



**Escola de Camins**  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports  
UPC BARCELONATECH

Estudio de la influencia de los distintos parámetros de entrada en el análisis termo-químico-mecánico de estructuras de hormigón en masa.

Trabajo realizado por:  
**Yaiza Lafuente Rego**

Dirigido por:  
**Daniel Di Capua**

Máster en:  
**Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos**

Barcelona, **septiembre 2017**

Departamento de Resistencia de Materiales y  
Estructuras en la Ingeniería

**TRABAJO FINAL DE MÁSTER**



## AGRADECIMIENTOS:

Gracias a mis padres por haberme hecho ser quien soy y llegar a donde estoy. Vuestro apoyo constante en todas las decisiones que he tomado en mi vida ha sido imprescindible.

Gracias a mi hermano por haber sido y seguir siendo un gran ejemplo a seguir.

Gracias a mis abuelos por haberme ayudado en tanto y haberme inculcado valores, os debo mucho.

Familia, amigos y todas las personas que he encontrado en mi camino, de todos he aprendido y lo seguiré haciendo. Gracias por formar parte de mi vida.

Gracias por el tiempo, dedicación y ayuda a Daniel Di Capua, tutor de este proyecto.

## RESUMEN:

Los cubípodos son elementos prefabricados de hormigón en masa utilizados en la construcción de mantos principales de diques en talud y en la protección de márgenes de ríos. Se trata de un elemento masivo que resiste la acción del oleaje principalmente por gravedad y fricción lateral, colocándose en el talud de forma aleatoria en una o dos capas y que cuentan con importantes ventajas con respecto al bloque cúbico tradicional.

La respuesta termo-mecánica a edades tempranas es una cuestión clave en el diseño de estas estructuras masivas de hormigón. En la tecnología del hormigón, el agrietamiento es un gran motivo de preocupación, y es principalmente asociado con los efectos térmicos y la retracción, particularmente a temprana edad. A medida que se empieza a producir el proceso de hidratación del cemento, se produce una considerable cantidad de calor que aumenta la temperatura de la pasta de cemento o del hormigón. Este calor de hidratación desarrolla un aumento sustancial en la temperatura de estructuras masivas de hormigón debido a la mala disipación del calor de los ambientes que las rodean. Posteriormente, la velocidad de generación de calor se ralentiza, el hormigón se empieza a enfriar y se contrae. Existe un riesgo de que estos gradientes térmicos produzcan grietas en las estructuras debido a la restricción total o parcial al movimiento de las estructuras que inducen tensiones de compresión y tracción. En las estructuras masivas de hormigón, son las tensiones de tracción las que provocan las fisuras cuando esta tensión supera la resistencia a tracción del hormigón. Esto podría resultar en daño estructural incluso antes de que la estructura se cargue y podría afectar significativamente la durabilidad y el estado de servicio de construcciones masivas de hormigón reforzado.

Para monitorizar este fenómeno se propone un modelo acoplado termo-químico-mecánico para el comportamiento del hormigón a temprana edad. El modelo permite la simulación de los fenómenos de hidratación, envejecimiento, daño y fluencia. Este modelo considera muchas de las características relevantes de la hidratación y el envejecimiento del hormigón, en un formato adecuado para su implementación en el marco general del método de elementos finitos.

Se ha monitorizado un cubípodos de hormigón en masa de 45 toneladas. El hormigón utilizado es un HM-30/B/20/I+Qb+E, con un cemento Portland con escoria de alto horno,

CEM III/A 42.5N SR. Estos hormigones se fisuran más tarde que los hechos con cemento Portland a pesar de que están caracterizados por valores de retracción mayores.

A raíz de este estudio se observa que al aumentar el coeficiente de retracción el tamaño de las fisuras disminuye y lo mismo ocurre al aumentar la fluencia, ya que esta ejerce un importante efecto de relajación de tensiones.

## Índice

1.	INTRODUCCIÓN.....	9
1.1	Planteamiento del problema.....	9
1.2	Objetivo de la tesina .....	9
1.3	Estructura de la tesina .....	9
2.	FENOMENOLOGÍA .....	10
2.1	Propiedades del hormigón a temprana edad .....	10
2.1.1	Propiedades térmicas .....	10
2.1.1.1	Calor de hidratación.....	10
2.1.1.2	Calor específico .....	15
2.1.1.3	Conductividad térmica.....	16
2.1.1.4	Coefficiente de dilatación térmica .....	17
2.1.2	Propiedades mecánicas .....	20
2.1.2.1	Madurez .....	20
2.1.2.2	Resistencia a compresión.....	22
2.1.2.3	Resistencia a tracción.....	24
2.1.2.4	Módulo de elasticidad.....	26
2.1.2.5	Retracción .....	28
2.1.2.6	Deformación por fluencia .....	31
2.1.2.7	Módulo de Poisson.....	37
3.	MODELO TERMO-QUIMIO-MECÁNICO .....	40
3.1	Introducción .....	40
3.2	Modelo de hidratación .....	41
3.2.1	Reacción de hidratación.....	42

3.2.2	Grado de hidratación .....	45
3.2.3	Ecuación de campo térmico.....	47
3.2.4	Condiciones de contorno del problema térmico .....	47
3.3	Modelo de envejecimiento.....	48
3.3.1	Resistencia a compresión.....	50
3.3.2	Resistencia a tracción y módulo elástico.....	54
3.3.3	Energía de fractura de tracción y compresión .....	55
3.4	Comportamiento mecánico a corto plazo .....	56
3.4.1	Tensiones efectivas.....	57
3.4.2	Tensor de deformaciones elásticas .....	58
3.4.3	Energía libre y ecuación constitutiva .....	63
3.4.4	Caracterización del daño .....	65
3.4.5	Evolución del daño .....	68
4.	VALIDACIÓN DEL MODELO .....	70
4.1	Introducción .....	70
4.2	Proyecto TU1404.....	70
4.3	Parámetros del modelo.....	71
4.4	Resultados de la simulación.....	73
4.4.1	Condiciones de contorno 1 .....	73
4.4.2	Condiciones de contorno 2 .....	78
4.4.3	Condiciones de contorno 3 .....	80
5.	ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS DE ENTRADA ....	88
5.1	Calibración TCM_CONCRETE según EHE-08.....	88
5.1.1	PROPIEDADES MECÁNICAS .....	88
5.1.1.1	Evolución resistencias a compresión y tracción (Artículo 31.3 y 39.1) 88	

5.1.1.2	Módulo de deformación longitudinal del hormigón (Artículo 39.6) ....	90
5.1.1.3	Coefficiente de Poisson (Artículo 39.9).....	91
5.1.1.4	Energías de fractura .....	91
5.1.1.5	Peso específico (Artículo 10.2).....	92
5.1.1.6	Matriz tangente .....	92
5.1.2	Dilatación térmica (artículo 39.10).....	93
5.1.3	Propiedades térmicas .....	93
5.1.4	Hidratación .....	94
5.1.5	Envejecimiento .....	94
5.1.6	Retracción.....	95
5.1.6.1	EHE (artículo 39.7).....	95
5.1.6.2	Código modelo.....	96
5.1.7	Fluencia básica .....	97
5.2	Características generales.....	98
5.3	Control de temperatura .....	99
5.4	Influencia de la retracción.....	102
5.4.1	Caso 1 .....	102
5.4.2	Caso 2 .....	105
5.4.3	Caso 3 .....	107
5.5	Influencia de la fluencia básica.....	108
6.	CONCLUSIONES.....	111
7.	REFERENCIAS .....	113

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Planteamiento del problema

Los cubípodos son elementos prefabricados de hormigón en masa utilizados en la construcción de mantos principales de diques en talud y en la protección de márgenes de ríos. Se trata de un elemento masivo que resiste la acción del oleaje principalmente por gravedad y fricción lateral, colocándose en el talud de forma aleatoria en una o dos capas.

Cuentan con importantes ventajas con respecto al bloque cúbico tradicional como su gran robustez y resistencia estructural, al tiempo que corrige sus desventajas impidiendo el adoquinamiento y aumentando la fricción con la capa inferior. A ello se le suma la sencillez en su fabricación, manipulación, colocación y almacenaje, el ahorro de materiales y costes que supone su empleo y la reducción de la huella ecológica.

La respuesta termo-mecánica a edades tempranas es una cuestión clave en el diseño de estas estructuras masivas de hormigón. Especialmente en el centro de los cubípodos, debido al calor liberado por la hidratación del hormigón, la temperatura puede alcanzar valores demasiado elevados y dañar el hormigón ya endurecido por la formación de fisuras asociadas a las altas tensiones. Es por ello que lo ideal sería no sobrepasar ciertos niveles de temperatura y así evitar el potencial desarrollo de fisuración.

Además, la exposición ambiental a la que se encuentra sometido conduce a una compleja respuesta térmica en la que aparece un estado térmico inestable, esto se traduce en la aparición de unas tensiones térmicas que, unidas a la variación de volumen sufrida por el material, puede provocar daños y fisuración en la estructura.

## 1.2 Objetivo de la tesina

El objetivo de esta tesina es predecir la contribución e importancia de los distintos parámetros de entrada, en la respuesta termo-químico-mecánica de las estructuras masivas de hormigón a temprana edad.

## 1.3 Estructura de la tesina

La presente tesina se divide en siete capítulos. El primer capítulo consiste en una pequeña introducción en la que se plantea el problema al que nos enfrentamos y los objetivos del estudio.

En el capítulo 2 se describen una a una las propiedades del hormigón a temprana edad.

En el tercer capítulo se explican las características, con sus respectivas ecuaciones de estado, del modelo acoplado termo-químico-mecánico usado.

En el capítulo 4 queda demostrada la validación del modelo explicado en el capítulo previo con ayuda del proyecto europeo (TU1404 Cost Action, 2016).

En el capítulo 5, en primer lugar, se hace uso de la (EHE , 2008) para obtener los parámetros usados en la simulación, que serán calibrados a partir de los datos de temperaturas disponibles en varios puntos del cubípedo. Posteriormente, se realizarán, con estos valores, varios cálculos para analizar la influencia que tiene la retracción y la fluencia en la respuesta mecánica de la estructura.

En el capítulo 6 se recogen las principales conclusiones derivadas de la realización de este trabajo.

Por último, en el capítulo 7, se presenta la bibliografía relacionada con este estudio. Algunas de las obras que aparecen no han sido directamente consultadas, pero se adjuntan puesto que son citadas en otras obras que aluden a aquellas en aspectos fundamentales.

## 2. FENOMENOLOGÍA

### 2.1 Propiedades del hormigón a temprana edad

Las propiedades térmicas y mecánicas del hormigón son importantes para el comportamiento del hormigón en masa y para el desarrollo de la resistencia. A continuación, se describen estas propiedades, ya que la comprensión de sus efectos es fundamental para el control térmico.

#### 2.1.1 Propiedades térmicas

Dentro de este apartado se van a tratar el calor de hidratación, el calor específico, la conductividad térmica y el coeficiente de dilatación térmica.

##### 2.1.1.1 Calor de hidratación

Como veníamos diciendo debemos evitar el agrietamiento por causas térmicas del hormigón a temprana edad para asegurar el comportamiento deseado a lo largo del tiempo.

El agrietamiento del hormigón a temprana edad es un fenómeno asociado con el calor de hidratación y con la retracción del hormigón. A medida que se empieza a producir el proceso de hidratación del cemento, se produce una considerable cantidad de calor. La evolución de este proceso de hidratación aumenta la temperatura de la pasta de cemento o del hormigón. La velocidad con la que aumenta y se extiende la temperatura depende de las propiedades térmicas del hormigón y de la velocidad de disipación del calor. Sin embargo, el calor de hidratación desarrolla un aumento sustancial en la temperatura de estructuras masivas de hormigón debido a la mala disipación del calor de los ambientes que las rodean. Entonces, la velocidad de generación de calor se ralentiza, el hormigón se empieza a enfriar y se contrae. Existe un riesgo de que estos gradientes térmicos produzcan grietas en las estructuras. Si las estructuras no tienen restricción al movimiento, la expansión o contracción no crea ningún tipo de tensiones. Pero en la práctica, la restricción total o parcial es inevitable y siempre está presente. Estos movimientos de restricción inducen tensiones de compresión y tracción, que causan agrietamiento a temprana edad. En las estructuras masivas de hormigón, son las tensiones de tracción las que provocan las fisuras cuando esta tensión supera la resistencia a tracción del hormigón.

Durante la hidratación del hormigón, el agua libre presente en la mezcla reacciona con el cemento no hidratado para formar hidratos: silicato cálcico hidratado CSH, hidróxido de calcio CH, etringita Aft, monosulfato Afm, etc. La etringita es una forma de sulfoaluminato de calcio que se encuentra en cualquier pasta de cemento. Es un producto que se forma en la normal hidratación del cemento portland y su presencia en la pasta endurecida, en sí misma, no representa un problema para la durabilidad del hormigón. En una pasta de cemento normal, la etringita se forma como consecuencia de las reacciones entre los aluminatos y ferritos calcicos anhidros presentes en el clinker y los sulfatos que, generalmente en forma de yeso, se mezclan con dicho clinker para producir el cemento. Esta etringita se llama frecuentemente etringita primaria y bajo condiciones normales de curado y uso, tal etringita no produce expansión.

En el hormigón endurecido y húmedo y, tras un tiempo suficiente, la etringita presente experimentará una eventual disolución y subsiguiente recristalización en los espacios disponibles más grandes. Este fenómeno sucede independientemente de cómo se haya

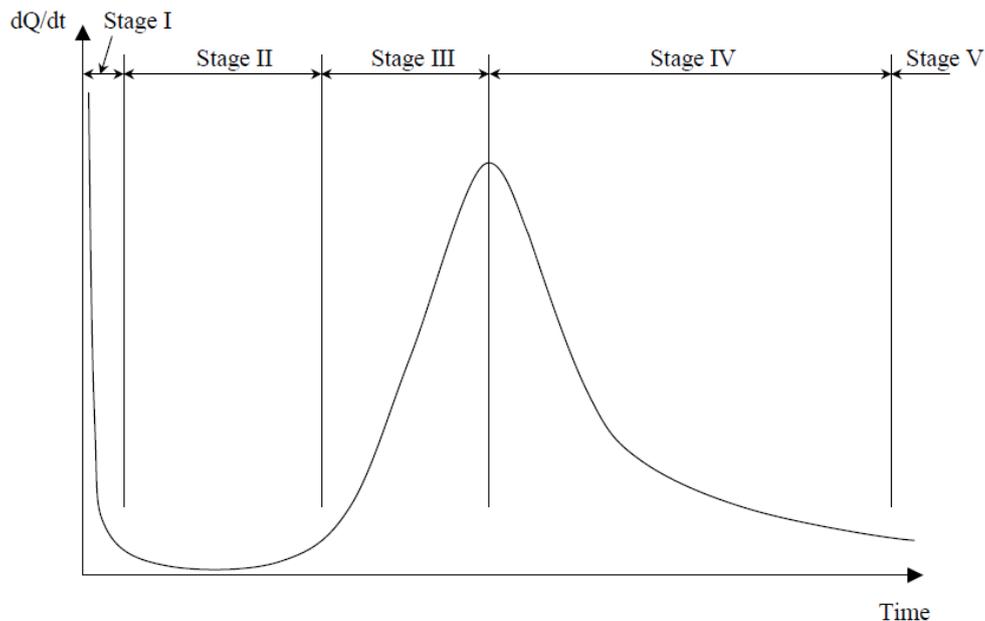
formado originalmente la etringita. Este tipo de etringita se denomina secundaria y su formación, tal y como es definida aquí, no genera expansión.

Es un hecho bien conocido que la etringita primaria es inestable por encima de aproximadamente 65 -70 °C. Así, bajo semejantes condiciones de curado, la etringita primaria no se formará y la que se pudiera haber formado con anterioridad al curado, se descompondrá. Si el hormigón así curado se mantiene posteriormente en agua o en condiciones húmedas a temperatura ambiente, la etringita se formará lentamente en la matriz de pasta de cemento. Este proceso ha sido denominado "formación de etringita retrasada" (DEF) y se ha observado que genera expansión con las consecuentes fisuraciones en pastas, morteros u hormigones. La expansión asociada con la formación de dicha etringita no es, hoy día, completamente comprendida, siendo varios los mecanismos posibles que están siendo explorados.

La formación de una etringita tardía es, en principio, consecuencia de un exceso de calor o inadecuado proceso de curado térmico. El fenómeno de la DEF depende de los materiales, del curado y de las condiciones ambientales.

Para medir el calor de hidratación de un cemento se suelen utilizar calorímetros de conducción. Estos, miden la velocidad de evolución del calor, en función del tiempo, de una muestra de pasta de cemento bajo condiciones casi isotérmicas. El resultado será un perfil de velocidad de evolución del calor en la pasta de cemento como se puede ver en la figura Figure 2.1: Diagrama de perfil típico de velocidad de evolución del calor para pasta de cemento Portland ordinaria (Young, 1997). Este perfil ilustrará las diferentes etapas de la hidratación. El primer pico que se observa, puntiagudo y altamente exotérmico es debido principalmente a la hidratación inmediata de la cal libre y a la disolución de otros álcalis en el cemento. Este pico es, normalmente, de un tamaño mayor que el segundo pico mostrado en el borde entre la etapa III y la IV. Esta primera etapa es seguida de un período de inducción, la etapa II. En esta, poca cantidad de calor es disipada, que se supone provocado por la necesidad de alcanzar una cierta concentración de iones en solución antes de que puedan formarse núcleos de cristal de los cuales crezcan productos de hidratación. Esto se conoce como control de nucleación (Young, Chemically bonded Ceramics, 1997). Después de conseguir una concentración crítica de iones en solución, la velocidad de hidratación del cemento vuelve a aumentar en la etapa III ya que ahora la velocidad de hidratación está controlada por la velocidad de la reacción. A

medida que la hidratación continúa, el grosor de la capa de los productos de la hidratación formados en la superficie de los granos de cemento eventualmente reduce la velocidad de reacción ya que el agua debe penetrar a través de esta capa para alcanzar el cemento sin hidratar y los iones deben penetrar esta capa también para alcanzar los cristales en crecimiento. De este modo, la velocidad de reacción es controlada por medio de la difusión. (etapas IV y V).



**Figure 2.1: Diagrama de perfil típico de velocidad de evolución del calor para pasta de cemento Portland ordinaria (Young, 1997)**

Numerosos mecanismos están implicados en la forma de la curva anterior. La curva de velocidad de evolución de calor ha sido modelada por una serie de textos funcionales. Uno de los primeros y los más simples fue propuesto por (Avrami, 1939):

$$V = 1 - e^{-(t/\tau)^n} \quad (2.1)$$

Esta ecuación en general se refiere a posibles transformaciones de fase que ocurren por el proceso de nucleación y crecimiento de los productos transformados. El término  $V$  es la fracción de volumen transformada en el tiempo  $t$ ,  $\tau$  es un factor que incluye la velocidad de crecimiento y los términos de la nucleación mientras que el valor del factor adimensional  $n$  se relaciona con la geometría del problema y la velocidad del crecimiento particular y de las leyes involucradas en la nucleación. La derivada,  $dV=dt$ , de esta función, escalada con una constante de conversión térmica, puede ser representada en el

diagrama de la figura Figure 2.1: Diagrama de perfil típico de velocidad de evolución del calor para pasta de cemento Portland ordinaria (Young, 1997), con una buena correlación. Resulta que las relaciones de este tipo en general pueden usarse para describir, no sólo la velocidad de evolución del calor, sino también el desarrollo de la fuerza y rigidez del hormigón.

Una variación de la ecuación (2.1) es:

$$V = e^{-(t/\tau)^n} \quad (2.2)$$

la cual origina resultados similares a la ecuación (2.1). Esta versión está a menudo asociada a los mecanismos de crecimiento que ocurren en sistemas cementantes.

Otra forma de medir el calor de hidratación es midiendo el aumento de temperatura de una muestra de hidratación en condiciones adiabáticas. Esto se ilustra en la figura Figure 2.2: Aumento de temperatura en la masa de hormigón bajo condiciones adiabáticas.

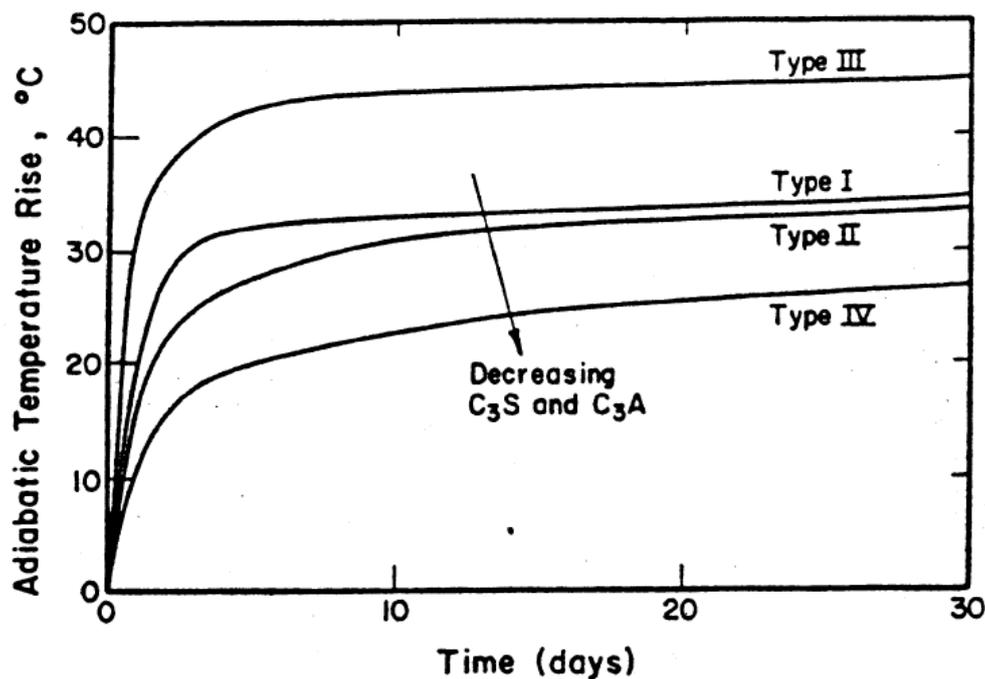


Figure 2.2: Aumento de temperatura en la masa de hormigón bajo condiciones adiabáticas

Este experimento mide la liberación total de calor,  $Q$  en función del tiempo, y el resultado puede ser modelado usando la ecuación (2.1). Esta curva representa básicamente una integración de la curva en la figura Figure 2.1: Diagrama de perfil típico de velocidad de

evolución del calor para pasta de cemento Portland ordinaria (Young, 1997) y viceversa, diferenciando la primera, dará lugar a la última curva.

Sin embargo, la última curva no se produce bajo condiciones isotérmicas y la comparación sólo es válida si se introduce un concepto adecuado de madurez, es decir, si se considera la dependencia de la velocidad de reacción en la temperatura.

#### 2.1.1.2 Calor específico

El calor específico del hormigón se define como la cantidad de energía requerida para elevar la temperatura de una unidad de masa de un material en un grado. Es una función de la composición del hormigón y del tipo de agregado usado, pero no está significativamente afectada por el carácter mineralógico del agregado. Los hormigones con mayor resistencia tienen en consecuencia mayor calor específico.

El valor del calor específico del hormigón,  $c$ , en función de la edad del hormigón fue investigado por primera vez por (Löfkvist, 1946). Fueron llevados a cabo varios experimentos en diferentes tipos de cemento, agregados y condiciones de curado para hormigón a temprana edad. Basados en los resultados experimentales, se concluyó que no ocurre ningún cambio significativo del calor específico durante el endurecimiento.

Al contrario, un cambio con la madurez fue encontrado por (Hansen, Hansen, Kjaer, & Pedersen, 1982). Los experimentos fueron llevados a cabo en pastas de cemento utilizando cemento de endurecimiento rápido para edades de madurez de 4 horas hasta 160 horas. Como se puede ver en (Hauggaard-Nielsen, 1997), estos resultados son válidos para hormigones en los que los agregados tienen un contenido de agua constante, ya que en esta situación su calor específico también se mantendrá constante. El calor específico del hormigón podría calcularse basándonos en la fórmula compuesta de (Høyer, 1990). Este calor específico depende del contenido de agua en los poros y (Hansen, Hansen, Kjaer, & Pedersen, 1982) descubrió que decrece con la madurez y determinó que el cambio iba desde aproximadamente 1.92 kJ/kg a las 1.5 horas a 1.65 kJ/kg a las 120 horas. Una de las razones es que el agua tiene un calor específico mayor que los productos de la hidratación, y esto resulta en una disminución cuando el agua se consume en la reacción de hidratación.

Un estudio literario llevado a cabo por (Høyer, 1990) concluyó sobre los antecedentes de (Löfkvist, 1946) que el calor específico podría mantenerse constante y sin cambios para

hormigón a temprana edad y endurecido. A esta misma conclusión también llegó (Byfors, 1980). Los autores establecieron un valor aproximado de 1.0-1.1 kJ/kg. Sin embargo, en otro estudio de (Schutter & Taerwe, 1995), se descubrió que el calor específico decrecía con el grado de hidratación. Este artículo se centraba en la evolución de las características térmicas del hormigón a temprana edad en función del estado del proceso de endurecimiento. El calor específico fue determinado para muestras de pasta de cemento endurecido usando cemento de escoria de alto horno. Se concluyó que el calor específico decrece de manera lineal con el grado de hidratación.

El calor específico también depende de la composición del hormigón, de la temperatura y del contenido de humedad. La dependencia con la temperatura fue estudiada por (Espinosa-Paredes, Garca, Santoyo, Contreras, & Morales, 2002) en un rango de temperaturas que iban desde los 28°C a los 200°C. Encontraron que el calor específico se incrementa con la temperatura. Sin embargo, decrece cuando el contenido de humedad disminuye, claramente causado por la menor cantidad de agua en el sistema (Byfors, 1980). Finalmente, fue descubierto por (Fu & Chung, 1997) que la adición de humo de sílice podría incrementar el calor específico de la pasta de cemento.

### 2.1.1.3 Conductividad térmica

La conductividad térmica  $\left(\frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}\right)$  describe la velocidad del flujo de calor a través de un material por unidad de espesor por grado de diferencia de temperatura a través del espesor de la muestra. El agregado tiene mayor influencia sobre la conductividad térmica que cualquier otro componente, siendo esta elevada para una gran densidad del agregado. El contenido de humedad del hormigón también influye en gran modo en la conductividad a tempranas edades, porque el agua tiene una conductividad más baja que los agregados. Además, cuanto más baja sea la relación agua cemento y el cemento más denso en el hormigón de alta resistencia podrían resultar en una conductividad térmica más elevada.

La Agencia Federal de Recuperación de Aguas de los Estados Unidos (U.S. Bureau of Reclamation) han informado acerca de valores de conductividad térmica para diferentes tipos de agregados usados en mezclas de hormigón de resistencia normal.

Aggregate Type	Thermal Conductivity Btu*in/h*ft <sup>2</sup> *°F (KJ/Kg*°C)
Quartzite	24(4.5)
Dolomite	22(4.2)
Limestone	18-23(2.6-3.3)
Granite	18-19(2.6-2.7)
Rhyolite	15(2.2)
Basalt	13-15(1.9-2.2)

**Tabla 2.1: Valores típicos de conductividad térmica según el tipo de agregado (U.S. Bureau of Reclamation 1940)**

La conductividad juega un papel muy importante en los gradientes de temperatura para hormigón a temprana edad, y este tema despierta cada vez más interés y atención por parte de la comunidad científica. Ha sido investigado por (Löfkvist, 1946), quien llegó a la conclusión de que no hay diferencias significativas entre la conductividad del hormigón a temprana edad y la del hormigón madurado. Esta conclusión fue a la misma que obtuvo (Høyer, 1990), este estableció un valor de 8.0 W/m. También (Byfors, 1980) concluyó que la conductividad podría mantenerse constante y con un valor de 2.4 W/m.

Sin embargo, en el trabajo de (Gibbon & Ballim, 1998) se encontró una dependencia de la madurez del hormigón, mostrándose que la conductividad en realidad decrece con la edad. Se tomaron medidas desde el inicio de la hidratación y continuadas durante la primera semana, y la disminución fue del orden del 10-40 %. También se demostró que la conductividad depende del tipo de agregado y del tipo de cemento. Se presentó una fórmula para determinar la conductividad del hormigón basada en el conocimiento de la conductividad del mortero y de los agregados.

(Bouguerra, 1999) demostró la existencia de una dependencia de la conductividad con el contenido de humedad y la temperatura. Se observó que la conductividad se incrementa con el contenido de humedad y decrece con la temperatura. Este resultado, respecto a la dependencia con el contenido de humedad, se confirma en (Khan M. I., 2002). Finalmente, (Fu & Chung, 1997) descubrieron que el humo de sílice podría disminuir la conductividad.

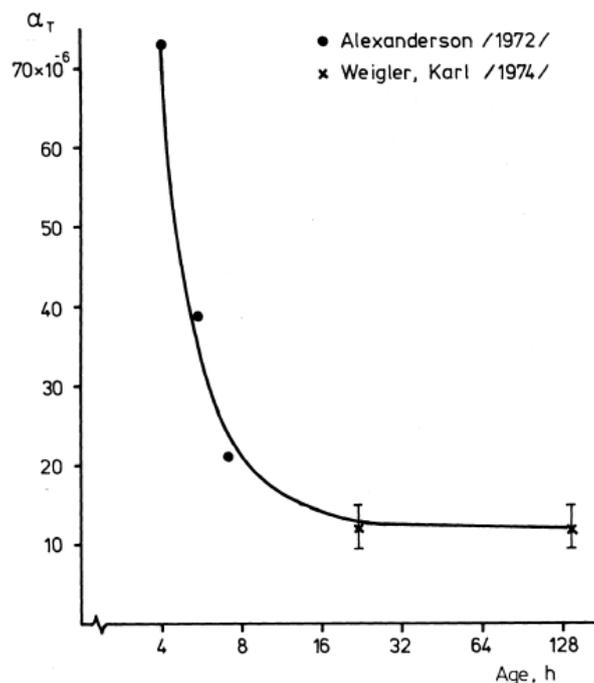
#### 2.1.1.4 Coeficiente de dilatación térmica

El coeficiente de dilatación térmica (1/°C) del hormigón es uno de los parámetros más importantes en la predicción de la distribución de tensiones en los miembros del

hormigón. Este coeficiente se define como el cambio en la unidad de longitud de un material en respuesta a un cambio de temperatura de un grado. Hay numerosos factores que afectan el coeficiente como son las proporciones de la mezcla, la relación agua cemento, el tipo de agregado, el tipo de cemento y la condición de humedad del hormigón. La pasta de cemento del hormigón normal suele tener un mayor coeficiente de dilatación térmica que el agregado, pero el agregado tiene un efecto dominante por su gran volumen en la mezcla (Kejin, Jiong, & Zhi, 2008; Riding, 2007). Este es varias veces mayor para el hormigón fresco que para el endurecido y decrece bruscamente durante las diez primeras horas de la hidratación y se mantiene constante después. Es relativamente independiente de la edad después de unas horas del hormigonado hasta los 28 días. Debido a la influencia significativa de los distintos tipos de agregado en el coeficiente, es importante medirlo para el hormigón en particular que se está investigando.

El coeficiente de dilatación térmica tiene dos componentes, el coeficiente de dilatación térmica verdadero, donde la dilatación es causada por movimientos moleculares, y el coeficiente de dilatación higrotérmico. Este último nace por el incremento de presión de vapor de agua en los poros con el incremento de temperatura en la pasta, lo que resulta en una dilatación de la pasta. Este término es el que hace el coeficiente dependiente de la humedad con un máximo en los valores intermedios (Neville & Brooks, Concrete Technology, updated edn, 1990), ya que no es posible un incremento en la presión de vapor de agua para una pasta totalmente seca o completamente saturada.

Para el hormigón a temprana edad, (Löfkvist, 1946) halló que el coeficiente es menor en la fase de enfriamiento que en la de calentamiento durante la hidratación. Los valores determinados varían entre aproximadamente  $12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  en la fase de calentamiento hasta  $6 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  en la fase de enfriamiento. También fue descubierto un decrecimiento por (Alexanderson, 1972), quien determinó unos valores que variaban entre  $70 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 4 horas y  $12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 120 horas. Los resultados se observan en la siguiente figura.



**Figure 2.3: Coeficiente de dilatación térmica en función de la edad del hormigón**

El coeficiente de dilatación térmica fue determinado experimentalmente para hormigón a temprana edad por (Emborg, 1989). Se concluyó que el coeficiente era algo superior en la fase de calentamiento comparado con la fase de enfriamiento, por lo tanto, confirma lo descubierto por (Löfkvist, 1946). Trabajos posteriores, incluyen a (Laplante & Boulay, 1994), quienes también descubrieron que existe un efecto histerético entre la rama de calentamiento y la de enfriamiento de la dependencia de la temperatura del coeficiente. Los resultados mostrados en la figura Figure 2.3 fueron verificados con un valor inicial de  $22 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 9 horas decreciendo hasta  $12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 16 horas, a partir de aquí, el coeficiente era constante. En el trabajo de (Khan, Cook, & Denis, 1998) se llevaron a cabo experimentos a partir de las 16 horas de edad. No se encontró dependencia del coeficiente con la edad, lo cual verifica los resultados de (Laplante & Boulay, 1994). Sin embargo, en (Bjøntegaard & Sellevold, 2001), se encontró un mínimo a las 12 horas, a partir de donde se empezó a incrementar de nuevo. Finalmente, el trabajo de (Kada, Lachemi, Petrov, Bonneau, & Aïtchin, 2002) también indica que el coeficiente disminuye con la edad. Aquí se ha llevado a cabo una investigación sobre la relación agua-cemento. Se llegó a la conclusión de que para una relación agua-cemento de 0.45, el valor inicial para el coeficiente de dilatación térmica es de  $25 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 8 horas, a partir de ahí decrece y posteriormente se mantiene constante con un valor de  $8 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  a las 14 horas.

Aproximadamente se ha encontrado el mismo resultado para un hormigón con una relación agua-cemento de 0.35. Sin embargo, para una relación agua-cemento de 0.30 existe un mínimo del coeficiente a las 14 horas de valor  $3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ , a partir de donde se incrementa hasta  $8 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ , que es el valor constante. El valor inicial a las 8 horas para esta mezcla era de  $12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ .

La dependencia de la dilatación térmica en la temperatura fue determinada por (Vodák, y otros, 1997). La conclusión fue que hay una variación lineal del coeficiente con la temperatura para el hormigón madurado. Las temperaturas en las que fueron tomadas las medidas variaron entre los  $20^{\circ}\text{C}$  y los  $200^{\circ}\text{C}$ .

## 2.1.2 Propiedades mecánicas

A este grupo pertenecen propiedades tales como la madurez, la resistencia a compresión, la resistencia a tracción, el módulo de elasticidad, la retracción, la deformación por fluencia lenta y el módulo de Poisson. Todas estas propiedades también son muy importantes a la hora de modelar el comportamiento a temprana edad del hormigón. La resistencia a compresión y tracción determinan si ocurrirá el fallo, el módulo de elasticidad nos da una estimación de las tensiones. El módulo de Poisson resulta necesario para hacer generalizaciones adecuadas en 2D y 3D para el modelado de elementos finitos.

### 2.1.2.1 Madurez

Relacionado con el grado de hidratación tenemos la madurez del hormigón, se suele usar para tener en cuenta el efecto combinado del tiempo y la temperatura. Se trata de un concepto empírico utilizado para indicar el progreso que ha tenido el curado, basándose en la evolución de la temperatura. Se expresa como la relación entre la temperatura, el tiempo y el aumento de la resistencia. En general para la definición de modelos de envejecimiento se podría usar indistintamente el grado de hidratación o bien la madurez, aunque el grado de hidratación proporciona un vínculo con un marco termodinámico del cual carece el concepto de madurez. Sin embargo, ninguno de los dos conceptos por si solos pueden determinar el desarrollo de la resistencia para una temperatura dada. Esto se debe a al papel tan importante con el que cuenta la temperatura en el desarrollo de la resistencia a tempranas edades.

Existen dos métodos de madurez comúnmente usados, el método Nurse-Saul y el método de la edad equivalente. La función de temperatura Nurse-Saul se usa para relacionar la

temperatura y el tiempo y fue usada en ConcreteWorks (Khan, 1995). El principio para estimar la resistencia del hormigón usando el concepto de madurez es descrito en ASTM C 1974. La relación entre la temperatura, el tiempo y la resistencia de una mezcla de hormigón se desarrolla en tests de laboratorio. El factor temperatura-tiempo puede ser definido como la integral de la historia de temperaturas y se podría calcular usando la siguiente ecuación:

$$M(t) = \sum (T_a - T_0) \cdot \Delta T \quad (2.3)$$

Donde  $M(t)$  es el factor temperatura-tiempo en el tiempo  $t$  ( $^{\circ}\text{C}\cdot\text{hrs}/\text{días}$ ).  $T_a$  es la temperatura normal durante el intervalo de tiempo  $\Delta T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) y  $T_0$  es la temperatura dato ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Otra función de madurez se usa para computar la edad equivalente:

$$t_e = \sum e^{-Q\left(\frac{1}{T_a T_s}\right)\Delta T} \quad (2.4)$$

Donde  $t_e$  es la edad equivalente a una temperatura dada  $T_s$  (días o horas),  $Q$  es la energía de activación dividida por la constante de los gases (K) y  $\Delta T$  es el intervalo de tiempo (días o horas).

El parámetro clave en la ecuación de la edad equivalente es la energía de activación. La idea de la energía de activación es propuesta por Svante Arrhenius en 1988. Esta energía describe el efecto de la temperatura en el desarrollo de la resistencia, lo cual también puede ser medido en pruebas de laboratorio (Carino). En primer lugar, se determina la resistencia a compresión de los especímenes de mortero que se encuentran a diferentes temperaturas constantes. Después, se encuentra el valor de la constante para cada temperatura ajustando la relación resistencia-edad. Se dibujan los logaritmos naturales de estas constantes encontradas frente a los recíprocos de la temperatura de curado absoluta y la ecuación más adecuada para la variación de las constantes con la temperatura se muestra a continuación:

$$k = A \cdot e^{\frac{-B}{RT}} \quad (2.5)$$

Donde  $A$  es el factor de frecuencia,  $E$  es la energía de activación y  $RT$  es la constante de los gases (Carine. & Lew, 2011).

### 2.1.2.2 Resistencia a compresión

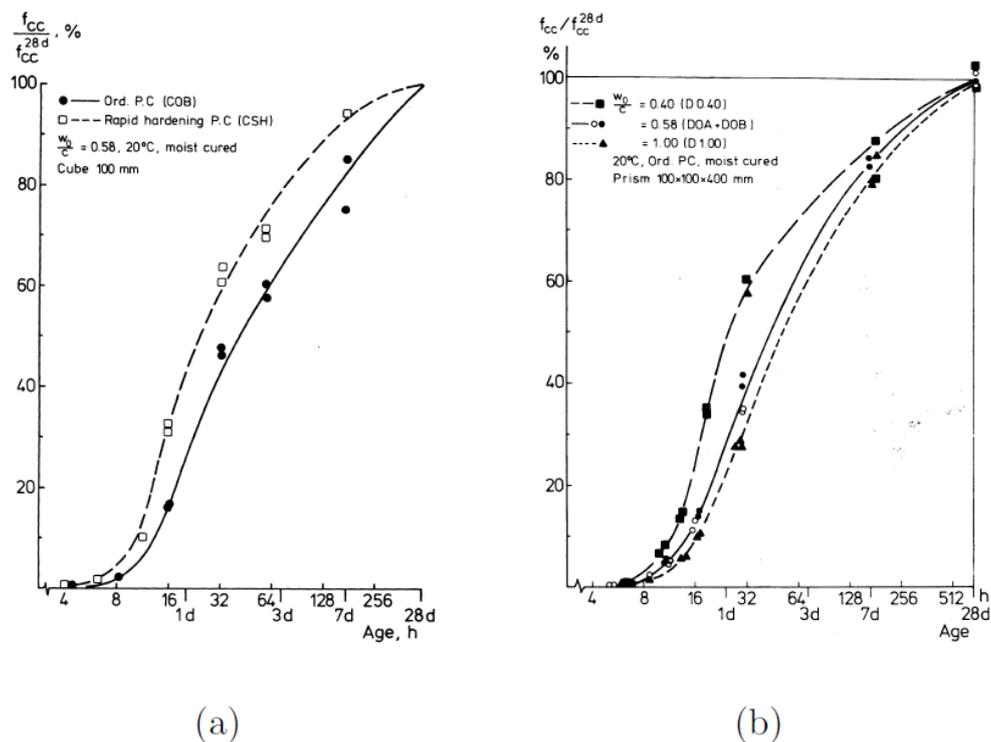
Esta se trata probablemente de una de las propiedades del hormigón más estudiadas a lo largo del tiempo. Esto se atribuye a que, junto con el módulo de elasticidad, del cual se hablará más adelante, es la más importante en análisis estructural. Estudios literarios sobre el desarrollo de la resistencia a compresión se pueden encontrar en (Byfors, 1980; Høyer, 1990), así como en libros de texto tales como (Herholdt, Justesen, Nepper-Christensen, & Nielsen, 1985; Neville & Brooks, Concrete Technology, updated edn, 1990; Young, Mindess, & Darwin, Concrete, 2 edn, 2002).

El desarrollo de la resistencia a compresión depende principalmente de la relación agua-cemento, tipo de cemento, aditivos, puzolanas y condiciones de curado (temperatura y humedad). Se ha descubierto que el curado con agua aumenta la resistencia a compresión en mayor medida que el sellado con algún otro compuesto. La figura Figure 2.4 muestra ejemplos del desarrollo de la resistencia a temprana edad y hasta los 28 días. Además, este desarrollo muestra las características comunes a los problemas de crecimiento y normalmente una formulación como la ecuación 2 se emplea para el modelado. Sin embargo, en (Byfors, 1980) fue escogida una formulación diferente, que encaja bien con los resultados experimentales, pero le faltan antecedentes en problemas de crecimiento.

Las estructuras de hormigón masivas tienen que satisfacer los requerimientos de resistencia variando la geometría y los refuerzos de la masa de hormigón. Para determinar esta geometría y refuerzo se suele usar la resistencia a compresión a 28 días. A esta edad el desarrollo de la resistencia ya está avanzado en gran proporción, ya que debido a las reacciones de hidratación del cemento durante las primeras horas aumenta rápidamente. La velocidad de ganancia de resistencia depende de muchos factores y resulta muy diferente entre unos hormigones y otros. Uno de los factores más importantes de los cuales depende, es la composición química del cemento.

Una resistencia excesiva puede llevar a una mayor generación de calor e incrementar el potencial de agrietamiento. Un marco común para describir el fallo por compresión es la teoría de la plasticidad, ver (Nielsen, 1999b). Se usa la superficie de rotura de Mohr-Coulomb modificado. Esta superficie está determinada por tres parámetros, la cohesión,

el ángulo de fricción y la resistencia a tracción. Mientras que el desarrollo de la resistencia a tracción se investiga en la literatura, como veremos más adelante, falta información con respecto al desarrollo de la cohesión y del ángulo de fricción. Se puede aplicar en esta determinación la resistencia a compresión, pero entonces uno de los parámetros debe ser fijado o conocido previamente. Sin embargo, se ha encontrado un artículo, (Baudeau, 1995), en el que se mide el ángulo de fricción para el hormigón fresco antes de fraguar. La técnica de medición adoptada fue el test triaxial. Los experimentos fueron llevados a cabo en hormigón con una relación agua-cemento de 0.46 y tamaño máximo de agregado de 15 mm, y se asumió cohesión cero. La conclusión fue que el ángulo de fricción era independiente de la presión transversal e igual a  $38.6^\circ$ . Este valor es prácticamente el mismo al encontrado en el hormigón maduro, ver por ejemplo (Nielsen, 1999b). Así, en un análisis preliminar, este valor debe mantenerse constante y la cohesión puede ser determinada a partir de la resistencia a compresión.



**Figure 2.4: Ganancia de resistencia a compresión relativa en hormigón Portland ordinario con endurecimiento rápido (a) y resistencia relativa en función de la relación agua-cemento (b)**

El desarrollo de la resistencia a compresión usando el método de la madurez se muestra a continuación (Viviani, 2005):

$$f_c(t) = a + b \cdot \log(\log(M(t))), f_c \geq 0 \quad (2.6)$$

Donde  $f_c$  indica el desarrollo de la resistencia a compresión (MPa),  $a$  es un parámetro de ajuste normalmente negativo (MPa),  $b$  es otro parámetro de ajuste (MPa/°C/h).

### 2.1.2.3 Resistencia a tracción

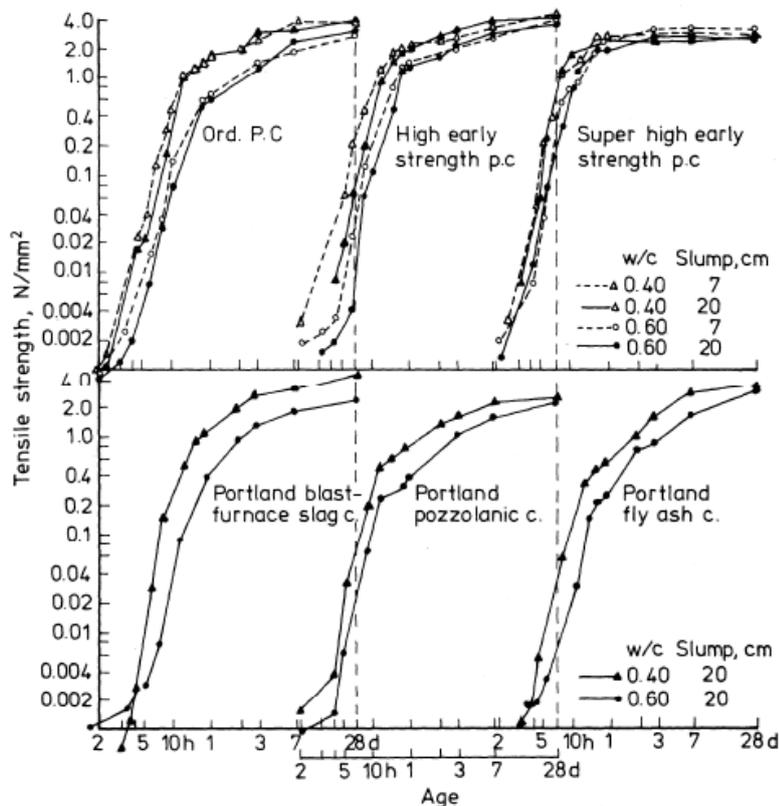
La resistencia a tracción es de gran importancia por la predicción del inicio de fisuras. Se trata de una magnitud muy pequeña en comparación con la resistencia a compresión, de acuerdo con la (EHE , 2008):

$$f_{ct,m} = 0.30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (2.7)$$

Esta puede ser determinada mediante tres métodos, el ensayo de tensión uniaxial, el ensayo de tracción por fraccionamiento o ensayo brasileño y el ensayo de módulo de rotura. El primer método es el que mejor estima la resistencia a tracción, pero no se usa mucho debido a su complejidad a la hora de la realización. Los dos últimos son métodos indirectos. Su interpretación normalmente se basa en fórmulas elásticas lineales combinadas con factores de corrección determinados empíricamente. Este hecho hace de ellos métodos no fidedignos si se trata de situaciones inusuales como es el caso de hormigón a temprana edad o hormigón reforzado con fibra. Esto se debe a que los factores de corrección compensan el comportamiento real del hormigón, que no sería lineal elástico e idealmente frágil, sino casi frágil. Pero en los casos mencionados, a temprana edad y hormigón reforzado con fibras, la fragilidad del hormigón es diferente si la comparamos con el hormigón de resistencia normal, madurado y sin fibras.

Los resultados experimentales basados en el ensayo de tensión uniaxial son pocos en la literatura. Esto es causado por las dificultades a la hora de llevar a cabo el ensayo, debido a problemas con el peso propio y las fuerzas de fricción, que resultan insignificantes a temprana edad. Los especímenes, ensayados en posición vertical, están influenciados por el peso propio, mientras que los que son tumbados, están influenciados por la fricción contra la subbase. Estos últimos podrían, sin embargo, ser reducidos usando placas de teflón. Por otra parte, los resultados son usualmente presentados en función de la resistencia a compresión o la resistencia a tracción por fraccionamiento. Si bien esto parece relevante desde un punto de vista práctico, enturbia el desarrollo de la resistencia

a tracci3n uniaxial ya que el comportamiento de los otros m3todos de ensayo var3a con la fragilidad y la edad.



**Figure 2.5: Ganancia de resistencia a tracci3n uniaxial para diferentes tipos de cemento y de relaci3n agua-cemento (Kasai 1971)**

El ensayo de tensi3n uniaxial fue llevado a cabo por Kasai (1971) y los resultados se muestran en la figura Figure 2.5. La figura muestra el desarrollo de la resistencia a tracci3n uniaxial a temprana edad empezando a las 2 horas. Los resultados son muy interesantes, n3tese que la tensi3n es especialmente baja al principio (2 horas). Tambi3n es interesante observar que aumenta con una velocidad mayor que la de compresi3n a muy temprana edad, ver (Kasai, 1971).

En el trabajo de (Byfors, 1980) un gran n3mero de ensayos uniaxiales fueron llevados a cabo en hormigones con diferentes relaciones agua-cemento, diferentes tipos de cementos y condiciones de curado. Los experimentos empezaron a las 8 horas y continuaron durante un mes. Los resultados fueron similares a los obtenidos por (Kasai, 1971).

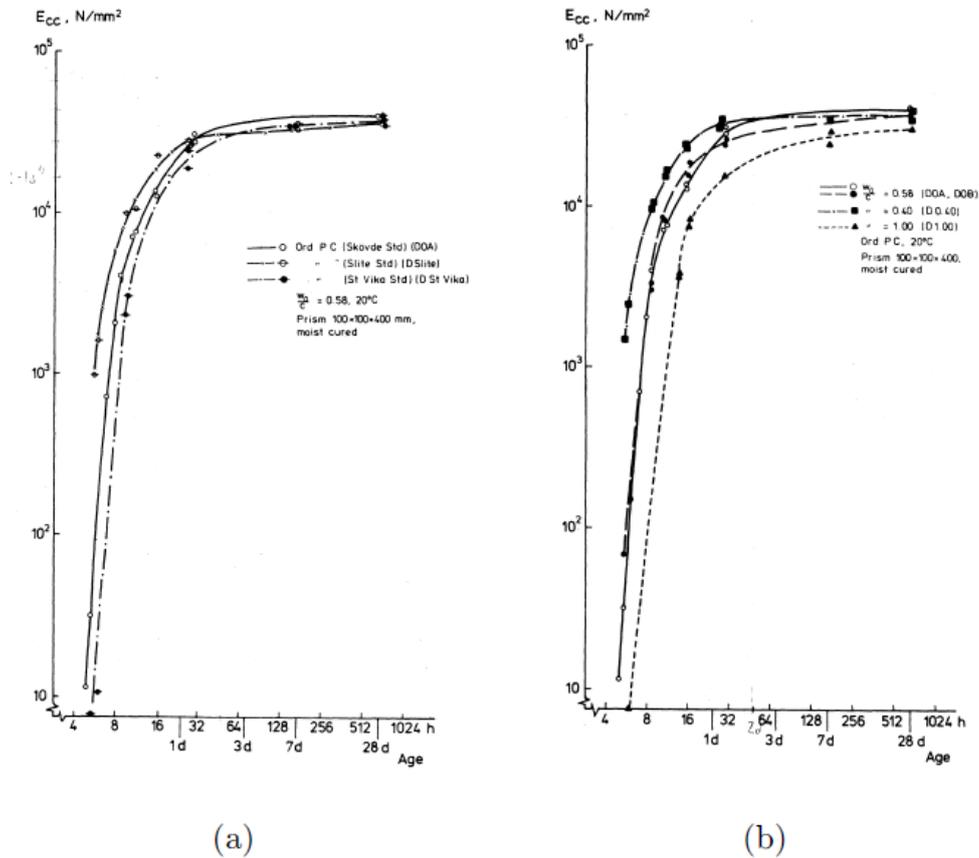
Además de los métodos directos e indirectos, también se aplican cada vez más métodos de ensayo de fractura mecánica para determinar la tensión de tracción. Estos métodos incluyen el desplazamiento de la abertura en la punta de una grieta (crack mouth opening displacement, CMOD), ensayos uniaxiales controlados, ensayos de módulo de rotura.

La resistencia a tracción está más afectada por los cambios en las condiciones de curado y se incrementa a mayor velocidad a temprana edad que la resistencia a compresión. Los módulos de rotura se toman como  $0.44 \cdot f_c^{2/3}$  en MPa, este valor fue propuesto por Jerome (Ge, 2005).

#### 2.1.2.4 Módulo de elasticidad

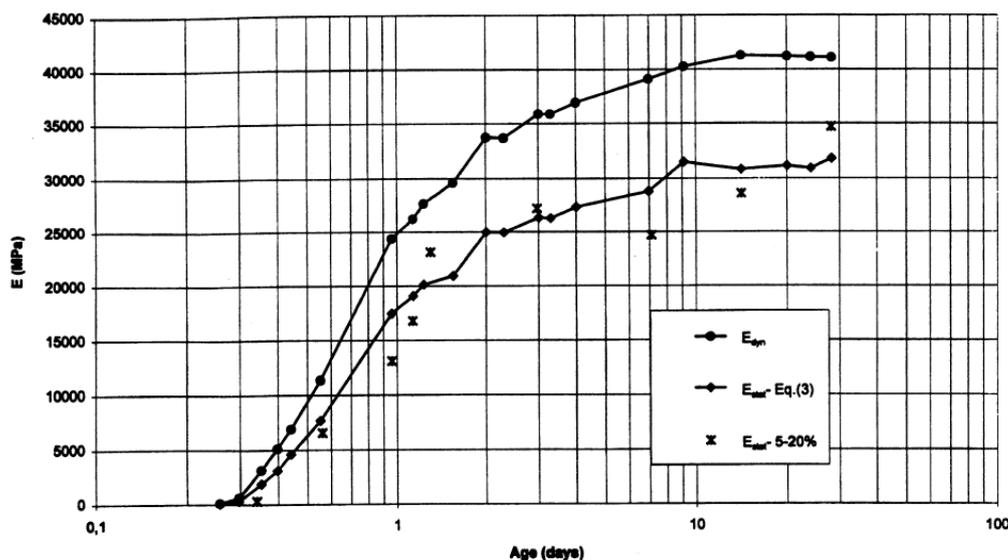
El módulo de elasticidad se define como la relación entre la tensión normal y su correspondiente deformación, para tensiones de tracción o compresión, aunque normalmente se expresa en función de la resistencia a compresión. Representa la rigidez del hormigón ante una carga impuesta sobre este.

Puede ser determinado principalmente de dos maneras, sometiendo una muestra a compresión o tensión uniaxial y midiendo la dilatación con un extensómetro, o bien, aplicando métodos no destructivos como el uso de ultrasonidos para medir el módulo de elasticidad dinámico. El uso de métodos no destructivos está motivado por las dificultades que surgen con respecto a la aplicación de los métodos tradicionales combinados con hormigón a temprana edad. La conversión del resultado dinámico en el equivalente estático es posible, ver por ejemplo (Byfors, 1980) o (Nagy, 1997).



**Figure 2.6: Desarrollo del módulo secante de elasticidad del hormigón a temprana edad; diferentes tipos cemento Portland ordinario según fabricante (a) e influencia de la relación agua-cemento (b)**

La figura Figure 2.6 muestra el resultado obtenido por (Byfors, 1980). Los especímenes estaban curados con agua, sus dimensiones eran de  $100 \times 100 \times 400 \text{ mm}^3$ . Se instaló un arco de medición en las probetas usando tornillos con extremos lisos para facilitar el montaje a temprana edad. Dos extensómetros fijados en el arco de medición monitorizaron la dilatación. La figura Figure 2.6 (b) muestra la influencia de la relación agua-cemento, que, como era de esperar, al decrecer incrementa el módulo de elasticidad. Además, se observa la naturaleza de crecimiento del módulo. Resulta interesante el hecho de que fue posible llevar a cabo los experimentos a la edad de sólo 5 horas cuando el módulo secante era muy bajo,  $10 \text{ N/mm}^2$ .



**Figure 2.7: Desarrollo de los módulos de elasticidad dinámico y estático con la edad. a/c=0.54. Cemento Portland ordinario, tipo II (Nagy 1997)**

Los resultados mostrados en la figura Figure 2.7 han sido obtenidos por (Nagy, 1997). Se aplica el método no destructivo de ultrasonidos para determinar el módulo dinámico junto con un método convencional para determinar el módulo estático. El desarrollo en el módulo de elasticidad utilizando el método de ultrasonidos ha sido también investigado por (Boumiz, Vernet, & Tenoudji, 1996).

### 2.1.2.5 Retracción

Tanto la retracción como el aumento de volumen inicial tienen un papel importante en el desarrollo de la resistencia a temprana edad del hormigón. Afectan a la durabilidad y al servicio del hormigón madurado.

La retracción se define como la disminución en el volumen de hormigón en ausencia de tensión, y se refiere, principalmente, a la retracción por secado debida a la pérdida de humedad. La pérdida de humedad también puede ocurrir durante la hidratación debido al consumo de agua, que causa una contracción del volumen.

Un incremento en la temperatura del hormigón endurecido provoca una mayor deformación final por retracción.

Las dilataciones volumétricas debidas a la retracción tienen diversos orígenes. El hormigón fresco podría experimentar retracción plástica causada por un secado prematuro en combinación con una baja velocidad de exudación. El patrón de fisuras se asemeja a

los patrones observados en suelos expuestos a secado. La retracción plástica tiene lugar en los primeros 30 minutos hasta 6 horas después del hormigonado, (Neville & Brooks, Concrete Technology, updated edn, 1990), y puede evitarse completamente si las condiciones de curado iniciales se mejoran.

Una vez que el hormigón se asienta, puede ocurrir la retracción por secado. Esta puede ser significativa y causar agrietamiento. Esta retracción por secado a largo plazo podría causar cambios volumétricos en el hormigón muchos años después del hormigonado debido a la baja difusividad del vapor de agua del hormigón que resulta en un prolongado período de tiempo antes de alcanzarse el equilibrio. Sin embargo, escogiendo unas condiciones de curado apropiadas, esta contribución a la retracción a temprana edad puede ser eliminada. De hecho, el hormigón no debe ser expuesto a pérdida de agua debida a secado a temprana edad.

La causa final de estas dilataciones es debido a la deformación autógena. Esta es resultado de la retracción química debida a la hidratación y es, después del fraguado, aún más incrementada por la formación de poros parcialmente saturados en los que las tensiones capilares desarrolladas deforman el esqueleto y resultan en una retracción externa.

La magnitud de la deformación autógena para el hormigón depende de, entre otros parámetros, la relación agua-cemento. Para hormigones con relaciones agua-cemento altas, no se produce auto-desechado, y, por lo tanto, ya que este es el mecanismo más importante que gobierna el fenómeno, la deformación será insignificante. Sin embargo, cuando la relación agua-cemento está por debajo de 0.40-0.45, (Jensen & Hansen 2001<sup>a</sup>), el auto-desechado empezará a ser apreciable y la magnitud aumentará cuando la relación agua-cemento decrece. Para pastas de cemento con relaciones agua-cemento bajas la magnitud de la deformación autógena puede ascender a más de 1000  $\mu$ strain después de unas semanas de endurecimiento, (Jensen & Hansen, 2001a).

Medidas cuantitativas de la deformación autógena en la pasta de cemento en función del tiempo por la adición de agua pueden ser fácilmente obtenidas usando el dilatómetro desarrollado por (Jensen & Hansen, 1995). Para el hormigón, se aplican otros métodos, véase por ejemplo (Altoubat, 2000), pero es difícil realizar medidas tan pronto como en el dilatómetro.

También tiene una influencia significativa en la magnitud de la deformación autógena a temprana edad el contenido de humo de sílice. La figura Figure 2.8 muestra la retracción autógena para pastas de cemento con contenido variable de humo de sílice. Se observa como la magnitud de la deformación a las 330 horas se dobla cuando el contenido de humo de sílice se incrementa de un 3% a un 10%.

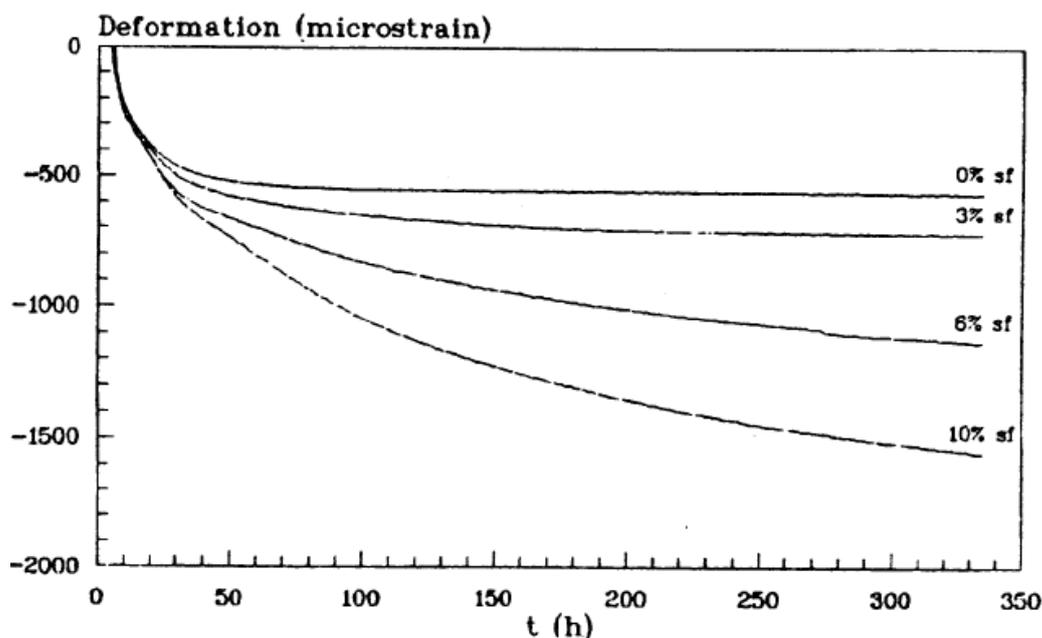


Figure 2.8: Deformación autógena después del fraguado de pastas de cemento con relación agua-cemento de 0.35; tiempo medido desde la adición de agua; deformación fijada a 0 en el momento de fraguado; temperatura de 30°C (Jensen & Hansen 1996)

La deformación autógena es un producto del auto-dsecado de la pasta. La relación entre la humedad relativa de una pasta con una relación agua-cemento de 0.25 y la deformación autógena fue estudiada por (Jensen & Hansen, 1996). Los resultados muestran que un descenso en la humedad relativa es seguido de retracción autógena. Si la humedad relativa no está reducida, no ocurrirá ninguna deformación significativa.

La retracción autógena fue modelada por (Auperin, 1989) con la siguiente formulación, véase también (Høyer, 1990):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s(\infty)e^{-(\tau_e/(M+k))^\alpha} \quad (2.8)$$

Donde  $\varepsilon_s(\infty)$ ,  $\tau_e$ ,  $k$  y  $\alpha$  son parámetros del material y  $M$  es la madurez de la muestra. Nótese la similitud con la ecuación 2, que surge del hecho de que los mecanismos

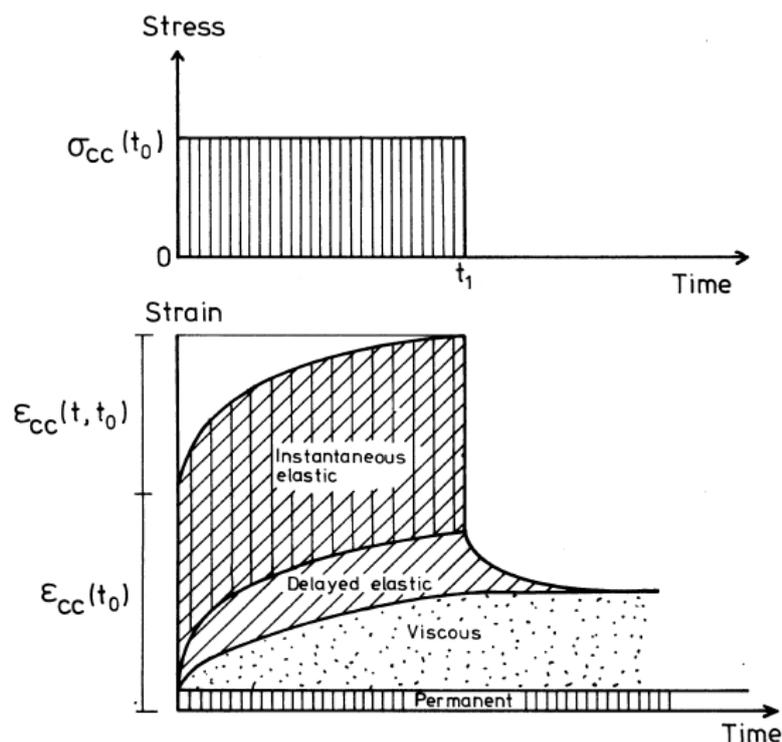
fundamentales que gobiernan el problema están relacionados con el crecimiento. La ecuación (2.8) fue adaptada en (Auperin, 1989) con buen resultado. Una formulación similar usando la ecuación (2.1) fue propuesta en (Tazawa, Sato, Sakai, & Miyazawa, 2000).

La magnitud de la retracción autógena también depende de la temperatura de la mezcla. Esto fue investigado por (Tazawa, Sato, Sakai, & Miyazawa, 2000) y en general descubrieron que el incremento de temperatura disminuye la deformación autógena. La dependencia con la temperatura fue también investigada por (Jensen & Hansen, 1999).

#### 2.1.2.6 Deformación por fluencia

La fluencia y relajación del hormigón es un tema amplio y complicado, que ha sido y es objeto de intensas investigaciones. Textos importantes sobre el tema incluyen (Neville, Dilger, & Brooks, 1983), (Neville, 1995), (Bažant, *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, 1 edn, 1988). La fluencia y relajación del hormigón surge del hecho de que este se comporta como un material visco elástico. La deformación instantánea inicial medida en el momento de aplicación de la carga es seguida de una deformación dependiente del tiempo, que además depende de las proporciones de la mezcla, humedad, temperatura, edad de aplicación, signo, magnitud y duración de la carga. Además, cambios de estas variables, el tipo de cambio y su signo pueden causar la magnitud de la deformación dependiente del tiempo, que usualmente resulta en una deformación mayor.

Las contribuciones de las deformaciones dependientes con el tiempo son normalmente separadas en una parte visco elástica y una viscosa (visco plástica). La figura Figure 2.9 muestra una representación esquemática del proceso de deformación conjuntamente con la fluencia. El material de la figura es resistente al envejecimiento y es mantenido en condiciones selladas e isotérmicas, en un estado de casi equilibrio. Como se ha mencionado y se muestra en la figura, una deformación elástica instantánea tendrá lugar en el momento de aplicación de la carga.



**Figure 2.9: Representación esquemática del proceso de deformación conjuntamente con la fluencia (Byfors 1980)**

Esta deformación es completamente recuperable al instante y no varía con el tiempo. Sin embargo, durante la aplicación de la carga, se desarrolla una deformación visco elástica retrasada. Esta deformación se cree asociada con los movimientos de hidratación en la microestructura causados por las tensiones macroscópicas en el material, (Neville, Dilger, & Brooks, 1983). Esta deformación es completamente recuperable si se retira la carga, por ejemplo, en el momento  $t_1$ , véase la figura Figure 2.9. La deformación viscosa o visco plástica es también dependiente del tiempo e incrementa en magnitud con la duración de la aplicación de la carga. Esta deformación, dadas las suposiciones mencionadas arriba, es causada por un flujo viscoso en el material, es decir, deslizamiento o cizalla de las partículas de gel lubricadas por capas de agua adsorbida. Esta deformación no es recuperable por sí sola, sólo la contribución de la presión ejercida en el material podría, con el tiempo, resultar en una recuperación. Finalmente, como se muestra en la figura Figure 2.9, una parte de la deformación es permanente. La deformación permanente es causada por el daño, es decir, el agrietamiento del material. La magnitud de esta contribución es dependiente del nivel de tensión en el material.

A esta representación esquemática de las contribuciones de las deformaciones dependientes con el tiempo del hormigón se le ha dado numerosas interpretaciones matemáticas en la literatura. Dependiendo de si el hormigón se considera como un sólido visco elástico o un fluido visco elástico, los dos modelos más simples son los de la cadena visco elástica de Kelvin y de Maxwell, véase por ejemplo (Flügge, 1975). Estos dos modelos consisten en un muelle y un amortiguador en conexión paralela o en serie, respectivamente, y son, en combinación, capaces de captar los principales efectos mostrados en la figura Figure 2.9.

Las suposiciones señaladas en combinación con la figura Figure 2.9 no se asemejan a la situación real del hormigón. El efecto más importante, que cambia la situación es el envejecimiento del hormigón, que inevitablemente requiere prestar atención al envejecimiento de los parámetros visco elásticos. Numerosos modelos de envejecimiento de fluencia son propuestos en la literatura tales como “triple power law” de (Bažant & Chern, 1985), que se trata de un modelo empírico basado en el envejecimiento de las características del hormigón, mientras que la teoría de la solidificación (Bažant & Prasannan, 1989a) (Bažant & Prasannan, 1989b) se basa en un modelo de envejecimiento del hormigón (solidificación como consecuencia de la hidratación).

Los efectos del envejecimiento de la respuesta visco elástica en el hormigón son pronunciados a edades tempranas. Esto fue observado por (Brameshuber, 1988) quien aplicó grandes coeficientes de fluencia para hormigón a temprana edad.

$$\varphi(t, t') = \frac{\varepsilon_{creep}(t, t')}{\varepsilon_{elastic}(28days)} \quad (2.9)$$

Si el hormigón era cargado a una edad de  $t_0 = 6$  horas,  $\varphi'(t; t_0)$  podría alcanzar valores de 200 en 4 horas de carga. Sin embargo, también se ha encontrado que el valor del coeficiente de fluencia descendía rápidamente a esta temprana edad, y  $\varphi'(24; 12) = 40$ . Los resultados de (Brameshuber, 1988) se muestran en la figura Figure 2.10. Se hace notable que la magnitud de fluencia en compresión y tracción difiere. Sin embargo, esto se encuentra en contradicción con (Hauggaard, y otros, 1997) quienes concluyeron que la fluencia en tracción es comparable con esta en compresión. Esto vuelve a ser contradictorio con (Neville, 1995) quien afirma que la fluencia de una masa de hormigón en tracción uniaxial para hormigón maduro podría ser un 20 o 30 % mayor que bajo una

tensión de compresión de igual magnitud. Y la diferencia podría llegar a ser de un 100 % para hormigón cargado a temprana edad. Entonces, nuevamente, (Neville, 1995) señala que la evidencia contradictoria existe, (Yonekura, Kusaka, & Tanaka, 1988). También (Emborg, 1989) advierte que la literatura entra en contradicción en si la fluencia a compresión y tracción es comparable, pero por simplicidad, fue tomada como válida en el estudio la similitud entre ambas.

Se hace prudente, en este contexto, asumir que se deberían llevar a cabo experimentos para obtener las propiedades de la fluencia a tracción a temprana edad. De lo contrario, se podría evaluar una magnitud de fluencia muy baja lo que resultaría en innecesarios cálculos conservadores con el riesgo de agrietamiento.

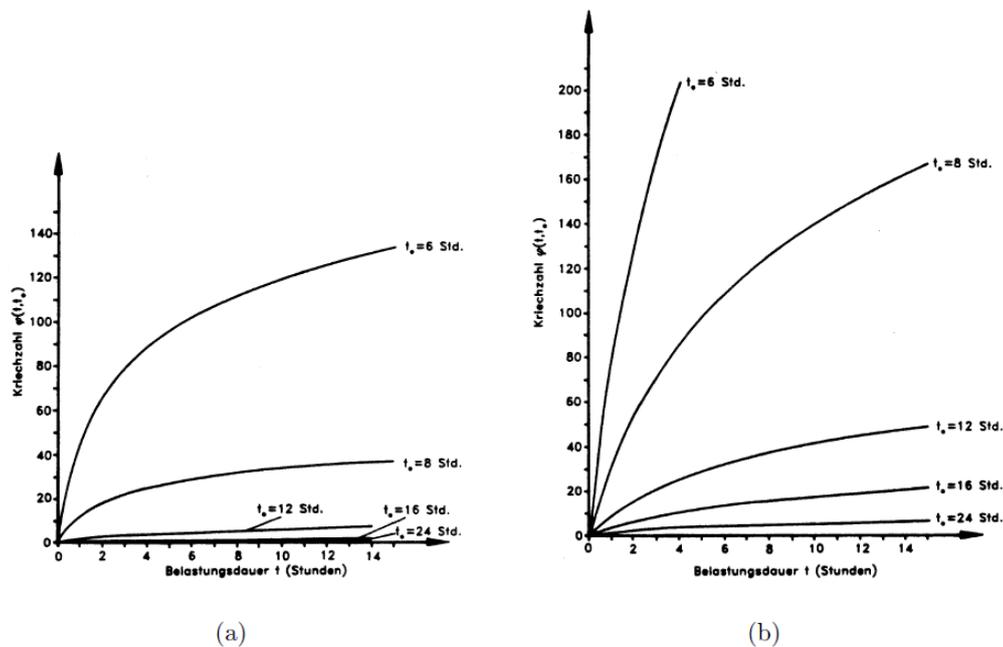


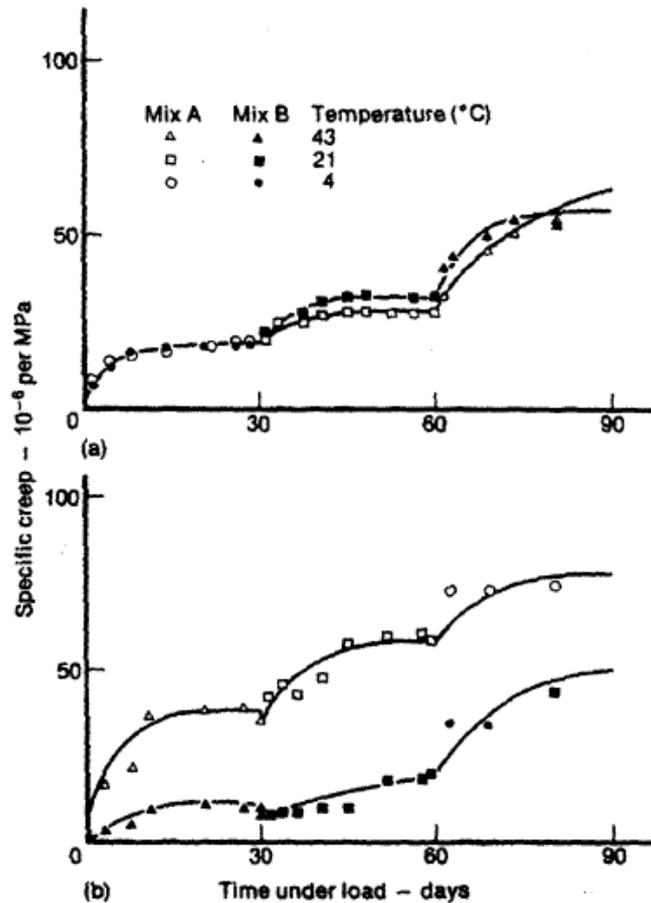
Figure 2.10: Coeficientes de fluencia en función de la edad en el momento de aplicación de la carga y duración de la carga, en compresión (a) y tracción (b). Modelo usado en Brameshuber (1988)

La magnitud de la fluencia a temprana edad, sin embargo, independientemente del signo de la carga, se asume en la literatura de valor muy elevado. Esto se ha visto en las anteriores referencias, y también en el trabajo de (Westman, 1995). El cumplimiento de una fluencia específica de más de  $700 \cdot 10^{-6}$  /MPa fue determinada a una edad de 13.2 horas. También el cumplimiento de valores elevados de fluencia fue determinado por

ejemplo por (Byfors, 1980) (en compresión) y (Åstergaard, Lange, Altoubat & Stang, 2001) (en tracción) para hormigón a temprana edad.

La temperatura tiene una influencia importante en la magnitud de la fluencia y relajación en hormigón a temprana edad. La magnitud de la fluencia es influenciada por la temperatura y los cambios en esta. Temperaturas más elevadas resultan en mayor fluencia, véase (Neville, Dilger, & Brooks, 1983). Lo más sorprendente de la fluencia térmica transitoria es que los cambios de temperatura parecen aumentar la fluencia independientemente del signo del cambio de temperatura, véase por ejemplo (Neville, Dilger, & Brooks, 1983) (Hauggaard, y otros, 1997) (Hauggaard, Damkilde, & Hansen, 1999).

La figura Figure 2.11 muestra este efecto para probetas de flexión con fluencia sin sellar. La figura de arriba muestra el caso en el que la temperatura aumenta en tres pasos, mientras que el de abajo muestra el caso en el que la temperatura desciende en tres pasos. En el trabajo de (Bažant, Hauggaard, Baweja, & Ulm, 1997) (Bažant, Hauggaard, & Baweja, 1997) esta fluencia térmica transitoria fue modelada utilizando una suposición de micro pretensado implementada en la teoría de la solidificación, véase también (Hauggaard, Damkilde, & Hansen, 1999). Se alcanzaron buenas predicciones.



**Figure 2.11: Fluencia a temperaturas variables. La figura superior muestra el cambio de magnitud de la fluencia para temperaturas crecientes, mientras que la de abajo muestra el cambio de magnitud de fluencia para temperaturas decrecientes (Neville et al. 1983)**

También la humedad en términos de secado y remojado podría hacer variar, incrementar notablemente, la magnitud de la fluencia del hormigón. Un efecto, como el de la fluencia térmica transitoria, causa un incremento en la magnitud de esta independientemente del signo de la variación del contenido de humedad. Este tipo de aumento de la fluencia fue investigado por (Pickett, 1942). Los resultados de la figura Figure 2.12 son una reedición de su trabajo. A pesar de la reproducción bastante pobre en esta tesis, tanto las líneas completas las de puntos de la figura se ven. Las líneas completas corresponden a los períodos de tiempo donde el hormigón se encuentra sumergido en agua, mientras que las líneas punteadas representan los períodos de tiempo en que el hormigón se somete a un proceso de secado. Los experimentos fueron llevados a cabo en vigas de flexión de tres puntos y los resultados representan la flexión del punto medio. La viga B es inicialmente, hasta la descarga, sumergida en agua, mientras que la viga C está sometida a secado. Se

observa claramente que la viga C tiene una magnitud de fluencia mayor que la B. La mayor cantidad de fluencia, sin embargo, se produce en la viga D, la cual después de 40 horas se somete a ciclos de secado y remojado. Así, se observa que el cambio de ambiente incrementa la fluencia, a pesar del signo de la variación.

El efecto de secado en la fluencia normalmente se conoce como el efecto Pickett, véase (Altoubat, 2000), o la fluencia por secado, mientras que la magnitud de fluencia bajo condiciones de sellado se conoce como fluencia básica o lenta. La fluencia por secado es, de hecho, apenas un parámetro material, sino más bien un efecto del patrón de secado dependiente de la geometría de la muestra y de las tensiones que aparecen en el material. También el agrietamiento debido a tensiones de tracción que se produce en el perímetro del material es causa de la magnitud de la fluencia por secado.

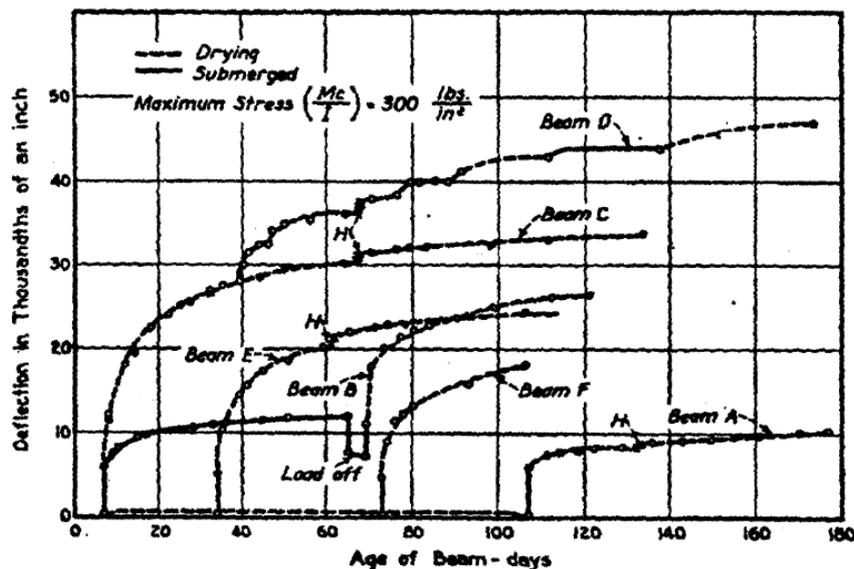


Figure 2.12: Fluencia a humedades relativas variables (Pickett 1942)

### 2.1.2.7 Módulo de Poisson

El módulo de Poisson relaciona la deformación longitudinal y la deformación transversal. En el hormigón esta constante varía entre un valor de 0.15 y 0.2.

En (Byfors, 1980) se afirma que pocos científicos han investigado el desarrollo de este factor para temprana edad del hormigón. Esto es debido a que normalmente no se usa en cálculo estructural. Está, sin embargo, ganando creciente importancia ya que las

generalizaciones de elementos finitos dependen de este valor y la modelización usando estos métodos es ampliamente usada hoy en día. Dos investigaciones se mencionan en (Byfors, 1980), en una de las cuales, (Plank, 1971) se afirma haber encontrado una disminución con la edad, mientras que la otra (Günzler, 1970), aparentemente no encuentra ningún cambio. La insensibilidad con la edad fue posteriormente afirmada también por el trabajo de (Oluokun, Burdette, & Deatherage, 1991).

Sin embargo, ha sido descubierto en el trabajo de (Byfors, 1980) que el módulo de Poisson sí que cambia con el tiempo. Se puede observar en la figura Figure 2.8 esta evolución en relación con la resistencia a compresión del hormigón a la misma edad. Inicialmente tiene un valor elevado, lo cual tiene sentido ya que los líquidos alcanzan un valor de 0.5. Resulta interesante observar que aparentemente alcanza un mínimo a una edad intermedia de aproximadamente unas 10 a 16 horas (que se corresponde con  $f_c \approx 1$  MPa dependiendo de la mezcla). Más tarde, después de llegar a este valor mínimo, se vuelve a incrementar.

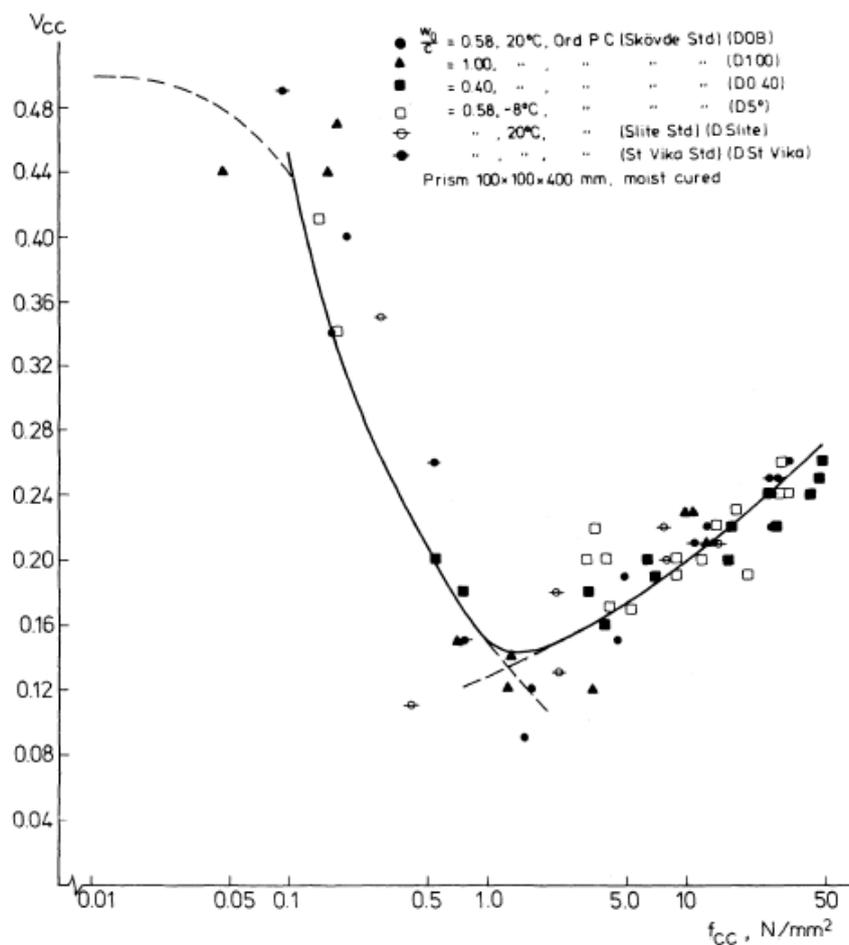
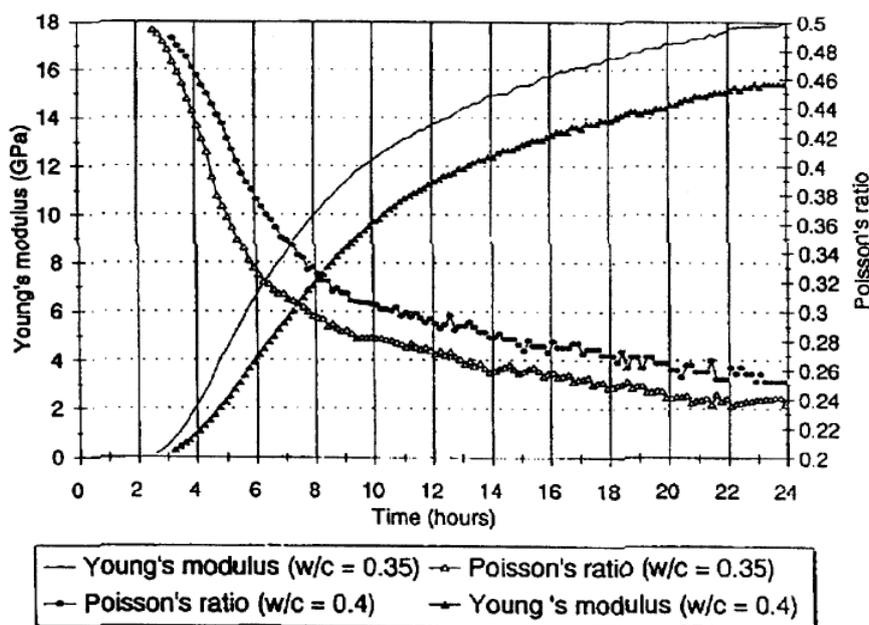


Figure 2.13: Relación entre el módulo de Poisson y la resistencia a compresión (Byfors 1980)

Este parámetro se determina normalmente mediante medición directa de la deformación durante una prueba de compresión de un cilindro estándar. También es posible su determinación dinámica por medio de la ecuación:

$$v = \frac{E}{2 \cdot G} - 1 \tag{2.10}$$

Otros autores en la literatura han investigado el desarrollo del módulo de Poisson dinámico a través de la técnica de ultrasonidos, ver (Boumiz, Vernet, & Tenoudji, 1996). Un resultado de esta investigación se reproduce en la figura Figure 2.9. Esta muestra la misma disminución en el módulo que la encontrada por (Byfors, 1980), pero por el contrario no parece existir un posterior aumento. Sin embargo, este método de ultrasonidos predice valores para el módulo dinámico más elevados que para el módulo de Poisson estático, pero este hecho probablemente no pueda explicar la falta de incremento en el módulo de Poisson encontrada por (Byfors, 1980).



**Figure 2.14: Desarrollo del módulo de Poisson y del módulo de elasticidad dinámicos con la edad (Boumiz et al. 1996)**

De igual modo que el módulo de elasticidad, el de Poisson también depende de un gran número de factores, entre los que se encuentran la composición del hormigón, las

condiciones climáticas de los ensayos y los métodos de prueba, por lo que se debe tener mucho cuidado en su determinación y uso.

### 3. MODELO TERMO-QUIMIO-MECÁNICO

#### 3.1 Introducción

Se propone un modelo acoplado termo-químico-mecánico para el comportamiento del hormigón a temprana edad. El modelo permite la simulación de los fenómenos de hidratación, envejecimiento, daño y fluencia. Se formula dentro de un marco termodinámico apropiado, de donde se derivan las ecuaciones de estado.

El control de calidad durante la construcción es uno de los retos de la práctica de la ingeniería hoy en día, con respecto a la pérdida de durabilidad y la funcionalidad de las estructuras que se construyen. En la tecnología del hormigón, el agrietamiento es un gran motivo de preocupación, y es principalmente asociado con los efectos térmicos y la retracción, particularmente a temprana edad.

Los procesos químicos asociados con el endurecimiento del hormigón joven en los primeros días después del hormigonado están acompañados de cambios significativos de temperatura y volumen. Inicialmente la reacción de hidratación es altamente exotérmica, y el calor generado podría producir incrementos de temperatura que alcancen los 50-60°C bajo condiciones adiabáticas. Como la rigidez del hormigón es entonces bastante baja, normalmente conduce a tensiones moderadas y principalmente compresivas. Más tarde, cuando la rigidez se ha incrementado significativamente, el hormigón se empieza a enfriar. La baja conductividad del material, los efectos diferenciales debidos al proceso de construcción evolutivo, y el fenómeno de convección con el medio ambiente podría generar gradientes térmicos considerables. Estos, junto con aspectos geométricos y restricciones externas podrían desarrollar tensiones de tracción relativamente importantes. La tensión de tracción del material es particularmente pequeña a esta edad temprana y puede aparecer agrietamiento. Esto podría resultar en daño estructural incluso antes de que la estructura se cargue y podría afectar significativamente la durabilidad y el estado de servicio de construcciones masivas de hormigón reforzado.

Para monitorizar este tipo de fenómeno, se necesita un modelo acoplado termo-químico-mecánico que nos proporcione información sobre: el progreso del proceso de hidratación,

las subidas asociadas de temperatura, la evolución de la rigidez y resistencia del hormigón, así como el desarrollo de las tensiones de tracción y la posibilidad de agrietamiento durante el proceso constructivo.

Este modelo termo-químico-mecánico considera muchas de las características relevantes de la hidratación y el envejecimiento del hormigón, en un formato adecuado para su implementación en el marco general del método de elementos finitos. Primero, se propone un modelo termo mecánico para modelar la evolución de la reacción química de la hidratación del cemento y el calor que es generado en este proceso. El modelo se basa en la teoría de medios porosos reactivos, en un marco termodinámico consistente. La suposición de un sistema químico cerrado permite una descripción local de las variables internas. En segundo lugar, se propone un modelo de envejecimiento para describir la evolución de las propiedades mecánicas del material durante el proceso de hidratación. Con este fin el concepto de grado de envejecimiento es introducido para monitorizar la evolución de la resistencia a compresión. Esto permite considerar el efecto de la temperatura de curado en la resistencia final alcanzada de una manera más realista que con el grado de hidratación o el concepto de madurez. Otras propiedades tales como la resistencia a tracción y el módulo elástico están relacionadas con la resistencia a compresión siguiendo la práctica habitual de la ingeniería. Finalmente, se dispone de diferentes conjuntos de datos experimentales que se usan para comparar el comportamiento observado de mezclas de hormigón convencionales y de alto rendimiento a temprana edad con las simulaciones obtenidas usando el modelo propuesto.

### 3.2 Modelo de hidratación

La hidratación del hormigón es un complejo proceso que involucra un gran número de fenómenos químicos y físicos a nivel microscópico. Básicamente, el agua libre presente en la mezcla reacciona con el cemento no hidratado para formar hidratos. El cemento Portland se forma a partir de cuatro minerales constituyentes principales: silicatos de calcio como  $C_3S$  y  $C_2S$ ; aluminatos de calcio como  $C_3A$ , y aluminoferrito cálcico como  $C_4AF$ . Estos reaccionan y se combinan con el agua para formar diferentes hidratos: silicato cálcico hidratado CSH, hidróxido de calcio CH, etringita Aft, monosulfato Afm, etc. Los mecanismos de hidratación han sido investigados durante los últimos 100 años, pero no se entienden con mucha claridad. Sin embargo, es evidente que las velocidades de reacción de los componentes individuales difieren considerablemente. Por lo tanto, la

modelización matemática de las interacciones en un sistema de hidratación polimineral y politamaño es muy complicada, ya que se deben considerar aspectos químicos, físicos, estereológicos y granulares. Estas complicaciones hacen obligatorio considerar el fenómeno de hidratación del clínker antes que la hidratación de los compuestos individuales, y declarar el problema en términos del aparente proceso de hidratación global (van Breugel, Numerical simulation and microstructural development in hardening cement-based materials, 1992b).

A la vista de esta evidencia, se adopta una descripción macroscópica del fenómeno de hidratación con fines ingenieriles. Desde este punto de vista, la hidratación del cemento es una reacción altamente exotérmica y térmicamente activada, por lo que para su modelización se necesita un modelo termomecánico. Se necesita definir variables de estado y proporcionar un marco termodinámico adecuado para establecer las ecuaciones de estado relevantes.

El modelo termoquímico usado en esta tesina se basa en la teoría de los medios porosos reactivos desarrollada por (Coussy, 1995), y su aplicación al (químico-plástico) hormigón propuesta por (Ulm & Coussy, 1995) (Ulm & Coussy, 1996). Dentro de este marco, el proceso de hidratación del hormigón puede ser visto, desde un nivel macroscópico, como una reacción química en la cual el agua libre es una fase reactiva que se combina con el cemento no hidratado para formar agua combinada en los hidratos como fase producto. Esto implica que la microdifusión de agua a través de las capas de hidratos recién formados se puede considerar como el mecanismo dominante en la cinemática de la reacción.

### 3.2.1 Reacción de hidratación

Definimos el alcance de la hidratación (o reacción)  $\chi$  como el número de moles de agua combinados por unidad de volumen (relacionado a la masa de agua combinada a través de las relaciones estequiométricas y las masas molares). En el supuesto de un sistema químico cerrado, esto es, sin suministro externo o pérdida de agua, el grado de hidratación puede ser considerado como una variable interna del sistema.

En estas condiciones, la energía libre del sistema termoquímico puede expresarse en términos de una variable externa (la temperatura  $T$ ), y una interna (el grado de hidratación)

$$\psi = \psi(T, \chi) = V(T) + L(T, \chi) + H(\chi) \quad (3.11)$$

En esta expresión, V(T) se refiere a la contribución térmica

$$V(T) = -\frac{1}{2} \frac{C}{T_0} (T - T_0)^2 \quad (3.12)$$

Donde  $T_0$  es la temperatura inicial; y C la capacidad calorífica por unidad de volumen (en un experimento sin tensión), que puede suponerse como una propiedad del material constante, esto es, independiente de la temperatura y del alcance de la hidratación. El acoplamiento termoquímico se representa con L, según la expresión

$$L(T, \chi) = \frac{Q(\chi)}{T_0} (T - T_0) \quad (3.13)$$

Donde  $Q(\chi)$  representa la cantidad de calor liberado por unidad de volumen como función del grado de reacción (en un experimento libre de tensión e isotérmico). La mayoría de autores (Reinhardt, Blaauwendraad, & Jongedijk, 1982; Rostassy, Gustsch, & and Laube, 1993; Torrenti, Guénot, Laplante, Acker, & Larrand, 1994; Schutter & Taerwe, 1995) identifican la velocidad de calor liberado con la velocidad de hidratación. Esto es equivalente a asumir una dependencia lineal de la forma

$$Q(\chi) = Q_\chi \chi \quad (3.14)$$

Donde  $Q_\chi$  es el calor latente por unidad de reacción de hidratación, aquí asumido como una constante del material.

Finalmente,  $H(\chi)$  es la contribución química, que se tomará como una función cúbica, de la siguiente manera

$$H(\chi) = \frac{1}{3} k_\chi \chi^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_{\chi^0}}{\chi_\infty} - k_\chi \chi_\infty \right) \chi^2 - A_{\chi^0} \chi \quad (3.15)$$

Donde  $k_\chi$  y  $A_{\chi^0}$  son propiedades del material y  $\chi_\infty$  el valor final de  $\chi$ .

Las ecuaciones de estado son obtenidas de (3.11) usando el método de Coleman:

$$S = -\partial_T \psi(T, \chi) = \frac{1}{T_0} [C(T - T_0) - Q(\chi)] \quad (3.16)$$

$$A_\chi = -\partial_\chi \psi(T, \chi) = k_\chi \left( \frac{A_{\chi^0}}{k_\chi \chi_\infty} + \chi \right) (\chi_\infty - \chi) - \partial_\chi L \quad (3.17)$$

Donde S es la entropía y  $A_\chi$  la afinidad química de la reacción, las fuerzas termodinámicas conjugadas con la temperatura y la reacción de hidratación, respectivamente. En el rango normal de temperaturas para las aplicaciones del hormigón, el último término en (3.17),  $-\partial_\chi L$ , se considera insignificante. Nótese que  $A_{\chi^0}$  es la afinidad inicial de la reacción (en  $\chi=0$  y  $T=T_0$ ), y que  $A_\chi$  es igual a 0 para  $\chi=\chi_\infty$  (en  $T=T_0$ ). Nótese también que fijando  $k_\chi$  en 0, se establece una relación lineal  $A_\chi - \chi$  (Ulm & Coussy, 1995).

La disipación química puede ser por lo tanto expresada como

$$\mathfrak{D}_{chem} = A_\chi \dot{\chi} \geq 0 \quad (3.18)$$

Donde  $\dot{\chi}$ , la derivada temporal de  $\chi$ , se denomina velocidad de hidratación. El modelo se completa con la ecuación de evolución para la variable interna. La velocidad de hidratación es proporcional a la afinidad química, y es normal suponer que la reacción de hidratación es termoactivada. Esto lleva a una ecuación de Arrhenius:

$$\dot{\chi} = \frac{A_\chi}{\eta_\chi} \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (3.19)$$

Donde  $E_a$  es la energía de activación de la reacción; R la constante para los gases ideales; y  $\eta_\chi$  la viscosidad debida a la microdifusión del agua libre a través de los hidratos ya formados.

La relación  $E_a/R$  puede ser determinada experimentalmente, y varía de 3000 a 8000 K para el hormigón. (Hansen & Nielsen, 1985) y (van Breugel, 1992a) descubrieron que la energía de activación aparente decrece con la temperatura, pero permanece prácticamente constante por encima de los 20°C.

La viscosidad  $\eta_\chi$  es una función creciente de  $\chi$ , porque el crecimiento de las capas de hidratos incrementa el tiempo de difusión del agua libre para alcanzar el cemento sin

hidratar. Inspirado en (Schutter & Taerwe, 1995), se propone considerar  $\eta_{\chi} = \eta_{\chi}(\chi)$ , de manera que:

$$\eta_{\chi} = \eta_{\chi 0} \exp\left(\bar{\eta} \frac{\chi}{\chi_{\infty}}\right) \quad (3.20)$$

Donde  $\eta_{\chi 0}$  y  $\bar{\eta}$  son constantes del material. Nótese que la disipación química puede ser expresada como:

$$\mathcal{D}_{chem} = \frac{A_{\chi}^2}{\eta_{\chi 0}} \exp\left(-\bar{\eta} \frac{\chi}{\chi_{\infty}}\right) \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) \geq 0 \quad (3.21)$$

Que se satisface automáticamente si  $\eta_{\chi 0} \geq 0$ . Ahora, usando la expresión (3.20), (3.19) puede ser escrita como:

$$\dot{\chi} = \frac{k_{\chi}}{\eta_{\xi 0}} \left( \frac{A_{\chi 0}}{k_{\chi} \chi_{\infty}} + \chi \right) (\chi_{\infty} - \chi) \exp\left(-\bar{\eta} \frac{\chi}{\chi_{\infty}}\right) \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) \geq 0 \quad (3.22)$$

Donde se puede observar que a medida que  $\chi$  aumenta y se acerca a su valor final  $\chi_{\infty}$ , la reacción se ralentiza y  $\dot{\chi}$  tiende a desaparecer.

### 3.2.2 Grado de hidratación

A efectos prácticos, es conveniente reescribir el modelo en términos de una variable normalizada llamada grado de hidratación, que se define como  $\xi = \chi / \bar{\chi}_{\infty}$ , donde  $\bar{\chi}_{\infty}$  es el valor final de  $\chi$  en condiciones ideales, esto es, con una relación agua/cemento adecuada para asegurar una hidratación plena y un contacto perfecto entre el agua y los granos de cemento. En la práctica, estas condiciones no se cumplen durante el curado y no se alcanza la completa hidratación del hormigón, así que  $\chi_{\infty} < \bar{\chi}_{\infty}$ , y, por lo tanto,  $\xi_{\infty} < 1$  (Bentz, Waller, & de Larrard, 1998).

El grado de hidratación final  $\xi_{\infty}$  se relaciona con la relación agua/cemento de la mezcla (Byfors, 1980; Walker, de Larrard, & Roussel, 1996), y puede ser estimado como una función de esta (Pantazopoulou & Mills, 1995):

$$\xi_{\infty} = \frac{1.031a/c}{0.194 + a/c} \quad (3.23)$$

El grado de hidratación no entra en conflicto con la suposición de un sistema químico cerrado. Esta suposición implica que la variación del contenido de agua libre en la mezcla es igual a la variación del agua combinada en los hidratos sólidos. Por lo tanto, en un sistema químico cerrado, la reacción de hidratación finalizará cuando con un contenido inicial adecuado de agua libre en la mezcla, no queda cemento sin hidratar para reaccionar, o bien, cuando con un contenido inicial insuficiente de agua libre en la mezcla, toda el agua libre ha sido consumida. En este segundo caso, muy común en la práctica, la presente definición del grado de hidratación da una indicación realista del grado de hidratación de la mezcla.

Ahora, definiendo las constantes del material  $Q_\xi = Q_\chi \bar{\chi}_\infty$ ,  $k_\xi = k_\chi \bar{\chi}_\infty^3$ ,  $Q_\xi = A_{\chi 0} \bar{\chi}_\infty$  y  $\eta_{\xi 0} = \eta_{\chi 0} \bar{\chi}_\infty^2$ , podemos escribir el término acoplado termoquímico en (3.13) como:

$$L(T, \xi) = \frac{Q(\xi)}{T_0} (T - T_0) \quad (3.24)$$

Donde  $Q(\xi) = Q_\xi \xi$  debido a la suposición lineal en (3.14). Nótese que, debido a esto, el grado de hidratación puede ser también definido como  $\xi = Q / \bar{Q}_\infty$ , donde  $\bar{Q}_\infty$  es la cantidad final de calor liberado en condiciones ideales (Torrenti, 1992; Schutter & Taerwe, 1995; Boumiz, Vernet, & Tenoudji, 1996; Acker, Dispositif d'étude de la cinétique d'hydratation des bétons par calimétrie isotherme, 1997).

El término químico en (3.15) puede reescribirse como:

$$H(\xi) = \frac{1}{3} k_\xi \xi^3 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_{\xi 0}}{\xi_\infty} - k_\xi \xi_\infty \right) \xi^2 - A_{\xi 0} \xi \quad (3.25)$$

La evolución de la variable interna recientemente definida ahora se define como:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \frac{k_\xi}{\eta_{\xi 0}} \left( \frac{A_{\xi 0}}{k_\xi \xi_\infty} + \xi \right) (\xi_\infty - \xi) \exp \left( -\bar{\eta} \frac{\xi}{\xi_\infty} \right) \exp \left( \frac{-E_a}{RT} \right) = \\ &= \tilde{A}_\xi(\xi) \exp \left( \frac{-E_a}{RT} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

La función  $\tilde{A}_\xi(\xi) = A_\xi / \eta_\xi$  fue introducida en (Ulm & Coussy, 1996) como una afinidad normalizada que caracteriza completamente la cinética de la hidratación macroscópica para una mezcla de hormigón dada. Esta función puede ser obtenida experimentalmente

de un ensayo con un calorímetro adiabático, como se explicará más adelante. El modelo propone una expresión analítica para esta función.

### 3.2.3 Ecuación de campo térmico

A partir del primer y segundo principio de la termodinámica, la ecuación de campo térmico puede ser escrita, en su forma de velocidad de entropía, como:

$$T_0 \dot{S} = R_{ext} - \nabla \cdot Q + \mathcal{D} \quad (3.27)$$

Donde  $R_{ext}$  son las fuentes térmicas de volumen externas;  $Q$  el flujo térmico; y  $\mathcal{D}$  la disipación (aquí,  $\mathcal{D} = \mathcal{D}_{quím}$ ), que normalmente se considera despreciable comparado con los otros términos de la ecuación. Tomando la derivada temporal de la ecuación de estado para la entropía (6),  $T_0 \dot{S} = C\dot{T} - \dot{Q} = C\dot{T} - Q_\xi \dot{\xi}$ , de manera que la ecuación de campo térmico puede escribirse en su forma de velocidad de temperatura, como:

$$C\dot{T} - Q_\xi \dot{\xi} = R_{ext} + k_T \nabla \cdot (\nabla T) \quad (3.28)$$

Donde se ha usado la ley de Fourier ( $Q = k_T \nabla T$ ), con  $k_T$  la conductividad térmica. Nótese que el término debido al calor de hidratación  $\dot{Q}$  actúa como una fuente interna de calor no lineal. El modelo termoquímico descrito permite explícitamente la determinación de este término a través de (3.26).

### 3.2.4 Condiciones de contorno del problema térmico

Los flujos de calor en el contorno del cuerpo proceden de tres fuentes diferenciadas:

$$q = q_{conv} + q_{irrad} + q_{rsol} \quad (3.29)$$

refiriéndose  $q_{conv}$  a la convección térmica,  $q_{irrad}$  a la irradiación térmica y  $q_{rsol}$  a la radiación solar.

$$q_{conv} = h_{conv}(T_{amb} - T) \quad (3.30)$$

Donde  $h_{conv}$  se refiere al coeficiente de convección total que se define como  $\frac{1}{h_{conv}} = \frac{1}{h_{libre}} + \frac{e_{encof}}{k_{encof}}$ , con  $h_{libre}$  el coeficiente de convección de la superficie libre,  $e_{encof}$  el espesor del encofrado y  $k_{encof}$  la conductividad térmica del encofrado.

$$q_{irrad} = \sigma \varepsilon (T_{amb}^4 - T^4) \quad (3.31)$$

Donde  $\sigma$  se trata de la constante de Stefan-Boltzmann ( $=5.670373 \cdot 10^{-8}$ ) y  $\varepsilon$  la emisividad de la superficie.

$$q_{rsol} = q_m \cos i \quad (3.32)$$

$$q_m = q_0 \cdot \exp \left[ \frac{-T_l}{0.9 + 9.4 \cdot \sin(h)} \right] \quad (3.33)$$

Donde  $q_0$  es la constante solar ( $=1367$ ),  $T_l$  el factor de Linke ( $=2$  si se trata de aire muy limpio o  $=7$  si se trata de aire muy contaminado),  $h$  la altitud solar y  $\cos i$  el coseno del ángulo entre la dirección del rayo solar y la normal a la superficie.

El ángulo  $i$  y la altura solar  $h$  dependen del día y hora de hormigonado, de la posición geográfica (latitud y longitud), de la hora del día, de la inclinación de la superficie y de la orientación de la pieza respecto del Norte geográfico.

### 3.3 Modelo de envejecimiento

El cambio en las proporciones relativas y propiedades físicas de los constituyentes básicos del hormigón durante la reacción química de hidratación es un fenómeno conocido como envejecimiento. Desde un punto de vista macroscópico, el envejecimiento es observado como un cambio en las propiedades mecánicas del mortero en función del grado de hidratación. La influencia del proceso de hidratación es cualitativamente la misma para el mortero y el hormigón (Neville, 1981) y la relación entre sus resistencias (para la misma relación a/c) es lineal (Walker & Bloem, 1958).

Desde un punto de vista microscópico, la hidratación del cemento consiste en (Acker, 1988):

1. Una fase inicial de suspensión durante las primeras 1-2 horas después de la adición de agua al cemento, en las que se empieza a formar un gel alrededor de los granos, pero no existen fuerzas entre las partículas.
2. Una fase intermedia de ajuste durante las 3-24 horas después de la mezcla, que se corresponde con la formación de productos externos fuera de los granos y productos internos dentro de ellos, y el desarrollo del esqueleto sólido básico entre los granos.

3. Una fase final de endurecimiento, entre 1 y 28 días después de la mezcla, que se corresponde con la formación del esqueleto sólido estable por el llenado de los poros capilares e intersticiales con los hidratos. Además, cuando consideramos el envejecimiento del hormigón, el comportamiento microestructural de la interfase entre la matriz del cemento y los agregados debe tenerse en cuenta.

Durante las últimas décadas, se han propuesto muchos modelos de envejecimiento en los que las propiedades mecánicas del hormigón joven fueron expresadas en términos del grado de hidratación, o alternativamente, de la madurez (Rastrup, 1954; Plowman, 1956; Oloukon, Bourdette, & Deatherage, 1990). La suposición básica de estos modelos es que los hormigones con la misma mezcla en el mismo grado de hidratación (o madurez) tienen la misma resistencia, independientemente de la cinética de la hidratación necesaria para alcanzar ese grado de hidratación (o madurez). Sin embargo, existe evidencia experimental de que la evolución de la resistencia del hormigón depende no sólo del grado de hidratación, si no también de la cinética de la reacción de hidratación (Byfors, 1980; Carino, 1981; Chengju, 1989; Shi & Day, 1993; Bland, Poole, & Patel, 1994; Wild, Sabir, & Khatib, 1995; Tan & Gjørsv, 1996; Kim, Moon, & Eo, 1998; Volz, Tucker, Burns, & Lew, 1981). Por ejemplo, (Verbeck & Helmuth, 1968) encontraron que la resistencia de los especímenes de mortero complementario hidratados a 50°C era sobre un 20% más baja que la de los especímenes hidratados a 5°C, para un grado de hidratación dado.

Estos resultados son consistentes con las observaciones electrónicas microscópicas que muestran que el incremento de la temperatura de curado produce cambios en la densidad y distribución de los granos de cemento. Este fenómeno es más pronunciado cuando el incremento de la temperatura ocurre más pronto en el proceso de ajuste e hidratación (Kjellsen & Detwiler, 1993). Debido a que la hidratación del cemento es una reacción termoactivada, a bajas temperaturas de curado los productos de hidratación se forman lentamente y el agua libre puede difundirse a través del esqueleto sólido que se forma y los hidratos se depositan uniformemente. Por otro lado, a temperaturas de curado elevadas se aumenta la velocidad de la hidratación. Los productos de hidratación se forman más rápidamente y se depositan cerca de los granos de cemento sin hidratar. El proceso de microdifusión del agua libre a través del esqueleto sólido en formación es obstaculizado y los poros intersticiales vacíos se abandonan (Verbeck & Helmuth, 1968). En (Kjellsen, 1990), se puede observar la formación de una concha alrededor de los granos de cemento

como resultado de la mayor velocidad de hidratación. La resistencia del mortero se ve influenciada por la uniformidad de la microestructura, y las propiedades mecánicas dependen del tamaño y a distribución de los poros intersticiales entre los granos y la pasta de cemento. Las bajas temperaturas de curado llevan a una distribución uniforme de los productos de hidratación y de los poros intersticiales. Al contrario, con temperaturas de curado elevadas el esqueleto sólido se hace más fuerte y más denso, pero los poros dejados durante el proceso de hidratación son más grandes. En estas condiciones, las propiedades mecánicas de la microestructura resultante, tales como la resistencia y el módulo elástico, son significativamente reducidas.

En vista de esto, se concluye que la resistencia del hormigón no puede ser directamente relacionada con el grado de hidratación (o madurez), y, por lo tanto, las propiedades mecánicas no pueden ser obtenidas sin tener en cuenta la cinética de la hidratación. Se debe establecer un modelo de envejecimiento realista en el que las propiedades mecánicas actúen como variables internas, y sus leyes de evolución deben al menos ser formuladas en términos del grado de hidratación y la temperatura.

El modelo de envejecimiento usado contempla la evolución de las resistencias uniaxiales de tracción y compresión y el módulo elástico uniaxial durante el proceso de hidratación del hormigón, porque estos son los parámetros básicos usados en el modelo de daño mecánico descrito. Por simplicidad, el coeficiente de Poisson se supone constante. El efecto de la temperatura de curado se incluye explícitamente en el modelo.

### 3.3.1 Resistencia a compresión

La resistencia a compresión,  $f^-$ , es el parámetro principalmente utilizado en la práctica para la caracterización del hormigón. Otras propiedades mecánicas relevantes como la resistencia a tracción,  $f^+$ , y el módulo de elasticidad,  $E$ , se suelen estimar como funciones de  $f^-$ . Esta es la regla común en la mayoría de códigos (ACI, 1987; CEB-FIP, 1990; Instrucción, 1991). Es práctica común en modelos de envejecimiento considerar la evolución de la resistencia a compresión del hormigón como una función directa del grado de hidratación, definiendo una función de envejecimiento  $\lambda_f^-(\xi)$ , de la forma:

$$f^-(\xi) = \lambda_f^-(\xi)f_\infty^- \quad (3.34)$$

Donde  $f_{\infty}^{-}$  es la resistencia a compresión final y la función de envejecimiento satisface las condiciones  $\lambda_f^{-}(\xi) \geq 0$  y  $\lambda_f^{-}(0) = 0$ ,  $\lambda_f^{-}(\xi_{\infty}) = 1$ .

Esta expresión, independiente de la temperatura, puede considerarse válida para condiciones de curado isotérmicas a una temperatura de referencia  $T_{ref}$  dada. Expresiones lineales, bilineales, parabólicas y cúbicas han sido propuestas en la literatura para la función de envejecimiento (Neville, 1981; Byfors, 1980; Parrot, Geiker, Gutteridge, & Killoh, 1990; Rostassy, Gustsch, & and Laube, 1993; Schutter & Taerwe, 1995; Mak & Torri, 1995).

En forma de velocidad, esta relación se puede escribir como:

$$\dot{f}^{-}(\xi) = \dot{\lambda}_f^{-}(\xi)f_{\infty}^{-} = \lambda_{f,\xi}^{-}\dot{\xi}f_{\infty}^{-} \quad (3.35)$$

Donde  $\lambda_{f,\xi}^{-} = d\lambda_f^{-}/d\xi$  representa la relación entre la velocidad de hidratación y la de endurecimiento. Se asumirá que  $\lambda_f(\xi)$  es una función parabólica de  $\xi$ , y, por lo tanto, la derivada  $\lambda_{f,\xi}^{-}$  puede escribirse como:

$$\lambda_{f,\xi}^{-}(\xi) = A_f\xi B_f \text{ para } \xi \geq \xi_{ajuste} \quad (3.36)$$

Donde  $\xi_{ajuste}$  es el valor que define el final de la fase de ajuste, justo cuando el hormigón se puede empezar a considerar un (Byfors, 1980; Boumiz, Vernet, & Tenoudji, 1996; Acker, 1997). Se han propuesto en la literatura valores para  $\xi_{ajuste}$  entre 0.1 y 0.4, dependiendo del tipo de cemento y de la relación agua cemento (Torrenti, 1992; de Schutter & Taerwe, 1996). Se podría considerar una relación lineal con  $A_f = 2f_{ajuste}^{-}/(f_{\infty}^{-}\xi_{ajuste}^2)$  y  $B_f = 0$  para  $\xi \leq \xi_{ajuste}$ .

Sin embargo, como se ha explicado anteriormente, el efecto de la temperatura de curado en la evolución de la resistencia a compresión hace necesario relacionar esta evolución a la cinética de la hidratación. Con este fin, se introduce una variable de envejecimiento interna  $\kappa$ , de manera que (3.34) se reemplaza por:

$$f^{-}(\kappa) = \kappa f_{\infty}^{-}, \kappa \geq 0 \quad (3.37)$$

Nótese que  $\kappa$  puede considerarse una variable de fuerza normalizada. Por tanto, se denominará como grado de envejecimiento. Este grado de envejecimiento controla la evolución del endurecimiento químico.

La evolución del grado de envejecimiento debe ser relacionada con la temperatura y la cinética de la hidratación. Inspirado en (3.35), se propone tomar:

$$\dot{\kappa} = \lambda_T(T) \lambda_{f,\xi}^-(\xi) \dot{\xi} \geq 0 \quad (3.38)$$

Donde el término  $\lambda_T$  se ha incluido para justificar explícitamente la influencia de la temperatura de curado. Para este término  $\lambda_T$  se propone la siguiente expresión:

$$\lambda_T = \left( \frac{T_T}{T_T - T_{ref}} \right)^{n_T} \quad (3.39)$$

Donde  $T_{ref}$  es la temperatura de referencia para la determinación de  $f_{\infty}^-$ ;  $T_T$  representa la temperatura máxima a la que se produce el endurecimiento del hormigón; y  $n_T$  una propiedad del material. Nótese que para  $T > T_{ref}$ , resulta  $\lambda_T \leq 1$ , de este modo se reduce el incremento de la resistencia.; por el contrario, para  $T \leq T_{ref}$ , resulta  $\lambda_T \geq 1$ , aumentando así el incremento de la resistencia.

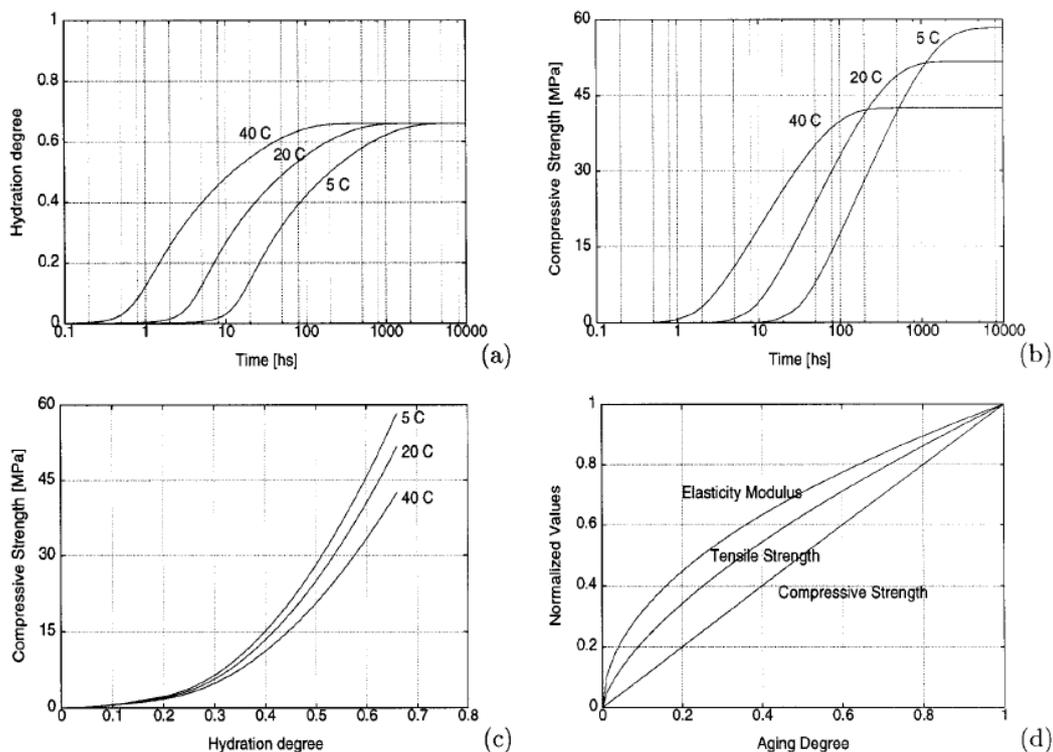
Sustituyendo (3.26) en (3.38), se tiene:

$$\dot{\kappa} = \lambda_T(T) \lambda_{f,\xi}^-(\xi) \tilde{A}_{\xi}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (3.40)$$

Que claramente expresa la dependencia de la variable de envejecimiento tanto en el grado de hidratación como en la temperatura.

La figura Figure 3.15: (a) Evolución del grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución de resistencia a compresión para diferentes temperaturas de curado; (c) Resistencia versus grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (d) Envejecimiento mecánico relativomuestra la evolución en el tiempo del grado de hidratación para una mezcla curada en condiciones isotérmicas para tres temperaturas diferentes (5°C,  $T_{ref}=20^\circ\text{C}$  y 40°C). Nótese que debido al carácter termoactivado de la reacción de hidratación, la velocidad de la hidratación es más rápida a elevadas temperaturas. Sin embargo, el grado de hidratación final es el mismo en todos los casos,

ya que depende básicamente en el contenido de agua inicial de la mezcla. La figura Figure 3.15: (a) Evolución del grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución de resistencia a compresión para diferentes temperaturas de curado; (c) Resistencia versus grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (d) Envejecimiento mecánico relativo muestra la evolución en el tiempo de la resistencia a compresión (y, por lo tanto, del grado de envejecimiento) para la misma mezclada curada a esas mismas temperaturas. Como en la figura Figure 3.15: (a) Evolución del grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución de resistencia a compresión para diferentes temperaturas de curado; (c) Resistencia versus grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (d) Envejecimiento mecánico relativo, la velocidad de endurecimiento es más rápida a elevadas temperaturas; sin embargo, la resistencia final alcanzada es más pequeña para temperaturas de curado más altas. Este efecto de la temperatura de curado no puede ser reproducido por modelos de envejecimiento basados exclusivamente en el grado de hidratación, o alternativamente, en el concepto de madurez o edad equivalente. Por el contrario, nuestro modelo reproduce este efecto apropiadamente.



**Figure 3.15: (a) Evolución del grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución de resistencia a compresión para diferentes temperaturas de curado; (c) Resistencia**

**versus grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (d) Envejecimiento mecánico relativo**

Este enfoque se basa en la observación física de que dos muestras de hormigón con misma mezcla, pero curadas a diferente temperatura, muestran diferentes resistencias para el mismo grado de hidratación. En (Kjellsen & Detwiler, 1993), la energía de activación de la reacción fue considerada una función de la temperatura y del grado de hidratación para introducir lo que se conocía como el efecto del “retardo” debido a la elevada temperatura de curado. Incluso si se consiguen buenas coincidencias en términos de curvas mostrando el incremento de resistencia versus el tiempo, este enfoque alternativo es incorrecto desde un punto de vista físico, ya que esto no sólo afectará la evolución de la resistencia si no también la cinética de la hidratación de una manera poco realista.

### 3.3.2 Resistencia a tracción y módulo elástico

La resistencia final a tracción se considera normalmente relacionada con la resistencia final a compresión. Para tener en cuenta esta relación muchos códigos de prácticas (ACI 1987; CEB-FIP 1990; Instrucción 1991) recomiendan la expresión  $f_{\infty}^+ = A_+(f_{\infty}^-)^{2/3}$ , donde  $A_+$  es una constante. Si esta relación se mantiene durante todo el proceso de envejecimiento, y considerando (3.37), se cumple que (Rostassy, Gustsch, & and Laube, 1993)

$$f^+(\kappa) = \lambda_f^+(\kappa)f_{\infty}^+ = \kappa^{2/3}f_{\infty}^+ \quad (3.41)$$

El módulo elástico final se considera también como una función de la resistencia final a compresión (CEB-FIP, 1990; Instrucción, 1991), siendo una dependencia habitual de la forma  $E_{\infty} = A_E(f_{\infty}^-)^{1/2}$ , donde  $A_E$  es una constante. Si esta dependencia se mantiene durante todo el proceso de envejecimiento, y considerando (3.37), se puede escribir:

$$E(\kappa) = \lambda_E(\kappa)E_{\infty} = \kappa^{1/2}E_{\infty} \quad (3.42)$$

Con las relaciones anteriores y la hipótesis de coeficiente de Poisson constante, los módulos de compresibilidad y cortante se pueden escribir como:

$$K(\kappa) = \lambda_E(\kappa)K_{\infty}; \quad G(\kappa) = \lambda_E(\kappa)G_{\infty} \quad (3.43a,b)$$

Con las expresiones habituales de  $K_{\infty} = E_{\infty}/3(1 - 2\nu)$  y  $G_{\infty} = E_{\infty}/2(1 + \nu)$ .

La figura Figure 3.15: (a) Evolución del grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución de resistencia a compresión para diferentes temperaturas de curado; (c) Resistencia versus grado de hidratación para diferentes temperaturas de curado; (d) Envejecimiento mecánico muestra las curvas de evolución relativa de la resistencia a compresión normalizada, resistencia a tracción y módulo elástico en términos del grado de envejecimiento. Las dependencias funcionales expresadas por (3.41) y (3.42) deben ser experimentalmente confirmadas. En (de Schutter & Taerwe, 1996) se ha informado que la resistencia a tracción se desarrolla más rápidamente que la resistencia a compresión, pero más lentamente que el módulo elástico. En (de Schutter & Taerwe, 1997), ensayos de módulo de rotura fueron llevados a cabo en prismas sin entalladura para diferentes edades del hormigón, variando desde los 24 a los 28 días, para estudiar la evolución del comportamiento de ablandamiento durante el endurecimiento. El exponente experimental encontrado para la resistencia a tracción varía entre 0.46 y 0.88, con un valor medio de 0.70. Estos resultados son consistentes con la propuesta presente de un exponente de  $2/3$ .

### 3.3.3 Energía de fractura de tracción y compresión

La energía elástica acumulada por unidad de volumen es proporcional al cuadrado de la tensión e inversamente proporcional al módulo elástico del material. Las energías liberadas por unidad de área cuando se produce daño o fractura (bajo tensión o compresión) se consideran propiedades del material y se denominan energías de fractura a tracción y compresión  $G_f^+$  y  $G_f^-$ , respectivamente. Estas propiedades del material aumentan a medida que la hidratación del hormigón progresa, y por lo tanto, dependen en el grado de envejecimiento:

$$G_f^+(\kappa) = \lambda_G^+(\kappa)G_{f\infty}^+; \quad G_f^-(\kappa) = \lambda_G^-(\kappa)G_{f\infty}^- \quad (3.44a,b)$$

Aquí, asumiremos que las energías de fractura son proporcionales a la máxima energía elástica acumulada por unidad de volumen, por tanto, se establece la dependencia de las energías de fractura en el grado de hidratación como:

$$\lambda_G^+(\kappa) = \frac{\lambda_f^+(\kappa)^2}{\lambda_E(\kappa)} = \kappa^{5/6} \quad (3.45)$$

$$\lambda_G^-(\kappa) = \frac{\lambda_f^-(\kappa)^2}{\lambda_E(\kappa)} = \kappa^{3/2} \quad (3.46)$$

Estas dependencias funcionales también necesitan ser confirmadas experimentalmente. El exponente experimental encontrado para la energía de fractura de tracción en (de Schutter & Taerwe, 1997) varía entre 0.46 y 1.10, con un valor medio de 0.87. Estos resultados son consistentes con la propuesta presente de un exponente de 5/6.

### 3.4 Comportamiento mecánico a corto plazo

El comportamiento mecánico del hormigón, como otros geomateriales, es complejo y altamente no lineal, incluso para niveles de tensión moderados. Un modelo razonable debería considerar características tales como: (1) una gran diferencia entre resistencia a tracción y compresión, llevando a curvas tensión-deformación bastante distintas obtenidas bajo tracción o compresión; (2) recuperación de rigidez en inversión del signo de la carga, esto es, pasar de tracción a compresión o viceversa; (3) mejora de resistencia bajo estados tensionales en 2D o 3D, cuando lo comparamos con ensayos uniaxiales; (4) deformación plástica tras la descarga; (5) sensibilidad a la velocidad, etc. La literatura disponible incluye modelos basados en las teorías de hipoelasticidad, hiperelasticidad, plasticidad, mecánica de la fractura, fractura plástica, o daño continuo, por nombrar únicamente algunos de los modelos más populares usados. Usaremos en nuestro caso el modelo de daño continuo para caracterizar el comportamiento mecánico del hormigón. La teoría de daño continuo fue introducida por primera vez por (Kachanov, 1958) en el contexto de problemas relacionados con la fluencia, pero más tarde fue aceptada como una alternativa válida para lidiar con comportamientos materiales complejos. En este trabajo se usa para materiales como metales, cerámicos, roca, y hormigón, y en un amplio rango de aplicaciones (fluencia, fatiga, fallo progresivo, etc.). La razón de su popularidad es la simplicidad intrínseca y la versatilidad del enfoque, así como su consistencia, basada en la teoría de la termodinámica de procesos irreversibles.

Entre las diferentes posibilidades que tal marco ofrece (Lemaitre & Chaboche, 1978; Lemaitre, 1984; Simó & Ju, 1987; Chaboche, 1988; Mazars & Pijaudier-Cabot, 1989), usaremos un modelo de daño isotrópico, con solamente dos variables internas escalares para monitorizar el daño local bajo tracción y compresión, respectivamente. Esto nos proporcionará un modelo constitutivo simple que, no obstante, es capaz de capturar el

comportamiento no lineal global del hormigón incluyendo una respuesta de relajación deformacional y degradación de rigidez y degradación bajo inversiones múltiples de tensión. Además, el modelo puede ser implementado en una forma impulsada por la deformación que lleva a un algoritmo de forma casi cerrada para incorporar el tensor de tensiones en el tiempo. Esta es una característica muy valiosa para un modelo destinado a ser usado en computaciones a gran escala. El modelo de daño presentado aquí es una extensión del descrito en (Cervera, Oliver, & Manzoli, 1996) y (Faria, Oliver, & Cervera, 1998), ampliado para tener en cuenta los efectos de la temperatura y el fenómeno del envejecimiento. Por simplicidad, sólo se considerará el formato independiente de velocidad del modelo, y no se incluirán deformaciones plásticas.

### 3.4.1 Tensiones efectivas

La teoría del daño mecánico continuo (TDMC) se basa en la definición del concepto de tensión efectiva, que se introduce en relación con la hipótesis de igualdad de deformación (Lemaitre & Chaboche, 1978): La deformación asociada con un estado de daño bajo la aplicación de una carga  $\sigma$  es equivalente a la deformación asociada con su estado no dañado bajo la tensión efectiva  $\bar{\sigma}$ . Aquí el tensor de tensiones efectivas (de segundo orden)  $\bar{\sigma}$  adoptará la siguiente hipótesis hiperelástica:

$$\bar{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}_e, \boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa}) : \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (3.47)$$

Donde  $\boldsymbol{\varepsilon}_e$  se trata del tensor de deformaciones elásticas (de segundo orden);  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa})$  el tensor constitutivo lineal-elástico habitual (de cuarto orden); y  $:$  denota el producto tensorial entre dos índices.

Como nuestro objetivo es usar un modelo de daño escalar con variables de daño interno aisladas para contribuciones tensionales de tracción y compresión, se hace necesaria una división del tensor de tensión efectiva en componentes de tracción y compresión. Para identificar claramente las contribuciones con respecto a cada uno de estos tensores de tensiones efectivas independientes, se usarán los índices + y -, refiriéndose a las entidades de tracción y compresión, respectivamente. En el presente trabajo, la división de tensión se llevará a cabo como en (Cervera, Oliver, & Manzoli, 1996) y (Faria, Oliver, & Cervera, 1998)

$$\bar{\sigma}^+ = \sum_{j=1}^3 \langle \bar{\sigma}_j \rangle \mathbf{p}_j \otimes \mathbf{p}_j; \quad \bar{\sigma}^- = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}^+ \quad (3.48a,b)$$

Donde  $\bar{\sigma}_j$  indica el j-ésimo valor de tensión principal del tensor  $\bar{\sigma}$ ;  $\mathbf{p}_j$  representa el vector unitario asociado con su respectiva dirección principal; y el símbolo  $\otimes$  indica el producto tensorial. Los símbolos  $\langle \ \rangle$  son los paréntesis angulares de Macaulay ( $\langle x \rangle = x$ , si  $x \geq 0$ ,  $\langle x \rangle = 0$ , si  $x < 0$ ).

### 3.4.2 Tensor de deformaciones elásticas

El tensor de deformaciones elásticas visto en el apartado anterior se puede descomponer de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_T - \boldsymbol{\varepsilon}_{RA} - \boldsymbol{\varepsilon}_F \quad (3.49)$$

Siendo  $\boldsymbol{\varepsilon}$  el tensor de deformaciones totales,  $\boldsymbol{\varepsilon}_T$  el tensor de deformaciones térmicas,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{RA}$  el tensor de deformaciones de retracción autógena y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{FB}$  el tensor de deformaciones de fluencia básica.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv} = \mathbf{C}_{kv} (\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_\eta) \quad (3.50)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv} = \mathbf{C}_\eta \boldsymbol{\sigma}_\eta \quad (3.51)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{am} = [d_{bc}^+ r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) + (1 - r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}))] \mathbf{C}_{am} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{C}_{kv} = \frac{1}{k_{kv}(\xi)} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{kv}(\xi)} \mathbf{C} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{C}_\eta = \frac{1}{\eta_{kv}(\xi)} \mathbf{C} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{C}_{am} = \frac{1}{\eta_{am}(t)} \mathbf{C} \quad \text{siendo } \eta_{am}(t) = k_{am} t \quad (3.55)$$

Donde

$$k_{kv}(\xi) = k_{kv}^{\infty} \frac{0.473}{2.081 - \bar{\xi}} \bar{\xi}^{0.62} \quad \text{siendo } \bar{\xi} = \left\langle \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\infty} - \xi_0} \right\rangle \quad (3.56)$$

$$\eta_{kv}(\xi) = \tau k_{kv}(\xi) \quad \text{siendo } \tau \text{ una constante} \quad (3.57)$$

$$\dot{\eta}_{kv}(\xi) = \tau \dot{k}_{kv}(\xi) \quad (3.58)$$

$$\mathbf{C}_{\eta}^{-1} = \eta_{kv}(\xi) \mathbf{C}^{-1} \quad (3.59)$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{\eta}^{-1} = \dot{\eta}_{kv}(\xi) \mathbf{C}^{-1} = \tau \dot{k}_{kv}(\xi) \mathbf{C}^{-1} \quad (3.60)$$

$$r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \tilde{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\tilde{\sigma}_i|} \quad \text{siendo } \tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2 \text{ y } \tilde{\sigma}_3 \text{ las tensiones principales de } \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.61)$$

Diferenciando la expresión  $\boldsymbol{\sigma}_{\eta} = \mathbf{C}_{\eta}^{-1} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv}$  se tendrá:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\eta} = \dot{\mathbf{C}}_{\eta}^{-1} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} + \mathbf{C}_{\eta}^{-1} \ddot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} \quad (3.62)$$

Reemplazando (3.62) en (3.50) se obtiene

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} = \mathbf{C}_{kv} \left( \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}} - \dot{\mathbf{C}}_{\eta}^{-1} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} - \mathbf{C}_{\eta}^{-1} \ddot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} \right) \quad (3.63)$$

Operando en la ecuación (3.63) se obtiene:

$$\mathbf{C}_{kv} \mathbf{C}_{\eta}^{-1} \ddot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} + (\mathbf{I} + \mathbf{C}_{kv} \dot{\mathbf{C}}_{\eta}^{-1}) \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kv} = \mathbf{C}_{kv} \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (3.64)$$

Teniendo en cuenta que  $\mathbf{C}_{kv} \mathbf{C}_{\eta}^{-1} = \tau \mathbf{I}$  y  $\mathbf{C}_{kv} \dot{\mathbf{C}}_{\eta}^{-1} = \frac{\tau \dot{k}_{kv}(\xi)}{k_{kv}(\xi)} \mathbf{I}$  se deduce que:

$$\ddot{\mathbf{\epsilon}}_{kv} = -\frac{\omega_{kv}(\xi)}{\tau} \dot{\mathbf{\epsilon}}_{kv} + \frac{1}{\tau} \mathbf{C}_{kv} \dot{\mathbf{\sigma}} \quad \text{siendo } \omega_{kv}(\xi) = \left( 1 + \frac{\tau \dot{k}_{kv}(\xi)}{k_{kv}(\xi)} \right) \quad (3.65)$$

Definiendo  $\boldsymbol{\gamma} = \dot{\mathbf{\epsilon}}_{kv}$  se tiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -\frac{\omega_{kv}(\xi)}{\tau} \boldsymbol{\gamma} + \frac{1}{\tau} \mathbf{C}_{kv} \dot{\mathbf{\sigma}} \quad (3.66)$$

La solución a la ecuación diferencial (3.66) es la siguiente:

$$\boldsymbol{\gamma} = \dot{\mathbf{\epsilon}}_{kv} = \lambda e^{-t/\tilde{\tau}} + \frac{1}{\omega_{kv}(\xi)} \mathbf{C}_{kv} \dot{\mathbf{\sigma}} \quad (3.67)$$

siendo  $\tilde{\tau} = \frac{\tau}{\omega_{kv}(\xi)}$

Se definen los siguientes parámetros

$$k_{kv}^n = k_{kv} \left( \frac{\xi^{n+1} + \xi^n}{2} \right) \quad (3.68)$$

$$\dot{k}_{kv}^n = \frac{k_{kv}(\xi^{n+1}) - k_{kv}(\xi^n)}{\Delta t} \quad (3.69)$$

$$\omega_{kv}^n = \left( 1 + \frac{\dot{k}_{kv}^n}{k_{kv}^n} \tau \right) \quad (3.70)$$

$$\tilde{\tau}^n = \frac{\tau}{\omega_{kv}^n} = \frac{\eta_{kv}^n}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n} \quad (3.71)$$

$$\dot{\mathbf{\sigma}}^n = \frac{\tilde{\mathbf{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\mathbf{\sigma}}^n}{\Delta t} \quad (3.72)$$

Teniendo en cuenta que  $\dot{\mathbf{\epsilon}}_{kv}^n = \boldsymbol{\gamma}^n = \mathbf{C}_{\eta}^n \boldsymbol{\sigma}_{\eta}^n$ , utilizando la expresión (3.67) se obtiene:

$$\mathbf{C}_\eta \boldsymbol{\sigma}_\eta^n = \lambda^n e^{-t^n/\tilde{\tau}^n} + \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \Rightarrow \lambda^n = \underbrace{\left( \mathbf{C}_\eta \boldsymbol{\sigma}_\eta^n - \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \right)}_{\mathbf{A}^n} e^{t^n/\tilde{\tau}^n} \quad (3.73)$$

Reemplazando la ecuación (3.73) en la (3.67) se tiene:

$$\boldsymbol{\gamma}(t) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv}(t) = \mathbf{A}^n e^{-(t-t^n)/\tilde{\tau}^n} + \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \quad (3.74)$$

Integrando la expresión (3.74) y utilizando (3.73) se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kv} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{kv}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{kv}^n = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv} dt = \\ &= \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left( \mathbf{A}^n e^{-(t-t^n)/\tilde{\tau}^n} + \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \right) dt = \\ &= -\tilde{\tau}^n \left[ \mathbf{A}^n e^{-(t-t^n)/\tilde{\tau}^n} \right]_{t^n}^{t^{n+1}} + \left[ \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n t \right]_{t^n}^{t^{n+1}} = \\ &= -\tilde{\tau}^n \left[ \mathbf{A}^n \left( e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n} - 1 \right) \right] + \left[ \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \Delta t \right] = \\ &= \tilde{\tau}^n \left[ \mathbf{C}_\eta \boldsymbol{\sigma}_\eta^n - \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \left( \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n}{\Delta t} \right) \right] \left( 1 - e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n} \right) + \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \end{aligned} \quad (3.75)$$

Teniendo en cuenta la relación (3.71) se puede llegar a la siguiente expresión:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kv} = \frac{(1 - e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n})}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n} \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n + \frac{1}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n} \left[ 1 - \frac{\eta_{kv}^n}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n \Delta t} (1 - e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n}) \right] \mathbf{C} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \quad (3.76)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\boldsymbol{\sigma}_\eta^{n+1} = [\mathbf{C}_\eta^{n+1}]^{-1} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv}^{n+1} = \eta_{kv}^{n+1} \mathbf{C}^{-1} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv}^{n+1} \quad \text{siendo } \eta_{kv}^{n+1}(\xi) = \tau k_{kv}(\xi^{n+1}) \quad (3.77)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv}^{n+1} = \boldsymbol{\gamma}^{n+1} = \boldsymbol{\gamma}^n + \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} \Big|_{t^n} \Delta t \quad (3.78)$$

Evaluando la expresión (3.74) en  $t = t^n$  y teniendo en cuenta (3.73) se tiene:

$$\boldsymbol{\gamma}^n = \boldsymbol{\gamma}(t^n) = \left( \mathbf{C}_\eta^n \boldsymbol{\sigma}_\eta^n - \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \right) + \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n = \mathbf{C}_\eta^n \boldsymbol{\sigma}_\eta^n = \frac{1}{\eta_{kv}^n} \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n \quad (3.79)$$

Por otro lado, derivando la expresión (3.74) y evaluando el resultado en  $t = t^n$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} \right|_{t^n} &= \left( \mathbf{C}_\eta^n \boldsymbol{\sigma}_\eta^n - \frac{1}{\omega_{kv}^n} \mathbf{C}_{kv}^n \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \right) \left( -\frac{1}{\tilde{\tau}} \right) = \\ &= \frac{1}{\eta_{kv}^n} \mathbf{C} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n - \frac{\omega_{kv}^n}{\tau \eta_{kv}^n} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n \end{aligned} \quad (3.80)$$

Reemplazando (3.79) y (3.80) en (3.78) se obtiene:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{kv}^{n+1} = \frac{1}{\eta_{kv}^n} \left( 1 - \frac{\omega_{kv}^n \Delta t}{\tau} \right) \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n + \frac{\Delta t}{\eta_{kv}^n} \mathbf{C} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^n \quad (3.81)$$

Reemplazando a su vez (3.81) en (3.77) se tendrá:

$$\boldsymbol{\sigma}_\eta^{n+1} = \frac{\eta_{kv}^{n+1}}{\eta_{kv}^n} \left[ \left( 1 - \frac{\omega_{kv}^n \Delta t}{\tau} \right) \boldsymbol{\sigma}_\eta^n + (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \right] \quad (3.82)$$

El incremento de la fluencia básica puede escribirse como:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{bc}^n = \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kv}^n + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^n \quad (3.83)$$

Donde el incremento  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^n$  se obtiene integrando la expresión (3.52) :

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^n &= \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^n = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{[d_{bc}^+ r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) + (1-r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}))]}{k_{am}} \mathbf{C} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \frac{1}{t} dt = \\ &= \frac{[d_{bc}^+ r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) + (1-r(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n))]}{k_{am}} \ln \left( \frac{t^{n+1}}{t^n} \right) \mathbf{C} \left( \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.84)$$

La tensión efectiva será

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}^{n+1} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa}^{n+1}) \left( \boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_T^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{au}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{bc}^n - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kv}^n - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{am}^n \right) \quad (3.85)$$

Definiendo las siguientes variables:

$$\begin{aligned} a^n &= \frac{\left(1 - e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n}\right)}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n} \\ b^n &= \frac{1}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n} \left[ 1 - \frac{\eta_{kv}^n}{\omega_{kv}^n k_{kv}^n \Delta t} \left(1 - e^{-(\Delta t)/\tilde{\tau}^n}\right) \right] \\ c^n &= \frac{\left[ d_{bc}^+ r(\tilde{\sigma}^n) + (1 - r(\tilde{\sigma}^n)) \right]}{2k_{am}} \ln \left( \frac{t^{n+1}}{t^n} \right) \end{aligned} \quad (3.86)$$

Reemplazando dichas variables en (3.76) y (3.84) se tiene:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{kv,i+1}^n = a^n \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n + b^n \mathbf{C} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \quad (3.87)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{am,i}^n = c^n \mathbf{C} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \quad (3.88)$$

Reemplazando (3.87) y (3.88) en (3.85) se tendrá:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa}^{n+1}) \left[ \boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_T^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{au}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{bc}^n - a^n \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n - b^n \mathbf{C} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) - c^n \mathbf{C} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n) \right] \quad (3.89)$$

Teniendo en cuenta que  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa}^{n+1}) = E(\boldsymbol{\kappa}^{n+1}) \mathbf{C}^{-1}$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{n+1} = \frac{\mathbf{D}(\boldsymbol{\kappa}^{n+1})}{\left[ 1 + (b^n + c^n) E(\boldsymbol{\kappa}^{n+1}) \right]} \left[ \boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_T^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{au}^{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{bc}^n - a^n \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}_\eta^n + (b^n - c^n) \mathbf{C} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^n \right] \quad (3.90)$$

### 3.4.3 Energía libre y ecuación constitutiva

En esta sección consideraremos el comportamiento mecánico a corto plazo del hormigón. La denominación “corto plazo” se usa respecto a la escala temporal en la que los fenómenos de envejecimiento e hidratación tienen lugar; esto es, sólo consideraremos en esta sección aquellas situaciones en las que el proceso mecánico pueda ser considerado tan instantáneo [comparado con el fenómeno químico y de envejecimiento, véase Parte I, (Cervera, Oliver, & Prato, 1999)]. Se describirá más adelante un modelo extenso, aplicable al modelado del comportamiento mecánico a largo plazo. La denominación “largo plazo” se usa para describir aquellas situaciones de carga constante o la

deformación debida a los efectos químicos y térmicos que surgen del proceso de hidratación en sí mismo.

En la situación de carga instantánea a corto plazo, el modelo mecánico se puede definir asumiendo que el grado de envejecimiento tiene un valor fijo,  $\kappa = \bar{\kappa}$ . Consecuentemente, todas las propiedades mecánicas relacionadas se consideran también en valores fijos  $f^-(\bar{\kappa})$ ,  $f^+(\bar{\kappa})$ ,  $E(\bar{\kappa})$ ,  $G_f^+(\bar{\kappa})$  y  $G_f^-(\bar{\kappa})$ . Por lo tanto, la energía libre y la ecuación constitutiva no se consideran explícitamente dependientes de los grados de hidratación y envejecimiento  $\xi$  y  $\kappa$ . También, todos los términos dependientes de sus derivadas temporales,  $\dot{\xi}$  y  $\dot{\kappa}$ , serán despreciables en la definición de la disipación mecánica.

Definamos las energías libres elásticas asociadas con las tensiones efectivas de tracción y compresión como:

$$W_e^\pm = W_e^\pm(\varepsilon_e) = \frac{1}{2} \bar{\sigma}^\pm : \mathbf{D}^{-1} : \bar{\sigma} \quad (3.91)$$

Donde el superíndice ( $\pm$ ) podría significar tracción o compresión según convenga. Algo de álgebra se hace necesaria para mostrar que  $W_e^\pm \geq 0$ . Introduzcamos ahora dos variables internas,  $d^+$  y  $d^-$ , los índices de daño bajo tracción y compresión respectivamente, cuya definición y evolución en términos de las variables internas reales se verá más adelante.

Siguiendo (Faria, Oliver, & Cervera, 1998), el término de la energía mecánica libre para el modelo de daño se define combinando estos elementos de la siguiente manera:

$$\psi = W(\varepsilon_e, d^+, d^-) \quad (3.92a)$$

$$\psi = W^+(\varepsilon_e, d^+) + W^-(\varepsilon_e, d^-) \quad (3.82b)$$

$$\psi = (1 - d^+)W_e^+(\varepsilon_e) + (1 - d^-)W_e^-(\varepsilon_e) \quad (3.82c)$$

Con estas relaciones, y dado que  $0 \leq d^+, d^- \leq 1$ , se puede demostrar que  $W \geq 0$ .

La ecuación constitutiva para el modelo de daño se obtiene usando el método de Coleman como:

$$\sigma = \partial_{\varepsilon_e} \psi = (1 - d^+) \bar{\sigma}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}^- \quad (3.93)$$

La disipación mecánica puede ser expresada como:

$$\mathcal{D}_{mec} = W_e^+ d^+ + W_e^- d^- \geq 0 \quad (3.94)$$

Dado que los índices de daño crecen monótonamente,  $d^+, d^- \geq 0$ .

### 3.4.4 Caracterización del daño

Con el fin de definir claramente conceptos como la carga, descarga, o recarga para estados tensionales generales en 3D, se define un escalar positivo, denominado tensión equivalente normalizada. Esto permitirá la comparación entre diferentes estados tensionales en 3D, incluso para diferentes grados de hidratación. Con esta definición, distintos estados tensionales tridimensionales pueden ser asignados a un único ensayo tensional unidimensional normalizado equivalente, lo que hace posible su comparación cuantitativa.

Como consecuencia de la división de tensión, dos normas independientes de tensión efectiva equivalentes se hacen necesarias: (1) una norma de tracción efectiva equivalente normalizada  $\tau^+$ ; y una norma de compresión efectiva equivalente normalizada  $\tau^-$ . Se asumirá la siguiente forma:

$$\tau^\pm = \left[ \left( \frac{\bar{\sigma}^\pm}{f_e^\pm} \right) : \mathbf{C}^\pm : \left( \frac{\bar{\sigma}}{f_e^\pm} \right) \right]^{1/2} = \frac{1}{f_e^\pm} [\bar{\sigma}^\pm : \mathbf{C}^\pm : \bar{\sigma}]^{1/2} \quad (3.95)$$

Donde se han introducido dos tensores métricos de cuarto orden no dimensionales  $\mathbf{C}^\pm$ . Los tensores  $\mathbf{C}^\pm$  no dependen del grado de envejecimiento. La función de estos tensores es definir la forma de las superficies delimitantes de daño en un espacio de tensiones efectivas normalizadas. Nótese que los dos tensores métricos pueden ser diferentes para las normas de tracción y compresión,  $\mathbf{C}^+$  y  $\mathbf{C}^-$ , respectivamente.

Los factores normalizadores  $f_e^\pm(\bar{\kappa})$  se introducen en (3.95) para tener en cuenta la dependencia de las resistencias mecánicas en el grado de envejecimiento. Desde un punto de vista físico, representan los valores de las tensiones uniaxiales de tracción  $f_e^+$  y compresión  $f_e^-$  que definen el comienzo del daño bajo tracción y compresión uniaxial, respectivamente. Estos valores se pueden tomar como proporcionales a las resistencias pico correspondientes  $f^\pm$  definidas anteriormente en el modelo de envejecimiento como  $f_e^-(\bar{\kappa}) = \lambda_e^- f^-(\bar{\kappa})$  y  $f_e^+(\bar{\kappa}) = \lambda_e^+ f^+(\bar{\kappa})$ , respectivamente.

Con estas definiciones para las tensiones efectivas equivalentes, se introducen dos criterios diferenciados de daño,  $g^+$  y  $g^-$ , para tracción y compresión, respectivamente:

$$g^\pm(\tau^\pm, r^\pm) = \tau^\pm - r^\pm \leq 0 \quad (3.96)$$

Las variables  $r^+$  y  $r^-$  son variables internas de tipo deformacional normalizadas que pueden ser interpretadas como actuales umbrales de daño, en el sentido de que sus valores controlan el tamaño de las superficies de daño en expansión (monótona). Debido a su naturaleza normalizada, sus valores iniciales son unitarios,  $r_0^+ = r_0^- = 1$ .

Esto significa que los criterios de daño se definen en un espacio de tensiones efectivas normalizado (o en un espacio de deformaciones normalizadas). La forma de las dos superficies delimitantes en el espacio de tensiones efectivas normalizado no depende del grado de envejecimiento. Se trata de una característica atractiva del presente formato normalizado para el modelo de daño. De hecho, la forma de los criterios de daño se define con los tensores métricos  $\mathbf{C}^\pm$ . Estos tensores deben ser isotrópicos y definidos positivos, de la forma:

$$\mathbf{C}^\pm = (1 + \gamma^\pm)\mathbf{I} - \gamma^\pm \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad \text{con } 0 \leq \gamma^\pm < 1 \quad (3.97)$$

Donde  $\mathbf{I}$  es el tensor unitario de cuarto orden;  $\mathbf{1}$  es el tensor unitario de segundo orden; y  $\gamma^\pm$  es un parámetro relacionado con las resistencias equibiaxiales de tracción/compresión. Llamamos  $\rho^\pm$  a la relación entre las resistencias biaxiales y uniaxiales, esto es:

$$\gamma^\pm = 1 - \frac{1}{2(\rho^\pm)^2} \quad (3.98)$$

La figura Figure 3.16: Dos criterios de daño diferentes muestra una representación en 2D del criterio de daño para dos selecciones posibles de estos tensores:  $\gamma^\pm = 0$ ,  $\mathbf{C}^\pm = \mathbf{I}$  representa un criterio redondeado de tipo Rankine con  $\rho^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ ; mientras que  $\gamma^\pm = 0.622$  representa un criterio mucho más realístico para el hormigón con  $\rho^\pm = 1.15$ . Una tercera posibilidad es usar  $\gamma^\pm = \nu$ ,  $\mathbf{C}^\pm = \bar{\mathbf{D}}^{-1} = (\mathbf{D}/E)^{-1}$ , que representa criterios relacionados con las energías libres elásticas (normalizadas) de tracción y compresión, pero lleva a un  $\rho^\pm = 0.767$  bastante pequeño. Nótese que las primera y última selecciones son idénticas si el efecto del coeficiente de Poisson es ignorado.

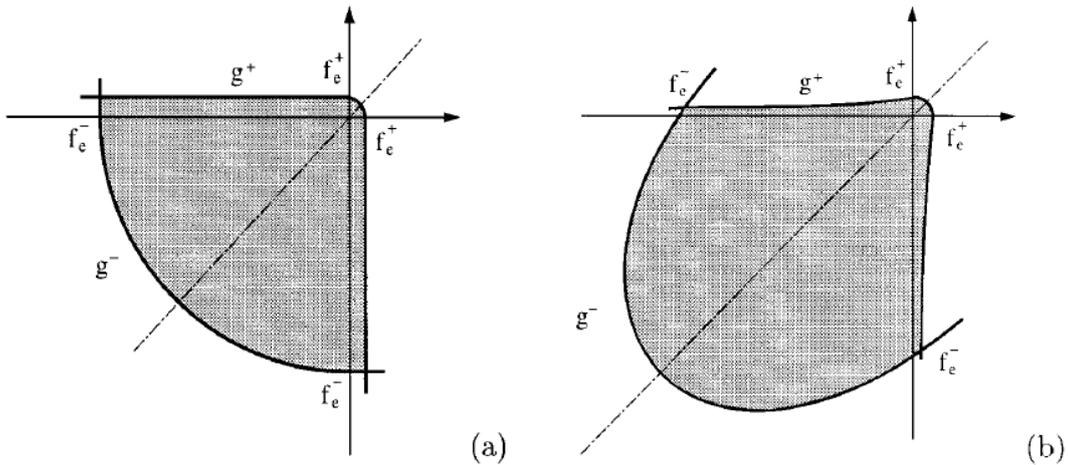


Figure 3.16: Dos criterios de daño diferentes

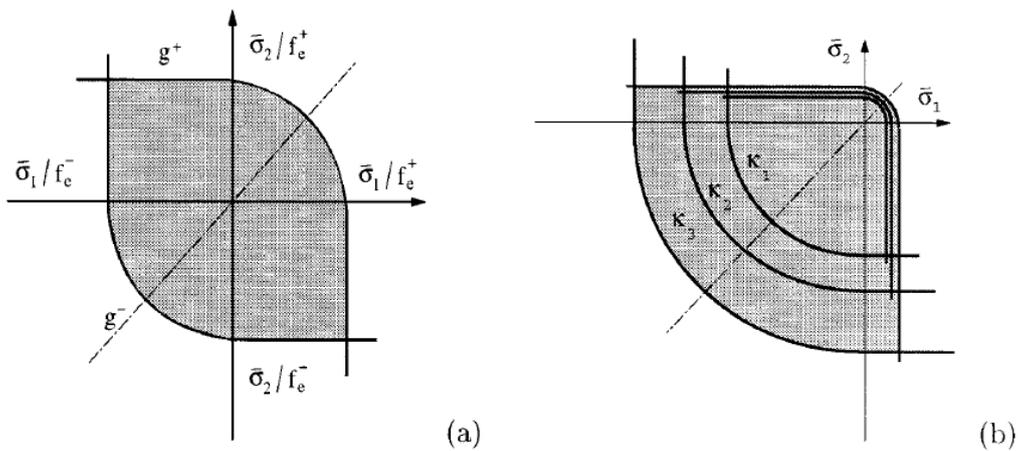


Figure 3.17: Trazado a partir de: (a) normalizado; (b) espacio de tensiones reales

Las superficies limitantes del daño definidas en el espacio de tensiones efectivas normalizado en (3.96), puede ser también definido en el espacio de tensiones efectivas real de la forma:

$$\hat{g}^\pm(\hat{\tau}^\pm, \hat{r}^\pm) = f_e^\pm g^\pm(\tau^\pm, r^\pm) = \hat{\tau}^\pm - \hat{r}^\pm \leq 0 \quad (3.99)$$

Donde  $\hat{\tau}^\pm$  y  $\hat{r}^\pm$  son versiones que no se encuentran a escala de  $\tau^\pm$  y  $r^\pm$  respectivamente

$$\hat{\tau}^\pm = [\bar{\sigma}^\pm: \mathbf{C}^\pm: \bar{\sigma}]^{1/2}; \quad \hat{r}^\pm = f_e^\pm r^\pm \quad (3.100a,b)$$

Por lo tanto, es evidente que los factores de escala  $f_e(\kappa)$  desempeñan el papel en el envejecimiento de parámetros de endurecimiento (químico), ya que definen el mapeado de las superficies delimitantes del daño en el espacio de tensiones efectivas actual, y por

tanto, el crecimiento de su tamaño como resultado del proceso de envejecimiento. Debido a que  $f_e^-$  y  $f_e^+$  no son necesariamente proporcionales, las superficies de daño para los distintos grados de endurecimiento no son necesariamente homotéticos.

La figura Figure 3.17: Trazado a partir de: (a) normalizado; (b) espacio de tensiones reales muestra una representación en 2D del trazado de los criterios de daño a partir del espacio de tensiones efectivas normalizado hasta el espacio de tensiones efectivas real, en términos de grado de envejecimiento.

### 3.4.5 Evolución del daño

La evolución (expansión) de las superficies delimitantes del daño en el espacio normalizado para las condiciones de carga, descarga, y recarga es controlada por las relaciones de Kuhn-Tucker y la condición de consistencia del daño, la cual se puede escribir como:

$$\dot{r}^\pm \geq 0, g^\pm \leq 0, \dot{r}^\pm g^\pm = 0; \quad \dot{r}^\pm \dot{g}^\pm = 0 \quad (3.101a,b)$$

Llevando, en vista de (3.96), a la condición de carga  $\dot{r}^\pm = \dot{\tau}^\pm$ . Esto, a su vez, lleva a la definición explícita de los valores actuales de las variables internas de la forma:

$$r^\pm = \max[r_0^\pm, \max(\tau^\pm)] \quad (3.102)$$

Nótese que (3.102) permite el cálculo de los valores actuales para  $r^\pm$  en términos de los valores actuales de  $\tau^\pm$ , lo que a su vez, depende explícitamente de las deformaciones actuales, de la temperatura, y del grado de envejecimiento [véase (3.47) y (3.95)]. Para un grado de envejecimiento dado, un incremento de las deformaciones elásticas (y, consecuentemente, tensiones efectivas) llevaría a la expansión de las superficies delimitantes debido a la evolución (incremento) del daño. Alternativamente, para un estado deformacional dado y los valores correspondientes de  $r^\pm$ , un incremento en el grado de envejecimiento llevaría a una ampliación de las superficies limitantes sin evolución del daño (esto se denomina endurecimiento químico).

Finalmente, los índices de daño  $d^+$  y  $d^-$  son definidos explícitamente en términos de los valores correspondientes actuales de los umbrales de daño, de manera que son funciones uniformemente crecientes tal que  $0 \leq d^\pm(r^\pm) \leq 1$ . Abandonamos ahora el superíndice  $\pm$  por motivos de brevedad, e introducimos los valores  $r_e = 1/\lambda_e = f(\bar{\kappa})/f_e(\bar{\kappa})$ ,

determinando el tamaño de la superficie limitante del daño para el daño inicial y  $r_p \geq r_e$ , determinando el tamaño de la superficie limitante del daño para la resistencia pico. Estos dos valores definen la parte de endurecimiento deformacional de la curva tensión-deformación uniaxial para el material. Nótese que  $r_p \geq r_e \geq r_0 = 1$ . Para el caso límite  $r_p = r_e = r_0 = 1$ , el material mostraría suavización inmediatamente después del inicio del daño, lo cual es una opción frecuentemente usada en ablandamiento por tensión de deformación. Usaremos las siguientes funciones:

$$d(r) = A_d \frac{r_e}{r} \left( \frac{r-1}{r_p-1} \right)^2, \quad r_0 \leq r \leq r_p \quad (3.103)$$

$$d(r) = 1 - \frac{r_e}{r} \exp \frac{1}{B_d} \left( \frac{r-r_p}{r_e} \right), \quad r_p \leq r \quad (3.104)$$

Donde las constantes  $A_d$  y  $B_d$  se definen como:

$$A_d = \frac{r_p - r_e}{r_e} \quad (3.105)$$

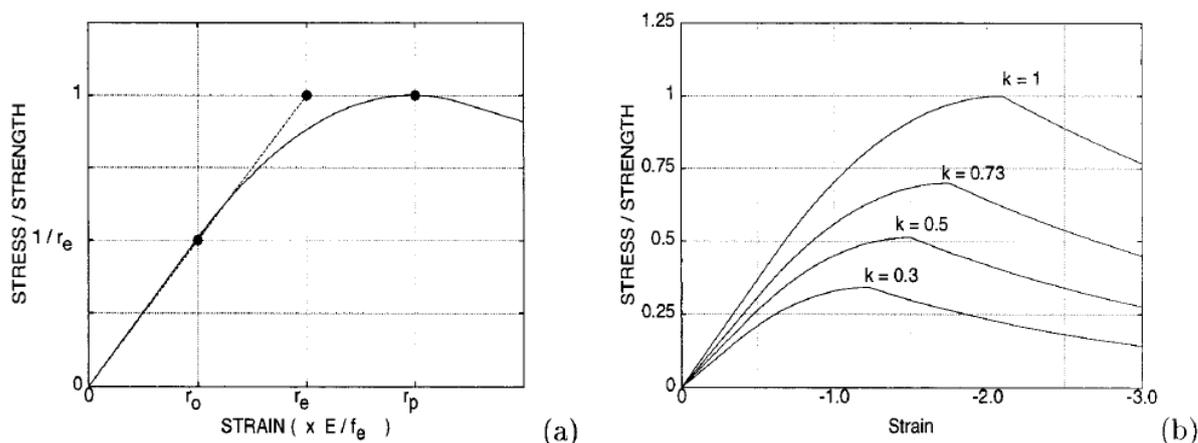
$$B_d = \frac{1}{2} \frac{r_p}{r_e} - \frac{1}{l^*} \frac{EG_f}{f^2} + \overline{B}_d \quad (3.106)$$

Donde  $\overline{B}_d = A_d(r_p^3 - 3r_p - 2)/6r_e(r_p - 1)^2$ . En (3.106), las energías de fractura (bajo tracción y compresión) de material  $G_f$  y la longitud característica  $l^*$  han sido introducidas para asegurar los resultados objetivos de dimensión de malla (Oliver, 1989).

Nótese que la dependencia de las energías de fractura en el grado de envejecimiento definido por el modelo de envejecimiento implica que la relación  $EG_f/f^2$  sea independiente de  $\kappa$ , de manera que  $EG_f/f^2 = E_\infty G_{f\infty}/f_\infty^2$ , donde el subíndice  $\infty$  indica valores al final del proceso de hidratación. Esto quiere decir que el parámetro  $B_d$  es independiente del grado de envejecimiento.

Nótese también que para el caso límite  $r_0 = r_e = r_p$ , (3.105) y (3.106) proporciona  $A_d = 0$  y  $B_d = 1/2 - EG_f/l^*f^2$ , un resultado muy conocido para suavizado exponencial (Cervera et al. 1995, 1996).

La figura Figure 3.18: Curva tensión uniaxial-deformación (a) muestra una representación esquemática de la curva de tensión uniaxial frente a la deformación, que explica la función de los parámetros  $r_e$  y  $r_p$ . La figura Figure 3.18: Curva tensión uniaxial-deformación (b) muestra la evolución de las curvas tensión-deformación para diferentes grados de envejecimiento.



**Figure 3.18: Curva tensión uniaxial-deformación**

## 4. VALIDACIÓN DEL MODELO

### 4.1 Introducción

Antes de utilizar un programa de cálculo es necesario realizar un proceso de validación del mismo. Solo de esta manera el código podrá utilizarse con fiabilidad para predecir el comportamiento estructural de una pieza en condiciones complejas.

El modelo se ha validado utilizando los ejemplos benchmarks propuestos en el Proyecto (TU1404 Cost Action, 2016) de la Unión Europea.

### 4.2 Proyecto TU1404

El proyecto (TU1404 Cost Action, 2016) une a diversos investigadores con el fin de aumentar el conocimiento actual sobre los materiales a base de cemento (CBM). Utilizan tres ejemplos en los que diferentes científicos analizan y experimentan para extraer sus propias conclusiones.

Tratamos de reproducir estos ejemplos con el fin de calibrar nuestro modelo y encontrar los parámetros con los cuales trabajaremos.

Los datos y resultados con los que comparar los obtenidos con nuestro software GiD son los de los siguientes investigadores:

- Giuseppe Sciumè (University of Bordeaux, France) y Stefano Dal Pont (Université Grenoble Alpes UGA, France).
- José Granja (University of Porto, Faculty of Engineering) y Miguel Azenha (University of Minho, Portugal).
- Dirk Schlicke y Peter Joachim Heinrich (Technical University of Graz, Austria).

Cada uno de ellos ha usado un modelo de elementos finitos diferente, de ahí los distintos resultados.

### 4.3 Parámetros del modelo

En el primer ejemplo que se va a analizar, se trabaja con tres condiciones de contorno diferentes. En los tres casos, los datos que se nos proporcionan son, la geometría del modelo, la composición del hormigón, el desarrollo adiabático de la temperatura en dos condiciones diferentes (dos temperaturas iniciales), las propiedades térmicas y las propiedades mecánicas.

Se realiza un análisis térmico para simular el desarrollo adiabático de la temperatura y un análisis mecánico para simular el desarrollo de las tensiones.

En cuanto a la composición y propiedades del hormigón, han sido proporcionadas por los organizadores del proyecto:

Material properties		
Volumetric thermal capacity	2,40E+06	J/m <sup>3</sup> .K
Thermal conductivity	1,75	W/mK
Initial conditions		
T0	20	°C
Boundary conditions		
Tair	20	°C
global coefficient for thermal exchange	10	W/m <sup>2</sup> K
Concrete composition		
Cement	400	kg/m <sup>3</sup>
Water	180	kg/m <sup>3</sup>
Sand (0/4)	730	kg/m <sup>3</sup>
Gravel (5/16)	376	kg/m <sup>3</sup>
Gravel (12/20)	700	kg/m <sup>3</sup>
Admixture	1	kg/m <sup>3</sup>

**Tabla 4.1: Propiedades hormigón**

Las propiedades del cemento usado:

- ✓ Límites resistencia a compresión a los 2 días, 33 – 60 MPa en mortero normalizado.
- ✓ Calor liberado a las 41 horas, 324 J/g de cemento en mortero normalizado.
- ✓ Contenido de fases minerales:

C3S 58%

C2S 24%

C3A 7%

C4AF 11%

El grado de hidratación máximo se ha obtenido de la siguiente manera (Mills, 1966):

$$\xi_{\infty} = \frac{1.031 \cdot (w/c)}{0.194 + (w/c)} = \frac{1.031 \cdot 0.45}{0.194 + 0.45} = 0.72 \quad (4.1)$$

El calor de hidratación unitario se calcula dividiendo el calor máximo de 144828 KJ/m<sup>2</sup> entre este grado de hidratación máximo, obteniéndose un valor de 2.01·10<sup>8</sup> J/m<sup>3</sup>. El grado de hidratación inicial utilizado es de 0.12.

En la evolución del grado de hidratación interviene la afinidad química normalizada,  $A(\xi)$ , que a su vez depende de unos parámetros del material,  $a_\xi$ ,  $b_\xi$  y  $c_\xi$

$$\frac{d\xi}{dt} = A_\xi(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (4.2)$$

$$A_\xi(\xi) = a_\xi \left(\frac{b_\xi}{\xi_\infty} + \xi\right) (\xi_\infty - \xi) \exp\left(-c_\xi \frac{\xi}{\xi_\infty}\right) \quad (4.3)$$

Estos parámetros han sido fijados para la simulación en:

$$a_\xi = 8000; b_\xi = 0.5 \cdot 10^{-5}; c_\xi = 4.6 \quad (4.4)$$

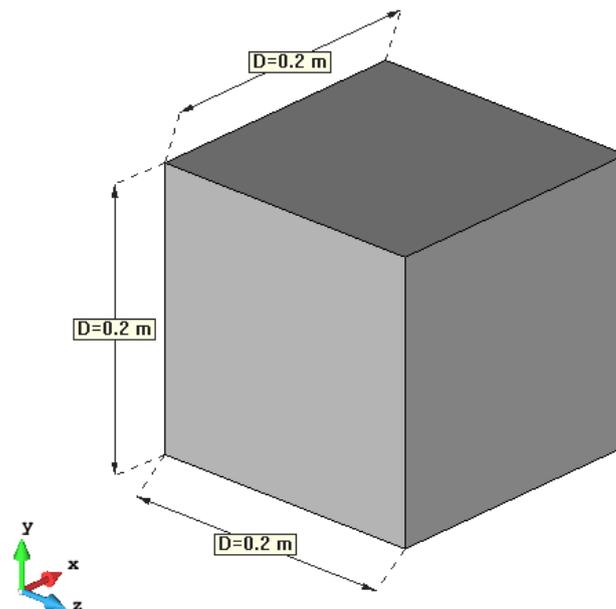
Los parámetros de los cuales depende la fluencia básica son la rigidez final de la cadena de Kelvin-Voigt (Kkv final), el tiempo de relajación de la cadena Kelvin-Voigt (Tau), la constante del amortiguador para fluencia a largo plazo (eta\_am) y un factor de asimetría entre la fluencia a tracción y la de compresión (dmas\_bc). Estos parámetros los hemos fijado en:

$$Kkv \text{ final} = 230 \text{ GPa}; \tau = 3 \text{ h}; \eta_{am} = 95 \text{ GPa}; d_{mas\_bc} = 1 \quad (4.5)$$

## 4.4 Resultados de la simulación

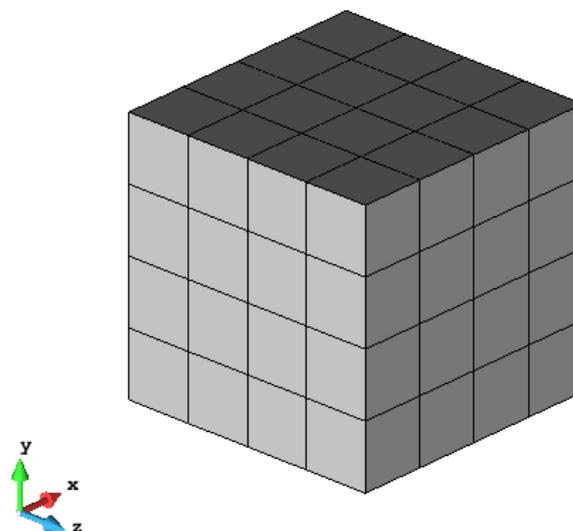
### 4.4.1 Condiciones de contorno 1

Se modeliza un cubo de 20 cm de arista, con las superficies externas con el movimiento totalmente restringido en todas las direcciones. Trabajamos con condiciones adiabáticas, sin intercambio de temperatura con el entorno.



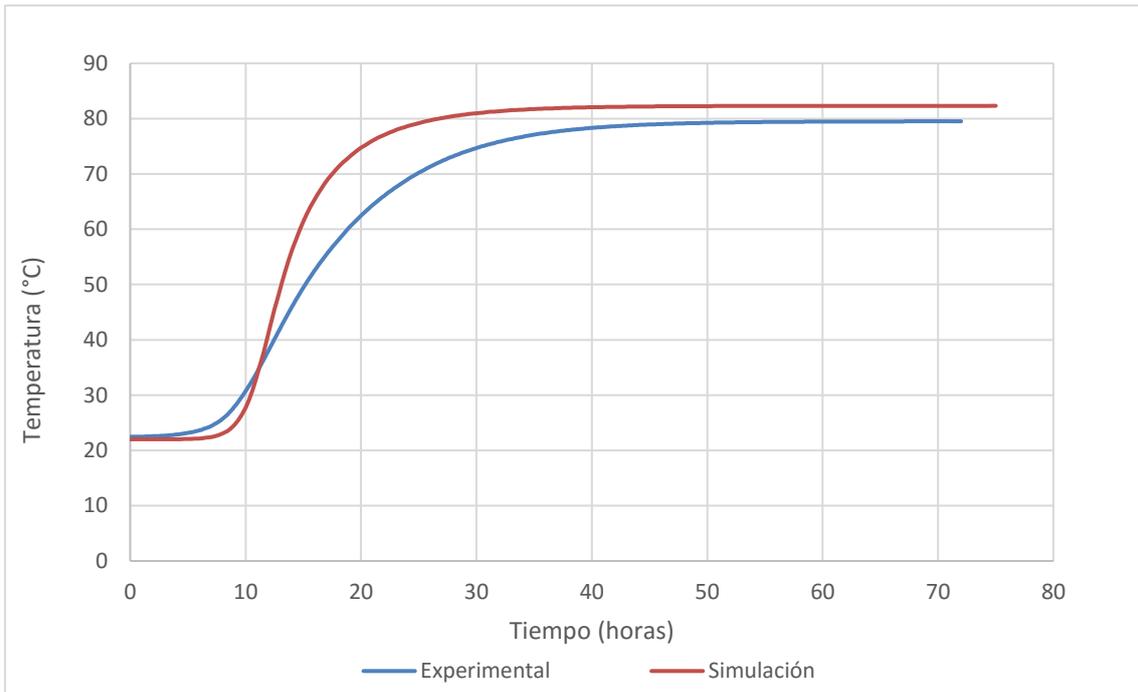
**Figure 4.19: Geometría para las condiciones de contorno 1 y 2**

La malla utilizada tiene un total de 125 nodos y 64 elementos hexaédricos, 8 nodos por elemento.

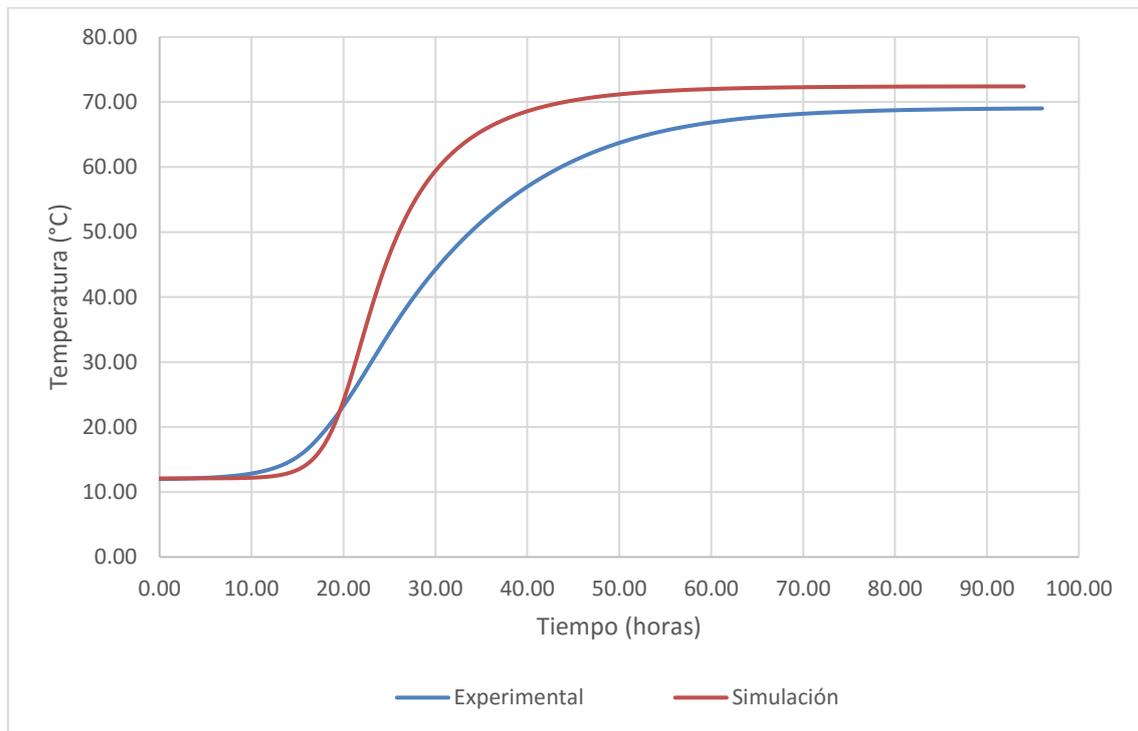


**Figure 4.2: Malla utilizada para las condiciones de contorno 1 y 2**

Se realizan dos tests adiabáticos de temperatura, con diferentes temperaturas iniciales, el test 1 con una temperatura inicial de 22°C y el test 2, de 12°C. Los resultados experimentales se presentan a continuación junto con los de nuestra simulación.



**Figure 4.3: Test adiabático número 1**



**Figure 4.4: Test adiabático número 2**

Esta temperatura se corresponde con todos los puntos del cubo. Como se puede observar, las predicciones de temperatura se acercan bastante a los resultados conocidos experimentalmente. El sistema aumenta su temperatura hasta alcanzar un equilibrio térmico y mantiene después esta temperatura en el tiempo, que en el caso del primer test ronda los 82°C, y en el segundo los 72°C.

En cuanto a las tensiones, debido a la geometría y condiciones de contorno aplicadas al cubo, serán idénticas en las tres direcciones ( $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ ).

En el caso sin fluencia se alcanza una tensión de compresión debido a que todo el contorno está fijo. Esta compresión debería ser relajada por la fluencia, ya que ambas están relacionadas con la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{tot} - \boldsymbol{\varepsilon}_{term} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ret} - \boldsymbol{\varepsilon}_{fb}) \quad (4.6)$$

siendo  $\boldsymbol{\sigma}$  el tensor de tensiones,  $\mathbf{C}$  el tensor de constantes elásticas,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{tot}$  la deformación total,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{term}$  la deformación térmica,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ret}$  la deformación de retracción y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{fb}$  la deformación de fluencia básica.

De manera que, al aumentar la deformación por fluencia, la tensión disminuye. Como se aprecia en las siguientes gráficas, efectivamente, en el caso con fluencia la tensión es menor, del orden de unos 14 MPa menos.

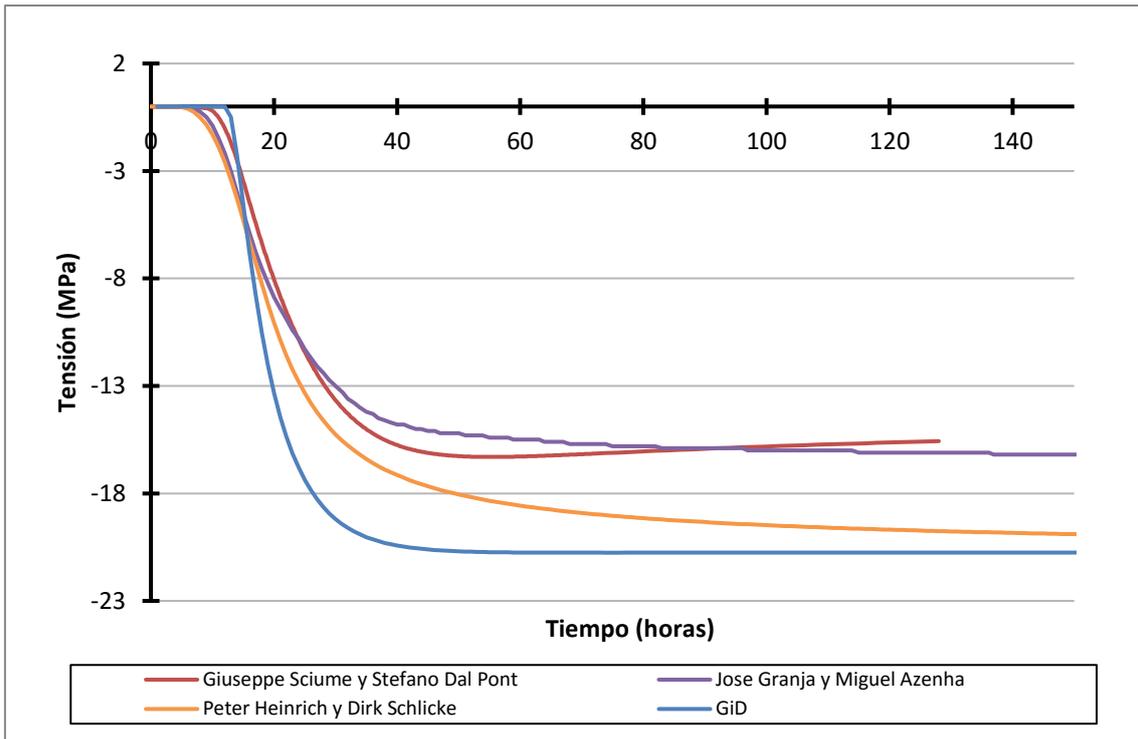


Figure 4.5: Tensión horizontal sin fluencia para las condiciones de contorno 1

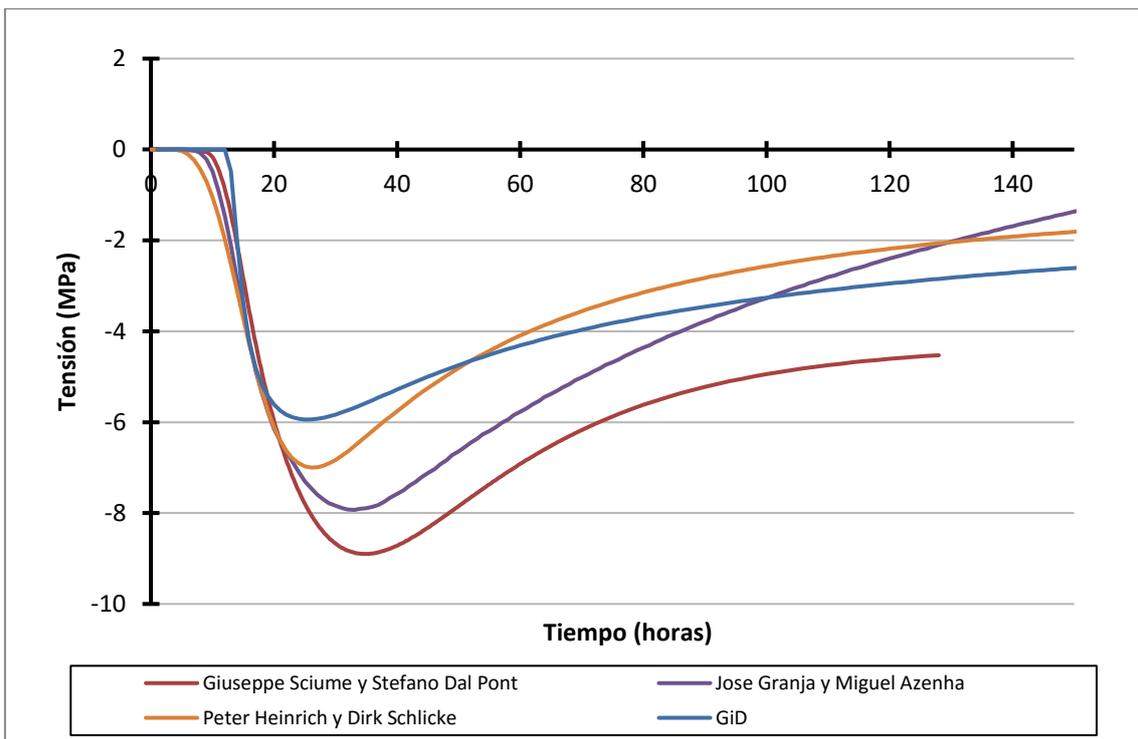
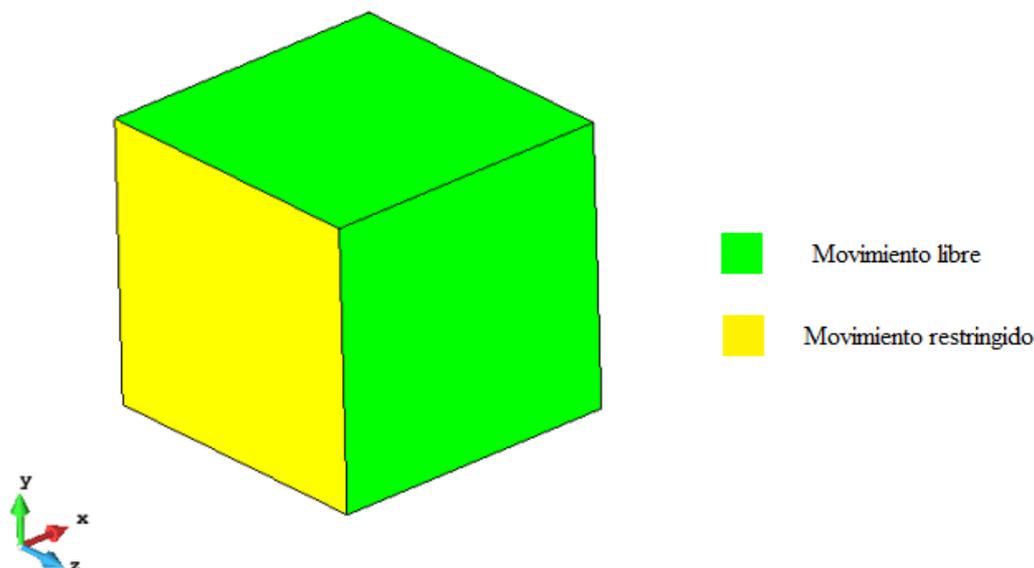


Figure 4.6: Tensión horizontal con fluencia para las condiciones de contorno 1

#### 4.4.2 Condiciones de contorno 2

En este caso, la geometría y la malla utilizada es igual que el caso anterior. Se modeliza, por lo tanto, un cubo de 20 cm de arista, pero ahora, el movimiento está restringido en la dirección del eje x y libre en las direcciones de los ejes y y z.



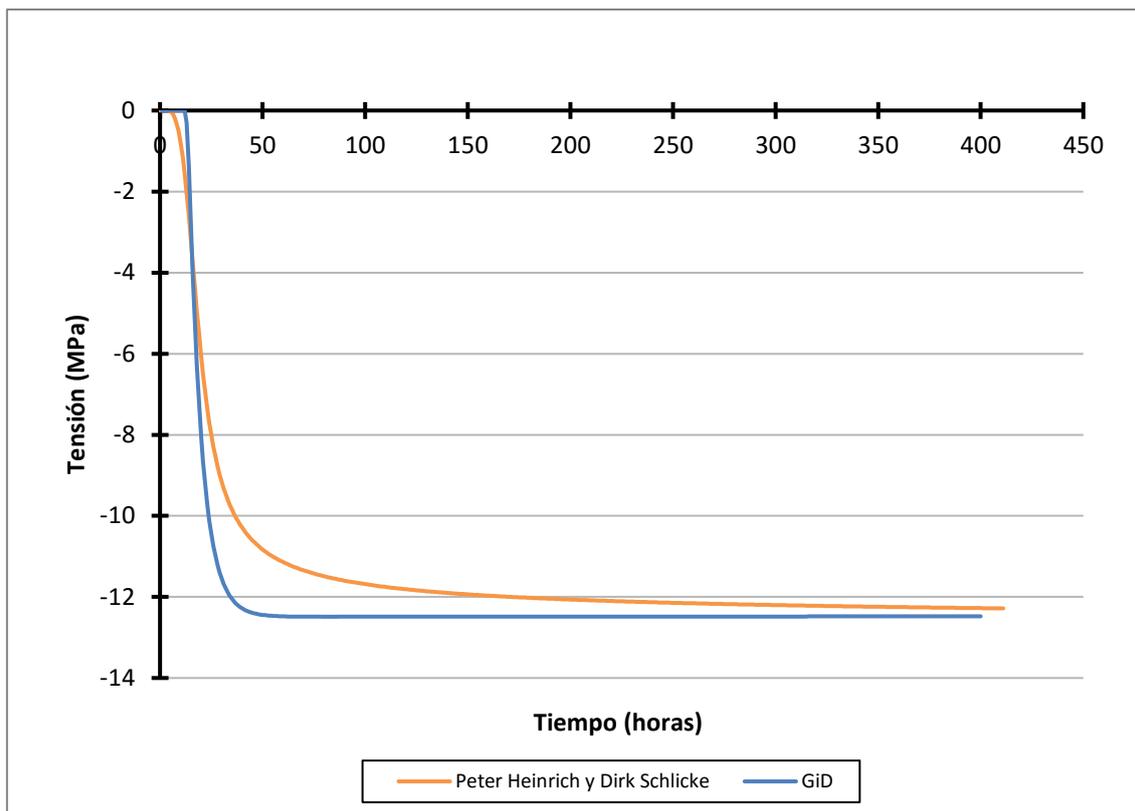
**Figure 4.7: Condiciones de contorno 2**

Los dos primeros investigadores consideraron con un historial de temperatura semiadiabático, que era como en un principio estaba planteado el problema. Por su parte Peter Heinrich y Dirk Schlicke consideraron nuevamente condiciones de contorno adiabáticas ya que su modelo no estaba preparado para analizar un historial variable de temperaturas externas impuestas. Debido a que en nuestro caso tenemos una limitación parecida ya que el programa solo admite temperaturas impuestas constantes en el tiempo, compararemos nuestros resultados únicamente con los de dichos investigadores.

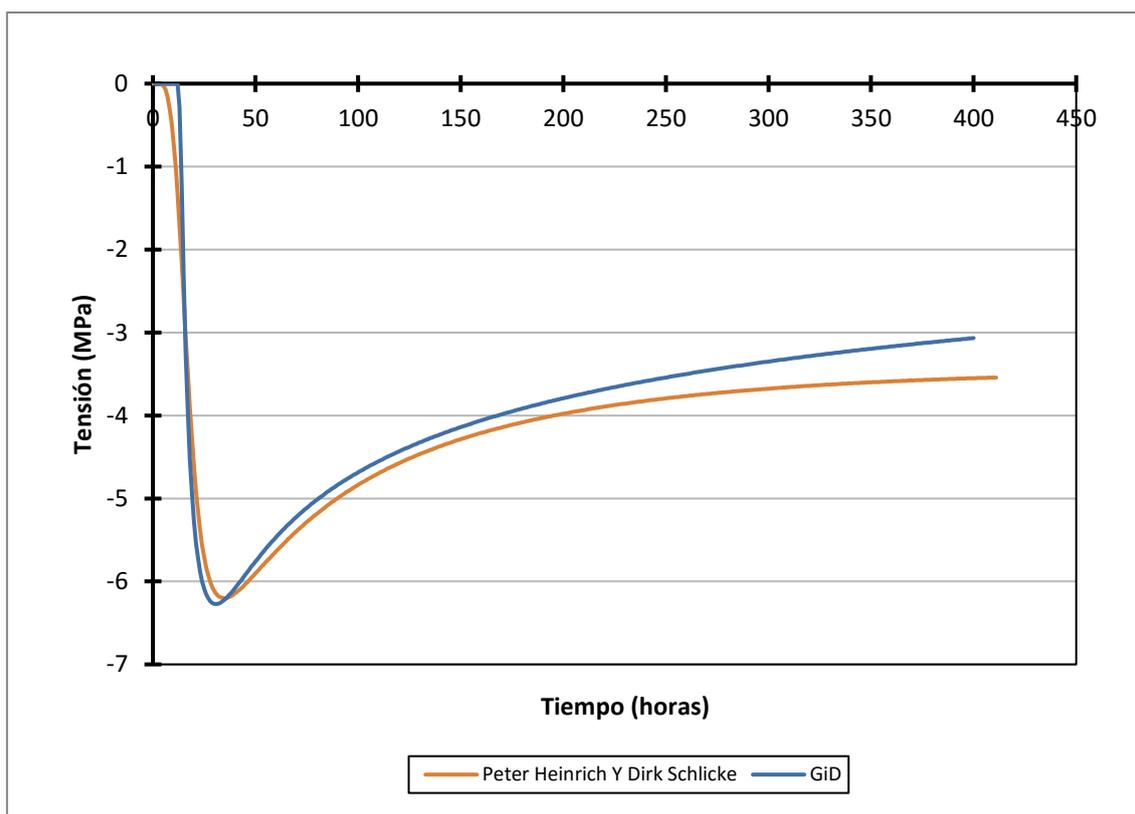
En este caso, teniendo en cuenta las condiciones de contorno aplicadas y anteriormente descritas, sólo existe tensión horizontal, en la dirección del eje x ( $\sigma_x \neq 0$ ,  $\sigma_y = 0$ ,  $\sigma_z \neq 0$ ).

Esta tensión se muestra a continuación, se trata de una tensión de compresión, menor que la del primer caso, debida principalmente al efecto de la deformación térmica.

Al igual que en el caso 1, al aparecer el efecto de la fluencia, la tensión disminuye, en este caso aproximadamente 6 MPa.



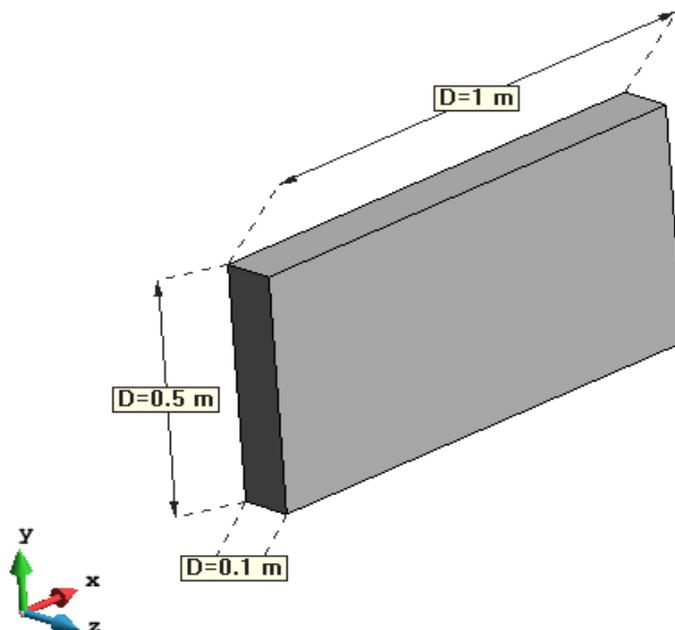
**Figure 4.8: Tensión horizontal sin fluencia para las condiciones de contorno 2**



**Figure 4.9: Tensión horizontal con fluencia para las condiciones de contorno 2**

#### 4.4.3 Condiciones de contorno 3

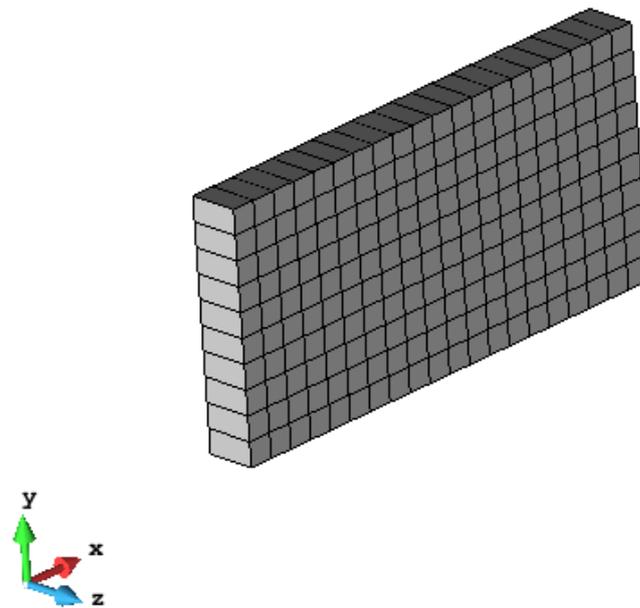
En el tercer caso se modeliza un rectángulo de 2 m de largo por 0.5m de alto y 0.1m de espesor. Por simplicidad se analiza solo la mitad de la viga aplicando condiciones de simetría. El modelo se considera bajo un estado de tensión plana. Como condiciones de contorno térmicas se considera que el borde lateral derecho tiene un flujo convectivo, con un coeficiente de convección de  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Los bordes están simplemente apoyados, el lateral izquierdo tiene restringido el movimiento en x y la parte inferior tiene restringido su movimiento en la dirección del eje y. Además, se fija el movimiento en las tres direcciones de la esquina inferior izquierda.



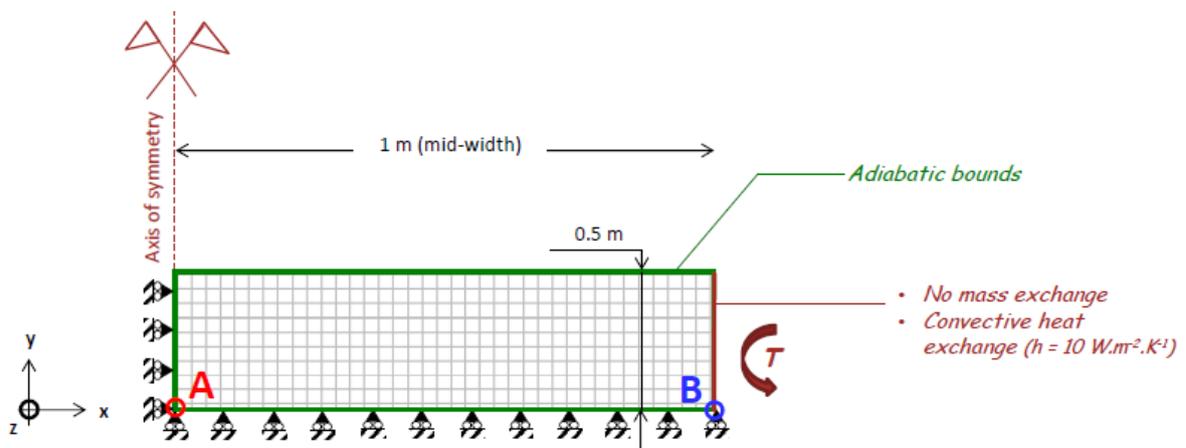
**Figure 4.10: Geometría para las condiciones de contorno 3**

La malla utilizada en este caso tiene un total de 462 nodos y 200 elementos hexaédricos, con 8 nodos por elemento.

Los resultados analizados son la evolución de la temperatura y de la tensión vertical en borde inferior izquierdo (Punto A) y el borde inferior derecho (Punto B). Al igual que en los casos anteriores se analiza la respuesta del modelo con y sin el efecto de la fluencia.



**Figure 4.11: Malla para las condiciones de contorno 3**



**Figure 4.12: Condiciones de contorno 3**

Si prestamos atención a la temperatura en ambos puntos, se observa un rápido incremento inicial, seguido de un descenso más lento. Esto se debe a que el hormigón una vez colocado aumenta su temperatura como consecuencia del calor de hidratación del cemento, ya que esta es una reacción exotérmica. Ese calor se disipa con el hormigón ya endurecido, el endurecimiento del hormigón es un proceso que se inicia con el fraguado inicial, cuando la mezcla pierde su plasticidad. Se denomina fraguado final al estado en el cual la consistencia ya ha alcanzado un valor muy apreciable.

Una vez alcanzada la temperatura máxima, que en el caso del centro de la viga se da a las 40 horas y tiene un valor de 79.38°C, la viga se va enfriando del extremo hacia el centro, como se puede observar comparando las dos imágenes siguientes, que se corresponden con las 40 y las 250 horas desde el hormigonado.

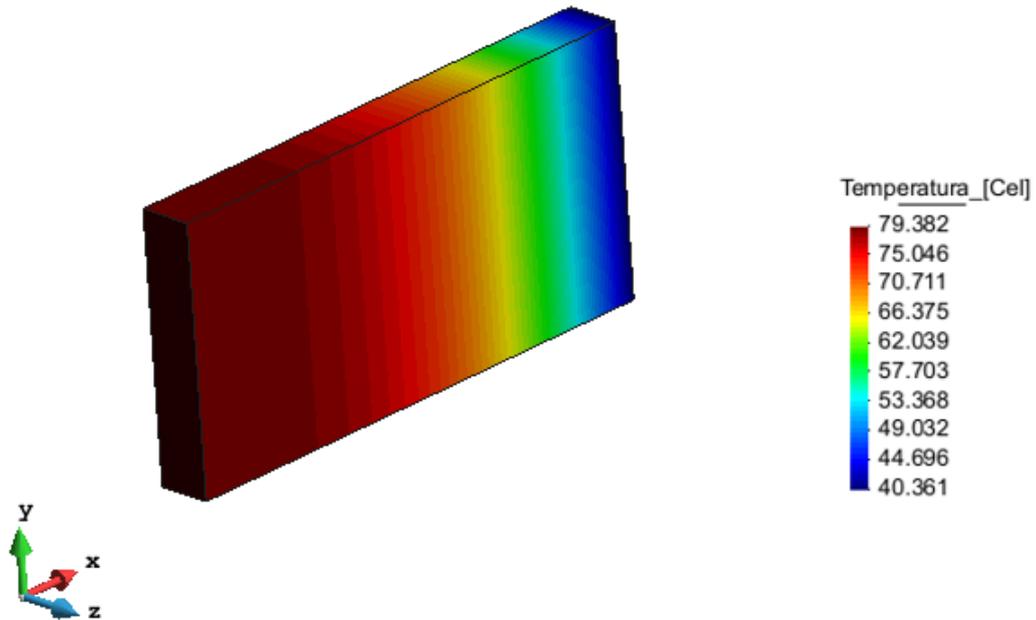


Figure 4.13: Mapa de temperatura a las 40 horas

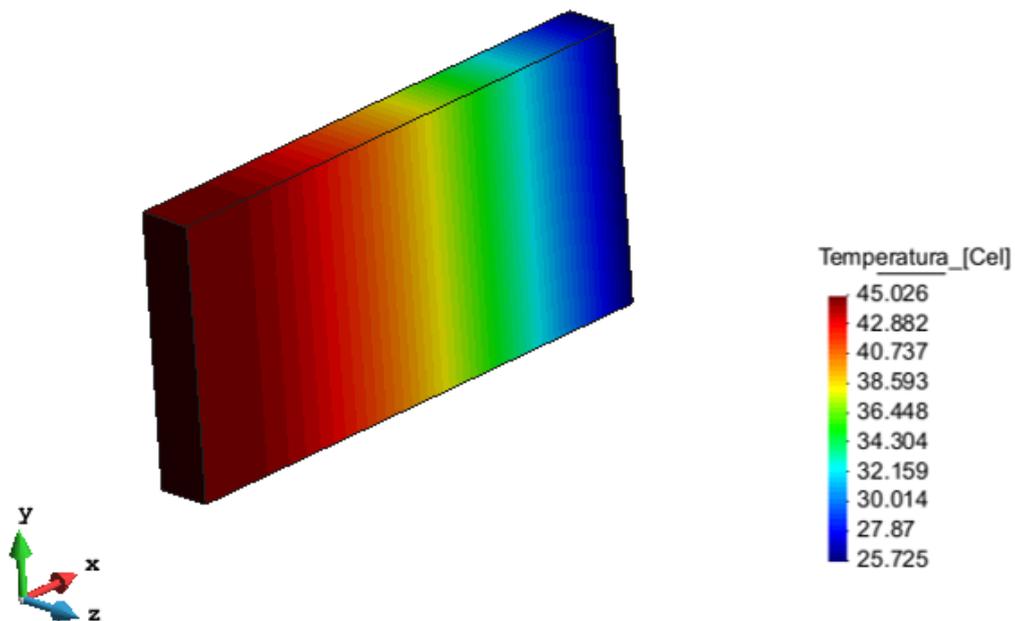
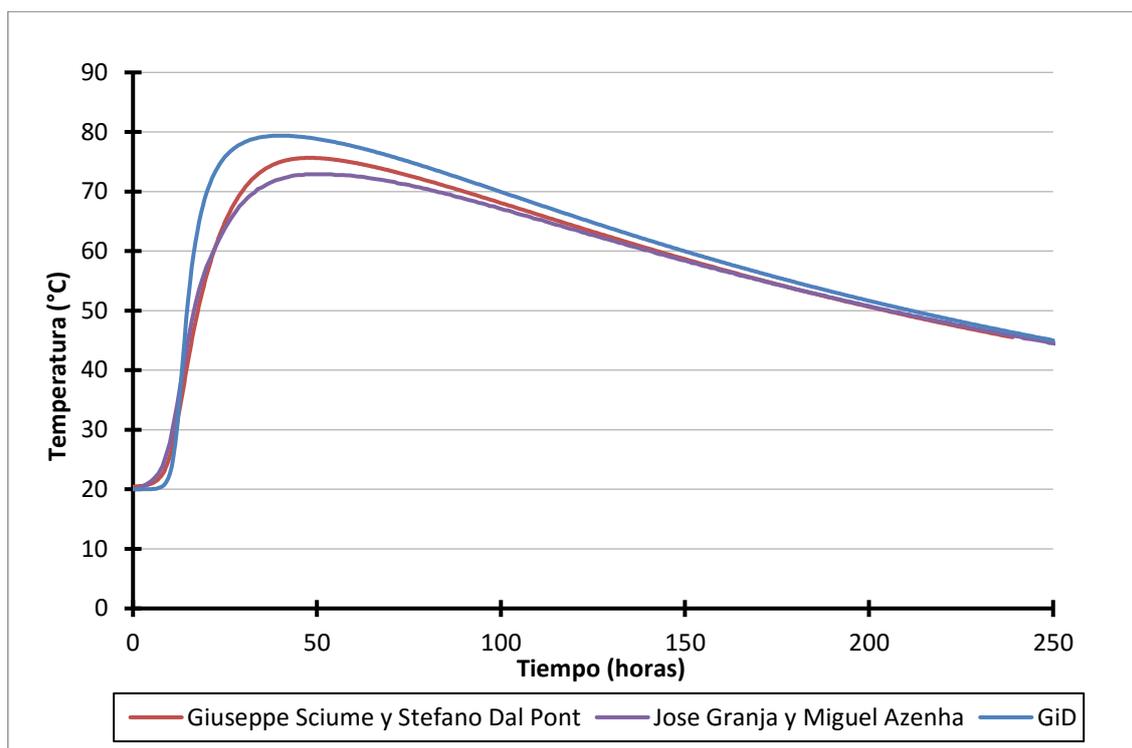


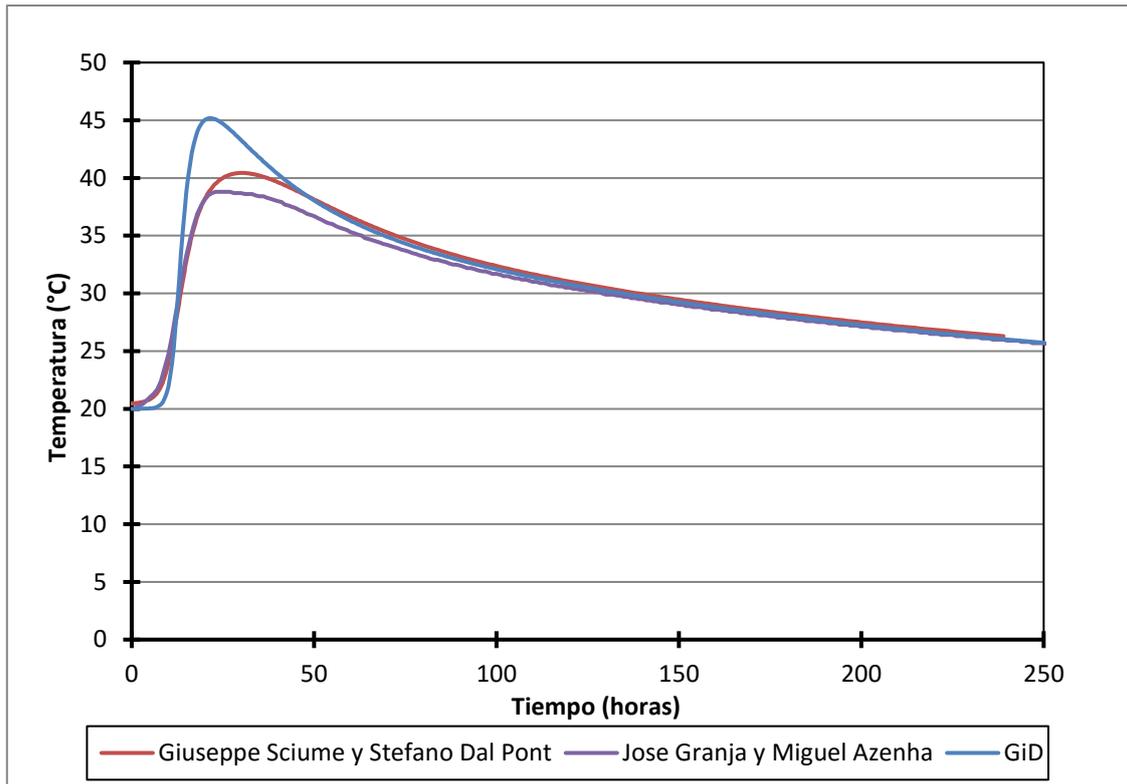
Figure 4.14: Mapa de temperatura a las 250 horas



**Figure 4.15: Temperatura en el punto A para las condiciones de contorno 3**

En el caso del punto B, en el extremo de la viga, observamos que la gráfica sigue, como era de esperar, una representación similar, con un aumento de la temperatura inicial y un descenso posterior. En este caso, la temperatura máxima se produce a las 21.5 horas y tiene un valor de 45.19°C.

Se hace evidente que el punto B se ajusta peor a las curvas experimentales, esto es debido a que tenemos una mayor incertidumbre, y por lo tanto error, ya que al encontrarse en la superficie exterior tiene una mayor influencia de la temperatura externa, la cual no conocemos con exactitud.



**Figure 4.16: Temperatura en el punto B para las condiciones de contorno 3**

El hecho de que el calor de hidratación se disipe una vez el hormigón ha endurecido, puede producir tensiones que provoquen fisuras, de ahí la necesidad de observar que ocurre con las tensiones en la viga a lo largo del tiempo.

En las Figuras 4.17 y 4.18 se muestra la evolución de las tensiones verticales de la viga en los puntos A y B respectivamente y para el caso sin fluencia. Se observa que en primer lugar se produce una tensión de tracción que aumenta hasta alcanzar un máximo a partir del cual disminuye y acaba apareciendo compresión en la viga. El punto B se encuentra mucho más traccionado y sólo hacia el final de la simulación aparece una pequeña compresión.

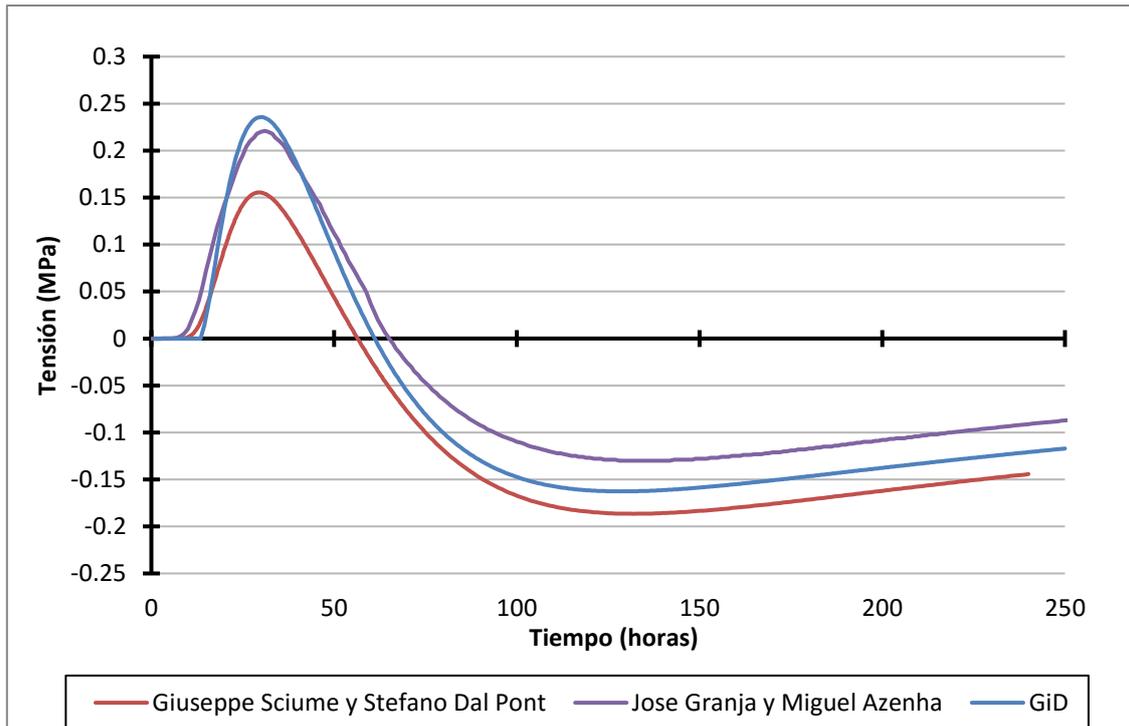


Figure 4.17: Tensión vertical sin fluencia en el punto A para las condiciones de contorno 3

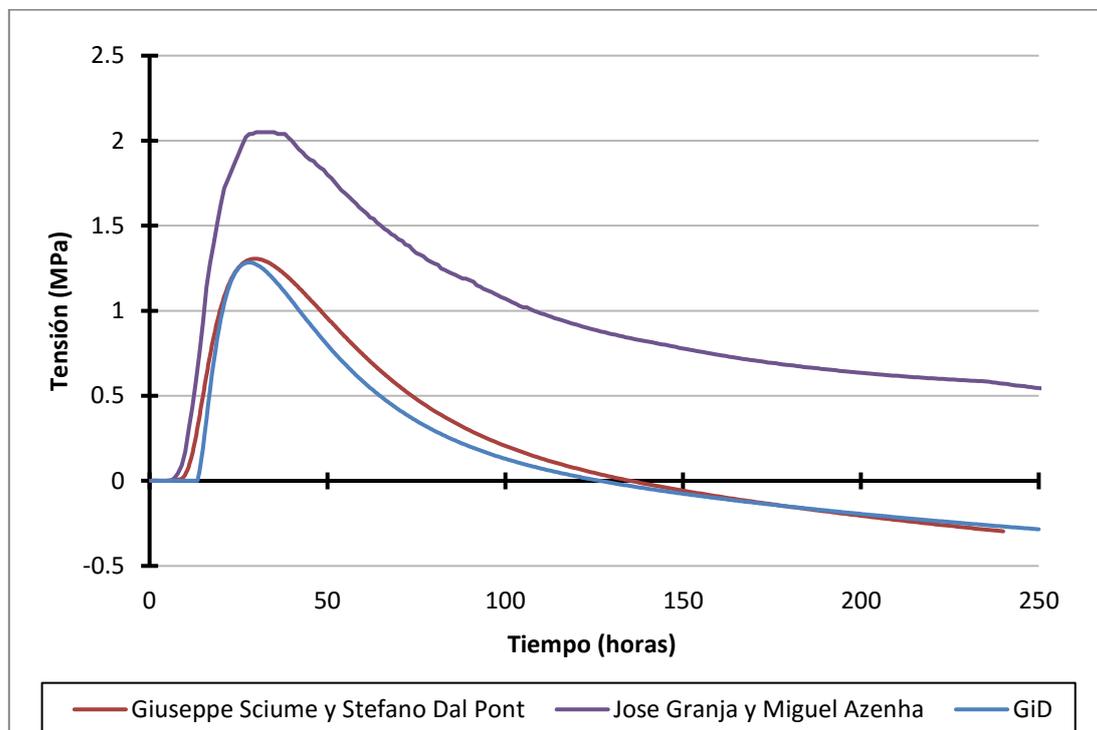
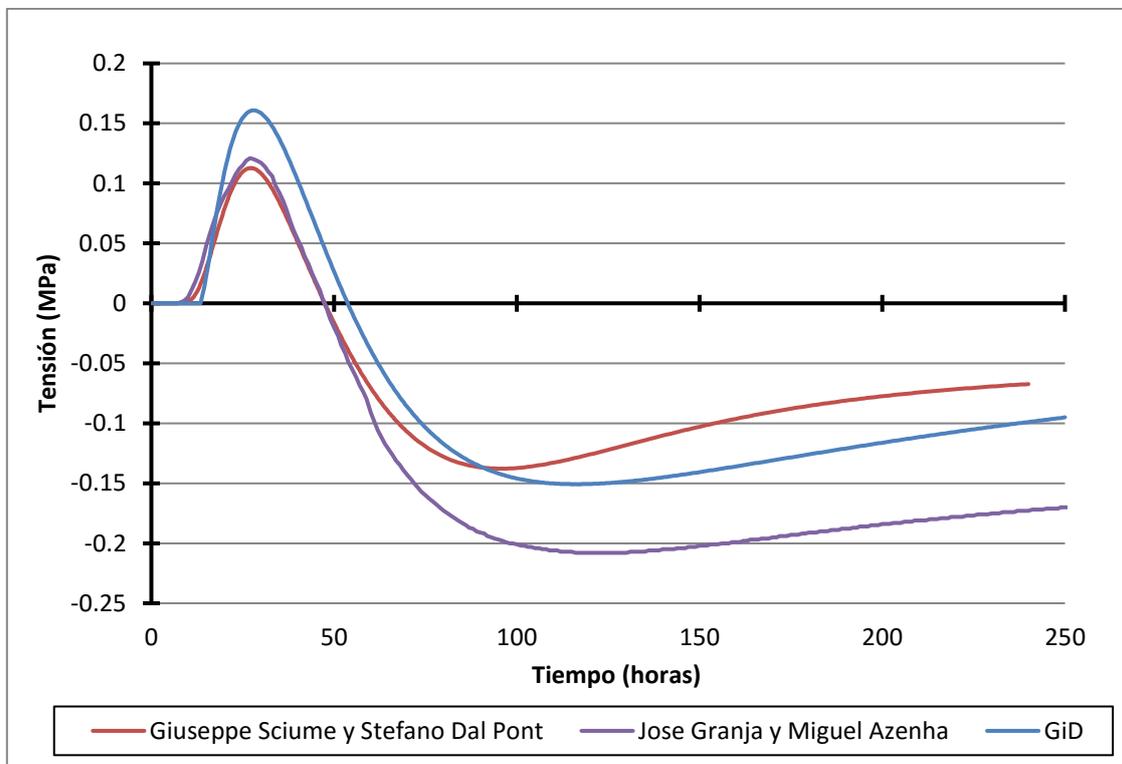
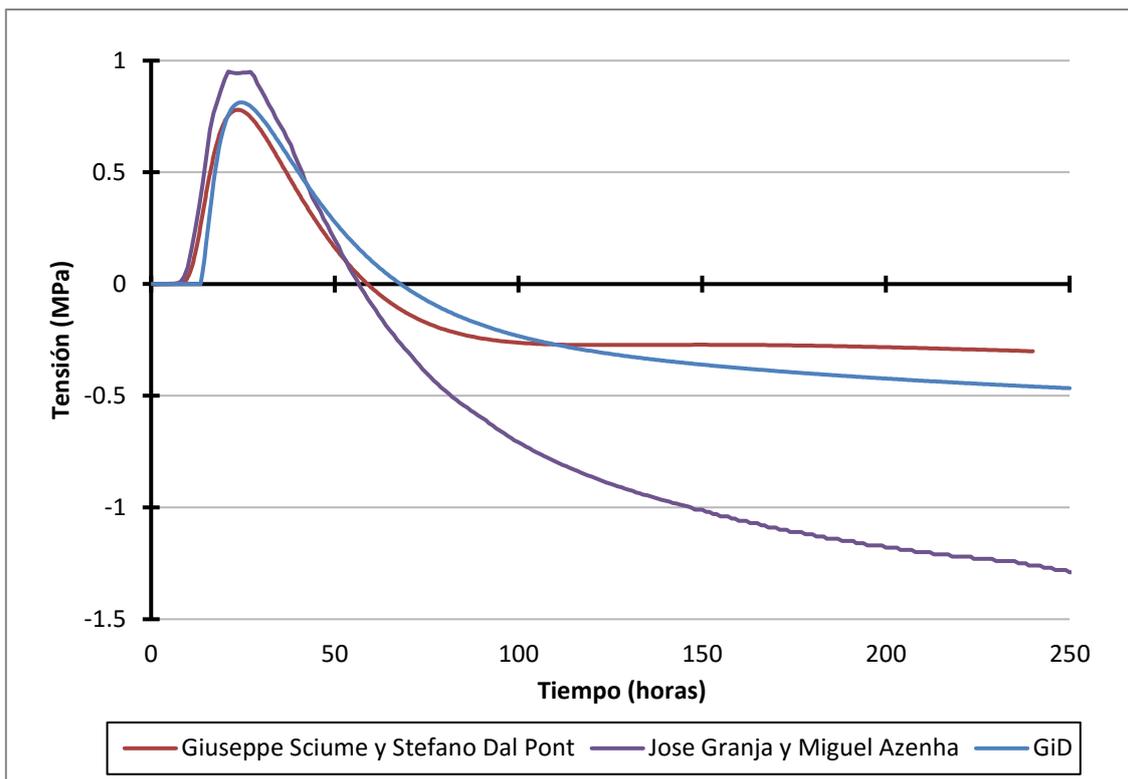


Figure 4.18: Tensión vertical sin fluencia en el punto B para las condiciones de contorno 3

En las Figuras 4.19 y 4.20 se muestra la evolución de las tensiones verticales de la viga en los puntos A y B, respectivamente, y considerando el efecto de la fluencia. Al igual que en los casos anteriores, se observa que la fluencia ejerce un importante efecto de relajación de las tensiones.



**Figure 4.19: Tensión vertical con fluencia en el punto A para las condiciones de contorno 3**



**Figure 4.20: Tensión vertical con fluencia en el punto B para las condiciones de contorno 3**

## 5. ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS DE ENTRADA

### 5.1 Calibración TCM\_CONCRETE según EHE-08

A la hora de calibrar el software que se va a usar para el estudio de la influencia de los parámetros, esto es, el TCM\_Concrete, se va a dejar constancia en este apartado de los valores usados para las propiedades del hormigón. Estos valores numéricos se han extraído de la (EHE , 2008), del (Código Modelo, 2010) y de datos experimentales.

#### 5.1.1 PROPIEDADES MECÁNICAS

##### 5.1.1.1 Evolución resistencias a compresión y tracción (Artículo 31.3 y 39.1)

$$f_{cm(t)} = \beta_{cc}(t)f_{cm} \quad (5.107)$$

$$f_{ct,m}(t) = [\beta_{cc}(t)]^\alpha f_{ct,m} \quad (5.108)$$

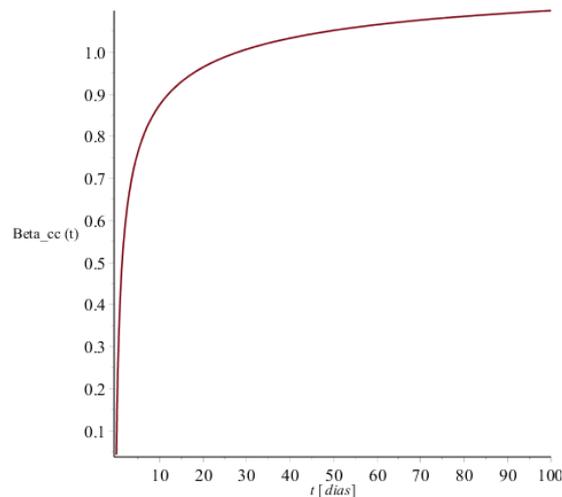
Con

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{0.5} \right] \right\} \quad t \text{ en días} \quad (5.109)$$

donde:

$f_{cm}$	Resistencia media a compresión a 28 días que puede calcularse como $f_{c,m} = f_{ck} + 8$ si las condiciones de ejecución son buenas.
$f_{ct,m}$	Resistencia media a tracción a los 28 días según 39.1.
$\beta_{cc}$	Coefficiente que depende de la edad del hormigón.
$t$	Edad del hormigón en días.
$s$	Coefficiente que depende de la velocidad de endurecimiento del cemento, de acuerdo con lo indicado en el artículo 26.º: = 0,2, para cementos de endurecimiento rápido = 0,25, para cementos de endurecimiento normal, y = 0,38, para cementos de endurecimiento lento.
$\alpha$	Coefficiente que depende de la edad del hormigón y de su resistencia característica a los 28 días: = 1 si $t < 28$ días = 2/3 si $t \geq 28$ días y $f_{ck} \leq 50$ N/mm <sup>2</sup> a los 28 días = 1/2 si $t \geq 28$ días y $f_{ck} > 50$ N/mm <sup>2</sup> a los 28 días.

En la figura 5.1 se muestra un gráfico con la evolución del coeficiente  $\beta_{cc}(t)$ .



**Figure 5.1: Evolución del coeficiente  $\beta_{cc}(t)$**

Si se considera la edad de 10000 días como una edad muy avanzada del proceso de hidratación, utilizando la expresión 12 se calcula el valor del coeficiente  $\beta_{cc}(t)$  a dicha edad.

$$\beta_{cc}(10000) = 1.21 \quad (5.110)$$

La resistencia media a la tracción puede calcularse con la siguiente expresión.

$$f_{ct,m} = 0.3f_{ck}^{2/3} \quad (5.111)$$

Teniendo en cuenta que la resistencia característica es de  $f_{ck} = 30$  MPa, utilizando las expresiones (5.107), (5.108), (5.109), (5.110) y (5.111) se obtiene:

$$f_{ck}(10000) = \beta_{cc}(10000)f_{ck} = 1.21 \cdot 30 = 36.3 \text{ MPa} \quad (5.112)$$

$$f_{ct,m}(10000) = [\beta_{cc}(10000)]^\alpha f_{ct,m} = 1.21^{2/3} \cdot 0.3 \cdot 30^{2/3} = 3.29 \text{ MPa} \quad (5.113)$$

A partir de estos desarrollos se deduce que las resistencias finales a compresión ( $Fck_{final}$ ) y a tracción ( $Ft_{final}$ ) que requiere el programa TCM\_Concrete se podrán asumir iguales a:

$$Fck_{final} = f_{ck}(10000) = 36.3 \text{ MPa} \quad (5.114)$$

$$Ft_{final} = f_{ct,m}(10000) = 3.29 \text{ MPa} \quad (5.115)$$

#### 5.1.1.2 Módulo de deformación longitudinal del hormigón (Artículo 39.6)

El módulo de deformación longitudinal inicial del hormigón para cargas instantáneas o rápidamente variables a la edad de 28 días puede tomarse igual a:

$$E_{c,28} = \beta_E \cdot 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} \quad (5.116)$$

$$\beta_E = 1.3 - \frac{f_{ck}}{400} \leq 1.175 \quad (5.117)$$

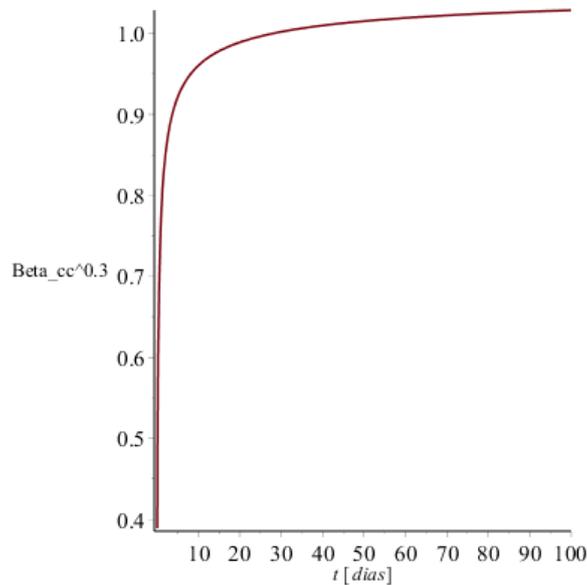
La resistencia media a compresión se puede estimar a partir de la resistencia característica como  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa. Por lo tanto, para  $f_{ck} = 30$  MPa se tiene:

$$E_{c,28} = \beta_E \cdot 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} = 1.175 \cdot 8500 \sqrt[3]{30 + 8} = 33578 \text{ MPa} \quad (5.118)$$

Para evaluar el módulo de deformación a edades diferentes a los 28 días, hay que tener en cuenta que el crecimiento del módulo con la edad no es el mismo que experimenta la resistencia a compresión. Dicha evaluación se puede realizar a partir de la siguiente expresión:

$$E_c(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0.3} E_{c,28} \quad (5.119)$$

En la figura 5.2 se muestra un gráfico con la evolución del coeficiente  $[\beta_{cc}(t)]^{0.3}$ .



**Figure 5.2: Evolución del coeficiente  $[\beta_{cc}(t)]^{0.3}$**

Para la edad de 10000 días, el módulo de deformación longitudinal tomará el siguiente valor:

$$E_c(10000) = [\beta_{cc}(10000)]^{0.3} E_{c,28} = 1.21^{0.3} \cdot 33578 = 35.55 \text{ GPa} \quad (5.120)$$

El valor final del módulo de Young ( $Young_{final}$ ) que requiere el programa se tomará por tanto igual a:

$$Young_{final} = E_c(10000) = 35.55 \text{ GPa} \quad (5.121)$$

#### 5.1.1.3 Coeficiente de Poisson (Artículo 39.9)

Para el coeficiente de Poisson relativo a las deformaciones elásticas bajo tensiones normales de utilización, se tomará un valor medio igual a:

$$Poisson = 0.2 \quad (5.122)$$

#### 5.1.1.4 Energías de fractura

En la normativa (EHE , 2008) no se establecen valores para las energías de fractura. El (Código Modelo, 2010) expone que esta debería ser determinada con pruebas experimentales. En ausencia de datos experimentales, la energía de fractura  $G_F$  para un hormigón de peso ordinario podría ser estimada de la siguiente ecuación:

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \quad [N/m] \quad (5.123)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad [MPa] \quad (5.124)$$

$$\Delta f = 8 \text{ MPa} \quad (5.125)$$

A partir de estas ecuaciones se deduce que la energía de fractura a tracción a los 10000 días,  $G_f$ , es iguales a:

$$G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} = 73 \cdot (30 + 8)^{0.18} = 140.5 \text{ N/m} \quad (5.1260)$$

Para la energía de fractura a compresión,  $G_{fc}$ , se utiliza la siguiente fórmula:

$$G_{fc} = G_f \left( \frac{f_{cm}}{f_{ct,m}} \right)^2 = 140.5 \left( \frac{38}{3.29} \right)^2 = 18743.54 \text{ N/m} \quad (5.127)$$

Existe la posibilidad de que aparezcan posibles problemas numéricos con energías de fractura bajas. En nuestro caso la energía de fractura a compresión nunca dará problemas por lo que usaremos la calculada anteriormente, sin embargo, lo que falla en nuestro caso es la tracción, por lo tanto, aumentaremos el valor propuesto por el (Código Modelo, 2010) para evitar problemas.

$$G_{fc_{final}} = 18743 \text{ N/m} \quad (5.128)$$

$$G_{f_{final}} = 300 \text{ N/m} \quad (5.2129)$$

#### 5.1.1.5 Peso específico (Artículo 10.2)

Para el hormigón en masa se tomará el siguiente valor del peso específico:

$$\text{Peso específico} = 23000 \text{ N/m}^3 \quad (5.130)$$

#### 5.1.1.6 Matriz tangente

Este parámetro se utiliza para determinar el tipo de matriz de rigidez tangente que se utilizará para resolver el problema mecánico no-lineal. El programa tiene dos opciones respecto de este parámetro: “Algorítmica” y “Secante\_origen”.

Con la opción “Algorítmica”, se calcula una matriz de rigidez tangente de forma exacta, lo cual permite que la velocidad de convergencia del problema mecánico no-lineal sea

óptima. Sin embargo, con esta opción puede darse que la matriz de rigidez no sea definida positiva dando lugar a problemas de inestabilidad en la solución.

Con la opción “Secante\_origen”, se calcula una matriz de rigidez que es secante al origen y no tangente. De esta manera la velocidad de convergencia es menor pero la simulación es más robusta debido a que de esta manera la matriz de rigidez es definida positiva.

Por tal motivo se recomienda utilizar por defecto la siguiente opción:

$$\text{Matriz tangente} = \text{Secante origen} \quad (5.131)$$

### 5.1.2 Dilatación térmica (artículo 39.10)

El coeficiente de dilatación térmica se tomará igual a:

$$\text{Coeficiente dilatación} = 10^{-5} \text{ } 1/^{\circ}\text{C} \quad (5.132)$$

Los ensayos han demostrado que este coeficiente puede variar en una proporción relativamente elevada (del orden de  $\pm 30$  por 100). Dicho coeficiente depende de la naturaleza del cemento, de la de los áridos, de la dosificación, de la higrometría y de las dimensiones de las secciones.

Por lo que respecta a los áridos, los valores más bajos se obtienen con áridos calizos y los más elevados con áridos silíceos.

### 5.1.3 Propiedades térmicas

En la normativa (EHE , 2008) no hay indicados valores de las propiedades térmicas (Conductividad y Calor específico). En el Eurocódigo 2 (ENV 1992-1-2:1995) hay indicadas propiedades térmicas, pero en el contexto de proyecto de estructuras frente al fuego.

Los valores de las propiedades térmicas que permiten calibrar mejor los ensayos experimentales se indican a continuación:

$$\text{Conductividad} = 1.7 \frac{J}{m \cdot s \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad (5.133)$$

$$\text{Calor específico} = 2.4 \frac{J}{m^3 \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad (5.134)$$

El parámetro Fuente\_calorífica solo se utilizará si se coloca en la pieza alguna fuente de calor externa artificial, por tanto, en el caso que nos ocupa se tomará:

$$Fuente calorífica = 0.0 \frac{J}{m^3 \cdot s} \quad (5.135)$$

#### 5.1.4 Hidratación

A la hora de calibrar los parámetros de la hidratación para nuestro modelo, nos basamos en datos experimentales. Concretamente en los proporcionados por la empresa Galaicontrol para el “Proyecto Constructivo de Protección de la toma GNF y Mejora de la utilización de Infraestructuras en Punta Langosteira”.

Se toman los siguientes valores:

$$Grado de hidratación inicial = 0.16 \quad (5.136)$$

$$Relación agua – cemento = 0.46 \quad (5.137)$$

Estamos trabajando con un cemento con adición de escoria de alto horno, se trata en concreto de un CEM III A, y según (Darquennes, 2013) las características de este son las siguientes:

$$Ceniza volante = 0\% \quad (5.138)$$

$$Escoria de alto horno = 42\% \quad (5.139)$$

$$Energía de activación = 43000 \text{ J/mol} \quad (5.3140)$$

Para la determinación de la afinidad química normalizada, que muestra el anejo 1, se necesitan fijar los siguientes parámetros:

$$a_{xi} = 28000; b_{xi} = 0.5 \cdot 10^{-5}; c_{xi} = 8.4 \quad (5.141)$$

$$Calor de hidratación unitario = 1.58 \cdot 10^8 \text{ J/m}^3 \quad (5.142)$$

#### 5.1.5 Envejecimiento

Para la determinación experimental de la evolución del grado de envejecimiento  $\kappa$ , necesitamos establecer una serie de parámetros tales como:

$$\frac{d\kappa}{dt} = \lambda_T(T) \lambda_{f,\xi}(\xi) \frac{d\xi}{dt} \quad (5.143)$$

$$\lambda_T(T) = \left( \frac{100 - T}{100 - T_{ref}} \right)^{n_T} \quad (5.144)$$

La temperatura de referencia con la que se realizaron los ensayos:

$$T_{ref} = 20^\circ\text{C} \quad (5.145)$$

El factor  $n_T$ , parámetro del material:

$$n_T = 0.0 \quad (5.1460)$$

El grado de hidratación medio para determinar la curva  $\kappa$ - $\xi$  para la temperatura de referencia:

$$\xi_{medio} = 0.57 \quad (5.1471)$$

La resistencia a la compresión para el grado de hidratación  $\xi$  medio a la temperatura de referencia:

$$\kappa_{medio} = 0.54 \quad (5.148)$$

### 5.1.6 Retracción

El coeficiente de retracción será uno de los dos parámetros, junto con la fluencia, con los que jugaremos en el siguiente apartado para estudiar la influencia que tienen sobre las tensiones y la temperatura del cubípedo.

Planteamos dos valores basándonos en la (EHE , 2008) y en el (Código Modelo, 2010).

#### 5.1.6.1 EHE (artículo 39.7)

La retracción total está compuesta por la retracción autógena y la retracción por secado,  $\epsilon_{cd}$  y  $\epsilon_{ca}$  respectivamente.

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04\sqrt{e^3}} = 0.999 \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cd,\infty} &= 0.85 \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}})} \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{HR} \quad (5.150) \\ &= -5.3 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\beta_{HR} = -1.55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{HR}{100} \right)^3 \right] = -1.36 \quad (5.151)$$

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) \cdot k_e \cdot \varepsilon_{cd,\infty} = -4.48 \cdot 10^{-4} \quad (5.152)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2t^{0.5}} = 1 \quad (5.153)$$

$$\varepsilon_{ca,\infty} = -2.5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = -5 \cdot 10^{-5} \quad (5.154)$$

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca,\infty} = -5 \cdot 10^{-5} \quad (5.155)$$

Y por lo tanto el valor de la retracción será:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = -5.28 \cdot 10^{-4} \quad (5.1560)$$

### 5.1.6.2 Código modelo

Según el (Código Modelo, 2010), la retracción total se puede calcular a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) = -4.49 \cdot 10^{-5} \quad (5.157)$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{HR}(HR) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) = -4.14 \cdot 10^{-4} \quad (5.158)$$

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left( \frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2.5} \cdot 10^{-6} = -4.49 \cdot 10^{-5} \quad (5.159)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{t}} = 0.99 \quad (5.160)$$

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm}}] \cdot 10^{-6} = -4.6 \cdot 10^{-4} \quad (5.161)$$

$$\beta_{HR} = -1.55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{HR}{100} \right)^3 \right] = -1.36 \quad (5.5162)$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left( \frac{(t - t_s)}{0.035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right)^{0.5} = 0.99 \quad (5.163)$$

Y, por lo tanto, el valor final de la retracción sería:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) = -4.59 \cdot 10^{-4} \quad (5.164)$$

### 5.1.7 Fluencia básica

En cuanto a la fluencia básica, necesitamos establecer los valores de la rigidez final de la cadena de Kelvin-Voigt (Kkv final), el tiempo de relajación de la cadena Kelvin-Voigt (Tau), la constante del amortiguador para fluencia a largo plazo ( $\eta_{am}$ ) y un factor de asimetría entre la fluencia a tracción y la de compresión ( $d_{mas\_bc}$ ).

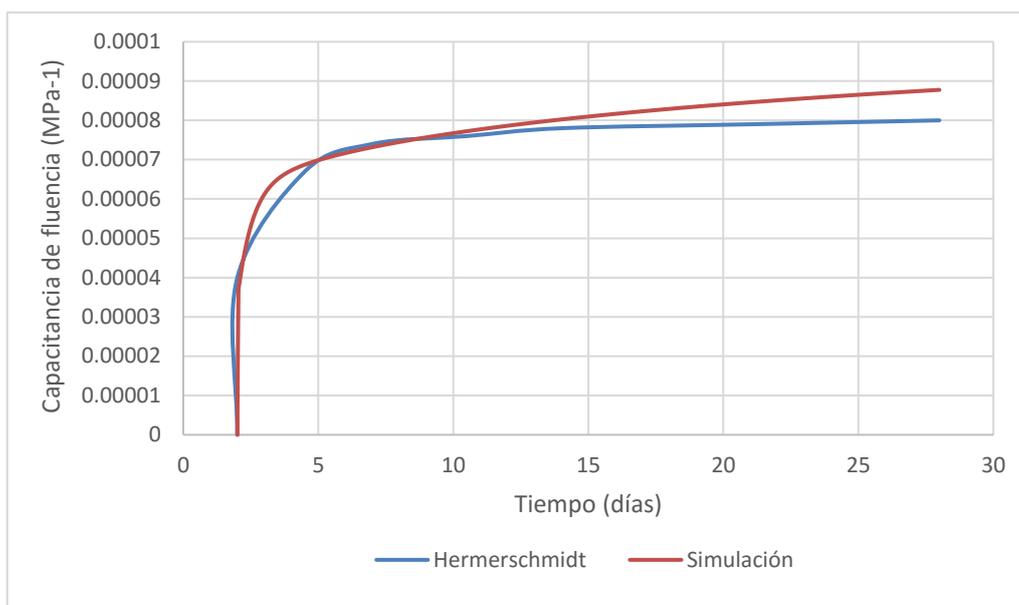
En este caso no nos vamos a apoyar en la (EHE , 2008) para calibrarla, ya que esta normativa trata la fluencia por secado además de la básica, que es la única que se considera en nuestro estudio. En el centro del cubípedo la fluencia por secado no tendrá influencia ya que no se llegará a secar, pero puede ser que en la periferia si.

Por esto, usaremos para calibrar este apartado un artículo sobre la fluencia del hormigón a temprana edad bajo carga variable (Hermerschmidt & Budelmann, 2015).

Utilizamos un único elemento fijado isostáticamente con una carga de un 20% de la resistencia a tracción, esto es de 0.3 MPa, aplicada a los dos días. El ensayo se lleva a cabo a una temperatura ambiente constante de 20°C.

Comparamos la capacitancia de la fluencia,  $J(t)$ , la cual ilustra la linealidad de la fluencia básica de tracción.

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} \quad (5.165)$$



**Figure 20: Calibración de la fluencia básica**

Utilizaremos por lo tanto para la fluencia básica los siguientes valores:

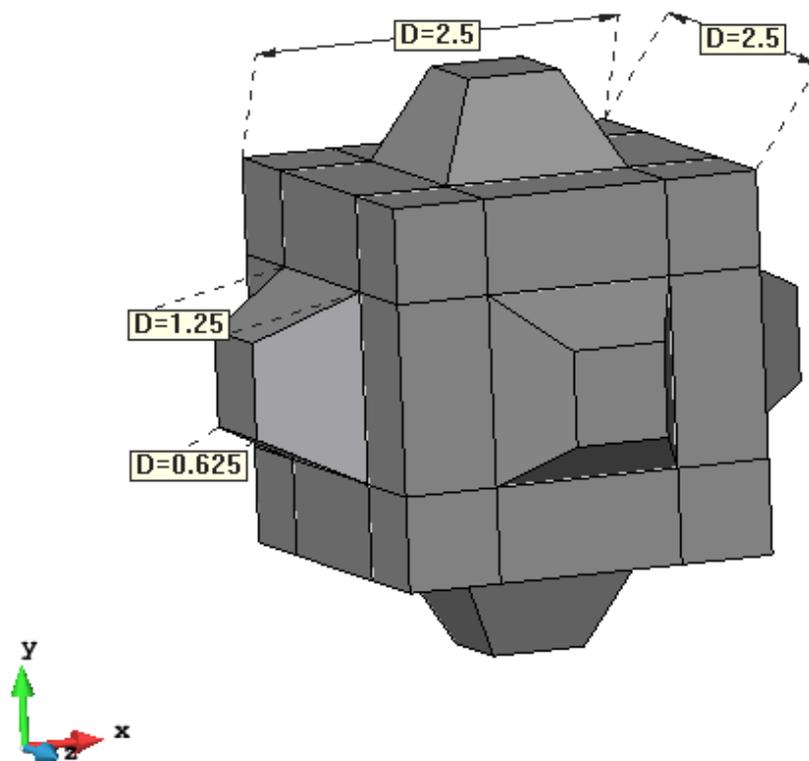
kkv	192	
tau	14	
eta am	86	<b>(5.1660)</b>
dmas bc	1	

## 5.2 Características generales

Se ha monitorizado un bloque de hormigón en masa de 45 toneladas para registrar las temperaturas alcanzadas en distintos puntos del bloque durante los procesos de fraguado y endurecimiento del hormigón a edades iniciales.

El hormigón utilizado es un HM-30/B/20/I+Qb+E. Se trata de un hormigón en masa con resistencia característica a compresión a 28 días de 30 N/mm<sup>2</sup>, con consistencia blanda, tamaño máximo de árido de 20 mm, clase de exposición I, ambiente químico medio y erosión; con un cemento Portland con escoria de alto horno, CEM III/A 42.5N SR.

El cubípedo consta de un cubo de 2.5 m de arista y seis tetones con forma de tronco de pirámide, con una base mayor de dimensiones 1.25 x 1.25 m y una menor de 0.625 x 0.625 m.



**Figure 21: Dimensiones cubípedo**

### 5.3 Control de temperatura

El control de temperatura ha sido realizado en las infraestructuras de Punta Langosteira, en A Coruña, por la empresa Galaicontrol. Han utilizado para ello un equipo de control denominado C.H.A.R.I. (Control de Hormigones de Alta Resistencia Inicial) que, aunque su función principal es el control de resistencias en probetas curadas a la misma temperatura de fraguado y endurecimiento del hormigón, en esta ocasión se ha utilizado para registrar sólo las temperaturas dentro del bloque en distintos puntos y registrar el gradiente de temperatura existente.

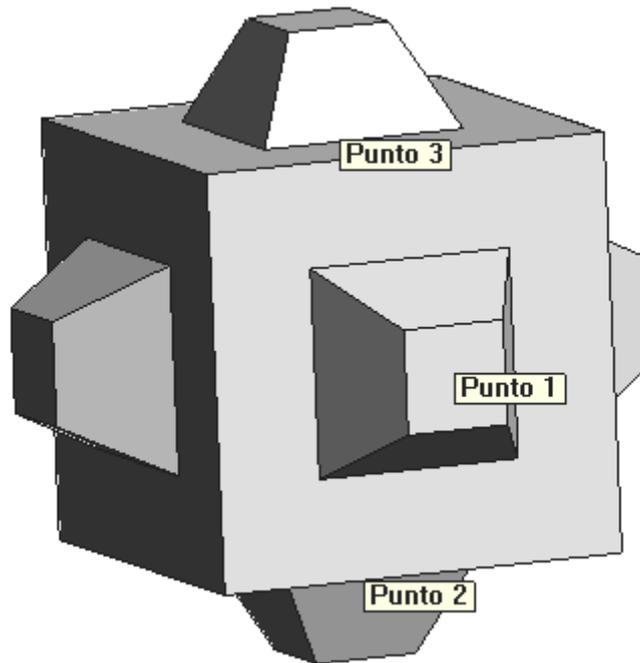
Se ha decidido controlar distintos puntos del elemento, con control de temperaturas para curado de probetas con el sensor situado a la altura de la base del tetón superior.

Nos han sido proporcionados los datos de los distintos puntos del elemento, utilizaremos tres de ellos para comparar con los datos obtenidos con nuestro software GiD.

Punto 1: en el centro del cubípedo.

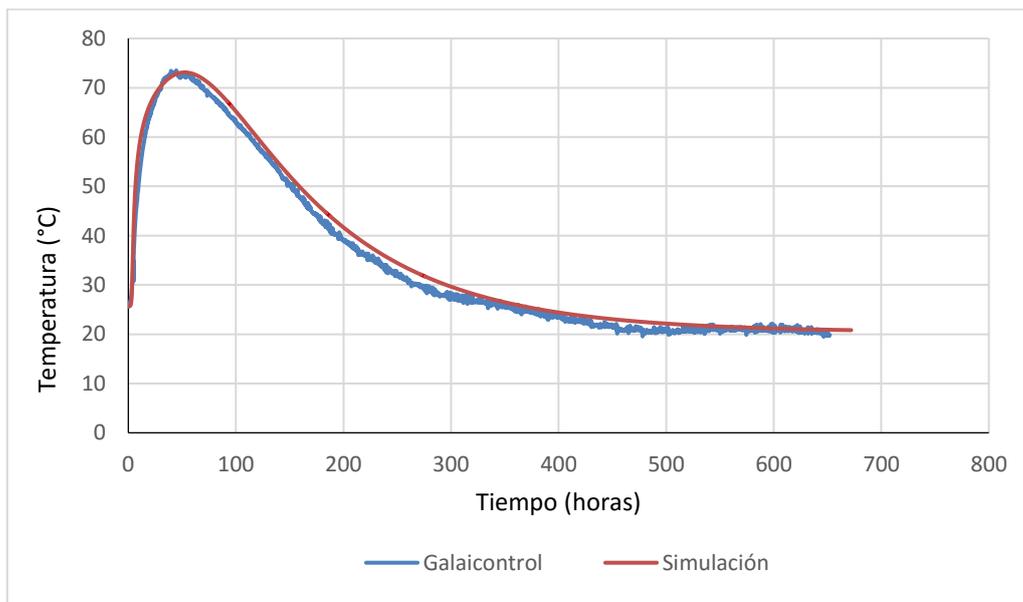
Punto 2: en la base de tetón inferior.

Punto 3: en la base del tetón superior.



**Figure 22: Esquema posición sensores**

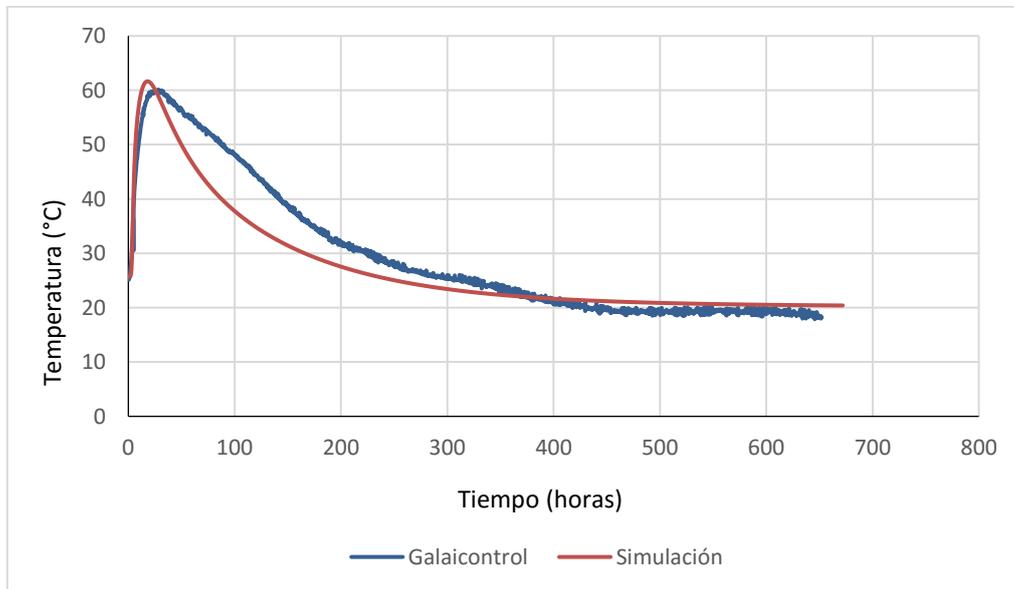
En el centro del cubípodo se alcanza una temperatura máxima de unos 73.5°C a las 44 horas desde el hormigonado. Se puede observar que con nuestro software se consiguen unos resultados muy cercanos a los reales



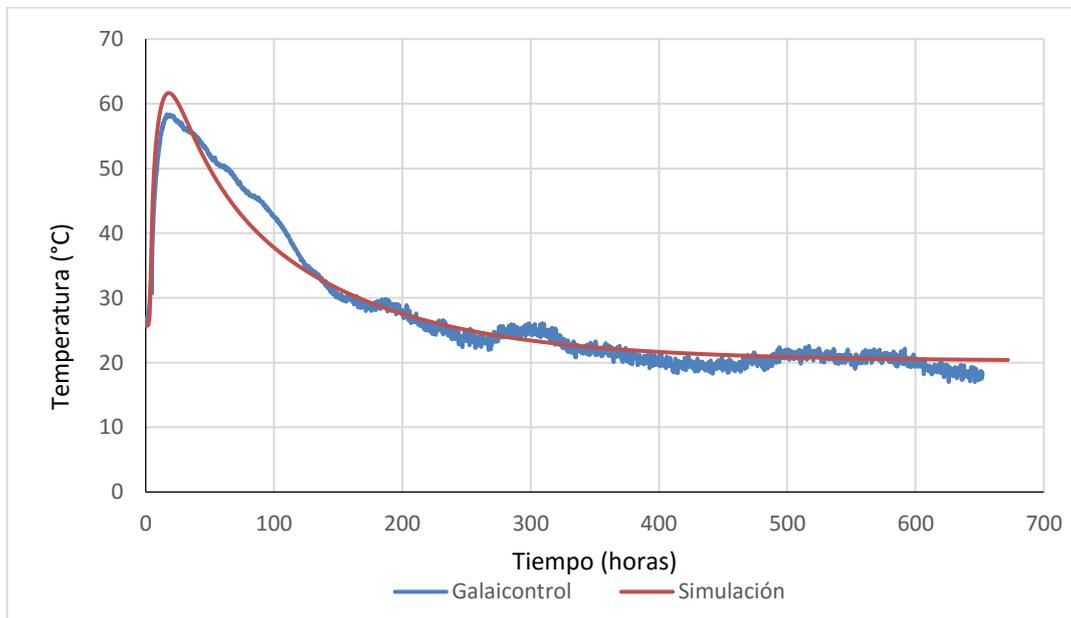
**Figure 23: Temperatura a lo largo del tiempo en el punto 1**

Las pequeñas oscilaciones de la temperatura son debidas a la temperatura ambiente, que va variando a medida que pasan las horas.

En la superficie del cubo, debajo de los tetones, se alcanza una temperatura máxima algo menor, que ronda los 60°C, y se da antes, a las 26 horas.



**Figure 24: Temperatura a lo largo del tiempo en el punto 2**



**Figure 25: Temperatura a lo largo del tiempo en el punto 3**

Se hace necesario, por lo tanto, prestar especial atención al centro del cubípodo, ya que es la zona que mayor temperatura alcanzará, la cual puede dañar el hormigón debido al

calor liberado por la hidratación y por efecto de la “Formación de Etringita Retardada” mencionada con anterioridad. Es por ello que lo ideal sería no sobrepasar ciertos niveles de temperatura y así evitar el potencial desarrollo de fisuración.

Resulta evidente en las anteriores figuras que el cubípedo se enfría de los extremos hacia el centro, es decir, que las zonas que se enfriarán en primer lugar serán las de la superficie y por lo tanto las más traccionadas inicialmente. Esto se traduce en la posible aparición de fisuración en la parte exterior al inicio del proceso.

Por esta razón, más adelante, nos centraremos en analizar las tensiones que aparecen en el cubípedo y comprobar si se producirían fisuras.

## 5.4 Influencia de la retracción

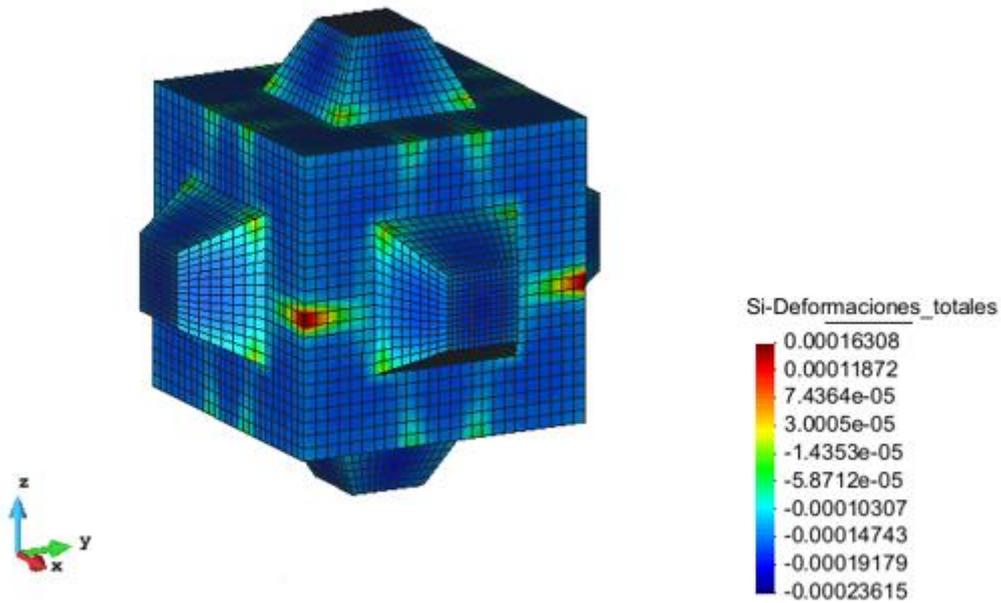
Analizando las tensiones que se producen en el cubípedo resulta obvio que en el caso de producirse fisuración será debida a las tensiones de tracción. La resistencia a tracción del hormigón es muy pequeña en comparación con la resistencia a compresión, en nuestro caso, mientras que la resistencia a compresión tiene un valor de  $36 \text{ MN/m}^2$ , la resistencia a tracción es mucho menor, de  $4 \text{ MN/m}^2$ .

El hormigón utilizado en la simulación se trata de un HM-30/B/20/I+Qb+E, con un cemento Portland con escoria de alto horno, CEM III/A 42.5N SR. Como se puede observar en (Darquennes, Staquet, Delplancke-Ogletree, & Espion, 2011; Darquennes, Espion, & Staquet, 2013) los hormigones hechos con cementos con escoria de alto horno tienen un comportamiento de retracción complicado. Estos se fisuran más tarde que los hormigones hechos con cemento Portland a pesar de que están caracterizados por valores de retracción mayores. Estos hormigones en primer lugar se dilatan y posteriormente se contraen, lo que se debe principalmente a la expansión de su matriz de cemento a temprana edad por su mayor capacidad para relajar tensiones internas.

Hacemos un estudio de tres casos límites con diferentes valores del coeficiente retracción y analizamos si se producen fisuras y, de ser así, el tamaño de fisura.

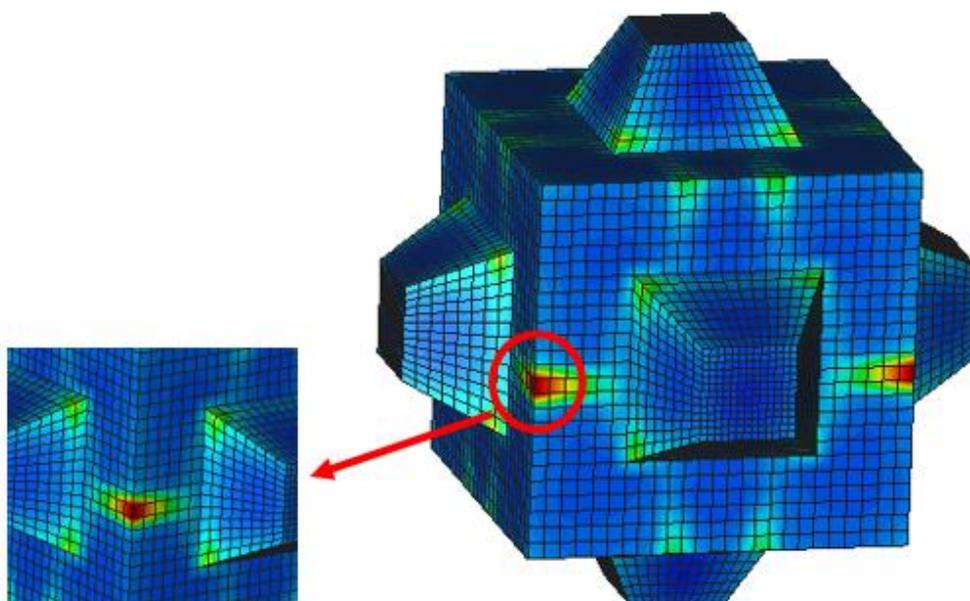
### 5.4.1 Caso 1

En primer lugar, fijamos el coeficiente de retracción en  $50 \cdot 10^{-6}$  y se realiza un análisis termomecánico del cubípedo.



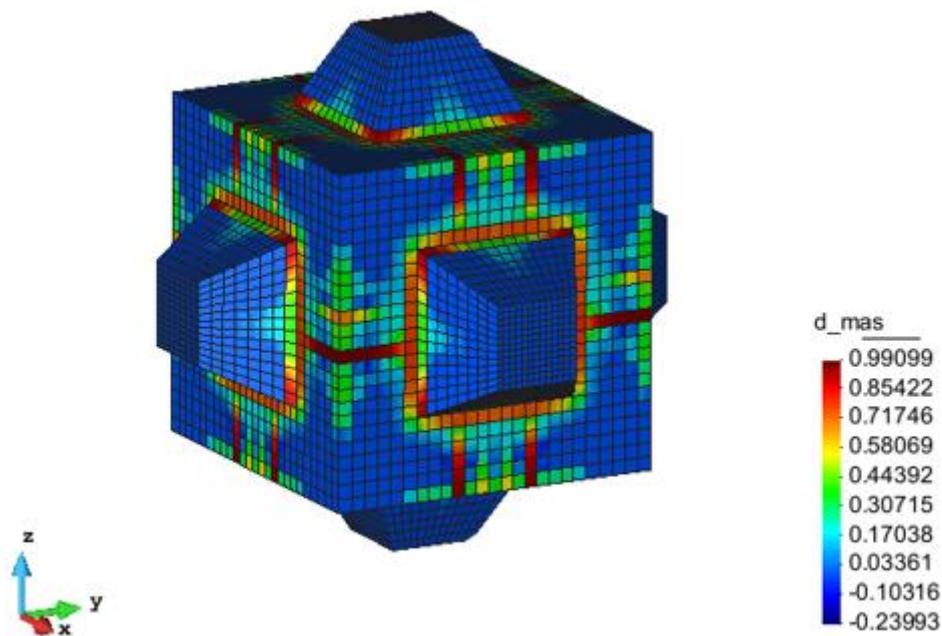
**Figure 26: Deformación principal si**

Se observa que efectivamente se produce fisuración, por lo tanto, tenemos que considerar su importancia con el ancho de fisura. La fisuración se producirá en el punto en el cual la deformación principal es mayor, que se corresponde, como se puede observar en la siguiente figura, con el centro de la arista.



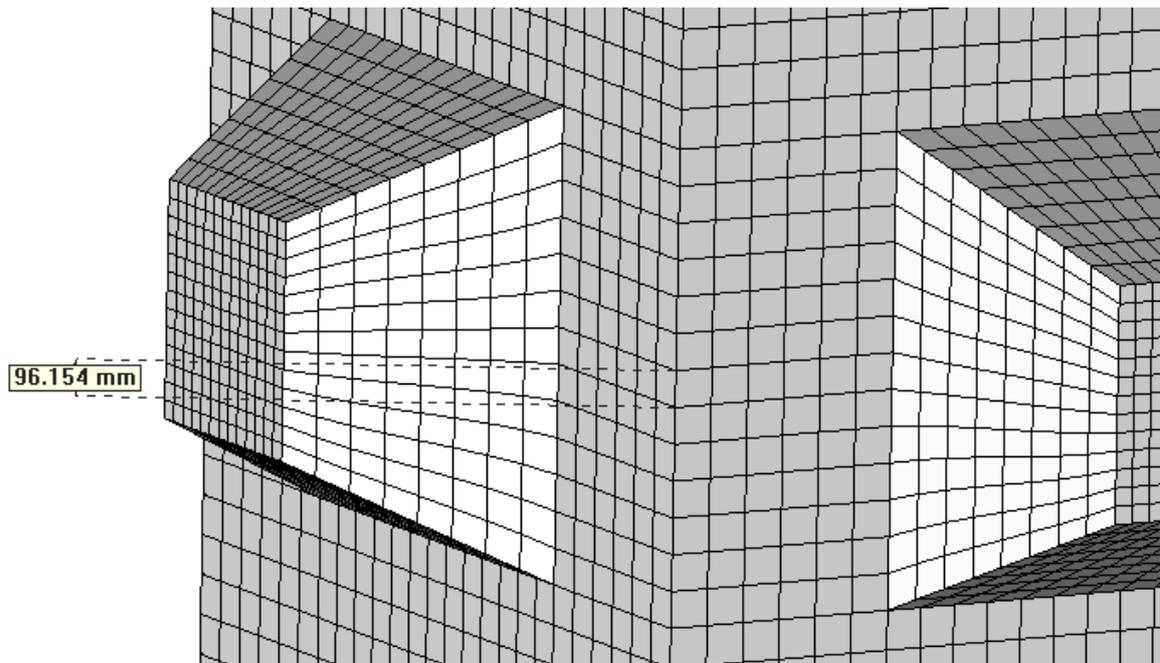
**Figure 27: Localización fisuras**

Se calcula el ancho de fisura como la deformación principal multiplicada por el parámetro  $d_{mas}$ , el cual nos indica que estas fisuras son de tracción como se podía esperar. Este parámetro  $d_{mas}$  representa el área fisurada dividida entre el área total.



**Figure 28: Valor del parámetro  $d_{mas}$**

Se necesita el tamaño del elemento de la malla para poder calcular el ancho de la fisura, este será igual para los tres casos que se van a considerar.



**Figure 29: Tamaño de elemento**

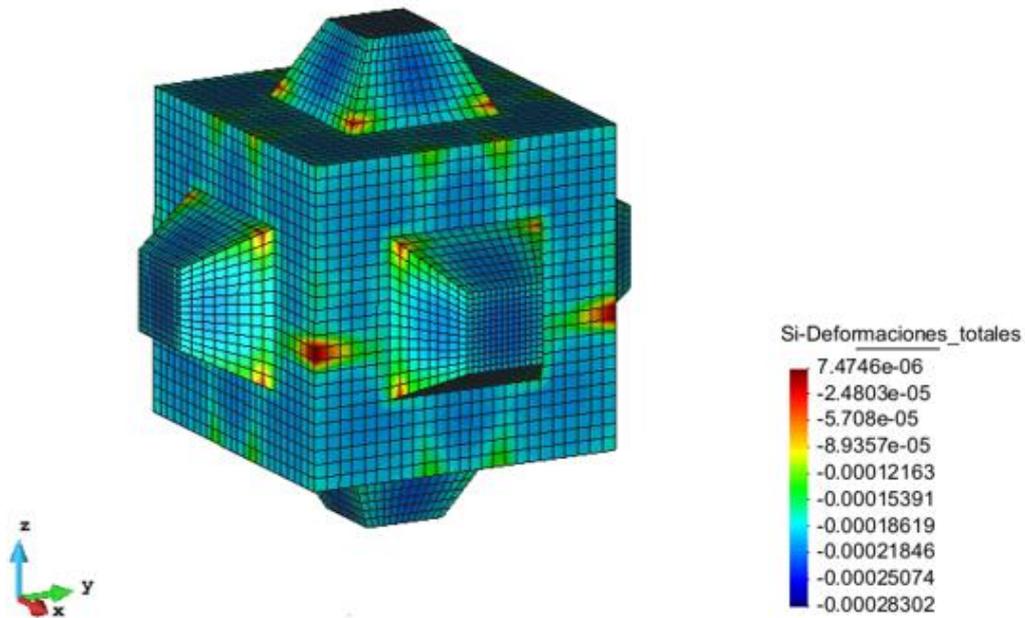
En este primer caso el ancho de fisura resultante es:

$$\text{Ancho de fisura} = 0.00016308 \cdot 0.99099 \cdot 96.154 = 0.0155 \text{ mm} \quad (5.167)$$

Se observa que la fisuración tiene poca importancia, el tamaño de las fisuras es muy pequeño.

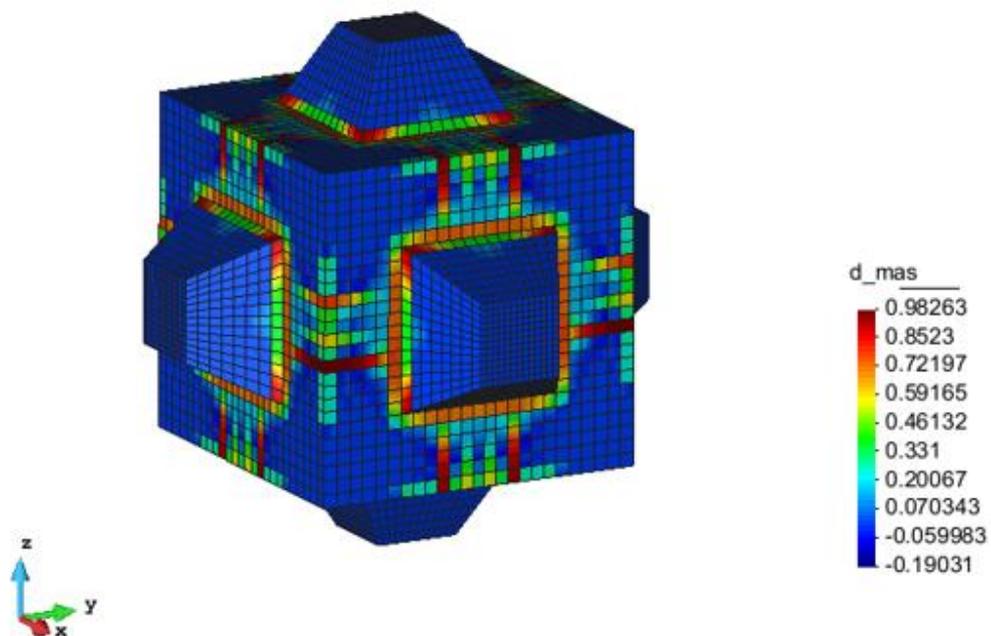
#### 5.4.2 Caso 2

En este segundo caso se fija el coeficiente de retracción en un valor de  $100 \cdot 10^{-6}$ .



**Figure 30: Deformación principal si**

En este caso la fisuración más importante se localiza también en la arista del cubo, pero se observa que se concentra más abajo que en el caso anterior.



**Figure 31: Valor del parámetro dmas**

$$\text{Ancho de fisura} = 7.4746 \cdot 10^{-6} \cdot 0.98263 \cdot 96.154 = 7.06 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \quad (5.168)$$

Se observa que al aumentar el coeficiente de retracción el tamaño de las fisuras disminuye. Ya que en el caso anterior la fisura ya era demasiado pequeña no se considera relevante en este caso la influencia de la retracción y no se hace necesario aumentarla.

### 5.4.3 Caso 3

Por último, se asigna al coeficiente de retracción un valor de  $150 \cdot 10^{-6}$ .

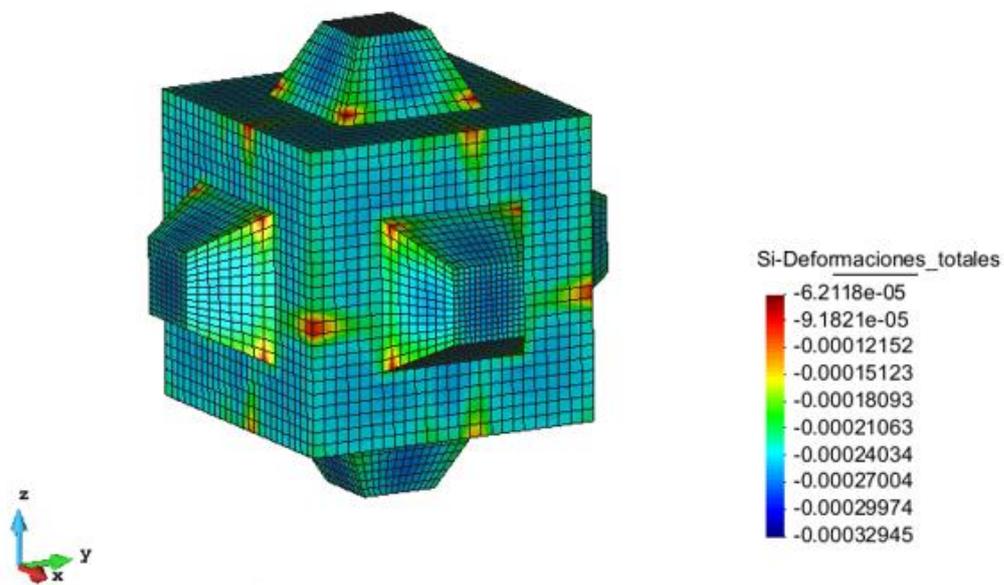
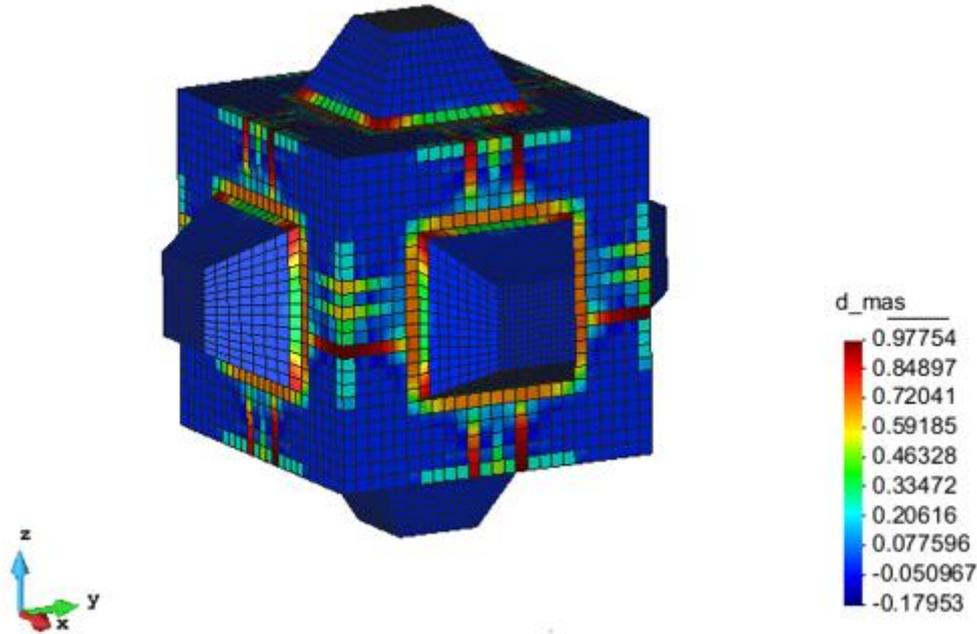


Figure 32: Deformación principal si



**Figure 33: Valor del parámetro dmas**

$$\text{Ancho de fisura} = 6.2118 \cdot 10^{-5} \cdot 0.97754 \cdot 96.154 = 5.84 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (5.169)$$

En este caso el tamaño del ancho de fisura es muy similar al del caso anterior, se debe a que el valor de retracción de  $100 \cdot 10^{-6}$  ya es demasiado elevado y si se sigue aumentando, como en este caso a  $150 \cdot 10^{-6}$ , cada vez tendrá una influencia menor.

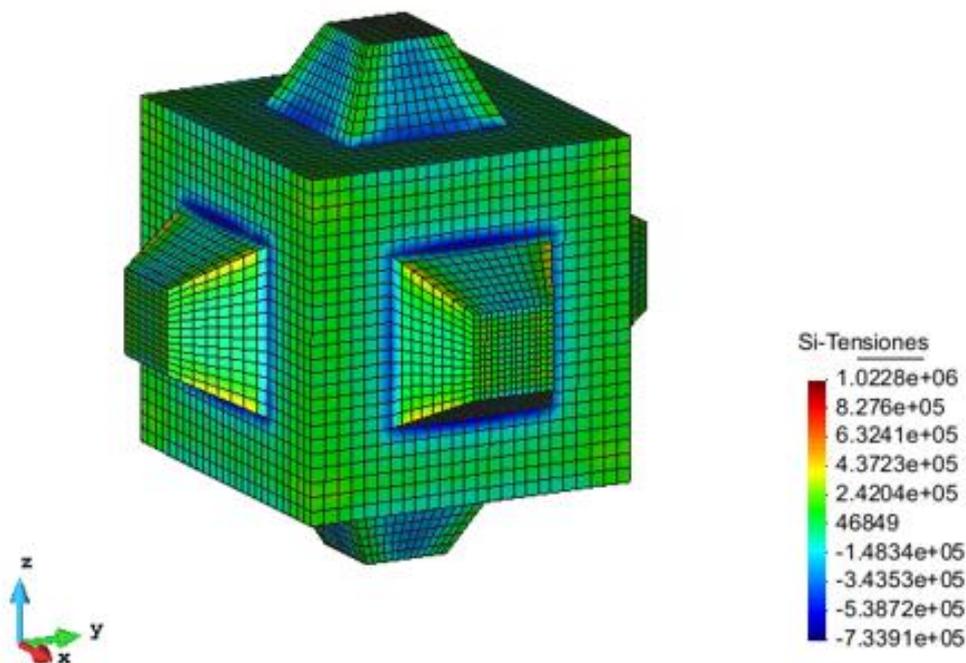
### 5.5 Influencia de la fluencia básica

En el anterior apartado se ha analizado el peso con el que cuenta la retracción cuando se trata el agrietamiento de la estructura de hormigón, teniendo en cuenta en todos los casos estudiados la fluencia. Ahora, se realiza un cálculo sin fluencia con el fin de observar la influencia que tiene este parámetro.

En los cálculos previos se estaba trabajando con los valores de fluencia básica obtenidos de la calibración de la capacitancia de la fluencia  $J(t)$  de (Hermerschmidt & Budelmann, 2015):

kkv	192
tau	14
eta am	86
dmas bc	1

Para este nuevo apartado, se elevan considerablemente estos valores de manera que la deformación por fluencia sea irrelevante.

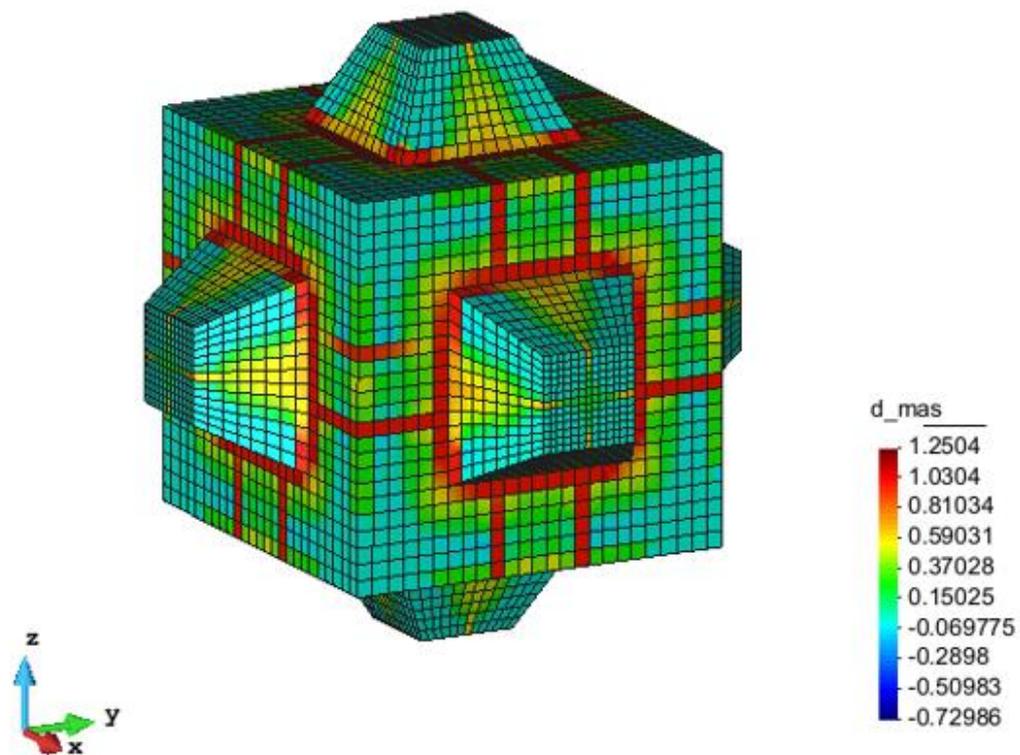


**Figure 34: Tensión principal si (cálculo sin fluencia)**

Se observa en la figura anterior que, como era esperable, en el caso sin fluencia, las tensiones de tracción se disparan, su valor es demasiado elevado.

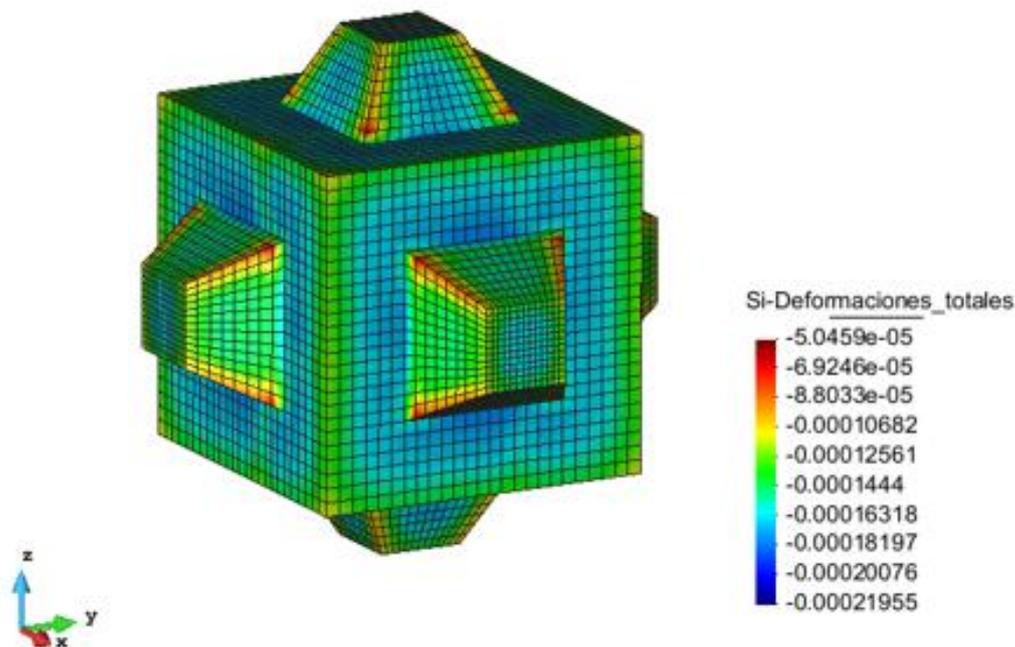
Se hace evidente que la fluencia afecta la respuesta mecánica y por lo tanto es clave a la hora de determinar los riesgos por agrietamiento. El efecto de la deformación por fluencia provoca una relajación de tensiones.

A continuación, se observa como en este caso, también se produciría rotura por tracción y el tamaño de las fisuras.



**Figure 35: Valor del parámetro  $d_{mas}$  (cálculo sin fluencia)**

El parámetro  $d_{mas}$ , como se ha visto en el apartado anterior, indica que se produce fisuración por tracción, representa el área fisurada dividida entre el área total.



**Figure 36: Deformación principal si (cálculo sin fluencia)**

El tamaño máximo de ancho de fisura aquí sería, por lo tanto:

$$\text{Ancho de fisura} = 5.0459 \cdot 10^{-5} \cdot 1.2504 \cdot 96.154 = 0.00607\text{mm} \quad (170)$$

Como se ha visto anteriormente, la normativa trata, además de la fluencia básica, la fluencia por secado. En este caso, en el centro del cubípedo, esta diferenciación es irrelevante, porque no se va a llegar a secar, pero, en la periferia, esto si puede llegar a convertirse en un inconveniente.

## 6. CONCLUSIONES

En la presente tesina se ha estudiado la influencia de ciertas condiciones iniciales y de contorno en la respuesta térmica y tensional de una estructura masiva de hormigón. El estudio realizado nos permite concluir que:

- Se ha centrado el estudio en una estructura masiva de hormigón, un cubípedo. Se trata de un elemento prefabricado de hormigón en masa utilizado en la construcción de mantos principales de diques en talud y en la protección de márgenes de ríos, resiste la acción del oleaje principalmente por gravedad y fricción lateral.

- Cuentan con importantes ventajas con respecto al bloque cúbico tradicional como su gran robustez y resistencia estructural, al tiempo que corrige sus desventajas impidiendo el adoquinamiento y aumentando la fricción con la capa inferior. A ello se le suma la sencillez en su fabricación, manipulación, colocación y almacenaje, el ahorro de materiales y costes que supone su empleo y la reducción de la huella ecológica.
- El modelo acoplado termo-químico-mecánico presentado en este trabajo para el comportamiento del hormigón a temprana edad, permite la simulación de los fenómenos de hidratación, envejecimiento, daño y fluencia y proporciona una buena solución al problema propuesto, de manera que nos permite alcanzar una buena estimación de la influencia de los diferentes fenómenos que afectan la respuesta térmica y mecánica.
- Esta respuesta termo-mecánica a edades tempranas es una cuestión clave en el diseño de los cubípodos. Especialmente en el centro de los mismos, debido al calor liberado por la hidratación del hormigón (reacción exotérmica), la temperatura puede alcanzar valores demasiado elevados y dañar el hormigón ya endurecido por la formación de fisuras asociadas a altas tensiones.
- En cuanto a la respuesta térmica, el modelo permite utilizar una variación sinusoidal de la temperatura exterior pero como no se dispone de información de los valores máximos y mínimos medios mensuales se ha adoptado una temperatura constante. Por esta razón, en los puntos correspondientes con la superficie exterior del cubípedo existe un mayor error e incertidumbre. Esta exposición ambiental a la que se encuentra sometida la estructura conduce a una compleja respuesta térmica en la que aparece un estado térmico inestable, esto se traduce en la aparición de unas tensiones térmicas que, unidas a la variación de volumen sufrida por el material, puede provocar daños y fisuración.
- El hormigón una vez colocado aumenta su temperatura como consecuencia del calor de hidratación del cemento. Ese calor se disipa con el hormigón ya endurecido, el endurecimiento del hormigón es un proceso que se inicia con el fraguado inicial, cuando la mezcla pierde su plasticidad. Se denomina fraguado final al estado en el cual la consistencia ya ha alcanzado un valor muy apreciable. Una vez alcanzada la temperatura máxima, el cubípedo se va enfriando de la superficie hacia el centro, lo que provoca que se produzcan tensiones de tracción

en la superficie al inicio del proceso y posteriormente aparezcan tracciones en el interior. Esta evolución de las tensiones, con los puntos exteriores mucho más traccionados inicialmente, es la culpable de que aparezcan fisuras en la parte exterior del cubípedo.

- Al aumentar la deformación por fluencia, la tensión disminuye, la fluencia ejerce un importante efecto de relajación de las tensiones, lo que queda demostrado al realizar un cálculo en el que no se tiene en cuenta la deformación por fluencia y observar como el valor de las tensiones se dispara. El modelo utilizado sólo tiene en cuenta la fluencia básica y no tiene en cuenta la fluencia por secado, lo que tendría cierta influencia en la superficie exterior.
- El hormigón utilizado es un HM-30/B/20/I+Qb+E, con un cemento Portland con escoria de alto horno, CEM III/A 42.5N SR. Como se observa en (Darquennes, Staquet, Delplancke-Ogletree, & Espion, 2011) los hormigones hechos con cementos con escoria de alto horno tienen un comportamiento de retracción complicado. Estos se fisuran más tarde que los hormigones hechos con cemento Portland a pesar de que están caracterizados por valores de retracción mayores. Este comportamiento se debe principalmente a la expansión de su matriz de cemento a temprana edad por su mayor capacidad para relajar tensiones internas. Por ello se realiza un estudio con tres valores de retracción autógena. A raíz de este estudio se observa que al aumentar el coeficiente de retracción el tamaño de las fisuras disminuye, pero esta disminución no se considera relevante ya que eran suficientemente pequeñas para el valor de retracción inicial de  $50 \cdot 10^{-6}$ .

## 7. REFERENCIAS

- ACI. (1987). Mass concrete. *ACI manual of concrete practice, ACI 207.1R-87*. American Concrete Institute.
- Acker, P. (1988). Comportement mécanique du béton: Apports de l'approche physico-chimique. *Raport de recherche N. 152, Laboratoire Ponts et Chaussées, Paris (in French)*.
- Acker, P. (1997). Dispositif d'étude de la cinétique d'hydratation des bétons par calorimétrie isotherme. *Bull. liaison Laboratoire Ponts et Chaussées, Paris, 210*, 31–40.

- Alexanderson, J. (1972). Strength losses on heat cured concrete, Handl. No. 43. Swedish Cement and Concrete Research Institute: 135 pp.
- Altoubat, S. A. (2000). Early age stresses and creep-shrinkage interaction of restrained concrete. *PhD thesis*. University of Illinois at Urbana-Champaign, Civil and Environmental Engineering, Urbana, Illinois, USA.
- Auperin, M. (1989). Shrinkage and creep in certain high performance concrete for use in site. *Technical report, Bouygues Research Department*.
- Avrami, M. (1939). Kinetics of phase change. I. *Journal of Chemical Physics* 7, 1103-1112.
- Baudeau, P. (1995). Comportement rhéologique du béton frais sous différents chemins de sollicitation. *Materials and Structures* 28(183), 545-549.
- Bažant, Z. P. (1988). *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete, 1 edn*. John Wiley and Sons Ltd.
- Bažant, Z. P., & Chern, J. C. (1985). Triple power law for concrete creep. *Journal of Engineering Mechanics* 111(1), 63-83.
- Bažant, Z. P., & Prasannan, S. (1989a). Solidification theory for concrete creep. I: Formulation. *Journal of Engineering Mechanics* 115(8), 1691-1703.
- Bažant, Z. P., & Prasannan, S. (1989b). Solidification theory for concrete creep. II: Verification and application. *Journal of Engineering Mechanics* 115(8), 1691-1703.
- Bažant, Z. P., Hauggaard, A. B., & Baweja, S. (1997). Microprestress-solidification theory for concrete creep. II: Algorithm and verification. *Journal of Engineering Mechanics* 123(11), 1195-1201.
- Bažant, Z. P., Hauggaard, A. B., Baweja, S., & Ulm, F.-J. (1997). Microprestress solidification theory for concrete creep. i: Aging and drying effects. *Journal of Engineering Mechanics* 123(11), 1188-1194.
- Benboudjema, F., Pont, G. S., Delaplace, A., Heinrich, D. S., Hájková, V. Š., Azenha, M., & Troyan, V. (2016). TU1404 Cost Action. *Materials, Systems and Structures in Civil Engineering*. Lyngby, Denmark.

- Bentz, D. P., Waller, V., & de Larrard, F. (1998). Prediction of adiabatic temperature rise in conventional and high-performance concretes using a 3-d microstructural model. *Cement and Concrete Res.*, 28(2), 285-297.
- Bjøntegaard, Ø., & Sellevold, E. J. (2001). Scientific reports - interaction between thermal dilation and autogenous deformation in high performance concrete. *Materials and Structures* 34(239), 266-272.
- Bland, C., Poole, A., & Patel, H. (1994). The microstructure of concrete cured at elevated temperatures. *Proc., Inst. of Mat. Conf. on Cement and Concrete Sci.*
- Bouguerra, A. (1999). Temperature and moisture dependence on the thermal conductivity of wood-cement-based composite: experimental and theoretical analysis. *J. Phys. D: Appl. Phys* 32, 2797-2803.
- Boumiz, A., Vernet, C., & Tenoudji, F. C. (1996). Mechanical properties of cement pastes and mortars at early ages. *Advanced Cement Based Materials* 3(3{4}), 94-106.
- Brameshuber, W. (1988). Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. *PhD thesis*. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, J. Eibl & H. K. Hilsdorf.
- Byfors, J. (1980). Plain concrete at early ages, Technical report, CBI Research. Swedish Council for Building Research.
- Carine., N. J., & Lew, H. S. (2011). The Maturity Method: From Theory to Application. *Gaithersburg, MD: Building and Fire Research Laboratory*. National Institute of Standards and Technology.
- Carino, N. J. (1981). Temperature effects on the strength-maturity relation of mortar . *Tech. Rep. No. NBSSIR 81-2244*. National Bureau of Standards, Washington, D.C.
- CEB-FIP. (1990). CEB-FIP model code 1990. Comité Euro-International du Béton.
- Cervera, M., Oliver, J., & Manzoli, O. (1996). A rate-dependent isotropic damage model for the seismic evaluation of concrete dams. *Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics*, 25(9), 987-1010.

- Cervera, M., Oliver, J., & Prato, T. (1999). THERMO-CHEMO-MECHANICAL MODEL FOR CONCRETE II: DAMAGE AND CREEP. *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, 1028-1039.
- Cervera, M., Oliver, J., & Prato, T. (1999). Thermo-chemo-mechanical model for concrete. I: Hydration and aging. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 125(9), 1018-1027.
- Código Modelo. (Marzo de 2010). CEB-FIP: International Federation for Structural Concrete (fib).
- Coussy, O. (1995). *Mechanics of porous media*. Wiley, New York.
- Chaboche, J. L. (1988). Continuum damage mechanics: Part I and Part II. *J. Appl. Mech.*, 55, 59-72.
- Chengju, G. (1989). Maturity of concrete method for predicting early-stage strength. *ACI Mat. J.*, 86(4), 341–353.
- Darquennes, A., Espion, B., & Staquet, S. (2013). How to assess the hydration of slag cement concretes? *Construction and Building Materials* 40 (2013), 1012–1020.
- Darquennes, A., Staquet, S., Delplancke-Ogletree, M.-P., & Espion, B. (2011). Effect of autogenous deformation on the cracking risk of slag cement concretes. *Cement & Concrete Composites*, 368-379.
- de Schutter, G., & Taerwe, L. (1996). Degree of hydration based description of mechanical properties of early age concrete. *Mat. and Struct., Paris*, 29, 335-344.
- de Schutter, G., & Taerwe, L. (1997). Fracture energy of concrete at early ages. *Mat. and Struct., Paris*, 30, 67–71.
- EHE . (2008). *Instrucción de hormigón estructural*. Secretaría General Técnica Ministerio de Fomento.
- Emborg, M. (1989). Thermal stresses in concrete structures at early ages, 1989:73 d. *Division of Structural Engineering*. Luleå University of Technology, Luleå.
- Espinosa-Paredes, G., Garca, A., Santoyo, E., Contreras, E., & Morales, J. M. (2002). Thermal property measurement of mexican geothermal cementing systems using an experimental technique based on the jaeger method. *Applied Thermal Engineering* 22, 279-294.

- Faria, R., Oliver, J., & Cervera, M. (1998). A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures. *Int. J. Solids and Struct.*, 35(14), 1533–1558.
- Flügge, W. (1975). *Viscoelasticity, second revised edition edn.* Springer Verlag, Berlin/Heidelberg.
- Fu, X., & Chung, D. D. (1997). Effects of silica fume, latex, methylcellulose, and carbon fibers on the thermal conductivity and specific heat of cement paste. *Cement and Concrete Research* 27(12), 1799-1804.
- Ge, Z. (2005). Predicting temperature and strength development of the field concrete. Ames, Iowa.
- Gibbon, G. J., & Ballim, Y. (1998). Determination of the thermal conductivity of concrete during the early stages of hydration. *Magazine of Concrete Research* 50(3), 229-236.
- Günzler, J. (1970). Mechanische eigenschaften von jungem beton im gleitbau. *Bauplanung Beutechnik* 24(8), 372-375.
- Hansen, P. F., & Nielsen, A. (1985). Method for quick calculation of temperature differences in concrete members. *Proc., VTT Symp. 61.*
- Hansen, P., Hansen, J., Kjaer, V., & Pedersen, E. (1982). Thermal properties of hardening cementpaste. *International Conference on Concrete at Early Ages', Vol. 1.* Paris, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Hauggaard, A. B., Damkilde, L., & Hansen, P. F. (1999). Transitional thermal creep of early age concrete. *Journal of Engineering Mechanics* 125(4), 458-465.
- Hauggaard, A. B., Damkilde, L., Hansen, P. F., Hansen, J. H., Christensen, S. L., & Nielsen, A. (1997). HETEK, Control of Early Age Cracking in Concrete, Phase 3 Creep in Concrete. *The Danish Road Directorate.*
- Hauggaard-Nielsen, A. B. (1997). Mathematical Modelling and Experimental Analysis of Early Age Concrete. *PhD thesis.* Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, Denmark.
- Herholdt, A. D., Justesen, C. F., Nepper-Christensen, P., & Nielsen, A. (1985). *BetonBogen, 2 edn.* Aalborg Portland.

- Hermerschmidt, W., & Budelmann, H. (2015). Creep of early age concrete under variable stress. Institute for Building Materials, Concrete Construction and Fire Protection (iBMB), TU Braunschweig, Beethovenstr., Germany.
- Honorio, T., Bary, B., & Benboudjema, F. (2014). Evaluation of the contribution of boundary and initial conditions in the chemo-thermal analysis of a massive concrete structure. *Engineering Structures* 80, 173–188.
- Høyer, O. (1990). Betons egenskaber ved tidlig alder (state of the art), Det materialeteknologiske Udviklingsprogram, Højtkvalitetsbetoner i 90'erne. 3.1, AEC Radgivende Ingeniører A/S, Holte Midtpunkt 23-3, 2840 Holte. Reg. Nr. 63.062.
- Instrucción. (1991). Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. *MOPT (in Spanish)*.
- Jensen, O. M., & Hansen, P. F. (1995). A dilatometer for measuring autogenous deformation on hardening portland cement paste. *Materials and Structures* 28(181), 406-409.
- Jensen, O. M., & Hansen, P. F. (1996). Autogenous deformation and change of the relative humidity in silica fume modified cement paste. *ACI Materials Journal* 93(6), 539-543.
- Jensen, O. M., & Hansen, P. F. (1999). Influence of temperature on autogenous deformation and relative humidity change in hardening cement paste. *Cement and Concrete Research* 29, 567-575.
- Jensen, O. M., & Hansen, P. F. (2001a). Autogenous shrinkage and RH-change in perspective. *Cement and Concrete Research* 31(12), 1859-1865.
- Kachanov, L. M. (1958). Time of rupture process under creep conditions. *Izvestia Akademii Nauk, Otd Tech Nauk*, 8, 26-31.
- Kada, H., Lachemi, M., Petrov, N., Bonneau, O., & Aïtchin, P.-C. (2002). Determination of the coefficient of thermal expansion of high performance concrete from initial setting. *Materials and Structures* 35(245), 35-41.

- Kasai, Y. (1971). Tensile properties of early-age concrete. En *Proceedings of the 1971 International Conference on Mechanical Behavior of Materials. Vol. IV* (págs. 288-299).
- Kejin, W., Jiong, H., & Zhi, G. (2008). Task 4 Testing Iowa Portland Cement Concrete Mixtures for AASHTO Mechanistic-Empirical Pavement Design Procedure. National Concrete Pavement Technology Center.
- Khan, A. A. (1995). Concrete Properties and Thermal Stress Analysis of Members at Early Ages. Canada.
- Khan, A. A., Cook, W. D., & Denis, M. (1998). Thermal properties and transient thermal analysis of structural members during hydration. *ACI Material Journal* 95(3), 293-303.
- Khan, M. I. (2002). Factors affecting the thermal properties of concrete and applicability of its prediction models. *Building and Environment* 37, 607-614.
- Kim, J.-K., Moon, Y.-H., & Eo, S.-H. (1998). Compressive strength development of concrete with different curing time and temperature. *Cement and Concrete Res.*, 28(12), 1761–1773.
- Kjellsen, K. O. (1990). Physical and mathematical modeling of hydration and hardening Physical and mathematical modeling of hydration and hardening of portland cement concrete as a function of time and curing temperature. *PhD thesis, Div. of Build. Mat., Norwegian Institute of Technology.*
- Kjellsen, K. O., & Detwiler, R. J. (1993). Later-age strength prediction by a modified maturity model. *ACI Mat. J.*, 90(3), 220-227.
- Laplante, P., & Boulay, C. (1994). Evolution du coefficient de dilatation thermique du beton en fonction de sa maturite aux tout premiers ages. En *Materials and Structures* 27(174) (págs. 596-605).
- Lemaitre, J. (1984). How to use damage mechanics. *Nuclear Engrg. Des.*, 80, 233–245.
- Lemaitre, J., & Chaboche, J. L. (1978). Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement. *J. Méc. Appl.*, 2 (in French), 317–365.

- Löfkvist, B. (1946). Temperatureffekter i härdnande betong. *Teknisk meddelande 22*. Kungl. Vattenfallsstyrelsen. Stockholm, 195 pp.
- Mak, S. L., & Torri, K. (1995). Strength development of high strength concretes with and without silica fume under the influence of high hydration temperatures. *Cement and Concrete Res.*, 25(8), 1791-1802.
- Mazars, J., & Pijaudier-Cabot, G. (1989). Continuum damage theory: Application to concrete. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 115, 345–365.
- Nagy, A. (1997). Determination of E-modulus of young concrete with nondestructive method. *Journal of Materials In Civil Engineering 9(1)*, 15-20.
- Neville, A. M. (1981). Properties of concrete. Wiley, New York.
- Neville, A. M. (1995). *Properties of Concrete, fourth and final edition edn*. Longman Group Limited.
- Neville, A. M., & Brooks, J. J. (1990). Concrete Technology, updated edn. *Longman Scientific & Technical*.
- Neville, A. M., Dilger, W., & Brooks, J. J. (1983). *Creep of Plain and Structural Concrete, Construction Group*. London. 361 pp: Longman Group Limited.
- Nielsen, M. P. (1999b). *Limit Analysis and Concrete Plasticity, 2 edn*. London: CRC Press.
- Oliver, J. (1989). A consistent characteristic length for smeared cracking models. *Int. J. Numer. Methods in Engrg.*, 28, 461-474.
- Oluokun, F. A., Bourdette, E. G., & Deatherage, J. H. (1990). Early-age concrete strength prediction by maturity—another look. *ACI Mat. J.*, 87(6), 565–572.
- Oluokun, F. A., Burdette, E. G., & Deatherage, J. H. (1991). Elastic modulus, Poisson's ratio, and compressive strength relationships at early ages. *ACI Materials Journal 88(1)*, 3-10.
- Østergaard, L. (2003). Early-Age Fracture Mechanics And Cracking of Concrete. *Experiments and Modelling - PhD Thesis*. BYG DTU, Report R-070.
- Pantazopoulou, S. J., & Mills, R. H. (1995). Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete. *ACI Mat. J.*, 92(6), 605-616.

- Parrot, L., Geiker, M., Gutteridge, W., & Killoh, D. (1990). Monitoring portland cement hydration: Comparison of methods. *Cement and Concrete Res.*, 20(6), 919-926.
- Pickett, G. (1942). The effect of change in moisture-content of the creep of concrete under a sustained load. *Proceedings for the American Concrete Institute* 38(4), 333-355.
- Plank, A. (. (1971). Über das Verformungsverhalten jungen zementmörtels bei Druckbeanspruchung. *Betonstein-Zeitung* 37(12), 741-751.
- Plowman, J. M. (1956). Maturity and strength of concrete. *Mag. of Concrete Res.*, 8(22), 13-22.
- Rastrup, E. (1954). Heat of hydration in concrete. *Mag. of Concrete Res.*, 6(17), 2-13.
- Reinhardt, H. W., Blaauwendraad, J., & Jongedijk, J. (1982). Temperature development in concrete structures taking account of state dependent properties. *Proc., Int. Conf. of Concrete at Early Ages*.
- Riding, K. (2007). Early Age Concrete Thermal Stress Measurement and Modeling.
- Rostassy, F. S., Gustsch, A., & Laube, M. (1993). Creep and relaxation of concrete at early ages—Experiments and mathematical modelling. *Proc., 5th Int. RILEM Symp. on Creep and Shrinkage of Concrete*. H. Mang, N. Bicanic, and R. de Borst, eds., E & FN Spon, London.
- Schutter, G., & Taerwe, L. (1995). Specific heat and thermal diffusivity of hardening concrete. *Magazine of Concrete Research* 47(172), 203-208.
- Shi, C., & Day, R. L. (1993). Acceleration of strength gain of limepozzolan cements by thermal activation. *Cement and Concrete Res.*, 23(4), 824-832.
- Simó, J. C., & Ju, J. W. (1987). Strain- and stress-based continuum damage models—I,II. *Int. J. Solids and Struct.*, 23(7), 821-869.
- Tan, K., & Gjorv, O. E. (1996). Performance of concrete under different curing conditions. *Cement and Concrete Res.*, 26(3), 355-361.
- Tazawa, E., Sato, R., Sakai, E., & Miyazawa, S. (2000). Work of JCI committee on autogenous shrinkage. *Proceedings of the International RILEM workshop, Shrinkage of Concrete, Shrinkage 2000*. Rilem Publications S.A.R.L. Draft print.

- Torrenti, J. M. (1992). La résistance du béton au très jeune age (in French). *Bull. liaison Laboratoire Ponts et Chaussées*, 179, 31–41.
- Torrenti, J. M., Guénot, I., Laplante, P., Acker, P., & Larrard, F. (1994). Numerical simulation of temperatures and stresses in concrete at early ages. *Int. Conf. on Computational Modelling of Concrete Struct.* Z. P. Bazant and I. Carol, eds., Pineridge, Swansea, U.K., 559–568.
- Ulm, F. J., & Coussy, O. (1995). Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early ages. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 121(7), 785-794.
- Ulm, F. J., & Coussy, O. (1996). Strength growth as chemo-plastic hardening in early age concrete. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 122(12), 1123-1132.
- van Breugel, K. (1992a). Hysmostruc: A computer based simulation model for hydration and formation of structure in cement based materials. *Hydration and setting of cements*. A. Nonat and J. C. Mutin, eds., RILEM, Essen, Germany, 361–368.
- van Breugel, K. (1992b). Numerical simulation and microstructural development in hardening cement-based materials. *Heron*, 37(3), 1-61.
- Verbeck, G. J., & Helmuth, R. H. (1968). Structures and physical properties of cement paste. *Proc., 5th Int. Symp. on the Chem. of Cement*, 1-32.
- Viviani. (2005). *Monitoring and Modeling of Construction Materials During Hardening*. Lausanne, Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology.
- Vodák, F., Černý, R., Drchalová, J., Hošková, Š., Kapičková, O., Michalko, O., . . . Toman, J. (1997). Thermophysical properties of concrete for nuclear safety related structures. *Cement and Concrete Research* 27(3), 415-426.
- Volz, C. K., Tucker, R. L., Burns, N. H., & Lew, H. S. (1981). Maturity effects on concrete strength. *Cement and Concrete Res.*, 11(1), 41–50.
- Walker, S., & Bloem, D. L. (1958). Variations in portland cement. *Proc., ASTM*, 58, 1009–1032.
- Walker, V., de Larrard, F., & Roussel, P. (1996). Utilization of highstrength high-performance concrete. *Proc., 4th Int. Symp. RILEM, Essen, Germany*, 415–421.

- Westman, G. (1995). Basic creep and relaxation of young concrete. En *Thermal Cracking in Concrete at Early Ages, Proceedings of the International RILEM Symposium* (págs. 87-94.). London: E & FN Spon.
- Wild, S., Sabir, B. B., & Khatib, J. M. (1995). Factor influencing strength development of concrete containing silica fume. *Cement and Concrete Res.*, 25(7), 1567–1580.
- Yonekura, A., Kusaka, M., & Tanaka, S. (1988). Tensile creep of early age concrete with compressive stress history. *Cement Association of Japan Review* , 158-161.
- Young, J. F. (1997). Chemically bonded Ceramics. *Class notes for MATSE/CERE 330*. Department of Materials, Science and Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Young, J. F., Mindess, S., & Darwin, D. (2002). *Concrete, 2 edn*. Prentice Hall. 644 pp.