



[www.cibereduca.com](http://www.cibereduca.com)



**V Congreso Internacional Virtual de Educación  
7-27 de Febrero de 2005**

## **CONTRIBUCIÓN DE LOS MÉTODOS CUANTITATIVOS EN LA FORMACIÓN DE LOS PROFESIONALES.**

MSc. Nilde López Gutiérrez<sup>1</sup>  
([nildelg@yahoo.es](mailto:nildelg@yahoo.es))

Dr. Armando Martínez Pedregal<sup>2</sup>  
([armando.mtnez@infomed.sld.cu](mailto:armando.mtnez@infomed.sld.cu))

1. Nilde López Gutiérrez, Vice Decana Académica de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Agraria de la Habana, Cuba. Graduada de Licenciatura en Matemática (1982) en la Universidad de la Habana y Máster en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias en 1997. Especialista en Organización Docente.
2. Armando Martínez Pedregal, Profesor/Investigador del Centro de Estudios de la Educación Superior Agropecuaria (CEESA) de la Universidad Agraria de la Habana. Graduado de Licenciatura en Educación en 1972 en la Universidad Pedagógica de la Habana y posteriormente obtiene el Doctorado (PhD) en 1989 en Ciencias Pedagógicas. Especialista en el Diseño de Planes de Estudios Universitarios, Organización Docente, Didáctica y Metodología de la Investigación.

## INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas más agudos y complejos que deben afrontar en la actualidad las Instituciones de Educación Superior, es sin lugar a dudas poder alcanzar niveles de excelencia en todas las esferas del quehacer universitario especialmente en lo que se refiere a la Formación de Profesionales. Las preguntas más comunes asociadas a esta problemática son: ¿Cómo podemos lograrlo?, ¿Qué elementos deben consolidarse?, ¿Dónde se imponen cambios trascendentes? Estas interrogantes deben ser objeto de análisis en el establecimiento de la Visión de la universidad y en la conformación de su Misión en la sociedad. En la implementación de las acciones para lograr los objetivos estratégicos en cualquier institución universitaria no debe darse espacio al formalismo y al esquematismo.

En este contexto el profesor es el elemento fundamental para lograr lo que nos pide la Educación Superior, es en el aula donde se gana o se pierde la batalla por la excelencia. Este debe mantenerse en una búsqueda constante para perfeccionar su trabajo, no se trata de instruir por instruir, educar por educar, "... el profesional que estamos en la obligación de formar debe, de acuerdo con las exigencias de la profesión, poseer los conocimientos, habilidades y valores necesarios para darle solución, con un enfoque multilateral – que tome en consideración el entorno económico, socio-político, cultural y ambiental – a los problemas que se pueden presentar en su esfera de actuación" (Vecino Alegret, 1998).

Los profesionales que formamos, en su modo de actuar deben ser capaces de integrar los métodos particulares y los propios de la profesión en la dirección de cualquier proceso dado, aspectos estos que hay que tratar con profundidad en el diseño del Plan de Estudio de cualquier carrera.

Es conocido que en muchas Universidades el diseño de los Planes de Estudio de las carreras presenta dificultades en la concepción de la disciplina matemática y por consiguiente en la importancia que ésta tiene y su vínculo con las restantes disciplinas del Plan de Estudio.

En la preparación del profesional con la capacidad de dar respuestas rápidas a los problemas que enfrenta en su radio de acción la enseñanza de las matemáticas juega un papel determinante. Esta disciplina, que el estudiante debe recibir en los primeros años de la carrera, no solo ofrece instrumentos de trabajo y análisis, sino que los entrena en el pensamiento creador, en el razonamiento y capacidad para el análisis de variantes de solución de problemas, en la habilidad para identificarlos y resolverlos.

El profesor de matemáticas y el de cualquier materia puede lograr que el alumno adquiera todas estas cualidades, con clases no tradicionales, sin esquematismos, sin resistencia al cambio. El profesor tiene que ser creativo, debe siempre utilizar los métodos adecuados para hacer que su clase sea una forja de los profesionales que se necesitan.

Los profesionales en su desempeño laboral necesitan de herramientas que le permitan tomar decisiones de forma eficiente y fundamentada científicamente. La contribución de éstas en este sentido no puede verse sólo en la disciplina matemática pues son precisamente las disciplinas del ejercicio de la profesión las encargadas de demostrar la integración de los métodos particulares y los propios de la profesión en la solución de un problema profesional.

Una de las habilidades más importantes que debe formarse en cualquier egresado de la Educación Superior es la modelación matemática de problemas. Este proceso tiene mucho que ver en el desarrollo

de la creatividad de los estudiantes y con ella toda una variedad de características de la personalidad que son las deseables en los profesionales de estos tiempos. Por otra parte, en el empeño de utilizar cada vez más los métodos problémicos de enseñanza, la utilización de la modelación se manifiesta como un instrumento hecho a la medida para tales propósitos.

Estos elementos de Modelación Matemática están indisolublemente unidos a lo que hoy se conoce como Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones, los cuales desarrollan modelos de optimización que permiten describir sistemas de producción y servicio y analizar estrategias óptimas considerando entre otros elementos la disponibilidad de recursos, condiciones de mercado, de insumos y productos, eficiencia productiva, manejo y estructura de la organización, estructura de costos y precios, niveles de producción y uso de tecnología.

Cualquiera de los profesionales que formamos puede desempeñarse como directivo de una organización y el dominio y aplicación de los Métodos Cuantitativos que tengan sus directivos puede conllevarla a una organización de excelencia.

La función máxima de cualquier directivo en la administración de empresas y negocios, es la toma de decisiones. La toma de decisiones es una función generalizadora que está presente en todas las etapas del ciclo de administración, es decir, en la planeación, organización, dirección, control y evaluación.

Las organizaciones hoy en día son complejas y esta complejidad a menudo se refleja en sus problemas.

El estudio de la toma de decisiones presupone ser lógicos, racionales y objetivos al resolver problemas, de ahí que como ayuda en este estudio, **se utilicen las matemáticas ya que éstas constituyen el lenguaje del pensamiento racional y permiten expresar pensamientos complejos de manera concisa.**

Existen programas de cómputo desarrollados para que el profesional que no es un experto en optimización encuentre soluciones a problemas aparentemente imposibles de resolver. Es también frecuente que las personas que toman decisiones desconociendo el costo de una mala decisión o suponiendo que la solución exacta a su problema es inalcanzable, se conforme con una solución puramente intuitiva.

Es importante tener una perspectiva administrativa en cuanto al empleo de los métodos cuantitativos en las empresas o cualquier organización. Tal perspectiva ayuda a asegurar que estos métodos aumentan la eficiencia en la organización y no son fines por si mismo.

También es importante saber cuando aplicar los métodos cuantitativos. Es cierto que con frecuencia se usan sobre una base intuitiva, sin embargo, deben usarse explícitamente solo cuando los beneficios esperados excedan a los costos previstos.

Deben tenerse varios factores en mente al seleccionar qué método cuantitativo se va a aplicar. Además de las consideraciones de beneficio/costo, es necesario pensar en cuáles son los métodos con que el analista y el usuario se sienten a gusto, en el tipo de situación que se va a analizar, en la cantidad de

poder descriptivo requerida, en la cantidad de tiempo disponible para el desarrollo del modelo y en la disponibilidad de datos.

### **Objetivo de la Monografía:**

Capacitar a los Profesores Universitarios en los elementos esenciales vinculados a la aplicación de los Métodos Cuantitativos en la Formación del Profesional.

## **BREVE ANÁLISIS HISTÓRICO DE LOS MÉTODOS CUANTITATIVOS**

Las matemáticas y sus aplicaciones a los negocios se remontan a los inicios del comercio. Contar fue probablemente la primera aplicación cuando los mercaderes llevaban sus libros, sin embargo, la influencia del método científico no se dejó sentir hasta la Revolución Industrial.

El norteamericano Frederick W. Taylor desde 1911 abordó el enfoque científico en la administración, defendiendo la idea de la toma de decisiones basada en el análisis exhaustivo, la experimentación cuidadosa y los hechos objetivos en lugar de las reglas como recetas.

Se registran desarrollos importantes en cuanto a la modelación matemática en los comienzos del siglo XX, en especial para el control de inventarios, análisis de líneas de espera, control de calidad y programación de la producción. En esta misma época es significativo el desarrollo de la estadística como un método para el análisis de datos y la toma de decisiones.

Fue en la Segunda Guerra Mundial que se hicieron esfuerzos conjuntos para enfrentar de forma cuantitativa problemas de gran escala como el desarrollo del radar por los ingleses y el estudio de problemas tácticos y estratégicos asociados a la defensa del país.

En 1939 se creó el primer grupo de científicos y matemáticos que aplicaron métodos cuantitativos bajo el nombre de grupo de investigación de operaciones ya que su actividad fundamental era investigar

operaciones militares. En este mismo año el Premio Nóbel de Economía el soviético Kantarovich demostró la posibilidad de aplicar modelos lineales para aumentar la eficiencia en la organización y planificación de la producción.

La primera técnica matemática ampliamente aceptada en el medio de Investigación de Operaciones fue el Método Símplex de Programación Lineal, desarrollado en 1947 por el matemático norteamericano George B. Dantzig. Desde entonces las nuevas técnicas se han desarrollado gracias al esfuerzo y cooperación de las personas interesadas tanto en el área académica como en el área industrial.

Un segundo factor en el progreso impresionante de la aplicación de los métodos cuantitativos fue el desarrollo de la computadora digital, que con sus tremendas capacidades de velocidad de cómputo y de almacenamiento y recuperación de información, permitieron a los que toman decisiones mayor rapidez y precisión en éstas.

Hoy en día los **métodos cuantitativos** en administración pueden llamarse de varias maneras: **investigación de operaciones, ciencias de la administración, análisis de sistemas, análisis costo-beneficio, estadística, econometría.** De cualquier manera, la esencia es la misma: **ser racional y científico** al resolver problemas profesionales.

Actualmente estas técnicas cuantitativas se están aplicando en muchas actividades. Estas actividades han ido más allá de las aplicaciones militares e industriales, para incluir hospitales, instituciones financieras, bibliotecas, planeación urbana, sistemas de transporte y sistemas de comercialización.

En este devenir histórico se ha puesto de manifiesto la importancia de estos métodos en el desarrollo de las distintas ciencias particulares así como en la aplicación que estos tienen en los procesos académicos de formación de los profesionales en las universidades.

En esencia, su desarrollo estuvo dado por las exigencias cada vez mayores de optimizar (o racionalizar) procesos, con la finalidad de analizar su estructura y organización.

Los métodos cuantitativos abarcan un conjunto de herramientas que basadas en la modelación matemática como método de estudio científico permiten la toma de decisiones óptimas.

Los métodos cuantitativos más estudiados son los siguientes:

- **Teoría de la Decisión.**
- **Teoría de Juegos.**
- **Técnicas de Pronóstico.**
- **Análisis estadísticos.**
- **Teoría de Redes y Grafos.**
- **Métodos PERT-CPM ( Programe Evaluation Reserach Task- Critical Path Method).**
- **Programación Lineal.**
- **Programación en Enteros.**

- **Programación no lineal.**
- **Modelos de Inventario.**
- **Modelos de Líneas de Espera.**
- **Simulación.**
- **Programación por Metas y Técnicas Multiobjetivos.**
- **Programación Dinámica.**
- **Procesos de Markov.**

En el presente curso abordaremos aquellos métodos que tienen una relación más directa con la formación de los profesionales, objetivo por el que trabajan todos los profesores que forman parte de la planta docente de una carrera determinada.

#### **FUNDAMENTOS TEORICOS DE LA MODELACION ECONOMICO MATEMATICA.**

Existen varias definiciones de "modelo" podemos asumir la siguiente "sistema representado en la mente o en la realidad, el cual se encuentra en determinadas relaciones con otro sistema (el original)" (Morales Pita, 1984). Los modelos matemáticos son aquellos constituidos por ecuaciones, inecuaciones, sus sistemas, gráficas, etc.

En su relación con el objeto original el modelo tiene las condiciones de reflejo o analogía, de representación y de extrapolación, es decir tiene explícitamente expresada una relación de parecido con el original, lo sustituye en los procesos del conocimiento y permite obtener información del mismo.

Puede decirse que la modelación matemática "es el proceso de imitar la realidad utilizando el lenguaje de las matemáticas" (Kent y Saft, 1992), este lenguaje es lo suficientemente rico como para tratar los más diversos problemas tanto por la materia de su contenido como por su complejidad.

La Modelación Matemática de los procesos económicos como disciplina científica agrupa los principios y reglas fundamentales que aseguran el estudio y análisis del comportamiento de sistemas físicos, biológicos y socio-económicos, a través de la representación abstracta de los mismos por medio de modelos matemáticos.

Los modelos matemáticos se corresponden con los llamados modelos formales donde el sistema económico en estudio se describe en su mayoría a través de ecuaciones e inecuaciones que expresan relaciones funcionales que contienen variables, las cuales, por su esencia, pueden ser de dos tipos: controlables y no controlables. Si además el objetivo económico forma parte del modelo, se tiene un modelo de optimización.

**Las variables controlables** son las denominadas " variables de decisión "; es decir, son aquellas que representan aspectos o elementos del sistema modelado que pueden ser afectados por el hombre. **Las variables no controlables** son aquellas sobre las cuales el hombre no puede ejercer acción.

La Modelación matemática tiene como objetivo principal el asegurar una modelación altamente calificada de los procesos y fenómenos económicos, para después con la técnica matemática más apropiada realizar la elaboración racional de la información existente para la dirección y la planificación. Efectuar el análisis cuantitativo, es decir, determinar los valores óptimos de las variables controlables de acuerdo con algún criterio de evaluación ( técnicas de optimización), o estudiar el efecto que sobre el comportamiento del fenómeno pueden tener diferentes conjuntos de valores de las variables. Esto permite asegurar la toma de las decisiones más racionales para el desarrollo de la organización y la elevación de su efectividad.

Como el sistema real en estudio puede contener elementos aleatorios que dan lugar a variables y relaciones aleatorias en el modelo matemático asociado, las técnicas de la Modelación Matemática se dividen en Deterministas o Estocásticas (probabilísticas).

Las técnicas deterministas requieren de menos esfuerzos computacionales y por lo general los problemas se resuelven analíticamente usando métodos como el Cálculo Diferencial, Métodos Numéricos y otros.

Los modelos matemáticos determinísticos son aquellos en los cuales las variables no son aleatorias y las relaciones entre ellas son exactas y bien definidas.

Por el contrario en los modelos matemáticos estadísticos o probabilísticos intervienen variables aleatorias, ya sean discretas o continuas sujetas a una distribución de probabilidad al menos una de ellas.

Entre las técnicas deterministas están La Programación Lineal, Transporte y Asignación, Teoría de Redes y Grafos y la Programación Dinámica.

Las técnicas probabilísticas se apoyan en la Teoría de Colas, Teoría de Inventarios, Simulación, Procesos de Markov y otros.

Cuestiones elementales sobre el proceso de modelación matemática que pueden servir de consulta a los profesores para su introducción en las clases.

## **EL PROCESO DE MODELACIÓN MATEMÁTICA**

El procedimiento de construcción de un modelo matemático efectivo requiere de habilidad, creatividad y evaluación objetiva por lo que con su introducción en nuestras clases potenciaremos todas estas cualidades en los alumnos. Para que se comprenda mejor el proceso es conveniente una exposición de modelos existentes que muestren los aspectos de la modelación, con la utilización de estos, el profesor puede ir introduciendo las diferentes etapas del proceso preparándolo para el trabajo independiente donde construirá otros.

Existen varios criterios sobre las fases o etapas del proceso de modelación, por su simplificación expondremos la propuesta siguiente:

### **Formulación del Problema**

Esta etapa generalmente se omite en las clases, pues los problemas se plantean al alumno ya formulados y él debe dedicarse a su interpretación, no obstante es conveniente incrementar las tareas en que se tenga que realizar esta etapa, en la cual debe obtenerse toda la información necesaria y organizarla para poder "expresarla" matemáticamente. Se necesita una descripción de los objetivos del sistema, es decir, qué se desea optimizar; identificar las variables implicadas, ya sean controlables o no; determinar las restricciones del sistema. Tener en cuenta las alternativas posibles de decisión. Para ello ha de tenerse una comprensión del área del conocimiento del problema lo mismo que de las matemáticas correspondientes. En esta etapa, puede que sea necesario la entrevista con personas que no sean matemáticos (conocedores del problema) y a leer la bibliografía pertinente.

### **Construcción del modelo**

En esta fase, el investigador o profesor debe decidir el modelo a utilizar para representar el sistema. Debe ser un modelo tal que relacione a las variables de decisión con los parámetros y restricciones del sistema. Los parámetros (o cantidades conocidas) se pueden obtener ya sea a partir de datos pasados o ser estimados por medio de algún método estadístico. Es recomendable determinar si el modelo es probabilístico o determinístico para definir el método cuantitativo a utilizar. El modelo puede ser matemático, de simulación o heurístico, dependiendo de la complejidad de los cálculos matemáticos que se requieran.

Después que se tiene el problema formulado, del análisis de este debe decidirse cuales variables serán consideradas, aquí se determinará cuáles características del objeto en estudio serán analizadas y cuales no, pues en el modelo solo deben estar representadas aquellas sobre las que se va a influir y las que se utilizarán para lograrlo; las primeras se llaman variables dependientes y las segundas variables independientes. Las variables que desechan son las que tienen poco o ningún efecto en el proceso. Esta es una de las razones de que un modelo represente al objeto en estudio solo para las características en estudio.

Las *variables independientes* tienen un efecto significativo y servirán como información de entrada para el modelo.

Las variables dependientes resultan afectadas por las independientes y son importantes en la solución del problema.

Esta primera parte de la etapa suele clasificarse como la de definición de variables del modelo, su importancia está en que de su elección depende la calidad del modelo como tal, no hay una forma única de escoger las variables de un modelo para el mismo problema, como tampoco la hay para la construcción de este, pero puede simplificarse mucho el trabajo si se hace con eficiencia.

Una vez definidas las variables que intervendrán se comienza con la determinación de las relaciones que existen entre ellas, las que se expresan en ecuaciones, inecuaciones, etc. Esto requiere un conocimiento profundo del área y una cabal comprensión del problema; por esta razón consideramos que el tema de ecuaciones diferenciales es ideal para profundizar en este proceso pues ya han recibido prácticamente todo el conocimiento matemático necesario y trabajarán problemas relacionados específicamente con otras disciplinas de la carrera acercándose más a la solución de problemas profesionales.

Se puede comenzar con un modelo preliminar, más sencillo, luego con base en la comprobación, "refinar" el modelo según sea necesario, es decir, este proceso es cíclico.

Cuando se ha construido el modelo conviene "cotejarlo" con el problema objeto de estudio, es importante revisar aspectos como lo razonable de las hipótesis, las dimensiones físicas de las variables, que no hayan ecuaciones redundantes o no compatibles con el resto, etc. Cada condición que plantea el problema debe tener su respaldo en el modelo.

### **Solución del modelo**

Una vez que se tiene el modelo, se procede a derivar una solución matemática empleando las diversas técnicas matemáticas para resolver problemas y ecuaciones. Debemos tener en cuenta que las soluciones que se obtienen en este punto del proceso, son matemáticas y debemos interpretarlas en el mundo real. Además, para la solución del modelo, se deben realizar análisis de sensibilidad, es decir, ver como se comporta el modelo ante cambios en las especificaciones y parámetros del sistema. Esto se hace, debido a que los parámetros no necesariamente son precisos y las restricciones pueden estar equivocadas.

En esta etapa entran a jugar un papel importante los diferentes medios computarizados que en la actualidad están disponibles así como los software profesionales que permiten obtener la solución óptima del modelo con un mínimo de operaciones.

### **Validación del modelo**

La validación de un modelo requiere que se determine si dicho modelo puede predecir con certeza el comportamiento del sistema. Un método común para probar la validez del modelo, es someterlo a datos pasados disponibles del sistema actual y observar si reproduce las situaciones pasadas del sistema. Pero como no hay seguridad de que el comportamiento futuro del sistema continúe replicando el comportamiento pasado, entonces siempre debemos estar atentos de cambios posibles del sistema con el tiempo, para poder ajustar adecuadamente el modelo.

Una vez obtenida la solución debe verificarse si esta proporciona una respuesta al problema pues de lo contrario habría que revisar todo desde el principio y detectar la dificultad. Cuando sea posible, la validez del modelo puede ser corroborada comparando sus predicciones con datos experimentales.

Como se dijo más arriba, se debe comenzar con modelos sencillos (preliminares) de los cuales, por supuesto, se obtendrán soluciones que requieren pocos cálculos o análisis, después, cuando el modelo se haya "refinado", hay que hacer una prueba para verificar si la solución obtenida es aceptable dadas las condiciones del problema en estudio.

Cada vez que se utilice un modelo se le está sometiendo a una prueba, por lo tanto el proceso no termina mientras se le esté utilizando lo que confirma su carácter cíclico.

Debe tenerse en cuenta que un modelo no es la realidad, sino una representación de ella, es decir, con él estudiamos algunas de las características del fenómeno y la solución que nos dará tiene que ver con estas, si queremos estudiar otras entonces se debe reformular el problema y el modelo. Si el modelo es más refinado proporcionará más información pero la verdadera prueba es su capacidad de encontrar una respuesta aceptable para el problema planteado.

En el proceso de resolución de problemas en que interviene la modelación matemática pueden cometerse dos tipos de errores, uno es tratar de resolver una situación compleja por métodos empírico intuitivos ofreciendo una solución burda a un problema que requería un modelo; el otro es, por el

contrario, tratar de aplicar un modelo a la solución de un problema para el cual no es requerido. De todo esto debemos alertar a los estudiantes, utilizando ejemplos ilustrativos.

### **Implementación de resultados**

Una vez que hayamos obtenido la solución o soluciones del modelo, el siguiente y último paso del proceso es interpretar esos resultados y dar conclusiones y cursos de acción para la optimización del sistema. Si el modelo utilizado puede servir a otro problema, es necesario revisar, documentar y actualizar el modelo para sus nuevas aplicaciones.

## **DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS CUANTITATIVOS**

### **Teoría de la Decisión**

La Teoría de la Decisión, en su sentido más amplio, tiene como objeto de estudio la toma racional de decisiones. Constituye una técnica matemática que permite determinar la mejor alternativa o curso de acción a fin de resolver un determinado problema económico, fundamentalmente en situaciones para las cuales la información es insegura o en algunos casos casi inexistentes.

### **Teoría de Juegos**

La teoría de juegos desarrollada por Von Neumann y Morgenstern en su libro clásico *The Theory of Games Behavior*, publicado en 1944, trata de la toma de decisiones bajo conflicto. Con la aparición de este libro el mundo comprendió cuán potente era el instrumento descubierto para estudiar las relaciones humanas. Un juego incluye dos o más tomadores de decisiones que buscan maximizar su propio bienestar, es decir, ganar. Actualmente tiene aplicaciones en la economía, en la ciencia política, en la biología, en la filosofía y sobre todo en los métodos de enseñanza a través de juegos didácticos (juegos de roles).

### **Técnicas de pronóstico**

Los pronósticos del futuro son datos importantes para la toma de decisiones administrativas. Los gerentes de comercialización necesitan pronósticos de ventas futuras para tomar las decisiones sobre precios, contratación, promoción y distribución. Los gerentes de producción necesitan pronósticos respecto del tiempo de producción para tomar decisiones sobre compras, personal, programación e inventarios. Los gerentes de contabilidad y finanzas requieren pronósticos de flujo de caja con el objetivo de tomar decisiones sobre préstamos, inversiones a corto plazo y financiamiento en general.

### **Teoría de Redes y Grafos**

Son muchos los problemas reales que se pueden plantear mediante estructuras de grafos o redes, su aplicación es notable en ingeniería, sociología, economía y especialmente en problemas relacionados con la organización industrial. Modelos de caminos o rutas extremales, accesibilidad, árboles de mínima expansión, son típicos dentro de este campo.

Los modelos de flujo (flujo en redes) están íntimamente relacionados con los problemas de teoría de grafos y aparecen cuando se hace circular un flujo a través de un grafo.

Uno de los problemas más característico consiste en determinar el flujo máximo que puede circular por la red. Otro más general puede ser el problema de flujo con costo mínimo, que ante otras aplicaciones permite la modelación de numerosas situaciones en las que debe gestionarse la producción y distribución de un producto o de un bien.

### **Planeación y Programación de Proyectos ( PERT-CPM )**

Cuando un proyecto consta de varias tareas, la coordinación de sus tiempos de ejecución tiene un gran efecto sobre el tiempo total que necesita la realización de dicho proyecto. Se busca un calendario de trabajo para las tareas que minimice el tiempo total de realización del proyecto o su costo total, sujeta a una serie de restricciones impuestas por las relaciones de precedencia existentes entre las tareas. Los métodos PERT y CPM son clásicos en la resolución de este tipo de problemas. Se pueden analizar también situaciones en las que exista escasez de uno o varios de los recursos necesarios para la ejecución de las tareas.

### **Programación Lineal**

Dentro de las técnicas de la Investigación de Operaciones la Programación Lineal es considerada como una técnica de avanzada y una de la más aplicada a los problemas de toma de decisiones, fundamentalmente decisiones económicas.

Dentro de la Programación Matemática es la técnica de optimización que se dedica a la formulación y resolución de problemas tales como: manejo eficiente de una economía; la mezcla de ingredientes de un fertilizante para satisfacer las especificaciones agrícolas a un costo mínimo; determinación del contenido de elementos nutritivos de cierto número de alimentos diferentes; transportación de un producto homogéneo desde  $m$  puntos de embarque u orígenes hasta  $n$  destinos con un costo mínimo y otros.

### **Programación en Enteros**

La programación en enteros, denominada por algunos autores programación discreta, constituye una rama de la programación matemática encaminada a resolver aquellos problemas donde se requiere que el valor que asuma al menos una de las variables de decisión, en la solución óptima, sea un número entero no negativo. Es aplicable a problemas que plantean secuencias o sucesión de actividades. Los modelos matemáticos de programación entera son aplicables a la selección de proyectos de inversión en condiciones limitadas de presupuesto

### **Programación no lineal**

Esta rama de la programación matemática estudia los algoritmos de solución de tareas donde los resultados no aumentan de forma proporcional a las variaciones de las magnitudes que intervienen en el proceso. Por ejemplo, en una tarea económica, la eficacia no aumenta de forma proporcional a las variaciones del volumen de recursos utilizados, la eficacia tampoco aumenta de forma proporcional a las variaciones de los volúmenes de producción. Los problemas donde la función objetivo es compleja y las restricciones, si existen, sean lineales o no- lineales, se denominan problemas de programación no-lineal y se resuelven sólo a través de métodos numéricos.

Los métodos existentes de programación no lineal se aplican bajo ciertas consideraciones sobre el carácter de las restricciones y de la función objetivo del modelo. Aún no se han elaborado métodos eficientes que permitan obtener la solución óptima de la tarea general de Programación no lineal. Las tareas más investigadas y trabajadas son las que tienen restricciones lineales y función objetivo no lineal.

### **Modelos de Inventario**

Se aplican cuando un sistema no produce, en un momento dado, la cantidad de bienes o servicios para satisfacer la demanda, y debe realizar un almacenamiento protector contra posibles inexistencias. Situaciones de este tipo implican adoptar decisiones relativas a producción, almacenamiento, inexistencias y otros, con el objetivo de minimizar costos de inventarios en base, principalmente a la predicción de la demanda.

### **Modelos de Líneas de Espera (Teoría de Colas)**

Una de las herramientas matemáticas más poderosas para realizar análisis cuantitativos de las redes de ordenadores es la teoría de colas de espera. Esta técnica se desarrolló primeramente para analizar el comportamiento estadístico de los sistemas de conmutación telefónica, sin embargo, desde entonces, también ha sido aplicada para resolver muchos problemas de redes.

Cuando un cliente llega a un sistema de demanda de un servicio y dicho sistema no es lo suficientemente rápido para terminar de atenderle antes de que llegue el siguiente, este último tendrá que esperar. En estos casos hay que planificar el sistema de servicio compaginando la inversión necesaria para aumentar la rapidez, con el beneficio obtenido por una menor espera, a fin de minimizar costo. Estos modelos son de útil aplicación en el estudio del flujo de reparaciones y mantenimiento de equipos.

En el análisis de líneas de espera se aplica la teoría de colas. Una *cola* es una línea de espera y la *teoría de colas* es una colección de modelos matemáticos que describen sistemas de líneas de espera particulares o *sistemas de colas*. Los modelos sirven para encontrar el comportamiento de estado estable, como la longitud promedio de la línea y el tiempo de espera promedio para un sistema dado. Esta información, junto con los costos pertinentes, se usa, entonces, para determinar la capacidad de servicio apropiada.

Ejemplos de sistemas de colas de espera se encuentran en las cajas registradoras de los supermercados, en las ventanillas despachadoras de boletos para la Serie Mundial de béisbol y en las salas de espera de los consultorios médicos. Los sistemas de colas de espera pueden definirse mediante cinco componentes:

1. La función de densidad de probabilidad del tiempo entre llegadas.
2. La función de densidad probabilidad del tiempo de servicio.

3. El número de servidores.
4. La disciplina de ordenamiento en las colas.
5. El tamaño máximo de las colas.

## **Simulación**

Desde el año 1949 se están dando definiciones de la palabra Simulación. Fue en este año precisamente cuando se uso por primera vez el término Simulación en su concepción actual con el método de simulación de Montecarlo, dado por John Von Neumann y Stanislaw Ulam. Shannon en 1975 la define como: " Simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a cabo experiencias con él, con la finalidad de aprender el comportamiento del sistema o evaluar diversas estrategias para el funcionamiento del sistema ".

En el marco de esta técnica, se entiende como modelo una forma simplificada de un sistema y un sistema como una representación de un conjunto de objetos o ideas que están interrelacionadas entre si como una unidad para la consecución de un fin.

Por otra parte Antonio Pérez Prado en 1993 la considera como una técnica de muestreo estadístico controlado para obtener observaciones en sistemas aleatorios, cuando los modelos analíticos no son suficientes. Son aspectos importantes, la generación de variables aleatorias y la reducción de la varianza. Los modelos de Simulación una vez construidos, no se " resuelven " como se haría, por ejemplo, con un modelo de programación lineal, sino que se " hacen funcionar ". Por lo tanto, lo que se obtiene de ellos no es una " solución " en el sentido en que se emplea esta palabra en modelos analíticos, sino una descripción de cómo funciona el sistema representado por el modelo, cuando tienen lugar ciertas circunstancias señaladas por el experimentador.

## **Programación Multiobjetivos**

En el modelo de Programación Lineal el objetivo a optimizar es único y viene recogido mediante una sola función económica. No obstante, existen situaciones reales en las que se precisa utilizar varios criterios para evaluar las diferentes alternativas disponibles que, a su vez, dan origen a más de un objetivo para optimizar

Es costumbre utilizar dos vías para la resolución de este tipo de problemas:

- Reducir todos los objetivos a uno, transformando el problema multiobjetivo en otro equivalente uniobjetivo.
- Afrontar el problema con la consideración simultánea de todos los objetivos.

## **Programación Dinámica**

En gran parte de los modelos de Investigación de Operaciones el valor óptimo de las variables de decisión se obtiene de forma colectiva, tratándolas de manera simultánea. Sin embargo, existen situaciones en las que este hecho no es posible y las decisiones se han de tomar de forma secuencial, etapa tras etapa, a lo largo de un determinado período de tiempo. La Programación Dinámica es una

técnica utilizada en la resolución de este tipo de problemas (procesos de decisión multietápicas) en los cuales hay que tomar una sucesión de decisiones interrelacionadas.

### Procesos de Markov

El análisis de Markov, llamado así en honor de un matemático ruso que desarrollo el método en 1907, permite encontrar la probabilidad de que un sistema se encuentre en un estado en particular en un momento dado. Más importante aún, permite encontrar el promedio a la larga o las probabilidades de estado estable para cada estado. Con esta información se puede predecir el comportamiento del sistema a través del tiempo. En los negocios, las cadenas de Markov se han utilizado para analizar los patrones de compra de los consumidores, para pronosticar las concesiones por deudores morosos, para planear las necesidades de personal y para analizar el reemplazo de equipos.

## INTRODUCCIÓN A TEORÍA DE LA DECISIÓN

Como ya se expresó anteriormente, la Teoría de la Decisión, en su sentido más amplio, tiene como objeto la toma racional de decisiones. Al decir de ciertos autores, la Teoría de la Decisión tiene un carácter de ciencia empírica y normativa, por cuanto sus conclusiones se hallan permanentemente sometidas al contraste de la experiencia y sus planteamientos se refieren también, permanentemente "a lo que debe ser" en una acepción claramente prescriptiva.

La Teoría de la Decisión, se enfoca en los textos desde dos puntos de vista: como proceso y como técnica cuantitativa. Nuestro estudio esta encaminado a desarrollar la teoría de la decisión como una **técnica cuantitativa** que sirve de apoyo para la toma de decisiones en problemas que presentan determinadas características.

En ese sentido puede plantearse que, la Teoría de la Decisión constituye una técnica matemática que permite determinar la mejor alternativa o curso de acción a fin de resolver un determinado problema económico, fundamentalmente en situaciones para las cuales la información es insegura o en algunos casos casi inexistentes.

Algunos autores la clasifican dentro de la Estadística y otros dentro de la Investigación de Operaciones y se le conoce bajo diferentes nombres: Teoría de la Decisión, Análisis de Decisión, Teoría Estadística de la Decisión, Teoría de las decisiones estadísticas, Teoría Bayesiana de la decisión e incluso Teoría de los Juegos estadísticos.

El aspecto esencial de los problemas que aborda la Teoría de la Decisión es que, para su solución, debe solo escogerse una alternativa o curso de acción dentro de las posibles, y la selección de dicha acción debe hacerse antes de que se conozca que evento (acciones externas no sujetas al control del decisor ) ocurrirá.

Antes de desarrollar las técnicas matemáticas propias de la teoría de la decisión se aborda un conjunto de conceptos básicos que recogen la terminología generalmente aceptada por los autores que tratan esta técnica.

Se entiende por "**decisión**" va a suponer una "**elección**" o "**selección**" fundamentada en criterios de algún carácter bien establecido; esto es, "decisión" va a suponer una elección de acuerdo con un cuerpo de criterios que contemple, no solo el conocimiento previo de la gama de opciones, sino además una evaluación de los resultados posibles y la existencia de un ente decisor. Ello a su vez entraña que las condiciones de adopción de decisiones pueden dar origen a formulaciones claramente diferenciadas, por lo que debemos tener claros los elementos que componen una situación de decisión.

## **ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE UNA SITUACION DE DECISION**

La mayoría de los autores que tratan la Teoría de la Decisión concuerdan que son cinco los elementos básicos que están presentes en una situación de decisión. Estos elementos son:

- 1- La existencia de un conjunto de decisiones alternativas (acciones, cursos de acción, estrategias)
- 2- Un conjunto de acciones externas que enfrenta el que toma la decisión, que se denominan estados de la naturaleza, y que constituyen el ambiente o contexto estructural en el que se presenta el problema.
- 3- Los Resultados que se obtienen por el uso de una alternativa determinada para los posibles estados de la naturaleza.
- 4- La existencia de un decisor a quien corresponde proponer los criterios de selección y aplicarlos.
- 5- El grado de conocimiento que se tiene sobre el comportamiento de los estados de la naturaleza.

De estos elementos, los tres primeros constituyen los elementos intrínsecos o esenciales de una decisión, mientras los dos restantes tienen más bien un carácter metodológico. Con respecto a estos elementos conviene destacar lo siguiente:

**DECISIONES ALTERNATIVAS:** Son las alternativas, cursos de acción o estrategias de entre las cuales el que toma la decisión debe elegir. Deben expresarse en términos mutuamente excluyentes.

**ESTADOS DE LA NATURALEZA:** Son las circunstancias o acciones externas que afectan el resultado de una decisión, pero que están fuera del control del decisor. Se les denomina también **EVENTOS**, y deben expresarse en términos mutuamente excluyentes y ser colectivamente exhaustivos.

**RESULTADOS:** Pueden expresarse en términos económicos (ganancia, costo, etc.) o en términos de alguna medida no monetaria como preferencias o escalas de valoración.

El **AMBIENTE** de la decisión: Este ambiente puede concretarse, convencionalmente en tres modalidades fundamentales:

- **Ambiente de Certeza o certidumbre** : Decimos que se presenta cuando el decisor conoce con precisión, y a priori, el estado de la naturaleza que va a presentarse
- **Ambiente de riesgo:** Decimos que se presenta cuando el conjunto de los estados de la naturaleza es de carácter aleatorio, conociéndose la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos

- **Ambiente de incertidumbre** : Se presenta cuando el conjunto de los estados de la naturaleza es aleatorio, pero no se conoce o no puede establecerse la probabilidad de ocurrencia de cada uno de ellos

Lo anterior significa que la Teoría de la Decisión proporciona una manera útil de clasificar los tipos de situaciones en que puede tomar una decisión, en función del "ambiente" de la decisión, esto es, según sea el conocimiento que se tenga sobre el conjunto de los estados de la naturaleza.

De acuerdo con esto se tienen tres situaciones de toma de decisiones ( Certeza Riesgo e Incertidumbre), las cuales dan lugar a una manera de clasificar los modelos para la toma de decisiones. De ahí que se hable de modelos para la toma de decisiones en condiciones (ambiente) de certeza, riesgo e incertidumbre.

La información asociada a los problemas tratados por la teoría de la decisión se representan normalmente mediante herramientas que en un caso se trata de un modelo matricial denominado matriz de decisión o matriz de pagos y en el otro de los llamados árboles de decisión.

### MATRIZ DE DECISION

La matriz de decisión, también llamada matriz de pagos, proporciona una estructura organizada en la cual aparecen los tres elementos o partes esenciales de una situación de decisión, representándose como sigue:

| Decisiones<br>Alternativas | Estados de la Naturaleza |     |     |     |     |     |     |
|----------------------------|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                            | E1                       | E2  | E3  | ... | Ej  | ... | En  |
| D1                         | R11                      | R12 | R13 | ... | R1j | ... | R1n |
| D2                         | R21                      | R22 | R23 | ... | R2j | ... | R2n |
| D3                         | R31                      | R31 | R33 | ... | R3j | ... | R3j |
| .                          | .                        | .   | .   |     | .   |     | .   |
| .                          | .                        | .   | .   |     | .   |     | .   |
| Di                         | Ri1                      | Ri2 | Ri3 | ... | Rij | ... | Rin |
| .                          | .                        | .   | .   |     | .   |     | .   |
| .                          | .                        | .   | .   |     | .   |     | .   |
| Dm                         | Rm1                      | Rm2 | Rm3 | ... | Rmj | ... | Rmn |
| Probabilidad               | P1                       | P2  | P3  | ... | Pj  | ... | Pm  |

donde:

**Di**: i-ésima decisión alternativa (estrategia o curso de acción) disponible para el que toma la decisión

**Ej**: j-ésimo estado de la naturaleza o evento

**Pj**: Probabilidad que ocurra el estado de la naturaleza Ej

**Rij**: Resultado que se obtiene si se adopta la decisión alternativa i y ocurre el estado de la naturaleza j

En los casos en que no se conozca la probabilidad (situación de incertidumbre) la matriz de decisión solo estará compuesta por las decisiones alternativas, los estados de la naturaleza y los resultados.

Finalmente debe señalarse que en la teoría de la decisión se utilizan los llamados **modelos de decisión**, que no son más que criterios que sirven para determinar la mejor alternativa, curso de acción o estrategia a fin de resolver un problema de decisión dado.

Una razón particularmente importante para considerar estos modelos es el conocimiento del enfoque y la lógica utilizada en su aplicación.

## **TOMA DE DECISIONES EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE: CRITERIOS DE DECISION.**

Existe incertidumbre cuando el problema económico a resolver no se ha presentado con anterioridad, o somos incapaces de estimar la probabilidad de que se produzca cada uno de los estados de la naturaleza y entonces debemos acudir a criterios cualitativos en vez de cuantitativos.

En tales circunstancias, cada decisión alternativa o curso de acción conducirá a un resultado posible, contenido dentro de un conjunto de resultados posibles, pero no se puede saber que resultado se obtendrá, ni tampoco aplicar criterios deterministas.

Por otra parte debe destacarse que a toda decisión, aún en situación de certeza va unido un elemento de riesgo que es posible valorar y reducir dentro de ciertos límites, pero nunca eliminarlo del todo.

**Los criterios de decisión que se emplean cuando predominan las condiciones de incertidumbre reflejan los valores personales y las actitudes fundamentales hacia el riesgo que acepta correr el que toma la decisión.**

Es evidente que en este caso, al no conocerse ni siquiera la probabilidad de que se produzca cada estado de la naturaleza se corre un riesgo mayor de tomar una decisión totalmente desacertada. El que toma la decisión puede en este caso tener una actitud optimista, o pesimista o adoptar una actitud intermedia.

Los principales criterios de decisión para la situación de incertidumbre son los siguientes:

- Criterio Pesimista o de Wald
- Criterio Optimista
- Criterio de Laplace
- Criterio de Savage
- Criterio de Hurwicz

## **TOMA DE DECISIONES EN CONDICIONES DE RIESGO: CRITERIOS DE DECISION**

Cuando más complejos son los problemas y cuanto más aumenta el número de alternativas posibles, así como el número e importancia de los factores que se están considerando, tanto mayor es el coeficiente de riesgo en la adopción de decisiones. La habilidad del que toma la decisión está precisamente en saber valorar donde es posible reducir al mínimo el coeficiente de riesgo.

Una vía para valorar el riesgo es la introducción de probabilidades. Esto conduce a la toma de decisiones en la llamada situación de riesgo, situación en la cual se le puede asociar una probabilidad a la ocurrencia de cada estado de la naturaleza.

Las fuentes de las probabilidades pueden ser:

- La historia del pasado
- El juicio subjetivo

### **HISTORIA DEL PASADO**

Una fuente de probabilidades es la historia del pasado. Este enfoque supone que una buena base para predecir lo que sucederá en el futuro es aquello que ocurrió en el pasado. Si se puede suponer que el futuro será parecido al pasado, las frecuencias relativas se convierten en las probabilidades de los eventos futuros. Esto, por supuesto, no tiene siempre que ser así, y existen muchos ejemplos de errores debido a la incapacidad de los administradores de ver el futuro diferente al pasado.

### **EL JUICIO SUBJETIVO**

Se puede definir la probabilidad subjetiva como aquella que le asigna una persona a un evento o estado de la naturaleza basándose en su juicio subjetivo. Esta fuente de probabilidad no excluye el uso de datos, más bien, el que toma la decisión da su interpretación personal al significado de los mismos.

Las asignaciones de probabilidad subjetivas se dan frecuentemente cuando los eventos ocurren una sola vez, y a lo máximo unas cuantas veces. Las decisiones administrativas de nivel superior se enmarcan en muchas ocasiones en situaciones de esta naturaleza por lo que a este nivel, los ejecutivos se apoyan constantemente en las probabilidades subjetivas.

Al igual que en el caso de toma de decisiones en incertidumbre, en el caso de riesgo también existen diferentes criterios que pueden servir de apoyo cuantitativo en la toma de decisiones. Fundamentalmente se abordan:

- Criterio del Valor Esperado.
- Criterio de la Pérdida de Oportunidad Esperada.

### **CRITERIO DEL VALOR ESPERADO**

El criterio de valor esperado es uno de los más utilizados en la toma de decisiones bajo riesgo, garantizando el mejor resultado a largo plazo, o sea, cuando se repita la decisión seleccionada de acuerdo con este criterio por un largo período de tiempo.

El concepto de valor esperado es pues un concepto que proporciona resultados "a la larga", es como un promedio proyectado al futuro. Si se repitiera la misma situación una y otra vez, se esperaría que el promedio de todos los resultados fuera el mismo que el valor esperado que se calculó.

El uso de este criterio no asegura que todas las decisiones resulten ser la selección más sabia. En un mundo probabilista nada puede ofrecer este tipo de garantía. Pero si este concepto se aplica consistentemente a las situaciones de toma de decisiones, a la larga deberá llevar a soluciones de alta calidad.

Para aplicar este criterio se calcula el valor esperado de cada alternativa  $i$  aplicando la siguiente expresión:

$$VE_i = \sum_{j=1}^n R_{ij} P_j$$

donde:

$VE_i$ : Valor esperado para la alternativa  $i$

$P_j$ : Probabilidad asociada al evento o estado de la naturaleza  $j$

La regla de decisión es escoger la alternativa que proporcione el **MEJOR VALOR ESPERADO**

Para Ganancia:  $MAX VE_i$

Para Costo:  $MIN VE_i$

### **CRITERIO DE LA PÉRDIDA DE OPORTUNIDAD ESPERADA.**

Para aplicar este criterio se calcula, para cada alternativa el valor esperado de la pérdida de oportunidad como sigue:

$$VEO_i = \sum_{j=1}^n O_{ij} P_j$$

donde:

$VEO_i$ : es el valor esperado de la pérdida de oportunidad para la alternativa  $i$

El criterio de selección es escoger la alternativa que proporcione el valor mínimo, o sea:  
 $MIN VEO_i$

### **EL VALOR DE LA INFORMACION PERFECTA**

Los criterios de decisión estudiados hasta ahora han sido tomadas en base a la información que el decisor tiene a priori sobre los posibles estados de la naturaleza. ¿Estaría el decisor dispuesto a pagar por obtener información adicional sobre cuáles serán las circunstancias reales? ¿Cuál sería el valor de esa información?

Se le llama información perfecta a la información que dice exactamente lo que va a ocurrir, esto es, cuando se sabe exactamente el estado de la naturaleza que va a presentarse.

Si sabemos con exactitud el estado de la naturaleza que ocurrirá es fácil determinar la alternativa que debe elegirse, pues es evidente que en ese caso se elegirá la alternativa que proporciona el mejor resultado. Supongamos el caso en que estemos considerando una matriz de decisión cuyos resultados

representan ganancia. Calculemos entonces la ganancia esperada con información perfecta, empleando para ello la siguiente expresión:

$$GEIP = \sum_{j=1}^n R_j^* P_j$$

donde:

GEIP: Ganancia esperada con información perfecta

$R_j^*$ : Resultado máximo para el estado de la naturaleza j

$P_j$ : Probabilidad del estado de la naturaleza j

Sin embargo, este valor esperado tiene que ser considerado para el problema de decisión como una expectativa a priori, esto es, antes de que se disponga de la información perfecta. Una vez que se dispone de la información no hay "ganancia esperada".

No obstante lo anterior, el decisor estaría dispuesto a pagar por obtener la información perfecta. Pero ¿Hasta cuanto?

A ese valor se le denomina Valor esperado de la información perfecta y lo denotaremos por VEIP.

En general se plantea que  $VEIP = GEIP - VEO$

Donde VEO indica el valor esperado que proporciona el mejor resultado en términos de ganancia

Conocer el valor de la información perfecta permite reducir el nivel de pérdida de oportunidad esperada. (Recordar que la pérdida de oportunidad esperada es en esencia la diferencia entre lo que ganamos y lo que quisiéramos ganar).

Si la matriz de decisión esta dada en términos de costo entonces el costo esperado de la información perfecta se calcula como

$$CEIP = \sum_{j=1}^n R_{ij}^* P_j$$

y entonces  $VEIP = VEO - CEIP$

### EJEMPLO DEMOSTRATIVO 1

El administrador de un establecimiento que se dedica a la venta de distintos productos conoce que, de un producto en particular que se vende diariamente, solo puede ordenarlo a su suministrador en lotes de 100 libras y que sus facilidades de almacenamiento permiten una orden máxima de 400 libras.

Su experiencia le indica que el rango de demanda diaria va de 100 a 400 libras, comportándose como sigue:

| Demanda      | 100 lbs. | 200 lbs. | 300 lbs. | 400 lbs. |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| Probabilidad | 0.15     | 0.25     | 0.40     | 0.20     |

El precio de venta del producto es de \$0.50 la libra y el costo de adquisición por libra es de \$0.30. Si el producto no se vende en el día, puede venderse todo el que queda al día siguiente a razón de \$0.20 la libra.

El administrador desea determinar la cantidad de producto que debe ordenar cada día de forma que logre la máxima ganancia.

En esas condiciones ¿Que decisión es la mas recomendable para el administrador?

### ÁRBOLES DE DECISION

Un árbol de decisión es una representación gráfica que permite estructurar, de una forma clara y sencilla el proceso de toma de decisiones. Dicha representación gráfica se realiza mediante un grafo o red, en el cual se refleja la secuencia de las decisiones a tomar y los diversos eventos o estados de la naturaleza que pueden suceder. Para la construcción del árbol es necesario considerar las diferentes alternativas o cursos de acción y los posibles eventos asociados a cada curso de acción.

En la construcción de este árbol un **cuadrado** significa un punto de decisión, es decir, en este punto un curso de acción (el más adecuado) debe ser seleccionado. Un **círculo** representa los posibles eventos asociados a un curso de acción. Las ramas del árbol se representan por **líneas**.

Se utilizan para denotar las decisiones (ramas de decisión) o los estados de la naturaleza (ramas de oportunidad). En la rama de oportunidad se anota la probabilidad de que ocurra un estado dado de la naturaleza

El final del árbol lo indican las llamadas Ramas Terminales, las cuales pueden ser ramas de decisión o de oportunidad. Al lado de éstas se reflejan los Resultados o Pagos. Estos se calculan a través del árbol siguiendo un procedimiento que se detallará más adelante.

Los árboles de decisión pueden representar un proceso de decisión en el cual se debe tomar una decisión (monoetápicas) o una secuencia de decisiones (multietápicas), aunque debe destacarse que los árboles de decisión se usan fundamentalmente en los casos en que se debe tomar una secuencia de decisiones más que una sola decisión.

En la toma de decisiones empresariales son frecuentes las situaciones en las que el decisor debe adoptar una secuencia de decisiones, ya que una decisión en el momento actual puede condicionar y exigir otras decisiones en momentos de tiempo posteriores. El análisis basado en el árbol de decisión es una herramienta útil en la toma de decisiones referente a inversiones, la adquisición o venta de propiedades, la estrategia de nuevos productos, etc.

En estos casos, la elaboración de una matriz de decisión se complica enormemente y resulta más fácil de expresar la situación mediante un árbol de decisión. Mirando éste se podrán analizar más fácilmente todas las combinaciones posibles decisiones-estados de la naturaleza así como su secuencia. Después se investigan estas combinaciones usando el concepto de valor esperado para determinar la mejor secuencia de acciones a emprender.

Una vez construido el árbol de decisión se deben reflejar las probabilidades en las Ramas de oportunidad y proceder a calcular los Resultados que se deben reflejar en las Ramas Terminales. En el caso de los árboles monoetápicos los resultados se obtienen directamente de la matriz de decisión.

Los Resultados se calculan para cada uno de los posibles "camino" (En realidad son "cadenas" pues el árbol es un grafo no orientado) de que consta el árbol de decisión. Después es necesario proceder al "análisis" del árbol el cual nos debe conducir a la solución.

### **El análisis en el árbol de decisión:**

La técnica de solución es muy simple y muy similar a programación dinámica para atrás ( algunos autores de libros en inglés le llaman a esta técnica “ rollback produce”, o “ rolling backward”). Con esta técnica se comienza en los extremos de las ramas del árbol de decisión y se marcha hacia atrás hasta alcanzar el nodo inicial de decisión. A través de este recorrido, se deben utilizar las siguientes reglas:

- a) Si el nodo es un nodo de posibilidad (círculo), se obtiene el valor esperado de los eventos asociados a ese nodo.
- b) Si el nodo es un nodo de decisión ( cuadrado), entonces se selecciona la alternativa que maximiza o minimiza los resultados que están a la derecha de ese nodo.

Para ilustrar la aplicación de esta técnica se desarrollará un ejemplo relacionado con el análisis y evaluación de proyectos de inversión.

## **EL ENFOQUE DE ÁRBOLES DE DECISIÓN EN PROYECTOS DE INVERSIÓN.**

El análisis y evaluación de nuevas inversiones en una empresa constituye una de las decisiones más importantes a la que se deben enfrentar los directivos de dicha organización.

Los efectos de una decisión de inversión no son de forma inmediata, se requiere de un monto determinado de capital e insumos de varios tipos así como garantizar su factibilidad económica, social y financiera en forma eficiente segura y rentable (Adolfo Blanco R, 2001).

Una mala decisión en proyectos de inversión, repercute significativamente en la posición financiera de la empresa y en las metas y estrategias fijadas a largo plazo.

Las decisiones generalmente se basan en predicciones de lo que ocurrirá en el futuro estando presente el riesgo y la incertidumbre.

Las decisiones de proyectos de inversión son caracterizadas por un grado alto de incertidumbre a la que están asociadas, según Coss Bu, 1997 dos problemas fundamentales: El primero se refiere a la conversión de los flujos de efectivo futuros de acuerdo a cualquiera de los criterios económico tales como valor presente y tasa interna de rendimiento, y el segundo se refiere precisamente al entendimiento y evaluación de la incertidumbre.

**Ante toda propuesta de inversión, está presente el riesgo y la incertidumbre.** Es por ello que uno de los problemas más importantes en decisiones de inversión es el manejo de la incertidumbre que casi siempre existe en toda decisión de inversión.

**Entre los métodos cuantitativos para manejar la incertidumbre, se encuentran: La simulación, el análisis de riesgo y los árboles de decisión.** Estas técnicas han tenido una mayor o menor aceptación en las empresas de acuerdo a la preparación y dominio de las mismas por parte de los administrativos.

Existen situaciones de decisiones secuenciales, es decir, decisiones que se toman en un momento dado que pueden implicar tomar nuevas decisiones en un futuro más o menos lejano, que no pueden ser representadas, analizadas y solucionadas por una matriz de consecuencias o matriz de pago como también se le conoce.

Es precisamente en este tipo de decisiones donde es aplicable la técnica de árboles de decisión para representar y analizar una serie de inversiones hechas a través del tiempo.

## EJEMPLO DEMOSTRATIVO 2

Suponga que una empresa desarrolla un nuevo producto que piensa introducir al mercado. Para la producción del nuevo producto se requiere construir una nueva planta ya que la tecnología existente no satisface los requerimientos del mismo. Los posibles cursos de acción para la empresa son: **construir una planta grande, o construir una planta pequeña.** Para esta última alternativa es posible ampliar la planta si la demanda en los primeros años es alta. El costo de la planta grande se estima en \$ 5 millones y el de la planta chica en \$ 3 millones.

La empresa considera que el horizonte de 10 años que usualmente utiliza en la evaluación de nuevos proyectos de inversión, puede ser dividido en dos períodos. El primero de tres años en el que fundamentalmente sirve para analizar el comportamiento que la demanda sigue durante ese tiempo, y el segundo para tomar la decisión de ampliación en caso que se haya construido la planta pequeña y la demanda en el primer período haya sido alta.

Si se construye la planta grande y la demanda es alta en el primer período, entonces los ingresos netos anuales se estiman en \$2 millones. Si la demanda es alta en los primeros 3 años, y alta en los 7 restantes, entonces los ingresos netos anuales del segundo período se estiman en \$2.2 millones. Si la demanda es alta en el primer período y en el segundo es baja, entonces los ingresos netos anuales del segundo período se estiman en \$1.5 millones. Si la demanda es baja en el primer período, entonces la demanda también será baja en el segundo período y los ingresos netos anuales durante los 10 años se estiman en \$1 millón.

Por otra parte, si se construye la planta pequeña, y la demanda es alta en los primeros tres años, entonces los ingresos netos anuales se estiman en \$0.8 millones. Si la demanda es baja en los 3 primeros años, entonces la demanda también será baja en los 7 años restantes, y los ingresos netos anuales durante los 10 años se estiman en \$0.4 millones. Si la demanda es alta en el primer período, se puede, o no, ampliar la planta a un costo de \$4 millones. Si se amplía la planta y la demanda es alta, entonces los ingresos netos anuales del segundo período se estiman en \$2.5 millones. Si se amplía la planta y la demanda es baja, entonces los ingresos netos anuales del segundo período se estiman en \$1.5 millones. Si no se amplía la planta, y la demanda es alta, entonces los ingresos netos anuales del

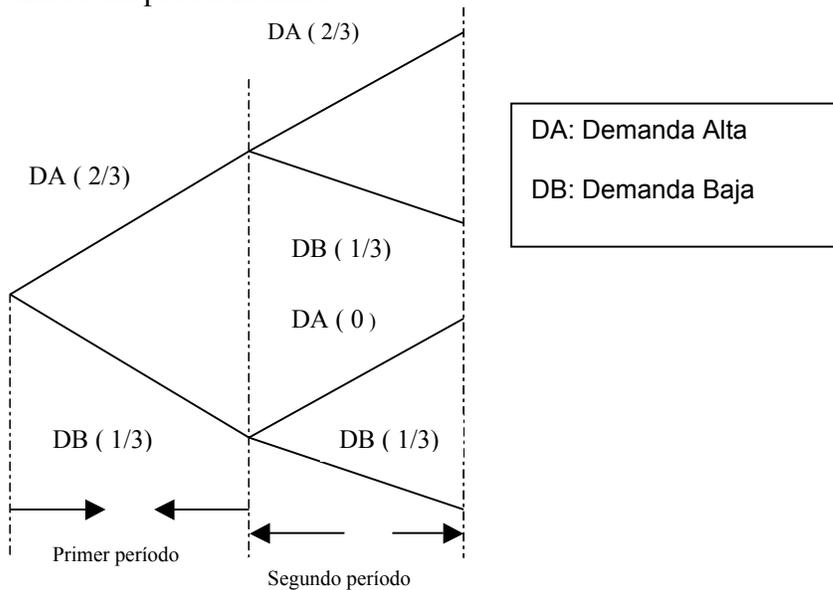
segundo período se estiman en \$1 millón. Si no se amplía la planta, y la demanda es baja, entonces los ingresos netos anuales del segundo período se estiman en \$0.7 millones.

A los efectos del análisis de la situación planteada se considera que la Tasa de Recuperación Mínima Atractiva ( TREMA ) es de 20%.

El departamento de Mercadotecnia de esta empresa estima que las probabilidades de que la demanda sea alta o baja en los próximos 10 años se comportan como se expresa en el esquema.

Tomado y modificado de " Análisis y evaluación de proyectos de inversión " de Coss Bu.

Esquema de las probabilidades.



## ANEXO 1

### CRITERIOS DE DECISION PARA LA TOMA DE DECISIONES EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

#### ➤ CRITERIO PESIMISTA DE DECISION (WALD)

Para ganancia:  $\text{MAX MIN } R_{ij}$   
(Caso de Máximo)  $i \quad j$

Para costo:  $\text{MIN MAX } R_{ij}$   
(Caso de Mínimo)  $i \quad j$

#### ➤ CRITERIO OPTIMISTA DE DECISION

Para ganancia:  $\text{MAX}_i \text{MAX}_j R_{ij}$

Para costo:  $\text{MIN}_i \text{MIN}_j R_{ij}$

➤ **CRITERIO DE LAPLACE**

Para ganancia:  $\text{MAX}_i \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_{ij}$

Para costo:  $\text{MIN}_i \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_{ij}$

➤ **CRITERIO DE SAVAGE (CRITERIO DE "PERDIDA DE OPORTUNIDAD")**

SE CONSTRUYE PRIMERO LA MATRIZ DE PERDIDA DE OPORTUNIDAD, CUYOS ELEMENTOS  $O_{ij}$  SE CALCULAN COMO SIGUE:

Para Ganancia  $O_{ij} = R_j^* - R_{ij}$  DONDE:  $R_j^*$  MEJOR RESULTADO PARA EL ESTADO DE LA NATURALEZA E j.

Para Costo  $O_{ij} = R_{ij} - R_j^*$

CRITERIO DE DECISION:  $\text{MIN}_i \text{MAX}_j O_{ij}$

➤ **CRITERIO DE HURWICZ**

SE DEFINE UN COEFICIENTE DE OPTIMISMO  $\alpha$  DONDE SE CALCULA ENTONCES UN VALOR  $H_i$  COMO SIGUE:

Para Ganancia :  $H_i = \alpha \text{MAX}_j R_{ij} + (1 - \alpha) \text{MIN}_j R_{ij}$

CRITERIO DE DECISION:  $\text{MAX}_i H_i$

Para Costo :  $H_i = \alpha \text{MIN}_j R_{ij} + (1 - \alpha) \text{MAX}_j R_{ij}$

CRITERIO DE DECISION:  $\text{MIN}_i H_i$

## ANEXO 2

CRITERIOS DE DECISION PARA LA TOMA DE DECISIONES EN CONDICIONES DE RIESGO.

➤ **VALOR ESPERADO: CALCULA EL VALOR ESPERADO PARA CADA DECISION ALTERNATIVA COMO SIGUE:**

(media de cualquier distribución probabilística)

$$VE_i = \sum_{j=1}^n R_{ij} P_j \quad \text{donde:}$$

VE<sub>i</sub>: Valor esperado para la alternativa i

P<sub>j</sub>: Probabilidad asociada al evento o estado de la naturaleza j

**CRITERIO DE DECISION:** PARA GANANCIA:  $\text{MAX } VE_i$

PARA COSTO:  $\text{MIN } VE_i$

- **PERDIDA DE OPORTUNIDAD ESPERADA : UTILIZANDO LA MATRIZ DE PERDIDA E OPORTUNIDAD ESPERADA SE CALCULA EL VALOR ESPERADO DE LA PERDIDA DE OPORTUNIDAD PARA CADA DECISION ALTERNATIVA COMO SIGUE:**

$$VEO_i = \sum_{j=1}^n O_{ij} P_j$$

donde  $VEO_i$ : es el valor esperado de la pérdida de oportunidad para la alternativa  $i$

**CRITERIO DE DECISION:**  $\text{MIN } VEO_i$

- **FUTURO PROBABLE** SE DETERMINA EL ESTADO DE LA NATURALEZA CON MAYOR PROBABILIDAD  $P_j$ . SE PRESUPONE QUE ESE SERA EL ESTADO DE LA NATURALEZA QUE SE PRESENTARA Y ENTONCES EL **CRITERIO DE DECISION** SERA:

PARA GANANCIA:  $\text{MAX } R_{i,j}$

PARA COSTO:  $\text{MIN } R_{i,j}$

- **NIVEL DE ASPIRACION** EL DECISOR PREFIJA UN VALOR DE RESULTADO AL QUE ASPIRA CON SU DECISION ( mínimo para ganancia y máximo para costo). SE CALCULA PARA CADA DECISION ALTERNATIVA LA SUMA DE LAS PROBABILIDADES DE LOS ESTADOS DE LA NATURALEZA PARA LOS CUALES SE CUMPLA QUE EL RESULTADO SE AJUSTE AL NIVEL DE ASPIRACION PREFIJADO.

**CRITERIO DE DECISION:** SE SELECCIONA LA ALTERNATIVA CON MAYOR VALOR DE PROBABILIDAD.

### ANEXO 3

#### SOLUCION ejemplo 1

En este caso, lo primero que se debe construir es la matriz de decisión, la cual se presenta en la siguiente tabla:

| Decisiones alternativas | Estados de la Naturaleza |                 |                 |                 |
|-------------------------|--------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                         | Demanda 100 lbs          | Demanda 200 lbs | Demanda 300 lbs | Demanda 400 lbs |
| D1: Comprar 100 lbs     | 20                       | 20              | 20              | 20              |
| D2: Comprar 200 lbs     | 10                       | 40              | 40              | 40              |
| D3: Comprar 300 lbs     | 0                        | 30              | 60              | 60              |
| D4: Comprar 400 lbs     | -10                      | 20              | 50              | 80              |
| <b>Probabilidades</b>   | 0.15                     | 0.25            | 0.40            | 0.20            |

Para el cálculo de los resultados se ha tenido en cuenta el ingreso que se obtiene por la venta del producto y el costo que esto representa. Obsérvese que en la diagonal principal se obtienen los mayores valores para la

ganancia al coincidir la cantidad de producto que se compra con la que se vende. Por otra parte a partir de la diagonal y siguiendo la fila los valores se repiten. Esto es debido a que por ejemplo si se compran 200 libras y la demanda es de 300 su ganancia es de 40 pues solo dispone para vender de 200 libras.

Para el caso en que la demanda es menor que la oferta hay que tener en cuenta que existe un ingreso adicional por la venta del producto al día siguiente. Así por ejemplo el resultado R41 se calcula de la forma siguiente:

$$R41 = (100)(0.50) + (300)(0.20) - (400)(0.30) = -10$$

Una vez construida la matriz de decisión se procede a aplicar los criterios para la toma de decisiones en riesgo.

### CRITERIO DE VALOR ESPERADO

Utilizando los datos de la matriz de decisión se tiene:

$$VE1 = 20(0.15) + 20(0.25) + 20(0.40) + 20(0.20) = 20$$

$$VE2 = 10(0.15) + 40(0.25) + 40(0.40) + 40(0.20) = 35.50$$

$$VE3 = 0(0.15) + 30(0.25) + 60(0.40) + 60(0.20) = 43.50$$

$$VE4 = -10(0.15) + 20(0.25) + 50(0.40) + 80(0.20) = 39.50$$

De acuerdo con los resultados de este criterio la decisión a recomendar es solicitar diariamente 300 lbs, lo cual proporcionaría una ganancia máxima esperada diaria de \$43.50

### CRITERIO DEL VALOR ESPERADO DE LA PÉRDIDA DE OPORTUNIDAD

Para aplicar este criterio debe primeramente calcularse la matriz de pérdida de oportunidad que se presenta en la siguiente tabla:

#### MATRIZ DE PÉRDIDA DE OPORTUNIDAD

| Decisiones alternativas | Estados de la Naturaleza |                    |                    |                    |
|-------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                         | Demanda<br>100 lbs       | Demanda<br>200 lbs | Demanda<br>300 lbs | Demanda<br>400 lbs |
| D1: Comprar 100 lbs     | 0                        | 20                 | 40                 | 60                 |
| D2: Comprar 200 lbs     | 10                       | 0                  | 20                 | 40                 |
| D3: Comprar 300 lbs     | 20                       | 10                 | 0                  | 20                 |
| D4: Comprar 400 lbs     | 30                       | 20                 | 10                 | 0                  |
| <b>Probabilidades</b>   | 0.15                     | 0.25               | 0.40               | 0.20               |

A partir de esta matriz y aplicando el criterio se obtienen los siguientes resultados:

$$VEO1 = 0(0.15) + 20(0.25) + 40(0.40) + 60(0.20) = 33.00$$

$$VEO2 = 10(0.15) + 0(0.25) + 20(0.40) + 40(0.20) = 17.50$$

$$VEO3 = 20(0.15) + 10(0.25) + 0(0.40) + 20(0.20) = 9.50$$

$$VEO4 = 30(0.15) + 20(0.25) + 10(0.40) + 0(0.20) = 33.00$$

De acuerdo a los resultados obtenidos la decisión a recomendar es solicitar diariamente 300 libras lo cual le proporcionaría la menor pérdida de oportunidad que es en este caso de \$9.50.

Nótese que ambos criterios conducen al mismo resultado; esto no es casual, siempre se comporta de esa manera, por tanto aplicando solo uno de ellos se puede determinar cual debe ser la decisión que proporciona el mejor resultado. Sin embargo, resulta de interés el cálculo de la pérdida de oportunidad, según se mostrará a continuación cuando se calcule el valor esperado de la información perfecta.

### VALOR ESPERADO DE LA INFORMACION PERFECTA

Para calcular este valor se calculará primeramente la ganancia esperada con información perfecta, para lo cual se utiliza la siguiente expresión:

$$GEIP = 20 (0.15) + 40 (0.25) + 60 (0.40) + 80 (0.20) = \$53.00$$

Este valor indica la máxima ganancia esperada diaria que pudiera obtenerse si se dispusiera de un predictor perfecto.

A partir de este valor puede determinarse el valor esperado de la información perfecta de la forma siguiente:

$$VEIP = 53 - 43.50 = \$ 9.50$$

Nótese que el valor esperado de la información perfecta coincide con el valor esperado de la pérdida de oportunidad

### BIBLIOGRAFÍA

- Albelo, M. (1997): Aplicaciones de la programación Lineal en la Agricultura. Tesis de maestro en Ciencias en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. La Habana. ISCAH.72p.
- Brown, E; Fathi, Y; Sowell, R. (1992): An Application of linear programming to an agricultural Transportation problem. Paper-American- society- of agricultural- Engineers. 7024: 12p.
- Felipe, Pilar; Rodríguez,B; Ruíz, N; Gozález, L; Morales, A; Álvarez, P. (1983): Programación Matemática I y II.
- Gallarher, Ch; Hugh, J. Watson. (1994): Métodos Cuantitativos para la toma de decisiones en administración. Litografía Ingramex. México. 621p.
- González, F. Charles; Brezó, B. Juan Carlos. (1987): Modelación Matemática de los Procesos Económicos en la Agricultura. Editorial Pueblo y Educación. Tomo I y II.
- López, G. N; Albelo, M. M; del Valle, C.A; Ruíz de Zárate, J. (1991): Elementos de Álgebra Lineal y programación Lineal. ENSPES. 326p.
- López, G. N. (1997): El Modelo de Transporte. Sus Aplicaciones en la Agricultura. Tesis de maestro en Ciencias en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. La Habana. ISCAH: 96p.
- Pérez, J. E. (1984). Desarrollo del Sector Agropecuario. Ciencia y Técnica en la Agricultura. 1(2)

- Pérez, S. H ; López,G.N . (1999) : Aplicación del modelo de Transporte a la Vinculación Óptima de Áreas Cañeras y Centros de Recepción en el Complejo Agroindustrial Azucarero "Majibacoa". Tesis de maestro en Ciencias en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. La Habana.UNAH. 66p.
- Trujillo, J. M; Díaz, J. A. (1983): Métodos Económicos Matemáticos. Tomos I y II.
- Villalba, V. D; Jerez, M. M. (1990): Sistema de Optimización para la Planificación y Toma de Decisiones. Ediciones Pirámides. Madrid: 398p.

©CiberEduca.com 2005

La reproducción total o parcial de este documento está prohibida  
sin el consentimiento expreso de/los autor/autores.  
CiberEduca.com tiene el derecho de publicar en CD-ROM y  
en la WEB de CiberEduca el contenido de esta ponencia.

**® CiberEduca.com es una marca registrada.**

**©™ CiberEduca.com es un nombre comercial registrado**