

Treball de Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

Anàlisi i disseny estructural d'uns esquís

MEMÒRIA

Autor: Arnau Colom Domènech
Director: Francesc Roure Fernandez
Convocatòria: Gener 2018



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

Aquest treball de final de grau sorgeix d'unir dos dels temes de gran interès per part meva: la resistència de materials i l'esquí.

Aquest projecte es centra en el disseny, càlcul, simulació i construcció d'uns esquís. Es realitzaran càlculs teòrics amb els coneixements i conceptes adquirits a les assignatures de Resistència de materials i Ampliació de resistència de materials.

La primera part del treball consisteix en un anàlisi i explicació de tots els elements que intervenen en el funcionament, comportament i construcció d'un esquí. Destacant els materials constructius, la seva influència i aportació al comportament d'aquest sobre la neu... així com els diferents mètodes constructius i geometries possibles i com aquestes condicionen la resposta de l'esquí.

Finalment es fa un estudi per determinar quines són les forces presents en un esquí quan aquest està sobre la neu en diferents situacions.

A la segona part es fa un disseny preliminar de l'esquí segons els criteris de disseny escollits. Se'n determina la geometria, mides, forma... A continuació es fa una selecció dels materials que s'utilitzaran en la construcció de l'esquí, determinant-ne les seves característiques i propietats mecàniques.

Seguidament es fa un càlcul dels esforços i tensions presents en l'esquí en les diferents situacions especificades. Aquests càlculs són verificats mitjançant el programari de càlcul ANSYS.

Finalment, a la tercera part, es fan algunes optimitzacions pel que fa a materials, i geometria de l'esquí, i, finalment, es porta a terme la seva construcció seguint els criteris i resultats obtinguts al llarg del treball.

Sumari

Resum.....	1
Sumari	2
1. Glossari	3
2. Prefaci	4
2.1. Origen del projecte i motivació	4
2.2. Requeriments previs	4
3. Introducció.....	5
3.1. Objectius del projecte.	5
3.2. Abast del projecte.	5
3.3. Metodologia a utilitzar	6
4. Història	7
5. Conceptes bàsics dels esquís	9
6. Estructura dels esquís.....	10
6.1. Components dels esquís.....	10
6.2. Estructures de construcció.	16
7. Model físic de l'esquí	19
7.1. Esforços dels esquís.....	19
8. Disseny esquí	25
8.1. Criteris de disseny	25
8.2. Geometria	26
8.3. Selecció de materials.....	30
8.4. Diagrames d'esforços	33
8.5. Disseny de secció.....	35
9. Càlculs	37
9.1. Modelatge per Ansys.....	37
9.2. Verificació de l'estructura tipus sandvitx	38
9.3. Flexió	42
9.4. Torsió.....	49
10. Optimització de la secció.....	56
11. Construcció.....	62
11.1. Materials i eines a utilitzar	62
11.2. Procés constructiu	63
12. Pressupost	77
13. Impacte ambiental.	78
14. Conclusions.....	80
16. Bibliografia	82

1. Glossari

ANSYS: Programari dedicat a la simulació de variables físiques (forces, temperatura, fluids...) mitjançant el mètode dels elements finits.

Camber: Geometria en forma d'arc convex de l'esquí (detallada en apartat 8.2)

Coefficients δ_1 , δ_2 : Coeficients que fan referència a la part proporcional de l'esforç total que s'emporta cada esquí.

Fibra C: Fibra de carboni. Utilitzada per a reforçar el nucli de l'esquí i aportar-li rigidesa. La seva gran resistència i lleugeresa fa que sigui un element molt útil en camps on el pes és un factor determinant.

Fibra V: Fibra de vidre. Utilitzada per aportar rigidesa a l'esquí i reforçar el nucli.

Freeride: Modalitat de l'esquí alpí caracteritzat per l'esquí en zones de fora-pista i la neu pols.

Rocker: Geometria en forma d'arc còncau de l'esquí (detallada en apartat 8.2).

Sidecut: Perfil que adopta l'esquí quan aquest és vist en planta. Aquest perfil determina el radi de gir de l'esquí a més d'influir en el seu comportament sobre la neu.

Sidewalls: Component de l'esquí, generalment format per plàstic ABS situat als dos costats del nucli. Té la funció de protegir-lo i aïllar-lo de l'exterior.

SOLIDWORKS: Programari destinat a la creació i modelització de figures 3D. Utilitzat per a crear un model de l'esquí per, posteriorment, simular-hi les condicions desitjades.

Tail: Punta posterior de l'esquí.

Topsheet: Capa, generalment de polietilè o nylon, situada a la capa més exterior de l'esquí. Té la funció d'aïllar les capes interiors de l'esquí de l'exterior.

Tip: Punta anterior de l'esquí.

UHMWPE: (Ultra High Molecular Weight Polyethylene) Polietilè d'alta densitat molecular. Utilitzat per construir les bases dels esquís, i altres components.

VDS: Goma ubicada sobre el cantell de l'esquí (entre el cantell i la 1a capa de reforç) destinada a absorbir les vibracions de l'esquí.

2. Prefaci

2.1. Origen del projecte i motivació

Aquest treball neix de la unió de dues de les meves grans passions: l'esquí i el món de l'enginyeria; en especial, la mecànica i resistència de materials.

Des de sempre he estat un gran aficionat al món de l'esport. Majoritàriament als esports de muntanya, però, per sobre de tots, destaca l'esquí. He practicat l'esport de l'esquí des dels 5 anys; començant amb l'esquí de pista, i introduint-me en el món de l'esquí de muntanya. El fet de viure prop de les zones d'esquí m'ha permès practicar-lo amb regularitat fins el punt que, actualment, és una de les meves grans passions.

A la universitat, les assignatures que he gaudit més han estat les relacionades amb la mecànica en general, però, per sobre de tot, cal destacar les assignatures relacionades amb la mecànica i la resistència de materials. En aquestes es va estudiar el comportament de seccions compostes per diferents materials, comportament de peces prismàtiques, el comportament de peces compostes per fibres i composites...

Durant al curs, mentre tallava un esquí, per pura curiositat, i per veure de què estaven compostos, vaig poder identificar molts dels elements que havia estat estudiant al llarg de la carrera. Fins el moment, sempre havia vist l'esquí com una afició apart dels meus estudis d'enginyeria industrial, però al veure la similitud entre l'estructura dels esquís, i els conceptes obtinguts a classe d'Ampliació de resistència de materials, va fer que trobés un punt en comú entre dues de les meves grans passions.

Al proposar el tema al tutor, no es va trobar cap inconvenient per tirar-lo endavant.

El fet de dur a terme un treball de final de grau sobre un tema d'alt interès per l'estudiant aporta aquest punt extra de motivació que fa que la feina es gaudeixi molt més que en condicions normals.

El fet de poder dissenyar i construir els meus propis esquís és un repte que sempre he desitjat emprendre, i que m'emociona, tant des de la visió d'esquiador, com des del punt de vista d'enginyer, ja que permetrà calcular-los i construir-los aplicant coneixements obtinguts al llarg del període universitari.

2.2. Requeriments previs

Per a dur a terme aquest projecte es necessiten alguns coneixements previs. Per una banda es necessita tenir coneixement sobre el món de l'esquí: les diferents parts d'un esquí, situacions i forces a les quals es sotmeten els esquís, materials dels quals estan compostos, diferents geometries i com afecten al seu comportament...

Apart de conceptes relacionats amb l'esquí es necessiten coneixements sobre resistència de materials, com es comporten els materials al sotmetre'ls a diferents tipus d'esforços: torsió, flexió, esforços combinats, etc. A més a més, cal tenir coneixement de com es comporten les peces formades per diferents materials, i el comportament dels materials anisotròpic com les fibres de vidre, carboni... sota esforços.

Per altra banda, durant el projecte, serà necessari l'ús de programes com el SOLIDWORKS, mitjançant els quals es crearà el model 3D de l'esquí, i l'ANSYS, que permetrà dur a terme les simulacions i verificacions dels càlculs teòrics. Cal tenir coneixement dels programes per tal d'obtenir els resultats el màxim de precisos possible.

3. Introducció

L'esquí és un esport d'hivern practicat per un gran nombre de persones. Per tal de fer gaudir al seu usuari, els esquís necessiten mantenir-se estables quan se'ls apliquen forces diverses o van a grans velocitats. En el cas que no es puguin mantenir estables, podria provocar una caiguda de l'esquiador, provocant-li una possible lesió.

Els materials amb els quals estan compostos, al igual que com aquests interactuen entre ells, determinen les propietats i comportament de l'esquí.

3.1. Objectius del projecte.

L'objectiu principal d'aquest projecte és el de dissenyar, seleccionar els materials, calcular i finalment construir els meus propis esquís. Dins aquest objectiu global, també s'hi troben diferents metes.

- Determinar els materials i construccions presents en els esquís actuals.

No tots els esquís estan construïts amb els mateixos materials ni geometries, s'ha de determinar com afecta cada un dels components i els seus possibles materials, al comportament final de l'esquí.

- Com afecten els diferents mètodes de construcció al comportament del producte final.

No tots els esquís segueixen el mateix mètode de construcció. La manera com es construeix l'esquí, unint els diferents components, afecta al seu comportament, estabilitat i maniobrabilitat.

- Com afecta la geometria de l'esquí al seu comportament sobre la neu.

De la mateixa manera en com els components i els mètodes de construcció afecten al esquí, determinar la relació entre la geometria de l'esquí i el seu comportament sobre la neu.

- Ser capaç de determinar les diferents situacions a les quals l'esquí pot estar sotmès i com aquestes actuen sobre els diferents materials i components.
- Determinar tensions i deformacions de materials anisotròpics.

Un dels components principals dels esquís són les fibres. Aquests són materials anisotròpics que no tenen les mateixes propietats mecàniques en totes les direccions. Caldrà veure com es distribueixen les forces i tensions en presència de materials d'aquestes característiques.

- Determinar com afecten les diferents orientacions de les fibres a les tensions i deformacions de l'esquí.

Degut a que aquests materials no mantenen les propietats mecàniques en totes les direccions, veure com aquestes es veuen afectades segons la seva orientació.

- Aplicar els resultats i conclusions obtingudes per construir uns esquís propis.

S'aplicarà tot els coneixements obtinguts durant la fase de recerca per portar a terme la construcció d'un parell d'esquís propis.

3.2. Abast del projecte.

Tal com s'ha dit anteriorment, en aquest projecte es portarà a terme el disseny, dimensionament, càlcul, i finalment construcció d'un parell d'esquís. El model físic a construir anirà d'acord amb els resultats i conclusions obtingudes en els passos anteriors a la seva realització.

3.3. Metodologia a utilitzar

La metodologia que es segueix en aquest projecte és la següent: Inicialment es farà un estudi dels esquís actuals, estudiant-ne la forma, materials, característiques... i com aquests factors determinen el seu comportament sobre la neu. Un cop aquest estudi inicial sigui completat, es determinaran les diferents situacions en les quals es pot trobar un esquiador, i es determinaran i quantificaran les forces que s'apliquen sobre els esquís.

A continuació, es farà un primer disseny dels esquís, determinant-ne alguns paràmetres de disseny, cotes, mides... per tal de definir-ne la geometria. Havent dissenyat la forma de l'esquí es farà una selecció de materials per veure quins són els més adequats per portar a terme la construcció. Es determinaran les seves propietats mecàniques per tal de poder fer els càlculs pertinents. Amb els materials escollits, es farà un primer dimensionament de la secció que, posteriorment, serà verificada i validada calculant els esforços i tensions que hi actuen.

A continuació es farà un model 3D de l'esquí per tal de simular-lo en el programari de càlcul on, mitjançant el mètode dels elements finits, es verificaran els resultats obtinguts en els càlculs teòrics. La part de càlculs finalitzarà amb una optimització de la secció, canviant algun paràmetre per tal de reduir el pes i el cost de l'esquí.

Havent finalitzat la part teòrica es procedirà a fer la compra dels materials, escollint el millor proveïdor disponible, i, finalment, es portarà a terme la construcció dels esquís.

4. Història

L'esquí, com a concepte, neix a l'antiguitat, els seu origen es data de l'any 3000 aC. i és originari de la zona d'Escandinàvia i Rússia. Els esquís consistien en llargs taulers de fusta que els caçadors es lligaven als peus per tal de no enfonsar-se a la neu i poder-s'hi àgilment. Inicialment, l'esquí no es tractava d'un esport, sinó d'un mitjà de transport utilitzat en les àrees on nevava en abundància.

L'esquí modern, no va ser fins molts anys després, a finals del segle XIX que es va començar a popularitzar quan a Noruega es va obrir la primera fàbrica d'esquís. Aquest país està considerat com els pioners en el concepte de l'esquí actual. Igual que en l'antiguitat, els esquís estaven construïts íntegrament de fusta. I, com a fixació, s'utilitzaven cintes de pell o cuir per fixar el peu a l'esquí. Més endavant la fixació es milloraria incorporant parts metàl·liques que milloren el seu rendiment.



Figura 1 Esquís de finals del segle XIX.

Tal i com es veu en la figura 1 els esquís estaven caracteritzats per ser molt llargs i prims. La seva longitud podia variar des de prop dels 2 metres fins els 3,5 metres de llargada. Al ser tant llargs i completament rectes, els esquís tenien una maniobrabilitat quasi nul·la.

A partir de l'any 1900 l'esquí es va començar a popularitzar per tot Europa, Nord Amèrica i la part del nord est asiàtic. A Europa es van obrir les primeres fàbriques d'esquís ubicades sobretot a França i Àustria. Els materials amb els quals es construïen els esquís també van evolucionar amb el temps. A mitjans del segle XX ja s'utilitzaven esquís formats per un nucli de fusta el qual estava reforçat amb làmines d'alumini per sobre i per sota.

No va ser fins uns 10 anys més tard que es van introduir les fibres en els esquís, aquesta incorporació va suposar una disminució molt gran del seu pes. La més utilitzada és la fibra de vidre, la qual té una relació resistència-pes molt bona.



Figura 2 Esquís de mitjans del segle XX.

Tot i reduir el seu pes dràsticament, la seva longitud i forma no havia canviat amb el pas del temps. Des de la meitat del segle XX fins els anys 90, els esquís solien tenir una llargada entre els 1.70 i els 2.1 metres aproximadament, amb una amplada que rondava entre els 60 i 70mm. Fent-los molt poc àgils i maniobrables. Aquest fet, sumat a l'aparició del snowboard, va fer que cap els anys 80 l'esquí perdés molta popularitat, ja que les planxes de snowboard incorporaven una forma parabòlica que permetia als usuaris tenir un molt millor control de la planxa sobre la neu. Això va provocar que els esquís adaptessin aquesta forma de ser mes amples a la punta anterior i posterior, i mantenir el centre de l'esquí més prim, per tal de guanyar maniobrabilitat. També es va adaptar la forma característica del snowboard, que consisteix en tenir els extrems anteriors i posteriors arrodonits per tal de poder anar endavant i enrere amb els esquís.



Figura 3 Esquí amb perfil parabòlic i punta de doble espàtula.7

A partir dels anys 2000 i fins l'actualitat els esquís han mantingut –parcialment- el seu disseny i característiques. Aquests continuen amb el perfil parabòlic així com les dues puntes arrodonides (en alguns models). A més a més, han anat augmentant la seva amplada millorant-ne l'estabilitat. També han adaptat nous materials com la fibra de carboni, el titanal, espumes polimèriques...



Figura 4 Models actuals d'esquís.

En els següents apartats es farà un anàlisi, tant dels materials, així com dels diferents elements que componen un esquí i els diferents mètodes de construcció. S'estudiarà com aquests afecten a l'hora d'esquiar i com caracteritzen el comportament de l'esquí sobre la neu.

5. Conceptes bàsics dels esquís

En aquest apartat es fa una petita explicació, més clara, d'alguns dels conceptes presents en el glossari. La seva comprensió és important ja que alguns es repeteixen contínuament al llarg del treball.

Tip.

El tip és la punta anterior de l'esquí. La seva amplada és superior a l'amplada del punt mig de l'esquí. Això es fa per tal que, en condicions de neu pols, la punta anterior no s'enfonsi a la neu, dificultant la maniobrabilitat.

Tail.

El tail és la punta posterior de l'esquí. La seva amplada també és superior a l'amplada del punt mig de l'esquí, tot i que aquesta és lleugerament inferior a l'amplada del tip (punta anterior).

Sidecut.

El sidecut és la forma que fa l'esquí quan aquest és vist en planta (és la seva silueta). La forma del sidecut determina algunes propietats de l'esquí com ara el radi de gir.

Radi de gir.

El radi de gir forma part del sidecut. Es defineix com la el radi, la circumferència del qual, uneix la punta anterior (tip) amb la punta posterior (tail). El radi de gir defineix la circumferència que faria l'esquiador al girar, si tot el cantell de l'esquí es mantingués en contacte amb la neu.

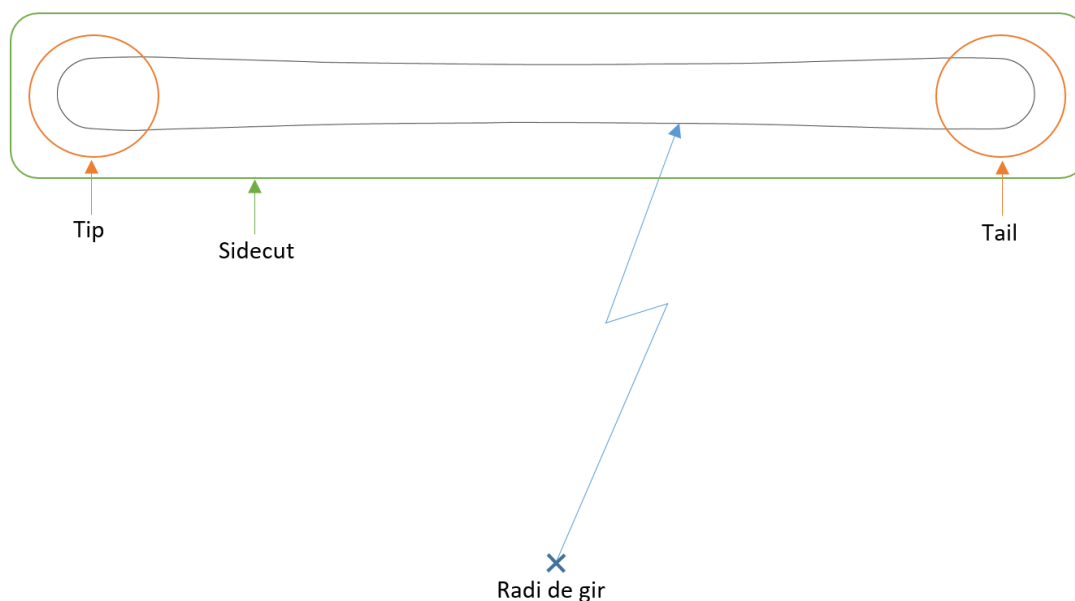


Figura 5 Vista horitzontal de l'esquí.

Camber

Curvatura, en forma d'arc convex, que adopta l'esquí. Fent que, quan no s'hi aplica cap força, la seva part central no està en contacte amb la neu (les seves característiques i avantatges es detallen en futurs apartats).

Rocker

Curvatura, en forma d'arc còncau, que adopta l'esquí (les seves característiques i avantatges es detallen en futurs apartats).



Figura 6 Vista vertical de l'esquí.

6. Estructura dels esquís

6.1. Components dels esquís

Els esquís estan formats per diferents materials que treballen junts aconseguint la rigidesa i el comportament desitjat. Es pot resumir l'estructura d'un esquí com un sandvitx de varis elements; entre els quals destaquen els materials polimèrics, fustes i composites. Aquests materials s'uneixen entre ells amb una resina que els hi dona la cohesió necessària per mantenir-se enganxats. Aquesta resina no té cap mena de funció estructural dins l'esquí. Mentre que la fusta i els composites tenen la funció de donar la rigidesa desitjada

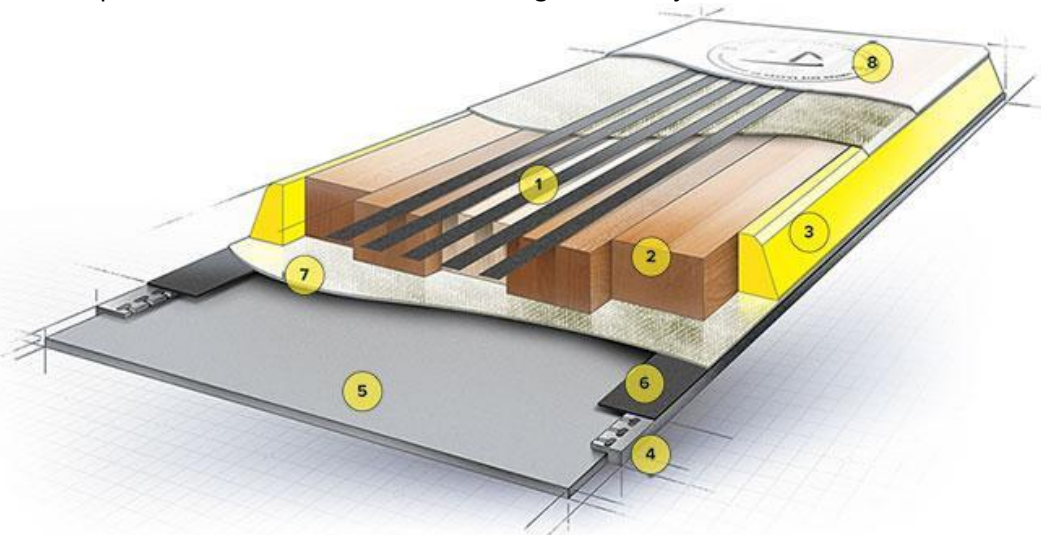


Figura 7 Estructura interior de l'esquí

- | | |
|---------------------------|--|
| 1. Primera capa de reforç | 5. Base |
| 2. Nucli laminat de fusta | 6. Tires de goma (VDS) |
| 3. Sidewalls | 7. Segona capa de reforç |
| 4. Cantells | 8. Capa de plàstic superior (topsheet) |

Topsheet.

El topsheet és la capa més exterior de l'esquí. La seva funció és la de protegir i aïllar el nucli, així com les capes de compòsits i la cola, de l'exterior. Aquest evita el pas d'aigua, aire, humitat... cap a dins el nucli, ja que el podrien malmetre.

Els materials més utilitzats per el topsheet són el polietilè de molta alta densitat (UHMWPE), el nylon, làmines de poliamida... En general, qualsevol material polimèric pot servir d'utilitat sempre i quan compleixi el requisit mínim d'adherir-se bé a la cola epoxi, l'encarregada de mantenir la cohesió dels diferents components del esquí.

Reforços.

Els reforços, situats tant sobre com sota el nucli de fusta, tenen la missió d'aportar rigidesa l'esquí. Al estar separats una distància major de l'eix neutre de la secció, aporten una gran inèrcia, fet que suposa una aportació major pel que fa a la rigidesa de la secció.

Aquests reforços solen estar fets a base de materials compostos. Un material compost és la unió de diferents capes de un material fibrat mitjançant un agent aglomerant que dona cohesió a les fibres. L'alta resistència dels materials compostos i la seva extremada lleugeresa els fan molt útils per aplicacions com l'aviació, l'automoció... i en aquest cas, els esquís. Alguns dels compòsits més utilitzats són la fibra de vidre i la fibra de carboni, entre d'altres.

En alguns esquís especialitzats es pot utilitzar plaques de Titanal® per aportar rigidesa i absorbir vibracions.

Fibra de vidre

La fibra de vidre és un material format per filaments molt primos i lleugers de vidre. Aquests filaments tenen un gruix aproximat d'entre 1 μm i 8 μm . Aquests tenen unes grans propietats mecàniques, fet que atorga a la fibra de vidre la seva gran resistència. També actuen molt bé com aïllants tant tèrmics com elèctrics.

Tots aquests petits filaments poden unir-se formant teles de fibra de vidre. Es poden disposar en forma de mat o en forma de teixit. Segons la disposició de les fibres, la tela adquireix unes propietats mecàniques o altres.

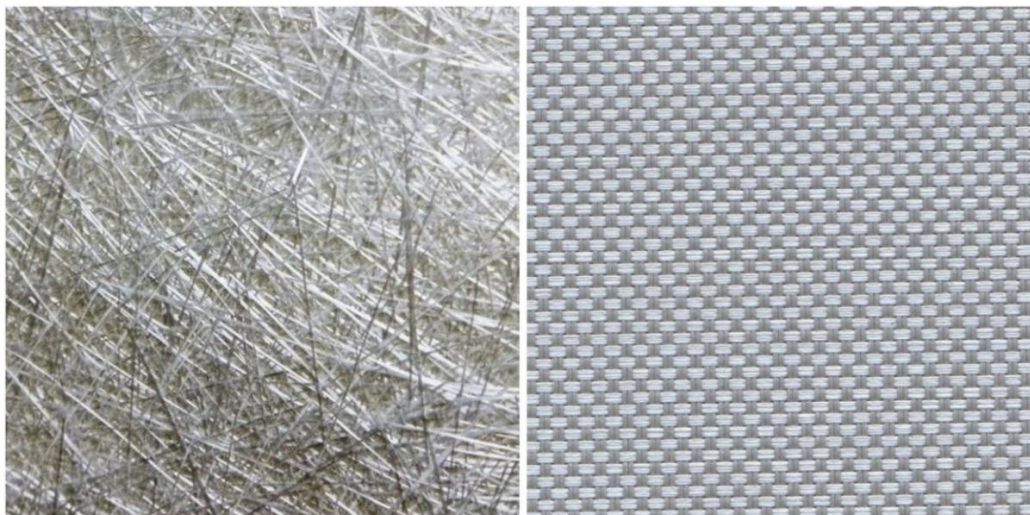


Figura 8 Fibra de vidre en forma de mat i en forma de teixit

Si les fibres s'orienten de forma aleatòria formant el que es coneix com a mat de vidre, la tela adquireix un comportament isotròpic. Les seves propietats mecàniques són les mateixes per cada una de les diferents direccions.

Mentre que si les fibres s'organitzen en forma de teixit aquest adquireix unes molt bones propietats mecàniques però només en la direcció en les quals estan disposades les fibres. Aquestes malles o teixits queden caracteritzades per les direccions en les quals estan disposades les fibres. En els teixits biaxials (els més comuns) les fibres estan orientades a 0° i 90°.

trobem teixits triaxials, on les fibres estan orientades a 0° , 45° i -45° . I finalment en les quadriaxials les direccions cobertes són -45° , 0° , 45° , 90° .

En la indústria de l'esquí, la fibra de vidre –en forma de teixit– és el reforç més utilitzat degut a la seva alta resistència en la direcció de les fibres, la seva lleugeresa i el seu preu assequible. El teixit més comú en els esquís és el teixit triaxial. Les fibres orientades a 0° (que recorren l'esquí de forma longitudinal) atorguen al esquí una enorme resistència a flexió. Mentre que les fibres orientades a $\pm 45^\circ$, tot i que tenen la seva petita aportació a la resistència a flexió, son les encarregades de resistir la torsió a la qual l'esquí està sotmès durant el seu ús.

Fibra de carboni

La fibra de carboni és una fibra sintètica constituïda per uns fins filaments compostos de carboni. Aquests filaments tenen un diàmetre de entre $5\ \mu\text{m}$ i $10\ \mu\text{m}$. La fibra de carboni s'obté a partir del poliacrilonitril (PAN), un polímer vinílic a partir del qual s'obtenen fibres sintètiques entre les quals destaca la fibra de carboni.

Titanal

El titanal és el nom comercial d'un producte fabricat per la marca austríaca AMAG. En contra de que el seu nom indica, és un aliatge d'alumini (88.5% alumini, 1.7% coure, 2.5% magnesi, 7% zinc i 0.1% zirconi) utilitzat en els esquís per donar-los estabilitat, reactivitat i la capacitat d'absorció de vibracions. El titanal és molt utilitzats en esquís de fora-pista per donar-los estabilitat en terrenys irregulars.

Es poden posar al mateix temps diferents combinacions de reforços per tal de millorar la rigidesa del esquí i aconseguir el comportament desitjat. Les combinacions més recurrents són utilitzar fibra de vidre i fibra de carboni per obtenir esquís més àgils i maniobrables, i combinar fibra de vidre i titanal quan es vol aconseguir un esquí més estable a grans velocitats i que absorbeixi molt bé les vibracions.

Nucli

El nucli és la part més important de l'esquí. El nucli és, juntament amb els reforços esmentats, l'element que aporta més rigidesa, determina el comportament de l'esquí. Aquest suposa la major part del pes total de l'esquí. El material més utilitzat a l'hora de construir els nuclis dels esquís és la fusta, ja que compta amb unes bones propietats mecàniques de rigidesa i resistència i un baix pes. A més, és un material d'alta durabilitat i que manté la seva rigidesa al llarg del temps.

Un dels inconvenients de la fusta és que és relativament cara i algunes varietats específiques són difícil d'obtenir. És per això que també existeixen esquís que compten amb un nucli d'espuma. Aquests són especialment els esquís de gamma baixa, on no es busca un molt bon rendiment però sí un preu ajustat i una fabricació senzilla. Aquests esquís d'espuma compten amb un nucli d'espuma de poliuretà (PU) injectat. Es PU no té el mateix comportament i rigidesa que la fusta. Cal destacar que al llarg de la seva vida útil l'espuma perd les seves propietats.

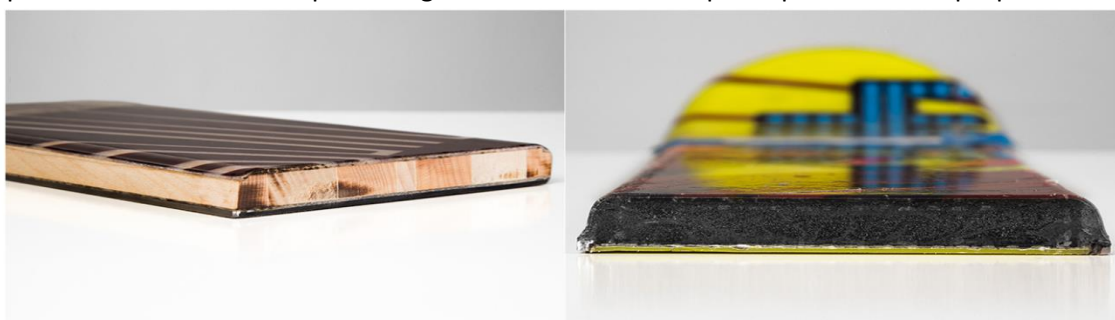


Figura 9 Nucli d'esquí de fusta (esquerra) i nucli d'esquí d'espuma (dreta)

A l'hora d'escollir la fusta adequada per a construir el nucli cal tenir en compte les seves propietats. La més important és la rigidesa, ja que determinarà el comportament de l'esquí. Les fustes més flexibles s'utilitzen per esquís més maniobrables i juganers, que són més fàcils de girar, però més inestables a grans velocitats. Mentre que fustes de caràcter rígid, fan que els esquís siguin més estables a grans velocitats, però són més difícils de fer girar.

El nucli de fusta no és un llistó normal i corrent de fusta. S'obté seguint un procés anomenat laminació. Aquest procés consisteix en ajuntar i enganxar diversos llistons de fusta entre ells per tal d'obtenir-ne un de sol. Hi ha varies raons per les quals els nuclis dels esquís s'han de laminar, a diferència d'utilitzar una sola peça de fusta. En primer lloc; un nucli laminat minimitza les irregularitats, com els patrons de gra o l'efecte de l'anisotropia degut a l'orientació de les fibres naturals de la fusta. I, en segon lloc, com s'ha dit anteriorment, que permet dissenyar les característiques de l'esquí combinant fustes de diferents propietats.

Al laminar s'ajunten diversos llistons de fusta amb cola epoxi i aplicant pressió per tal de que aquesta enganxi correctament les fustes entre elles formant un únic llistó.

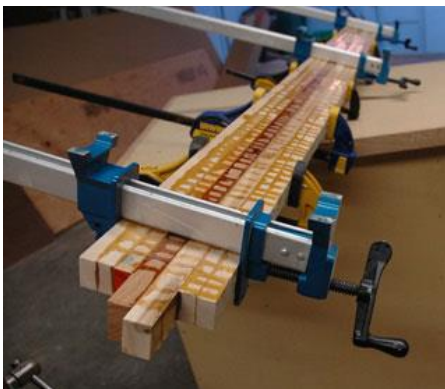


Figura 10 Laminació artesanal

Aquesta es deixa curar i endurir, i un cop realitzat aquest procés es tallen els nuclis dels esquís.

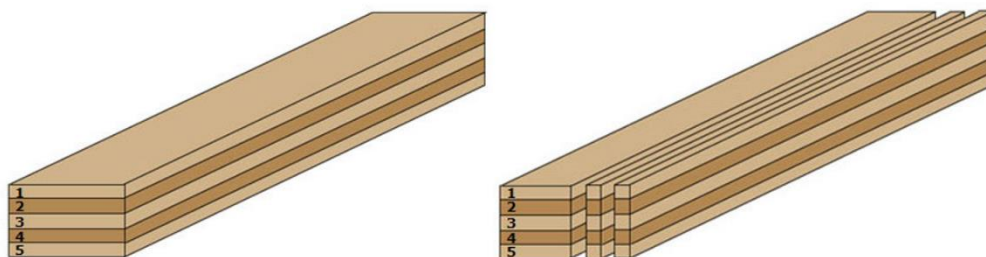


Figura 11 Obtenció de nuclis a partir d'un llistó laminat

Laminant el nucli s'obtenen unes propietats més homogènies i es permet combinar les característiques de diferents tipus de fusta.

Els nuclis més habituals contenen fustes més dures per aportar rigidesa, com per exemple freixe o auró, i fustes com per exemple la pawlounia o fusta de balsa, que són molt lleugeres, per estalviar pes.

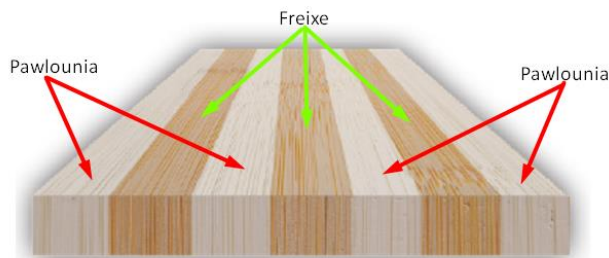


Figura 12 Nucli laminat d'un esquí

En l'apartat de selecció de materials s'analitzen els tipus de fusta i s'escollirà la més adequada, tenint en compte la seva rigidesa i altres factors com el pes específic i el preu, per construir el nostre esquí.

Sidewalls.

Els sidewalls són els encarregats de protegir el nucli de l'esquí dels agents externs com ara l'aigua i l'aire, així com de protegir el nucli de cops amb pedres i obstacles. Aquests elements no tenen una funció estructural dins l'esquí.

Els materials més utilitzats per la construcció dels sidewalls són els materials polimèrics; especialment el ABS o el UHMWPE (polietilè de molta alta densitat, comercialment anomenat P-Tex). Aquests plàstics són els més efectius ja que tenen una alta resistència a cops, no absorbeixen gens d'aigua o humitat i tenen una molt alta durabilitat.



Figura 13 Nuclis d'esquí amb els sidewalls units

Tot i això, els sidewalls no són del tot indispensables en els esquís. Això depèn bàsicament de la seva estructura de construcció, ja que hi ha estructures (com l'estructura de monocasc) que no requereixen sidewalls. Les estructures de construcció es detallaran en futurs apartats.

Els sidewalls s'enganxen al nucli mitjançant cola epoxi. Aquest procediment es detallarà en l'apartat de construcció.

Cantells.

Els cantells són uns elements d'acer que es posicionen en els laterals de l'esquí i que permeten que aquest s'adhereixi a la neu i no llisqui a l'hora de girar els esquís. Als cantells d'acer se'ls ha aplicat un trempat per tal d'augmentar al seva duresa i fer-los més resistents als cops. Aquests estan situats entre la base de polietilè i la primera capa de reforç de l'esquí.



Figura 14 Cantells d'acer

Base de l'esquí

La base de l'esquí es l'element que està en contacte amb la neu. La base és de polietilè de gran densitat (UHMWPE). Aquesta cal que tingui una gran resistència per tal de mantenir sempre una textura llisa i així garantir una fricció mínima entre la neu i l'esquí.



Figura 15 Base de l'esquí.

6.2. Estructures de construcció.

Al igual que hi ha varietat a l'hora d'escollir els materials que componen els esquís, també hi ha varietat en la forma en la qual s'estructuren aquests materials, resultant en diferents mètodes de construcció dels esquís.

Estructura monocasc

L'estructura de tipus monocasc implica doblar el topsheet (la làmina més exterior de totes) de tal manera que cobreixi la part superior del nucli i els seus laterals. Per tant, és un recobriment que va de cantell a cantell.

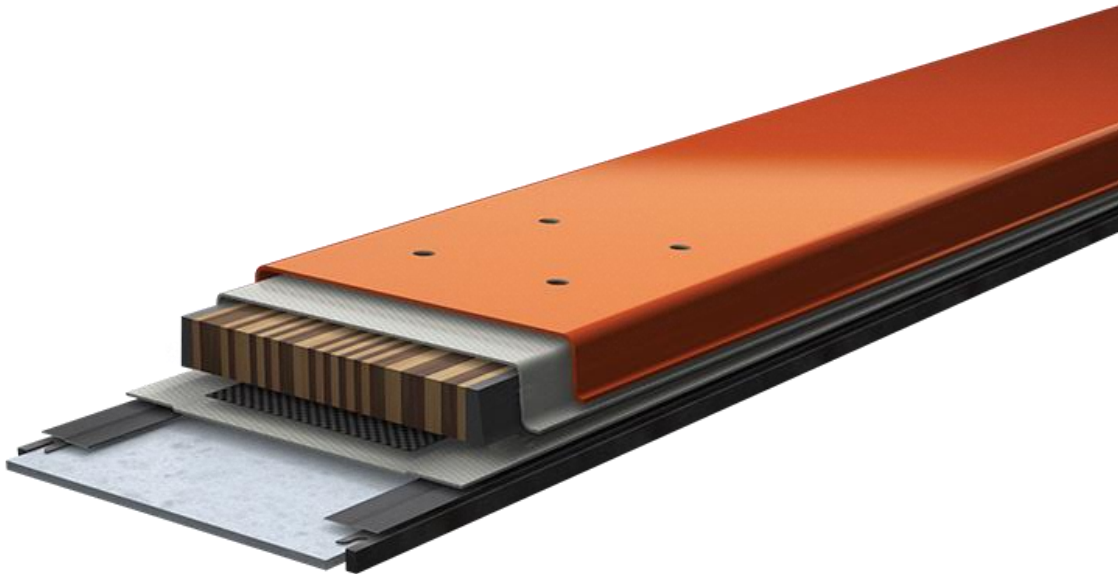


Figura 16 Estructura tipus monocasc

El principal propòsit d'aquesta construcció és la de dirigir l'energia cap als cantells en lloc de repartir-la uniformement per tot l'esquí. D'aquesta manera s'aconsegueixen esquís molt més maniobrables i fàcil de girar. Al utilitzar aquesta construcció, el nucli queda protegit i aïllat de l'exterior gràcies al topsheet. Per tant, els sidewalls no són necessaris. I és per aquesta raó que els esquís amb estructura monocasc són més lleugers que els que compten amb diferent construcció.

Per a dur a terme aquesta estructura es requereix un motlle per donar la forma adequada al topsheet. Aquest emmotllament es fa al mateix temps que el premsat.

Aquesta construcció és molt utilitzada en els esquís de principiants (ja que són més fàcils de girar) i en els esquís de muntanya, una disciplina on es necessita molt maniobrabilitat així com un pes molt reduït.

Estructura sandwich

L'estructura tipus Sandwich es basa en la superposició de capes de material una a sobre l'altre, tant sobre com sota el nucli. El topsheet és pla i no toca els cantells. Els sidewalls s'encarreguen d'aïllar el nucli i els reforços de l'exterior.

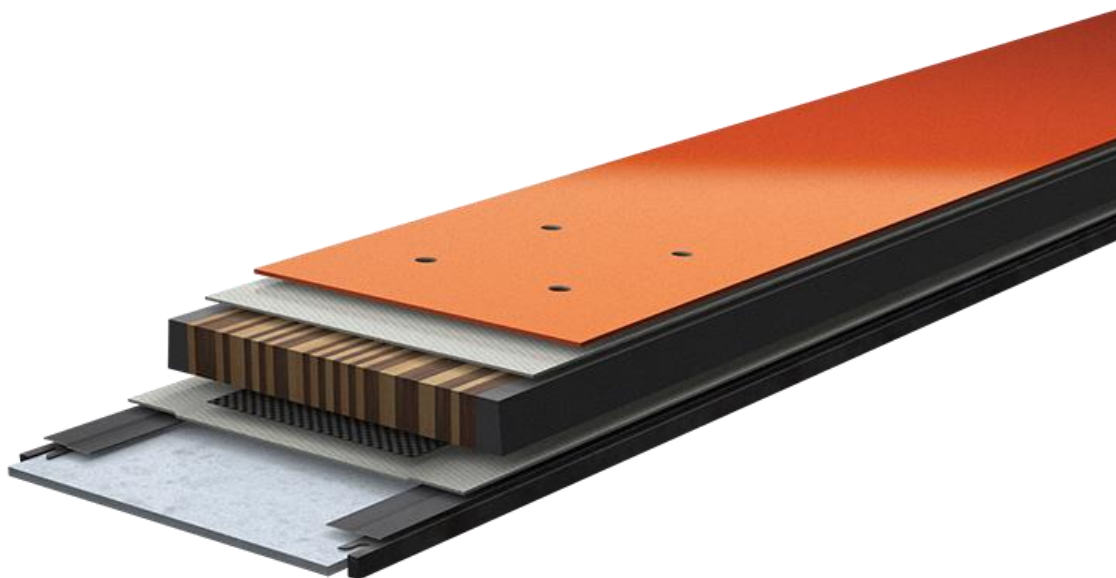


Figura 17 Estructura tipus sandvitx

Aquest mètode de construcció és més complex que el sistema de monocasc ja que requereix la col·locació dels sidewalls.

Els esquís amb aquesta construcció són més estables a grans velocitats, absorbeixen molt millor les vibracions i resisteixen millor els cops. Tot gràcies a la col·locació dels sidewalls. Tot i això, són més pesats i menys maniobrables que els esquís amb la construcció de tipus monocasc.

Estructura híbrida/Semi-monocasc

L'estructura monocasc i Sandwich són les principals estructures de construcció dels esquís. Tot i això es poden combinar aquests dos mètodes de construcció per obtenir un esquí que combini les propietats d'ambdues estructures.

L'estructura semi-monocasc consisteix un topsheet doblat com en l'estructura monocasc però aquest no arriba fins el cantell. Aquest espai que falta està cobert per un petit sidewall.

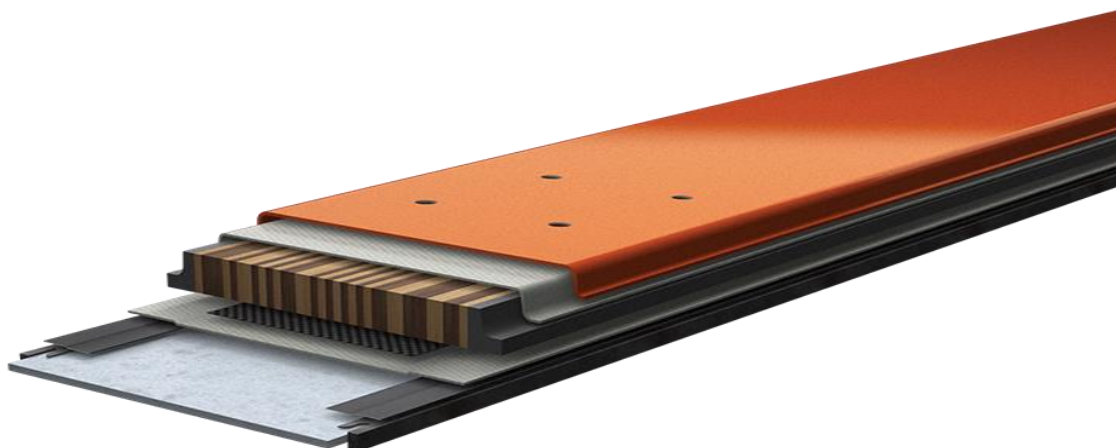


Figura 18 Estructura tipus semi-monocasc

En canvi, l'estructura híbrida consisteix en la utilització d'una estructura de tipus monocasc en els extrems dels esquís (tip i tail) per aportar lleugeresa, i en l'estructura tipus sandvitx en la part central per aportar rigidesa, ja que és on es requereix més rigidesa degut a que és la zona on hi ha majors esforços.

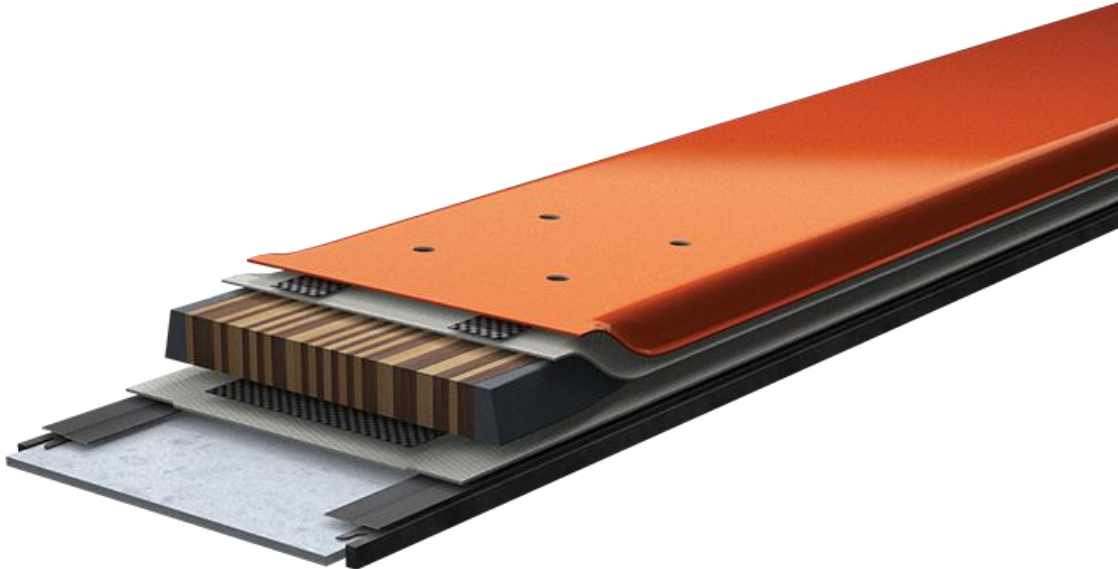


Figura 19 estructura tipus híbrida

Utilitzant alguna d'aquestes construccions s'obté un esquí que combina la rigidesa característica de l'estructura sandvitx amb la lleugeresa i maniobrabilitat de l'estructura de tipus monocasc. Tot i això, aquestes són les estructures més difícil d'obtenir i les més cares.

7. Model físic de l'esquí

En aquest apartat es fa referència als diferents esforços als quals l'esquí està sotmès i com aquests afecten a la seva estructura. Es farà un primer càlcul per quantificar-los.

7.1. Esforços dels esquís

Un esquí, durant el seu funcionament, està sotmès a una quantitat enorme d'esforços. Per fer girar els esquís, l'esquiador redirigeix i posiciona el seu propi pes per tal que els esquís s'inclinin lateralment, provocant que els cantells es clavin a la neu i els esquís es deformin generant un gir en la trajectòria de l'esquiador. També, els esquís pateixen molts esforços degut a la irregularitat del terreny. La neu no és llisa, i sempre hi ha sotracs i irregularitats que l'esquí ha de suportar correctament sense fer perdre estabilitat a l'esquiador.

Els dos esforços més importants a tenir en compte a l'hora de dissenyar un esquí són la flexió i la torsió.

Flexió.

La flexió és la principal característica d'un esquí. Aquest es flexiona per tal d'adaptar-se a la neu en qualsevol situació –ja sigui quan l'esquiador està parat, o en moviment en línia recta o girant, gràcies a la pressió exercida pel pes propi de l'esquiador.

La deformació per flexió de l'esquí és màxima quan es troba en terreny irregular. En el pitjor dels casos l'esquiador es podria trobar entre dos sotracs i que les úniques parts de l'esquí que es trobin en contacte amb el terra fossin les puntes del propi esquí. En aquest cas es genera un moment flector màxim en el centre de l'esquí, per tant, les tensions provocades són màximes. Quan es donen aquestes condicions, l'esquí ha de ser capaç de resistir la càrrega aplicada. I, un cop es descarregui, recuperar la seva forma original. Per tant l'esquí ha de mantenir-se en tot moment en règim elàstic, no sobrepasant mai el seu valor de límit elàstic (entrant d'aquesta manera en règim plàstic i deformant-se permanentment). Aquesta qualitat de recuperar la forma original després d'un cicle de càrrega i descàrrega s'anomena "nervi del esquí".

Segons el tipus d'esquí que es requereixi, ja sigui per competició, esquí de muntanya, freestyle... la flexió del propi esquí i el seu nervi seran diferents. En l'esquí de muntanya i en competició interessa que els esquís siguin rígids i amb molt de nervi (que recuperin de seguida la seva forma original) per tal d'estar el màxim en contacte amb la neu. Mentre que en el freestyle interessa un esquí més flexible (per tant molt més maniobrable i fàcil de girar) i amb menys nervi però amb un molt alt límit elàstic, ja que aquests estan sotmesos constantment a alts esforços de flexió.

Quan a l'esquí se'l sotmet a flexió, les forces més importants que estan involucrades son:

- Pes (tant del esquiador com del propi equipament) $F_{pes} = mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{1}{2}$
El pes es divideix entre 2 ja que el pes de l'esquiador es reparteix en els dos esquís.
- Reacció que el terra fa contra el conjunt esquí+esquiador $R_{neu-esquí}$

El pes propi es pot modelar com una càrrega puntual -que sempre va en direcció vertical-aplicada al punt mig de la fixació. Pel que respecta la reacció de la neu contra l'esquí, no hi ha una simplificació tan senzilla, ja que depèn del terreny on es trobi l'esquiador en tot moment.

Podem diferenciar dues situacions extrems.

Esquí totalment recolzat a la neu.

Quan tota la superfície de l'esquí està en contacte amb la neu. La reacció en aquesta situació és una càrrega repartida al llarg de tota la superfície de l'esquí.

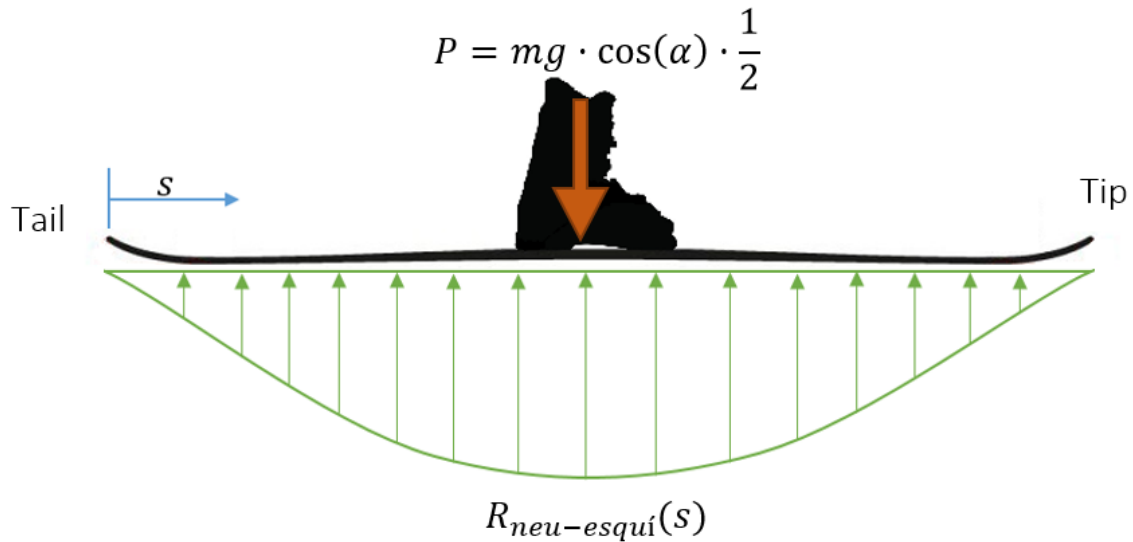


Figura 20 Distribució de forces de l'esquí en contacte total amb la neu

Aquesta càrrega no és lineal, ja que la seva intensitat en tot moment dependrà del gruix del esquí. Essent aquesta reacció més petita en el tip i tail, on la secció del esquí té menys gruix. I més gran en el centre, on la secció compta amb més gruix.

Sempre s'ha de complir que el mòdul de la reacció $R(s)$ sigui igual a la força del pes.

$$\int_0^l R_{neu-esquí}(s) ds = P = mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{1}{2}$$

Esquí recolzat per els dos extrems

En aquest cas la superfície de contacte entre l'esquí i la neu es modela reduint-la a dos punts de contacte. Un en la cua (tail) i l'altre a la punta de davant (tip).

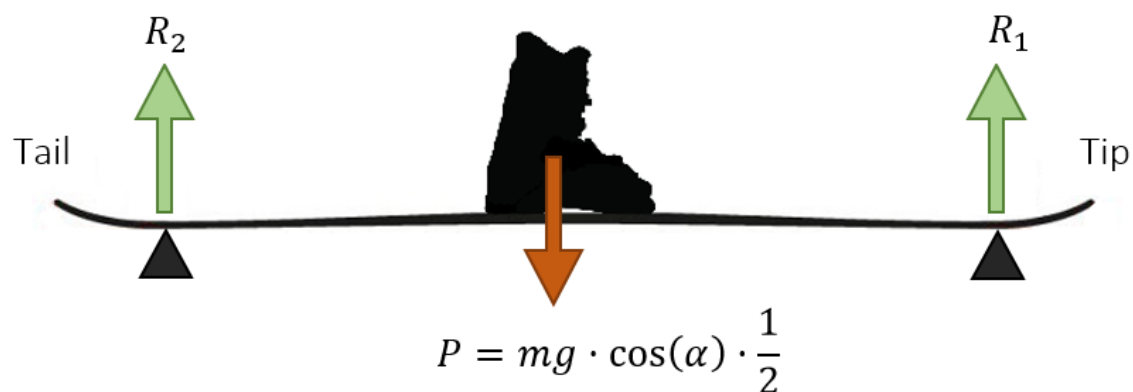


Figura 21 Distribució de forces de l'esquí recolzat per dos punts

En aquesta situació les reaccions es modelen com dues forces puntuals en direcció contrària a la del pes. La suma d'aquestes dues forces contraresta l'efecte del pes.

Aquesta situació és la més desfavorable per l'esquí, ja que aquest pateix esforços majors en comparació amb la primera situació on aquest estava totalment recolzat sobre el terra. Per aquest motiu, considerem aquesta situació per calcular els esforços i dimensionar la nostra secció envers la flexió.

Torsió.

Cal destacar també la torsió al qual estan sotmesos als esquís. Aquest esforç és, juntament amb la flexió, la característica més important a tenir en compte. La torsió és especialment important a l'hora d'efectuar girs amb els esquís amb gran estabilitat, ja que mentre s'efectua un gir, els cantells han d'estar sempre en contacte amb la neu; sempre suportant les irregularitats del terreny. Un esquí amb molta rigidesa a torsió, al clavar els cantells per efectuar un gir torsionarà molt poc, mantenint els cantells clavats a la neu, generant un gir molt més segur i evitant patinades.

En canvi; si un esquí no té una rigidesa torsional elevada, al efectuar un gir, aquest torsionarà, els cantells deixaran d'estar en contacte amb la neu i l'esquí lliscarà.

La torsió té molta importància sobretot en els esquís de competició o de pista, ja que es mouen en terrenys amb la neu més dura. En canvi, en els esquís de freeride, la torsió perd una mica d'importància, ja que al esquiar per neu pols (una neu molt més tova) els cantells no pateixen cap mena d'esforç.

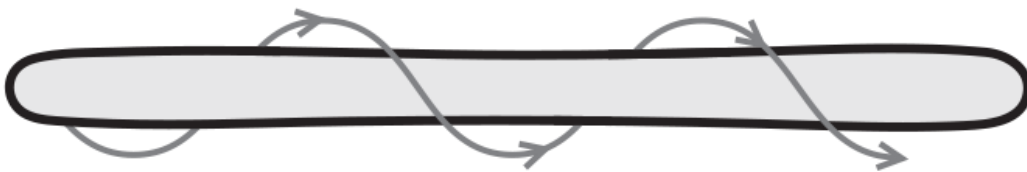


Figura 22 Torsió de l'esquí

La torsió és l'esforç més difícil de quantificar teòricament. Com s'ha dit, els esforços de torsió apareixen quan l'esquiador efectua un gir. En aquesta situació apareix la força centrífuga, força que l'esquiador ha de contrarestar inclinant el cos i els esquís de manera que els cantells es clavin a la neu i, d'aquesta manera, evitar lliscar.

També cal tenir present el pes de l'esquiador, la velocitat, el radi de gir de la trajectòria, així com l'angle d'inclinació dels esquís i el pendent de la pista.

Al efectuar un gir, els esforços es reparteixen entre els dos esquís, però no ho fan per igual. Generalment l'esquí de fora és el que pateix més esforços. És per això que s'han definit els coeficients δ_1 i δ_2 que signifiquen la proporció del esforç total que s'emporta cada esquí. Aquests coeficients apareixen en la força del pes (δ_1) i centrífuga (δ_2).

$$\begin{aligned}\delta_{1_{exterior}} + \delta_{1_{interior}} &= 1 \\ \delta_{2_{exterior}} + \delta_{2_{interior}} &= 1\end{aligned}$$

Les forces que intervenen son:

- Pes de l'esquiador $F_{pes} = mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \delta_1$
- Força centrífuga $F_{cent} = m \cdot \frac{v^2}{R_{gir}} \cdot \delta_2$
- Força que el conjunt esquiador+esquí fa sobre la neu $F_{esquí-neu}$

Aquesta és la força resultant de la força del pes i la força centrífuga

- Moment que transmet l'esquiador al esquí $M_{esquí}$

Aquest moment és el responsable de la torsió de l'esquí. Aquest l'ha de suportar sense deformat-se excessivament per tal de garantir una correcta maniobra de gir.

- Reacció que la neu fa sobre l'esquí $R_{neu-esquí}$

Aquesta és la reacció que contraresta la força de l'esquí cap a la neu.

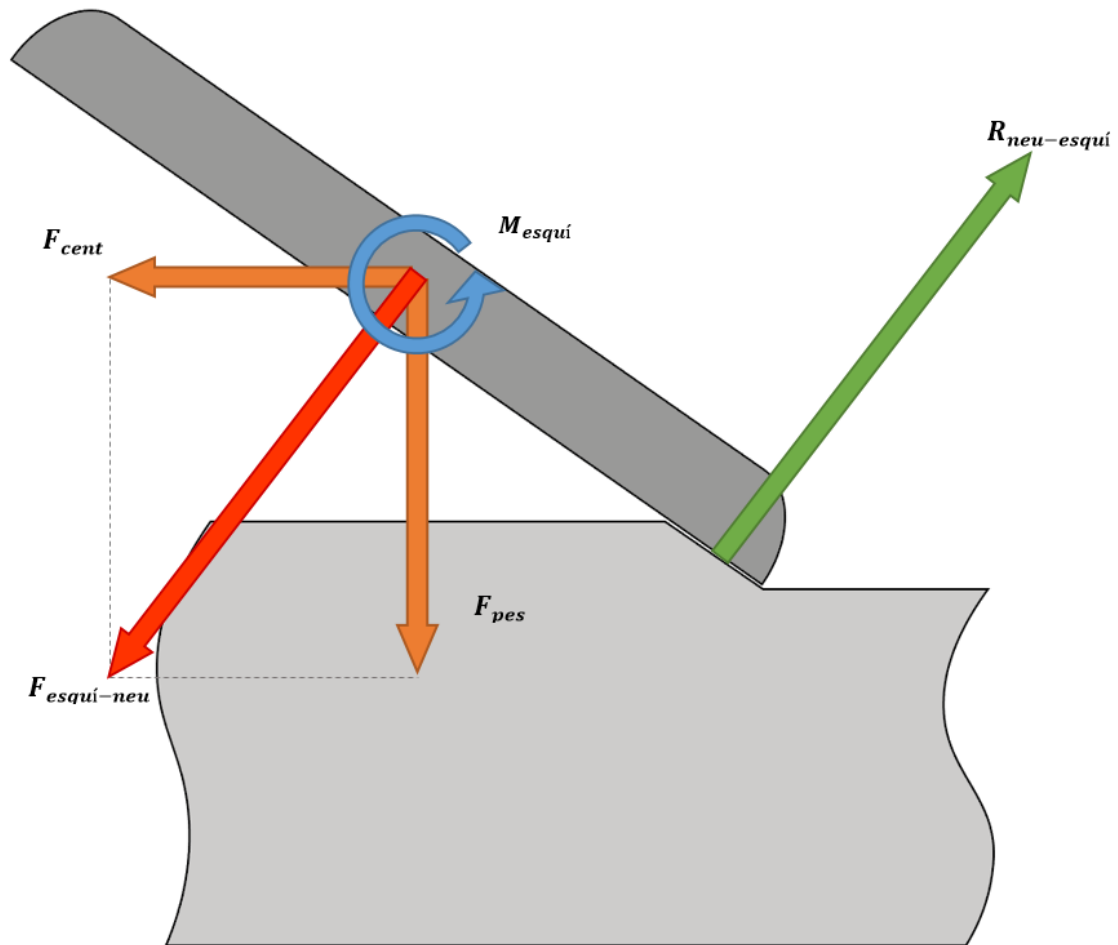


Figura 23 Distribució de forces de l'esquí durant una maniobra de gir

Aquesta reacció -de la neu cap al esquí- és una càrrega repartida per tota la longitud del cantell de que està en contacte amb la neu.

Igual com passava en la flexió, la reacció no és la mateixa en total llarg de l'esquí. La reacció en els extrems de l'esquí serà inferior a la reacció en el centre, on està aplicada la força, i on la secció de l'esquí és major.

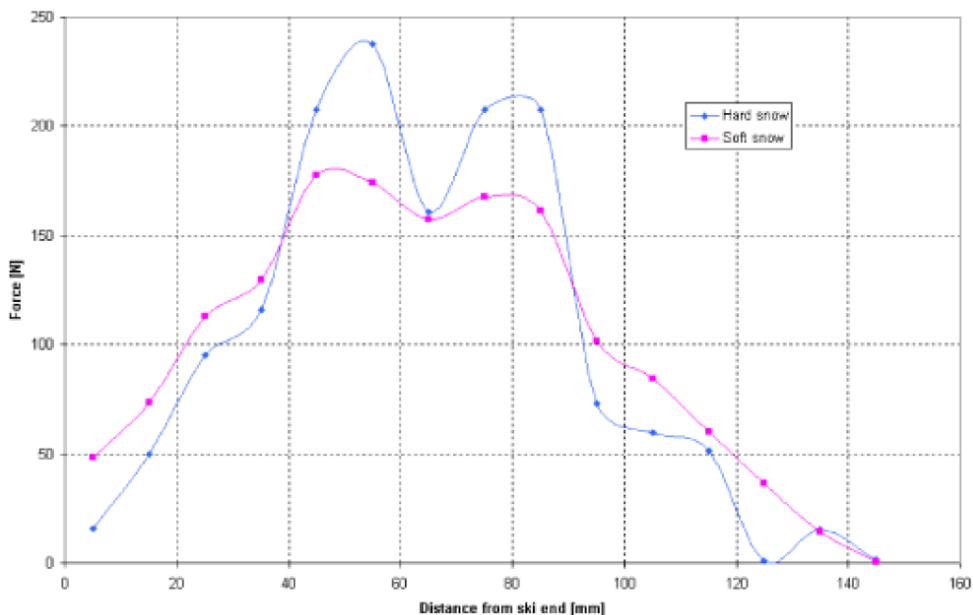


Figura 24 Distribució al llarg de l'esquí de la reacció neu-esquí.
 Federolf, Peter Andreas. Finite element simulation of a carving ski.

Font:

Abans de fer els càlculs cal determinar els valors dels coeficients δ per saber quina proporció dels esforços totals s'emporta cada un dels esquís (l'exterior i l'interior). La determinació d'aquests coeficients es basa en un estudi dut a terme a l'escola Politècnica de Zurich (ETH Zürich) on es va fer una simulació en elements finits d'un esquí portant a terme una maniobra de gir. Aquests en van ser els resultats:

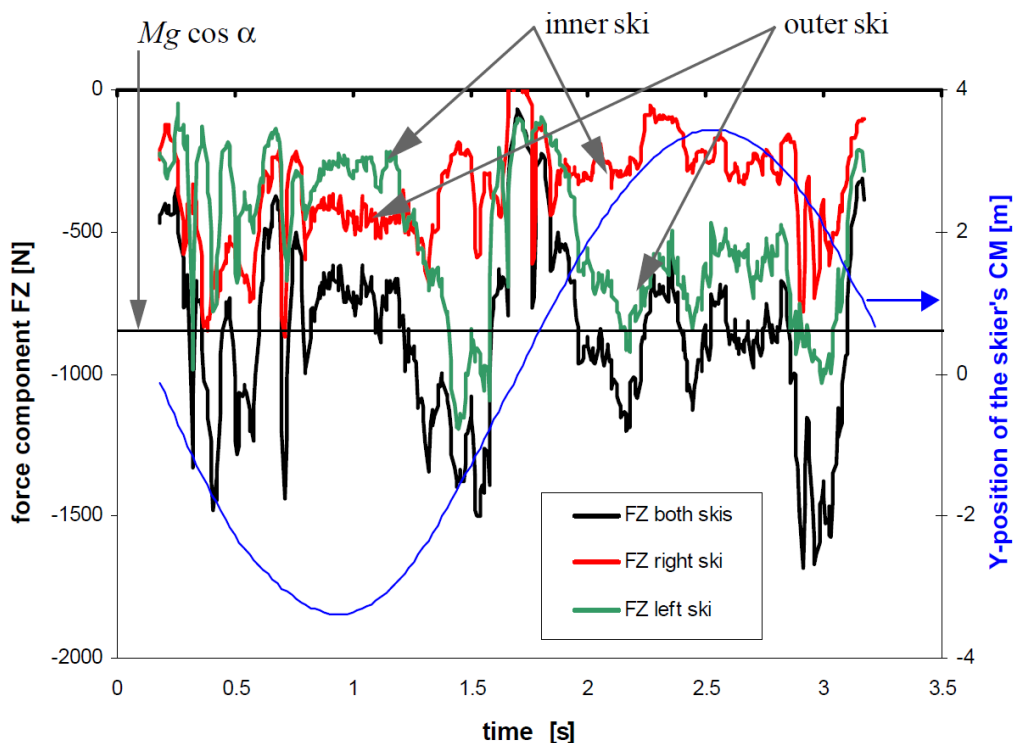


Figura 25 Distribució de la força del pes entre els dos esquís durant una maniobra de viratge.
 Font: Federolf, Peter Andreas. Finite element simulation of a carving ski.

En aquest gràfic es pot veure l'evolució de la força del pes que l'esquiador transmet al conjunt dels esquís al llarg d'una maniobra de gir. Es pot distingir la força total aplicada als esquís, i aquesta es pot separar en la que rep l'esquí dret i esquerra.

Aquest gràfic és útil per veure que l'esquí exterior (outer ski) s'emporta aproximadament un 60% de la força del pes de l'esquiador. I per tant amb això ens podem fer una idea dels coeficients δ esmentats.

$$\begin{aligned}\delta_{1_{\text{exterior}}} &= 0.6 \\ \delta_{1_{\text{interior}}} &= 0.4\end{aligned}$$

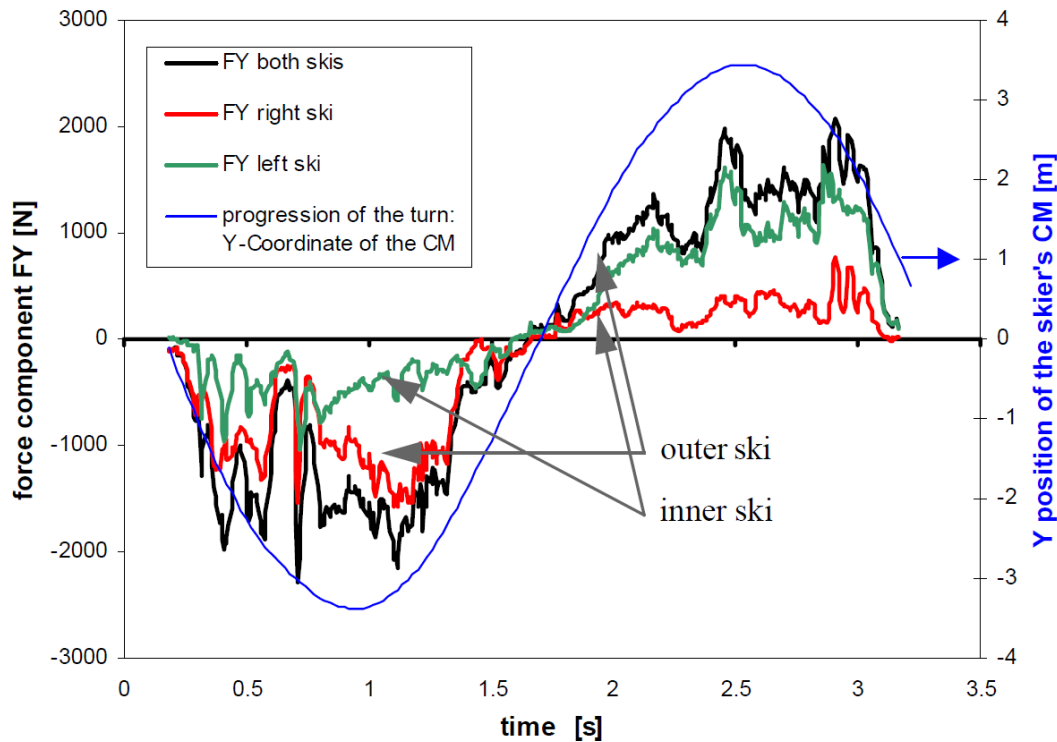


Figura 26 Distribució entre els dos esquís de la força centrífuga durant una maniobra de viratge. Font: Federolf, Peter Andreas. Finite element simulation of a carving ski.

En aquest es veu l'evolució de la força corresponent a la força centrífuga al llarg d'una maniobra de gir. Igual que el gràfic anterior es pot distingir entre la força total aplicada sobre els dos esquís així com les forces aplicades al esquí exterior i l'esquí interior.

Tal com es deia anteriorment, l'esquí exterior s'emporta més càrrega que l'esquí interior.

Amb l'ajuda d'aquest gràfic es pot deduir que l'esquí exterior s'emporta al voltant d'un 60% de la força total aplicada.

Això significa que:

$$\begin{aligned}\delta_{2_{\text{exterior}}} &= 0.6 \\ \delta_{2_{\text{interior}}} &= 0.4\end{aligned}$$

8. Disseny esquí

Un cop definits els diferents esforços, i com aquests actuen en els esquís ja es pot procedir a fer els primers càlculs per determinar numèricament els esforços existents i així poder fer un bon disseny en conseqüència dels resultats obtinguts.

Abans però cal definir alguns paràmetres (massa, la pista, velocitats....) així com alguns criteris de disseny (longituds, gruixos...).

8.1. Criteris de disseny

Massa del esquiador (m)

Suposem una massa de 80kg pel que fa al esquiador i una massa de 10kg que fa referència al equipament que aquest porta. Aquest inclou esquís, fixacions, botes, roba...

$$m = 90 \text{ kg}$$

Inclinació de la pista (α)

La inclinació de la pista influeix en la component del pes de l'esquiador. Aquesta component es maximitza quan l'esquiador es troba en el pla horitzontal ($\alpha = 0$), i a mesura que aquesta inclinació augmenta, la component del pes a contrarestar disminueix. És per això que en els càlculs es suposarà una inclinació nul·la ($\alpha = 0$) per tal que el disseny de la secció de l'esquí tingui en compta els esforços màxims.

$$\alpha = 0^\circ$$

Velocitat de l'esquiador (v)

La velocitat de l'esquiador és un factor que varia molt depenent del terreny, visibilitat, nivell de l'esquiador. Quan es va en trajectòria recte la velocitat és molt més alta que quan s'efectua un gir. Per tal que la resistència a la torsió de l'esquí no sigui el coll d'ampolla i limiti la seva resistència es suposa una velocitat de 80 km/h. Velocitats que només s'assoleixen en les competicions d'esquí més exigents.

Agafant valors de velocitats altes i sobredimensionant la secció a torsió ens assegurem que l'esquí no quedi limitat per aquest esforç.

$$v = 80 \text{ km/h}$$

Distàncies i longituds

Aquí es defineixen les diferents distàncies i cotes de l'esquí d'acord amb els criteris de disseny escollits.

Longitud

Primer de tot cal definir la longitud de l'esquí. Depenent del tipus d'esquí i del seu ús cal una longitud o una altra. En el cas de voler un esquí molt maniobrable i àgil cal una longitud aproximadament de 10 cm inferior a l'alçada del usuari. Si el que es vol és un esquí versàtil i molt útil per totes les situacions (neu dura, neu pols, pista i fora pista) cal que aquest tingui una longitud lleugerament inferior a la del esquiador (2 o 3 cm). I si el que es vol és un esquí per anar a altes velocitats, o bé per neu pols, es requereix una longitud superior a l'alçada de l'usuari.

En aquest cas, s'optarà per un esquí versàtil útil en totes les situacions que ofereix la muntanya, el que s'anomena un esquí "all mountain". La seva longitud ha de ser lleugerament inferior a l'alçada de l'usuari; és per això que s'escull una longitud de 1.72 metres.

$$l = 1.72 \text{ m}$$

Distància tip-fixació i tail-fixació

Aquesta distància marca la longitud entre la l'extrem anterior i la fixació, així com la longitud entre l'extrem posterior i la fixació.

Generalment la fixació va col·locada de manera que sigui més propera a la punta posterior (tail) que a la punta anterior (tip). Això es fa per tal que sigui més fàcil aixecar les puntes del esquí per superar obstacles així com per dur a terme les maniobres de gir.

$$d_1 \geq d_2$$

$$d_1 = 880 \text{ mm}$$

$$d_2 = 840 \text{ mm}$$

Amplades

L'amplada de l'esquí influeix molt en el seu comportament i maniobrabilitat. Un esquí de gran amplada és molt útil en neu tova i en fora pista, on es necessita molta superfície de contacte. Però comporta que sigui més difícil de maniobrar.

En canvi, un esquí de perfil estret, tot i ser més maniobrable i estable que els esquís amples, només és realment bo en neu dura.

En aquest cas s'optarà per un esquí de caràcter ample. Actualment els esquís es consideren amples a partir d'una amplada central d'aproximadament 85mm. Per això, en aquest projecte s'intentarà obtenir un esquí més ample, intentant sempre no comprometre la seva estabilitat. L'objectiu és obtenir una amplada de 100 mm en la part central de l'esquí.

Pel que fa a l'amplada de les espàtules (tip i tail), aquestes són sempre superiors a la de part central del esquí. D'aquesta manera, al esquiar per neu pols, les puntes sobresurten per sobre la neu evitant que l'esquiador perdi velocitat i es mantingui per sobre la capa de neu.

$$\text{amplada central} = t = 100 \text{ mm}$$

$$\text{amplada tip} = t_{tip} = 130 \text{ mm}$$

$$\text{amplada tail} = t_{tail} = 128 \text{ mm}$$

Radi de gir

El radi de gir influeix a l'hora d'efectuar una maniobra de gir. Aquest determina la trajectòria que segueix l'esquí durant una maniobra de gir en la qual tot el cantell està en contacte amb el terra. Radis de gir més grans signifiquen girs més oberts però més ràpids. Mentre que radis curts suposen girs més tancats, però on l'esquiador ha de fer més força per efectuar-los.

El radi de gir ha d'anar en harmonia amb la geometria de l'esquí. Els esquís més amples van acompanyats de radis de gir més grans. Mentre que els esquís més estrets compten amb radis de gir més petits.

En aquest cas es decideix utilitzar un radi de gir de 19.5 m. Aquest és un valor elevat dins el rang de radis de gir habituals. Però va d'acord amb les amplades seleccionades anteriors.

$$R_{gir} = 19.5 \text{ m}$$

8.2. Geometria

Establerts ja els primers criteris de disseny es pot procedir a modelar la primera forma i silueta de l'esquí. Per això s'ha utilitzat el programa de disseny en 3D Solidworks, que ha permès plasmar els criteris escollits anteriorment donant com a resultat una primera forma de l'esquí. La longitud total de l'esquí es defineix com la distància entre els punts més exteriors de l'esquí. Com es pot veure a la figura 27, la longitud definida és de 1.75m, mentre que segons els criteris de disseny esmentats anteriorment la longitud ha de ser de 1.72m. Aquest augment es fa per

tal de contrarestar la deformació que patirà l'esquí durant el procés de premsat, on la seva longitud total es reduirà lleugerament.

Les amplades del tip i tail es defineixen com dos cercles ubicats als extrems de l'esquí. Aquests dos cercles s'uneixen mitjançant un arc, el radi del qual, és el radi de gir de l'esquí.

S'ha imposat que la distància entre els arcs del radi de curvatura, quan aquests passen per el punt central de l'esquí, sigui de 100mm per tal de garantir l'amplada desitjada de l'esquí.

Tots els segments s'uneixen amb arcs tangents per tal d'aconseguir una forma suau sense punts angulars.

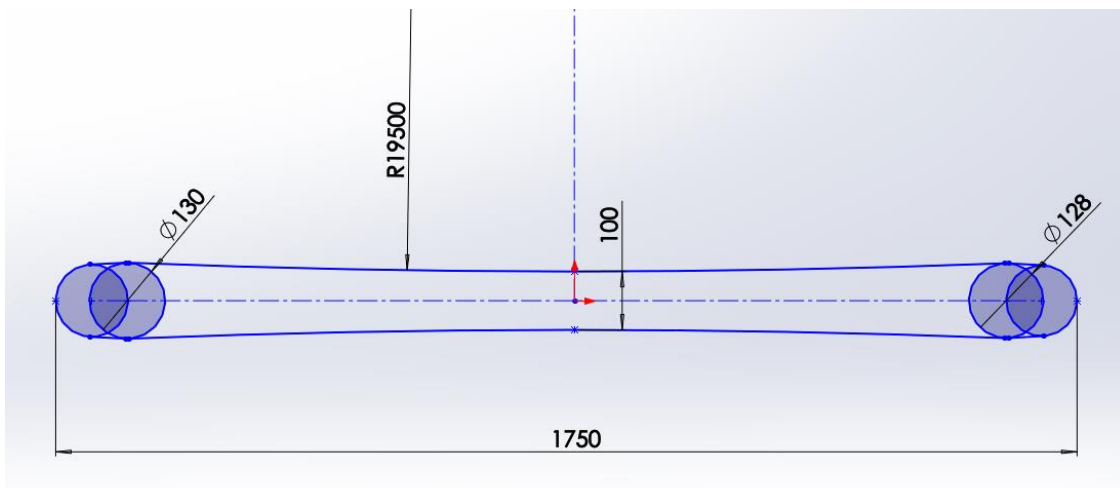


Figura 27 Primera geometria de l'esquí

Definit tot això ja es pot obtenir la forma final del sidecut de l'esquí.

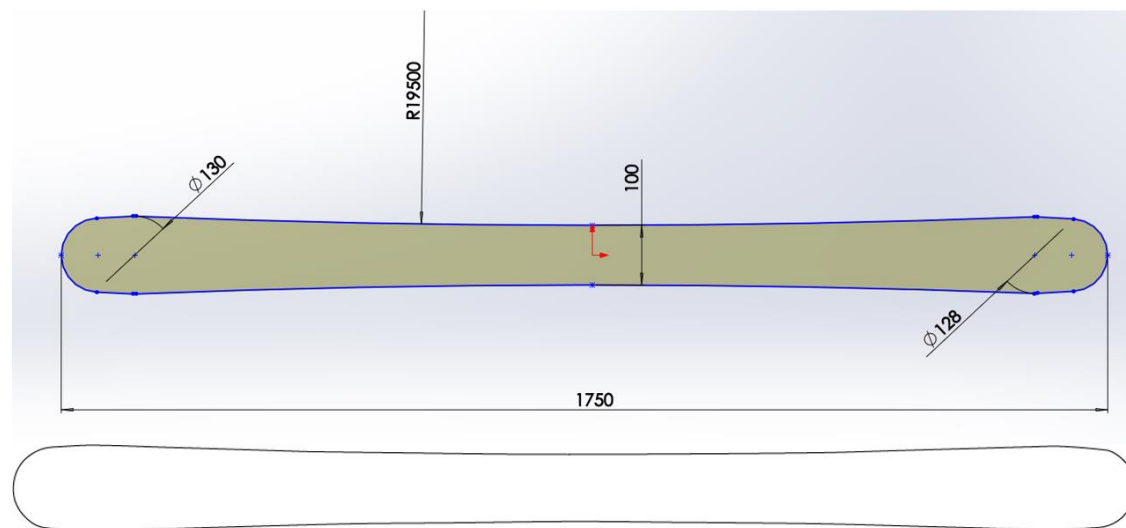


Figura 28 Geometria final de l'esquí

Un cop definit el sidecut (silueta) és moment ja de definir la curvatura del esquí. Vist lateralment, l'esquí té una forma convexa, adoptant una forma de "pont". Això significa que, sense aplicar pressió, no tot l'esquí està en contacte amb la neu.

Aquesta curvatura s'anomena camber, i el seu objectiu és el de, en el moment en el que s'aplica pressió, distribuir la càrrega al llarg de tot l'esquí. A més, d'assegurar un contacte en tot moment de l'esquí amb la neu.

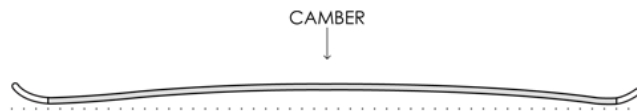


Figura 29 Curvatura tipus camber

Una curvatura tipus camber fa que l'esquí sigui més estable tant en baixada com en el moment d'efectuar un gir, ja que maximitza la superfície de contacte amb la neu. Tot i això, un major contacte neu-esquí, suposa haver d'aplicar més força per portar a terme aquestes maniobres.

Existeix també la curvatura tipus camber invers. Altrament anomenat rocker. Mentre el camber forma un arc convex, el rocker fa que l'esquí adopti una forma còncava.

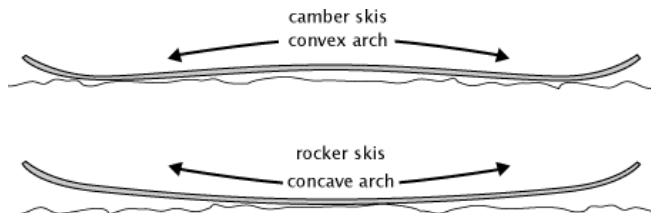


Figura 30 Curvatura tipus camber i rocker

El rocker implica que la superfície de contacte amb la neu sigui molt menor. I per tant sigui molt més fàcil maniobrar els esquís. Això implica, però, que siguin més inestables que els esquís que compten amb un perfil camber.

Un perfil rocker és més adequat en condicions de neu pols, ja que aquesta curvatura fa que l'esquí tingui molta més flotabilitat. Mentre que el camber és més adequat en condicions de neu dura, ja que l'esquí té un contacte superior amb la neu i és molt més estable.

Actualment els esquís utilitzen els dos perfils esmentats, la forma resultant és una combinació de camber i rocker. aquesta combinació permet unir els avantatges dels dos tipus de geometries.

Per el nostre esquí s'utilitzarà una combinació de camber i rocker amb una proporció del 30%. Això significa que el 70% de l'esquí tindrà un perfil convex (camber) i un 30% còncav (rocker). Aquesta proporció camber-rocker significa que la longitud efectiva (longitud de l'esquí en contacte amb la neu) serà el 70% de la longitud total.

$$l = 1.72 \text{ m}$$

$$l_{\text{efectiva}} = 0.7 \cdot l = 1.204 \text{ m}$$

El rocker del tip i el tail no tindran la mateixa longitud i es reparteixen de la següent forma.

$$Rocker_{\text{tip}} = 316 \text{ mm}$$

$$Rocker_{\text{tail}} = 200 \text{ mm}$$

La curvatura de l'esquí serà la necessària per assegurar que la part central de l'esquí estigui separada 10mm del terra. Aquest valor s'ha obtingut a partir d'examinar els models actuals. El tip i el tail tindran la curvatura necessària per tal de que estiguin separats del terra 50mm. A més a més, s'ha definit una zona de 240 mm que és on anirà muntada la fixació, i per tant, serà el punt on s'aplicaran els esforços. Al aplicar la càrrega repartida en aquesta superfície, s'eviten els problemes per singularitats durant la simulació, i els esforços resultants són lleugerament inferiors, a diferència d'aplicar una força puntual. El resultat es plasma en el següent perfil:

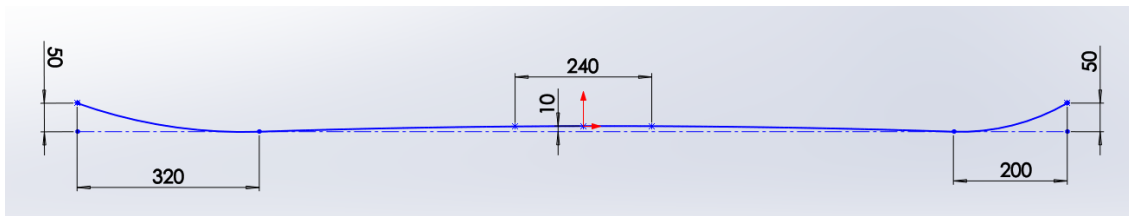


Figura 31 Curvatura final de l'esquí

Al haver definit tots els paràmetres geomètrics ja es pot obtenir un primer model 3D.

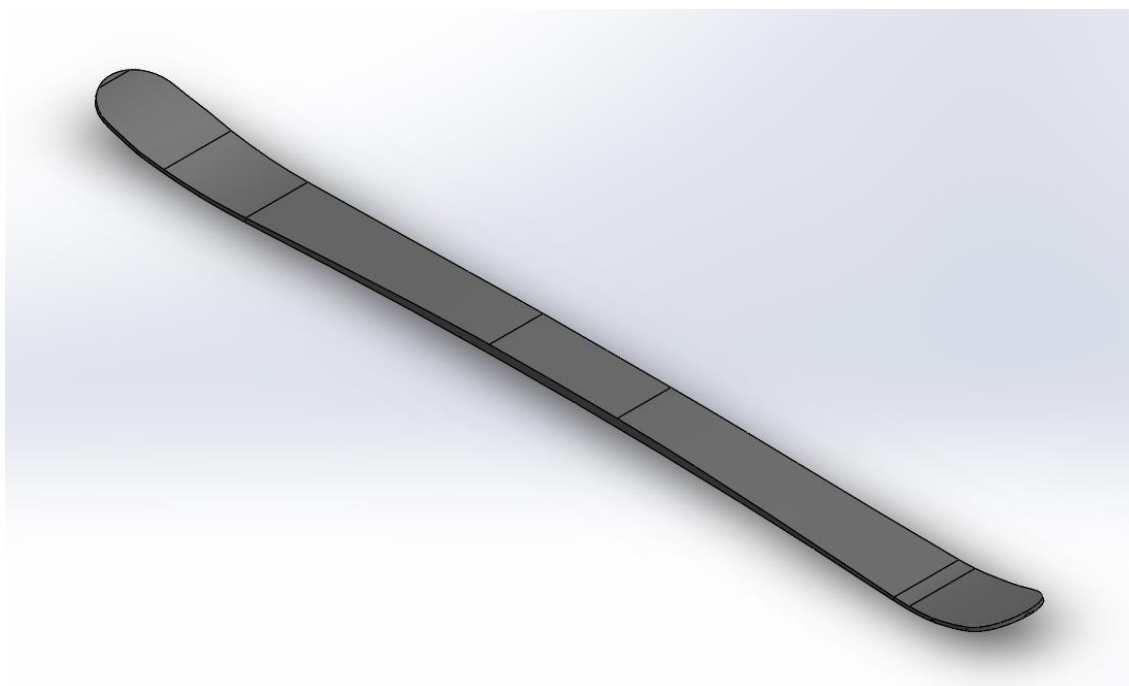


Figura 32 Model 3D final de l'esquí

Un cop obtinguda la geometria de l'esquí i tots els valors que comporta es pot procedir ja a determinar numèricament els esforços presents i el seu efecte.

De moment, el gruix del nucli serà sempre constant al llarg de tota la secció. Un cop havent verificat tots els càlculs, s'optimitzarà el gruix per tal d'estalviar pes.

8.3. Selecció de materials

En aquesta secció del projecte es dissenyen els materials utilitzats per a la construcció de l'esquí a dissenyar.

Tal com s'ha dit anteriorment, els materials que s'utilitzaran seran un nucli de fusta, reforços de fibra de vidre i de carboni, i plàstic pel topsheet, base i sidewalls.

El material utilitzat per el topsheet i la base serà polietilè de molta alta densitat (UHMWPE), mentre que per els sidewalls s'utilitzarà plàstic ABS.

Pel que fa al nucli, la fusta a utilitzar tindrà una influència considerable en el comportament i pes de l'esquí.

Les fustes més utilitzades en la fabricació d'esquís són:

- Bambú
- Pollancre americà
- Pollancre blanc
- Auró
- Faig
- Paulownia
- Avet
- Freixe

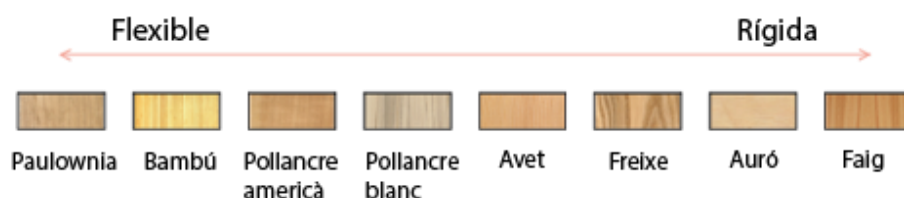


Figura 33 Diferents tipus de fusta

La seva rigidesa i la resistència de les seves fibres és un paràmetre clau a en la construcció de l'esquí.

En el nostre cas ens interessa obtenir un esquí de caràcter rígid, per tant amb un gran mòdul d'elasticitat i una tensió de ruptura elevada per tal de poder suportar esforços elevats.

Tot i que la densitat és un paràmetre a tenir en compte, no serà determinant a l'hora d'escollir la fusta, ja que és un esquí de pista i no un esquí de muntanya, on el pes és un factor clau.

Fusta	Mòdul de Young (GPa)	Tensió de ruptura (MPa)	Densitat ($\frac{kg}{m^3}$)
Paulownia	4,38 - 8,8	35,2 - 38,6	280 - 350
Bambú	15-20	160 - 320	600-800
Pollancre americà	8,1 - 9,8	48,5 - 59,2	380 - 470
Pollancre blanc	09 - 11	82,1 - 101	430 - 530
Avet	12 - 14,7	63,5 - 77,6	430 - 530
Freixe	12,1 - 15,6	120 - 182	620 - 760
Auró	12,5 - 15,3	91,2 - 111	640 - 780
Faig	14,2 - 17,3	106 - 130	680 - 730

Per tal de determinar quin és el tipus més adequat per l'esquí a desenvolupar, que compleixi amb les especificacions anteriors, s'ha utilitzat el software de selecció de materials CES Edupack. Mitjançant els diagrames d'Ashby es podrà determinar quina és la fusta més adequada.

En aquest cas interessa maximitzar el mòdul de Young (per obtenir un esquí rígid) amb una tensió de ruptura elevada. Per tant, interessa que el producte de les dues propietats sigui elevat.

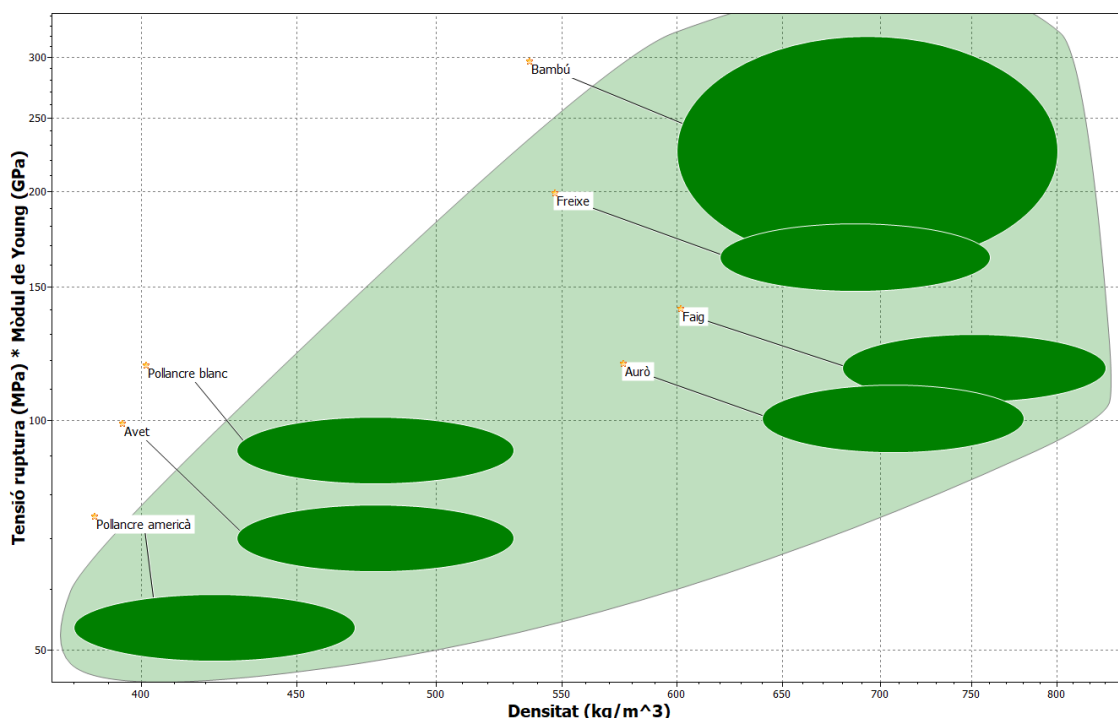


Figura 34 Diagrama d'Ashby

Segons el diagrama d'Ashby presentat, el material amb el producte *tensió de ruptura · mòdul de Young* més elevat és el bambú, que també compta amb una densitat molt elevada. Seguidament trobem la fusta de freixe, que compta amb unes molt bones propietats mecàniques i una densitat lleugerament inferior a la del bambú.

Veient els diferents proveïdors s'ha escollit finalment utilitzar fusta de **freixe**, ja que la fusta de bambú és molt difícil de localitzar. Mentre que el freixe és més accessible i amb un preu més reduït. Cal concretar que la variant de freixe a utilitzar serà la variant europea, conegut altrament com a freixe comú (*fraxinus excelsior*).

La fibra de carboni a utilitzar serà la fibra de carboni **TR50S 12K**. Concretament s'utilitzarà un teixit de fibra unidireccional, de 0.35 mm de gruix proporcionat per l'empresa HP Textiles, la qual ha aportat la fitxa tècnica on es descriuen les propietats mecàniques.

La fibra de vidre a utilitzar és la fibra de vidre standard, coneguda com **E-Glass Fiver**. S'utilitzarà un teixit triaxial de fibra de vidre de 0.75 mm de gruix. Les fibres estan orientades a 0°, 45°, -45°.

Les propietats mecàniques dels materials a utilitzar són les següents:

	Propietat	Unitat	Material		
			Fusta freixe	Fibra de vidre	Fibra carboni
Densitat		kg/m^3	680	1.8	1.82
% de fibra		%	—	70	60
Mòduls d'elasticitat	E_x	GPa	12.31	33.189	130
	E_y	MPa	984.8	7132	9000
	E_z	MPa	1538.75	7132	9000
Mòduls d'elasticitat transversals	G_{xy}	MPa	947.87	6313	7170
	G_{xz}	MPa	1341.80	6313	7170
	G_{yz}	MPa	370.65	631.3	717
Coeficients de Poisson	ν_{xy}	—	0.371	0.26	0.014
	ν_{xz}	—	0.440	0.26	0.28
	ν_{yz}	—	0.360	0.26	0.014
Tensions de ruptura longitudinals a tracció	σ_{r_x}	MPa	130	1062	2950
Tensions de ruptura longitudinals a compressió	$\sigma_{r_{x'}}$	MPa	72	743	1600
Tensions de ruptura transversal a tracció	σ_{r_y}	MPa	8.5	60	79
Tensions de ruptura transversal a compressió	$\sigma_{r_{y'}}$	MPa	12.3	118	130
Tensions de ruptura per cisallament	σ_{r_s}	MPa	10.3	85	90

8.4. Diagrames d'esforços

Un cop definits els criteris de disseny i els paràmetres geomètrics de l'esquí (excepte el dimensionament de la secció), es poden obtenir els diferents esforços als quals està sotmès l'esquí, i el seu efecte. S'utilitzarà el criteri de les seccions per determinar es diagrames d'esforços pertinents.

Flexió.

Aquí es faran els primers càlculs de la secció de l'esquí sotmès a flexió i el dimensionament d'aquesta.

Tal com s'ha esmentat anteriorment l'estudi de la flexió es farà simulant el pitjor escenari en el que es podria trobar un esquí. Quan el pes de l'esquiador recau sobre l'esquí i aquest només està recolzat per la punta i la cua (tip i tail).

Es suposa que la part de l'esquí sotmesa a flexió és un 80% de la longitud total.

A més a més, per tal de es modela el pes de l'esquiador com una càrrega puntual aplicada al punt mig del tram de màxim gruix (a 890mm de la punta anterior).

$$l = d_1 + d_2 = 0.8 \cdot 1720 = 1376 \text{ mm}$$

$$d_1 = 880 - \frac{1720 - 1376}{2} = 708 \text{ mm}$$

$$d_2 = 840 - \frac{1720 - 1376}{2} = 668 \text{ mm}$$

Per aquest primer càlcul de flexió s'assimila l'esquí a una biga plana recolzada sobre 2 punts, i, a més a més, se'n negligeix la curvatura.

La càrrega de l'esquiador està distribuïda al llarg d'una longitud de 400 mm, que simula l'actuació de la fixació

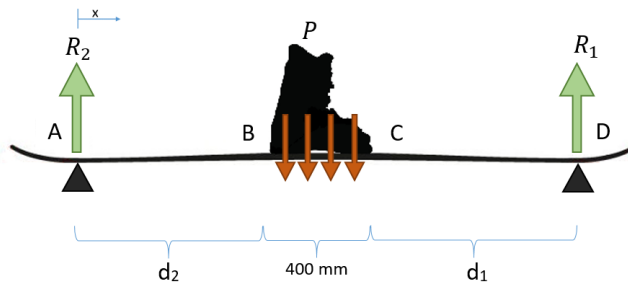


Figura 35 Forces presents en la flexió

$$F_{pes} = mg \cdot \cos(\alpha) = 90 \cdot 9.8 \cdot \cos(0) \cdot \frac{1}{2} = 441 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; P = R_1 + R_2$$

$$\sum M_0 = 0; P \cdot d_2 = R_1 \cdot (d_1 + d_2) \rightarrow R_1 = \frac{P \cdot d_2}{d_1 + d_2} \rightarrow R_1 = 214.31 \text{ N}$$

Reacció	Valor
R_1	214 N
R_2	227 N

Diagrames d'esforços

Tram	Interval x (m)	N [N]	T[N]	M[Nm]
A-B	$0 \leq x \leq 0.468$	0	227 N	$227 \cdot x$
B-C	$0.468 \leq x \leq 0.868$	0	$227 - \frac{441}{0.4} \cdot (x - 0.468)$	$227 \cdot x - \frac{441}{0.4} \cdot (x - 0.468) \cdot \frac{x - 0.468}{2}$
C-D	$0.868 \leq x \leq 1.376$	0	-214 N	$227 \cdot x - 441 \cdot (x - 0.668)$

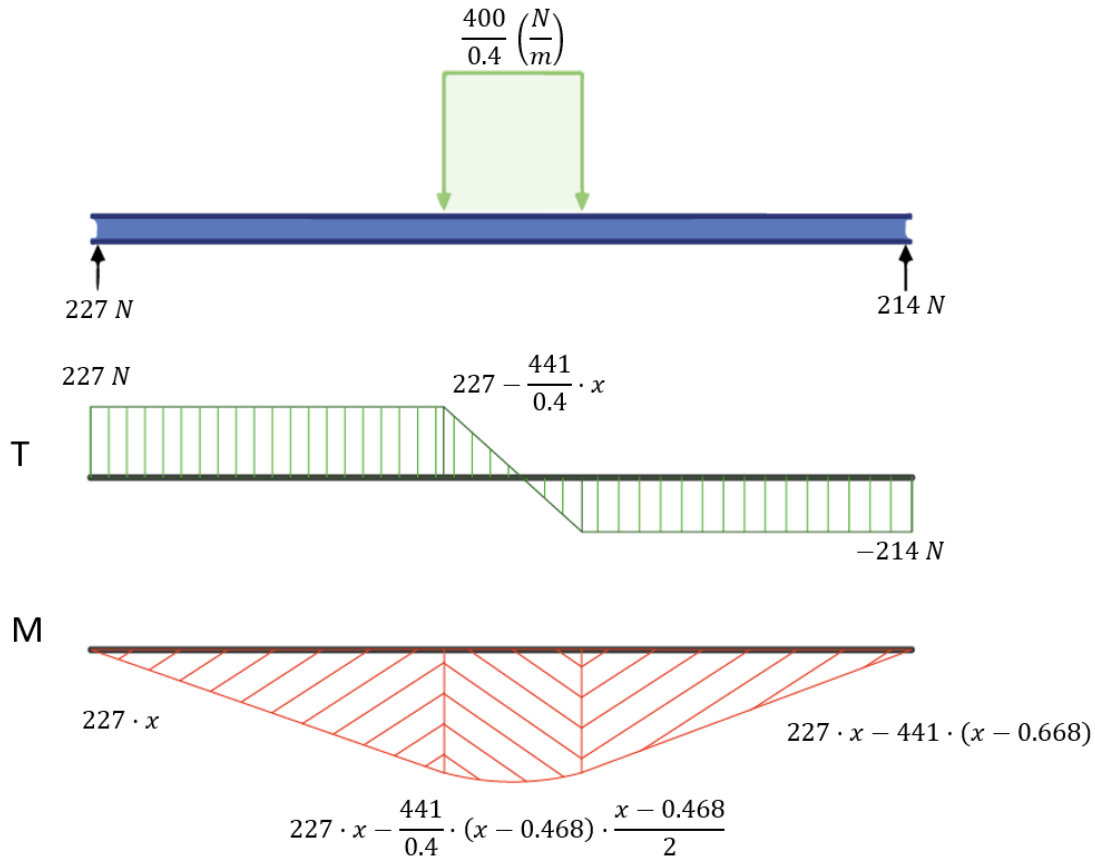


Figura 36 Diagrama d'esforços de l'esquí

Tal i com es pot apreciar en el diagrama d'esforços anterior. La secció més crítica de totes correspon al tram B-C, que és el tram d'aplicació de la càrrega. Concretament, el punt més crític de tots, que correspon al punt on el moment flector és màxim, es troba a una distància $x = 0.6738 \text{ mm}$. Com s'ha dit, el moment flector és màxim i tant la tensió normal com la tensió tangencial són nul·les.

Secció crítica

$$x = 0.6738 \text{ mm}$$

$$N = 0 \text{ N}$$

$$T = 0 \text{ N}$$

$$M = 129.605 \text{ Nm}$$

Aquesta configuració, amb un moment flector diferent de 0, i amb una tensió normal i tangencial nul·la correspon a una situació de flexió pura

Torsió.

En apartats anteriors s'han definit els paràmetres i forces que intervenen quan l'esquí està sotmès a torsió. Aquesta situació es dona quan s'efectua una maniobra de gir.

Recordem els paràmetres definits:

$$velocitat\ gir = 80\ km/h$$

$$Radi\ de\ gir = 19.5\ m$$

$$massa = 90\ kg$$

$$t/2 = 50\ mm$$

$$\delta_1 = \delta_2 = 0.6$$

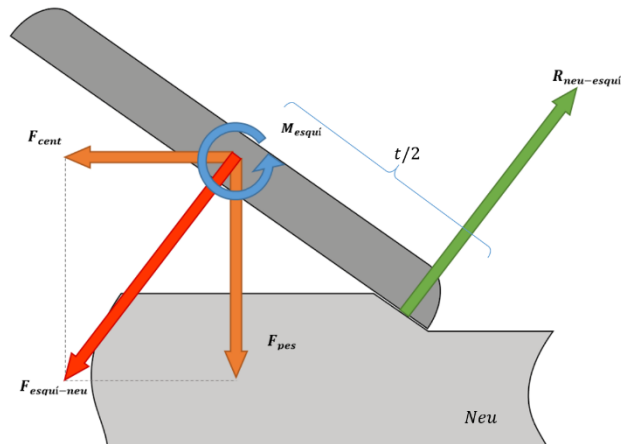


Figura 37 Forces presents en la torsió

$$F_{pes} = mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \delta_1 = 90 \cdot 9.81 \cdot 0.6 = 529.74\ N$$

$$F_{cent} = m \cdot \frac{v^2}{R_{gir}} \cdot \delta_2 = 90 \cdot \frac{(80/3.6)^2}{19.5} \cdot 0.6 = 1367.52\ N$$

$$R_{neu-esquí} = -F_{esquí-neu} = \sqrt{F_{pes}^2 + F_{cent}^2} = \sqrt{529.74^2 + 1367.52^2} = 1466.54\ N$$

$$M_{esquí} = R_{neu-esquí} \cdot \frac{t}{2} = 1466.54 \cdot 0.05 = 73.327\ Nm$$

8.5. Disseny de secció

Aquí es proposarà una geometria i configuració inicial per la secció de l'esquí a dissenyar. Aquesta secció serà verificada en els apartats següents i optimitzada segons els resultats obtinguts.

Els diferents esquís del mercat es diferencien molt segons la seva construcció i els elements amb els quals estan construïts. Tot i això, tots comparteixen una mateixa fórmula bàsica: un nucli de fusta i uns reforços que li afegeixen rigidesa addicional.

Dos esquís als quals se'ls apliquen els mateixos esforços, però que estan construïts amb materials diferents i diferent configuració, poden tenir un comportament molt diferent l'un de l'altre.

Amb els materials seleccionats a l'apartat de selecció de materials es dissenyarà una secció per l'esquí. Els materials més rígids, com ara la fibra de carboni, anirà a la capa més exterior de la secció per així aportar més rigidesa a flexió.

La secció a utilitzar serà una secció composta per un nucli de fusta de freixe i diferents reforços. Aquests seran una capa de fibra de vidre triaxial (que té les fibres orientades a 0° , $+45^\circ$, -45°) i una capa de fibra de carboni. La fibra de vidre orientada a 0° aporta molta rigidesa quan l'esquí es sotmet a flexió. Mentre que les fibres orientades a $\pm 45^\circ$ li donen a la secció la rigidesa a torsió necessària.

La fibra de carboni anirà a la capa més exterior, per què d'aquesta manera, aporta molta més rigidesa a la secció.

La secció serà simètrica respecte el seu nucli.

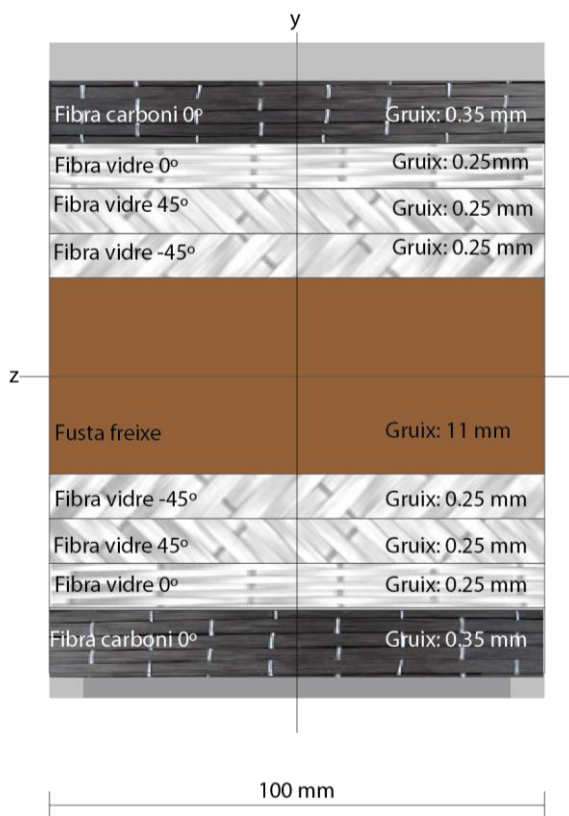


Figura 38 Secció de l'esquí

Aquests valors de gruixos, amplades... seran verificats i optimitzats en els següents apartats de càlcul i optimització.

9. Càlculs

En aquest apartat es faran els càlculs adequats per tal de verificar que la secció dissenyada anteriorment és capaç de suportar els esforços que s'han calculat prèviament. Inicialment es fa un càlcul teòric basats en els coneixements adquirits a l'assignatura de Resistència de materials i Ampliació de resistència de materials i, un cop s'hagin obtingut els resultats es farà una simulació mitjançant el programari Ansys i el mètode dels elements finits per tal de verificar-los.

9.1. Modelatge per Ansys

Per tal de verificar els càlculs previs que es faran a mà, s'utilitzarà el programari Ansys, que permet simular, mitjançant el mètode dels elements finits, qualsevol situació a la que es vulgui sotmetre els esquís.

Per simular l'esquí, s'utilitzarà el model 3D prèviament dissenyat. I es sotmetrà a les condicions necessàries per simular els casos de flexió i torsió, per així verificar els càlculs teòrics.

Mallat

Per mallar l'esquí a analitzar s'ha utilitzat l'element tipus SHELL. Aquest tipus d'element és molt útil per el modelatge de capes, composites i estructures tipus sandvitx, ja que permet descompondre la geometria en capes de diferents materials i gruixos, i, a més a més, dona la possibilitat d'orientar aquestes capes en les diferents direccions del pla.

Layer	Material	Thickness (mm)	Angle (°)
(+Z)			
9	Fibra C	0,35	0
8	Fibra V	0,25	0
7	Fibra V	0,25	45
6	Fibra V	0,25	-45
5	Fusta freixe	11	0
4	Fibra V	0,25	-45
3	Fibra V	0,25	45
2	Fibra V	0,25	0
1	Fibra C	0,35	0
(-Z)			

Figura 39 Element tipus Shell i els diferents materials i orientacions

Als diferents materials se'ls apliquen les seves respectives propietats mecàniques descrites anteriorment (apartat 8.3).

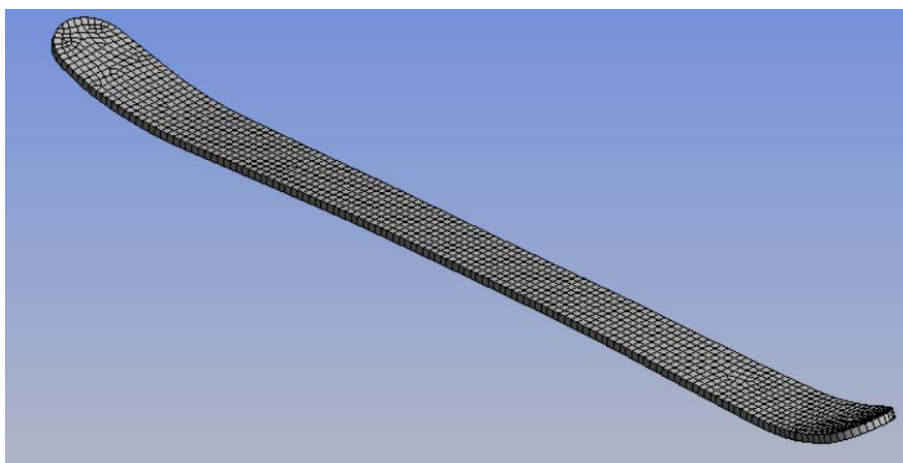


Figura 40 Resultat del mallat de l'esquí

9.2. Verificació de l'estructura tipus sandvitx

Com s'ha vist en apartats anteriors, l'estructura d'un esquí correspon a un nucli de fusta al qual se li han enganxat diverses capes de diferents materials (fibra de carboni, fibra de vidre, kevlar...). Aquestes làmines tenen un gruix molt inferior respecte al gruix del nucli, però tenen unes propietats mecàniques (mòdul d'elasticitat, resistència a tracció...) molt superior a la fusta del nucli. És per això, que els reforços de fibra són utilitzats per aportar rigidesa i lleugeresa a la secció.

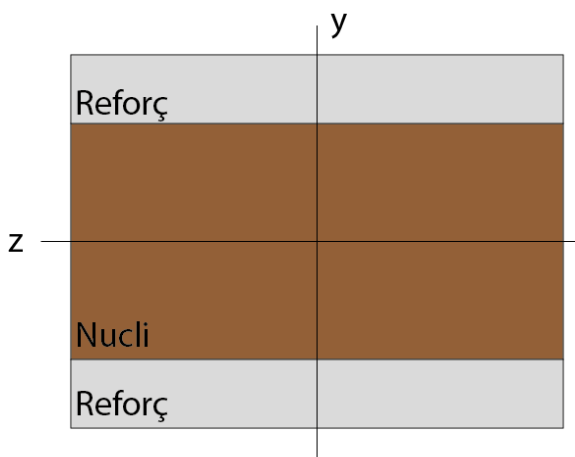


Figura 41 Estructura tipus sandvitx

Això correspon a una estructura tipus sandvitx. En aquestes estructures tenen un comportament característic quan estan sota els efectes dels esforços. S'utilitzen reforços de materials molt més resistents per tal que s'emportin la major part dels esforços. Fent, que d'aquesta manera, el nucli treballi a valors de tensió més baixos.

En flexió, la hipòtesis de Navier (les seccions es mantenen planes i només giren al voltant de l'eix neutre) continua essent certa. I per tant, les deformacions tenen una distribució lineal.

$$\varepsilon_{reforç1} = \varepsilon_{nucli} = \varepsilon_{reforç2} = \varepsilon = k \cdot y$$

Degut als diferents mòduls d'elasticitat presents en la secció, les tensions normals també es mantenen lineals, però se'ls aplica un factor de proporcionalitat determinat per el mòdul d'elasticitat.

$$n = \frac{E_{nucli}}{E_{reforç}}$$

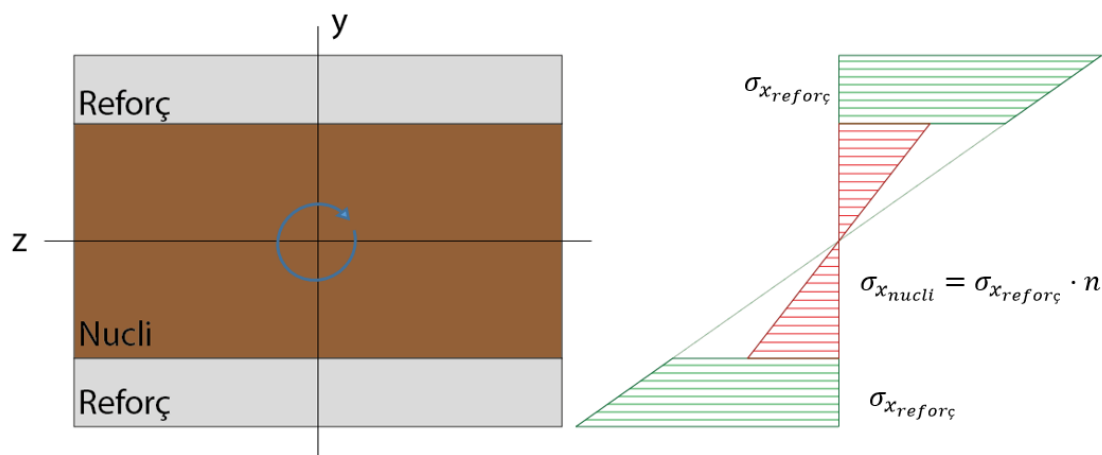


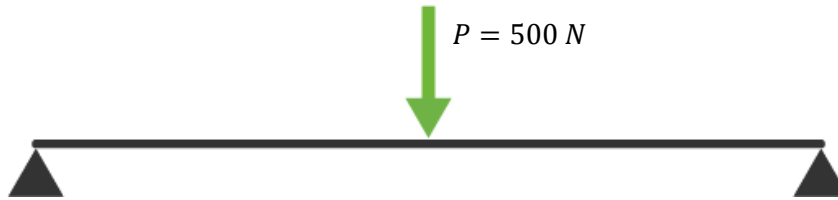
Figura 42 Distribució de tensions normals en una estructura tipus sandvitx

Aquesta diferència de tensions es basa en la hipòtesis que tot deforma igual. Una deformació d'un material molt rígid (reforços), indueix tensions molt més altes que, aquesta mateixa deformació aplicada a un material menys rígid (nucli).

Aquest model de tensions no sempre és vàlid, ja que només s'aplica a petites deformacions. I, al utilitzar materials amb mòduls d'elasticitat molt diferents entre ells pot donar lloc a errors.

Aquí es comprovarà si es pot considerar vàlid aquest comportament de l'estructura tipus sandvitx. Per això es farà un càlcul teòric que després es comprovarà mitjançant una simulació d'elements finits.

El càlcul teòric es farà mitjançant el mètode de la secció equivalent sobre una peça prismàtica de 1 metre de longitud al qual se li aplica una càrrega puntual de 500N al centre



Amb aquesta configuració la secció crítica correspon al punt d'aplicació de la força.

Secció crítica

$$N = 0 \text{ N}$$

$$T = -250 \text{ N}$$

$$M = 125 \text{ Nm}$$

La secció utilitzada estarà formada per un nucli de fusta de freixe, una làmina de fibra de vidre i una làmina de fibra de carboni (tant a sobre com a sota el nucli).

$$\text{gruix fibra carboni} = 0.5 \text{ mm}$$

$$\text{gruix fibra vidre} = 0.75 \text{ mm}$$

$$\text{gruix freixe} = 11 \text{ mm}$$

$$\text{amplada} = 100 \text{ mm}$$

$$E_{f\text{freixe}} = 12,31 \text{ GPa}$$

$$E_{f\text{vidre}} = 36.8 \text{ GPa}$$

$$E_{f\text{carboni}} = 181 \text{ GPa}$$

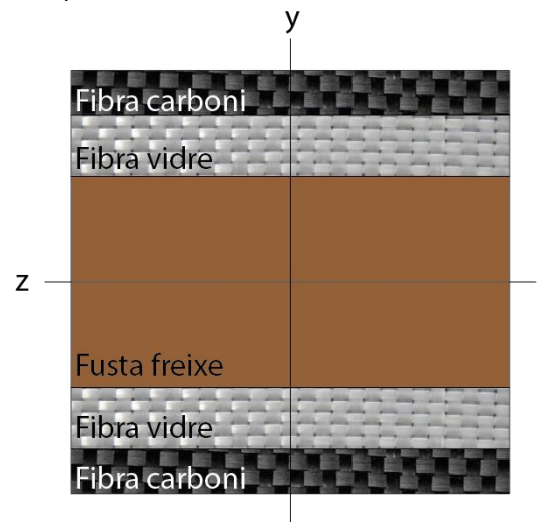


Figura 43 Secció composta per diferents materials

Inicialment es calculen els factors de proporcionalitat entre els diferents mòduls d'elasticitat.

$$n_{f-c} = \frac{12.31}{181} = 0.068011$$

$$n_{v-c} = \frac{36.8}{181} = 0.20331$$

Es calculen les noves amplades per passar tota la secció a fibra de carboni.

$$b'_{freixe} = b_{freixe} \cdot n_{f-c} = 100 \cdot 0.068011 = 6.8011 \text{ mm}$$

$$b'_{vidre} = b_{vidre} \cdot n_{v-c} = 100 \cdot 0.20331 = 20.331 \text{ mm}$$

$$I_z = 6035.5 \text{ mm}^4 = 0.60355 \text{ cm}^4$$

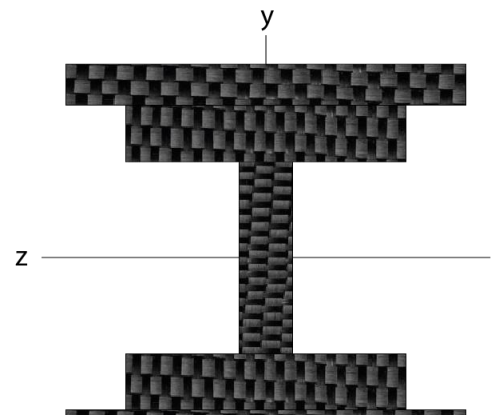


Figura 44 Secció equivalent

Obtinguda la inèrcia de la secció equivalent ja es poden calcular les diferents tensions a les quals està sotmès cada material.

$$\sigma_{x_{carboni}} = \frac{-M}{I_z} \cdot y = \frac{-125 \cdot \left(\frac{11}{2} + 0.75 + 0.5\right)}{0.60355 \cdot 10} = -139.81 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x_{vidre}} = \frac{-M}{I_z} \cdot y \cdot n_{v-c} = \frac{-125 \cdot \left(\frac{11}{2} + 0.75\right)}{0.60355 \cdot 10} \cdot 0.20331 = -26.32 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x_{freixe}} = \frac{-M}{I_z} \cdot y \cdot n_{f-c} = \frac{-125 \cdot \frac{11}{2}}{0.60355 \cdot 10} \cdot 0.068011 = -7.75 \text{ MPa}$$

Com es pot apreciar en els resultats, la tensió suportada per la làmina de fibra de carboni és molt superior a la suportada per la fibra de vidre i el nucli de freixe.

A continuació s'ha realitzat una simulació amb elements finits per tal de verificar els resultats obtinguts.

Condicions de contorn

Les condicions de contorn imposades poden influenciar molt en els resultats de la simulació. Per tant, cal que estiguin correctament escollides.

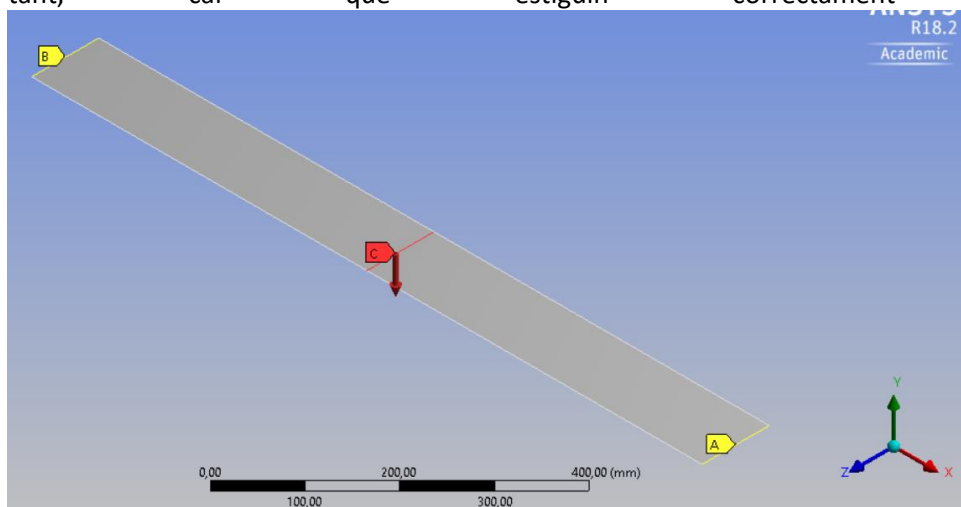


Figura 45 Condicions de contorn aplicades.

En aquest cas s'ha fixat un extrem restringint-li el desplaçament en direccions X, Y i Z (condició B de la figura 45). A l'altre extrem se li han restringit tots els moviments excepte en la direcció X

(condició A de la figura 45), d'aquesta manera, al deformar en direcció Y degut a la força aplicada, també deformarà en direcció X. Finalment s'ha aplicat una força repartida per tota la secció central de la peça (condició C de la figura 45).

Resultats obtinguts

Havent definit les condicions de contorn ja es pot dur a terme la simulació per verificar els resultats anteriors.

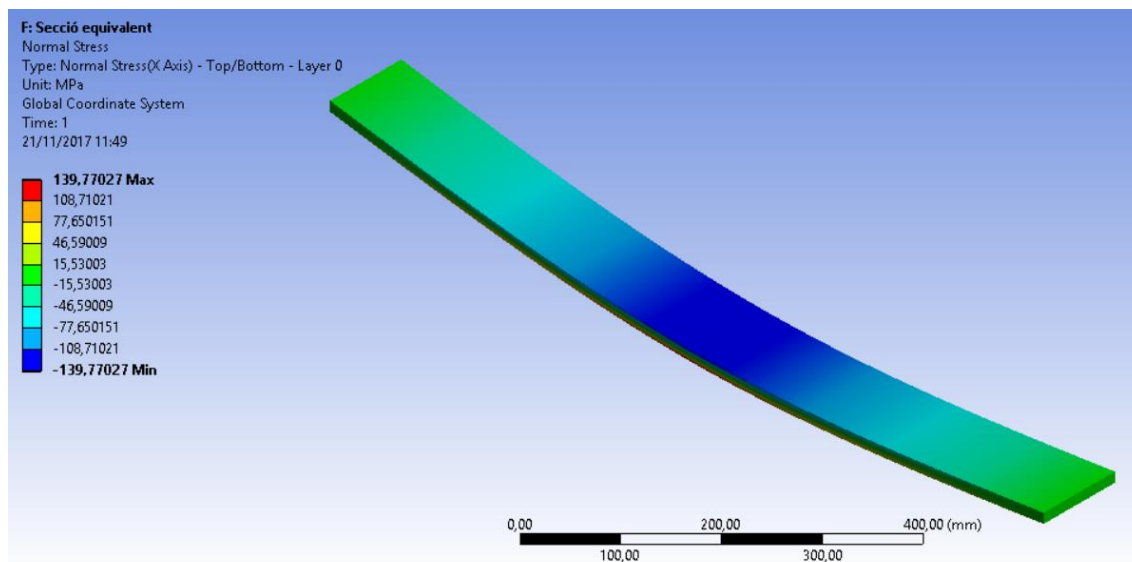


Figura 46 Distribució de tensions normals en el programa de simulació Ansys

Tal com es pot apreciar en la figura 46 (corresponent a les tensions presents en la capa de fibra de carboni) les tensions màximes, tant de tracció com de compressió es localitzen en el punt mig de la placa, i tenen un valor (en valor absolut) de 139.7703 MPa.

Segons els resultats de la simulació, les tensions normals màximes de la capa de fibra de vidre i el nucli de fusta de freixe adquireixen un valor de 26.3124 MPa i 7.7456 MPa respectivament.

	Capa	Càlcul teòric (MPa)	Simulació (MPa)	Error (%)
σ _x	Fibra de carboni	139.81	139.77	0.028
	Fibra de vidre	26.32	26.31	0.021
	Fusta de freixe	7.75	7.75	0.019

Al comparar els resultats de la simulació amb els resultats teòrics obtinguts mitjançant el mètode de la secció equivalent es pot veure que l'error entre els resultats és molt petit (<1%). Per tant, podem donar com a vàlid el model de secció composta.

9.3. Flexió

Aquí es verificarà que la secció dissenyada amb els materials escollits és capaç de suportar perfectament les càrregues de flexió prèviament trobades.

Tal com s'ha especificat a l'apartat anterior, la secció crítica està sotmès a una flexió pura.

Secció crítica

$$x = 0.6738 \text{ mm}$$

$$N = 0 \text{ N}$$

$$T = 0 \text{ N}$$

$$M = 129.605 \text{ Nm}$$

La secció està composta per un nucli de fusta de freixe de 11 mm de gruix, al qual se li ha acoblat una làmina de fibra de vidre triaxial (amb fibres orientades a 0°, +45°, -45°) de 0.75 mm de gruix, i una capa de fibra de carboni unidireccional (amb les fibres només orientades a 0°) de 0.35 mm d'espessor.



Figura 47 Secció de l'esquí formada per diferents materials

Per tal d'analitzar les tensions induïdes s'utilitzarà el mètode de la secció equivalent vist anteriorment.

Abans però, cal destacar el comportament de les fibres orientades a $\pm 45^\circ$. Al estar orientades en tal direcció, no tenen la mateixa rigidesa i propietats mecàniques que les fibres que estan orientades a 0° . Per tant, s'han d'obtenir les noves propietats elàstiques en la direcció en la qual s'aplica la força.

Aquest càlcul només s'haurà d'efectuar en la fibra de vidre, ja que és l'únic material amb les fibres orientades en direccions diferents de 0° .

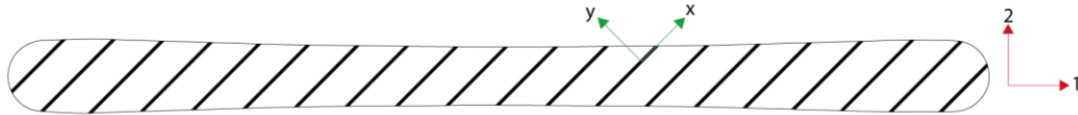


Figura 48 Eixos de l'esquí i eixos de les fibres

A partir de les propietats mecàniques i elàstiques en les diferents direccions de la fibra de vidre podem definir la matriu de flexibilitat en les direccions de la fibra $[S_{xy}] (GPa^{-1})$

$$[S_{xy}] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 0 \\ S_{xy} & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_x}{E_x} & 0 \\ \frac{-\nu_y}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} = 10^2 \begin{bmatrix} 3.013 & -0.7834 & 0 \\ -0.7834 & 14.0213 & 0 \\ 0 & 0 & 158.40 \end{bmatrix}$$

Tenint la matriu de flexibilitat en la direcció de les fibres i coneixent la seva orientació en l'esquí ($\pm 45^\circ$) podem obtenir la rigidesa en les direccions generals de l'esquí.

$$[S_{12}] = [T_\epsilon]^{-1} \cdot [S_{xy}] \cdot [T_\sigma]$$

Les matrius $[T_\epsilon]^{-1}$ i $[T_\sigma]$ són les matrius de canvi de base en deformacions i en tensions, respectivament. Aquestes només depenen de l'angle entre els eixos de l'esquí i els eixos de les fibres ($\theta = 45$).

S'expressen com:

$$[T_\epsilon]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & \frac{-\sin(2\theta)}{2} \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & \frac{\sin(2\theta)}{2} \\ \sin(2\theta) & -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) \end{bmatrix}_{\theta=45} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -\sin(2\theta) \\ \frac{-\sin(2\theta)}{2} & \frac{\sin(2\theta)}{2} & \cos(2\theta) \end{bmatrix}_{\theta=45} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir de la matriu de flexibilitat $[S_{xy}]$ i les matrius de canvi de base es poden determinar les propietats elàstiques en les direccions de l'esquí.

$$[S_{12}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^2 \begin{bmatrix} 3.013 & -0.7834 & 0 \\ -0.7834 & 14.0213 & 0 \\ 0 & 0 & 158.40 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[S_{12}] = 10^{-3} \cdot \begin{bmatrix} 78.27 & -0.93 & -55.04 \\ -0.93 & 78.27 & -55.04 \\ -55.04 & -55.04 & 186.01 \end{bmatrix}$$

A partir de la matriu de flexibilitat de les fibres en les direccions 1 i 2 de l'esquí, s'obté el mòdul d'elasticitat en la direcció 1; direcció en la qual s'apliquen els esforços en l'esquí.

$$E_1 = \frac{1}{S_{11}} = \frac{1}{78.27 \cdot 10^{-3}} = 12.78 \text{ GPa}$$

Al haver obtingut el mòdul d'elasticitat en la direcció 1 de l'esquí de les làmines de fibra de vidre orientades a 45 graus, es defineix un mòdul elàstic promig que englobi tant les fibres a 45 graus com les fibres orientades a 0 graus.

$$E' = \frac{E_{10} + E_{1+45} + E_{1-45}}{3} = \frac{33.189 + 12.78 + 12.78}{3} = 19.58 \text{ GPa}$$

Ara es procedeix, seguint el mètode de la secció equivalent, a determinar la distribució de tensions de la secció.

Es passa tota la secció a la secció equivalent, com si tota estigués formada per el material més rígid; en aquest cas, fibra de carboni.

$$E_{fibre} = 12,31 \text{ GPa} \quad n_{f-c} = \frac{12.31}{130} = 9.47 \cdot 10^{-2} \quad b'_f = 100 \cdot 0.0947 = 9.47 \text{ mm}$$

$$E_{f.vidre} = E' = 19.58 \text{ GPa} \quad n_{v-c} = \frac{19.58}{130} = 0.1506 \quad b'_v = 100 \cdot 0.1506 = 15.06 \text{ mm}$$

$$E_{f.carboni} = 130 \text{ GPa}$$

Un cop calculades les noves cotes i geometria de la secció equivalent, es pot obtenir el valor de la seva inèrcia.

$$I_z = 4721.5 \text{ mm}^4 = 0.47215 \text{ cm}^4$$

Tensions a la capa de fibra de carboni:

$$y = 6.6 \text{ mm}$$

$$\sigma_{x_{carboni}} = \frac{-M}{I_z} \cdot y = \frac{-129.605}{0.47215} \cdot \frac{6.6}{10} = -180.16 \text{ MPa}$$

Tensions a la capa exterior de fibra de vidre ($\theta = 0^\circ$):

$$y = 6.25 \text{ mm}$$

$$\sigma_{x_{vidre0^\circ}} = \frac{-M \cdot y}{I_z} \cdot n_{v0^\circ-c} = \frac{-129.605 \cdot 6.25}{0.47215 \cdot 10} \cdot 0.2553 = -43.80 \text{ MPa}$$

Tensions a la capa exterior de fibra de vidre ($\theta = 45^\circ$):

$$y = 6.0 \text{ mm}$$

$$\sigma_{x_{vidre45^\circ}} = \frac{-M \cdot y}{I_z} \cdot n_{v45^\circ-c} = \frac{-129.605 \cdot 6.0}{0.47215 \cdot 10} \cdot 9.83 \cdot 10^{-2} = -16.19 \text{ MPa}$$

Cal destacar que aquesta tensió és en la direcció 1 (direcció longitudinal de l'esquí). Per trobar la tensió en les direccions de la fibra cal fer un canvi de base.

$$[\sigma_{xy}] = [T_\sigma] \cdot [\sigma_{12}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -16.19 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.095 \\ -8.095 \\ 8.095 \end{bmatrix}$$

Tensions fusta de freixe:

$$y = 6.0 \text{ mm}$$

$$\sigma_{x_{freixe}} = \frac{-M \cdot y}{I_z} \cdot n_{f-c} = \frac{-129.605 \cdot 5.5}{0.47215 \cdot 10} \cdot 9.47 \cdot 10^{-2} = -14.30 \text{ MPa}$$

Al trobar les tensions que actuen en cada una de les capes es pot determinar el coeficient de seguretat del conjunt de l'esquí.

El criteri escollit per determinar el coeficient de seguretat de l'esquí és el criteri de fallida lineal en tensions. Aquest criteri compara la tensió aplicada en una direcció amb la tensió de ruptura en aquesta mateixa direcció (tant a tracció com a compressió).

$$\begin{aligned} \sigma_x &\leq \{X, X'\} \\ \sigma_y &\leq \{Y, Y'\} \\ \sigma_s &\leq S \end{aligned}$$

Aquest criteri només té en consideració les tensions aplicades en una direcció concreta. En canvi, el criteri quadràtic (Tsai-Wu) té en compte la combinació de tots els esforços en les diferents direccions. Tot i que sigui més precís que el criteri lineal, la falta de dades experimentals (que només es poden obtenir a través d'assajos amb el material) fa impossible poder aplicar aquest criteri de fallida. Per tant, s'utilitzarà el criteri lineal que servirà per obtenir un coeficient de seguretat aproximat de l'esquí.

Coeficient de seguretat la fibra de carboni:

$$\gamma_{fibra c} = \frac{\min\{X, X'\}}{\sigma_x} = \frac{-1600}{-180.16} = 8.88$$

Coeficient de seguretat de la fibra de vidre orientada a 0°:

$$\gamma_{fibra vidre_{0^\circ}} = \frac{\min\{X, X'\}}{\sigma_x} = \frac{-743}{-43.80} = 16.96$$

Coeficient de seguretat de la fibra de vidre orientada a ±45°:

$$\gamma_{fibra vidre_{\pm 45^\circ}} = \frac{\min\{X, X'\}}{\sigma_x} = \frac{-743}{-8.095} = 91.78$$

$$\gamma_{fibra vidre_{\pm 45^\circ}} = \frac{\min\{Y, Y'\}}{\sigma_y} = \frac{-60}{-8.095} = 7.41$$

$$\gamma_{fibra vidre_{\pm 45^\circ}} = \frac{S}{\sigma_s} = \frac{72}{8.095} = 8.89$$

Coeficient de seguretat la fusta de freixe:

$$\gamma_{fusta} = \frac{\min\{X, X'\}}{\sigma_x} = \frac{-72}{-14.3} = 5.03$$

El coeficient de seguretat de l'esquí quedarà determinat per el coeficient de seguretat més petit dels obtinguts.

La fallida a flexió es produirà en el nucli de fusta de freixe de l'esquí. Concretament, les primeres fibres en fallar seran les que estan sotmeses a compressió. Com que el coll d'ampolla de l'esquí és el nucli, el coeficient de seguretat del conjunt queda determinat per el coeficient de seguretat de la fusta.

$$\gamma = 5.03$$

A continuació es verifiquen els resultats obtinguts mitjançant una simulació per elements finits mitjançant el programari Ansys.

Condicions de contorn

Les condicions de contorn són una peça clau a l'hora de dur a terme una simulació, ja que si aquestes no s'escullen correctament, els resultats poden donar molts errors.

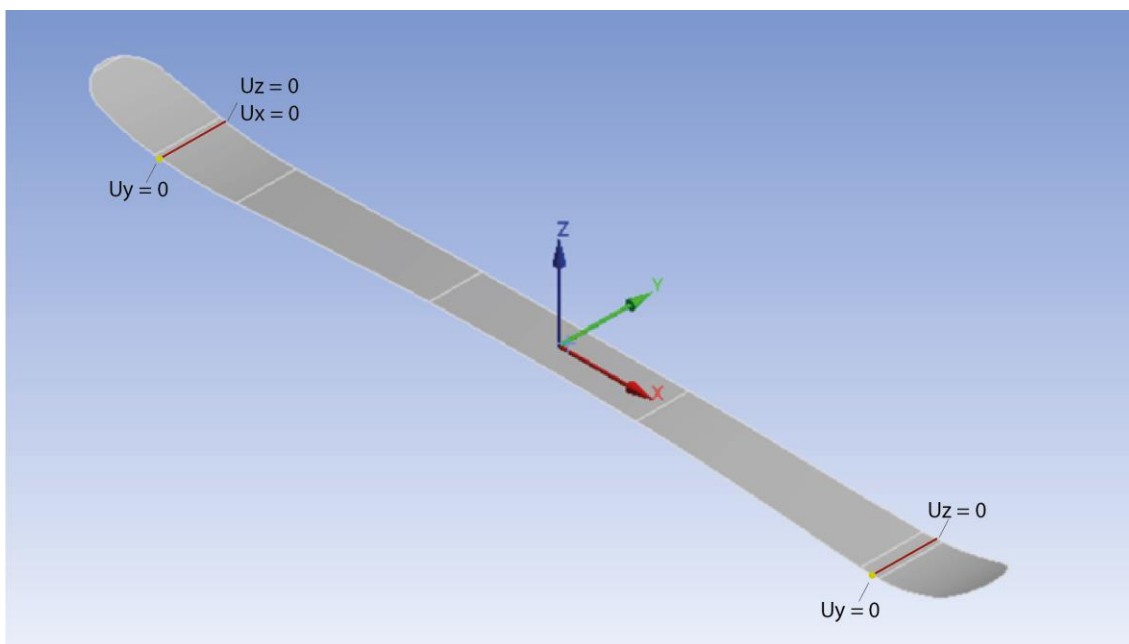


Figura 49 Condicions de contorn aplicades

Inicialment es restringeix el desplaçament en direcció Z (U_z) de les dues arestes que actuen com a punts de suports. D'aquestes dues, a només una se li restringeix el moviment en direcció X (U_x). Això es fa per tal que l'esquí deformi correctament i no generi tensions extremes.

Finalment es restringeix el moviment en direcció Y (U_y) de dos punts.

Finalment s'aplica la força repartida per la superfície central tal i com s'ha fet en els càlculs previs.

Resultats de la simulació.

En la figura 50 es pot observar la distribució de tensions normals (σ_x) al llarg de tot l'esquí. El seu valor màxim és de $\sigma_x = -177.7 \text{ MPa}$, i està localitzada a la capa més exterior, la capa de fibra de carboni.

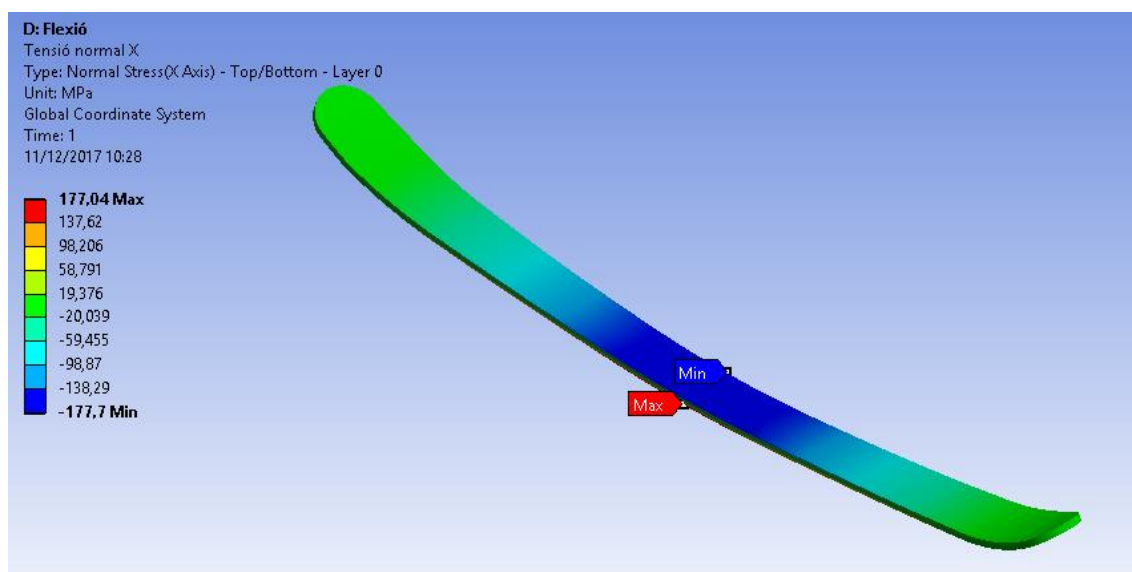


Figura 50 Distribució de tensions normals

Tal i com s'ha esmentat anteriorment, la zona amb la màxima tensió normal està localitzada al punt mig de la zona on s'aplica la càrrega de l'esquiador.

Es pot comprovar que el valor de la tensió normal màxima obtinguda mitjançant el programari Ansys ($\sigma_{x_{max}} = -177.7 \text{ MPa}$) s'acosta molt al valor de la tensió obtinguda en els càlculs previs ($\sigma_{x_{max}} = -177.7 \text{ MPa}$), diferint només de 2.46 MPa .

Capa	$ \sigma_x \text{ (MPa)}$		Error (%)
	Càlculs a mà	Simulació Ansys	
Fibra de carboni	180.16	177.7	1.38
Fibra de vidre ($\theta = 0^\circ$)	43.80	42.76	2.43
Fibra de vidre ($\theta = 45^\circ$)	16.19	19.21	15.72
Nucli de fusta de freixe	14.30	14.00	2.14

Les diferències entre els valors obtinguts a mà i els valor obtinguts mitjançant la simulació son molt petites. L'error més gran de tots recau a la capa de fibra de vidre orientada a 45° , on aquest té un valor del 15.72 %. Aquest error es pot deure al fet de que, anteriorment, s'ha associat un mòdul d'elasticitat promig a la fibra de vidre. Aquest fet pot aportar errors en els resultats. La resta d'errors, però, son menors al 3 %, verificant d'aquesta manera els càlculs teòrics fets anteriorment.

Efecte de l'orientació de les fibres.

Finalment es portarà a terme un estudi per determinar quin efecte tenen les fibres, al canviar la seva orientació. Degut a que la fibra de vidre és triaxial, amb fibres orientades a $0^\circ, \pm 45^\circ$, es canviarà l'orientació de les fibres de carboni, ja que aquesta només té les fibres orientades en una sola direcció.

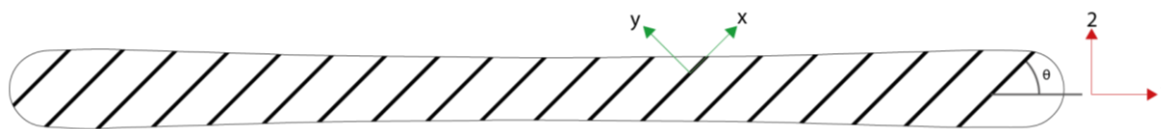


Figura 51 Eixos de coordenades referits a les fibres i a l'esquí

Es variarà el paràmetre θ des de 0° (configuració actual) fins a 90° per veure com evolucionen les tensions i desplaçaments i així determinar la millor orientació.

θ ($^\circ$)	Tensions normals (MPa)				Desplaçament màxim (mm)	Coeficient de seguretat
	Fibra carboni	Fibra vidre 0°	Fibra vidre 45°	Fusta		
0	177,7	42,76	19,94	14	35,82	5,14
10	169,84	47,062	18,19	15,48	38,59	4,65
20	145,64	57,68	20,02	19,07	46,76	3,77
30	105,02	72,77	25,69	24,01	59,91	2,99
40	58,92	87,98	34,06	29,11	74,075	2,47
50	28,96	97,01	41,59	32	82,24	2,25
60	20,11	99,26	46,01	32,57	83,48	2,21
70	21,75	98,24	48,06	32,12	81,77	2,24
80	25,29	96,66	48	31,52	79,99	2,28
90	26,83	95,94	46,95	31,26	79,3	2,30

Efecte de l'orientació de la capa de fibra de carboni

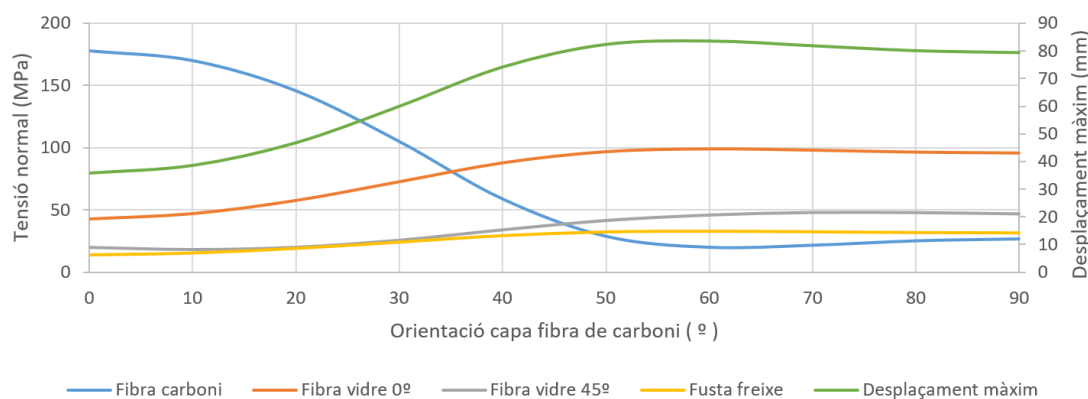


Figura 52 Evolució de les tensions normals que afecten en l'esquí segons l'orientació de les fibres de la capa de fibra de carboni

En la figura 52 es representa l'evolució de les tensions normals (en les direccions de l'esquí) en les diferents capes de l'esquí i els desplaçaments màxims, en funció de l'orientació de la capa de fibra de carboni. A mesura que l'angle θ augmenta, les tensions normals de la fibra de carboni disminueixen, mentre que les tensions normals, tant de la fusta, com de la fibra de vidre, augmenten.

Aquesta disminució de les tensions normals en la fibra de carboni és deguda a que, al aplicar-hi un esforç, aquest es reparteix entre les fibres i la resina. Al orientar les fibres en una direcció diferent de 0° es força a que la cola absorbeixi part d'aquesta tensió, i, com que la resina té un mòdul d'elasticitat menor al de la fibra, això es tradueix en una tensió menor.

Al anar orientant les fibres cada vegada de forma més perpendicular respecte, una major proporció de l'esforç és transmès a la resina que manté unides les fibres.

De la mateixa manera que les tensions de la fibra de carboni disminueixen, en les altres capes augmenten per tal de compensar aquesta poca rigidesa de la resina.

En aquest cas, el millor valor a considerar és 0° . En aquesta situació, tot i que la fibra de carboni estigui sotmès a una tensió normal màxima, el nucli de fusta (element amb el coeficient de seguretat més baix, i, per tant, element que determina la tensió de fallida del conjunt) està sotmès a una tensió normal mínima. Per tant, ens el coeficient de seguretat de l'esquí és el màxim possible.

Al disminuir la rigidesa de la capa de fibra de carboni al canviar-ne l'orientació, l'esquí augmenta la seva fletxa.

Per tal de mantenir la fletxa i la tensió normal del nucli a valors mínims, cal mantenir les fibres de carboni orientades a 0° .

9.4. Torsió

La torsió apareix quan l'esquiador efectua una maniobra de gir o de viratge. En aquest apartat s'obté la rigidesa a torsió de l'esquí. Per aconseguir-ho, es recrearà el mateix assaig a torsió al qual es sotmeten els esquís durant al seva fase de disseny.

Al tractar-se d'una secció composta per diferents materials no isotròpics, fa molt difícil obtenir el valor del mòdul d'elasticitat transversal de tota la secció, així com d'obtenir el moment d'inèrcia polar de la secció. És per això que per fer un primer estudi de l'efecte de la torsió es suposarà que tota la secció és uniforme i formada per un sol material. I finalment es farà una simulació sobre la secció composta de diferents materials per veure'n el comportament.

En aquest cas cal recórrer a la teoria de Saint-Venant, que determina les tensions i deformacions d'una peça de secció qualsevol sotmesa a torsió.

Al aplicar un moment torsor a una secció, es generen tensions tallants (τ) que actuen de forma radial respecte el centre d'esforços (punt on s'aplica el moment torsor). El valor d'aquestes tensions tallants augmenta a mesura que ens allunyem radialment del punt d'aplicació. Per tant, adquireixen el seu valor màxim en el punt més exterior de la secció.

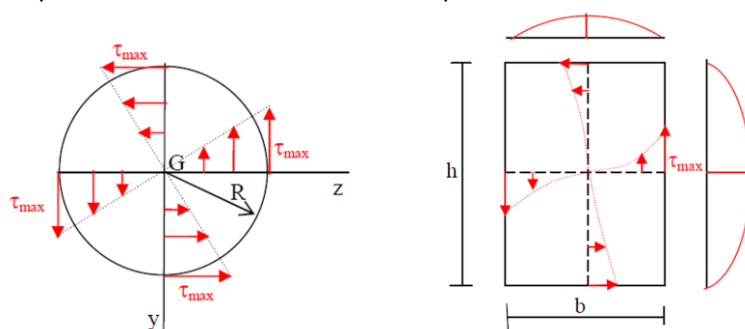


Figura 53 Distribucions de tensions a obtenir segons la Hipòtesis de Coulomb (esquerra) i segons la teoria de Saint-Venant (dreta)

En el cas d'una secció circular, tota la superfície exterior està sotmesa a la tensió tangencial màxima deguda al moment torsor. Mentre que, en la secció rectangular, la tensió tangencial màxima està localitzada en punt mig del costat de més longitud.

En el nostre cas la tensió tangencial màxima es localitzarà en el punt mig de la cara superior i inferior de l'esquí.

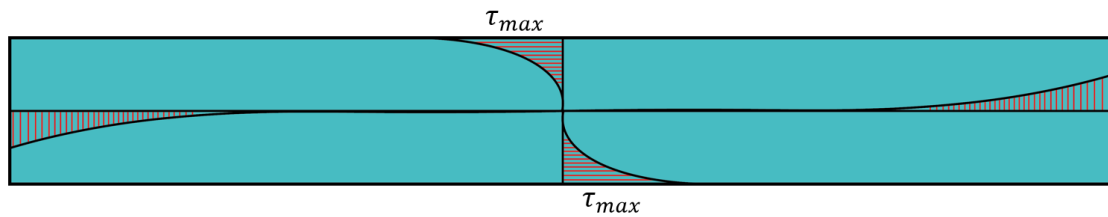


Figura 54 Distribució de tensions teòrica a obtenir en l'esquí

El valor màxim de la tensió tangencial serà:

$$\tau_{max} = \frac{M_x}{\mu \cdot b^2 \cdot h}$$

El valor de μ depèn de la relació de b/h . En aquest cas tenim que $\mu \approx 0.3$

Havent definit tots els valors i paràmetres podem fer una primera aproximació del valor màxim de la tensió tangencial deguda al moment torsor.

$$\tau_{max} = \frac{M_x}{\mu \cdot b^2 \cdot h} = \frac{73.33}{0.3 \cdot 13.2^2 \cdot \frac{100}{1000}} = 14.03 \text{ MPa}$$

Teòricament, el valor de la tensió tangencial màxima s'obtindrà al punt mig del costat de longitud 100mm i tindrà un valor de 14.03 MPa. Mitjançant la simulació amb Ansys es verificarà aquest valor sotmetent la secció a una situació de torsió.

Per aquest assaig de torsió s'ha prescindit de les puntes anteriors i posteriors de l'esquí ja que no tenen cap funció estructural ni aporten cap mena de rigidesa.

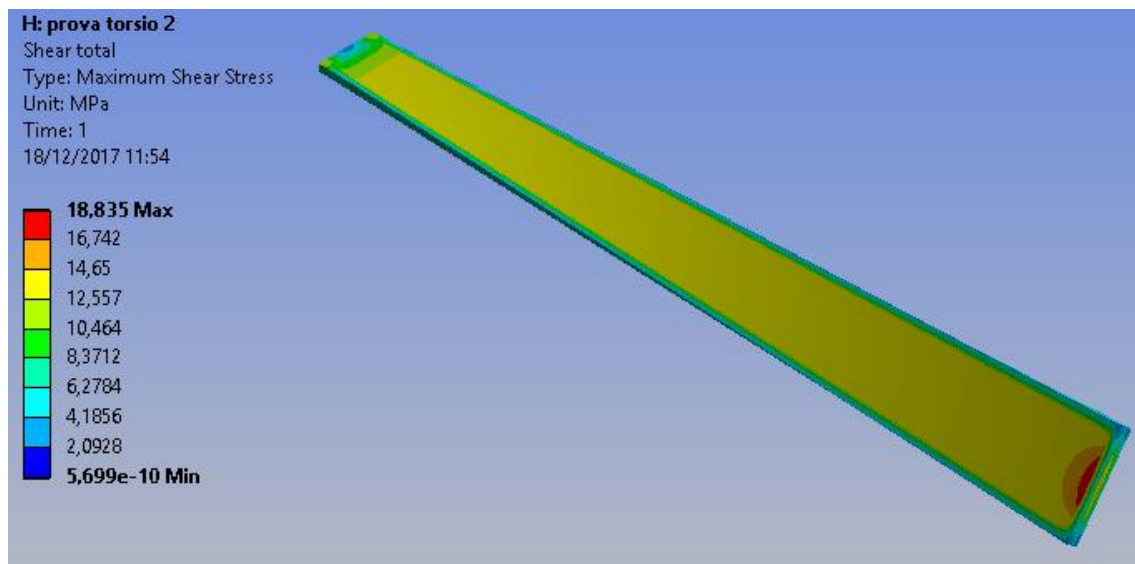


Figura 55 Distribució de tensions tallants que actuen sobre tot el cos sotmès a torsió

Tal com es veu en la figura 55 la tensió tallant màxima és de 18.835 MPa i està localitzada en la zona on s'ha aplicat el moment. Per tant, cal estudiar les altres zones de la peça ja que aquest resultat, al trobar-se en la zona d'aplicació del moment, pot ser degut a algun tipus de singularitat.

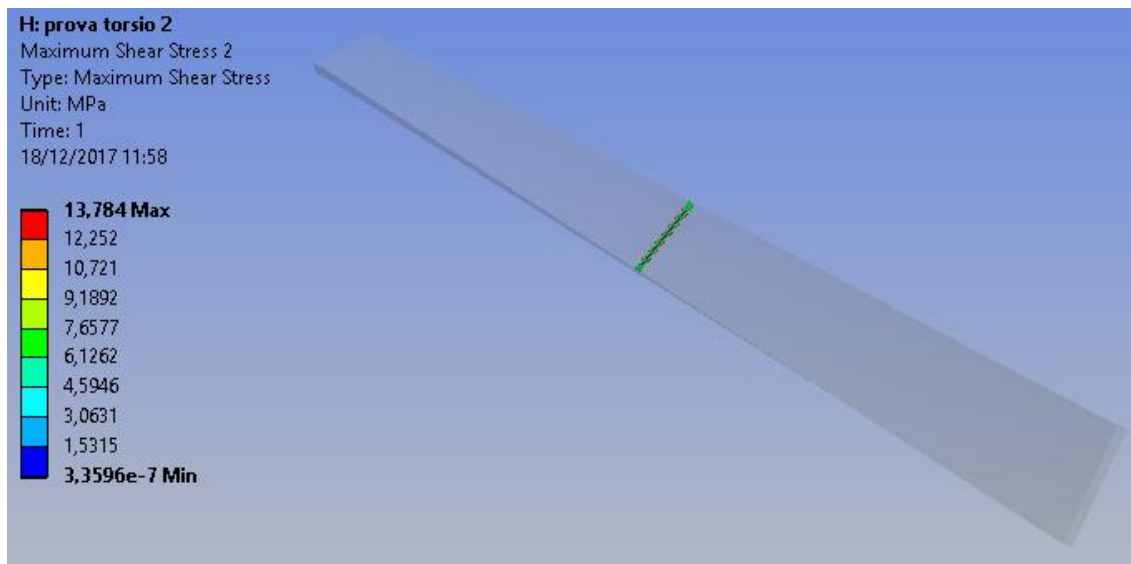


Figura 56 Distribució de tensions tallants que actuen en una secció

En la figura 56 s’estudien les tensions tallants en la secció central de la peça. La tensió tallant màxima és de 13.784 MPa, un valor molt proper al obtingut teòricament. Aquest resultat suposa un error del 1.75%.

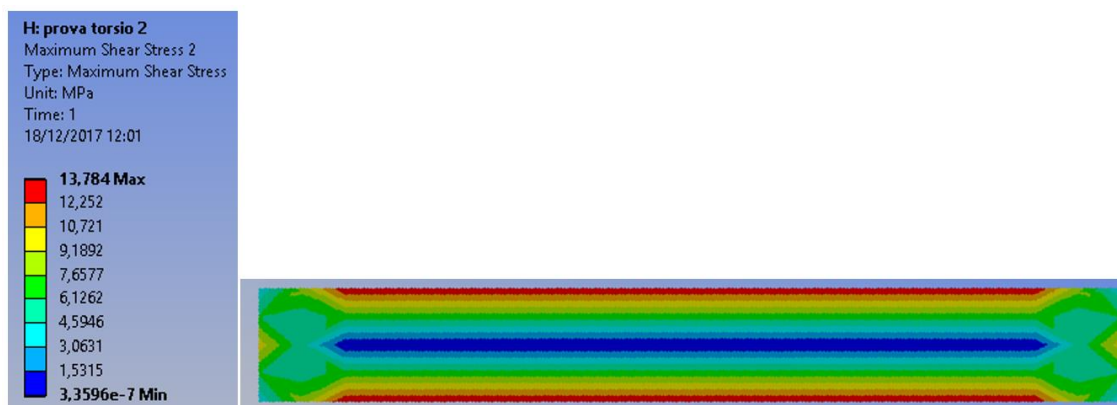


Figura 57 Distribució de tensions tallants en una secció rectangular massissa

Per una banda es pot comprovar que les tensions tallants màximes es localitzen en la cara superior i inferior, que corresponen als costats de més longitud de la secció. A més a més, en els costats de menor longitud, la tensió tallant màxima, a nivell local, es localitza en el seu centre. Per altra banda, les tensions mínimes de la secció es localitzen en el centre. Tots els resultats obtinguts van d’acord amb la teoria de Saint Venant.

Veient que es compleix la teoria estudiada es procedeix a simular el comportament de l’esquí a torsió. Per dur a terme aquesta simulació s’ha fixat un extrem, evitant-ne el desplaçament i les rotacions, i s’ha aplicat un moment torsor a la zona on està situada la fixació. En general, esquiament, és molt difícil trobar-se en una situació de torsió pura.

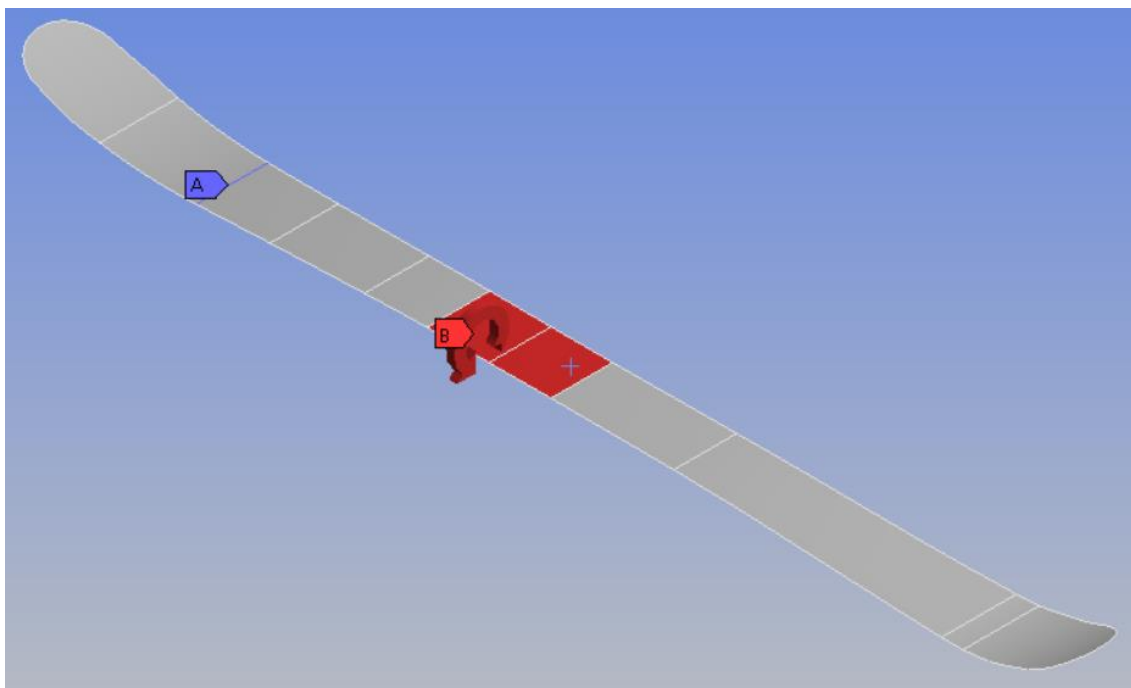


Figura 58 Condicions de contorn aplicades per simular l'esquí a torsió.

El primer resultat obtingut és l'observat a la figura 59. Aquesta figura mostra les tensions tallants repartides al llarg de tot l'esquí es pot observar que els valors més alts corresponen als punts d'aplicació del moment i al punt de suport, que ha estat fixat. Per tant, aquests valors alts son deguts a singularitats dins el model i cal allunyar-se'n per estudiar com es distribueixen realment les tensions tallants.

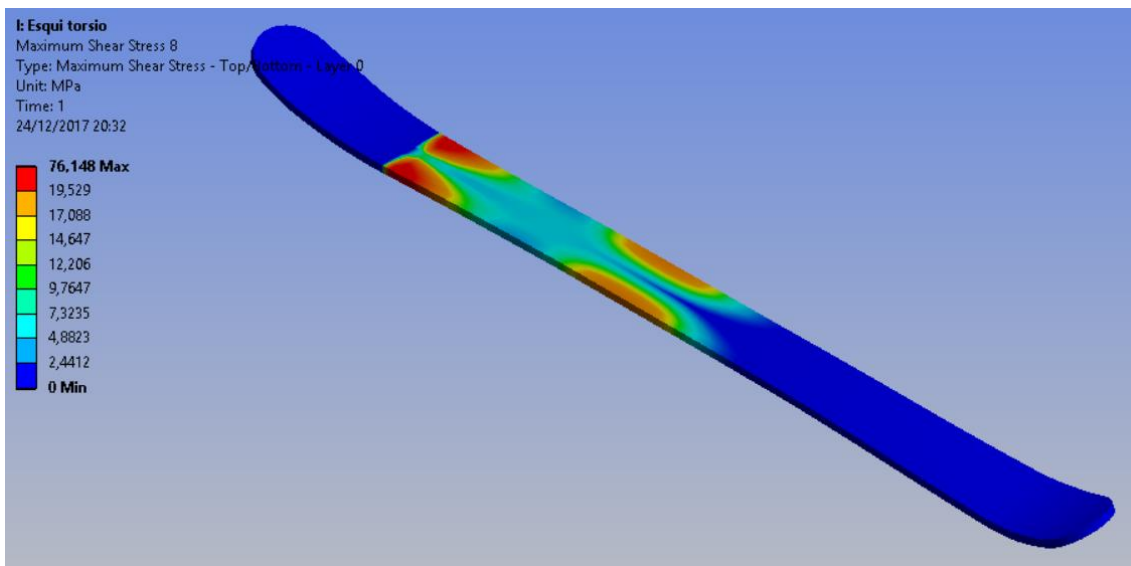


Figura 59 Tensions tallants que actuen a l'esquí sotmès a torsió

Per estudiar correctament com es comporten les tensions tallants dins l'esquí al estar sotmès a torsió cal estudiar una secció que estigui allunyada tant de la zona per on s'ha fixat l'esquí com de la zona d'aplicació del moment.

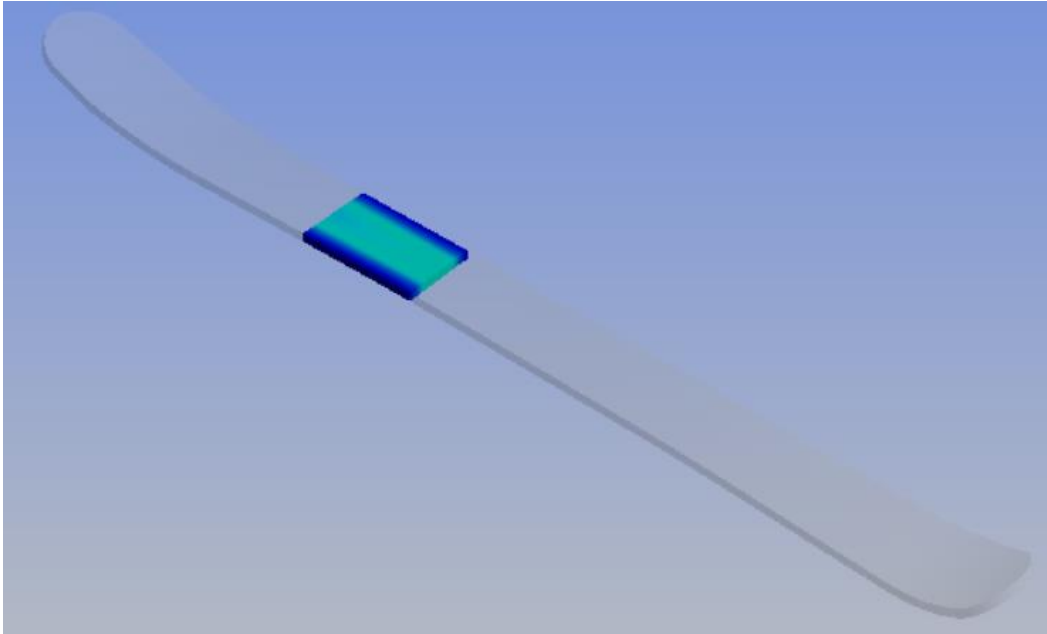


Figura 60 Tensions tallants a la zona lliure de singularitats

Tal com es veu a la figura 60, al estudiar està allunyada de la zona on s'han aplicat les condicions de contorn, i, per tant, lluny dels efectes de les singularitats, es veu que les tensions tallants màximes es localitzen al punt mig del costat de major longitud tal i com s'ha dit anteriorment.

Per tal de determinar el coeficient de seguretat cal determinar les tensions tallants que actuen en cada una de les diferents capes de l'esquí.

Capa	σ_s (MPa)
Fibra carboni	6.18
Fibra vidre 0°	25.34
Fibra vidre 45°	24.71
Fusta de freixe	3.87

Les màximes tensions es localitzen en les capes de fibra de vidre orientades a 0° i 45°. Tal i com s'ha fet en les tensions normals en el cas de flexió, cal passar les tensions que actuen a la capa de fibra de vidre orientada a 45° en els eixos propis de la fibra $\{x, y\}$, ja que els obtinguts actuen en les direccions pròpies de la peça $\{1, 2\}$. Tal i com s'ha fet anteriorment, és necessària la matriu de canvi de base per a transformar les tensions en les direccions pròpies de la fibra.

$$[\sigma_{xy}] = [T_\sigma] \cdot [\sigma_{12}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 24.71 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.71 \\ -24.71 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Un esforç tallant aplicat sobre les fibres orientades a 45° es tradueix amb un esforç normal en direcció x i un esforç en direcció y de la mateixa magnitud.

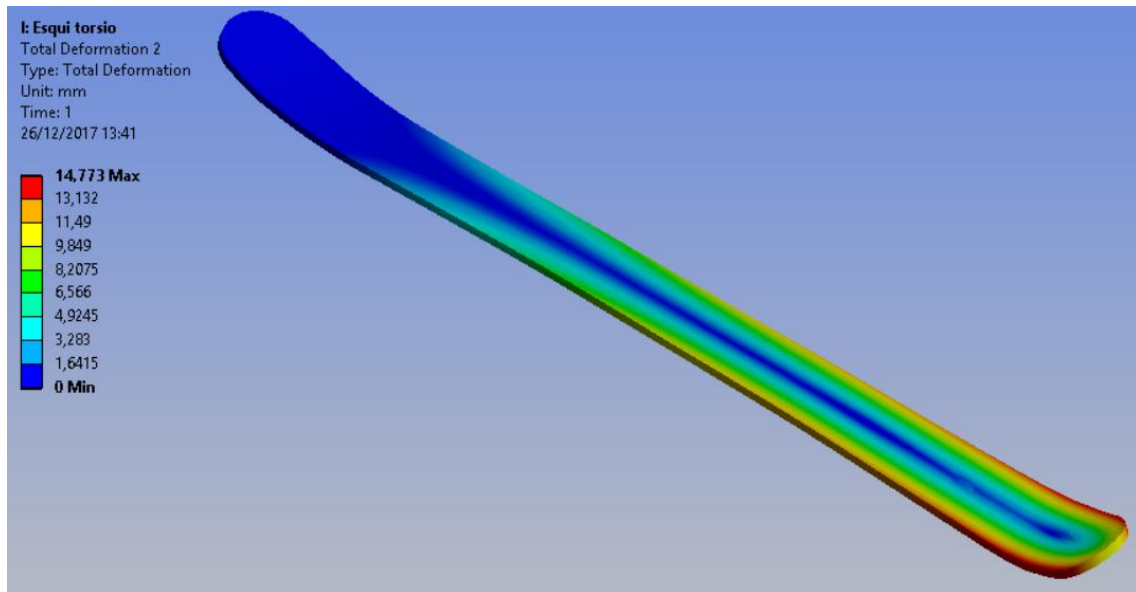


Figura 61 Deformació de l'esquí sotmès a torsió

En la figura 61 es poden veure els desplaçaments dels elements de l'esquí un cop aquest es sotmet a torsió. Els punts que tenen un desplaçament màxim corresponen a al punta anterior, que és el punt d'aplicació del moment torsor. El desplaçament màxim el trobem l'extrem no fixat, i té un valor de 14.77 mm.

Aquest desplaçament significa que l'esquí rota un angle màxim de 16.46 °

Un cop determinades les tensions i els desplaçaments es pot procedir a calcular el coeficient de seguretat del conjunt de l'esquí.

Primer es calcularà el coeficient de seguretat de la capa de fibra de vidre orientada a 45°, ja que, com s'ha vist, l'esforç tallant que hi actua es tradueix en dos esforços normals en les direccions longitudinals i transversals de les seves fibres.

Per tant, per calcular el seu coeficient de seguretat caldrà fixar-se en els valors de ruptura per tensió normal, tan longitudinal com transversal.

$$[\sigma_{xy}] = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.71 \\ -24.71 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\sigma_{xyruptura}] = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 743 \\ 118 \\ 85 \end{bmatrix}$$

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xyruptura} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{743}{24.71} \\ \frac{118}{-24.71} \\ \frac{85}{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.07 \\ 4.77 \\ \infty \end{bmatrix}$$

Per determinar els coeficients de seguretat de les altres capes només cal comparar les tensions tallants induïdes per el moment torsor amb la tensió tallant de ruptura.

Capa	σ_s (MPa)	Tensió de ruptura per cisallament σ_{r_s} (MPa)	Coefficient de seguretat γ
Fibra carboni	6.18	90	14.56
Fibra vidre 0	25.34	85	3.35
fusta	3.87	10.3	2.66

Tal i com s'ha fet en el cas de la flexió, el coeficient de seguretat del conjunt de l'esquí es determina per el coeficient de seguretat més baix d'entre els calculats.

El coeficient de seguretat més baix correspon al del nucli de fusta de freixe, que, en cas de portar l'esquí a ruptura, serà el primer en fallar per cisallament.

$$\gamma = 2.66$$

A simple vista pot semblar que un coeficient de seguretat inferior a 3, per a material esportiu (que ha de suportar molts esforços), pot semblar baix. Però cal tenir en compte que aquest coeficient ha estat calculat sotmetent l'esquí al pitjor cas de torsió que correspon en un extrem fixat, i aplicant el moment en l'extrem lliure. També cal tenir en compte que a l'hora de suposar forces, pesos i velocitats, aquests valors s'han quantificat a l'alça, suposant situacions límit. Realment, aquest moment torsor aplicat estaria repartit per tot l'esquí. A més a més, en tot moment hi ha el cantell en contacte amb la neu, per tant, es disminueixen molt els esforços ja que aquests es distribueixen al llarg de tota la longitud de l'esquí.

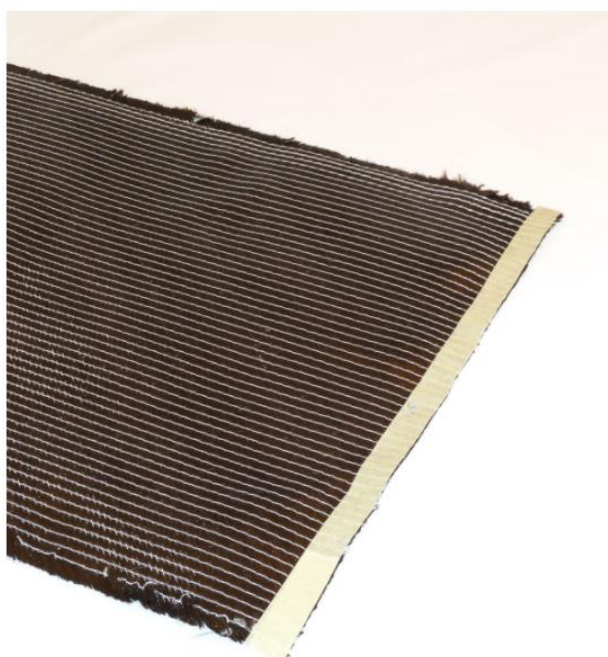
10. Optimització de la secció.

En aquest apartat es porta a terme una optimització per tal de reduir el pes de l'esquí i reduir costos en la seva construcció.

Optimització de la fibra de carboni

Un dels materials de construcció que suposen un cost més alt és la fibra de carboni. El preu per m^2 respecte la fibra de vidre és aproximadament 10 € superior. Per tant, cal optimitzar al màxim el seu ús per tal de reduir el màxim els costos de l'esquí.

Inicialment es va planificar la construcció fent que la fibra de carboni ocupés tota l'amplada de l'esquí. Per tant, que en la secció crítica, la fibra de carboni tingués una amplada de 100 mm.



home / fiber/resin

carbon uniax 20 cm 300 g/m²

9,50 €

9,50 € / meter

incl. 19% VAT plus shipping

Carbon fiber biaxial, 300 g/m², 28 cm wide.

delivery time: about 2-3 businessdays

In stock

- 1 +

Add to cart

SKU: FH01

Category: fiber/resin

Tags: carbon, fibers, Leicht



Figura 62 Làmina de fibra de carboni

Aquesta fibra de carboni té una amplada de 20 cm. Per tant, si es col·loca una capa tant a dalt com a baix del nucli, són necessaris 8 m de tela de fibra de carboni. Aquesta tela suposa un cost de 68 € en termes de material.

Per tal d'optimitzar aquest cost s'ha estudiat la possibilitat d'utilitzar tires de fibra de carboni uniaxial. Aquestes tires tenen un gruix de 0.35 mm (el mateix que la tela) i una amplada de 2.5 cm, per tant, no ocupen tota l'amplada de la secció. Però, a diferència de la fibra de carboni anterior, té un preu molt més inferior.



home / fiber/resin

carbon fiber, unidirectional, 25 mm

2,00 €

2,00 € / meter

incl. 19% VAT plus shipping

Carbon fiber, unidirectional, 340 g/m², 25 mm wide.

delivery time: about 2-3 businessdays

In stock

- 1 + [Add to cart](#)

SKU: FH09

Category: fiber/resin

Tags: carbon, fibers



Figura 63 Tires de fibra de carboni

Aquesta fibra de carboni té un preu de 2 € per cada metre. En aquest cas s’aplicarien dues tires de fibra de carboni, un al costat de l’altre, a cada costat del nucli. Per tant, la fibra de carboni ocuparia 50 mm dels 100 mm de longitud que té el costat més llarg de la secció. Això significa que per un parell d’esquí es necessiten un total de 16 m de tira de fibra de carboni, que suposa un cost de 32 €, un cost inferior al del primer cas.



Figura 64 Secció amb tires de fibra de carboni

A l’hora de la construcció, els forats buits generats quedaran plens de resina epoxi. Al ser forats de 0.35 mm de profunditat, no hi haurà cap problema per tal que la resina els cobreixi.

Per tal de poder aplicar aquesta millora cal veure que és viable en termes de resistència als esforços, determinant de nou el valor de les tensions que actuen i trobant el nou coeficient de seguretat.

Tal i com s’ha vist anteriorment, la zona més crítica de l’esquí és el nucli. Aquest, a flexió, té el coeficient de seguretat més baix de tots. Per tant, només caldrà recalculer el coeficient de seguretat del nucli de fusta per tal de determinar el nou coeficient de seguretat de tot el conjunt de l’esquí.

Aquestes noves tensions es determinaran directament utilitzant simulació per elements finits. El problema que hi ha, és que en el programa Ansys no es poden aplicar capes que tinguin una amplada inferior a la de la secció. Per solucionar això es determinarà una làmina equivalent que, comptant amb una amplada igual a la de la secció, tingui el gruix necessari per tal d'aportar la mateixa inèrcia que les dues tires de fibra de carboni.

Per fer tal, es calcula la inèrcia dels dos casos. En el segon cas es deixa la inèrcia en funció del gruix "t".

$$I_{Z_{tires\ fibra\ C}} = 2 \cdot \left(\frac{50 \cdot 0.35^3}{12} + 50 \cdot 0.35 \cdot \left(\frac{11}{2} + 0.75 + \frac{0.35}{2} \right)^2 \right)$$

$$I_{Z_{làmina\ equivalent}} = 2 \cdot \left(\frac{100 \cdot t^3}{12} + 100 \cdot t \cdot \left(\frac{11}{2} + 0.75 + \frac{t}{2} \right)^2 \right)$$

Igualant les dues inèrcies obtindrem el valor del gruix necessari de la làmina equivalent.

$$I_{Z_{tires\ fibra\ C}} = I_{Z_{làmina\ equivalent}}$$

$$t = 0.18\ mm$$

Una làmina de 100 mm d'amplada i gruix 0.18 mm aporta la mateixa inèrcia a la secció que dues tires de fibra de carboni de gruix 0.35 mm i amplada 25 mm.

Per estudiar les tensions només cal centrar-se en les tensions normals que actuen en el nucli, ja que és l'element amb el coeficient de seguretat més baix de tots.

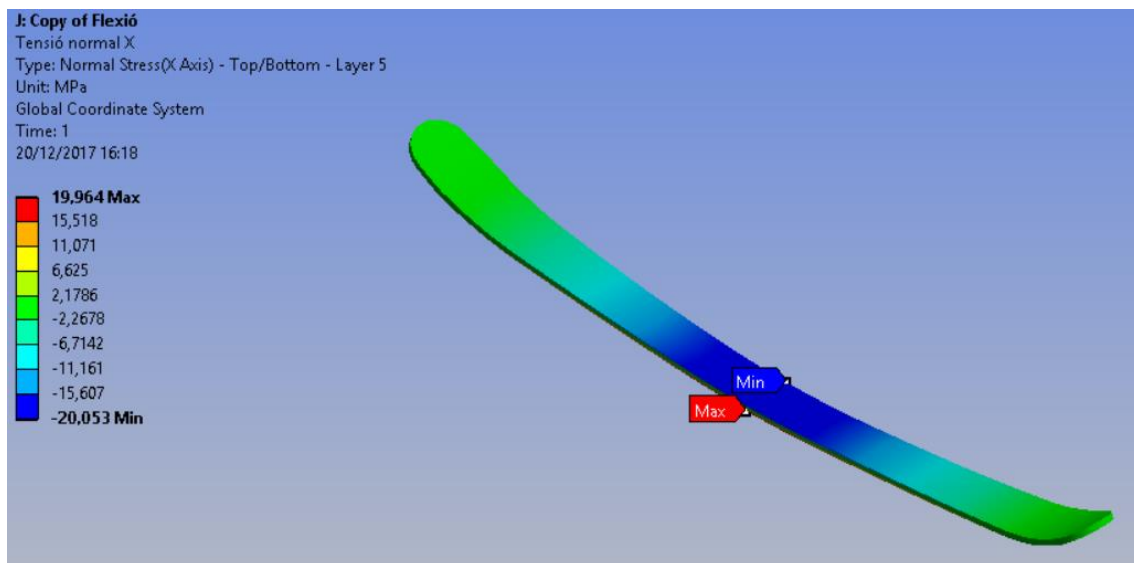


Figura 65 Tensió normal en el nucli de fusta

El valor de tensió normal màxima (en valor absolut) que actua en el nucli és de 20.05 MPa. Sabent la nova tensió es pot calcular el nou coeficient de seguretat del nucli de fusta, que coincideix amb el coeficient de seguretat del conjunt de l'esquí.

$$\gamma_{fusta} = \gamma_{esquí} = \frac{\min\{X, X'\}}{\sigma_x} = \frac{-72}{-20.03} = 3.6$$

Tot i que el coeficient de seguretat dels esquís ha disminuït, encara té un valor alt. Amb aquesta nova configuració els esquís poden suportar un pes màxim de 324 kg.

Optimització del gruix del nucli

Un dels objectius principals dels esquís és que siguin el màxim lleugers possible. I un dels principals problemes a l'hora de dissenyar elements, en general, és el seu sobredimensionament, és a dir, que hi hagi més material del necessari.

En el cas dels esquís, un excés de material suposa un augment de pes, que equival a una menor maniobrabilitat. Per tant, cal optimitzar la secció i la geometria en general per reduir el màxim possible el pes.

En aquest cas, per tal d'optimitzar l'esquí es traurà material del nucli en les zones no crítiques, ja que, com s'ha dit, aquesta és la part més crítica de l'esquí. Per tant, en les zones on actuen els esforços més baixos l'esquí tindrà un nucli més prim.

Per dur a terme tal optimització s'imposarà que tota la longitud de l'esquí estigui el màxim propera possible al valor de la tensió admissible calculada. I, d'aquesta manera, obtenir una funció que indiqui el gruix del nucli a cada posició de l'esquí.

S'imposa que aquest estigui sempre a la tensió admissible.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{ruptura_{nucli}}}{\gamma_{esqui}} = \frac{72}{3.6} = 20 \text{ MPa}$$

Inicialment s'obté la inèrcia de la secció en funció del gruix del nucli "s".

$$I_z = I_{nucli} + 2 \cdot I_{fibra v} + 2 \cdot I_{fibra c}$$

$$I_{nucli} = \frac{9.47 \cdot s^3}{12}$$

$$I_{fibra v} = \frac{15.06 \cdot 0.75^3}{12} + 15.06 \cdot 0.75 \cdot \left(\frac{s}{2} + \frac{0.75}{2}\right)^2$$

$$I_{fibra c} = \frac{100 \cdot 0.18^3}{12} + 100 \cdot 0.18 \cdot \left(\frac{s}{2} + 0.75 + \frac{0.18}{2}\right)^2$$

$$I_z = 0.789 \cdot s^3 + 2 \cdot 0.529 + 11.29 \left(\frac{s}{2} + 0.375\right)^2 + 2 \cdot 0.0486 + 18 \left(\frac{s}{2} + 0.84\right)^2$$

Tenint la inèrcia total de la secció i el moment que actua en cada tram de l'esquí es pot determinar el gruix del nucli.

Tram [m]	Moment [Nm]
$0 \leq x \leq 0.468$	$227 \cdot x$
$0.868 \leq x \leq 1.376$	$227 \cdot x - 441 \cdot (x - 0.668)$

$$\sigma_x = \frac{M}{I_z} \cdot y \leq \sigma_{adm}$$

Tram 1

$$0 \leq x \leq 0.468$$

$$\sigma_x = \frac{M}{I_z} \cdot y \cdot n_{f-c} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{227 \cdot x \cdot 1000}{0.789 \cdot s^3 + 2 \cdot 0.529 + 11.29 \left(\frac{s}{2} + 0.375\right)^2 + 2 \cdot 0.0486 + 18 \left(\frac{s}{2} + 0.84\right)^2} \cdot \frac{x}{2} \cdot 9.47 \cdot 10^{-2} \leq 20$$

Sabent la relació entre el gruix del nucli de l'esquí i la posició s'obté el gràfic del perfil amb el qual l'esquí està sotmès a la tensió admissible.

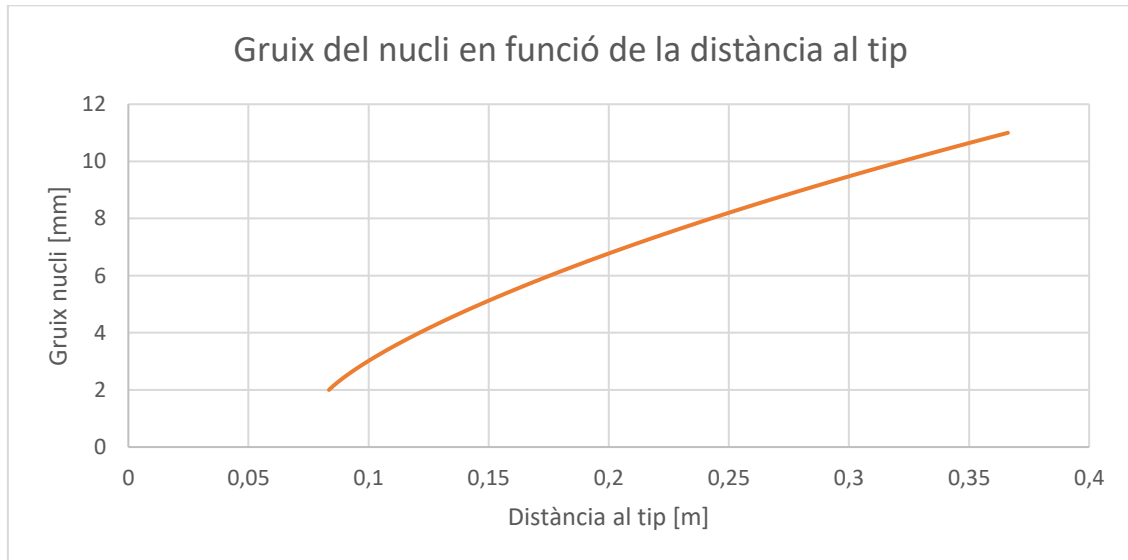


Figura 66 Gruix del nucli en funció de la distància respecte el tip.

A mesura que la distància respecte el tip augmenta, el gruix del nucli també ho fa per tal de contrarestar l'augment dels esforços presents.

Tram 2

$$0.868 \leq x \leq 1.376$$

$$\sigma_x = \frac{M}{I_z} \cdot y \cdot n_{f-c} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{227 \cdot x - 441 \cdot (x - 0.668) \cdot 1000}{0.789 \cdot s^3 + 2 \cdot 0.529 + 11.29 \left(\frac{s}{2} + 0.375\right)^2 + 2 \cdot 0.0486 + 18 \left(\frac{s}{2} + 0.84\right)^2} \cdot \frac{x}{2} \cdot 9.47 \cdot 10^{-2} \leq 20$$

De la mateixa manera que en el tram anterior obtenim el gràfic de l'evolució del gruix del nucli en funció de la posició en l'esquí.

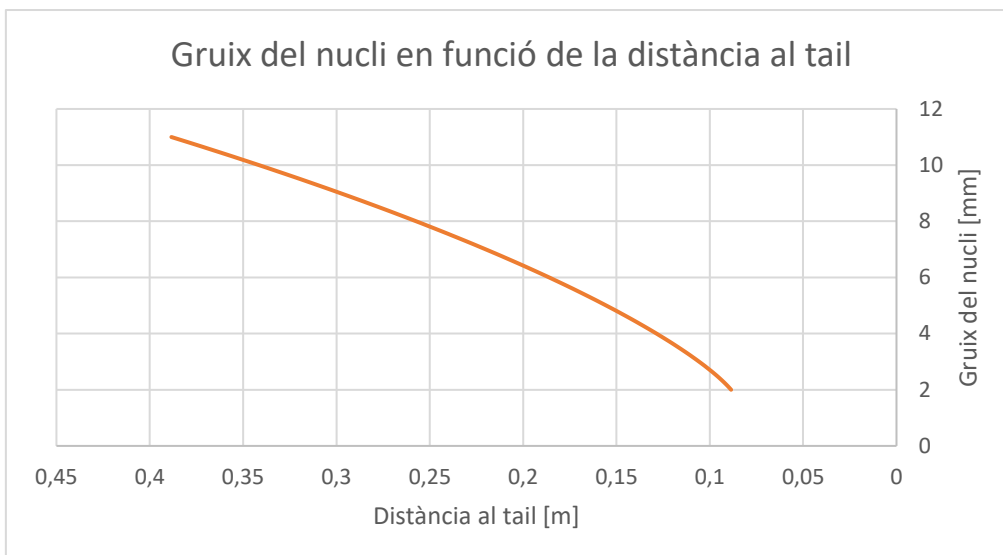


Figura 67 Gruix del nucli en funció de la distància respecte el tail.

Tant en la figura 66 com en la figura 67 es pot observar que s’obté una geometria molt semblant a la dels perfils isoressistents de les bigues sotmeses a flexió, verificant, d’aquesta manera, els càlculs i equacions representades.

Unint els dos gràfics es pot obtenir el gruix del nucli en tota la longitud de l’esquí.

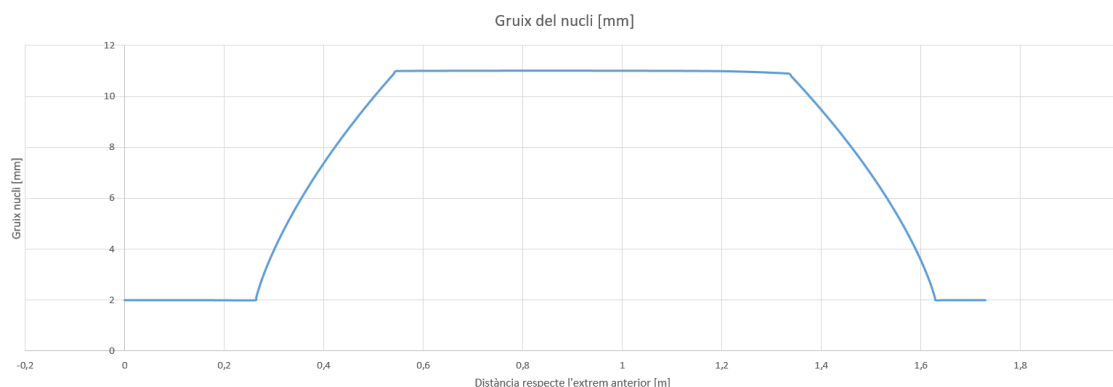


Figura 68 Gruix del nucli en funció de la posició.

Tal i com s’aprecia a la figura 68, inicialment el gruix del nucli té un valor constant de 2 mm. En aquest tram, el nucli, degut al seu poc gruix i com que no aporta rigidesa, és substituït per una làmina de plàstic ABS (tipspace).

En el segon tram, el gruix del nucli evoluciona des de 2 mm fins els 11 mm mantenint tota la secció (quan l’esquí està sotmès a flexió) al valor de tensió normal admissible. El tram de gruix màxim correspon a la zona on anirà col·locada la fixació, que, al mateix moment, correspon a la zona on actuen els màxims esforços. Finalment el gruix del nucli torna a evolucionar

11. Construcció

11.1. Materials i eines a utilitzar

Un cop tots els càlculs han estat realitzats és el moment de plasmar el resultat dels estudis fets en un producte real.

Els materials han estat comprats a diferents venedors, ja siguin venedors especialitzats en material d'esquí, o no.

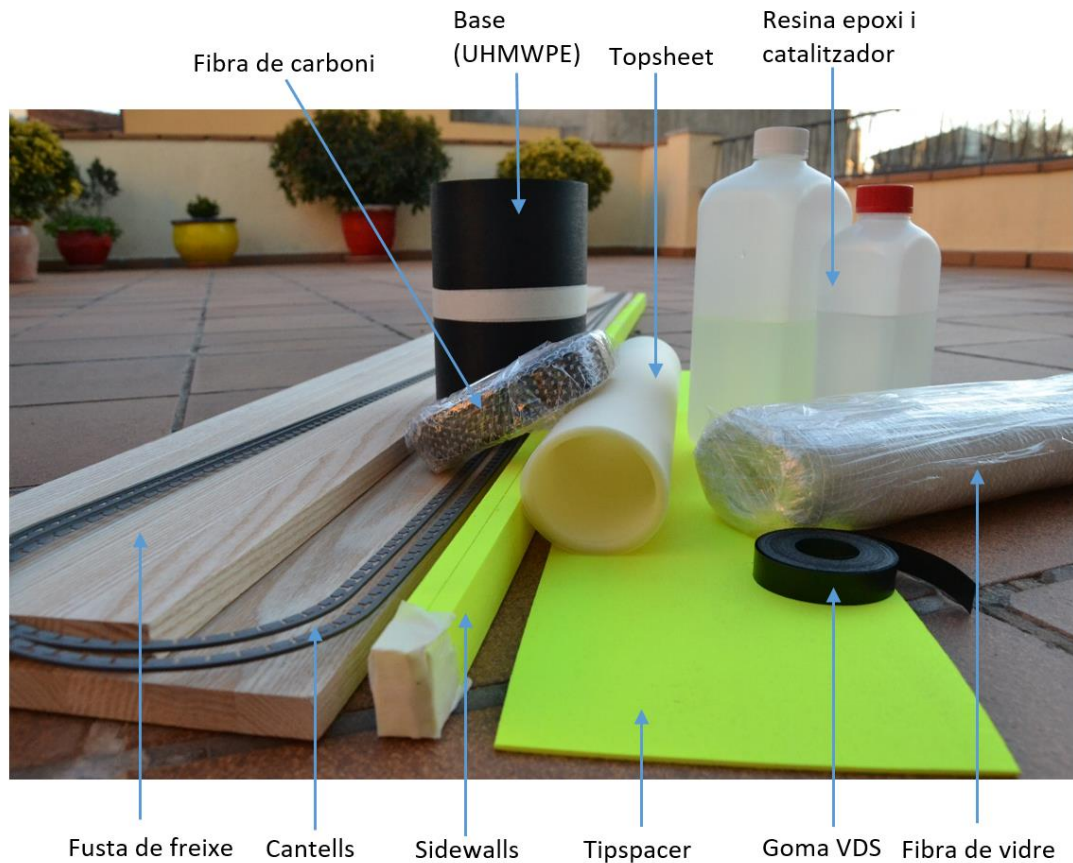


Figura 69 Materials a utilitzar

Tots els materials s'han d'emmagatzemar en un lloc amb poca humitat, i no exposar-lo a canvis dràstics de temperatura.

Pel que fa les eines, la més important que s'utilitzarà per a la construcció dels esquís és la premsa. Aquesta consta d'un motlle i un contramotlle que són els encarregats de donar la forma de camber i rocker als esquís. Per aplicar la pressió hi ha unes mànegues que s'inflen amb aire fins a 4 atm, són aquestes mànegues les que exerceixen la pressió sobre l'esquí i el forcen a adoptar la forma del motlle mentre es porta a terme el procés de curació de la cola epoxi.

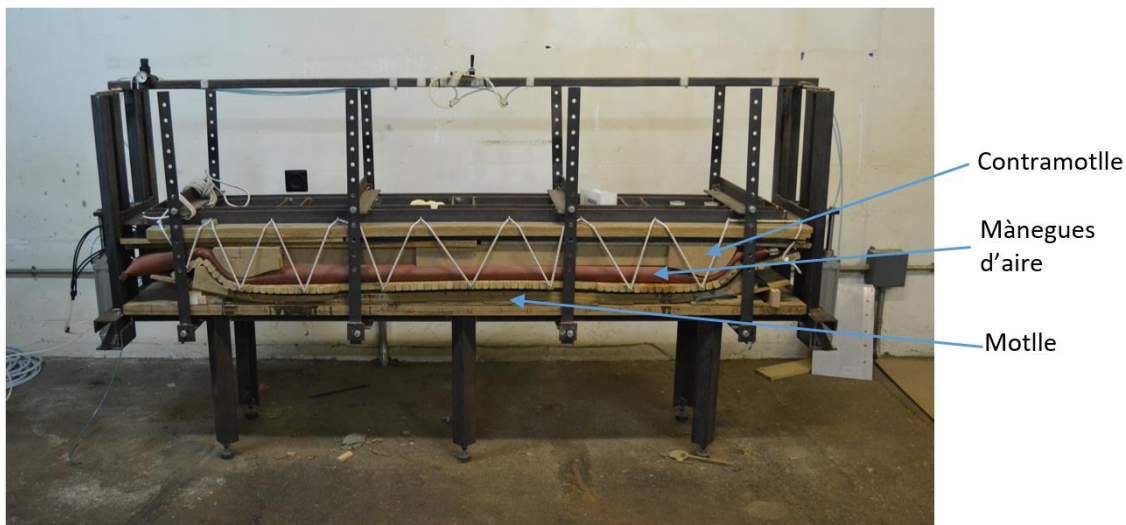


Figura 70 Diferents parts de la premsa.

Apart de la premsa s'utilitzen altres eines com la serra elèctrica, per retallar el nucli per donar-li la forma de l'esquí, i la fresadora per rebaixar-li el gruix fins el desitjat.

11.2. Procés constructiu

El primer pas que cal realitzar per la construcció de l'esquí és tallar les bases de polietilè d'alta densitat. Aquestes s'han de retallar seguint la forma final que es vol donar a l'esquí. Cal retallar-les en una geometria suau, ja que si existeixen talls irregulars, això provocarà que hi hagin forats a la sola de l'esquí un cop muntat el cantell.



Figura 71 Bases de polietilè tallades segons la geometria de l'esquí

Un cop les bases han estat retallades, és el moment d'enganxar-hi els cantells d'acer. Aquests, però, tenen una forma recta, i se'ls ha de deformar donant-los-hi la forma de l'esquí. El cantell s'ha d'adaptar al màxim a la base per evitar problemes a l'hora de premsat. Un cantell mal doblat pot provocar que aquest es desenganxi un cop l'esquí estigui dins la premsa.



Figura 72 Eina per doblar cantells (esquerra) i cantell adaptat a la geometria del tip de l'esquí (dreta)

Els cantells es subjecten a la base mitjançant pinces i posteriorment s'hi enganxen mitjançant cola de contacte. Aquesta només té la funció de mantenir el cantell quiet a la seva posició, ja que, quan l'esquí estigui dins la premsa, la cola epoxi serà l'encarregada de reforçar-lo.



Figura 73 Bases amb els cantells units amb cola de contacte

Finalment, un cop la cola s'ha assecat, el cantell s'ha de quedar enganxat a la base sense separar-se'n.



Figura 74 Bases dels esquís amb els cantells enganxats

Un cop es té la base completada, el següent pas és construir el nucli de l'esquí. Tallant els nuclis i enganxant-hi els sidewalls.



Figura 75 Bases de l'esquí (esquerra), nuclis sense tallar (centre) i sidewalls sense enganxar (dreta)

Primer es copia la silueta de les bases (amb els cantells enganxats) sobre els llistons de fusta que seran el nucli de l'esquí, i després aquests es retallen i es poleixen per aconseguir la forma desitjada.



Figura 76 Nuclis tallats

Un cop els nuclis han estat tallats s'ha d'enganxar-hi els sidewalls de plàstic ABS. Aquests plàstics s'enganxen al nucli mitjançant cola epoxi. Cal aplicar pressió i deixar curar el nucli i el sidewalls durant unes 14 hores, ja que és en aquest moment on la cola adquireix la seva resistència màxima.

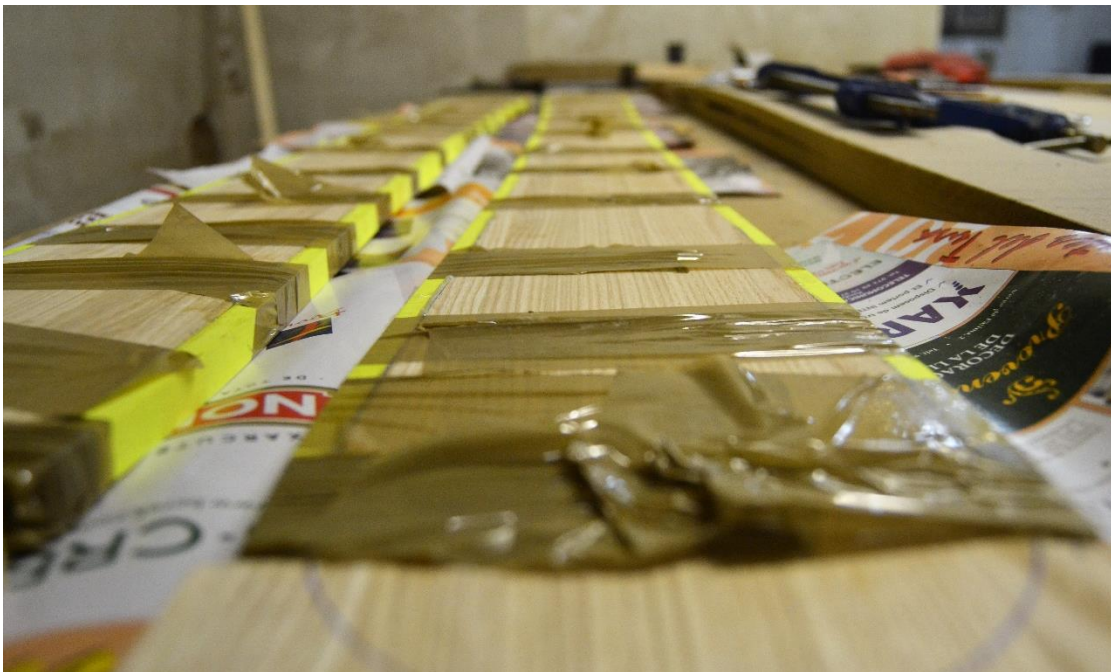


Figura 77 Nuclis amb els sidewalls durant la curació de l'epoxi

Un cop la cola s'ha assecat, els sidewalls queden permanentment units al nucli de fusta de l'esquí.



Figura 78 Nuclis amb els sidewalls enganxats

A continuació és moment de rebaixar el gruix del nucli fins el valor desitjat. El gruix donat és el calculat a l'apartat d'optimització. Per dur a terme tal operació s'utilitza una fresadora manual. Per tal que la fresadora doni el gruix desitjat a cada un dels trams de l'esquí, aquesta viatja sobre unes guies (prèviament calibrades) que per a cada posició, tenen una alçada determinada. Aquestes guies fan que el gruix de la part central del nucli sigui superior al gruix dels extrems. S'ha de destacar la importància d'aquest pas, ja es treballa amb el nucli de l'esquí, i, en el cas que alguna cosa surti malament, caldrà repetir-ho ja que el nucli quedarà inservible. S'ha d'anar molt en compte ja que, en els extrems, el gruix del nucli ronda els 2 mm. Amb aquest gruix tan prim, i la fresa girant a altes revolucions, és molt fàcil que el sidewall s'arrenqui del nucli, i, malauradament, al fresar el nucli, el sidewall es va arrencar.

Durant l'operació de fresat, degut a un problema no localitzat, la fresa es va descollar de la fresadora, menjant-se un tram de nucli. Per sort, aquest imprevist va passar a una zona molt propera al tram final de l'esquí (zona que no té cap funció estructural) i serà fàcilment reparable. En el cas que aquest problema hagués sorgit al tram central del nucli, tota la feina feta sobre el nucli hagués sigut inútil ja que el nucli seria inservible.

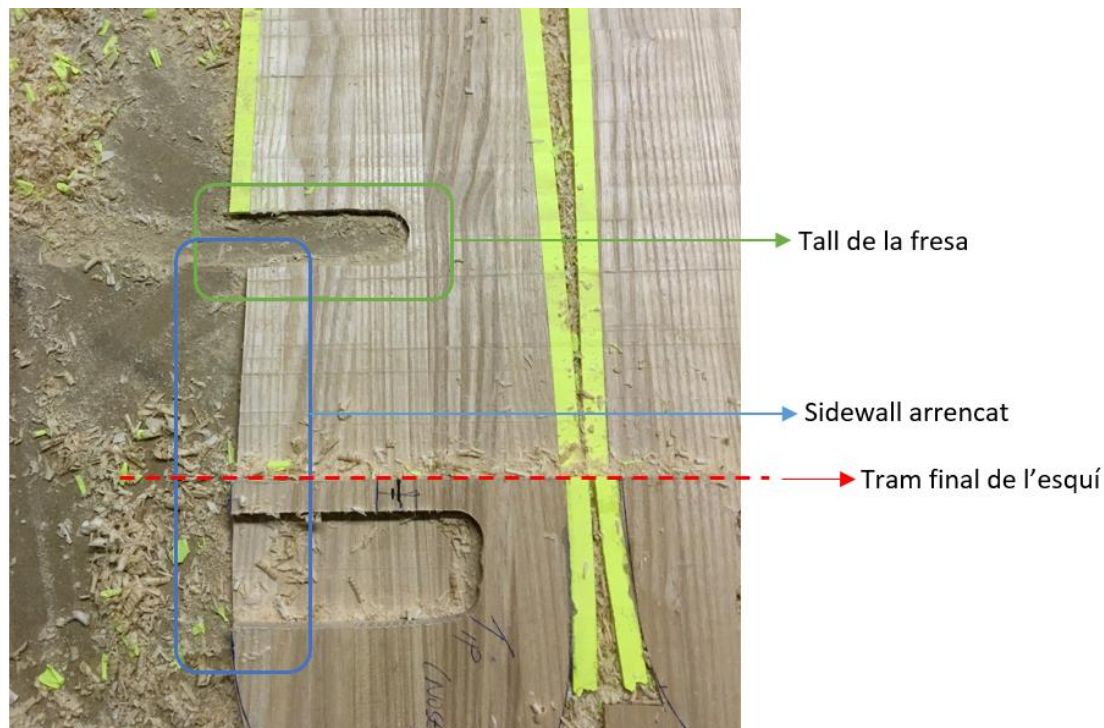


Figura 79 Nucli malmès per la fresa

Per tal de solucionar aquest problema, es va crear un insert de fusta del mateix gruix d'un tram sobrant. Aquest es va enganxar al nucli amb resina epoxi, igual que el sidewall trencat, que també es va unir al nucli.

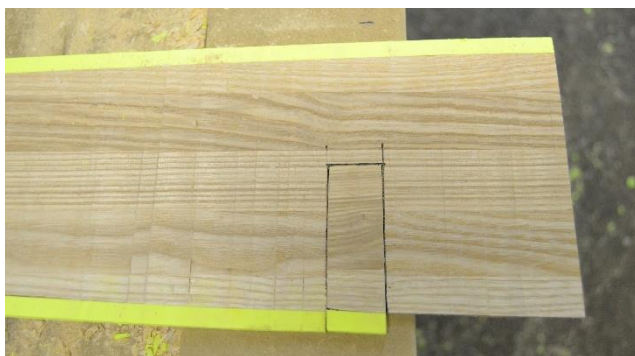


Figura 80 Insert utilitzat per reparar el nucli

Al mateix moment de reparar el nucli amb l'insert, s'aprofita per enganxar (també amb resina epoxi) els tipspacers que van ubicats als extrems del nucli. D'aquesta manera, no s'hauran d'enganxar al mateix moment de col·locar les fibres, facilitant el procés constructiu.



Figura 81 Nuclis fresats i amb els tipspacers enganxant-se

Un cop finalitzat el temps d'enduriment de l'epoxi, aproximadament unes 14h, es procedeix a polir el nucli per suavitzar les desbastades que es van fer amb la fresadora, així com per eliminar el sobrant de resina epoxi que es va aplicar per reparar el nucli i enganxar els tipspacers.



Figura 82 Nucli amb els sidewalls enganxats i preparats per a la laminació.

Havent finalitzat amb el nucli i la base de l'esquí ja es pot començar a preparar la premsa. Aquesta s'ha de regular per donar a l'esquí la forma desitjada. És en aquest moment que es dona el perfil camber i rocker a l'esquí. Cal ajustar el motlle i el contramotlle de la premsa per tal que, durant el procés de premsat, tot l'esquí rebi pressió en tot moment, ja que això podrien provocar que algunes capes es deslaminin i es desenganxin.



Figura 83 Premsa preparada amb les cotes adequades per premsar l'esquí.

Un cop la premsa està preparada amb les mides adequades ja es pot dur a terme la construcció del sandvitx i la laminació de l'esquí. Primer, però, cal preparar i tallar totes les fibres que es necessitaran durant el procés, tallant a la mida necessària la fibra de vidre i de carboni. Cal destacar que durant tot el procés de laminació cal sempre treballar en un entorn net i sense pols ni brutícia, ja que alguna impuresa dins la cola podria provocar que aquesta no enganxi bé del tot o es deslaminin un cop premsat l'esquí.



Figura 84 Material a utilitzar durant el procés de laminat.

En la construcció del sandbitx, o laminació, s'han de col·locar tots els elements per ordre ascendent. El primer en col·locar-se és l'element que està a la part inferior de l'esquí. Per tant, es comença col·locant la base de l'esquí i s'acaba posant el topsheet.



Primer de tot cal preparar la mescla de la resina epoxi, ja que aquesta, per si sola no s'endureix. Necessita la presència d'un catalitzador per iniciar la reacció en cadena d'enduriment que és el que li donarà les propietats adequades. En aquest cas, la proporció entre la cola i el catalitzador és d'aproximadament un 60 % en pes de resina i un 40 % en pes de catalitzador. Un cop iniciada la mescla, la resina començarà a guanyar duresa al cap d'aproximadament 45 minuts (a temperatura ambient).

Durant el laminat cal tenir en compte que si no s'aplica suficient cola, aquest serà molt fràgil i les capes es separaran molt fàcilment, mentre que si s'aplica massa cola epoxi, l'esquí tindrà un pes excessiu i la major part d'aquesta cola quedarà en forma de rebava durant el procés de laminat a la premsa.

Com s'ha comentat abans, el procés de laminació comença amb les bases, que és la peça més inferior de l'esquí. A aquesta se li aplica una capa de cola epoxi i se li col·loquen, sobre els cantells, les tires de goma VDS. Havent posat les gomes, s'aplica una segona capa de cola epoxi i es col·loquen les tires de fibra de carboni impregnades de resina.



Figura 85 Bases amb gomes VDS (esquerre) i fibra de carboni (dreta)

Amb la fibra de carboni situada és moment de col·locar la fibra de vidre i el nucli dels esquí. Tots aquests elements han d'estar ben impregnats de resina per aconseguir una bona unió

permanent entre ells. Cal destacar la importància de col·locar el nucli perfectament alineat amb la base, ja que si no es fa bé, l'esquí tindrà una forma molt irregular i un molt mal funcionament.



Figura 86 Nuclis de l'esquí durant el procés de laminat.

Col·locat el nucli és el moment d'aplicar les dues capes superiors de fibra de vidre i fibra de carboni i el topsheet superior. Abans de col·locar el topsheet es van col·locar diferents teles i elements per tal de crear els gràfics de l'esquí. Els gràfics es van dissenyar prèviament amb ordinador amb l'ajuda d'un programa de disseny gràfic. Com que el topsheet i la resina epoxi és transparent, deixa a vista la capa que hi ha sota el topsheet. La tela cal que estigui ben impregnada de resina per tal que l'esquí no es deslaminari per la capa dels gràfics.



Figura 87 Disseny dels gràfics (esquerre) i aplicació dels gràfics a l'esquí (dreta).

Havent col·locat els gràfics i el topsheet els esquís estan llestos per a introduir-se a la premsa. A la premsa cal introduir l'esquí dins el motlle en la posició adequada, ja que és el motlle l'encarregat de donar la forma de camber i rocker a l'esquí. Un cop ha estat ben posicionat ja es pot aplicar pressió per unir tots els elements. El procés de premsat sol tardar aproximadament unes 14 hores si es fa a temperatura ambient. Degut a les condicions de temperatura de la premsa, en aquest cas el procés de premsat dura aproximadament unes 72 hores degut a les baixes temperatures.



Figura 88 Premsa amb les mànegues inflades durant la curació de la resina.

En el procés de preparació de la premsa s'ha regulat el motlle i el contramotlle per tal que les mànegues apliquessin la pressió de manera uniforme i constant.

Havent transcorregut el temps de premsat la resina epoxi ha tingut temps de curar-se i adquirir la seva màxima duresa. Durant el temps de premsat, i gràcies a la pressió exercida per les mànegues, la resina ha tingut temps de fluir en els espais buits, i l'excés de resina ha fluid cap al exterior de l'esquí. Per tant, és moment d'eliminar la resina i el material sobrant.



Figura 89 Esquís un cop ha finalitzat la curació de la resina.

Amb la serra elèctrica es retalla el material sobrant retallant l'esquí utilitzant el cantell d'acer com a guia. A continuació, primer amb la cinta abrasiva i finalment amb la polidora s'acaba d'eliminar les restes de material sobrant. Tant la serra elèctrica com la polidora al fregar de forma contínua amb l'esquí, cremen el plàstic del sidewall, donant-li una acabat rugós i un color ennegrit que cal retirar.



Figura 90 Sidewall de l'esquí un cop ha estat tallat amb la serra elèctrica. Cal destacar el seu acabat de color negre degut al fregament.

Per millorar aquest acabat, donar-li als sidewalls el seu color groc original, i aconseguir una textura suau i llisa es fa una passada amb la fresa. Aquesta, al contrari de la serra elèctrica, al fer talls tan fins i ràpid, no dona temps al plàstic dels sidewalls a cremar-se, quedant lluent i brillant.



Figura 91 Sidewall de l'esquí un cop polit i fresat. Cal destacar el seu acabat brillant i llis.

Després d'aquest últim fresat els esquís ja estan complets i ja es poden muntar les fixacions i esmolar els cantells.

El projecte ja ha arribat al seu punt final, després de totes aquestes hores dedicades a calcular, dissenyar, i construir, aquest n'és el resultat:



Figura 92 Esquís finalitzats

Un cop finalitzats els esquís només falta esperar a la neu per tal de poder provar-los sobre el terreny.

12. Pressupost

En aquest apartat es fa un petit estudi econòmic avaluant els temps i costos destinats al projecte per tal de determinar-ne un cost aproximat. El projecte es divideix en diferents parts, per una banda es troba la investigació i estudi, que fa referència tota la recerca feta per estudiar els esquís, els seus components, mètodes de construcció i la seva influència... Per altra banda hi ha tot l'apartat de càlculs, apartat destinat a l'estudi del comportament de les fibres i els diferents materials i a la verificació de la construcció de l'esquí amb els materials escollits. Seguidament hi ha l'apartat on es fa tot el disseny de l'esquí, mesures, dimensions, dimensionament de la secció...

En l'apartat de material es reflecteix el cost dels materials comprats, així com les noves eines que es van haver de comprar per a la construcció de l'esquí. I, finalment, es troba la part final del projecte: la construcció.

El preu de les hores d'enginyeria és de 35 €/h, preu comú en aquest camp. Mentre que el preu de les hores de construcció i taller es redueix a 28 €/h.

	Quantitat	Unitat	Preu unitari (€/ut.)	Preu total (€)
Investigació i estudi del producte	100	h	35	3500
Càlculs	120	h	35	4200
Disseny	70	h	35	2450
Construcció	40	h	25	1000
Material				
<i>Goma VDS</i>	8	ut.	0,59	4,72
<i>Base UHMWPE</i>	4	ut.	6,3	25,2
<i>Nucli fusta freixe</i>	2	ut.	20,17	40,34
<i>Cantell acer</i>	2	ut.	6,73	13,46
<i>Fibra de carboni unidireccional</i>	16	ut.	1,68	26,88
<i>Fibra de vidre triaxial</i>	4	ut.	2,94	11,76
<i>Resina epoxi</i>	1	ut.	18,49	18,49
<i>Sidewall ABS</i>	1	ut.	19,33	19,33
<i>Tipspacer ABS</i>	1	ut.	6,72	6,72
<i>Tall sidewall</i>	1	ut.	4,2	4,2
<i>Topsheet</i>	2	ut.	11,77	23,54
<i>Fixacions</i>	1	ut.	129,92	129,92
<i>Altres materials</i>	-	ut.	-	50
<i>Eines</i>	-	ut.	-	40
Cost dels esquís	1	ut.		415
Total				11564,56

Contant el cost total de les eines i material que s'ha destinat al projecte, un parell d'esquís complerts ha sortit per un cost de 415 €. Aquest preu és força inferior respecte el preu d'uns esquís de gamma mitja en el mercat actual. Un parell d'esquís, de gamma baixa, pot costar fins a 300 €. Uns que es considerin de gamma mitja poden tenir un preu entre els 350 i els 500 €, mentre que, en uns esquís de gamma alta, el preu parteix d'aproximadament els 500 €.

Veient els materials utilitzats i el tipus de construcció, els esquís construïts es podrien catalogar com uns de gamma mitja-alta.

El preu total és de 11564.56 €. Tot i ser un preu elevat, cal tenir en compte que, en cas de ser l'inici d'una empresa i d'una línia d'esquís, el cost d'investigació, disseny, i càlculs només caldrà assumir-lo una vegada.

En els futurs esquís, només hi haurien associats els costos del material i de construcció. A més a més, al anar automatitzant el procés i obtenint millor maquinària, el preu de construcció es veuria molt reduït. En aquest cas, el cost de construcció té un valor elevat degut a que el procés constructiu ha estat 100 % manual. En les grans empreses manufactureres d'esquís, la majoria dels processos dins la construcció dels esquís estan automatitzats, obtenint un cost de construcció molt reduït, i augmentant el marge de benefici.

13. Impacte ambiental.

Com que en aquest projecte s'ha desenvolupat i construït un producte de consum, el seu impacte mediambiental és el produït durant la seva construcció, i el que es generarà un cop els esquís hagin arribat al final de la seva vida útil.

Pel que fa als materials de construcció, el seu impacte mediambiental és el generat durant la seva fabricació. La majoria dels materials a utilitzar (excepte els nuclis de fusta de freixe) són materials processats que no es troben directament a la natura, per tant, tenen un alt impacte mediambiental degut al seu processat.

Cal destacar, també, que durant la fabricació dels esquís es genera una quantitat important de residus, aquests, majoritàriament, consisteixen en encenalls de material que s'ha arrencat per donar forma al esquí. Aquests encenalls, en la gran majoria són trossets de fusta i plàstic, per tant, per tal de fer una correcta gestió de residus, cal separar-los ja que cada un té un procés de reciclatge diferent.

Quan els esquís surten de la premsa i es retira el material sobrant, aquest residu és molt difícil de catalogar, ja que es tracta de una barreja de tela, plàstic, fusta, fibres i metall, tot unit mitjançant la resina epoxi.

Durant la fabricació també es fa una despesa energètica important ja que en tot moment s'utilitzen eines i màquines que, com que s'han d'utilitzar durant llargs intervals de temps, suposen un cost energètic important.

Un cop els esquís arriben al final de la seva vida útil el seu reciclatge és un procés complex. Al tractar-se de la unió de diferents materials: fusta, plàstic, resina, fibres i metall, si es vol reciclar, s'han de separar tots els components per tal de gestionar-los correctament. Al separar els components de l'esquí, queda aproximadament un 5 % de metall, 50 % fusta i 45 % plàstic i resina.

El fet de separar tots els diferents materials dels esquís és un procés costós i difícil. Per això, cal primer optar en diferents alternatives per tal de no generar residus, ja sigui reutilitzant els esquís com a esquís de principiant (uns esquís per aprendre a esquiar, que no importa les seves condicions), o trobant altres funcions per els esquís. Actualment s'estan convertint esquís vells en mobles que tenen una nova vida útil (figura 92).



Figura 93 Exemples d'alternatives per el reciclatge dels esquís.

14. Conclusions

L'objectiu d'aquest projecte era el d'analitzar estructuralment uns esquís, estudiant tots els materials dels quals estan compostos, diferents components... i veure com aquests afecten i condicionen el seu comportament sobre la neu, per després ser capaç de dissenyar, calcular i construir un parell d'esquís propis.

Després de molt de temps, dedicació i esforç el projecte ha estat finalitzat amb èxit.

En aquest projecte s'ha pogut veure el comportament d'una secció formada per diferents materials, entre els quals destaquen els materials anisotròpics, al estar sotmesa a diferents situacions (flexió i torsió).

S'ha vist la el comportament i les com es distribueixen els esforços al actuar sobre materials fibrosos. A més a més cal destacar la importància de l'orientació de les fibres en els materials anisotròpics, ja que, tal i com s'ha comprovat, una mala orientació pot fer canviar molt el resultat i la distribució de tensions.

Respecte la torsió, s'ha pogut comprovar que , tot i que el cos a estudiar estava format per diferents materials, segueix el comportament teòric descrit en la teoria de Saint-Venant.

En els apartat de càlculs s'han pogut posar a prova i aplicar tots els coneixements que s'han adquirit al llarg dels anys a la universitat; sobretot en les assignatures de Resistència de Materials i Ampliació de Resistència de Materials.

Pel que fa a la construcció, cal destacar la importància de la precisió a l'hora de treballar: un tall mal a la base que li origini un punt angular pot provocar una fuga de resina al moment de premsat, el nucli mal alineat amb la base pot provocar que tot l'esquí sigui inservible...

Construir un esquí, des del punt de vista teòric, pot semblar un procés metòdic, relativament ràpid i senzill. Però un cop ets coneixedor del procés constructiu, t'adones de la quantitat de detalls, factors a considerar, i petits processos que hi ha al darrere, que fan d'aquesta fabricació un procés molt complex.

En definitiva, en aquest projecte s'ha pogut portar a terme, de forma 100% manual, un procés constructiu que, avui en dia, està automatitzat en gran proporció. A més a més, s'ha pogut veure tots els càlculs, factors a considerar, materials i processos que amaga un esport de muntanya com és l'esquí.

15. Agraïments

M'agradaria donar les gràcies a el meu tutor i professor Francesc Roure, qui, amb molta paciència, m'ha ajudat i aconsellat sempre al llarg de tot el projecte. Ajudant-me tant en la part més teòrica com en la de càlculs, guiant-me en la part més conceptual del projecte

També m'agradaria donar les gràcies a en Joan Torrella, i en general a tot l'equip de Rossignol per donar-me la possibilitat de visitar una de les fàbriques d'una marca pionera en el món de l'esquí, permetent-me veure tot el procés complert de fabricació dels esquís, així com una visió de la fabricació a gran escala d'aquest producte.

I, finalment, però més important, moltes gràcies a en Joan i l'Edu, qui m'han guiat i ajudat a dur a terme la construcció dels esquís, oferint-me el seu temps i el seu material per poder fer realitat aquest projecte. Sense ells el projecte hagués estat quasi impossible de realitzar. M'han ensenyat des de dins com és el procés constructiu, 100 % manual, amb tots els passos i processos a realitzar. Moltes gràcies pels consells i tota l'ajuda que m'heu proporcionat.

A tots ells i a tothom que s'ha involucrat en aquest projecte.
Moltes gràcies.

16. Bibliografia

David W. Green, Jerrold E. Winandy, and David E. Kretschmann. The Wood Handbook. Washington, 2010.

Roure Fernandez, Francesc. Apunts de l'assignatura de Resistència de Materials. Barcelona, 2017.

Roure Fernandez, Francesc. Apunts de l'assignatura d'Ampliació de Resistència de Materials. Barcelona, 2017.

Federolf, Peter Andreas. Finite element simulation of a carving ski. Zurich, 2005.

Tegata Gakuen-machi. An attempt of a new motion measurement method for alpine ski turns using inertial sensors. Akita, 2012.

HP-Textiles. Overview of reinforcement fabrics. Schapen, 2017.

Meier, Eric. The wood data base.
[en línia] Disponible a: < <http://www.wood-database.com/about/>>

Kam K. Leang. Skibuilders.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/>>

Skilab. Basics of skibuilding.
[en línia] Disponible a: < http://www.store.skilab.com/index.php?main_page=page_2>

Junksuply. Ski retailer.
[en línia] Disponible a: < <http://www.junksupply.com/>>

Junksuply. Com aplicar gràfics al esquí.
[en línia] Disponible a: <http://www.junksupply.com/printing-graphics/>

Esquiland. Las principales cualidades de un esquí.
[en línia] Disponible a: < http://www.esquiland.com/ES/Material_esqui/comportamiento-esqui.php>

Skibuilders. Adaptació dels cantells.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/howto/skicon/edgebending.shtml>>

Skibuilders. Aplicació dels sidewalls.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/howto/skicon/sidewalls.shtml>>

Skibuilders. Preparació de la premsa.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/howto/layup/preparation.shtml>>

Skibuilders. Laminació de l'esquí.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/howto/layup/preparation.shtml>>

Skibuilders. Postprocés.
[en línia] Disponible a: < <http://www.skibuilders.com/howto/finish/>>