

## Cálculo de Dosis Absorbida en Radioterapia

José María Massa<sup>(1)</sup>, Rubén S. Wainschenker<sup>(1)</sup>, Jorge H. Doorn<sup>(1)</sup>, Eduardo Caselli<sup>(2)(3)</sup>

<sup>(1)</sup> INTIA, <sup>(2)</sup> IFAS, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Paraje Arroyo Seco, Campus Universitario (7000), Tandil, Argentina.

<sup>(3)</sup> CICPBA, Calle 526 entre 10 y 11, (1900), La Plata, Argentina

e-mail: {jmassa,rfw,jdoorn,ecaselli}@exa.unicen.edu.ar

### Resumen

La terapia de radiación es una práctica médica muy utilizada para tratamiento contra el cáncer, ya que se aprovechan los beneficios de los efectos de la radiación ionizante sobre las células para destruir tejidos tumorales. La determinación de la dosis absorbida en un medio es de suma importancia para lograr un tratamiento eficaz. Esta eficacia se aprecia por medio de dos informaciones muy relevantes: a) la energía depositada en el tumor y b) la energía irradiada sobre el tejido sano.

De todos los mecanismos para estimar la dosis absorbida, uno de los más apropiados es el cálculo utilizando un modelo matemático de la región afectada. Existen en la actualidad una gran cantidad de programas que realizan este cálculo utilizando diferentes estrategias, pero todos ellos han debido optar por alguna de las posibles variantes en el compromiso, aún no resuelto apropiadamente, entre la calidad de la estimación y el costo temporal del cálculo involucrado.

En el presente proyecto se aspira a desarrollar una estrategia de cálculo que logre resultados de calidad aceptable en tiempos compatibles con la práctica médica involucrada.

## Enfoques posibles

En general, para modelar las interacciones de la radiación con la materia con objeto de obtener la distribución de dosis absorbida existen dos estrategias: una de ellas es básicamente determinística y la otra se basa en el método de Monte Carlo.

En el transporte de radiación intervienen las siguientes variables: posición de la partícula, ángulos de incidencia, energía y tiempo. Como la posición de la partícula es un vector de tres dimensiones y los ángulos de incidencia son dos, en total son 7 dimensiones que se deben tener en cuenta.

El enfoque analítico construye el modelo mediante un sistema acopado de ecuaciones lineales de Boltzmann, que describen el comportamiento del transporte de fotones, electrones y positrones en un medio determinado. Esta técnica funciona bien en medios homogéneos a nivel macroscópico y tiene inconvenientes en las interfaces entre medios diferentes.

En los últimos años, los métodos de Monte Carlo han sido explorados como una alternativa a los métodos analíticos, si bien son más precisos tienen la limitante del tiempo de ejecución. Los algoritmos que utilizan el método de Monte Carlo tiene la ventaja de poder tratar a nivel microscópico medios distribuidos de forma compleja.

En general cuando la complejidad del problema crece, por ejemplo cuando aumenta el número de variables involucradas, los métodos de Monte Carlo logran una mejor performance en cuanto al tiempo que los métodos determinísticos. [Bielajeu2001]

En términos de complejidad computacional ocurre que el orden de los métodos determinísticos es superior al del método de Monte Carlo. En la figura 1 se puede observar el comportamiento de los métodos determinísticos versus Monte Carlo.

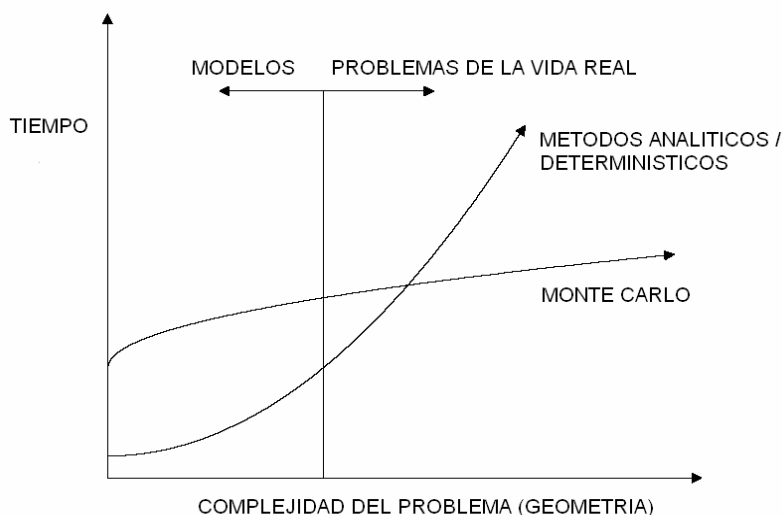


Fig. 1: Métodos determinísticos vs. Monte Carlo

## El método de Monte Carlo para el transporte de radiación

El término Monte Carlo se utiliza para hacer referencia a un método universal que utiliza información estadística con el objeto de obtener una solución a un determinado problema utilizando números aleatorios.

En lo referente al transporte de radiación, la historia de una partícula puede ser vista como una cadena de hechos aleatorios donde la partícula modifica su posición, dirección, energía, deposita energía en el medio y produce partículas secundarias.

Las ecuaciones que modelan el camino libre de las partículas y las que determinan ángulos y energías pueden ser manipuladas para obtener sus funciones de distribución acumuladas y por lo tanto utilizar números aleatorios para obtener estos datos.

Es imprescindible modelar una gran cantidad de historias para lograr un resultado coherente con la realidad de un procedimiento de irradiación.

Dependiendo de la energía de las partículas iniciales y del tipo de radiación empleada, se producirán gran cantidad de historias, ya sea de partículas iniciales o secundarias generadas durante el proceso.

Esto lleva a que debemos realizar gran cantidad de cálculos para cada interacción y además se utilizarán grandes cantidades de números aleatorios para modelar estas interacciones.

A modo de ejemplo, una corrida típica de Monte Carlo para modelar un total de  $1.3 \cdot 10^8$  historias toma alrededor de dos días y medio con una PC de última generación. [Stankovi]

## Optimizaciones propuestas para el método de Monte Carlo

Tomando en cuenta los aspectos presentados en la sección anterior, sugerimos que se podría reducir considerablemente los tiempos de cálculo concentrando los esfuerzos de optimización en tres aspectos principales: optimización de utilización de números aleatorios, estrategias de precálculo y simplificaciones por simulación condensada.

### Utilización de números aleatorios

Básicamente existen dos formas de obtener números o dígitos aleatorios o "pseudo" aleatorios: La primera de ellas es disponer de una tabla de dígitos aleatorios previamente generados por un método que puede ser la lectura de alguna magnitud física como por ejemplo una fuente de

ruido blanco o también por una ruleta manual o electrónica. Otra manera de obtener números “pseudo” aleatorios es generarlos mediante un algoritmo en una computadora.

Sea cual fuere el método de generación los números aleatorios deben cumplir con una serie de propiedades para que sean confiables a la hora de utilizarlos en un algoritmo de Monte Carlo. Entre los testeos más adecuados se encuentran: testeo de frecuencia de cada dígito, testeo de manos de poker (comparación entre valor esperado y valor obtenido de una determinada combinación de dígitos) y testeo de serialización para buscar si existe una asociación entre dígitos.

En el modelado de una historia, uno de los aspectos que más números aleatorios consume es lo que se conoce como funciones de rechazo. Estas funciones de rechazo se colocan para tener en cuenta que el camino libre efectivo de una partícula depende de las secciones eficaces de los elementos involucrados y de los ángulos de incidencia de las partículas. En otras palabras, antes que una partícula efectivamente interactúe con un elemento del medio, hubo varias “posibles interacciones” desde el punto de vista de la sección eficaz de este, pero que son inviables desde el punto de vista del ángulo de incidencia.

En la figura 2, se observan las cantidades promedio de números aleatorios para el cálculo de la interacción incoherente (Compton) con fotones de energía  $E$  para Aluminio, Plata y Oro. [Penelope2003]

$E$ (eV)	Al	Ag	Au
$10^3$	16.6	11.9	13.4
$10^4$	11.0	11.4	11.5
$10^5$	9.5	9.8	10.0
$10^6$	8.2	8.2	8.3
$10^7$	7.5	7.5	7.5

Fig. 2: Números aleatorios promedio para el cálculo de interacción Compton para fotones

En este trabajo se propone una estrategia para reducir el consumo de números aleatorios estudiando las relaciones entre los números aleatorios utilizados para las ecuaciones y los números utilizados para las funciones de rechazo.

Por ejemplo en la interacción fotoeléctrica de fotones, un fotón de energía  $E$  es absorbido por el átomo destino que pasa a un estado excitado emitiendo un fotoelectrón con energía  $E_e$  y ángulo polar  $\theta_e$ . Un esquema de la interacción fotoeléctrica se puede observar en la figura 3.

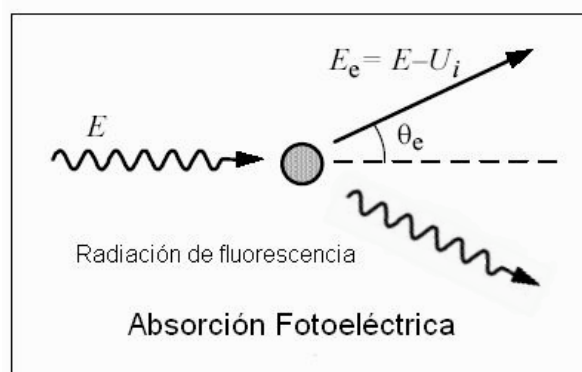


Fig. 3: Interacción Fotoeléctrica de un fotón con energía  $E$

A continuación se presenta un algoritmo básico y las fórmulas involucradas para el cálculo del ángulo  $\theta_e$ :

- i) Generar un número aleatorio  $\xi_1$
- ii) Generar  $v$  de  $\pi(v)$ .
- iii) Generar un número aleatorio  $\xi_2$
- iv) Si  $\xi_2 * g(0) > g(v)$  volver al paso i)
- v)  $\cos \theta_e = 1 - v$

$$\text{Donde: } \pi(v) = \frac{A(A+2)^2}{2} \frac{v}{(A+v)^3} \quad A = \frac{1}{\beta} - 1 \quad \beta = \frac{\sqrt{E_e(E_e + 2m_e c^2)}}{E_e + m_e c^2}$$

$$v = \frac{2A}{(A+2)^2 - 4\xi_1} [2\xi_1 + (A+2)\xi_1^{1/2}] \quad \gamma = 1 + \frac{E_e}{m_e c^2}$$

$$g(v) = (2-v) \left[ \frac{1}{A+v} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma-1)(\gamma-2) \right]$$

Siendo:  $E_e$  la energía del fotoelectrón,  $m_e$  la masa del electrón y  $c$  la velocidad de la luz.

El algoritmo anterior es la estrategia clásica de los algoritmos de Monte Carlo para el cálculo del ángulo polar del fotoelectrón emitido. El paso iv) es la función de rechazo de Monte Carlo y necesita de la generación del número aleatorio  $\xi_2$  para la comprobación. Con el objeto de reducir la cantidad de números utilizados se relacionaron los números  $\xi_1$  y  $\xi_2$  para calcular uno en función de otro. Esto lleva a la expresión:

$$\xi_2 > \frac{g(v)}{g(0)} = \frac{(2-v) \left[ \frac{1}{A+v} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma-1)(\gamma-2) \right]}{2 \left[ \frac{1}{A} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma-1)(\gamma-2) \right]}$$

Como  $\xi_2$  depende de  $\xi_1$  y de  $E_e$ , se planifica construir una tabla de doble entrada con los valores apropiados de  $\xi_2$  por lo que se aspira a un ahorro de un número aleatorio en el cálculo del ángulo  $\theta_e$ . Si se tiene en cuenta que para una irradiación de  $10^8$  fotones suele haber típicamente  $2.2 * 10^6$  interacciones Compton, se reducen notablemente los números aleatorios utilizados y por lo tanto el espacio de almacenamiento dedicado a ellos en el caso de optar por una estrategia de mantener una tabla de números o por el contrario si se opta por un generador de números mediante un algoritmo, se esta reduciendo el tiempo dedicado al cálculo de números.

El algoritmo consistiría en la generación de un solo número  $\xi_1$  y junto con la energía  $E_e$  del fotoelectrón se calcula el número  $\xi_2$  que se utilizará en la función de rechazo.

Se han realizado pruebas con diversos conjuntos de números aleatorios, con el objeto de comenzar con un conjunto de números que cumplan con los testeos presentados al comienzo de esta sección, se decidió utilizar un conjunto de un millón de dígitos aleatorios generados por la empresa Rand Corporation. [Rand1955]

Un aspecto muy importante a tener en cuenta a la hora de utilizar tablas es la forma de recorrido empleado con el objeto de obtener la mayor cantidad posible de números distintos del mismo conjunto de un millón de dígitos aleatorios. Para lograr esto se implementó un sistema de recorrido basado en pasos, en el cual se utilizan 999997 dígitos del millón y se van leyendo secuencialmente con un paso relacionado a la precisión necesitada para el cálculo. Debe notarse que 999997 es primo relativo con todos los pasos que se planifique utilizar.

## Conclusiones

Teniendo en cuenta que con los resultados preliminares obtenidos se ha logrado reducir considerablemente la cantidad de números aleatorios utilizados para una interacción, se puede argumentar que también se reducirá la cantidad de números aleatorios utilizados en total, ya que la mayoría de las interacciones que se dan entre fotones y electrones con la materia poseen funciones de rechazo potencialmente optimizables con la misma estrategia.

Otro aspecto muy importante a la hora de la optimización es la estrategia de precálculo. Debido a que las ecuaciones que describen el recorrido y las interacciones de las partículas deben utilizarse una y otra vez pudiéndose almacenar en tablas los resultados precalculados de distancias, ángulos y energías para cada uno de los parámetros de entrada, es decir para cada número aleatorio, energía de la partícula incidente, etc.

Además deben tenerse en cuenta otros aspectos como por ejemplo la plataforma donde se va a ejecutar el sistema, así también como aspectos de la configuración de hardware relacionados con el acceso a disco y utilización del procesador.

## Bibliografía:

[**Bielajeu2001**] Bielajeu, Alex F. 2001. “Fundamentals of the Monte Carlo method for neutral and charged particle transport”.

[**Penelope2003**] Salvat F., Fernández Varea J., Sempau J. 2003. “PENELOPE – A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport”.

[**Rand1955**] RAND Corporation. 1955. “A Million Random Digits with 100000 Normal Deviates”.

[**Stankovi**] Stankovi J, Lali D, Ili “Different Modelling of Electron Transport In Monte Carlo Dose Calculation In Radiation Therapy”

[**Bliznakova**] Bliznakova K., Kolitsi Z., Pallikarakis N. 2003. “A Monte Carlo based radiotherapy simulator”.

[**Turner85**] Turner J. E., Wright H. A., Hamm R. 1985. “A Monte Carlo Primer For Health Physicists”.

[**Rogers D.**] Rogers D., 2002, “Monte Carlo Techniques in Radiotherapy”

[**Foppiano F.**] Foppiano F, Guatelli S, Moscicki J, Pia M., 2003, “Distributed Processing, Monte Carlo and CT Interface For Medical Treatment planning”.

[**Börger**] Börger C., “Complexity of Monte Carlo and deterministic dose calculation methods”.