

## UNA EXPERIENCIA CON DOCENTES SOBRE EL TEMA FUNCION CUADRÁTICA

**María Rosa Rodríguez Benítez, Sonia Bibiana Benítez**

Fac. de Cs Económicas. (Argentina)

Fac. de Cs Naturales. UNT. (Argentina)

mrrodriguez@face.unt.edu.ar, soniabenitez2001@hotmail.com

**Palabras claves:** análisis didáctico, función y ecuación cuadrática

**Key words:** didactic analysis, function and quadratic equation

### RESUMEN

Una tarea compleja de los docentes del nivel medio es intentar cambios en los modelos tradicionales de enseñanza. Con este fin se implementó un Aula-taller dirigido a docentes interesados en nuevas estrategias de enseñanza. La experiencia se inició con un problema cuyo objetivo fue construir el concepto de función cuadrática. Se utilizaron estrategias participativas, derivadas de la concepción del trabajo grupal como una forma de resolver problemas. La participación de los docentes fue muy buena y demostró gran capacidad para experimentar nuevos tratamientos al tema considerado. Pensamos que estas experiencias nos permitirán avanzar para diseñar mejores estrategias de enseñanza.

### ABSTRACT

A complex task of high school teachers is to try to change the traditional teaching models. With that objective, a classroom workshop aimed at teachers interested in new teaching strategies was implemented. The experience began with a problem whose objective was to build the concept of quadratic function. Participate strategies derived from the conception of the group in work were used as a way of solving problems. The teacher's participation was very good and showed great capacity to experiment new treatments in the theme considered. We believe that these experiences will permit us to advance in the design of better teaching strategies.

## ■ Introducción

Intentar cambios en los modelos tradicionales de la enseñanza de la Matemática es una tarea que se vuelve muy compleja y se observa gran resistencia a dichos cambios. Es necesario implementar una Didáctica transformadora de tradiciones Pedagógicas rutinarias, lo que implica que el docente debe reflexionar sobre sus prácticas, interiorizarse sobre los resultados de nuevas investigaciones educativas, analizar y debatir sus resultados. Comparar metodologías antiguas con las actuales, permitirá lograr nuevas construcciones metodológicas con resultados positivos, fomentando el aprendizaje significativo.

Las verdaderas transformaciones en Educación Matemática comienzan en las aulas y los docentes deben ser generadores de experiencias y conocimientos. Con este fin se implementó y desarrolló un Aula-Taller sobre el tema Función Cuadrática dirigido a docentes de Matemática del nivel medio de la Provincia de Tucumán, Argentina; interesados en nuevas estrategias de enseñanza, para luego transmitirlo a sus educandos. Estas estrategias que consisten en discusiones, análisis, comparaciones, etc. les facilitarían la resolución de problemas. Todas, actividades mentales que colaboran en la construcción, aprehensión y aplicación de nuevos conceptos.

La clave del éxito de la aplicación de tales metodologías de enseñanza se encuentra en el diseño, programación, elaboración y realización de los contenidos del tema considerado. Las estrategias de enseñanza deben ser diseñadas de tal manera que estimulen a los estudiantes a observar, analizar, opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por sí mismos.

Una variable didáctica es un elemento de la situación didáctica que puede modificarse y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución usadas por el alumno. O sea, son las que el profesor modifica para lograr un cambio de estrategia de aprendizaje para llegar al saber matemático deseado. Aquellos elementos de la situación sobre los que se actúa pueden provocar adaptaciones y aprendizajes (Brousseau, 1994).

La experiencia se inició con la presentación de un problema que se complejiza a través de la variable didáctica, con el objetivo de construir el concepto de Función Cuadrática, continuando con el análisis comparativo de distintas estrategias para el estudio de las transformaciones (traslación, compresión, estiramiento) de la parábola y finalizó con una secuencia de actividades, ordenadas gradualmente según las dificultades; tendiendo a la resolución de la ecuación de segundo grado.

Todas estas instancias fueron acompañadas por el debate y la reflexión crítica. Se utilizaron diferentes estrategias participativas a nivel áulico, derivadas de la concepción del trabajo grupal como una forma de resolver problemas. Al inicio de cada encuentro se recurrió a la estrategia grupal “Lluvia de Ideas” que permite indagar acerca de lo que un grupo conoce sobre un determinado tema, aclarar concepciones erróneas, resolver problemas, desarrollar la creatividad, obtener conclusiones grupales y propiciar una alta participación de los alumnos (Pimienta Prieto, 2012). También, se fomentó en distintos momentos el trabajo individual, con el propósito de provocar procesos inferenciales, donde los participantes experimenten que el “HACER” es una tarea intelectual personal.

Los objetivos del Aula-taller fueron analizar estrategias innovadoras para la enseñanza de la Función Cuadrática y de la Ecuación Cuadrática y reflexionar críticamente las prácticas docentes habituales

mediante el debate constructivo. Estos objetivos se desarrollaron en el marco de una "Ingeniería didáctica", herramienta a la que recurre el profesor para producir conocimiento (Artigue, 1998).

### ■ Desarrollo del aula-taller

Los temas involucrados en la experiencia consistieron en la formulación de una propuesta didáctica para la construcción del concepto de Función Cuadrática, continuando con diversas actividades para el análisis gráfico de la función y el tratamiento de distintas estrategias para el estudio de las transformaciones de traslación, compresión y estiramiento de la parábola. Luego se analizaron los logros y las dificultades de la situación didáctica para llegar a la propuesta didáctica, la construcción del concepto de Ecuación Cuadrática.

Las **Consignas** fueron:

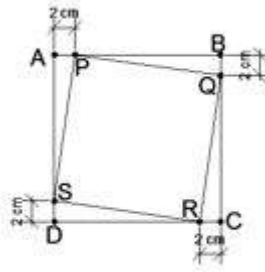
1. Lea en forma individual las actividades del "Trabajo práctico N° 1"
2. Realicen, en forma grupal, un análisis didáctico del "Trabajo práctico N° 1":
  - a) Anticipen los procedimientos que realizarían los alumnos para resolver los problemas, incluyendo los erróneos y los acertados.
  - b) Enuncien los conocimientos previos que los alumnos deben poseer para resolver la secuencia de problemas.
  - c) Identifiquen los conocimientos a los que apuntan los problemas.
  - d) ¿En qué marcos aparece el concepto?
  - e) ¿En qué curso aplicarían la propuesta? ¿Cómo organizarían el grupo de alumnos? ¿Cómo sería la gestión de la clase? ¿Qué podría hacer peligrar la propuesta y qué acciones permitirían superar el inconveniente? ¿Cuál sería la intervención del docente? ¿Cómo se realizarían las validaciones de las actividades desarrolladas por los alumnos?
3. Puesta en común de la actividad anterior.
4. Lea en forma individual las actividades del "Trabajo práctico N° 2".
5. Realicen en forma grupal un análisis comparativo de las dos propuestas anteriores. Para ello tenga en cuenta: el rol del alumno, el rol del docente, conocimientos previos requeridos, recursos didácticos necesarios, otros.
6. Puesta en común de la actividad anterior.
7. Lea en forma individual las actividades del "Trabajo práctico N° 3".
8. Realicen en forma grupal el análisis didáctico del "Trabajo práctico N° 3".
9. Puesta en común de la actividad anterior.
10. Consideraciones generales de la propuesta a cargo de los profesores del Aula-Taller.

Las actividades consistieron en:

#### Trabajo práctico n° 1

- 1 – a) Dado el cuadrado ABCD de 20 cm de lado y cuatro puntos P, Q, R y S ubicados según el gráfico; encuentre el área del cuadrado PQRS.
- b) Calcule el área del cuadrado PQRS considerando en cada caso las distintas distancias de los puntos P, Q, R y S a sus respectivos vértices: 5 cm; 7 cm; 13 cm; 15 cm y 18 cm.
- c) Determine la distancia de los puntos P, Q, R y S a sus respectivos vértices para obtener el área mínima.

d) Encuentre una fórmula del área del cuadrado PQRS cuando la distancia a los vértices es  $x$ .



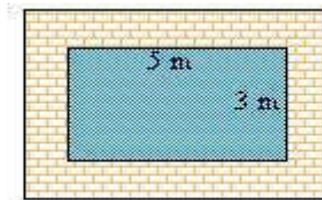
2 – a) Con los resultados obtenidos en el problema 1 construya una tabla de valores, ordenando en forma creciente los valores de la variable independiente.

b) Grafique en un sistema de coordenadas cartesianas y responda las siguientes preguntas:

- i) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable independiente?
- ii) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable dependiente?
- iii) ¿Se pueden unir los puntos del gráfico con una curva? ¿Por qué?

3 – (Opcional). En un estanque rectangular de  $5 \times 3 \text{ m}^2$  se quiere construir un camino en su contorno, con el ancho constante en su alrededor:

- a) Si  $x$  es el ancho ¿Cuál será el área  $A$  del camino?
- b) Calcule los valores de  $A$  y construye una tabla cuando  $x$  es 0, 1, 2, 3 y 4.
- c) Grafique en un sistema de coordenadas cartesianas.
- d) Si el área del camino es de  $30 \text{ m}^2$ , averigüe su ancho  $x$ .
- e) ¿Para qué valor de  $x$  es  $A = 100$ ?



4 – (Opcional). El director de un teatro estima que si cobra U\$S 30 por localidad, podría contar con 500 espectadores y que cada descuento de U\$S 1 le supondría 100 personas más. Calcule las ganancias obtenidas en función del descuento en el precio.

| Descuento U\$S  | 0       | 1                  | 2                  | $x$                |
|-----------------|---------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Precio          | 30      | 30-1               | 30-2               | 30-x               |
| Nº espectadores | 500     | 500+100.1          | 500+100.2          | 500+ 100x          |
| Ingresos        | 30 .500 | (30-1)·(500+100.1) | (30-2)·(500+100.2) | (30-x)·(500+100.x) |

**Trabajo práctico nº 2**

1 – Represente gráficamente en un sistema coordenado la función  $y = x^2$

2 – Del gráfico indique: i) Eje de simetría ii) Coordenadas del vértice iii) Abertura de la curva

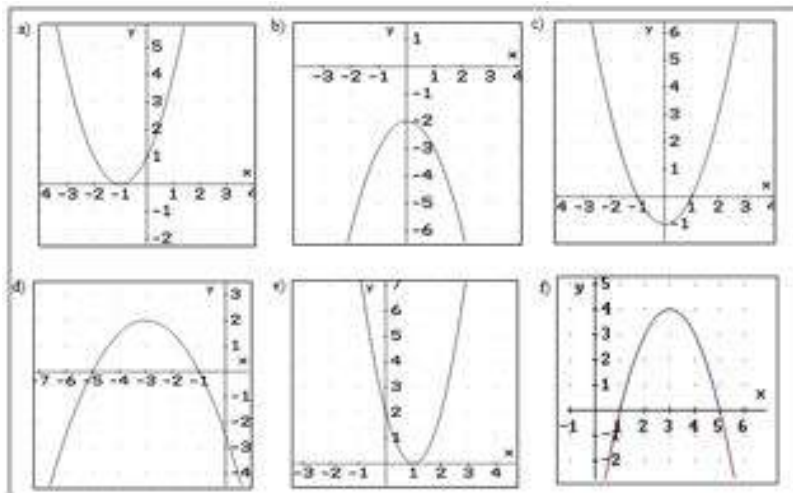
3 – Detalle las similitudes y diferencias al comparar los gráficos de:  
 $y = x^2$  con  $\text{Área}(x) = 2x^2 - 40x + 400$

4 – Modifique y grafique la función  $y = x^2$  para que la parábola:

- a) Quede abierta hacia abajo.
- b) La curva sea más cerrada
- c) La curva sea más abierta.
- d) Se desplace 2 unidades hacia arriba.
- e) Se desplace 3 unidades hacia abajo.
- f) Se desplace 1 unidad hacia la izquierda.
- g) Se desplace 2 unidades hacia la derecha.

5 – Para cada uno de los siguientes gráficos

- i) Escriba las coordenadas del vértice e indique si es “más abierta”, “más cerrada” o “igual” a la parábola base.
- iii) Exprese la función  $y = f(x)$  que corresponde a cada uno de los gráficos.
- iv) Determine, si existen, el o los valores de  $x_1$  y/o  $x_2$  donde el gráfico corta al eje  $x$ .



6 - ¿Qué relación existe entre los ceros de las funciones y el valor de la abscisa del vértice?

7.- Complete el siguiente cuadro:

| PARÁBOLA                 | Abierta hacia arriba/abajo | Coordenadas del vértice | Abertura según la parábola base | Unidades de Desplazamiento hacia arriba, abajo, derecha e izquierda |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|---|
| $y = (x - 1)^2$          |                            |                         |                                 |   |
| $y = -(x - 3)^2$         |                            |                         |                                 |   |
| $y = 1/4 x^2 + 23$       |                            |                         |                                 |   |
| $y = -x^2 - 1$           |                            |                         |                                 |   |
| $y = 20x - 27x + 4$      |                            |                         |                                 |   |
| $y = (x + 1)^2 - 3$      |                            |                         |                                 |   |
| $y = -2(x + 2)^2$        |                            |                         |                                 |   |
| $y = -(x - 1)^2 + 1$     |                            |                         |                                 |   |
| $y = 0.5 x^2 - 2$        |                            |                         |                                 |   |
| $y = 0.3x - 0.25x^2 - 2$ |                            |                         |                                 |   |

8 - Grafique y obtenga la función cuadrática:

- a) El vértice es  $V(-4, 0)$  se abre hacia arriba y pasa por el punto  $P(-3, 1)$ .
- b) El punto de menor ordenada es  $(2, -3)$  y pasa por  $P(1, 2)$
- c) El punto de mayor ordenada es  $(-2, 4)$  y  $|a| = 1/2$
- d) Corta al eje  $x$  en  $-1$  y en  $3$ . El menor valor de  $y$  es  $-4$ .

**Trabajo práctico nº 3**

1. – a) Encuentre el polinomio correspondiente a la ecuación canónica:

- i)  $y = (x + 3)^2 - 9$
- ii)  $y = (x - 2/3)^2 - 4/9$
- iii)  $y = (x + 5/2)^2 - 25/4$
- iv)  $y = (x + 1)^2 + 3$
- v)  $y = (x - 3)^2 - 1$
- vi)  $y = (x + 2/3)^2 - 1/3$

b) ¿Cuáles de los gráficos pasan por el origen? (no confeccione el gráfico)

2. – En las funciones cuyos gráficos pasan por el origen indique:

- a) La característica que tiene la fórmula cuadrática polinómica.
- b) La característica que tiene la fórmula cuadrática canónica.

3 – a) Encuentre la fórmula canónica correspondiente:

- i)  $y = x^2 + 4x$
- ii)  $y = x^2 - 6x$
- iii)  $y = x^2 - 9x$
- iv)  $y = x^2 + 8x$
- v)  $y = x^2 - 5x$

b) Determine las coordenadas del vértice de la parábola.

4 – a) Encuentra  $h$  y  $k$  para que  $y = x^2 + bx$  se exprese como  $y = (x - h)^2 + k$ .

- b) Escriba las coordenadas del vértice de la parábola
- c) De qué otra forma podría encontrar la ordenada del vértice?

5 – a) Escriba en forma canónica las siguientes funciones:

i)  $y = x^2 + 2x - 1$       ii)  $y = x^2 + 2x + 5$       iii)  $y = x^2 - 8x + 3/2$

b) Encuentre  $h$  y  $k$  para que  $y = x^2 + bx + c$  se exprese como  $y = (x - h)^2 + k$ .

6 – a) Escribe las siguientes funciones en la forma canónica:

i)  $Y = 3x^2 + 6x - 3$       b)  $y = 2x^2 - 5x + 3$

b) Encuentre  $h$  y  $k$  para que  $y = ax^2 + bx + c$  con  $a \neq 0$  se exprese  $y = a(x - h)^2 + k$ 

c) Escribe las coordenadas del vértice e indique la concavidad de la curva.

7. – Dada la función cuadrática  $y = 2x^2 - 10x + 8$ 

- a) Exprese en forma canónica.
- b) Escribe las coordenadas del vértice.
- c) Encuentre los ceros de la función
- d) Grafique en un sistema coordenado cartesiano.

8. – Del problema del área del cuadrado  $\text{Área}(x) = 2x^2 - 40x + 400$  ¿Cuánto tiene que valer  $x$  para que el área sea 200?

9. – Determine una fórmula que le permita resolver la Ecuación Cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con} \quad a \neq 0$$

## ■ Conclusiones

En esta experiencia se vieron beneficiados algunos docentes del nivel medio de la provincia de Tucumán, que tuvieron la posibilidad de participar del aula-taller donde se discutió el diseño de un actual modelo de enseñanza del tema Función Cuadrática fundamentado en nuevos conceptos pedagógicos.

La participación de los docentes fue muy buena y demostraron gran disposición para experimentar nuevos tratamientos del tema. Además, utilizaron correctamente las diversas herramientas algebraicas en la resolución de las distintas actividades propuestas.

Al finalizar el Aula-Taller se logró que los docentes tomen contacto con una Ingeniería Didáctica para la construcción de un concepto matemático abordado por los alumnos. Además, consideraron la necesidad de superar las metodologías rutinarias tradicionales y adquieran conceptos básicos sobre Ingeniería Didáctica aplicada al tema Función Cuadrática.

El taller contribuyó a procesos más generales, como favorecer un cambio positivo sobre la forma de enseñar Matemática con respecto a las viejas metodologías.

Estas experiencias nos muestran la necesidad de continuar las capacitaciones dirigidas a los docentes del nivel medio que profundicen en otros contenidos matemáticos.

Pensamos que estas experiencias nos permitirán avanzar en nuestros estudios para diseñar mejores estrategias de enseñanza de un aspecto de gran complejidad como es la transferencia del aprendizaje. Es apropiado realizar este tipo de análisis en el contexto del tema Función Cuadrática por su riqueza y por lo apropiado que resulta en lo inherente a modelización y resolución de problemas; con importantes aplicaciones tanto en las Ciencias Naturales como en las Ciencias Económicas.

### ■ Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: GEI.
- Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro en *didáctica de la matemática*. Aportes y Reflexiones. C. Parra; I Saiz (Comp). Buenos Aires: Paidós Educador.
- Douady, R. (2011). *Relación enseñanza-aprendizaje*. Dialéctica instrumento–objeto, juego de Marcos. Cuaderno de Didáctica de la Matemática nº3. Paris: Université Paris Diderot - Paris 7. Disponible en <http://www.slideshare.net/favalenc/dialectica-douady>
- Charnay, R. (1994). Aprender por medio de la resolución de problemas en *Didáctica de la Matemática*. Aportes y Reflexiones. C. Parra; I Saiz (Comp). Buenos Aires: Paidós Educador.
- Pimienta Prieto, J. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje*. Docencia universitaria basada en competencias. México: Pearson Educación.
- Rey Genicio M. et al. (2004). Estrategias de enseñanza para la función cuadrática. En L. Díaz Moreno (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17*, 740-745. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Trujillo Martínez, C. (2012). *Estrategias de enseñanza – aprendizaje*. [En red]. Enero 2012. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos98/sobre-estrategias-de-ensenanza-aprendizaje/sobre-estrategias-de-ensenanza-aprendizaje.shtml>