

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
ACREDITACIÓN INSTITUCIONAL DE ALTA CALIDAD*II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013***DIAGNÓSTICO SOBRE ERRORES ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES QUE INGRESAN
A LA UNIVERSIDAD**

Alba Bibiana Rojas Ortigoza * Wendy Milena Loaiza Dueñas**

*UPTC, bi.al2@hotmail.com**UPTC, michiloaiza626@yahoo.es**RESUMEN**

El error algebraico es una posibilidad que se encuentra presente en los procesos de construcción y formalización de conocimientos. Esta ponencia consiste en describir, categorizar y analizar los errores algebraicos cometidos por los estudiantes que ingresan a primer semestre de la carrera de Ingeniería Electromecánica de la UPTC. Se trata de un estudio exploratorio que utiliza como instrumento una prueba diagnóstica, con ítems planeados según categorías que se adoptan de estudios sobre errores en el aprendizaje de las matemáticas, realizados por investigadores de la comunidad científica de Educación Matemática. El análisis de los resultados de dichas pruebas da como producto una nueva concepción sobre el error y algunas características que lo rodean.

ABSTRACT

The algebraic mistake is a possibility that is found present in the construction processes and knowledge building. This report describe, categorize, and analyze the algebraic mistake committed by the students that begin first semester of electromechanical engineering of the UPTC , It is exploratory study that use as technique a evaluation for diagnose, in it there are item that were planned according to the category that was adopted of studies about the mistake in the mathematics learning, studies made by researchers of the scientific community of Mathematic Education. The analysis of the test results give as product a new conception about the mistake and any characteristics that are around.

PALABRAS CLAVE: álgebra, error en matemáticas, categorías de errores.

1. INTRODUCCIÓN

Este diagnóstico se realiza en la asignatura Didáctica del Álgebra y la Geometría, perteneciente al VII semestre de la carrera de Licenciatura en Matemáticas y Estadística de la Uptc - Seccional Duitama, con el fin de identificar los errores algebraicos que cometen con más frecuencia los estudiantes que ingresan a primer semestre de Ingeniería electromecánica de la misma universidad y además contribuir por medio de este estudio a nuestra propia formación profesional. Los errores en matemáticas se encuentran en la mayoría de los alumnos, y constituyen, un elemento muy importante en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en todos los niveles del sistema educativo, es por esto, que es importante hacer un estudio de los principales errores que cometen los estudiantes, con el fin de conocerlos y tratar de buscar soluciones.

A continuación se presenta el marco teórico que orientó y sirvió de marco de referencia interpretativo en la investigación realizada; posteriormente se describe la metodología con la cual se llevó a cabo este estudio, luego el diagnóstico resultante del análisis realizado y finalmente, unas conclusiones que permiten concatenar reflexiones generadas del estudio y los referentes teóricos utilizados.

Por último, se desea que este estudio pueda dar visos del gran reto que espera a los futuros docentes de matemáticas, y llamar la atención a los actuales, para que se repiense la actividad académica que se está desarrollando y cómo se puede innovar en los procesos de enseñanza y aprendizaje, de tal modo que la educación matemática no sea tortuosa para los estudiantes.

2. MARCO TEÓRICO

Para llevar a buen término la elaboración del diagnóstico se tomaron como referentes distintos autores cuyos trabajos investigativos guiaron el desarrollo de este estudio. Se adopta la noción de error planteada por Socas (1997) quien ha realizado investigaciones sobre errores, dificultades y obstáculos en el aprendizaje del álgebra. En relación con las categorías de errores se tiene en cuenta el estudio de Saucedo (2007), Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la universidad, en un curso de Matemática Remedial Introdutorio al Álgebra, tomando a la vez, como categorías de errores específicos del álgebra las propuestas por Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987). Del Puerto, Minnard y Seminara (2004), plantean una categorización

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

basados en Radatz (1979), y analizan los errores cometidos en matemáticas por los estudiantes del nivel medio y comienzos de los niveles terciario y universitario.

A grandes rasgos, se puede decir que a nivel internacional la investigación en Didáctica del Álgebra, se ha orientado en estos últimos años al análisis de las características esenciales del pensamiento algebraico, niveles de organización y errores en la enseñanza-aprendizaje, la transición de la aritmética al álgebra, procesos específicos del pensamiento algebraico como la generalización y la modelación, y completando estas temáticas, también se encuentra la búsqueda de propuestas que mejoren día a día, la enseñanza y aprendizaje del álgebra.

El error es una posibilidad que está presente en la construcción y consolidación del conocimiento, esto se ha visto a través de la historia ya que en muchos casos se han aceptado como válidos conceptos que luego se demostró que eran erróneos, lo que quiere decir que hasta en el conocimiento científico se incurre en errores. Popper (1979, citado por Saucedo 2007), examina la cuestión ¿cuál es la fuente última del conocimiento? y a partir de allí deriva el papel que tienen los errores en la adquisición del conocimiento científico. Lakatos (1978, citado por Saucedo 2007), por su parte, apuesta a un conocimiento falible, a demostraciones siempre mejorables, a una heurística falible, a la dialéctica de plantear conjeturas que aproximen una respuesta a un problema o cuestión, a la crítica de las conjeturas mediante contraejemplos; y en otra interpretación Bachelard (1983, citado por Saucedo 2007), plantea la noción de obstáculo epistemológico para referirse a la aparición de errores en la construcción del conocimiento.

Es entonces una muestra de los antecedentes que ha tenido esta problemática de los errores en las matemáticas, ya que desde tiempo atrás se venían creando teorías y dando posibles soluciones, de los cuales se podría decir que muchas investigaciones siguieron avanzando y lo seguirán haciendo, pero nunca habrá una última palabra, se esperan muchas mejoras en el ambiente escolar y cognitivo a la hora de desarrollar el pensamiento matemático, sin embargo, los errores siempre estarán allí dando motivos de mejoramiento continuo en los docentes y sus técnicas de enseñanza y aprendizaje.

Para este diagnóstico sobre los errores en álgebra se adopta la noción de error expuesta por Socas (1997): “El error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”. Socas considera en dos grupos las causas de los errores en el aprendizaje de las matemáticas. Errores que tienen su origen en un obstáculo y errores que tienen su origen en una ausencia de significado. Estos últimos tendrían dos procedencias distintas, una relacionada con las dificultades

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013
asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos y a los procesos de pensamiento matemático, y otra, relacionada con las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Esta adopción se hace, teniendo en cuenta que, el esquema cognitivo inadecuado al que hace referencia Socas (1997), se toma como, el que se va a presentar en los estudiantes que por un lado pudieron no haber hecho una transición acertada de la aritmética al álgebra y que por otra parte, no han modificado adecuadamente las concepciones sobre los conceptos, procedimientos, sistemas de representación y demás factores que acompañan el aprendizaje del álgebra.

En esta investigación se busca centrar la atención en los errores algebraicos que cometen los estudiantes ingresantes a la universidad, según las categorizaciones de error que identificó Saucedo (2007), basada en las categorías de Movshovitz-Hadar; Zaslavsky e Inbar (1987) y son:

A. Datos mal utilizados: se incluyen aquí, los casos en que se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; se hace una lectura incorrecta del enunciado.

Ejemplo:

Una escalera doble está hecha uniendo dos escaleras de 2.10 m de largo con una soga de 70 cm atada dos escalones que se encuentran a $\frac{2}{3}$ de la parte superior y a $\frac{1}{3}$ de la parte inferior. Calcula la altura de la escalera.

Lo plantea de esta forma: $\text{Sen } 20^\circ \cdot \left(\frac{\text{Cot } x}{\text{longitud}}\right) = \frac{x}{2.10 \text{ m}}$

Se descuida dos datos dados para la solución, en este caso los 70 cm y la distancia a $\frac{2}{3}$ de la parte superior, y agrega una condición, los 20° , que no concuerda con la información dada.

B. Interpretación incorrecta del lenguaje: se incluyen aquí los casos de errores debido a una traducción errónea de conceptos o símbolos matemáticos, dados en lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto. A veces se produce, también una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa. Desconexión entre lo analítico y gráfico.

Ejemplo: “la doceava parte de un número elevado al cuadrado” = $12x^2$

Interpretación incorrecta de la expresión doceava parte de un número, $x/12$.

C. Empleo incorrecto de propiedades y definiciones: aquí se consideran los errores que se cometen por deformación de un principio, regla o definición determinada: aplicar la propiedad distributiva a

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

una operación o función no lineal; cita o escritura errónea de una definición, teorema o fórmula identificable.

Ejemplo: $(x + y)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}} + 2xy + y^{\frac{1}{3}}$

La generalización del cuadrado de un binomio, en virtud de la similitud de esta forma con respecto a una definida.

D. Errores al operar algebraicamente: sumar, restar, multiplicar, etc. Expresiones algebraicas y al transponer términos.

Ejemplo: $(x^3 - x^2) - 2x^2 + 2x + x - 1 = (-x) + x + x - 1$

No sabe operar con polinomios, resta los exponentes correspondientes a términos de distinto grado.

E. No verificación de resultados parciales o totales: se incluyen los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada; si el alumno hubiese contrastado la solución con el enunciado tal vez el error habría podido evitarse.

Ejemplo: $x^2 - 36 = (x + 36)(x - 36)$

Si se verificara el producto término a término se daría cuenta que no es equivalente

F. Errores técnicos: en esta categoría se consideran los errores de cálculo, errores al transcribir datos del temario.

Ejemplo: $2(x + 7) = 2x + 49$

Se hacen cálculos matemáticos erróneos, sabe la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma pero multiplica mal los números.

3. METODOLOGÍA

Tunja 14, 15 y 16 de Agosto de 2013

El trabajo realizado es una investigación de corte descriptivo, basado en la consulta de distintas fuentes y dirigida a mejorar los conocimientos existentes sobre el tema en cuestión. La población considerada en este estudio fue un conjunto de 24 estudiantes de primer semestre de Ingeniería Electromecánica, de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia seccional Duitama.

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

Para responder al objetivo de investigación, en primer lugar se hizo una serie de consultas bibliográficas acerca del tema errores cometidos en la enseñanza – aprendizaje del álgebra, con el fin de construir el marco teórico de referencia, haciendo énfasis en las diferentes categorías de error.

Las siguientes son las categorías de error seleccionadas para este estudio

N°	ERROR	DESCRIPCIÓN
1	DATOS MAL UTILIZADOS	Se incluyen aquí, los casos en que se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; se hace una lectura incorrecta del enunciado.
2	INTERPRETACIÓN INCORRECTA DEL LENGUAJE	En esta categoría se tienen los casos de errores debido a una traducción errónea de conceptos o símbolos matemáticos, dados en lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto. A veces se produce, también una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa. Desconexión entre lo analítico y gráfico.
3	EMPLEO INCORRECTO DE PROPIEDADES Y DEFINICIONES	Se consideran los errores que se cometen por deformación de un principio, regla o definición determinada: aplicar la propiedad distributiva a una operación o función no lineal; cita o escritura errónea de una definición, teorema o fórmula identificable.
4	ERROR AL OPERAR ALGEBRAICAMENTE	Sumar, restar, multiplicar, etc. Expresiones algebraicas y al transponer términos.
5	NO VERIFICACION DE RESULTADOS PARCIALES O TOTALES	Se incluyen los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada; si el alumno hubiese contrastado la solución con el enunciado tal vez el error habría podido evitarse.
6	ERRORES TECNICOS	En esta categoría se consideran los errores de cálculo, errores al transcribir datos del temario.

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

Con base en estas categorías se diseñó un plan de cuestionario dónde se especifica la intencionalidad de cada ítem de la prueba, y otros aspectos como: Referencia bibliográfica de cada ítem, concepto o procedimiento involucrado, objetivo, preguntas específicas sobre la intencionalidad del ítem y solución.

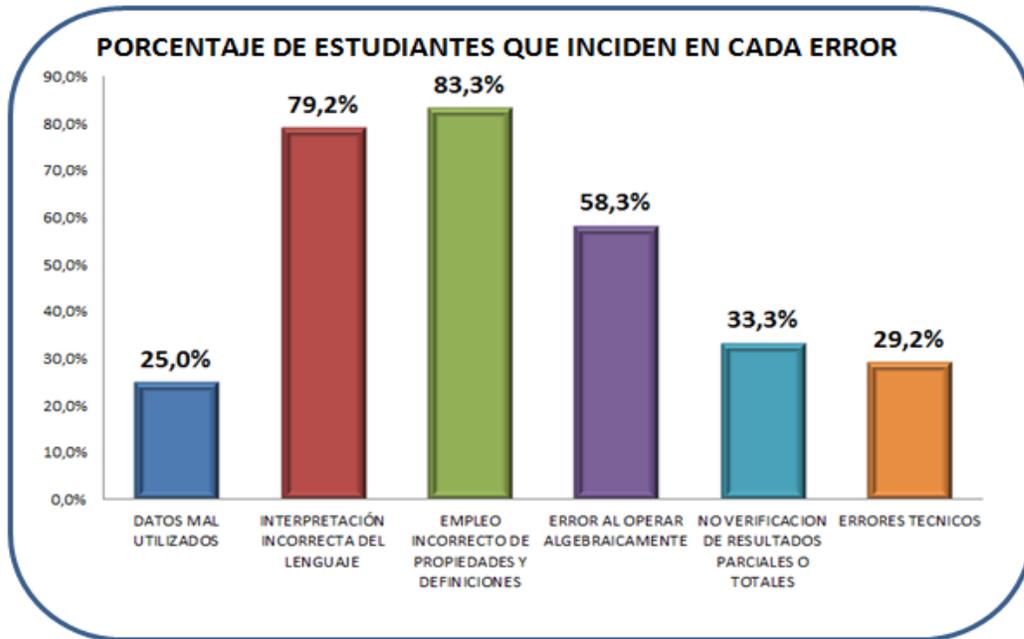
La técnica para la recolección de información fue la aplicación de una prueba diagnóstica, que implicaba la realización de procedimientos algebraicos y diferentes cálculos por parte de los estudiantes, con el fin de observar en los protocolos los errores que se cometen con más frecuencia. El instrumento que se diseñó y utilizó para la detección de falencias en el aprendizaje del algebra contiene 6 ítems, organizados así: uno de traducción del lenguaje habitual al algebraico, dos operacionales de simplificar y factorizar y finalmente tres situaciones problema.

4. EL DIAGNÓSTICO

A continuación se presenta el análisis y resultados hallados tras la aplicación de una prueba diagnóstica a 24 estudiantes y los datos generados mediante el contraste de la información obtenida de dichas pruebas frente a las categorías de errores elegidas para este estudio. Es importante resaltar aquí que la gran mayoría de los estudiantes no solucionó la prueba completa por lo que los resultados que aquí se muestran tienen cierto sesgo, ya que aunque algunos errores tengan un bajo porcentaje, la causa puede estar en el no desarrollo del ítem donde más claramente se podía observar determinada categoría. En la siguiente gráfica se observa el porcentaje de estudiantes que incidieron en cada una de las categorías de error tratadas en esta investigación.

Tunja 14, 15 y 16 de Agosto de 2013

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

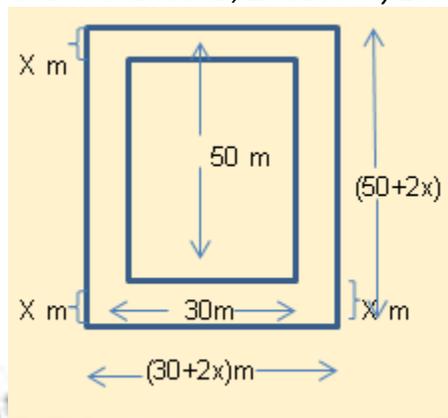


Como se puede observar el error que más comúnmente cometen los estudiantes de primer semestre de Ingeniería Electromecánica es el empleo incorrecto de propiedades y definiciones, seguido por la interpretación incorrecta del lenguaje y el error al operar algebraicamente. El error que menor incidencia presenta tiene que ver con datos mal utilizados. A continuación se analizarán los errores que se obtuvieron por cada categoría tras la aplicación de la prueba diagnóstica, tomando los casos más representativos de cada error, por ser críticos y persistentes.

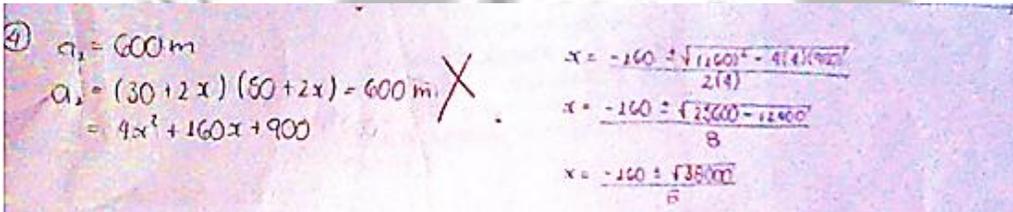
A. Datos mal utilizados

Aunque esta es la categoría que tiene menor porcentaje de ocurrencia, puede deberse a que solo unos pocos estudiantes contestaron los ítems que permitían evidenciar si se cometía este error, se formularon dos situaciones problema que permitían identificar el error, una de ellas fue: Un parque posee un jardín de flores de 50 m de largo y 30 m de ancho, y un andador de ancho constante cuya área es de 600m^2 . Calcule el ancho del andador (Adaptado de Leithold, 2008). Observe el siguiente gráfico para guiarse:

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013



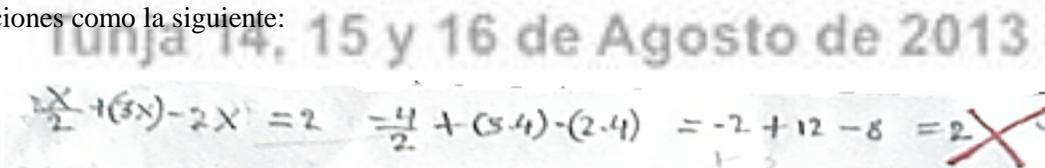
Se encontró que algunos estudiantes hacen una lectura incorrecta del enunciado y asignan a una parte de la información un significado inconsistente. Por ejemplo, interpretan que el área total es igual al área del andador; como se muestra en el siguiente protocolo:



Protocolo 1.

B. Interpretación incorrecta del lenguaje

Este es el segundo error más frecuente cometido por los estudiantes. Incurrieron en éste cuando se les pidió solucionar la pregunta ¿Cuál es la ecuación que corresponde al enunciado: “La mitad de un número x más el triplo de dicho número menos el que le precede, es igual a dos”? (Adaptado de Del Puerto, Minnard y Seminara, 2004)), con la cual se quería observar si el estudiante tenía la capacidad de pasar del lenguaje habitual al lenguaje algebraico, ante lo cual se encontraron soluciones como la siguiente:



Protocolo 2.

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

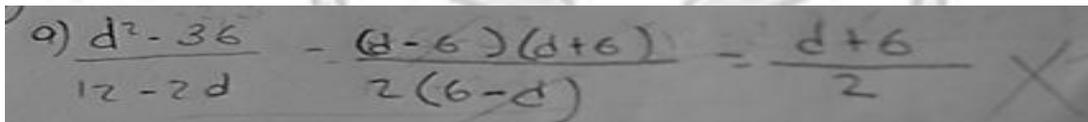
Se observa que el estudiante traduce incorrectamente de un lenguaje a otro y además da una solución numérica por ensayo y error, con unos números de los cuales no justifica su aparición sino lo que hace es buscar un número que reemplazado en la ecuación le dé la igualdad.

C. Empleo incorrecto de propiedades y definiciones

Es el tipo de error que más comúnmente cometen los estudiantes, es quizá debido a que en él se encuentran las falencias más notorias que hay al momento de realizar operaciones con expresiones algebraicas. Dentro de ésta categoría se consideran los errores asociados al mal uso de la propiedad distributiva, errores de cancelación, errores debido a falsas generalizaciones sobre números y el uso de métodos informales por parte de los estudiantes. Para su detección se emplearon dos ítems en los que se le pedía hacer uso de la factorización si es necesario, para simplificar las siguientes fracciones algebraicas: (Adaptado de Ayres, Diaz, Vázquez, 2008)

$$a) \frac{d^2 - 36}{12 - 2d};$$

Se encontró el siguiente error en forma recurrente:



$$a) \frac{d^2 - 36}{12 - 2d} = \frac{(d-6)(d+6)}{2(6-d)} = \frac{d+6}{2}$$

Protocolo 3.

El estudiante factoriza correctamente la expresión $d^2 - 36$, pero comete un error de cancelación al pensar que la expresión $d-6$ es igual a $6-d$, situación que se repite en casi todos los protocolos de los estudiantes que presentaron la prueba.

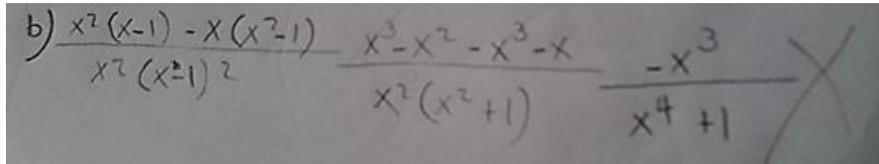
D. Error al operar algebraicamente

Esta es la tercera categoría de más incidencia de error, y se observa que muchos de los errores que aquí se cometen tienen su origen en la sobregeneralización de propiedades. Para identificar éste error se utilizaron los mismos ítems que para la categoría anterior, obteniendo casos como el siguiente: Haciendo uso de la factorización si es necesario, simplifica las siguientes fracciones algebraicas: (Adaptado de: Ayres, Diaz, Vázquez, 2008)

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

$$\frac{x^2(x-1) - x(x^2-1)}{x^2(x-1)^2}$$

Ante lo cual se encuentran soluciones como:



b) $\frac{x^2(x-1) - x(x^2-1)}{x^2(x-1)^2} = \frac{x^3 - x^2 - x^3 - x}{x^2(x^2+1)} = \frac{-x^3}{x^4+1}$

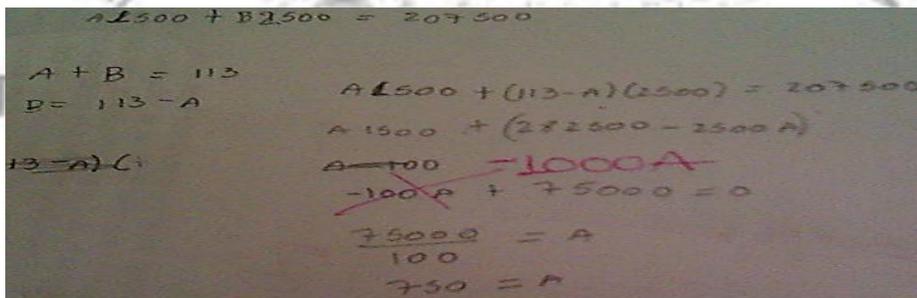
Protocolo 4.

Donde el estudiante desarrolla expresiones como $(x-1)^2$ elevando cada término al cuadrado incluyendo el signo menos, luego suma los exponentes de las expresiones $-x^2$ y $-x$ obteniendo como resultado $-x^3$ y finalmente se nota que no aplica correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma pues según parece multiplica el término por fuera del paréntesis por el primero que está dentro, pero por el segundo no.

F. Errores técnicos

Este error generalmente se da por una distracción, y se encontró en éste caso mediante la situación problema: Para el día del amor y la amistad, el periódico escolar publicó mensajes personales de dos tipos: mensajes tipo A hasta de seis palabras, con un costo de \$1500 y mensajes tipo B de 7 a 12 palabras, con un costo de \$2500, se recibieron 113 mensajes y se recaudaron \$207500 ¿Cuántos mensajes de cada tipo se publicaron? (Adaptado de Estrada, Moreno, Novoa, 2007)

De dónde se obtiene esta respuesta que muestra claramente el error de cálculo



$A1500 + B2500 = 207500$
 $A + B = 113$
 $B = 113 - A$
 $A1500 + (113 - A)2500 = 207500$
 $A1500 + (282500 - 2500A)$
 $A = 100$
 $-100A + 75000 = 0$
 $75000 = A$
 100
 $750 = A$

Protocolo 6.

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

El estudiante planteó correctamente la situación pero al momento de hacer una resta se equivoca y olvida colocar un cero, por lo cual el procedimiento de ahí en adelante ya es erróneo.

5. CONCLUSIONES

Al planear y desarrollar este estudio aproximativo sobre errores en el aprendizaje del álgebra se generan diversas reflexiones que por una parte, nos llevan a reconocer que persisten algunas de las causas de errores identificadas por Socas (1997) y por otra parte, nos induce a buscar estrategias para prevenir y corregir los errores en que reinciden los estudiantes. En relación con las posibles causas se percibe que influyen las actitudes afectivas hacia la actividad matemática, pues, al aplicarse la prueba diagnóstica sin contemplar evaluación sumativa, se refleja que algunos de los errores se debieron a la falta de motivación e interés por conseguir la solución. Si el estudiante actúa bajo la presión de una nota se observa más concentración, lo que lleva a realizar los procedimientos con mayor cuidado y a comprobar las respuestas. En relación con los errores que tiene su origen en ausencia de significado se encontró que los errores en que más incurren los estudiantes son empleo incorrecto de propiedades y definiciones e interpretación incorrecta del lenguaje.

En general, se observan diversos errores en los procedimientos algebraicos de los estudiantes de primer semestre, lo que les puede traer problemas de aprendizaje en su desarrollo académico futuro. Por lo tanto, estos resultados inducen a buscar las causas de los errores que se cometen y a proponer estrategias de solución al interior de la universidad, como la necesidad de un nivel introductorio o implementar en los programas de primeros semestres actividades de nivelación. O de otra forma, difundir estos resultados en la Educación Básica y Media, para que desde allí se generen en forma oportuna otras alternativas de solución.

En cuanto a la formación de profesores de matemáticas es importante reconocer que el conocimiento de los estudios sobre errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas hace parte del conocimiento profesional del profesor, ya que a la hora de enseñar matemáticas se debe tener en cuenta aquellos aspectos que generan más errores y dificultades y buscar las estrategias más apropiadas para la corrección de los mismos (Socas, 1997). De ahí que si los resultados obtenidos por los alumnos no son los mejores, el docente no debe desmotivarse, sino por el contrario buscar la manera de identificar dónde está el problema y caracterizarlo, de tal manera que se puedan tomar medidas al respecto.

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

Por último, se puede decir que el tema de errores en el álgebra, es un campo de investigación muy amplio, en el cual los docentes pueden desarrollar proyectos que además de ayudar a la mejora de la actividad docente, se puedan buscar soluciones a éstos problemas, fortalecer sus competencias investigativas, desarrollar en los estudiantes actitudes afectivas favorables hacia las matemáticas y promover su comprensión significativa.

AGRADECIMIENTOS.

A nuestra docente de la materia Didáctica del Álgebra y la Geometría, Ana Cecilia Medina, quien siempre ha sido una persona incondicional en nuestro proceso de formación.

REFERENCIAS.

- (1) S. Del Puerto, C. Minnard, y S. Seminara, *Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas*. Revista iberoamericana de educación. (ISSN: 1681 – 5653), 2004.
- (2) R. M. Ruano, M. Socas, M. Palarea, *Análisis y clasificación de los errores cometidos por los alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*, 2008.
- (3) G. Saucedo, *Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad*. Informe para posgrado maestría. Argentina: itinerarios educativos. Obtenido el 29 de Abril de 2013 de http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8180/.../1/.../INDI_2_2007_pag_22_43.pdf, 2007.
- (4) M. Socas, *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Martín, L. Puig, M. Sierra, M. Socas. La Educación Matemática en la Secundaria.: ice-Horsori, 1997.
- (5) L. Leithold. *Matemáticas previas al cálculo*, tercera edición, México D.F., Editorial Oxford, 2008.
- (6) F. Ayres, L.G. Diaz, Á.G. Vázquez, *Polinomios y fracciones algebraicas*, Editorial MacGraw-Hill, 2008.
- (7) G.W. Estrada, G.V. Moreno, R.F. Novoa, *Espiral 9*, Santander de Quilichao: Editorial Norma S.A., 2007.