

Visualización de Sistemas Dinámicos a partir de un Conjunto de Muestras

Claudio Delrieux, Andrés Repetto y Gustavo Ramoscelli
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Nacional del Sur
Alem 1253 - (8000) Bahía Blanca - ARGENTINA
e-mail: claudio@acm.org, repetto@ieee.org, ramoscel@criba.edu.ar

Palabras Clave: COMPUTACIÓN GRÁFICA, VISUALIZACIÓN, SISTEMAS NO LINEALES Y CAÓTICOS.

1 Introducción

La Visualización Científica se basa en el empleo de técnicas derivadas de la Computación Gráfica para la representación de datos científicos de diverso tipo [1, 6]. Los resultados producidos no son meramente una representación cuantitativa de los datos. Lo que se busca, en cambio, es un entendimiento global de determinadas propiedades del modelo o de la simulación que los produjo [4, 5] de manera de hacer comprensible o evidente alguna característica específica de los mismos.

Los métodos gráficos han sido extensamente utilizados para el estudio y análisis de sistemas lineales y no lineales de dos o más dimensiones, especialmente para el estudio de su comportamiento dinámico en el espacio de fases [7]. En este sentido, la herramienta gráfica es de gran utilidad en la caracterización del diagrama de fases de sistemas de gran complejidad, dado que permite localizar y caracterizar los puntos fijos y trayectorias cerradas y sus estabilidades asociadas.

Cuando por una u otra razón no pueden utilizarse técnicas más convencionales para la representación gráfica de datos [9, 10], los métodos provistos por la Visualización Científica se constituyen en una excelente alternativa.

En este trabajo se reseñan algunas técnicas utilizadas con dicho propósito y se desarrollan nuevos algoritmos, para los cuales se comparan los resultados y se discuten nuevas posibilidades.

2 La Convolución de Integral Lineal (LIC)

Los métodos basados en texturas representan uniformemente el flujo vectorial al margen de los gradientes locales. Por otra parte, su cómputo es local, sencillo, y en general es posible reutilizarlo por medio de algoritmos incrementales [8,2]. La idea básica de la visualización de campos vectoriales basada en texturas consiste en efectuar una convolución local entre una textura y un segmento de trayectoria, para cada punto del mapa. Esto garantiza un muestreo uniforme del mapa y la rapidez del cómputo por medio de funciones altamente optimizadas en el procesamiento de señales.

La manera más sencilla de implementar una convolución rectilínea es utilizar un segmento de recta que pase tangente a la trayectoria en el punto de muestra. De esa manera, se utiliza una ventana de convolución con una función y ancho predeterminado (kernel), se recorre la textura a lo largo de dicho segmento efectuando la convolución, y se pinta el punto de muestra con el color resultante. En primera instancia, un recorrido rectilíneo de la textura, desde el punto de inicio hacia adelante en la dirección de la derivada, produce el efecto de “derrapar” la textura hacia adelante, lo cual puede ser deseable pero no es necesariamente lo correcto. Para tener en cuenta la dinámica local del sistema en un punto es necesario conocer parte de su historia, además de su futuro, por lo que el segmento de recta debe tener su punto medio en el lugar en el que se evalúa la derivada de la trayectoria.

Esta implementación puede ser muy eficiente, pero es esencialmente incorrecta, dado que en la medida en que el radio local de curvatura de la trayectoria es comparable o menor a la longitud de la ventana de convolución, la aproximación de la trayectoria con un segmento de recta es más errónea.

Es inmediato que esta aproximación puede ser fácilmente mejorada si en vez de efectuar la convolución a lo largo de un segmento de recta, ésta se efectúa a lo largo de la trayectoria propiamente dicha. En esto consiste el algoritmo de convolución de integral lineal (LIC) propuesto por Cabral y Leedom [2]. De esa manera se corrigen las características insatisfactorias de la convolución rectilínea.

Algunas optimizaciones a esta metodología se presentan en [3]. Así, por medio de un factor adaptativo, se consiguen mejoras que hacen tanto a la velocidad de cómputo como a la calidad de las visualizaciones.

3 La LIC basada en Interpolaciones

Los métodos hasta ahora mencionados requieren de las ecuaciones diferenciales que modelan al sistema dinámico o caótico. A menudo se dispone de ellas, pero existen variadas situaciones en las que los investigadores no poseen una representación matemática del sistema sino, más bien, un conjunto de muestras de campo. En esas circunstancias, aún más, una representación cualitativa de los datos les resultaría de gran utilidad para el análisis del comportamiento del sistema.

Para lograr esta visualización partiendo de un conjunto de muestras de las que se sabe la posición y la derivada, se recurre en primer término a algún método de triangulación. Una vez fijados los vértices de cada uno de los triángulos, se estará en condiciones de calcular mediante interpolación la derivada en cada punto interior o en la frontera de ellos. Para lograrlo se realizan, en el peor caso, tres interpolaciones sucesivas. Las dos primeras se hacen en dos de los segmentos que constituyen las aristas del triángulo, y la restante, en el segmento de recta horizontal que pasa por el punto deseado y que corta a los otros dos segmentos señalados.

Realizando una combinación de esta técnica con el método de la Convolución de Integral Lineal se logran adecuadas aproximaciones de la estructuración topológica de la evolución de las trayectorias del sistema muestreado.

4 Ejemplos y Conclusiones

Un aspecto muy importante a tener presente es que la visualización reflejará lo que se interpole, que no necesariamente será el verdadero sistema dinámico subyacente. En efecto, dependiendo del sistema que se desea estudiar, puede resultar que las muestras hayan sido demasiado escasas y, por consiguiente, no reflejen todos los cambios que resulten del sistema.

En la Figura 1(a) se aprecia este problema. En ella se puede observar la visualización que se obtiene de un sistema a partir de las muestras indicadas. Téngase presente que las muestras son ubicadas a los efectos de comprender mejor los resultados del método y que las longitudes de los vectores de las derivadas han sido normalizadas. En la Figura 1(b) se pretende mostrar que el resultado obtenido se corresponde con las interpolaciones realizadas.

Para conseguir una aproximación más valedera de este sistema se tomó luego una mayor cantidad de muestras, tal como se aprecia en la Figura 2(a). En este caso puede verse, junto con el resultado obtenido, la superposición del muestreo realizado. En esta ocasión la visualización tiene una correspondencia inmediata con el sistema que representa. Por último, en la Figura 2(b), se aprecia que dependiendo del sistema estudiado, la cantidad de muestras necesarias puede ser pequeña y aún así lograrse excelentes visualizaciones.

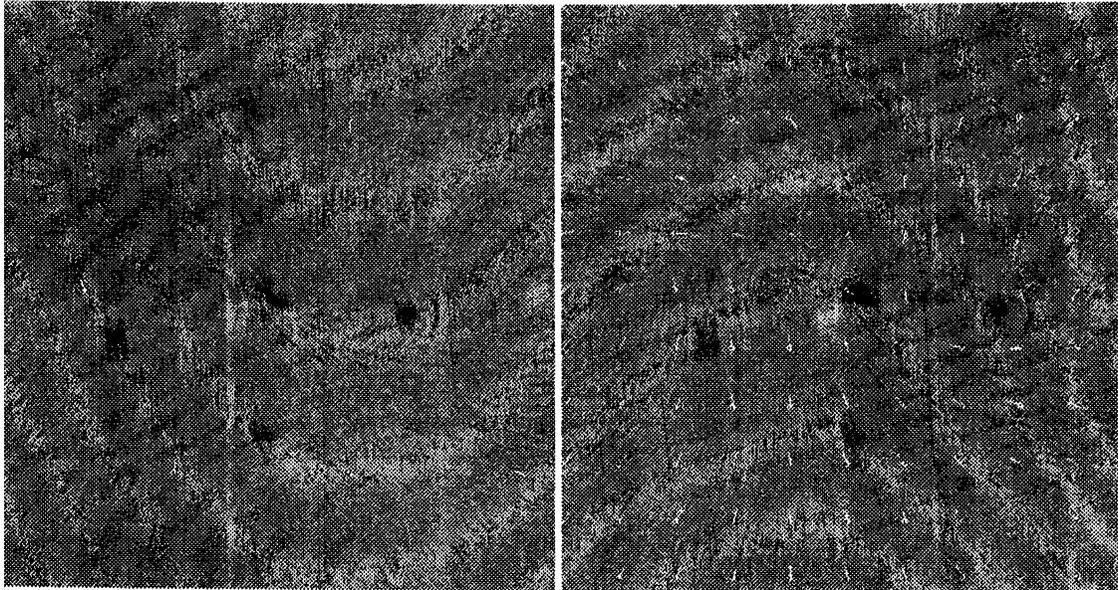


Figura 1: La visualización refleja lo que se interpola a partir de las muestras tomadas.

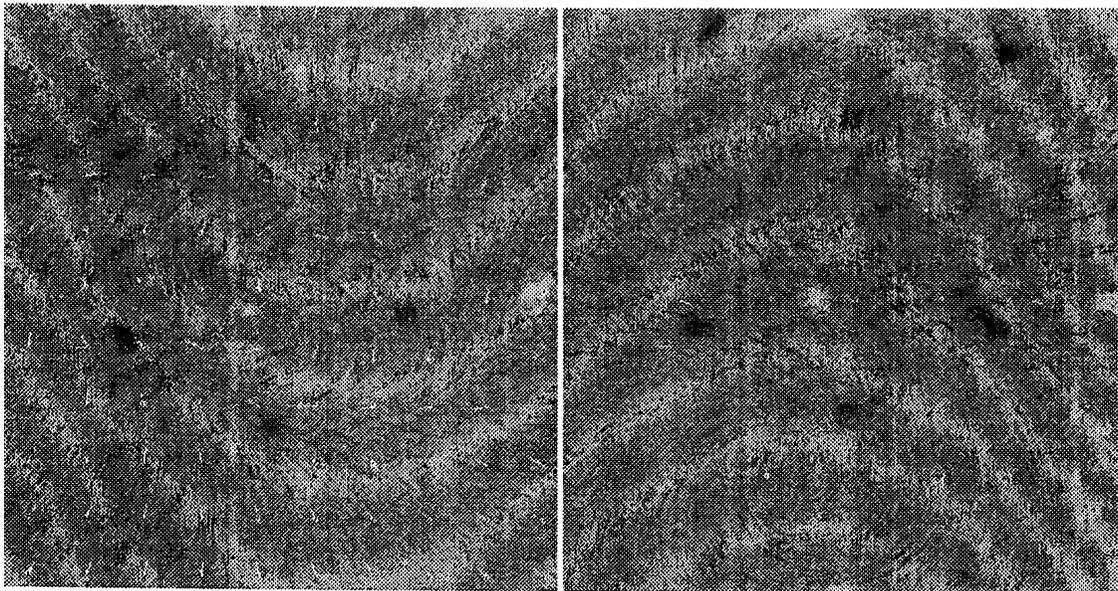


Figura 2: La cantidad de muestras necesarias para lograr una buena visualización dependerá del sistema dinámico subyacente.

Referencias

- [1] R. S. Avila, I. M. Sobierajski, and A. E. Kaufman. Towards a Comprehensive Volume Visualization System. In Visualization '92 Proceedings, pages 13-20, Los Alamitos, CA, 1992. IEEE Technical Committee on Computer Graphics, IEEE Computer Society Press.
- [2] B. Cabral and L. Leedom. Imaging Vector Fields Using Line Integral Convolution. ACM Computer Graphics (SIGGRAPH Proceedings), 25(3):263-270, 1993.
- [3] Claudio Delrieux and Andrés Repetto. Visualización de Sistemas no Lineales y Caóticos. In XXV CLEI, Conferencia del Centro Latinoamericano de Estudios en Informática, pages 241-252, Asunción del Paraguay, 1999.
- [4] R. B. Haber and D. A. McNabb. Visualization Idioms: A Conceptual Model for Scientific Visualization Systems. In G. M. Nielson and B. D. Shriver, editors, Visualization in Scientific Computing, pages 74-93. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1990.
- [5] Peter Keller and Mary Keller. Visual Cues: Practical Data Visualization. IEEE Computer Society Press, Los Vaqueritos, CA, 1990.
- [6] G. M. Nielson and B. D. Shriver. Visualization in Scientific Computing. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1990.
- [7] Stefen H. Strogatz. Nonlinear Dynamics and Chaos. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1994.
- [8] J. J. van Wijk. Spot Noise: Texture Synthesis for Data Visualization. ACM Computer Graphics, 25(4):309-318, 1991.
- [9] J. R. Wright and J. C. Hsieh. A Voxel-based, Forward-Projection Algorithm for Rendering Surface and Volumetric Data. In Visualization '92 Proceedings, pages 340-348, Los Alamitos, CA, 1992. IEEE Technical Committee on Computer Graphics, IEEE Computer Society Press.
- [10] T. S. Yoo, U. Neumann, H. Fuchs, and S. Pizer. Direct Visualization of Volume Data. IEEE Computer Graphics and Applications, 12(4): 64-71, 1992.