LA TÉCNICA DE LOS PALIGLOBOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS

Myrian Luz Ricaldi Echevarria, Isabel Zoraida Torres Céspedes
Colegio de la Inmaculada, Jesuitas - Lima. (Perú)
Colegio Peruano Norteamericano Abraham Lincoln. (Perú)
myrianluz@hotmail.com; isabeltz50@hotmail.com

Palabras clave: patrones, estrella icosaédrica, situaciones didácticas
Key words: patterns, icosahedral star, didactic situations

RESUMEN

Una de las necesidades de la educación matemática es usar material concreto para visualizar y comprender mejor las relaciones que se presentan en la geometría. La presente propuesta tiene por objetivo construir la estrella icosaédrica basada en la composición de los cinco sólidos platónicos a través de la técnica de los paliglobos. Al mismo tiempo, se propone analizar las relaciones encontradas y buscar patrones matemáticos. En este marco, la modelización se considera una herramienta de representación de situaciones o relaciones del objeto geométrico construido que permite establecer generalizaciones. El marco teórico que justifica la propuesta corresponde a la teoría de las situaciones didácticas y el enfoque de investigación es cualitativo.

ABSTRACT

One of the needs of mathematics education is to use concrete material to visualize and better understand the relationships that arise in geometry. This proposal aims to build the icosahedral star based on the composition of the five Platonic solids through paliglobos technique. At the same time, we propose to analyze the relationships found and look for mathematical patterns. In this context, modeling is considered a tool for representing situations or relationships of the built geometric object that allows making generalizations. The theoretical framework that justifies the proposal corresponds to the theory of didactic situations and research approach is qualitative.

Marco teórico

La realización de la actividad tuvo como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1999). Esta teoría analiza el sistema didáctico formado por el profesor, el saber y el alumno. Las situaciones didácticas son un conjunto de relaciones explícita o implícitamente establecidas entre uno o varios estudiantes, un entorno de aprendizaje (que puede incluir instrumentos de matemática) y un profesor reunidos con la finalidad de construir un conocimiento. Según Brousseau (1999), una situación didáctica es considerada como una situación problema que necesita una adaptación por parte del sujeto, una respuesta del alumno.

En consecuencia, cuando se habla de una situación didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor, estudiante y medio didáctico, donde se manifiesta directa o indirectamente la voluntad de enseñar. Por otro lado, una situación es a-didáctica cuando el maestro logra que el alumno asuma el problema planteado como propio y empiece un proceso de búsqueda autónomo, es decir, sin la intervención del profesor. Toda situación didáctica debe tener como objetivo generar una situación a- didáctica.

A continuación describiremos los principales procesos de la Teoría de Situaciones Didácticas:

Acción, consiste en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Formulación, consiste en un trabajo de grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias para la construcción del conocimiento. Validación, consiste en poner a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Institucionalización, tienen por finalidad dar un Status oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase.

La Teoría de Situaciones Didácticas, constituye una teoría de la enseñanza que busca las condiciones para la generación de los conocimientos matemáticos bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea. Esta producción supone establecer nuevas relaciones, trasformar y reorganizar otras, e implica la validación según las normas y los procedimientos aceptados por la comunidad matemática, tanto de estos conocimientos como de las relaciones y formas de representación que se utilizan. (Sadovsky, 2005).

En el caso de la propuesta del taller de paliglobos se partió de la siguiente situación didáctica:

Construir el octaedro, el tetraedro y el hexaedro a través de la técnica de unión de los paliglobos con el hilo de pescar. Teniendo en cuenta que deben construirse uno dentro del otro. Cabe mencionar que previo al desarrollo de esta situación los estudiantes ya habían construido los poliedros platónicos con plantillas.

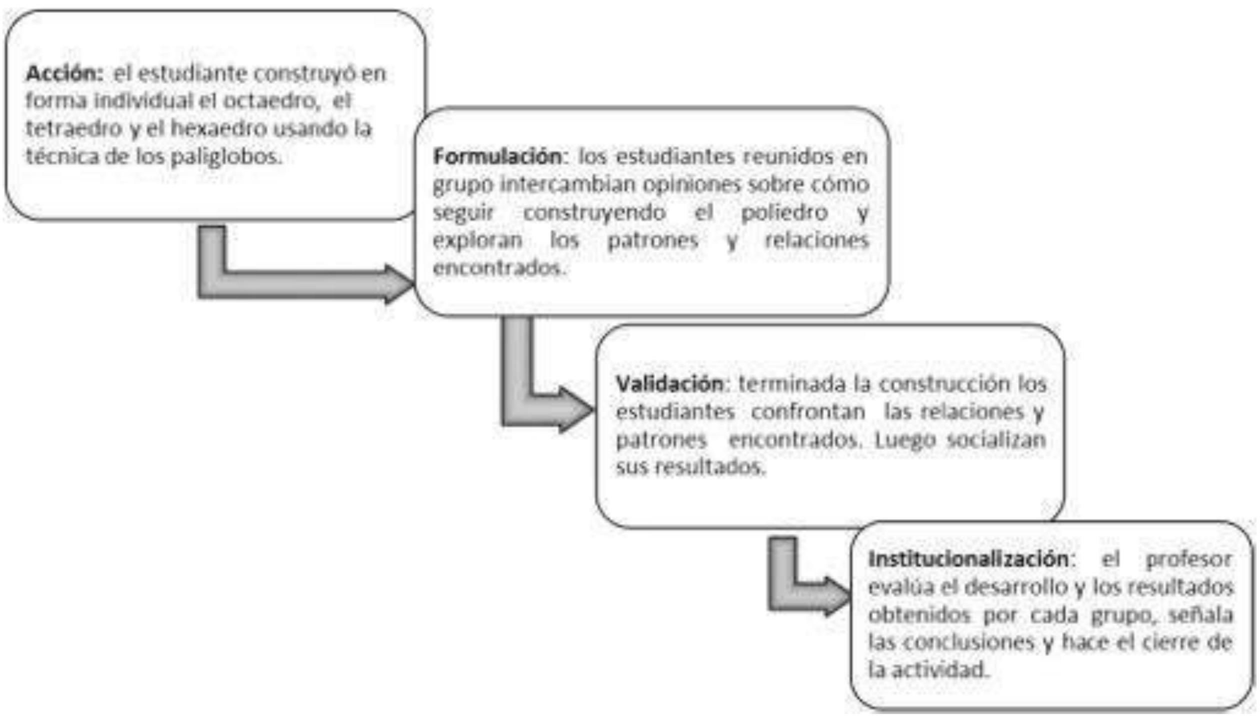
Luego del ejercicio y práctica en la construcción se planteó la siguiente situación adidáctica:

Completar la construcción anterior con un dodecaedro, estrellas sobre cada una de sus caras, un icosaedro también estrellas sobre cada una de las caras de este último. Se precisa que este sólido era desconocido por los estudiantes; sin embargo, su construcción fue muy motivadora y por la gran mayoría asumida como un reto personal.

Metodología

La metodología asumida en la propuesta contemplo los cuatro procesos que señala Brousseau (citado por Avila, 2001) en la Teoría de Situaciones Didácticas.

Figura 1. Procesos de la Teoría de Situaciones Didácticas.



El omnipoliedro y la estrella icosaédrica

El omnipoliedro es un poliedro compuesto por los cinco poliedros regulares. Tiene en el interior el octaedro, seguido del tetraedro, hexaedro, dodecaedro y por último, el icosaedro. El icosaedro puede inscribirse en un octaedro de dimensiones mayores al primero, y así volveríamos a iniciar el ciclo de sólidos platónicos.

La estrella icosaédrica es un poliedro compuesto que tiene en el interior los cinco sólidos platónicos y dos estrellas poliédricas. Consta del octaedro, seguido del tetraedro, hexaedro, dodecaedro, estrella dodecaédrica, el icosaedro y por último, la estrella icosaédrica.

Figura 2. Omnipoliedro.

Figura 3. Estrella icosaédrica.

El proceso de construcción de la estrella icosaédrica

Cada uno de los estudiantes recibió una ficha con los datos que se muestran en la tabla siguiente. Además se organizaron en grupos para trabajar de manera colaborativa. Se les solicitó: tijeras, reglas graduadas, hilo de pescar de 0,4mm y paliglobos de diferentes colores.

Tabla 1. Medidas y cantidad de paliglobos necesarios para la construcción de poliedros.

Sólido	Caras	Vértices	Aristas	LARGO	N.° cañas
Tetraedro	4	4	6	**10,4 cm**	2
Octaedro	8	6	12	**5 cm**	2
Hexaedro	6	8	12	**7,7 cm**	3
Dodecaedro	12	20	30	**5 cm**	5
Estrella dodecaédrica	60	24	60	**7,7 cm**	15
Icosaedro	20	12	30	**13,1 cm**	15
Estrella icosaédrica	60	40	60	**13,1 cm**	30

Durante la construcción se deducían algunas relaciones, tales como:

- El hexaedro no es un sólido rígido.
- El teorema de Pitágoras: la arista del tetraedro es diagonal de una de las caras del hexaedro. También la arista del hexaedro es diagonal de la cara del dodecaedro.
- Cada vértice del octaedro es el punto medio de la arista del tetraedro
- Los vértices del tetraedro sean vértices alternos del hexaedro.
- Los vértices del octaedro se sitúan en los centros de las caras del hexaedro, lo que indica que el hexaedro y el octaedro son poliedros duales.

A continuación algunas fotografías de los estudiantes participantes:

Figura 3. Estudiantes durante la construcción de la estrella icosaédrica.

El tetraedro de Sierpinski

También se propuso la actividad de construcción y análisis de algunos patrones matemáticos encontrados en el tetraedro de Sierpinski.

Número de tetraedros de n divisiones en su punto medio:

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	3	.....	n
Número de tetraedros	1	4	16	64		

Suponiendo que la arista inicial del tetraedro mide 16 cm completa las siguientes tablas:

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	.....	n
Longitud de la arista del tetraedro	16	8	4		

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	......	n
Suma de las longitudes de las aristas					

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	...	n
AREA DE LA ENÉSIMA CARA					

A continuación algunas fotografías de los estudiantes participantes:

Figura 4. Estudiantes durante la construcción del tetraedro de Sierpinski

■ Opiniones y comentarios de los estudiantes

¿Qué te gustó más construir la estrella icosaédrica o el tetraedro de Sierpinski?

El tetraedro de Sierpinski --------→ 60%
La estrella icosaédrica-------------→ 40%

¿Qué fue lo que más te gustó de la actividad propuesta?
Que en clase de matemática hagamos algo diferente.
Juntar todos los tetraedros para formar uno grande.

Me ayudó a entender mejor la geometría, y también me facilitó conectarme más con el tema.

¿Qué fue lo que menos te gustó?
Cortar los paliglobos con la medida exacta.
Lo que implica el armado, se necesita bastante paciencia para formar las figuras. También el dolor que se genera al amarrar los paliglobos.
Algunos momentos de la construcción donde no conseguía unir las piezas y tenía que hacer las cosas de nuevo.

¿Qué aprendiste?
Encontrar fórmulas para facilitar la construcción.
Conocí y construí nuevos sólidos.
Como con cosas tan simples como paliglobos se puede armar algo tan grande e interesante.
Con los recursos utilizados, ¿aprendiste mejor? ¿Por qué crees que aprendiste mejor?
Sí porque es algo que me motiva y una forma diferente de aprender y fácil de comprender.
Sí porque yo aprendo mejor cuando el trabajo me gusta, yo me divertí mucho al hacerla.
Aprendí mejor a relacionar las figuras geométricas, creo que el manipularlo fue mejor que sólo verlo en papel.

¿Te gustó que se incluya este tipo de actividades?
Sí, porque creo que es algo que todos podemos hacer bien, no habrían problemas de aprendizaje y nadie tendría baja nota.
Si ya que hace que las matemáticas sean más divertidas.
Si yo creo que es una manera diferente de adquirir conocimiento de una forma práctica.

¿Tienes alguna sugerencia para mejorar la actividad?
Sería mejor si todos llevan sus paliglobos y su hilo. Además, podríamos hacer figuras cada vez más difíciles.
Creo que el tiempo de construcción debió ser mayor y así prestar atención a los detalles.
Yo creo que está bien ir a otro ambiente como el comedor del colegio.

Conclusiones

La actividad priorizó la experiencia de los estudiantes quienes observaron, imaginaron y aprendieron. Al mismo tiempo, permitió un acercamiento a la matemática en un contexto lúdico y divertido. Favoreció el trabajo en equipo y la participación activa del estudiante, lo cual estimuló la reflexión y el análisis. Por otro lado, se propició el desarrollo de habilidades vinculadas a la comunicación y a la comprensión de ideas y nociones matemáticas.

En un contexto matemático, el uso de la modelación matemática en geometría resultó ser una experiencia favorable para el entendimiento de nociones geométricas por parte de los estudiantes, haciendo que adquieran una actitud positiva hacia las tareas que se plantearon.

El resolver problemas previos de patrones matemáticos en series aritméticas de primer y segundo orden permitió que los estudiantes generalicen y representen las diversas relaciones en el tetraedro de Sierpinski.

Desde un punto de vista socio cultural la actividad permitió que los alumnos integren, comprendan conocimientos y aprendan a enfrentarse a problemas sin la intervención directa del profesor. En este escenario el uso del material concreto fue importante pues permitió diferenciar mejor entre lo que es área lateral y total de los poliedros regulares que se formaban.

Referencias bibliográficas

Avila, A. (2001). *El maestro y el contrato en la teoría Brousseauniana*. México: Editorial Iberoamérica.

Brousseau G. (1999). Educación y didáctica de las matemáticas. En *Educación Matemática*. México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Alagia, H., Bressan, A y Sadovsky, P. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.