la materia, que incluya situaciones didácticas que allanen los posibles obstáculos de traducción entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje matemático, favoreciendo la construcción de conceptos y significados matemáticos.

Bibliografía

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Grao

Ardila, A. (2002). *El lenguaje matemático y el usual, como mediador de la comunicación.* Acta Latinoamericana de Matemática educativa, Vol. 15

Boyer, C.B. (1959). *The History of the Calculus and his conceptual development.* New York: Dover Publications.

Carrillo, J., Climent, N. Y Contreras, L.C. (1999). *The role of professional knowledge in the gap between wishes and practice.* Paper presented at the 51 st CIEAM. Chichester

Contreras, O. Covarrubias, P. (1999). *Desarrollo de habilidades metacognoscitivas de comprensión de lectura en estudiantes universitarios.* Educar, 8.Consultado el 7 de septiembre de 2004 en: http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/08/8ofeliap.html

Dreyfus, T. (1990). Advanced Mathematical Thinking. In *Mathematical and Cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* ICMI Study, Cambridge University Press.

Dugas, R. (1976). La matemática, objeto de cultura y herramienta de trabajo, en F. Le Lionnais (Ed.) *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. Buenos Aires: EUDEBA, 364-371.

Filloy, E. (1996). Sistema matemático de signos en Hitt, F. (comp.) *Investigación en Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamerica.

Font, V. (2000). Representaciones ostensivas que pueden ser activadas en el cálculo de f'(x). El caso de la función seno. *UNO Revista de Didáctica de las matemáticas,* No. 25, 21-40.

García, J.M. (2000). ¿Qué matemáticas? Consultado el 10 de septiembre de 2005 en: http://uv.es/asepuma/jornadas.

Garza, A. (1996). *Manuel de técnicas de investigación para estudiantes de ciencias sociales.* México: El Colegio de México.

Godino, J. (2003). *Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Consultado el 25 de octubre de 2004 en http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/02_MarcosCM.pdf

Godino, J., Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, Vol. 12, núm. 1: 70-92

Hight, D.W. (1997). *A concept of limits.* New York: Dover Publications, Inc.

Hitt, F. (2002). Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras cognitivas Consultado el 8 de noviembre de 2004 en http://www.mat.uson.mx/semana/xiisemana/Memorias/hitt_fernando.doc

Jiménez Mora, José Margarito (1999). *Resolución de problemas de matemáticas y mediadores de significado. Un estudio en educación secundaria.* Tesis de Maestría en Investigación Educativa, CUCSH, U. de Guadalajara.

Kremer, D. et. al. (2000). *Un travail interdisciplinaire en français et en mathématiques.* Revue des Institutes de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques, No. 38. Consultado el 14 de septiembre de 2004 en: http://www.univ-irem.fr/commissions/reperes/consulter/som38.html

Maier, H. (1999) El conflicto para los alumnos entre el lenguaje matemático y el lenguaje común. México: Grupo Editorial Iberoamerica.

Manouchehri, A. (1996). *Discourse in mathematics classroom*. Documento no publicado de la Universidad de St. Luis, E. U.

Muñoz, G.O. (1998). Formación de habilidades en los alumnos para estudiar nuevas materias. *Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.*Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.

Mitchell, J. M. (2001). Interactions between natural language and mathematical structures: The case of "Wordwalking". *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 3, núm. 1, pp. 29-52

Ortega, J. F., Ortega, J.A. (2002). *Experiencia sobre el conocimiento del lenguaje matemático.* Consultado el 10 de septiembre de 2004 en: http://uv.es/asepuma/jornadas/madrid/I17C.pdf

Ortega, J. F., Ortega, J.A. (2001). *Matemáticas: ¿un problema de lenguaje?* Consultado el 10 de septiembre de 2004 en: http://uv.es/asepuma/jornadas/laspalmas/Doco06.pdf

Ortiz , J., Batanero, C., Serrano, L. (2001). *El lenguaje probabilística en los libros de texto.* Consultado el 16 de noviembre de 2004 en: http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/SUMALENGUAJE2001.pdf

Planas, N. (2002). Enseñar matemáticas dando menos cosas por supuestas. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n. 30, abril 2002, pp. 114-124. Barcelona: Grao.

Pichi, P. (2002). Exploración de las posibles influencias del lenguaje en la construcción del conocimiento en el campo de la matemática: una primera mirada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 15, año 2002, pp. 669-675

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula.* Madrid; Ed. Morata.

Puig, L. (2003). Signos, textos y sistemas matemáticos de signos, En Filloy, E., ed. *Matemática Educativa: aspectos de la investigación actual*. México: Fondo de Cultura Económica/CINVESTAV. Consultado el 8 de noviembre de 2004 en http://www.uv.es/~didmat/luis/mexico00.pdf

Rodríguez, M. L. (2002). Comprensión de procesos de comunicación en las clases de matemáticas y español. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 15, año 2002, pp. 570-575.

Tenorio, C., Stocco, K., Ignez, M. (2002). Lectura, escrita y solución de problemas: habilidades básicas para el aprendizaje matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 15, año 2002, pp. 582-593.

Towers, J. (2002). Blocking the growth of mathematical understanding: A challenge for teaching. *Mathematics Education Research Journal.* Vol. 14, Num. 2, 121-132.

Ulloa, R. (2000). *Notas para el Seminario de Investigación educativa.* Maestría en Cs. en la Enseñanza de las Matemáticas. Disponible en: http://matedu.intranets.com

Vygotski, L. (1982). Obras escogidas (Vol. II). Madrid: Visor.

Vygotski, L. (1999). *Pensamiento y Lenguaje*. México: Editorial Quinto Sol

Wenzelburger, G.E. (1993). Introducción de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral – una propuesta didáctica-. En *Educación Matemática,* Vol. 5, No. 3, Dic. 1993. México, pp. 93-123.

Woolfolk, A. (1999). *Psicología educativa* (7ª Edición). México: Prentice Hall.