Equilibrios en una sociedad de razonadores racionales

Fernando Tohmé
Departamento de Economía
Universidad Nacional del Sur
12 de Octubre y San Juan - 8000 Bahía Blanca
Argentina
E-mail: cctohme@criba.edu.ar

Abstract

Un conjunto de agentes racionales en interacción constituye un marco apropiado para solucionar problemas de Inteligencia Artificial, particularmente el problema del razonamiento. Sin embargo, al tener cada uno de los agentes objetivos propios, los que trata de satisfacer, aparece el problema de la resolución de conflictos entre agentes. Conviene determinar pues una noción de equilibrio que permita caracterizar situaciones en que las elecciones individuales provean resultados globalmente aceptables. Para derivar dicha noción se apelará a una formulación tomada de la Teoría Económica y se la analizará con herramientas de la Teoría de Juegos. Se muestra que dicha solución requiere que los agentes sigan un principio de elección al que denominamos *cooperación condicional generalizada*, que implica que los agentes operan con conocimiento común acera de las elecciones de los demás.

Equilibrios en una sociedad de razonadores racionales

1 Introducción

En una serie de trabajos Jon Doyle ha discutido ampliamente el problema del razonamiento como un problema de decisión colectivo, en el que diferentes *agentes*, representando criterios de razonamiento distinto, deben llegar a un acuerdo sobre la inclusión o no de una sentencia en el conjunto de conclusiones de un sistema de información [Doyle 90][Doyle 88]. Doyle concluye, erróneamente, que dicho procedimiento colectivo no puede alcanzar un acuerdo. Dado que, en base a las mismas premisas que Doyle, se probó que dicho acuerdo puede existir ([Tohmé 94]), conviene analizar las características de dicha solución. Nótese que el marco en que se analiza este problema también resulta relevante para otras áreas de Inteligencia Artificial, en las que se enfatiza la resolución colectiva de problemas [Doyle-Wellman 91][Minsky 86].

En este trabajo consideraremos un planteo análogo al de Doyle, en el que interactúa un conjunto de agentes, cada uno con un ordenamiento parcial de preferencias. Dados estos ordenamientos cada uno de ellos tendrá un conjunto de alternativas *maximales* de las cuales sólo se puede optar por una.

El agente enfrentado al problema de decidir cuál de las alternativas maximales elegir tiene que aplicar un *criterio de elección*. Sólo en el caso de un proceso de elección al azar en el que se asignen iguales probabilidades a cada alternativa se puede decir que el agente es absolutamente indiferente entre ellas. En general, sin embargo, se puede suponer que el agente hace un ordenamiento de "segundo orden" sobre las alternativas maximales. Esto puede llegar a plantear una situación análoga al Dilema del Prisionero entre el agente y el resto de la comunidad: cada uno va a tratar de asegurarse el mejor resultado obteniéndose a veces uno que es peor que lo que se obtendría por un acuerdo entre todos.

Se sabe que este problema de teoría de los juegos puede ser reducido a una versión simétrica del Problema (de teoría de la decisión) de Newcomb, en el que se hacen apuestas contra un adversario supuestamente omnisciente [Hurley 91]. Considerando que este último problema es un marco apto para probar criterios de elección, parece apropiado para determinar la mejor regla de elección que puede utilizar el agente en una situación en la que tiene que tratar de decidir por una de las alternativas maximales. Una solución a este problema, puede indicar cómo la determinación de lo que se podría entender como un equilibrio óptimo para el conjunto puede resultar crucial para la decisión de cada agente. En otras palabras, la elección de un estado global de equilibrio conduce inmediatamente a cada agente a optar por las acciones individuales que conduzcan hacia el mismo.

2 El problema del razonamiento en una comunidad de agentes

El marco general de un problema de razonamiento está dado por lo que se denomina un *sistema de información* en un lenguaje de primer orden sin cuantificadores $\mathcal{L}$, que consiste en [Kowalski 79]:

- Un *dominio* $\mathcal{D}$ (un conjunto de wffs instanciadas de $\mathcal{L}$)
- Un *conjunto de axiomas* $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{D}$.
- Un *conjunto de reglas de inferencia* $\mathcal{R}$ tal que $r \in \mathcal{R}$ es una aplicación $\delta(x) \rightarrow \gamma(x)$, donde $\delta(x), \gamma(x)$ son wffs de $\mathcal{L}$. Dado $\delta(a) \in \mathcal{D}$, un instancia de $\delta(x)$) entonces, por r, $\gamma(a)$ se agrega a $\mathcal{D}$ (x puede representar un vector de variables).
- Una *clase de conjuntos consistentes*, donde un conjunto consistente $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{D}$ es tal que no contiene a la vez una formula y su negación.
- Una *derivación consistente*que, dados un conjunto consistente $\mathcal{S}$ y una regla $r \in \mathcal{R}$, aplica r con antecedente en $\mathcal{S}$ si el consecuente instanciado que se obtiene no es negación de alguna formula de $\mathcal{S}$

Un conjunto consistente $\mathcal{S}$ en un sistema de información es *maximalmente consistente* si ninguna regla $r \in \mathcal{R}$ puede ser aplicada en una derivación consistente. El problema de razonamiento es entonces:

Definición 1 *Dado un sistema de información y una fórmula $\delta(a) \in \mathcal{D}$ que aparece afirmada en un conjunto maximalmente consistente $\mathcal{S}$ y negada en otro $\mathcal{S}'$, determinar si se concluye $\delta(a)$, $\neg\delta(a)$, o ninguna de las dos*

Si hay varios criterios de razonamiento, cada uno de ellos corresponde a un ordenamiento parcial de los conjuntos consistentes. Tomando nociones de la Teoría Económica se puede considerar que cada criterio se corresponde a un agente en una comunidad. Resolver el problema del razonamiento significa elegir uno de los conjuntos maximalmente consistentes a través de un proceso de negociación. Este problema puede analizarse en forma abstracta considerando que una situación en que un conjunto de agentes alcanza un acuerdo es lo que se denomina un *equilibrio*

3 Características del conjunto de agentes

Consideremos un conjunto de n agentes con las siguientes características [Tohmé 95]:

Definición 2 *Un agente i puede ser representado por la tupla $(X_i, \preceq_i)$ donde X_i es el* conjunto de elección *bajo los siguientes supuestos:*

- $X_i \neq \emptyset$
- *X_i es cerrado*

$\preceq_i$ es un ordenamiento parcial de X_i según las preferencias del agente.

En el caso del razonamiento, cada $x \in X_i$ es un conjunto consistente del sistema de información y por lo tanto, X_i es el mismo para todo i. Lo que cambia es el ordenamiento preferencial $\preceq_i$ que se deriva del criterio de razonamiento utilizado por el agente i.

En estos términos el problema de cada agente es entonces:

Definición 3 *Determinar $x_i^0 \in X_i$ tal que x_i^0 sea un maximal según $\preceq_i$ en el conjunto X_i*

En otras palabras, el agente debe determinar los elementos maximales en su ordenamiento parcial de preferencias. Obviamente la solución a este problema, x_i^0, no es necesariamente única.

El marco en que los agentes interactúan es el siguiente:

Definición 4 *El conjunto de agentes constituye una tupla*

$$\varepsilon = ((X_i, \preceq_i)_{i=1}^n, w)$$

donde n es el número de agentes, y $w \subseteq \prod_{i=1}^n X_i$, es el conjunto de decisión, El conjunto de decisión está constituído es un vector de decisiones individuales, aceptable según algún criterio global. En el caso del problema del razonamiento $x \in w$ sssi los conjuntos consistentes $x_1 \ldots x_n$ son *consistentes entre sí*: ninguna sentencia puede aparecer afirmada en uno de ellos y negada en otro.

Las nociones de elección Pareto-optimal y de equilibrio se definen:

Definición 5 • *Una* elección *es un vector* $(x_1, \ldots, x_n)$ *; es* factible *si* $x_i \in X_i$ *para* $i = 1, \ldots, n$ *y* $(x_1, \ldots, x_n) \in w$

- *Una elección* $(x_1, \ldots, x_n)$ *es* Pareto-optimal *si es factible y no hay ninguna otra asignación factible* $(x_1', \ldots, x_n')$ *tal que* $x_i \preceq_i x_i'$, *con estricta preferencia para algún* i
- *Un* equilibrio *es una elección* $(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ *tal que* $(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ *es factible y* $\forall i$, x_i^0 *es un maximal para* $\preceq_i$ *sobre el conjunto* $\{x_i \in X_i : (\ldots, x_i, \ldots) \in w\}$

Trivialmente se puede probar la siguiente:

Proposición 1 *Si una elección es de equilibrio entonces es Pareto-optimal*

4 Una aproximación mediante teoría de los juegos

Consideremos a ε como un juego, para ver si puede inferirse la existencia de una elección de equilibrio.

Definición 6 *Para cada agente* i *consideremos* $S_i = \{x_i^{0j}\}$ *donde cada* x_i^{0j}, $j = 1, \ldots J_i$ *es un maximal de* $\preceq_i$ *sobre la proyección de* w *a* X_i

Definición 7 ε *puede redefinirse como un seudo-juego* $\Gamma = ((S_i)_{i=1}^n, g)$ *donde cada* S_i, *es el conjunto de "estrategias" del consumidor* i, *mientras que* g *es una función de seudo-pagos definida trivialmente como la identidad, es decir:* $g \equiv Id_{\prod_i S_i}$

Evidentemente no todo $(x_1, \ldots, x_n) \in \prod_i S_i$ es necesariamente un equilibrio. Aquí se plantea entonces un *problema de segundo orden*:

Definición 8 *Cada i debe elegir una estrategia para seguir, esto es, debe escoger un $x_i^0 \in S_i$*

El siguiente concepto de solución de juego no-cooperativo n-personal puede aplicarse aquí:

Definición 9 *Un* equilibrio de Nash *para* Γ *es una elección* $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ *con* $x_i \in S_i$, *tal que para cada* i *y cualquier otro* $x_i \in S_i$

$$g_i(x_1^0, \ldots, x_i, \ldots, x_n^0) \preceq_i g_i(x^0)$$

Una noción útil es la siguiente:

Definición 10 *Un equilibrio de Nash* $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ *es* Pareto-mejorado *por una elección* $x = (x_1, \ldots, x_n)$ *si* $\forall i, x_i \preceq_i x_i^0$, *con preferencia estricta para algunos* i

Más aún:

Definición 11 *Un juego puede ser llamado* Semejante al Dilema del Prisionero(SDP) *si un equilibrio de Nash puede ser Pareto-mejorada por una elección que no es un equilibrio de Nash.*

Una manera de resolver el problema de segundo orden es apelando al *Principio de Razón Insuficiente* [Nagel 61]:

Definición 12 *Para un agente* i *cualquier* $x_i^j \in S_i$ *- que corresponda a un posible equilibrio - puede ser elegido al azar con una distribución de probabilidad* uniforme *definida sobre el subconjunto de los* S_i *que dan elecciones factibles.*

Este resultado es evidentemente poco satisfactorio, principalmente porque este procedimiento puede dar lugar a decisiones individuales que correspondan a elecciones no factibles. El problema reside en que no hemos definido el concepto apropiado de solución para este problema. Para buscar el concepto de solución que corresponde al problema de segundo orden conviene presentarlo en una forma más sencilla apelando a unas *preferencias de segundo orden* definidas para cada i sobre el producto $\prod_{i=1}^{n} S_i$, obtenidas a partir de las preferencias originales $\preceq_i$:

Definición 13 *Para cada agente i, $\preceq_i'$ se define de tal modo que sobre un par de opciones $x, y \in \prod_i S_i$*

$$\preceq_i' = \begin{cases} \preceq_i & si\ x,y \in w \\ \emptyset & si\ no \end{cases}$$

De modo que si la relación no es vacía $x \preceq_i' y$ sssi $x \preceq_i y$

La definición de estas preferencias implica restringir los ordenamientos preferenciales originales a ordenamientos parciales sobre el conjunto de las elecciones factibles. Por lo discutido en [Tohmé 94] existe un procedimiento que provee un ordenamiento parcial global de asignaciones factibles y por lo tanto debe existir un elemento maximal global como resultado de un procedimiento de elección. Para determinarlo, Γ puede ser reemplazado por otro juego Γ' definido como sigue:

Definición 14 $\Gamma' = ((S_i), g')$, *donde para una opción cualquiera $x \in \prod_i S_i$*

$$g'(x) = \begin{cases} g(x) & si\ x \in w \\ \emptyset & si\ no \end{cases}$$

Las propiedades del juego Γ' determinarán que noción de solución se puede aplicar, de manera que cada agente resuelva su problema de segundo orden de la mejor manera posible. Observemos que, dado que los conjuntos S_i no son convexos (en muchos casos ni siquiera puede definirse esta propiedad) y a pesar de ser compactos, no se puede asegurar la existencia de equilibrios de Nash en el juego. En efecto, la demostración de la existencia de estos equilibrios es una aplicación del teorema del punto fijo de Kakutani, que requiere la convexidad de los conjuntos de estrategias [Friedman 86]. Sin embargo vale el siguiente teorema de Kuhn [Kuhn 53]:

Teorema 1 *Un juego n-personal con información perfecta tiene un equilibrio de Nash*

donde

Definición 15 *Que el juego sea de información perfecta significa que cada jugador sabe, en cada instancia, en qué nodo del árbol de juego se encuentra. Esto implica que en el juego no se permiten movimientos simultáneos o al azar.*

El hecho de que todos los agentes tomen decisiones en forma independiente uno de otro y al mismo tiempo, no parece condecirse con la hipótesis de información perfecta. Si se acepta sin embargo que los jugadores son "omniscientes", en un sentido que analizaremos posteriormente (implicando que tanto Γ como Γ' son juegos de información perfecta), vale la siguiente:

Proposición 2 *El juego Γ' tiene un equilibrio de Nash*

Dado que existe un equilibrio de Nash, Γ' puede ser SDP o no. En el caso que no sea SDP existirá un equilibrio de Nash que no puede ser Pareto-mejorado. Dicho equilibrio será la solución al juego. Esta elección será por definición Pareto-optimal. Corresponde entonces que cada consumidor elija la opción que corresponda a dicha elección. En el caso en que haya varios equilibrios de Nash, este principio de elección, por sí sólo, no asegura que la solución se obtenga a partir de las decisiones individuales, debido a posibles inconsistencias entre las mismas. Si, como ya se dijo, aceptamos la hipótesis de que los agentes están perfectamente informados dicha elección será única.

Si en cambio se trata de un problema SDP, este puede ser mejor caracterizado como un subjuego de Γ' como sigue:

Definición 16 *Para cada agente i, y para cada par de elecciones, una un equilibrio de Nash y la otra una elección Pareto-mejoradora sea $S_i' \subseteq S_i$ el subconjunto de opciones $\{x_i^1, x_i^2\}$ tal que x_i^1 corresponde al equilibrio de Nash y x_i^2 a la elección Pareto-mejoradora. Sea también $S^c = \{(x_j^1)_{j\neq i}, (x_j^2)_{j\neq i}\}$ el conjunto de opciones del resto de la comunidad correspondientes a cada caso. Entonces se puede definir el subjuego $\Phi_i = ((S_i', S^c), f)$, $f \equiv Id_{S_i' \times S^c}$, $f(x_i, x_c) = g_i'(x_i, x_c)$ donde $x_i \in S_i'$, $x_c \in S^c$, x_i es un maximal para $\preceq_i$ y x_c es un maximal para $\preceq_c \equiv \prod_{j\neq i} \preceq_j$*

Puede mostrarse que Φ_i es una versión simetrizada del Problema de Newcomb:

Definición 17 *El problema de Newcomb para el agente i puede obtenerse de Φ_i reemplazando f por $f_i : S_i' \times S^c \rightarrow S_i'$, donde $f_i(x_i, x_c) = x_i$ si $g_i'(x_i, x_c)$ está definido, y es vacío en caso contrario, mientras que el problema de Newcomb simétrico para la comunidad puede obtenerse a partir de una función de pagos $f_c : S^c \times S_i' \rightarrow S^c$, donde $f_c(x_c, x_i) = x_c$ si $\prod_{j\neq i} g_j'(x_i, x_c)$ está definido, y es vacío en caso contrario,* Este problema ha sido extensamente analizado, derivándose un criterio para guiar el proceso de toma de decisiones. En el caso del problema de Newcomb para el agente, el problema de segundo orden puede resolverse de acuerdo al principio que se enuncia a continuación:

Definición 18 *El agente tiene que elegir una estrategia x_i de entre S_i'. Puede tomar su decisión de acuerdo al siguiente principio de* Maximización de la bondad de las noticias *[Gibbard-Harper 78]:*
se elige el x_i maximalmente preferido (según $\preceq_i$ entre los que maximizan $\sum_{x_c \in S^c} prob(x_c|x_i)$ donde $prob(x_c|x_i)$ es la probabilidad bayesiana o subjetiva de x_c dado x_i

Observación 1 *El significado de la probabilidad empleada en la definición de la maximización de la bondad de las noticias es el de "grado de creencia racional" de los agentes. Su axiomatización es la usual basada en una medida finitamente aditiva sobre un σ-álgebra [Stigum 91]. En lo que sigue, la probabilidad de un evento A cualquiera reflejará el grado en que un agente cree en su ocurrencia antes de la realización del experimento que genera los resultados. La denotaremos $prob(A)$ y en este caso $\Psi \equiv \cup_{i=1}^{n} S_i$. Se dice que es una creencia racional ya que si, para cualquier $A \in \Psi$ existe la posibilidad de asignarle una probabilidad como límite a la frecuencia relativa $P_f(A)$ -obedeciendo a la axiomatización antedicha-, entonces $P_f(A) \equiv prob(A)$*

Este criterio debe complementarse con una *regla de elección*:

Definición 19 *Una regla de elección para el agente es un procedimiento para elegir una estrategia condicional basada en su predicción acerca de la elección de estrategias de la comunidad.*

Brams muestra que la mejor regla para ambas partes en un problema SDP es [Brams 75]:

Definición 20 Cooperación condicional*: el jugador 1 optará por la elección Pareto-mejoradora si predice que el jugador 2 hará lo mismo. Si no, elegirá el equilibrio de Nash.*

La siguiente proposición puede demostrarse trivialmente:

Proposición 3 *Si la regla de elección seguida por el agente y por la comunidad es la cooperación condicional y ambos conocen este hecho, el criterio de maximización de la bondad de las noticias provee como solución para* Γ' *la asignación que no es equilibrio de Nash* x^2 *la cual Pareto-mejora a* x^1

En cualquier caso, la noción de *equilibrio de segundo orden*, que se deriva puede caracterizarse mediante la siguiente

Definición 21 *Para todo agente i sea* x^i *la elección tal que*

- *Si* Γ' *tiene un equilibrio de Nash que no puede ser Pareto-mejorado,* x^i *es una opción individual que corresponde a dicha única elección*

- *Si* Γ' *tiene un equilibrio de Nash que es Pareto-mejorado por alguna otra elección,* x^i *corresponde a dicha elección Pareto-mejoradora si los agentes utilizan la regla de Cooperación condicional y la maximización de la bondad de las noticias. Si no,* x^i *corresponde al equilibrio de Nash*

entonces x *se denomina* equilibrio de segundo orden *de* Γ'.

Tres conclusiones principales se pueden extraer del análisis anterior:

Lema 1 *Valen los siguientes resultados para*

$$\varepsilon = ((X_i, U_i)_{i=1}^n, w)$$

si hay perfecta información y los agentes maximizan la bondad de las noticias:

1. *Siempre existe un equilibrio de segundo orden si al menos una elección es factible.*

2. *Este equilibrio es una elección Pareto-optimal de segundo orden.*

Los resultados anteriores se obtienen suponiendo que Γ y Γ' son juegos de información perfecta. De esta manera se asegura que si puede existir una elección factible obtenida a partir de las soluciones de los problemas de los agentes individuales entonces existirá un equilibrio de segundo orden. Queda claro que el supuesto de información perfecta resulta crucial para los resultados anteriores. Conviene por lo tanto, a la luz de la discusión de la utilización del conocimiento en la toma de decisiones individuales, aclarar qué tipo de conocimiento y qué regla de comportamiento individual conducirá necesariamente a que Γ y Γ' sean de información perfecta.

Definición 22 • *Todos los agentes siguen la regla de* Cooperación condicional modificada*: cada agente i elegirá la opción $x_i \epsilon S_i$ que haga máxima la probabilidad conjunta de la elección factible $(x_1 \ldots x_i \ldots x_n)$ que Pareto-mejora a cualquier otra elección*

- $\forall i, j, x_i \in S_i, x_j \in S_j, prob(x_j), prob(x_i|x_j)$ *es conocimiento común entre todos los agentes. Esto es, todos conocen dichas probabilidades, saben que los demás las conocen, saben que los demás conocen este hecho, ...,etc. [Werlang 90]*

- *La distribución de probabilidad conjunta obtenida de las probabilidades individuales, $prob(x_1 \ldots x_n)$ es una función* estrictamente cóncava

La última condición, referida a la concavidad de la distribución de probabilidad conjunta se requiere para evitar las situaciones en que se pueden dar varias opciones localmente máximas. Puede demostrarse el siguiente teorema:

Teorema 2 *Las elecciones individuales, según las reglas dadas más arriba implican que Γ' es de información perfecta. Más aún, proveerán (si hay alguna elección factible) un equilibrio de segundo orden*

Demostración 1 *ver [Tohmé 95]*

Se concluye que con la imposición de la regla de cooperación condicional modificada y con el uso del conocimiento común los agentes optan por una única alternativa factible Pareto-optimal.

5 Implicaciones para el problema del razonamiento

Está claro que una pieza fundamental del razonamiento de la sección anterior es la distribución conjunta de probabilidades $prob(x_1 \ldots x_n)$. Su existencia y su concavidad son requisitos para el resultado de existencia de equilibrios de segundo orden.

Para resolver el problema del razonamiento, cada agente i no debe sólo implementar un criterio sino también debe hacer predicciones acerca de las elecciones de los demás criterios. Dichas predicciones deben tener un grado de confiabilidad muy alto, hecho representado en que la probabilidad de los hechos predichos debe ser muy cercana a 1.

Desde un punto de vista computacional esto puede llegar a resolverse mediante el artilugio de dotar a cada agente de una representación interna del conjunto de agentes. Esto conduce inmediatamente a una regresión infinita en tanto en cuanto el resultado global no coincida con las representaciones internas. Este problema no debe, sin embargo, darse en forma necesaria, dado que el resultado global puede verse, alternativamente como una "profecía autocumplida. En este último caso se demuestra la convergencia hacia un único resultado dado que los agentes no pueden discrepar a partir de priores bayesianos comunes a todos y por lo tanto la sucesión de posteriores debe ir reduciendo las diferencias en creencias [Aumann 76].

Una vez asegurada la existencia de la solución de equilibrio, en el caso de una sociedad de razonadores, dicho equilibrio provee una respuesta colectivamente consensuada al problema del razonamiento.

References

[Aumann 76] Aumann,R. Agreeing to Desagree, *The Annals of Statistics* 4(6) septiembre-octubre 1976.

[Brams 75] Brams,S.J. Newcomb's Problem and Prisoners' Dilemma, *Journal of Conflict Resolution* 19(4) diciembre 1975.

[Doyle 88] Doyle,J., Artificial Intelligence and Rational Self-government. TR CS-88-124, Carnegie-Mellon University Computer Science Department 1988.

[Doyle 90] Doyle,J., Rationality and its Roles in Reasoning. En *Proceedings AAAI-90*, 1990.

[Doyle-Wellman 91] Doyle, J. - Wellman, M.P., Impediments to universal preference-based default default theories. *Artificial Intelligence* 49(1) mayo 1991.

[Friedman 86] Friedman,J. *Game Theory with Applications to Economics*, Oxford University Press, Oxford 1986.

[Gibbard-Harper 78] Gibbard, A.- Harper, W. Counterfactuals and two kinds of expected utility, en Hooker et al. (eds.) *Foundations and Applications of Decision Theory*, Reidel, Dordrecht 1978.

[Hurley 91] Hurley,S.L. Newcomb's Problem, Prisoners' Dilemma and Collective Action, *Synthese* 86(2) febrero 1991.

[Kowalski 79] Kowalski,R., *Logic for Problem Solving*, North-Holland, Amsterdam 1979.

[Kuhn 53] Kuhn, H.W. Extensive games and the problem of information, en *Contributions to the Theory of Games* (vol II), Kuhn, H.W. - Tucker, A.W. (eds.), Princeton University Press, Princeton 1953.

[Minsky 86] , Minsky,M. *The Society of Mind*, Simon and Schuster, New York 1986.

[Nagel 61] Nagel, E. *The Structure of Science*, Harcourt, Brace and World, New York 1961.

[Stigum 91] Stigum, B. *Toward a Formal Science of Economics*, MIT Press, Cambridge 1991.

[Tohmé 94] Tohmé,F. The Possibility of an Universal Rational Reasoner, *ATIA'94*, 1994.

[Tohmé 95] Tohmé,F. *Meta-racionalidad y Equilibrio General*, Tesis Doctoral U.N.S., 1995.

[Werlang 90] , da Costa Werlang,S. Common Knowledge, en *Game Theory*, Eatwell,j.- Milgate,M. - Newman,P. (eds.), Macmillan Press, Londres 1990.