

Trabajo Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos,
Canales y Puertos

Diseño óptimo de Múltiples Amortiguadores de
Masa Sintonizada sobre pasarelas peatonales

Autor: María Calero Moraga

Tutores: Javier Fernando Jiménez Alonso

Andrés Sáez Pérez

Dep. de Mecánica de Medios Continuos
y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Diseño óptimo de Múltiples Amortiguadores de Masa Sintonizada sobre pasarelas peatonales

Autor:

María Calero Moraga

Tutores:

Javier Fernando Jiménez Alonso

Andrés Sáez Pérez

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Máster: Diseño óptimo de Múltiples Amortiguadores de Masa Sintonizada sobre pasarelas peatonales

Autor: María Calero Moraga

Tutores: Javier Fernando Jiménez Alonso, Andrés Sáez Pérez

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

RESUMEN

El control de las vibraciones en pasarelas peatonales es un tema que, actualmente, va cobrando importancia debido a la búsqueda de una mayor esbeltez en las estructuras de nueva construcción, con la finalidad de lograr un ahorro económico. La disposición de sistemas de amortiguamiento en las pasarelas para la reducción de las vibraciones hasta unos valores admisibles, en términos de confort de los peatones, requiere un estudio detallado de los principales factores que afectan a la dinámica de la estructura y del sistema conjunto formado por estructura y TMD (*Tuned Mass Damper*), siendo este último un dispositivo de disipación de energía con una determinada masa, amortiguamiento y rigidez que queda unido a la estructura. Este estudio se hace mucho más complicado para estructuras con comportamiento no lineal, donde la asunción de ciertas hipótesis clásicas para el diseño de TMD es inviable, o en estructuras cuyas propiedades dinámicas presentan una gran variabilidad debido, por ejemplo, a la carga actuante.

Además de lo anterior, en el diseño de un TMD se debe tener en cuenta la forma del modo o modos de vibración que se ven excitados en la estructura con objeto de determinar su ubicación. En un modo de vibración con una forma modal en la que aparece un único punto de máximo valor modal o antinodo, la disposición del TMD es clara: el único punto de máximo valor modal; sin embargo, cuando la forma modal presenta varios antinodos, la disposición de un único TMD en el punto de máximo valor modal no es suficiente para paliar los problemas vibratorios, por lo que es necesario recurrir a un sistema de múltiples TMD (MTMDs) colocados estratégicamente en los diferentes antinodos del modo de vibración afectado.

En el presente TFM se ha desarrollado una metodología para el diseño optimizado de MTMDs en una estructura con comportamiento no lineal geométrico. Para ello, se ha partido del estudio de la carga peatonal y de la interacción de ésta con la estructura. Tras ello, se ha realizado un análisis teórico de la respuesta de una estructura en la que se incluye un sistema de amortiguación (con objeto de visualizar el efecto del amortiguador), así como un estudio de las diferentes metodologías para el diseño optimizado de TMD en una estructura. Dichos estudios han permitido la elaboración de una metodología que combina el Criterio de Desempeño (diseñar una estructura de acuerdo a una restricción impuesta sobre una variable de desempeño), la minimización de la masa del sistema de MTMDs dispuesto y la utilización de algoritmos genéticos para dotar de versatilidad al proceso de optimización.

La metodología desarrollada se ha validado sobre una pasarela peatonal suspendida de cables de acero situada en el municipio de Zuheros (provincia de Córdoba), cuyo modelo de cálculo numérico se ha actualizado de acuerdo a medidas de campo obtenidas mediante un ensayo de vibración ambiental. Dicha pasarela cumple con las hipótesis de comportamiento no lineal geométrico concebidas para el desarrollo de la metodología, habiéndose obtenido resultados satisfactorios tras el proceso de diseño de MTMDs, en el que se ha considerado un único modo de vibración afectado que posee tres antinodos.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	VII
ÍNDICE DE CONTENIDOS	IX
ÍNDICE DE FIGURAS	XI
ÍNDICE DE TABLAS	XVII
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Justificación y motivación del Trabajo	1
1.3 Objetivos del Trabajo	3
1.4 Metodología de Trabajo	4
1.5 Aproximación al Diseño óptimo de MTMD	5
2 ESTUDIO DE LA CARGA PEATONAL	9
2.1 Introducción	9
2.2 Características de los flujos peatonales	12
2.3 Interacción peatón – estructura	13
2.4 Modelos de carga para grupos peatonales	15
2.5 Clases de confort	19
3 REVISIÓN DE METODOLOGÍAS PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE TMD.....	21
3.1 Introducción	21
3.2 Absorbedor de vibraciones de Frahm	22
3.3 Ecuaciones del movimiento para un sistema amortiguado de 1 G.D.L con un TMD ..	26
3.4 Criterios clásicos de optimización de TMD	28
3.5 Sistema de 1 G.D.L. con TMD	30
3.6 Sistema de múltiples grados de libertad con TMD	35
3.7 Caso de Estructuras no lineales	38
4 DISEÑO DE MTMDs EN UNA ESTRUCTURA CON COMPORTAMIENTO NO LINEAL GEOMÉTRICO: CRITERIO DE DESEMPEÑO	39
4.1 Variabilidad de las frecuencias en una estructura	39
4.2 Criterio de Desempeño	40

4.3 Optimización con algoritmos genéticos	45
4.4 Algoritmo de optimización de MTMDs desarrollado	47
5 CASO DE ESTUDIO: PASARELA SUSPENDIDA EN ZUHEROS (CÓRDOBA)	49
5.1 Descripción General de la Estructura.....	49
5.2 Modelo de Cálculo Numérico	52
5.3 Ensayo de Vibración Ambiental	58
5.4 Análisis Modal Operacional.....	62
5.5 Comparación inicial de valores modales.....	65
5.6 Actualización del Modelo Numérico	66
6 DISEÑO ÓPTIMO DE MTMDs PARA EL CASO DE ESTUDIO	75
6.1 Estudio dinámico inicial de la estructura	75
6.2 Enfoque del diseño de MTMDs	85
6.3 Estudio de la variación de las frecuencias sin TMD	86
6.4 Diseño estimado mediante el criterio de Den Hartog	87
6.5 Optimización de MTMDs: Criterio de Desempeño	91
6.6 Estudio de la variación de las frecuencias con TMD	107
6.7 Función de respuesta de la estructura.....	108
7 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	113
7.1 Conclusiones sobre el trabajo realizado	113
7.2 Trabajos futuros	114
REFERENCIAS.....	119

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Disposición de un único TMD (izquierda) y de MTMDs (derecha) según la forma del modo de vibración. Fuente: Elaboración propia.....	2
Figura 1.2. Metodología de trabajo llevada a cabo. Fuente: Elaboración propia.....	5
Figura 2.1. Curvas de carga para un peatón con diferentes ritmos de paso: andando (izquierda) y corriendo (derecha). Fuente: (Sétra, 2006).....	10
Figura 2.2. Patrones de carga un peatón andando (a) y uno corriendo (b). Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).....	11
Figura 2.3. Patrón de carga lateral (izquierda) y longitudinal (derecha) para un peatón andando. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).....	11
Figura 2.4. Patrón de carga lateral (izquierda) y longitudinal (derecha) para un peatón corriendo. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).....	11
Figura 2.5. Correlación entre la densidad peatonal y la velocidad de paso. Fuente: (Butz et al., 2008).	12
Figura 2.6. Efecto de sincronización de los peatones. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	15
Figura 2.7. Coeficiente de reducción para peatones andando. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).	17
Figura 2.8. Forma de aplicación de la carga peatonal uniformemente distribuida en función de la forma del modo de vibración considerado. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).	18
Figura 2.9. Coeficiente de reducción para corredores. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	19
Figura 3.1. Absorbedor de vibraciones de Frahm. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).....	22
Figura 3.2. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD del absorbedor dinámico de Frahm. Fuente: Elaboración propia.....	25
Figura 3.3. Sistema con amortiguamiento de 1 grado de libertad con un TMD asociado. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).....	26
Figura 3.4. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD de un sistema de 1 g.d.l. sin amortiguar. Fuente: Elaboración propia.	27

Figura 3.5. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD de un sistema de 1 g.d.l. amortiguado. Fuente: Elaboración propia.	28
Figura 3.6. Factor de amplificación dinámica para un sistema de 1 g.d.l. con un TMD ($\mu = 0,20$, $q = 0,8$) y varios factores de amortiguamiento del TMD. Fuente: Elaboración propia.....	31
Figura 3.7. Comparación de valores óptimos para diferentes métodos de optimización de TMD en un sistema de 1g.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.....	32
Figura 3.8. Estudio de sensibilidad del ratio de frecuencias óptimo para un TMD en un sistema de 1 g.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.	33
Figura 3.9. Estudio de sensibilidad del factor de amortiguamiento óptimo de un TMD en un sistema de 1 g.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.	33
Figura 3.10. Efecto del amortiguamiento de la estructura con $\mu = 0,20$ y $q = 0,90$: $\xi_p = 0,01$ (izquierda) y $\xi_p = 0,10$ (derecha). Fuente: Elaboración propia.....	34
Figura 3.11. Comparación de los valores óptimos para diferentes métodos de optimización de TMD en un sistema de 1g.d.l. amortiguado (para $\mu = 0,10$). Fuente: Elaboración propia.	35
Figura 4.1. Esquema de identificación de los casos críticos de diseño para la optimización de MTMDs. Fuente: Elaboración propia.	44
Figura 4.2. Diagrama de flujo de un algoritmo genético. Fuente: Elaboración propia	46
Figura 4.3. Diagrama de flujo del algoritmo para la optimización e interacción de software. Fuente: Elaboración propia	48
Figura 5.1. Situación de la pasarela respecto al municipio de Zuheros. Fuente: (Google, 2017).	50
Figura 5.2. Alzado de la pasarela. Fuente: Elaboración propia a partir de planos elaborados por Metalhergos S.L.	50
Figura 5.3. Colocación de trámex y madera en el tablero de la pasarela. Fuente: Metalhergos S.L.	50
Figura 5.4. Vista de la pasarela desde el interior. Fuente: Elaboración propia.	51
Figura 5.5. Unión entre cables y péndolas en la parte superior. Fuente: Elaboración propia.	51
Figura 5.6. Detalle de unión entre cables y vigas de los extremos de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.	51
Figura 5.7. Elemento LINK180 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).....	54
Figura 5.8. Elemento BEAM188 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).....	54
Figura 5.9. Elemento SHELL181 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).....	54
Figura 5.10. Elemento COMBIN14 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).	55
Figura 5.11. Elemento MASS21 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).	56

Figura 5.12. Forma del modelo de elementos finitos de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.	57
Figura 5.13. Acelerómetros usados en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.....	59
Figura 5.14. Unidad central de adquisición usada en el ensayo. Fuente: Elaboración propia. ...	60
Figura 5.15. Grupo electrógeno usado en el ensayo. Fuente: Elaboración propia.	60
Figura 5.16. Esquema de los puntos de medición del ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.	61
Figura 5.17. Fotografía durante la toma de datos del setup 13 del ensayo. Fuente: Elaboración propia.....	62
Figura 5.18. Frecuencias experimentales obtenidas y rango de variación. Fuente: Elaboración propia.....	63
Figura 5.19. Representación de la matriz de sensibilidad. Fuente: Elaboración propia.	68
Figura 5.20. Diagrama de flujo del algoritmo genético para la actualización del modelo. Fuente: Elaboración propia	71
Figura 6.1. Función de distribución de frecuencias de paso peatonales. Fuente. (Heinemeyer et al., 2009).....	78
Figura 6.2. Función de amortiguamiento de Rayleigh definida. Fuente: Elaboración propia.....	80
Figura 6.3. Forma de aplicación de la carga peatonal uniformemente distribuida en función de la forma del modo de vibración considerado. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).	81
Figura 6.4. Forma de aplicación de la carga peatonal para el 2° modo de vibración vertical (afectado por el primer armónico de la carga peatonal). Fuente: Elaboración propia.....	81
Figura 6.5. Forma de aplicación de la carga peatonal para el 4° modo de vibración vertical (afectado por el segundo armónico de la carga peatonal). Fuente: Elaboración propia.	82
Figura 6.6. Nodos de referencia para el análisis de los resultados del análisis dinámico de la pasarela peatonal. Fuente: Elaboración propia.....	82
Figura 6.7. Historia de aceleración en los nodos 1 y 2 según el 2° modo de vibración vertical para el caso de carga número 5 y límite de confort mínimo según (Heinemeyer et al., 2009). Fuente: Elaboración propia.	83
Figura 6.8. Historia de aceleración en los nodos 3 y 4 según el 4° modo de vibración vertical para el caso de carga número 10 y límite de confort mínimo según (Heinemeyer et al., 2009). Fuente: Elaboración propia.	84
Figura 6.9. Valores máximos absolutos de aceleración (en m/s^2) para cada caso de carga considerado en el análisis dinámico inicial de la pasarela y límites de confort según (Heinemeyer et al., 2009) . Fuente: Elaboración propia.	85

Figura 6.10. Variación de la frecuencia de vibración de la pasarela correspondiente al 2º modo de vibración vertical con una densidad peatonal de 1 peatón/m ² sin disposición de TMD Fuente: Elaboración propia.	87
Figura 6.11. Aceleraciones máximas para el caso de 1 peatón/m ² para distintos ratios de masa. Fuente: Elaboración propia.	88
Figura 6.12. Historia de aceleración en centro de vano para el caso más desfavorable (caso 5) utilizado en la sintonización del TMD según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.....	90
Figura 6.13. Historia de aceleración en centro de vano para el caso más desfavorable (caso 5) antes y después de la disposición de MTMDs según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.	90
Figura 6.14. Historia de aceleración en centro de vano para en el caso 7 para TMD sintonizado según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.	91
Figura 6.15. Configuración de MTMDs para amortiguar el 2º modo de vibración vertical. Fuente: Elaboración propia.	92
Figura 6.16. Coeficiente de reducción para peatones andando. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).	94
Figura 6.17. Esquema de identificación de los casos críticos de diseño para la optimización de MTMDs del caso de estudio con la simplificación adoptada (en azul) y el diseño de Den Hartog (amarillo). Fuente: Elaboración propia.	96
Figura 6.18. Diagrama de flujo del algoritmo para la optimización e interacción de software para el caso de estudio. Fuente: Elaboración propia	98
Figura 6.19. Aceleraciones obtenidas en cada caso para la solución obtenida de la optimización; los primeros cinco casos se corresponden con la frecuencia original y los cinco segundos casos con la frecuencia derivada de la colocación de MTMDs en la pasarela. Fuente: Elaboración propia.....	100
Figura 6.20. Historia de aceleración para los casos de carga originales tras la inclusión de MTMDs en la pasarela en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.	101
Figura 6.21. Historia de aceleración para los casos de carga derivados tras la inclusión de MTMDs en la pasarela en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.	102
Figura 6.22. Historia de desplazamientos del TMD situado en centro de vano para el caso de carga más desfavorable (frecuencia de 1,493 Hz y densidad peatonal de 1 p/m ²). Fuente: Elaboración propia.	103
Figura 6.23. Historia de desplazamientos para los casos de carga originales tras la inclusión de MTMDs en la pasarela: pasarela (azul) y TMD (rojo) en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.....	104
Figura 6.24. Historia de desplazamientos para los casos de carga derivados tras la inclusión de MTMDs en la pasarela: pasarela (azul) y TMD (rojo) en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.....	105

Figura 6.25. Aceleraciones máximas obtenidas para cada caso de carga con un individuo que mejora la masa en un 13,2%; los primeros cinco casos se corresponden con la frecuencia original y los cinco segundos casos con la frecuencia derivada de la colocación de MTMDs en la pasarela. Fuente: Elaboración propia.	106
Figura 6.26. Variación de la frecuencia de vibración de la pasarela correspondiente al 2º modo de vibración vertical con una densidad peatonal de 1 peatón/m ² con disposición de TMD Fuente: Elaboración propia.	107
Figura 6.27. Comparación de la variación de la frecuencia de vibración de la estructura sin MTMDs (rojo) y con MTMDs (azul) en el caso más desfavorable de carga del segundo modo vertical. Fuente: Elaboración propia.	108
Figura 6.28. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 1 peatón. Fuente: Elaboración propia.	109
Figura 6.29. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 0,2 p/m ² . Fuente: Elaboración propia.	109
Figura 6.30. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 0,5 p/m ² . Fuente: Elaboración propia.	110
Figura 6.31. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 0,8 p/m ² . Fuente: Elaboración propia.	110
Figura 6.32. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 1,0 p/m ² . Fuente: Elaboración propia.	111
Figura 7.1. Variación de la forma modal del 2º modo de vibración vertical (caso para una masa añadida correspondiente a 1 peatón/m ²) tras la inclusión de MTMDs. Fuente: Elaboración propia.....	116

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Densidad de peatones ($p = \text{peatón}$). Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	14
Tabla 2.2. Clases de tráfico peatonal. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	16
Tabla 2.3. Valor de la carga introducida por el peatón en cada dirección. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	17
Tabla 2.4. Clases de confort en pasarelas. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).....	19
Tabla 5.1. Características de los materiales implementados en el modelo. Fuente: Elaboración propia.....	53
Tabla 5.2. Tipos de elementos y secciones asignados en el modelo. Fuente: Elaboración propia.	55
Tabla 5.3. Frecuencias y modos propios numéricos verticales estimados inicialmente. Fuente: Elaboración propia.	58
Tabla 5.4. Frecuencias naturales experimentales (f_{EXP}), desviación típica de las frecuencias naturales ($\sigma_{f,\text{EXP}}$), factor de amortiguamiento experimental (ξ_{EXP}), desviación típica del factor de amortiguamiento ($\sigma_{\xi,\text{EXP}}$), y modos de vibración experimentales obtenidos. Fuente: Elaboración propia.....	64
Tabla 5.5. Comparación pre-actualización entre valores experimentales y numéricos. Fuente: Elaboración propia.	65
Tabla 5.6. Valores mínimos y máximos establecidos para los parámetros de la actualización del modelo de elementos finitos. Fuente: Elaboración propia.	70
Tabla 5.7. Parámetros finales obtenidos tras la actualización del modelo. Fuente: Elaboración propia.....	72
Tabla 5.8. Comparación después de la actualización del modelo numérico entre valores experimentales (rojo) y numéricos (azul). Fuente: Elaboración propia.	73
Tabla 6.1. Frecuencias naturales de la pasarela, en Hz, para diferentes densidades peatonales. Fuente: Elaboración propia.	79
Tabla 6.2. Valores de amortiguamiento para cada frecuencia afectada. Fuente: Elaboración propia.....	81
Tabla 6.3. Valores máximos de aceleración y desplazamiento para los casos de carga que afectan al 2º modo de vibración vertical de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.	83

Tabla 6.4. Valores máximos de aceleración y desplazamiento para los casos de carga que afectan al 4° modo de vibración vertical de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.	84
Tabla 6.5. Valores máximos de aceleración en centro de vano con los MTMDs dispuestos de acuerdo a la estimación usando el criterio de Den Hartog para los modos originales. Fuente: Elaboración propia.	89
Tabla 6.6. Valores máximos de aceleración en centro de vano con los MTMDs dispuestos de acuerdo a la estimación usando el criterio de Den Hartog para los modos derivados. Fuente: Elaboración propia.	89
Tabla 6.7. Dominio de búsqueda en función de m_s , c_s y k_s . Fuente: Elaboración propia.	92
Tabla 6.8. Frecuencia de cada caso de carga crítico en Hz. Fuente: Elaboración propia.	93
Tabla 6.9. Parámetros de los MTMDs obtenidos mediante la optimización. Fuente: Elaboración propia.	99
Tabla 6.10. Variación de las frecuencias de vibración de la estructura como consecuencia de la disposición de MTMDs. Fuente: Elaboración propia.	99

1 INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

El presente documento titulado *Diseño óptimo de Múltiples Amortiguadores de Masa Sintonizada sobre pasarelas peatonales* se enmarca dentro de la normativa referente al Trabajo Fin de Máster de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla (ETSI) para la obtención de los créditos de la asignatura Trabajo Fin de Máster, y así obtener el título de Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Sevilla (Plan 2016/2017).

El departamento adjudicador del Trabajo Fin de Máster ha sido el Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la ETSI, siendo los tutores D. Javier Fernando Jiménez Alonso, profesor asociado del departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Edificación, y D. Andrés Sáez Pérez, catedrático de universidad del departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería.

1.2 JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN DEL TRABAJO

La tendencia histórica cuando se aborda el diseño y la construcción de una estructura es garantizar una resistencia, una durabilidad y un servicio adecuados, pero empleando la mínima cantidad de material posible, fundamentalmente por motivos de ahorro económico. Este concepto toma especial importancia en la construcción de puentes, estructuras concebidas para salvar luces muy elevadas en muchos casos y sometidas a fuerzas de una magnitud importante.

La reducción de la cantidad de material, y por tanto la búsqueda de una mayor esbeltez de la estructura, conllevan la pérdida inevitable de rigidez en la misma. Esta pérdida de rigidez provoca, a su vez, que la estructura posea unas frecuencias de vibración natural más reducidas, que en algunos casos pueden coincidir con las frecuencias de aplicación de las cargas y, por tanto, dar lugar a fenómenos dinámicos importantes que hay que tener en cuenta en el diseño.

La búsqueda de una mayor esbeltez alcanza su máxima expresión en pasarelas peatonales, estructuras muy esbeltas por la reducida carga a la que se ven sometidas en relación a otras estructuras, pero cuyas frecuencias naturales de vibración suelen estar dentro del rango en el que actúa típicamente la carga peatonal. Dicha carga peatonal, una carga cíclica y móvil normalmente modelizada como armónica de acuerdo a una determinada frecuencia de paso, puede dar lugar a vibraciones excesivas en la estructura, no tanto a nivel de agotamiento de la misma, sino a nivel de comodidad de los usuarios; a tal efecto, uno de los puntos desarrollados en el presente trabajo es el estudio de la carga peatonal, con objeto de caracterizar su influencia en la respuesta estructural. Ante esta situación, resulta fundamental paliar de alguna forma las vibraciones en la estructura para garantizar un buen nivel de servicio para los usuarios.

Históricamente, la reducción de vibraciones se ha conseguido con un incremento de la rigidez de la estructura; sin embargo, esto entra en conflicto con la tendencia de búsqueda de una mayor esbeltez y el consecuente ahorro económico, por lo que actualmente no suele ser la vía de actuación elegida. En este sentido aparece la posibilidad de amortiguar de forma adicional la estructura con unos dispositivos alternativos que se conectan a la misma; una de las opciones más usadas es el empleo de amortiguadores de masa sintonizada (TMD, del inglés *Tuned Mass Damper*). Estos dispositivos están caracterizados por una masa, una rigidez y un amortiguamiento, y su unión con la estructura permite la reducción de vibraciones en el sistema global a través de la disipación de energía con el movimiento del dispositivo. Este dispositivo es efectivo cuando se sitúa en las posiciones de máximo valor modal del modo vibración afectado o antinodos, por lo que si el modo de vibración posee varios antinodos es necesario recurrir a la colocación de múltiples TMD (MTMDs) en la posición de los antinodos (ver *Figura 1.1*).

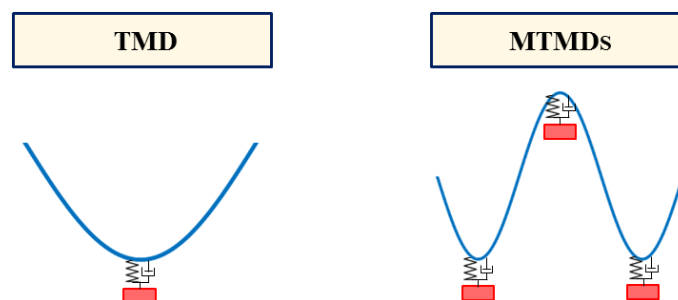


Figura 1.1. Disposición de un único TMD (izquierda) y de MTMDs (derecha) según la forma del modo de vibración. Fuente: Elaboración propia.

El estudio adecuado del funcionamiento de un TMD, así como del sistema formado por TMD o MTMDs y estructura, resulta fundamental para establecer un diseño óptimo que garantice la eficiencia del sistema de amortiguamiento implementado. Lo anterior radica en la sensibilidad del comportamiento de la estructura a una variación en los parámetros definitorios del TMD, lo que puede causar que éste se desintonice del sistema, perdiendo su eficacia y resultando inútil de acuerdo a su concepción inicial para paliar las vibraciones. En este sentido existen varias metodologías que permiten establecer unos parámetros óptimos para el TMD, si bien la mayoría están indicadas para sistemas con comportamiento lineal y, en muchos casos, adoptan simplificaciones que limitan su rango de utilización en el diseño; por ello, el estudio de estas metodologías se conforma como uno de los puntos a desarrollar inicialmente en el presente trabajo, a modo de revisión de las metodologías de diseño actuales.

Como se ha mencionado en el párrafo anterior, la mayoría de las metodologías para el diseño optimizado de TMD están concebidas para su uso en sistemas con un comportamiento lineal, en los que la superposición modal es una aproximación suficiente al fenómeno; éstos son los problemas que típicamente se han venido desarrollando hasta la actualidad, siendo su grado de avance bastante elevado. Sin embargo, existen estructuras cuyos elementos o cuyo esquema estructural completo no puede ser analizado bajo esta premisa de linealidad, por lo que la aplicación de estas metodologías puede ser puesta en entredicho. Además, el diseño se complica si existen varios modos de vibración a amortiguar y si la estructura presenta una gran variabilidad de sus propiedades dinámicas dependiendo del estado de carga.

A tal efecto, **la principal motivación y objetivo del presente trabajo** es la implementación de una metodología de optimización de MTMDs (múltiples TMDs) en un sistema estructural con un comportamiento no lineal geométrico, partiendo de estudios ya realizados al respecto y adaptando las metodologías a un caso de estudio no lineal. Con esto, se pretende realizar un avance en el desarrollo de técnicas de optimización de TMD, concretamente para el caso de estructuras con comportamiento no lineal geométrico en las que resulta necesario, por la forma del modo de vibración afectado, disponer un sistema de MTMDs. Tal es el caso de la pasarela peatonal suspendida situada en Zuheros (provincia de Córdoba) que se ha utilizado como ejemplo de aplicación de la metodología desarrollada; en esta pasarela se ha observado, además,

una gran variabilidad de las frecuencias naturales de vibración durante el episodio de carga peatonal debido al comportamiento no lineal de los cables que la sustentan.

La variabilidad en los parámetros dinámicos de una estructura debido a las condiciones ambientales y a la carga aplicada (Hu, Caetano and Cunha, 2012) es un aspecto a tener en cuenta en el diseño de los MTMDs.

1.3 OBJETIVOS DEL TRABAJO

Como ya se ha adelantado en el apartado anterior, el principal objetivo del presente trabajo es la implementación de una metodología de optimización de MTMDs en estructuras con un comportamiento no lineal geométrico en las que el modo de vibración afectado presenta varias posiciones de máximo valor modal. Como caso de aplicación práctico, se comprobará la efectividad de la metodología desarrollada sobre una pasarela peatonal real, cuyo modelo de cálculo numérico será debidamente actualizado de acuerdo a mediciones en campo para garantizar la bondad de los resultados obtenidos. Para conseguir el objetivo principal, resulta necesario establecer una serie de objetivos previos que permitan obtener los conocimientos adecuados para su realización.

En primer lugar, es básico el estudio de la carga peatonal en pasarelas con objeto de determinar, por un lado, las características y parámetros que definen a la carga y, por otro, el rango de actuación en términos de frecuencia de paso que tiene la misma, pudiendo en este último caso determinar los modos de vibración de la estructura que se ven excitados por el flujo peatonal.

En segundo lugar, es necesaria una revisión de las metodologías existentes para la optimización de TMD. Este estudio tiene su fin en dos aspectos: por un lado, el estudio de la influencia que posee la inclusión de un TMD en una estructura, pudiendo así identificar los parámetros esenciales en su diseño; y, por otro lado, el estudio de las metodologías de optimización, buscando las posibles limitaciones que puedan tener éstas en su uso para diferentes casos estructurales.

Como objetivos previos al principal, establecidos a modo de herramienta, se tienen los siguientes:

- **Estudio de la carga peatonal en pasarelas**, con objeto de conocer las características de la carga, su modelización y la posible interacción con los modos de vibración propios de la estructura.
- **Estudio del comportamiento de un TMD dentro de un sistema estructural y las metodologías existentes para la optimización de sus características**, identificando los parámetros que caracterizan su comportamiento y las limitaciones en el uso de las metodologías actuales.

Finalmente, tras la consecución de lo anterior, se persigue el **objetivo principal**:

- **Implementación de una metodología para el diseño óptimo de MTMDs en una pasarela peatonal con un comportamiento no lineal geométrico, en la que existe un modo de vibración afectado con varios antinodos**. La pasarela será previamente medida en campo para lograr una actualización adecuada del modelo numérico con el que se realizará el diseño (para asegurar la bondad de los resultados obtenidos).

1.4 METODOLOGÍA DE TRABAJO

La metodología de trabajo utilizada para la consecución de los objetivos marcados para el TFM ha sido la que se expone en el presente apartado. El documento se estructura de forma similar a la metodología implementada.

En el presente *Capítulo 1 Introducción* se ha expuesto la justificación del trabajo realizado, así como la motivación que mueve su desarrollo. Además, se han descrito los objetivos principales que se busca alcanzar con la realización del trabajo. Posteriormente, dentro de este mismo capítulo, en el *Apartado 1.5 Aproximación al Diseño óptimo de MTMD*, se aporta una aproximación al trabajo realizado, que sirve como resumen de los principales aspectos desarrollados a lo largo del mismo.

El estudio de la carga peatonal ha sido la primera tarea llevada a cabo, la cual se expone en el *Capítulo 2 Estudio de la Carga Peatonal*. Para ello se ha utilizado, fundamentalmente, la guía de recomendaciones para el diseño de pasarelas peatonales, conocida como SYNPEX (Heinemeyer et al., 2009).

Posteriormente, se ha abordado el estudio del comportamiento de sistemas estructurales con TMD asociado, aspecto que se expone en los apartados iniciales del *Capítulo 3 Revisión de Metodologías para el Diseño Óptimo de TMD*. En el mismo capítulo también se incluye una revisión de metodologías para el diseño óptimo de TMD, lo cual ha permitido identificar los parámetros más sensibles del TMD y las limitaciones de las metodologías.

Llevado a cabo lo anterior se ha estudiado el caso particular de aplicación a una estructura con comportamiento no lineal geométrico. La metodología escogida para el diseño de este caso particular, así como su justificación de elección y los parámetros y algoritmos numéricos que contempla, se describen detalladamente en el *Capítulo 4 Diseño de MTMDs en una Estructura con Comportamiento no lineal geométrico: Criterio de Desempeño*. La metodología se ha implementado en los software Matlab (versión 15b) y ANSYS (versión 16), utilizando una conexión entre ambos para la resolución del problema.

La aplicación de la metodología implementada a un caso real parte de la generación de un modelo numérico de una pasarela, el cual debe ser debidamente actualizado basándose en mediciones de campo para garantizar un diseño adecuado de los MTMDs. Las características del modelo numérico y de los ensayos y análisis que permiten su actualización se muestran en el *Capítulo 5 Caso de Estudio: pasarela suspendida en Zuheros (Córdoba)*, así como la justificación de los resultados y los parámetros de actualización obtenidos.

Basándose en el modelo numérico actualizado, la metodología de optimización de MTMDs implementada se ha aplicado al caso de estudio concreto. Los resultados obtenidos al respecto se muestran en el *Capítulo 6 Diseño Óptimo de MTMDs para el Caso de Estudio*.

Finalmente, en el *Capítulo 7 Conclusiones y Trabajos Futuros* se aportan las conclusiones obtenidas del trabajo realizado, así como posibles vías de desarrollo identificadas a lo largo del mismo en los diferentes aspectos estudiados.

Como resumen a lo expuesto en el presente apartado, las ideas y tareas clave de cada uno de los pasos de ejecución del trabajo se muestran en la *Figura 1.2*.



Figura 1.2. Metodología de trabajo llevada a cabo. Fuente: Elaboración propia.

1.5 APROXIMACIÓN AL DISEÑO ÓPTIMO DE MTMD

Cuando se aborda el estudio de los fenómenos dinámicos en una pasarela peatonal esbelta, con objeto de diseñar un sistema de amortiguamiento que reduzca las vibraciones en la misma, el estudio de la carga peatonal resulta básico para entender los problemas vibratorios. En su movimiento, un peatón introduce una fuerza en la pasarela que depende de la frecuencia de paso; a su vez, el peatón tiende a sincronizar su paso con el del resto de peatones que le rodean, especialmente si la densidad del flujo peatonal es elevada, lo que lleva a que cada peatón introduzca una fuerza con la misma fase en la estructura, pudiendo incrementar los problemas vibratorios. Pero no sólo se puede producir una sincronización entre los diferentes peatones que forman el grupo, ya que los movimientos de la estructura pueden ocasionar que éstos adapten, involuntariamente, su movimiento al de la estructura, aumentando aún más los problemas vibratorios. Ante lo expuesto, queda patente la necesidad de realizar un estudio de la interacción del peatón y la estructura, con objeto de determinar qué tipos de flujos peatonales supondrán una afección, en forma de vibraciones indeseables, a la estructura.

Identificados los problemas dinámicos que pueden aparecer en la estructura, particularizada en una pasarela peatonal en el presente TFM, el siguiente paso es determinar el sistema de amortiguamiento óptimo en la misma. En definitiva, se pretende diseñar un elemento que reduzca hasta un límite admisible las vibraciones que se producen en la pasarela: un TMD, definido por una masa, un amortiguamiento y una rigidez, y colocado en las posiciones donde se producen los máximos valores modales del modo de vibración afectado. Para ello, es fundamental estudiar el comportamiento del conjunto TMD-estructura.

Desde el pasado siglo XX se viene estudiando el fenómeno dinámico que se produce en una estructura al incluir en ella un absorbedor de vibraciones, amortiguador o TMD. Para la mayoría de casos, los estudios se centran en casos simples, generalmente de un sólo grado de libertad, pero ayudan a comprender de forma teórica el fenómeno. Uno de los primeros en estudiar el tema fue Frahm, quien en 1911 propuso un modelo estructural formado por una estructura de un grado de libertad y un absorbedor unido a ella, ambos sin amortiguamiento asociado (Frahm, 1911). Las conclusiones obtenidas son muy prácticas, indicando, por un lado, que el absorbedor debe ser diseñado para que su frecuencia coincida, lo máximo posible, con la frecuencia excitada de la estructura, ya que de otro modo perdería su eficacia; y por otro lado, se demuestra la aparición de nuevas frecuencias en el sistema conjunto, desviadas respecto a la que originalmente se excitaba de forma proporcional a la masa del absorbedor dispuesto. Incorporando el amortiguamiento tanto de la estructura como del sistema de amortiguación al análisis, los resultados muestran las mismas pautas, básicas para entender el funcionamiento del sistema amortiguado.

Tras el estudio de la interacción entre el TMD y la estructura, la siguiente tarea será la definición de un sistema de amortiguamiento óptimo, fundamentalmente por dos razones: la primera, asegurar que el amortiguador permita reducir las vibraciones, es decir, asegurar que se sincroniza con el modo de vibración más desfavorable que causa las mismas y amortigua los demás de manera satisfactoria; la segunda, el ahorro económico. Para ello, diversos autores han desarrollado multitud de metodologías a lo largo de los años: los métodos clásicos de Den Hartog, la norma H_{∞} (minimización de la amplitud máxima de la respuesta) o la norma H_2 (minimización de la energía de vibración total del sistema); o el Criterio de Desempeño (*Performance*), más actual. Los métodos clásicos suponen, generalmente, simplificaciones sobre el problema real, tales como despreciar el amortiguamiento de la estructura; también, en muchos casos, están planteados para casos de un grado de libertad, casos con un único modo de vibración afectado o con modos afectados muy separados entre sí (en términos de frecuencia), estructuras con comportamiento lineal, etc. Esto los concibe, para problemas más complejos, como una forma de establecer un determinado orden de magnitud del diseño con el que comparar los resultados obtenidos mediante el uso de metodologías más avanzadas.

El caso de estudio que se aborda en el presente TFM, una pasarela peatonal suspendida de cables, lo hace idóneo para desarrollar y comprobar una metodología de optimización de las características de los MTMDs dispuestos. Se trata de una estructura con un comportamiento no lineal geométrico, en la que su ligereza y esbeltez la hacen muy sensible a los cambios de masa y niveles de tensión de los cables que se producen debido a la carga peatonal, lo que determina un cambio en sus propiedades dinámicas; además, se trata de un caso en el que son múltiples los modos de vibración afectados por la carga peatonal, por lo que la concepción inicial parte de la paliación de las vibraciones para varios casos. Así, se plantea un nuevo problema: diseñar un sistema de amortiguamiento que permita reducir las vibraciones hasta niveles aceptables en un gran número de casos (varias cargas peatonales, varios modos afectados, e incluso variación de frecuencias de un mismo modo durante el episodio de carga).

Para la solución del problema se ha aplicado el **Criterio de Desempeño**, el cual establece que, en el óptimo, el diseño del sistema de amortiguamiento debe ser tal que la variable de desempeño (variable de referencia cuyo valor se quiere limitar) no supere el valor máximo admisible. De esta forma se consigue ajustar el TMD o los MTMDs dispuestos en la estructura, fijados en las posiciones de máximo valor modal del modo afectado considerado en el diseño,

de manera que se aproveche todo su potencial para reducir las vibraciones justo hasta el nivel asumible que se ha marcado en el diseño. La optimización de un TMD se consigue fundamentalmente, en términos económicos, minimizando su masa; por ello, a la restricción que supone en el diseño la limitación de la variable de desempeño, se le une la **función de objetivo único**: minimizar la masa. Con esto, queda definido el problema de optimización, consistente en determinar las **variables** de masa, amortiguamiento y rigidez de los MTMDs (cuya posición se ha fijado) que minimizan la masa de los mismos, de forma que se cumpla con la **restricción** fijada para la variable de desempeño.

En una pasarela peatonal, la variable más comúnmente usada para la definición del confort de los peatones es la aceleración; por ello, dicha variable será la de desempeño utilizada en el proceso de optimización. Así, la restricción impuesta se cumplirá cuando el valor máximo de la aceleración en cualquier punto de la pasarela no sobrepase el límite fijado; sin embargo, en una estructura como la pasarela peatonal estudiada, donde la variación de frecuencias naturales debida a la masa añadida y al nivel de tensiones de los cables es elevada debido a la no linealidad geométrica, la solución obtenida a los parámetros de los MTMDs puede cumplir con la restricción para un determinado caso (siendo un caso el definido por una densidad peatonal y una frecuencia de paso), pero no para el resto; además, es necesario contemplar la variación de las características dinámicas de la pasarela tras la inclusión de los MTMDs en la misma, ya que puede variar la frecuencia del modo y quedar dentro del rango de influencia peatonal. A tal efecto, la optimización debe contemplar estos aspectos, con objeto de diseñar un sistema de amortiguamiento que sea lo más versátil posible para cumplir con la restricción en todos los casos analizados.

Para aportar versatilidad a la optimización una buena opción es la utilización de algoritmos genéticos. Con ellos, se puede establecer un rango de búsqueda de los diferentes parámetros del TMD o MTMDs, rango establecido en función del estudio de modos y frecuencias de vibración realizado previamente sobre la estructura. De esta forma, desarrollando la implementación adecuada, se pueden evaluar un gran número de casos para varias combinaciones de las características del TMD, logrando determinar aquellas configuraciones válidas para todos los casos, y a partir de las cuales se podrá optimizar el diseño.

Por lo tanto, la metodología desarrollada en el presente TFM para la optimización de MTMDs consiste en un algoritmo genético, el cual va generando diferentes propiedades de los MTMDs (masa, amortiguamiento y rigidez), evaluando la respuesta de la estructura (aceleraciones) y verificando que se cumple con la restricción impuesta.

2 ESTUDIO DE LA CARGA PEATONAL

El estudio de las pautas de la carga debida al movimiento de los peatones es uno de los aspectos fundamentales cuando se pretende el diseño de amortiguadores de masa sincronizados en una pasarela peatonal. El conocimiento de las frecuencias que caracterizan el movimiento de un peatón y su comparación con las frecuencias naturales de la estructura resulta básico para identificar posibles problemas de vibraciones y así, poder subsanarlos.

A tal efecto, en el presente capítulo se realiza un estudio sobre el tipo de movimiento de las personas, tanto en un movimiento normal de andar como en carrera; este aspecto se ha estudiado, a su vez, para flujos peatonales, analizando la posible sincronía entre diferentes peatones cuando éstos circulan en grupo. Con todo ello se puede identificar el tipo de interacción que se produce entre el peatón y la estructura. Además de lo anterior, se exponen diferentes modelos de carga que permiten la simulación del tránsito peatonal por una pasarela. Finalmente, se han definido las clases de confort a tener en cuenta para considerar la necesidad del diseño de amortiguadores de masa sintonizada.

2.1 INTRODUCCIÓN

Los peatones son cada vez más propensos a crear vibraciones en pasarelas debido a que el diseño y las tecnologías constructivas están en constante desarrollo, posibilitando la construcción de pasarelas cada vez más largas y esbeltas. Las vibraciones producidas por los peatones cobran importancia a medida que la pasarela se hace más esbelta, generalmente más de 30 metros de largo con menos de 3 metros de ancho. La carga peatonal es variable en el tiempo y se clasifica dentro de la categoría de cargas periódicas.

El centro de gravedad del cuerpo humano está localizado aproximadamente a un 55% de su altura y genera un movimiento sinusoidal al andar, tanto en la dirección vertical como en la horizontal. Por tanto, la fuerza inducida por los peatones está **compuesta por tres componentes**: la vertical, la longitudinal y la lateral. La componente sinusoidal vertical es la mayor, suponiendo más del 40% del peso humano. Por otro lado, las componentes lateral y longitudinal son considerablemente menores, siendo la fuerza lateral la menor, normalmente entre un 4-5% del peso humano.

2.1.1 RANGOS DE FRECUENCIA DE ESTUDIO PARA PEATONES ANDANDO Y CORRIENDO

Cuando se camina de forma habitual la frecuencia de las **fuerzas verticales** se encuentra centrada en un rango de 1,2 – 2,3 Hz (siendo el límite inferior y superior los valores característicos del percentil del 5% y del 95%, respectivamente). Para el caso de peatones corriendo las frecuencias se sitúan en el rango de 2,0 – 3,5 Hz. Cuando los peatones caminan de forma normal la carga sigue una distribución normal con un valor medio de 2,0 Hz y una desviación estándar de 0,173 Hz, de acuerdo con el estudio realizado por (Matsumoto et al., 1978). Por otro lado, las **fuerzas laterales** se encuadran en un rango de frecuencias de 0,5 – 1,2

Hz, siendo el límite superior el percentil del 95% y el inferior un valor tomado del estudio del fenómeno de *lock-in* en la pasarela del Milenio de Londres.

Un ejemplo que corrobora lo anterior es el siguiente. En el análisis modal llevado a cabo en el Modelo de Elementos Finitos (MEF) de una pasarela por la compañía OZ Lda. (Portugal), el rango de frecuencias de la carga peatonal para las componentes vertical y longitudinal se tomó entre 1,2 – 2,3 Hz, mientras que la componente lateral se computó con un rango de frecuencias de 0,5 – 1,2 Hz (aproximadamente, la mitad del rango de frecuencias de la componente vertical). Estos rangos de frecuencias expuestos han sido tomados de (Heinemeyer et al., 2009).

2.1.2 COMPONENTES DE LA CARGA PEATONAL

Para todas las componentes de la carga peatonal, tanto las curvas de carga en función del tiempo como las frecuencias en las que se producen las vibraciones son diferentes dependiendo de si el peatón está andando, corriendo o saltando.

En referencia a **la componente vertical** de la carga peatonal, en la **Figura 2.1** se aprecia que en el caso de un peatón andando se produce una doble joroba. Esta característica es resultado del impacto del pie del talón en el suelo (primera joroba) y el levantamiento del mismo (segunda joroba), como se ve en la **Figura 2.2**. También se deduce que el pico de la joroba aumenta conforme se incrementa la frecuencia del paso. Hay que tener en cuenta que, cuando el peatón está andando, la siguiente pisada comienza justo antes de que la pisada del otro pie termine. Este fenómeno no ocurre cuando se corre, ya que ambos pies pueden estar en el aire en el mismo momento y el tiempo que el pie está en el suelo es relativamente corto (ver **Figura 2.2**).

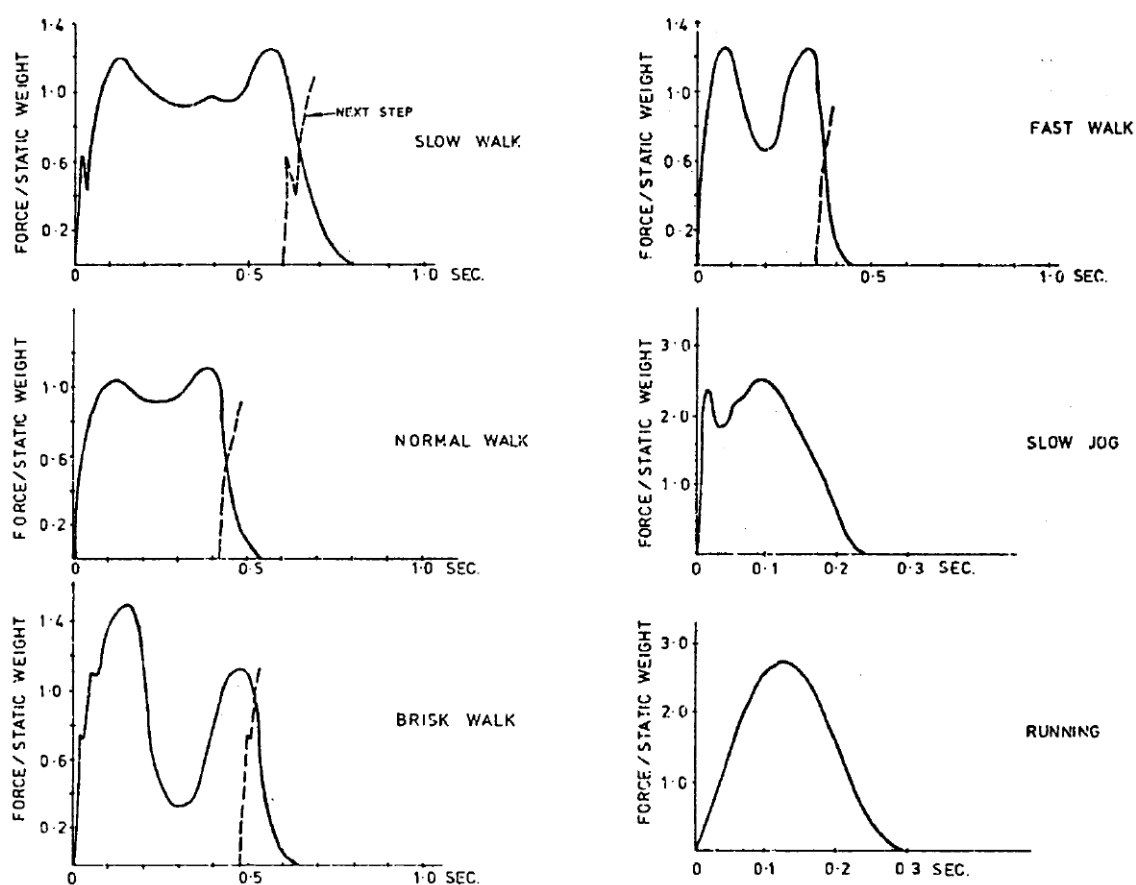


Figura 2.1. Curvas de carga para un peatón con diferentes ritmos de paso: andando (izquierda) y corriendo (derecha). Fuente: (Sétra, 2006).

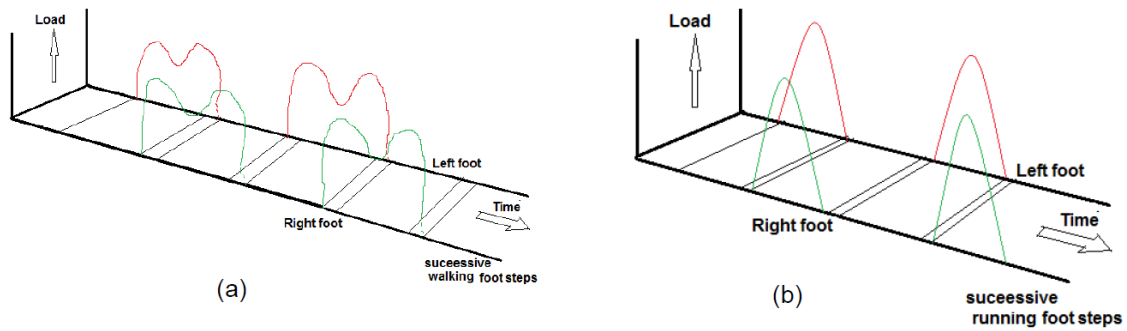


Figura 2.2. Patrones de carga un peatón andando (a) y uno corriendo (b). Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).

Por otro lado, **las componentes de la fuerza horizontal** (longitudinal y lateral) son considerablemente más bajas que la fuerza vertical. Los patrones de estas fuerzas se pueden apreciar en la **Figura 2.3** y en la **Figura 2.4**.

Las fuerzas horizontales son periódicas en una frecuencia la mitad que la de un peatón caminando, con un valor medio de 1 Hz, ya que la fuerza cambia su dirección con cada paso y la componente longitudinal se caracteriza por el retardo y el periodo de empuje al andar. En el caso de la componente lateral, ésta se produce por la oscilación lateral del cuerpo. Los corredores tienden a tener una mayor estabilidad lateral, por lo que la fuerza lateral es más pequeña que al andar. Esta característica queda justificada en la **Figura 2.3** y **Figura 2.4**, dónde la amplitud de la componente lateral corriendo es menor que la componente lateral andando.

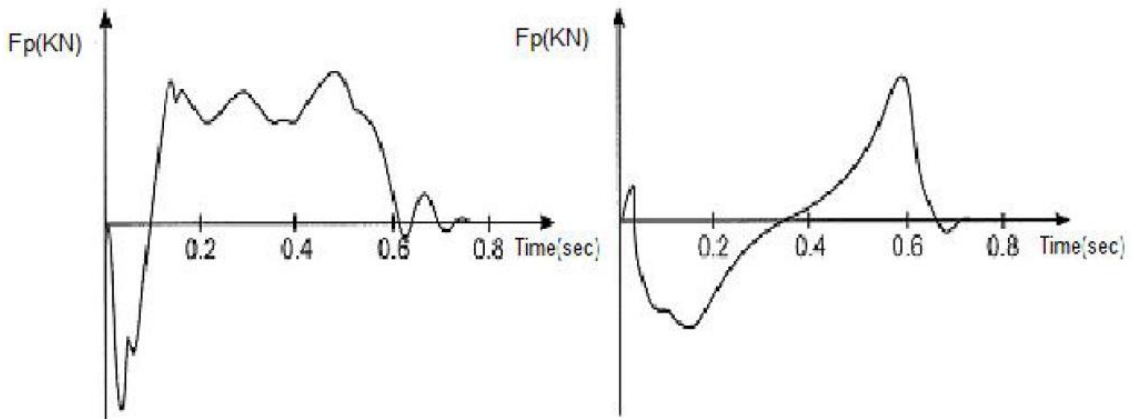


Figura 2.3. Patrón de carga lateral (izquierda) y longitudinal (derecha) para un peatón andando. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).

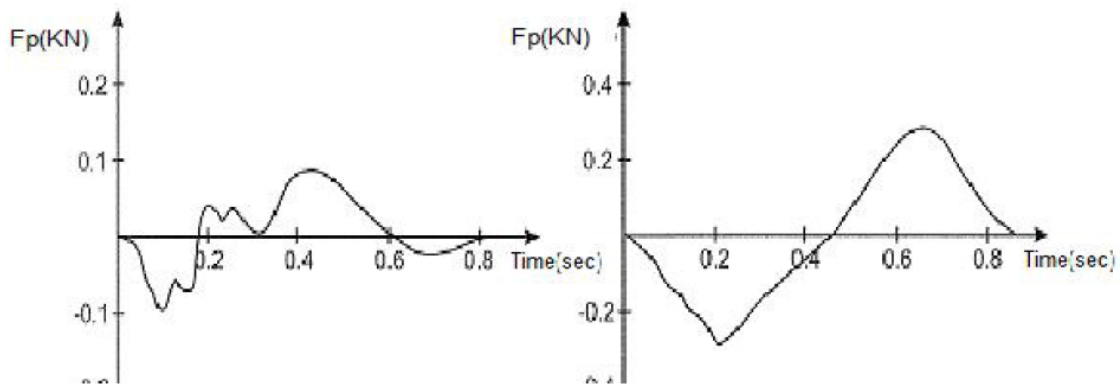


Figura 2.4. Patrón de carga lateral (izquierda) y longitudinal (derecha) para un peatón corriendo. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015).

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS FLUJOS PEATONALES

La densidad de los flujos peatonales tiene influencia en la velocidad de cada individuo y es por tanto de interés a la hora de realizar un análisis dinámico. La relación entre la velocidad y la densidad de peatones, de acuerdo con (Butz et al., 2008), es la que se muestra en la **Figura 2.5**, obtenida mediante una regresión polinómica de orden 2.

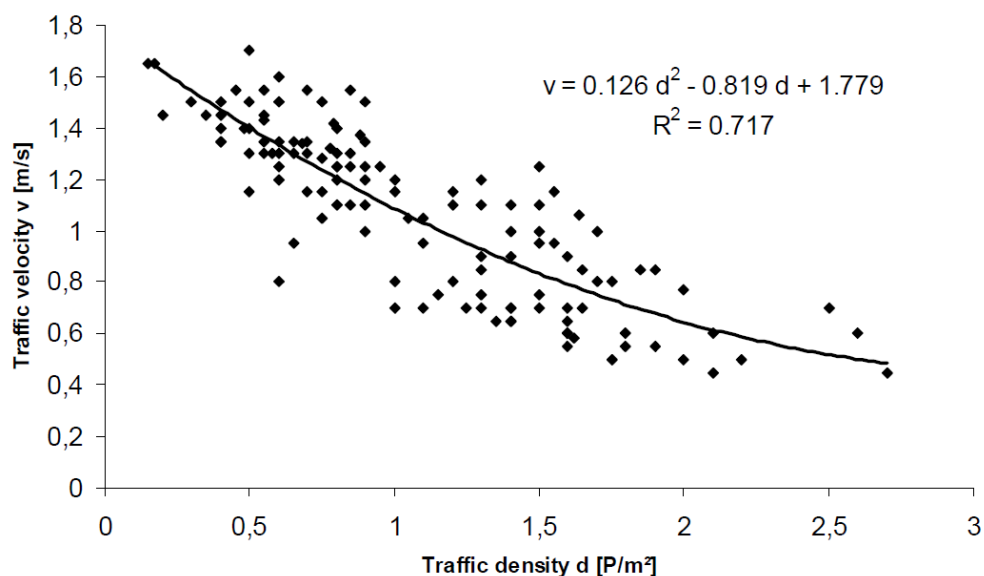


Figura 2.5. Correlación entre la densidad peatonal y la velocidad de paso. Fuente: (Butz et al., 2008).

La densidad de peatones en una pasarela se puede calcular según la siguiente fórmula:

$$d = \frac{N_r}{L \cdot b_{eff}} = \frac{\lambda}{v_s \cdot b_{eff}} \quad [P / m^2] \quad (2.1)$$

Dónde:

- d es la densidad peatonal [Peatones/m²].
- N_r es el número de peatones en el puente [Peatones].
- L es la longitud del puente [m].
- b_{eff} es el ancho efectivo del puente [m].
- λ es el ratio de llegada de peatones [Peatones/s].
- v_s es la velocidad del paso [m/s].

Por otro lado, (Butz et al., 2008) establecen una formulación para obtener la frecuencia media del paso $f_{s,m}$ y su correspondiente desviación estándar σ_f para un peatón:

$$f_{s,m} = 0,7868 \cdot v_s + 0,7886 \quad [Hz] \quad (2.2)$$

$$\sigma_f = 0,0875 \cdot v_s - 0,035 \quad [Hz] \quad (2.3)$$

2.3 INTERACCIÓN PEATÓN – ESTRUCTURA

Se conoce con certeza que existe un cierto grado de interacción entre los peatones y las pasarelas. Se pueden distinguir dos fenómenos: el primero relativo al cambio de las propiedades de la estructura cuando las personas caminan por el puente, y el segundo consiste en la sincronización del paso entre peatones y la sincronización de los peatones con la estructura, bajo ciertas circunstancias.

2.3.1 PROPIEDADES DINÁMICAS DE LAS PASARELAS BAJO CARGA PEATONAL





El cambio de las propiedades dinámicas es más probable que ocurra en estructuras ligeras cuando la carga de los peatones tiene un impacto significativo en comparación con el caso de la estructura descargada; la masa y el amortiguamiento pueden aumentar y, por tanto, tener un efecto en las frecuencias naturales de la pasarela.

2.3.2 SINCRONIZACIÓN ENTRE PEATONES

La sincronización entre peatones depende principalmente de la densidad peatonal en la pasarela. En la *Tabla 2.1* se muestran diferentes situaciones de densidad peatonal. Con densidades bajas, los peatones son libres de caminar sin ser obstaculizados por otros peatones. Conforme aumenta la densidad, el ritmo del paso peatonal empieza a estar condicionado por el resto de la multitud y tiende a adaptarse al colectivo de peatones. Las primeras restricciones del paso ocurren a una densidad de 0,6 personas/m², cuando adelantar se vuelve complicado. A una densidad de 1 persona/m² la libertad de movimiento se inhibe de manera significativa y cuando se alcanzan densidades de 1,5 personas/m², andar resulta bastante complicado y los peatones son muy dependientes del resto de usuarios del puente. Como es lógico, la velocidad de los peatones desciende a medida que la densidad aumenta.

La sincronización de peatones es más probable que ocurra a altas densidades peatonales, cuando la gente no es capaz de caminar libremente y dependen del resto de peatones. La sincronización entre corredores es más difícil que ocurra, ya que la velocidad de los mismos es bastante alta y por tanto las densidades son más bajas. Como ya se ha comentado, a partir de densidades de 1,5 personas/m² andar resulta imposible por lo que los efectos dinámicos se reducen significativamente. Cuando un flujo peatonal se densifica, la correlación entre peatones aumenta pero la carga dinámica tiende a disminuir.

Tabla 2.1. Densidad de peatones (p = peatón). Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

PEATONES INDIVIDUALES Y GRUPOS PEQUEÑOS	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Número de peatones: 11 ▪ Tamaño del grupo: 1-2 p ▪ Densidad: 0,02 p/m²
TRÁFICO MUY LIGERO	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Número de peatones: 25 ▪ Tamaño del grupo: 1-6 p ▪ Densidad: 0,1 p/m²
TRÁFICO LIGERO	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Número de peatones : 60 ▪ Tamaño del grupo: 2-4 p ▪ Densidad: 0,2 p/m²
TRÁFICO EXCESIVAMENTE DENSO	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Número de peatones: - ▪ Tamaño del grupo: - ▪ Densidad: > 1,5 p/m²

2.3.3 SINCRONIZACIÓN ENTRE PEATÓN - ESTRUCTURA

El efecto conocido como *lock-in* es un fenómeno por el cual, cuando la estructura excede un determinado límite de desplazamiento (dependiendo de la dirección de vibración, tipo de actividad, etc.), el peatón (andando, corriendo o saltando) tiende a adaptarse y sincronizar su movimiento en frecuencia y en fase con la vibración del tablero, resultando en una mayor sincronización; este fenómeno se expone en la **Figura 2.6**.

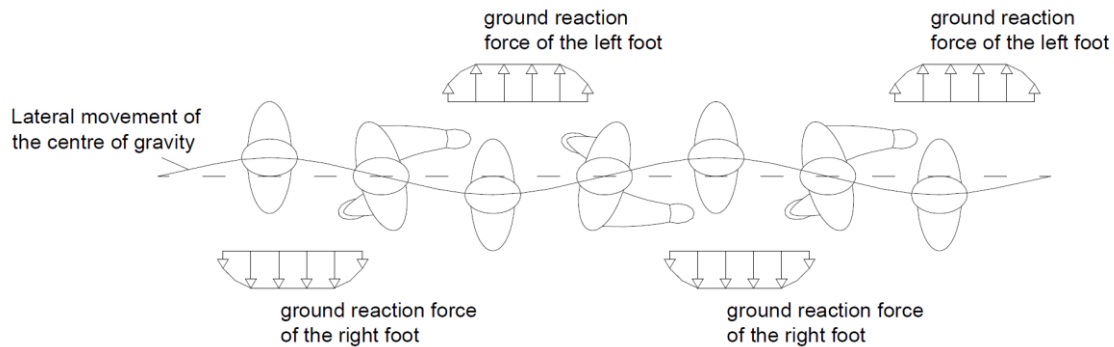


Figura 2.6. Efecto de sincronización de los peatones. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

El efecto *lock-in* en la dirección transversal es más probable que ocurra durante la sincronización lateral y es conocido por el nombre de Excitación Lateral Sincronizada (SLE – *Synchronous Lateral Excitación*). Esto es debido al hecho de que los peatones son mucho más sensibles a las vibraciones laterales que a las verticales. Un ejemplo de este fenómeno ocurrió en el puente del Milenio de Londres en su apertura en junio del 2000, cuando centenares de personas atravesaron la estructura.

Según las investigaciones llevadas a cabo en el puente del Milenio de Londres, este fenómeno puede ocurrir en cualquier puente con una frecuencia lateral entre 0,50 y 1,20 Hz bajo la premisa de que un número suficiente de personas crucen el puente al mismo tiempo. Investigaciones posteriores revelaron que un ligero movimiento lateral del puente causa que los peatones ajusten su movimiento de manera involuntaria a la estructura, ocasionando que las vibraciones laterales aumenten.

2.4 MODELOS DE CARGA PARA GRUPOS PEATONALES

Existen multitud de modelos para simular la carga peatonal, propuestos por diferentes normativas, recomendaciones y guías técnicas. Además, es necesario definir modelos para cargas debidas a peatones andando y para aquellas debidas a peatones corriendo, siendo fenómenos diferentes que se caracterizan de acuerdo a sus parámetros representativos. En los siguientes apartados se muestran dos modelos, uno para cada fenómeno.




2.4.1 MODELO PARA PEATONES ANDANDO

Las pasarelas peatonales suelen estar sometidas a cargas de grupos de personas, siendo un caso muy poco frecuente el paso de un único peatón; sin embargo, esta casuística puede ocurrir, por lo que no está de más tenerla en cuenta.

Dentro de un grupo de peatones cada una de las personas que lo integran tiene sus propias características en cuanto a peso, velocidad, frecuencia de paso, localización en la pasarela, etc. Además, en función del número de personas que formen el grupo que pasa sobre una pasarela

pueden aparecer fenómenos de sincronización más o menos fuertes entre los diferentes peatones, lo que hace que éstos comiencen a perder algunas de sus características individuales (como la velocidad, o la frecuencia de paso), pasando éstas a ser propias de todo el grupo. Este comportamiento es un aspecto muy difícil de modelar correctamente, por lo que se recurre, generalmente, a modelos simplificados. Una forma de tener en cuenta el grado de sincronización es analizando la densidad de peatones sobre la pasarela, lo que permite definir una **clase de tráfico** con las pautas características mostradas en la **Tabla 2.2**.

Tabla 2.2. Clases de tráfico peatonal. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

CLASE DE TRÁFICO	DENSIDAD	DESCRIPCIÓN	CARACTERÍSTICAS
TC 1	$< 0,2 \text{ p/m}^2$	Tráfico muy ligero	
TC 2	$0,2 \text{ p/m}^2$	Tráfico ligero 	Los peatones andan de forma libre y cómoda, eligiendo libremente su camino y pudiendo adelantar a otros peatones.
TC 3	$0,5 \text{ p/m}^2$	Tráfico denso 	Los peatones siguen andando de forma libre, aunque a veces el adelantamiento se puede ver imposibilitado.
TC 4	$1,0 \text{ p/m}^2$	Tráfico muy denso 	El movimiento libre de los peatones es imposible, andando éstos en grupo y sin posibilidad de adelantamiento.
TC 5	$1,5 \text{ p/m}^2$	Tráfico excepcionalmente denso	El movimiento se hace incómodo, sin posibilidad de elegir un camino propio al andar en muchedumbre.

Uno de los modelos más extendidos para peatones andando es el propuesto en (Heinemeyer et al., 2009), el cual supone que en un grupo de n peatones existen \sqrt{n} peatones que caminan sincronizados. La expresión utilizada es la correspondiente a una carga vertical armónica uniformemente distribuida como la siguiente, que representa la carga equivalente $p(t)$ del flujo peatonal:

$$p(t) = P \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) \cdot n' \cdot \psi \tag{2.4}$$

Dónde:

- P es la fuerza ejercida por el paso del peatón en N, cuyo valor, en función de la dirección considerada, es el mostrado en la **Tabla 2.3**.

Tabla 2.3. Valor de la carga introducida por el peatón en cada dirección. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

CARGA	VERTICAL	LONGITUDINAL	LATERAL
P (N)	280	140	35

- f_s es la frecuencia de paso en Hz, la cual se asume que es igual a la del modo de vibración de la pasarela identificado dentro del rango de la frecuencia de peatones andando.
- n' es el número equivalente de peatones, siendo éste una medida de los peatones cuyo paso se encuentra sincronizado; si se quiere analizar la fuerza de un único peatón, bastaría con eliminar este parámetro de la ecuación (2.4). Su valor se obtiene, en función de la clase de tráfico que se tenga y utilizando los valores del factor de amortiguamiento de la estructura ζ y de la superficie cargada S , según las siguientes expresiones:

- Para una densidad menor a 1 p/m² (clases TC1, TC2 y TC3):

$$n' = \frac{10,8 \cdot \sqrt{\zeta \cdot n}}{S} \tag{2.5}$$

- Para una densidad mayor a 1 p/m² (clases TC4 y TC5):

$$n' = \frac{1,85 \cdot \sqrt{n}}{S} \tag{2.6}$$

- ψ es un coeficiente de reducción que tiene en cuenta la probabilidad de que la frecuencia de paso se aproxime al rango crítico de frecuencias. En función de la dirección considerada en el análisis, adquiere los valores que se muestran en la **Figura 2.7**.

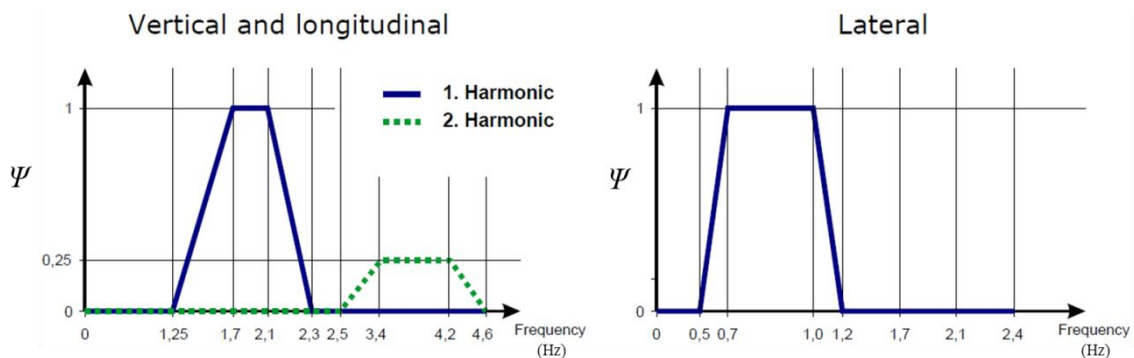


Figura 2.7. Coeficiente de reducción para peatones andando. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

En la figura anterior se introduce el concepto de “segundo armónico”. En su avance, los peatones transfieren una fuerza a la estructura que se puede descomponer en una serie de

armónicos, que a medida que aumentan de orden comienzan a ser despreciables para las tipologías más comunes de pasarelas peatonales. El primer armónico supone la mayor transmisión de fuerza, si bien el segundo armónico aporta un cuarto de la fuerza del primero para el rango de frecuencias comprendido entre 2,5 Hz y 4,6 Hz (el doble del rango en el que se considera el primero). Así, la fuerza asociada al segundo armónico puede ser aún considerable, y para estructuras con frecuencias de vibración comprendidas entre el rango mencionado, se debe tener en cuenta en el análisis dinámico.

Una vez obtenido el valor de la carga peatonal uniformemente distribuida según las indicaciones anteriores, su aplicación se realiza de acuerdo a la forma del modo que se haya identificado. Como ejemplo, se muestra la **Figura 2.8**.

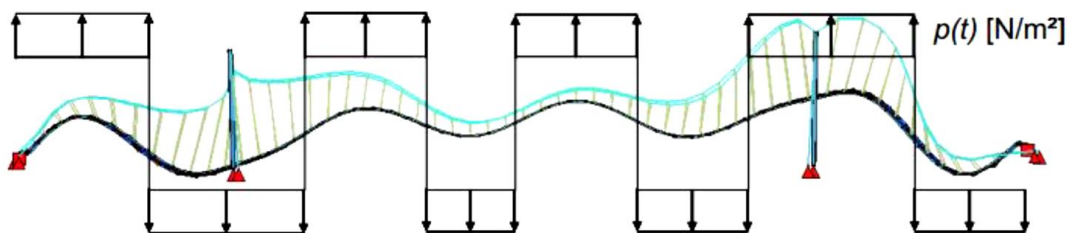


Figura 2.8. Forma de aplicación de la carga peatonal uniformemente distribuida en función de la forma del modo de vibración considerado. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

2.4.2 MODELO PARA PEATONES CORRIENDO

La fuerza de reacción debida al movimiento de humanos corriendo está caracterizada por una fase de levantamiento en la cual ningún pie se encuentra en contacto con la superficie. En comparación con la carga debida a peatones andando, la carga de peatones corriendo produce fuerzas que dependen mucho más de la forma individual de correr y del tipo de calzado usado por la persona.

El modelo propuesto es muy similar al descrito en el apartado anterior para peatones andando, con la particularidad de que ahora se supone que la fuerza generada se mueve por la estructura a una velocidad v :

$$p(v,t) = P \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) \cdot n' \cdot \psi \quad (2.7)$$

Dónde:

- P es la fuerza vertical ejercida por un único corredor, que se puede asumir igual a 1250 N de acuerdo a (Heinemeyer et al., 2009).
- f_s es la frecuencia de paso en Hz, la cual se asume que es igual a la del modo de vibración de la pasarela identificado dentro del rango de la frecuencia de peatones corriendo.
- n' es el número equivalente de peatones, siendo ésta una medida de los peatones cuya carrera se encuentra sincronizada; si se quiere analizar la fuerza de un único peatón, bastaría con eliminar este parámetro de la ecuación (2.7). Su cálculo es equivalente al mostrado en las ecuaciones (2.5) y (2.6).
- ψ es un coeficiente de reducción que tiene en cuenta la probabilidad de que la frecuencia de carrera se aproxime al rango crítico de frecuencias. Para la dirección vertical, adquiere los valores que muestran en la **Figura 2.9**.

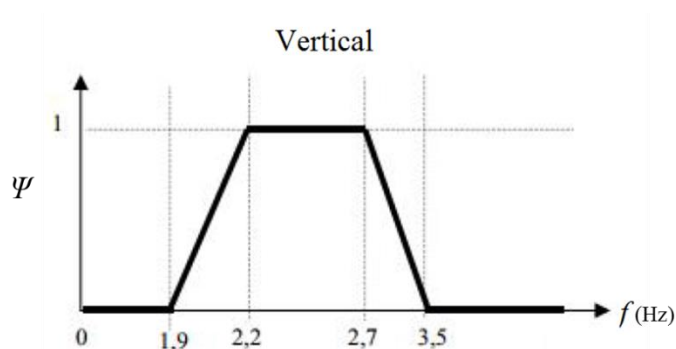


Figura 2.9. Coeficiente de reducción para corredores. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009)

2.5 CLASES DE CONFORT

La percepción de las vibraciones por los seres humanos es un tema muy complicado, pues no se puede establecer un estándar fijo al depender de forma importante de las características de cada persona. En este aspecto, la psicología humana tiene un rol fundamental, ya que cada persona percibe las vibraciones de forma diferente; pero no es solo este hecho el que marca la percepción, puesto que también depende del momento en el que se producen las vibraciones, así como de los sonidos que pueda producir la estructura.

En este punto cabe distinguir entre dos tipos de vibraciones: verticales y horizontales. Generalmente, los peatones son menos sensibles a las primeras que a las segundas.

Con respecto a las **vibraciones verticales**, la experiencia demuestra que el cuerpo humano es más sensible a ellas en una posición estática que en movimiento. Los criterios de confort en este caso se establecen a partir de la definición de un límite máximo de la aceleración vertical de la estructura; las clases de confort establecidas se muestran en la **Tabla 2.4**.

En cuanto a las **vibraciones horizontales**, los peatones son mucho más sensibles, más en la dirección lateral de la pasarela que en la longitudinal. El origen de este fenómeno es la mayor facilidad de desestabilizar a una persona con vibraciones horizontales que con verticales. De igual forma que con las vibraciones verticales, una forma de definir las clases de confort es mediante la limitación de las aceleraciones, tal y como se muestra en la **Tabla 2.4**, pero en este caso con valores menores.

Tabla 2.4. Clases de confort en pasarelas. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

CLASE DE CONFORT	GRADO DE CONFORT	Aceleración Máxima	
		Vertical	Horizontal
CL 1	Máximo	< 0,5 m/s ²	< 0,1 m/s ²
CL 2	Medio	0,5 - 1,0 m/s ²	0,1 - 0,3 m/s ²
CL 3	Mínimo	1,0 - 2,5 m/s ²	0,3 - 0,8 m/s ²
CL 4	Inaceptable	> 2,5 m/s ²	> 0,8 m/s ²

3 REVISIÓN DE METODOLOGÍAS PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE TMD

En el presente Capítulo se aborda el estudio del comportamiento de una estructura en la cual se incluye un TMD para reducir sus movimientos vibratorios. A tal efecto, en primer lugar se introduce el concepto de TMD, así como las claves de su funcionalidad. Posteriormente se estudian casos básicos para diferentes configuraciones de estructura-TMD, algo que ayuda a entender el efecto de estos dispositivos de amortiguamiento en el sistema estructural. A continuación, se exponen algunas de las metodologías actuales para la optimización de TMD en sistemas lineales, exponiendo ejemplos numéricos que permiten identificar los parámetros clave de la optimización. Finalmente, se expone la metodología extendida a un caso más general: una estructura de varios grados de libertad con múltiples TMD (o MTMDs).

3.1 INTRODUCCIÓN

Un **amortiguador de masa sintonizada** (TMD – *Tuned Mass Damper*) es un dispositivo capaz de modificar la respuesta estructural dinámica, compuesto por una masa unida a la estructura mediante un muelle y un amortiguador y sintonizado a una frecuencia natural particular de la misma. La disipación de energía se realiza mediante el amortiguador, siempre que la masa del TMD oscile con desplazamientos o velocidad relativos al sistema principal (estructura) no nulos, permitiendo la transferencia de energía del sistema principal al TMD. Para obtener la **efectividad óptima** del TMD se deben elegir sus parámetros de manera racional, para lo cual existen diversas metodologías que se exponen a lo largo del presente capítulo. Debido a que la masa del TMD es, de manera general, mucho más pequeña que la de la estructura, cuando ésta es excitada el TMD entra en resonancia fuera de la fase del movimiento de la estructura, es decir: la masa del TMD oscila en la dirección opuesta a la estructura. Por tanto, se generan grandes desplazamientos relativos entre los dos sistemas, por lo que la situación del TMD dentro de la estructura debe tenerse en cuenta en la etapa de diseño junto con las consecuencias de la generación de grandes desplazamientos relativos.

Como se acaba de mencionar, la funcionalidad de este tipo de dispositivos es muy dependiente de la frecuencia y amortiguamiento asumido en el diseño, el cual depende de la precisión con la que se conocen las características dinámicas de la estructura en referencia a los modos de vibración y frecuencias. Para reducir la incertidumbre sobre la estructura se puede emplear el Análisis Modal Operacional (OMA – *Operational Modal Analysis*) con objeto de obtener los parámetros modales de la estructura de manera realista.

Con respecto a las **funciones** que puede realizar un TMD, se distinguen dos fundamentalmente (Karoumi, 1998):

- Reducción de la resonancia de la estructura principal.
- Aumento del amortiguamiento general de la estructura debido a la adhesión del amortiguador, el cual aporta una fuente auxiliar de disipación de energía.

El **tráfico peatonal**, cuyo estudio se abordó en el *Capítulo 2 Estudio de la Carga Peatonal*, es el principal causante de la entrada en resonancia en pasarelas peatonales debido a que la frecuencia natural principal de la estructura se suele encontrar en el rango de 1-2 Hz, lo que la hace sensible a fuentes de excitación de baja frecuencia.

3.2 ABSORBEDOR DE VIBRACIONES DE FRAHM

Con objeto de explorar el concepto de amortiguador de masa sintonizada, se introduce en el presente apartado el caso del absorbedor de vibraciones de Frahm, patentado por Frahm en 1911 (Frahm, 1911). Tal y como se aprecia en la **Figura 3.1**, el sistema está compuesto de una masa m_s sin amortiguamiento, unida mediante un muelle con rigidez k_s a una estructura sin amortiguamiento con masa m_p y rigidez k_p . En este caso, el dispositivo de Frahm no es un TMD propiamente dicho debido a la ausencia de amortiguador, sino que representa una masa secundaria unida al sistema principal por un muelle sin amortiguador.

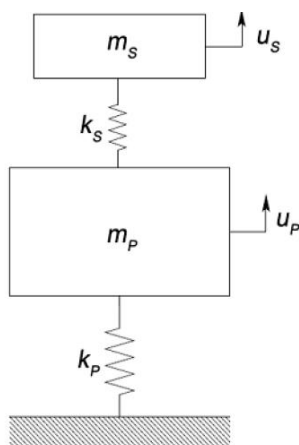


Figura 3.1. Absorbedor de vibraciones de Frahm. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015)

Si se considera en el sistema descrito la actuación de una fuerza armónica de excitación, $F(t)$, en el sistema principal, las ecuaciones del movimiento del sistema pueden escribirse de la siguiente forma:

$$m_p \cdot \ddot{u}_p(t) + (k_p + k_s) \cdot u_p(t) - k_s \cdot u_s(t) = F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_s(t) + k_s \cdot u_s(t) - k_s \cdot u_p(t) = 0 \quad (3.2)$$

Dónde:

- $\ddot{u}_p(t)$ es la aceleración vertical del sistema principal.
- $u_p(t)$ es el desplazamiento vertical del sistema principal.
- $\ddot{u}_s(t)$ es la aceleración vertical del sistema secundario.
- $u_s(t)$ es el desplazamiento vertical del sistema secundario.

La solución de las ecuaciones diferenciales expuestas es:

$$u_p(t) = a_1 \cdot \sin(\omega t) \quad (3.3)$$

$$u_s(t) = a_2 \cdot \sin(\omega t) \quad (3.4)$$

Diferenciando las ecuaciones (3.3) y (3.4) dos veces con respecto al tiempo y sustituyendo en (3.1) y (3.2), se obtiene:

$$\left[a_1 \cdot (-m_p \cdot w^2 + k_p + k_s) - a_2 \cdot k_s \right] \cdot \sin(wt) = F_0 \cdot \sin(wt) \quad (3.5)$$

$$\left[-a_1 \cdot k_s + a_2 \cdot (-m_s \cdot w^2 + k_s) \right] \cdot \sin(wt) = 0 \quad (3.6)$$

Con objeto de obtener el sistema de ecuaciones de manera adimensional, se introduce la siguiente notación:

$$u_{pst} = \frac{F_0}{k_p} \longrightarrow \text{Desplazamiento estático del sistema principal}$$

$$w_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} \longrightarrow \text{Frecuencia natural del sistema principal}$$

$$w_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \longrightarrow \text{Frecuencia natural del sistema secundario}$$

$$\mu = \frac{m_s}{m_p} \longrightarrow \text{Ratio de masas}$$

Sustituyendo la notación expuesta en (3.5) y (3.6) se obtiene:

$$a_1 \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_p^2} + \frac{k_p}{k_s} \right) - a_2 \cdot \frac{k_s}{k_p} = u_{pst} \quad (3.7)$$

$$a_1 = a_2 \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_s^2} \right) \quad (3.8)$$

Resolviendo para a_1 y a_2 :

$$\frac{a_1}{u_{pst}} = \frac{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2} \right)}{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_p^2} + \frac{k_s}{k_p} \right) - \frac{k_s}{k_p}} \quad (3.9)$$

$$\frac{a_2}{u_{pst}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_p^2} + \frac{k_s}{k_p} \right) - \frac{k_s}{k_p}} \quad (3.10)$$

De las ecuaciones (3.9) y (3.10) se deduce que si la frecuencia de excitación, w , es igual que la frecuencia del sistema secundario, w_s , las amplitudes a_1 y a_2 toman los siguientes valores:

$$a_1 = 0 \quad (3.11)$$

$$a_2 = -\frac{k_p}{k_s} \cdot u_{pst} = -\frac{F_0}{k_s} \quad (3.12)$$

La ecuación (3.12) muestra que cuando el sistema principal tiene amplitud de vibración nula, (3.11), el sistema secundario se desplaza en dirección contraria a la fuerza de aplicación. Debe notarse que la utilidad del absorbedor dinámico es óptima en situaciones en que el sistema primario está en resonancia con la excitación o cerca ($w_p = w_s = w$). En este caso particular se tiene:

$$w_p = w_s = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \longleftrightarrow \frac{k_s}{k_p} = \frac{m_s}{m_p} = \mu \quad (3.13)$$

Así, las ecuaciones (3.9) y (3.10) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\frac{a_1}{u_{pst}} = \frac{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2}\right)}{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_p^2} + \mu\right) - \mu} \quad (3.14)$$

$$\frac{a_2}{u_{pst}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{w^2}{w_s^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{w^2}{w_p^2} + \mu\right) - \mu} \quad (3.15)$$

Para el ejemplo actual, en el que no se considera ningún tipo de amortiguamiento ni en el sistema principal ni en el secundario, el diseño del absorbedor dinámico únicamente implica la elección del ratio de masas, μ , y la rigidez del absorbedor, k_s . Las frecuencias naturales del nuevo sistema de dos grados de libertad, $w_{p,s}$, se obtienen de igualar a cero el denominador de (3.15):

$$w_{p,s} = \pm w_s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\mu + \frac{\mu^2}{4}\right)}} \quad (3.16)$$

Por tanto, el sistema de dos grados de libertad tiene dos frecuencias, una baja y otra mayor que la original. Con la inclusión del sistema secundario (absorbedor de vibraciones), el comportamiento dinámico del sistema principal se ve modificado, siendo posible, cuando no se considera ningún tipo de amortiguamiento, cancelar la oscilación del sistema principal, que corresponde con anular el numerador de la ecuación (3.14), obteniéndose:

$$1 - \frac{w^2}{w_s^2} = 0 \longrightarrow 1 = \frac{w^2}{w_s^2} \longrightarrow w_s = w = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (3.17)$$

En consecuencia, **cuando la frecuencia del absorbedor es igual a la frecuencia de la fuerza de excitación es posible eliminar totalmente el movimiento de la estructura principal.** En la **Figura 3.2** se representa, para los casos con y sin absorbedor dinámico, el factor de amplificación dinámica, $|G_p(r_p)|$, en función del ratio de la frecuencia de la fuerza de excitación y de la estructura, r_p , según las siguientes expresiones:

$$|G_p(r_p)| = \left| \frac{u_p}{u_{pst}} \right| \quad (3.18)$$

$$r_p = \frac{w}{w_p} \quad (3.19)$$

Las conclusiones obtenidas del análisis de la **Figura 3.2** son las siguientes:

- El rango en frecuencias que la fuerza de excitación puede tomar para evitar la resonancia es reducido.
- Como cabía esperar, la inclusión de una masa adicional (el absorbedor) genera dos nuevas frecuencias diferentes centradas en la frecuencia natural original.
- El movimiento del sistema principal se anula cuando $w = w_p$.
- Con el aumento del ratio de masas, μ , las nuevas frecuencias naturales se alejan progresivamente de la inicial mejorando la eficiencia del absorbedor, ya que la banda de frecuencias que no excitarían a la estructura se hace más amplia.

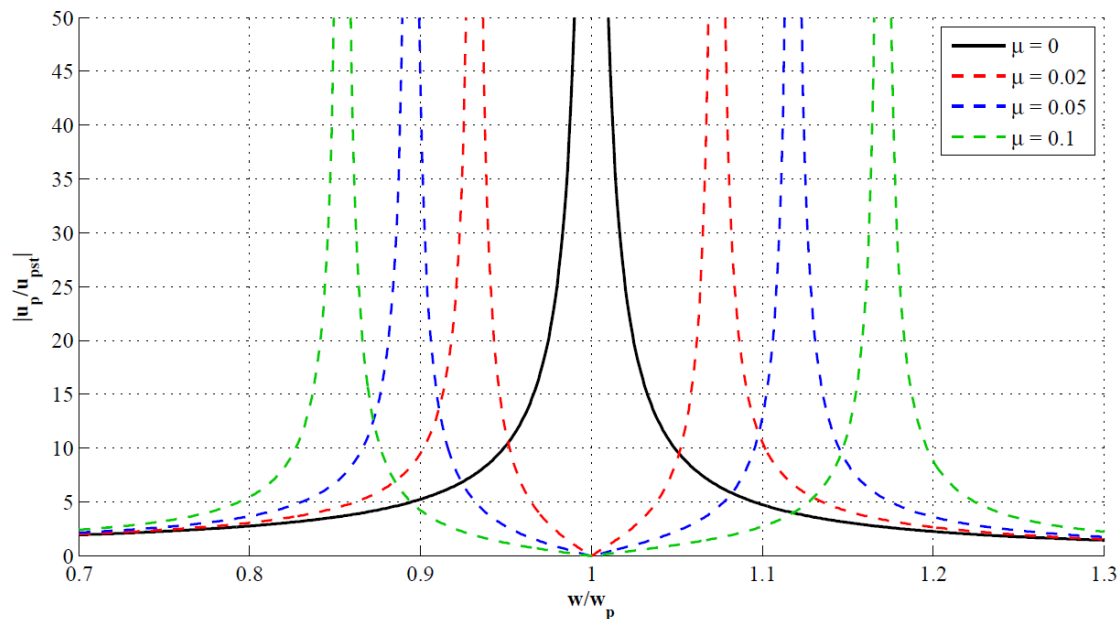


Figura 3.2. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD del absorbedor dinámico de Frahm. Fuente: Elaboración propia.

El estudio del absorbedor de vibraciones de Frahm ha permitido demostrar que, si es posible crear un sistema sin amortiguamiento, el ratio de masas, μ , debe elegirse con el objetivo de fijar una distancia entre las dos nuevas frecuencias mayor que el posible rango de excitación. Un sistema con estas características sólo sería efectivo cuando la frecuencia de la fuerza de excitación es prácticamente constante, **hecho que no se da en el caso de pasarelas sometidas a la vibración aleatoria de un tráfico peatonal variable.**

3.3 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO PARA UN SISTEMA AMORTIGUADO DE 1 G.D.L CON UN TMD

En el presente apartado se exponen las ecuaciones de gobierno para el caso general de un sistema compuesto por dos elementos: una estructura de un grado de libertad (1 g.d.l) de masa m_p , rigidez k_p y con amortiguamiento c_p , unido a un amortiguador de masa m_s , rigidez k_s y con amortiguamiento c_s , tal y como se muestra en la **Figura 3.3**.

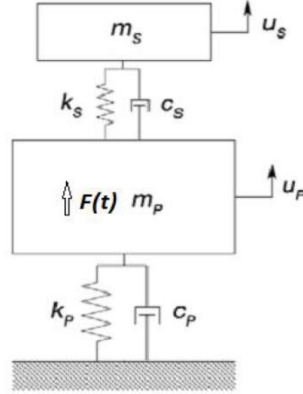


Figura 3.3. Sistema con amortiguamiento de 1 grado de libertad con un TMD asociado. Fuente: (Goitom Tekeste, 2015)

Al igual que en el caso anterior, se considera que el sistema está sujeto a una fuerza de excitación armónica de frecuencia w , $F(t)=F_0 \cdot e^{-i \cdot w \cdot t}$. Las ecuaciones de gobierno del sistema, una vez aplicada la segunda Ley de Newton a las masas del mismo, son las siguientes:

$$m_p \cdot \ddot{u}_p(t) + (c_p + c_s) \cdot \dot{u}_p(t) - c_s \cdot \dot{u}_p(t) + (k_p + k_s) \cdot u_p(t) - k_s \cdot u_p(t) = F(t) \quad (3.20)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_s(t) + c_s \cdot \dot{u}_s(t) - c_s \cdot \dot{u}_p(t) + k_s \cdot u_s(t) - k_s \cdot u_p(t) = 0 \quad (3.21)$$

Se definen a continuación las expresiones para el ratio de masas, μ , el ratio de frecuencias del TMD y de la estructura, q , y los coeficientes de amortiguamiento de la estructura, ξ_p , y el TMD, ξ_s :

$$\mu = \frac{m_s}{m_p} \quad (3.22)$$

$$q = \frac{w_s}{w_p} \quad (3.23)$$

$$\xi_p = \frac{c_p}{2 \cdot w_p \cdot m_p} \quad (3.24)$$

$$\xi_s = \frac{c_s}{2 \cdot w_s \cdot m_s} \quad (3.25)$$

Procediendo de manera similar al apartado anterior mediante la resolución de las ecuaciones de gobierno y sustitución de los parámetros adimensionales definidos, se obtiene el factor de amplificación dinámica para la estructura, $G_p(r_p)$, el TMD, $G_s(r_p)$, y el relativo entre ambos, $G_r(r_p)$:

$$|G_p(r_p)| = \sqrt{\frac{(q^2 - r_p^2)^2 + (2 \cdot \xi_s \cdot q \cdot r_p)^2}{\left[(1 - r_p^2) \cdot (q^2 - r_p^2) - \mu \cdot r_p^2 \cdot q^2 - 4 \cdot \xi_s \cdot \xi_p \cdot q \cdot r_p^2 \right]^2 + 4 \cdot r_p^2 \left\{ \xi_p \cdot (q^2 - r_p^2) + \xi_s \cdot q \cdot [1 - r_p^2 \cdot (1 + \mu)] \right\}^2}} \quad (3.26)$$

$$|G_s(r_p)| = \sqrt{\frac{q^4 + (2 \cdot \xi_s \cdot q \cdot r_p)^2}{\left[(1 - r_p^2) \cdot (q^2 - r_p^2) - \mu \cdot r_p^2 \cdot q^2 - 4 \cdot \xi_s \cdot \xi_p \cdot q \cdot r_p^2 \right]^2 + 4 \cdot r_p^2 \left\{ \xi_p \cdot (q^2 - r_p^2) + \xi_s \cdot q \cdot [1 - r_p^2 \cdot (1 + \mu)] \right\}^2}} \quad (3.27)$$

$$|G_r(r_p)| = \sqrt{\frac{q^4}{\left[(1 - r_p^2) \cdot (q^2 - r_p^2) - \mu \cdot r_p^2 \cdot q^2 - 4 \cdot \xi_s \cdot \xi_p \cdot q \cdot r_p^2 \right]^2 + 4 \cdot r_p^2 \left\{ \xi_p \cdot (q^2 - r_p^2) + \xi_s \cdot q \cdot [1 - r_p^2 \cdot (1 + \mu)] \right\}^2}} \quad (3.28)$$

En comparación con lo expuesto en el apartado anterior, cuando se describió el absorbedor de vibraciones de Frahm, se muestra en la **Figura 3.4** el factor de amplificación dinámica para una estructura no amortiguada ($\zeta_p = 0$) pero con un TMD en el que se considera amortiguamiento ($\zeta_s = 0,05$). Se puede comprobar, como pasaba en el caso anterior, que a mayor incremento del ratio de masas μ , mayor es la separación entre picos; sin embargo, a diferencia del caso de estudio de Frahm, los picos están limitados, es decir, no se alcanza un valor infinito de la respuesta en ellos.

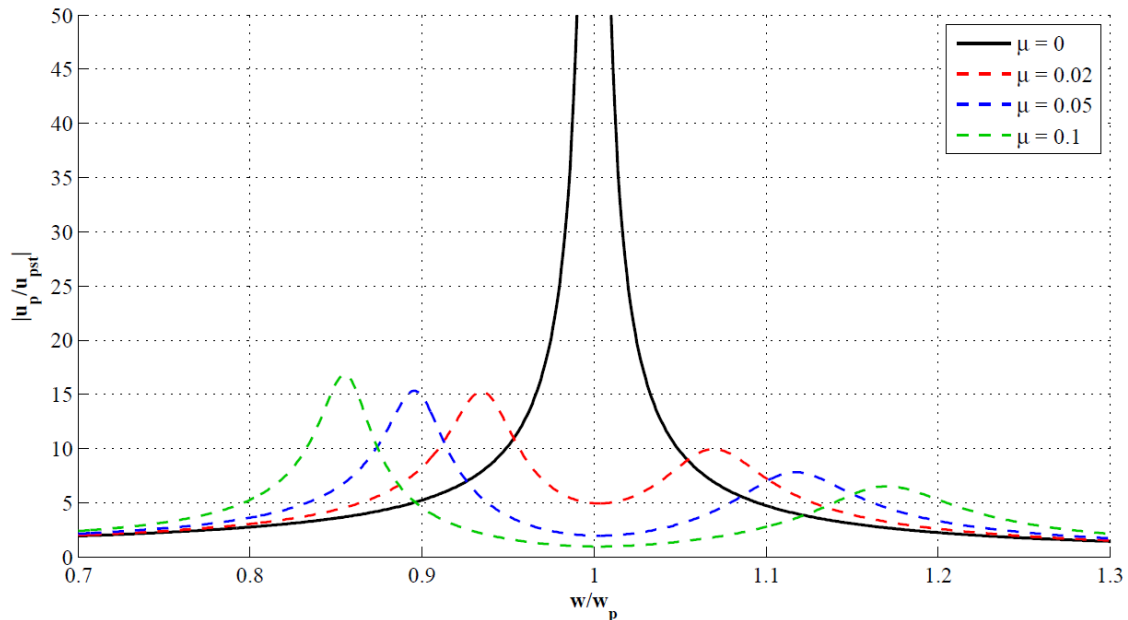


Figura 3.4. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD de un sistema de 1 g.d.l. sin amortiguar. Fuente: Elaboración propia.

Si se considera el amortiguamiento de la estructura (por ejemplo, $\zeta_p = 0,01$), los resultados obtenidos se muestran en la **Figura 3.5**. La diferencia con el caso anterior radica en la limitación de la respuesta de la estructura sin TMD ($\mu = 0$), que a pesar de alcanzar valores muy elevados no se llegan a cifras infinitas por efecto del amortiguamiento; además, los picos de la respuesta para diferentes configuraciones de TMD se ven reducidos respecto al caso anterior, también por el efecto del amortiguamiento propio de la estructura.

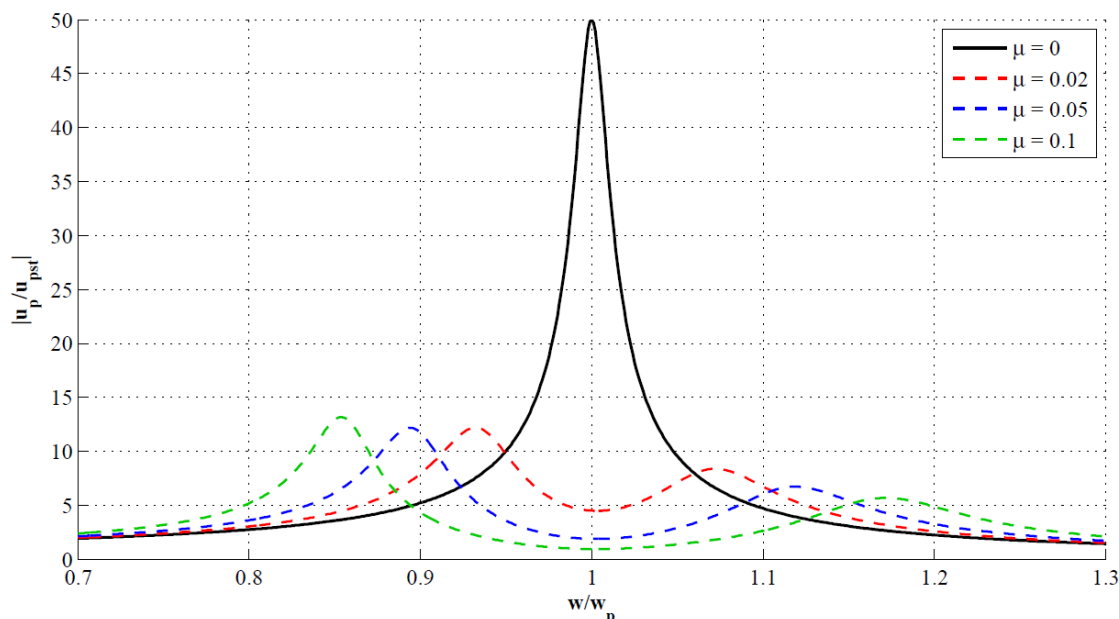


Figura 3.5. Factor de amplificación dinámica para varios casos con TMD y sin TMD de un sistema de 1 g.d.l. amortiguado. Fuente: Elaboración propia.

Cabe mencionar que, a diferencia del caso del absorbedor de vibraciones de Frahm, **no es posible eliminar por complemento el movimiento de la estructura**, si bien, con el aumento del ratio de masas, se logra reducir la respuesta a niveles mínimos.

3.4 CRITERIOS CLÁSICOS DE OPTIMIZACIÓN DE TMD

La optimización de TMD es el proceso por el cual se determinan los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento que garantizan una operatividad eficiente de la estructura. Este procedimiento es de vital importancia para lograr el funcionamiento óptimo del sistema estructural, ya que la sincronización del TMD gobierna la reducción de la respuesta dinámica.

Uno de los criterios clásicos más extendidos es el criterio de Den Hartog para sistemas de 1 g.d.l. sin amortiguamiento (Den Hartog, 1947), aunque también se han propuesto otros criterios por varios autores. Sin embargo, todos los criterios presentan una finalidad común: minimizar el factor de amplificación dinámica en desplazamientos, velocidades o aceleraciones. Entre los distintos criterios, se distinguen los **criterios de la norma H_∞ y H_2** , que tienen como finalidad mejorar la respuesta estacionaria de la estructura.

El uso de uno u otro criterio de optimización será factible en función de las características de la estructura. Los criterios clásicos, como puede ser el de Den Hartog, parten de hipótesis que simplifican mucho el problema: desprecio del amortiguamiento de la estructura, sistema de un grado de libertad, un único modo de vibración afectado, etc; por ello, es fundamental conocer las asunciones de partida en las que se basa cada método, con objeto de no incurrir en errores de diseño o comprobación, y más en un problema de carácter no lineal geométrico como el que se trata en el presente TFM. No obstante, las metodologías clásicas pueden servir para establecer un orden de magnitud, pudiendo comprobar con la metodología de optimización desarrollada.

3.4.1 CRITERIO DE LA NORMA H_∞

El criterio de la norma de H_∞ es probablemente el criterio de optimización más conocido, y pretende la minimización de la amplitud máxima de la respuesta.

Para un sistema de un grado de libertad, la optimización se realiza mediante la determinación de los parámetros óptimos del TMD para los que los dos picos de la función de amplificación dinámica tienen la misma altura, siendo ésta la mínima posible.

Matemáticamente, la norma de H_∞ se expresa (Weber, Feltrin and Huth, 2006):

$$\|H\|_\infty = \|G_p(r_p)\|_\infty = \text{Max}(r_p) |G_p(r_p)| \quad (3.29)$$

La norma de H_∞ representa la amplitud máxima del valor absoluto de la función de amplificación dinámica. El objetivo del criterio expuesto es encontrar el ratio de frecuencias, q , y el factor de amortiguamiento del TMD, ξ_s , que minimizan $\|G_p(r_p)\|_\infty$, es decir:

$$\text{Min}(q, \xi_s) \|G_p(r_p)\|_\infty = \text{Min}(q, \xi_s) \text{Max}(r_p) |G_p(r_p)| \quad (3.30)$$

El mínimo de $\|G_p(r_p)\|_\infty$ existe sólo si hay dos máximos locales y ambos poseen el mismo valor.

3.4.1.1. Solución analítica: formulación de Den Hartog

El método de los puntos fijos de Den Hartog consiste en una aproximación a la solución del criterio de la norma de H_∞ (Den Hartog, 1947). La obtención de los parámetros óptimos q_∞ y ξ_∞ se basa en la observación de que en las estructuras sin amortiguamiento ($\xi_p = 0$), existen al menos dos frecuencias $r_{p,1}$ y $r_{p,2}$ donde $|G_p(r_p)|$ no varía con respecto a la variación de ξ_s (fijada q), es decir:

$$\frac{\partial |G_p(r_{p,1})|}{\partial \xi_s} = \frac{\partial |G_p(r_{p,2})|}{\partial \xi_s} = 0 \quad (3.31)$$

Lo expuesto se consigue maximizando ambos puntos $|G_p(r_{p,1})| = |G_p(r_{p,2})|$. Esta propiedad solo es válida en casos en los que el sistema principal no tiene amortiguamiento, ya que el hecho de amortiguar el sistema principal destruye dichos puntos fijos.

Sin embargo, las expresiones obtenidas por Den Hartog pueden aplicarse con resultados aceptables a estructuras con amortiguamiento, si éste es pequeño ($\xi_p \leq 1-2\%$, correspondiendo $0,01 \leq \mu \leq 0,1$).

Las expresiones analíticas obtenidas por Den Hartog son las siguientes:

$$q_{DH} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.32)$$

$$\xi_{DH} = \sqrt{\frac{3 \cdot \mu}{8 \cdot (1 + \mu)}} \quad (3.33)$$

3.4.2 CRITERIO DE LA NORMA H_2

El criterio de la norma de H_2 tiene como finalidad minimizar la energía de vibración total del sistema. Si el sistema está sometido a una excitación aleatoria de ruido blanco, la norma de H_2 de $G_p(r_p)$ está directamente relacionada con la variación del resultado de la función de amplificación dinámica.

Matemáticamente, la norma de H_2 se expresa (Weber, Feltrin and Huth, 2006):

$$\|H\|_2 = \|G_p(r_p)\|_2 = \sqrt{\int_{t=-\infty}^{t=\infty} (G_p(t))^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{r_p=-\infty}^{r_p=\infty} |G_p(r_p)|^2 dr_p} \quad (3.34)$$

Esta expresión representa una medida del área comprendida entre el cuadrado del valor absoluto de la función de amplificación dinámica, $|G_p(r_p)|^2$, y entre el eje horizontal, r_p . Se debe notar que, por esta definición, sólo existe un único máximo y no dos como en el caso de la norma de H_∞ .

El objetivo del criterio expuesto es encontrar el ratio de frecuencias, q , y el factor de amortiguamiento del TMD, ξ_s , que minimizan $\|G_p(r_p)\|_2$, es decir:

$$\text{Min}(q, \xi_s) \|G_p(r_p)\|_2 = \text{Min}(q, \xi_s) \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{r_p=-\infty}^{r_p=\infty} |G_p(r_p)|^2 dr_p} \quad (3.35)$$

La forma de obtener una solución analítica pasa por resolver el sistema formado por las dos ecuaciones no lineales que definen las dos condiciones de mínimo:

$$\frac{\partial \|G_p(r_p)\|_2}{\partial \xi_s} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \|G_p(r_p)\|_2}{\partial q} = 0 \quad (3.37)$$

3.5 SISTEMA DE 1 G.D.L. CON TMD

En el presente apartado se exponen resultados numéricos de las metodologías descritas en el apartado anterior, con objeto de ver el efecto de las mismas y la sensibilidad de sus parámetros, así como las posibles diferencias que puedan existir entre ellas. En primer lugar se estudia el caso de un TMD sujeto a un sistema de 1 g.d.l. sin amortiguar, para posteriormente incluir el amortiguamiento de la estructura y observar el efecto del mismo.

3.5.1 TMD SUJETO A UN SISTEMA SIN AMORTIGUAR

Para ratios de amortiguamiento reducidos, menores al 1%-2% (que típicamente se tienen en casos de ingeniería civil), se puede considerar, de forma aproximada, que el amortiguamiento de la estructura es nulo sin que esto incurra en errores de análisis no asumibles. Bajo esta hipótesis, el factor de amplificación dinámica del sistema de 1 g.d.l. sometido a una excitación armónica toma la siguiente expresión:

$$|G_p(r_p)| = \sqrt{\frac{(q^2 - r_p^2)^2 + (2 \cdot \xi_s \cdot q \cdot r_p)^2}{\left[(1 - r_p^2) \cdot (q^2 - r_p^2) - \mu \cdot r_p^2 \cdot q^2 \right]^2 + 4 \cdot r_p^2 \left\{ \xi_s \cdot q \left[1 - r_p^2 \cdot (1 + \mu) \right] \right\}^2}} \quad (3.38)$$

Como se puede observar, la expresión anterior depende de cuatro factores: el ratio de frecuencias, q , el ratio de masas, μ , el factor de amortiguamiento del TMD, ξ_s , y la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia propia del sistema, r_p . Si se fija un ratio de masas y un ratio de frecuencias (por ejemplo, $\mu = 0,20$ y $q = 0,9$), se puede ver el efecto que tiene el amortiguamiento del TMD en la respuesta del sistema (ver **Figura 3.6**), pudiéndose observar que, a medida que ξ_s aumenta, los picos de la respuesta de la estructura se reducen; sin embargo, el valor de la respuesta estructural entre picos se incrementa, siendo la tendencia la de formar un único pico central cuando el amortiguamiento del TMD aumenta. En consecuencia, la principal conclusión obtenida al respecto es que, si se aumenta demasiado el amortiguamiento del TMD, éste comienza a vibrar en consonancia con la estructura, perdiendo toda la eficiencia para reducir la amplitud del movimiento.

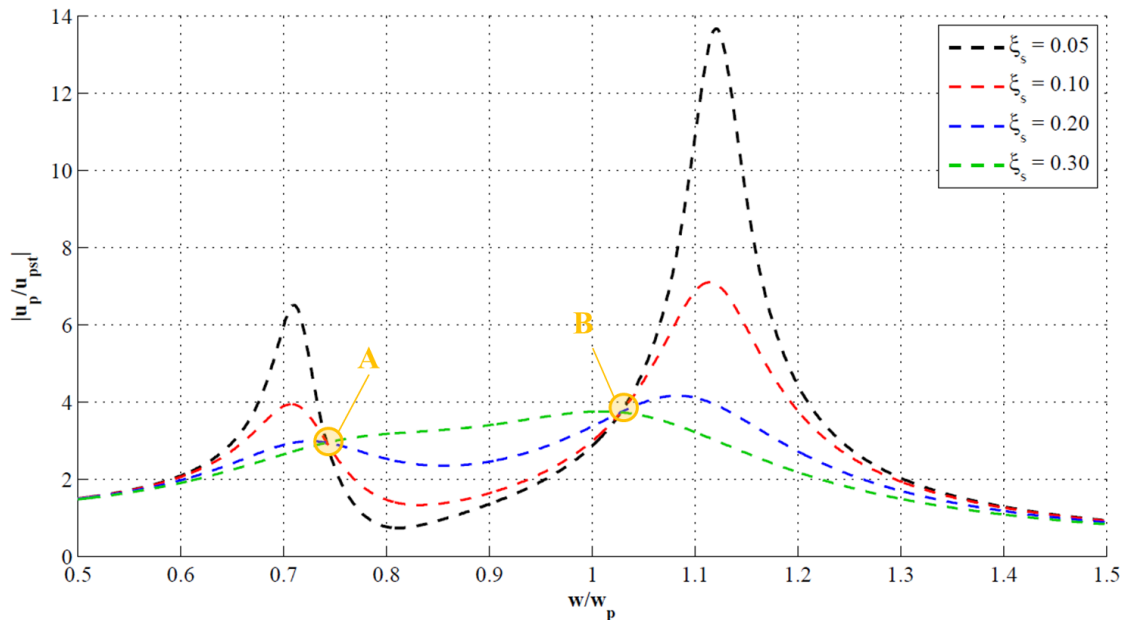


Figura 3.6. Factor de amplificación dinámica para un sistema de 1 g.d.l. con un TMD ($\mu = 0,20$, $q = 0,8$) y varios factores de amortiguamiento del TMD. Fuente: *Elaboración propia*.

Si se visualiza la figura anterior, ahora observando la simetría de la respuesta, se puede concluir que los parámetros del TMD utilizados no son los óptimos (según el criterio de la norma de H_∞), ya que los picos de respuesta no alcanzan el mismo valor. Por otro lado, se puede ver cómo, para todos los casos representados, existen dos puntos comunes en las funciones de respuesta (A y B); estos puntos son la base de la búsqueda de los parámetros óptimos del TMD en estructuras no amortiguadas de acuerdo a la formulación de Den Hartog.

Llegado este punto, resulta interesante obtener los parámetros óptimos del TMD que minimizan la respuesta de la estructura antes de seguir con el análisis. A tal efecto, se pueden aplicar las metodologías expuestas en el *Apartado 3.4 Criterios clásicos de optimización de TMD* para la optimización de TMD; los resultados obtenidos para cada una de las tres metodologías en función del ratio de masas establecido se muestran en la **Figura 3.7**. Se pueden concluir los siguientes aspectos:

- A medida que aumenta el ratio de masas, el ratio de frecuencias óptimo disminuye. La comparación entre los diferentes métodos de optimización muestra una gran similitud entre Den Hartog (DH en adelante) y H_∞ , y una diferencia entre éstos y H_2 , cuyos valores de ratio de frecuencias se encuentran por encima.
- Cuanto más aumenta el ratio de masas, mayor es el factor de amortiguamiento óptimo del TMD. El método H_∞ es el que mayor factor de amortiguamiento aporta, mientras que el H_2 es el que aporta menores valores, estando DH entre ambos.
- El factor de amplificación dinámica de la estructura disminuye a medida que aumenta el ratio de masas. Los valores aportados por DH y H_∞ son prácticamente idénticos y mayores a los obtenidos por H_2 .

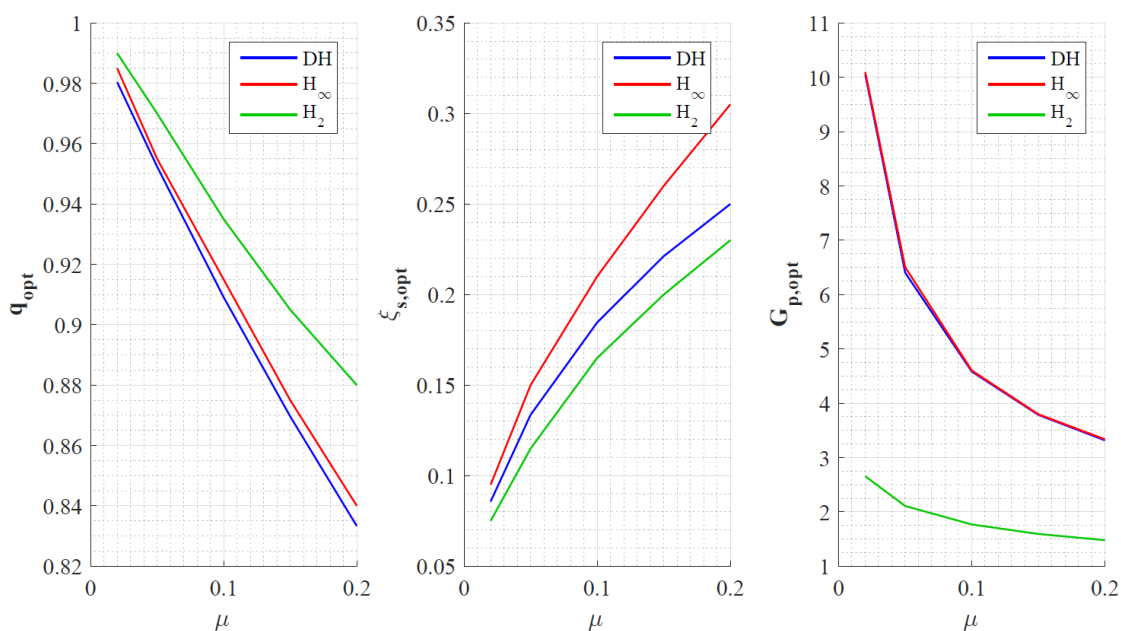


Figura 3.7. Comparación de valores óptimos para diferentes métodos de optimización de TMD en un sistema de Ig.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, es útil evaluar la sensibilidad de la respuesta de la estructura a una ligera variación de los parámetros óptimos del TMD. Tomando como ejemplo los valores obtenidos por el método clásico de Den Hartog para un ratio de masas de $\mu = 0,1$, que son $q_{opt} = 0,9091$ y $\zeta_{s,opt} = 0,1846$, se puede comprobar que una ligera variación del ratio óptimo de frecuencias provoca un incremento notable de la respuesta de la estructura (ver **Figura 3.8**); por lo tanto, resulta fundamental una correcta definición de la frecuencia del TMD para lograr su efectividad en la reducción de la respuesta. Por otro lado, si se fija el valor de q_{opt} y se hace variar $\zeta_{s,opt}$, se obtienen los resultados de la **Figura 3.9**, mostrándose una ligera variación, lo que determina una menor importancia en la optimización de este parámetro.

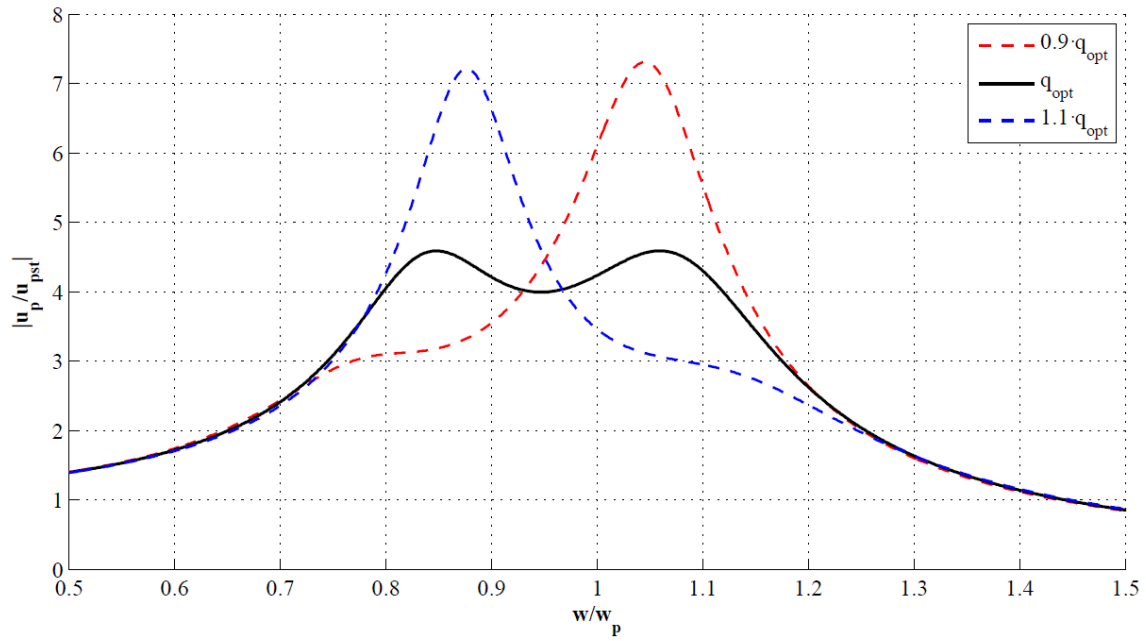


Figura 3.8. Estudio de sensibilidad del ratio de frecuencias óptimo para un TMD en un sistema de 1 g.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.

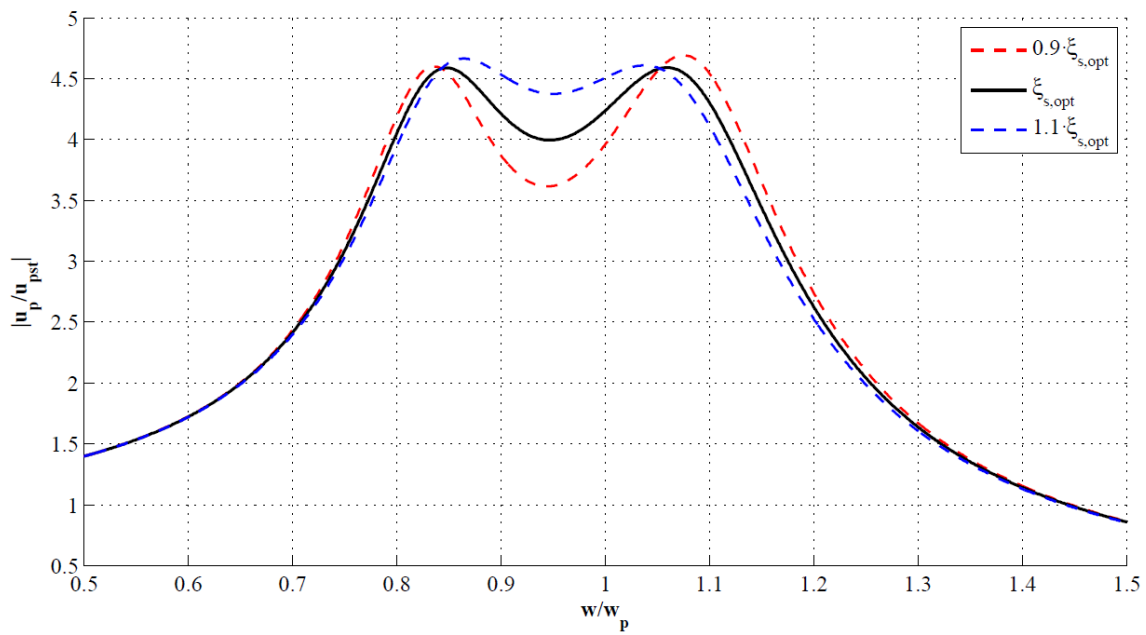


Figura 3.9. Estudio de sensibilidad del factor de amortiguamiento óptimo de un TMD en un sistema de 1 g.d.l. no amortiguado. Fuente: Elaboración propia.

3.5.2 TMD SUJETO A UN SISTEMA AMORTIGUADO

Si, a diferencia del apartado anterior, se introduce en el análisis el amortiguamiento de la estructura, el factor de amplificación dinámica del sistema amortiguado viene determinado por la siguiente expresión:

$$|G_p(r_p)| = \sqrt{\frac{(q^2 - r_p^2)^2 + (2 \cdot \xi_s \cdot q \cdot r_p)^2}{\left[(1 - r_p^2) \cdot (q^2 - r_p^2) - \mu \cdot r_p^2 \cdot q^2 - 4 \cdot \xi_s \cdot \xi_p \cdot q \cdot r_p^2 \right]^2 + 4 \cdot r_p^2 \left\{ \xi_p \cdot (q^2 - r_p^2) + \xi_s \cdot q \cdot [1 - r_p^2 \cdot (1 + \mu)] \right\}^2}} \quad (3.39)$$

Al igual que en el caso de estructura no amortiguada, en este caso los parámetros más importantes en el momento de la optimización del TMD son el ratio de masas y el ratio de frecuencias, siendo la efectividad del TMD menos sensible a pequeñas variaciones del factor de amortiguamiento óptimo del mismo. Esto se debe, fundamentalmente, al hecho de que el amortiguamiento de un TMD tiene como función principal la reducción de su desplazamiento como consecuencia de la energía transferida de la estructura a éste; así, la definición del amortiguamiento del TMD vendrá determinada, en la mayoría de los casos, por el espacio disponible para que éste desarrolle su movimiento vibratorio.

Llegado este punto, adquiere interés conocer la sensibilidad que el diseño del TMD tiene respecto a la variación del amortiguamiento de la estructura, ξ_p . Bajo esta hipótesis, ya no es válido el concepto introducido anteriormente de los puntos fijos que se usan como base en el método de Den Hartog para encontrar los parámetros óptimos del sistema; sin embargo, para amortiguamientos reducidos, como se tienen generalmente en el ámbito de la ingeniería civil, sí se pueden seguir empleando dichas expresiones sin una pérdida importante de precisión. Todo esto se puede observar en la **Figura 3.10**, en la que, para un amortiguamiento de la estructura correspondiente a $\xi_p = 0,01$, los puntos A y B permanecen prácticamente fijos, mientras que para $\xi_p = 0,10$ se aprecia una diferencia entre ellos; por otro lado, como resulta obvio, la respuesta dinámica de la estructura es menor cuanto mayor es su amortiguamiento.

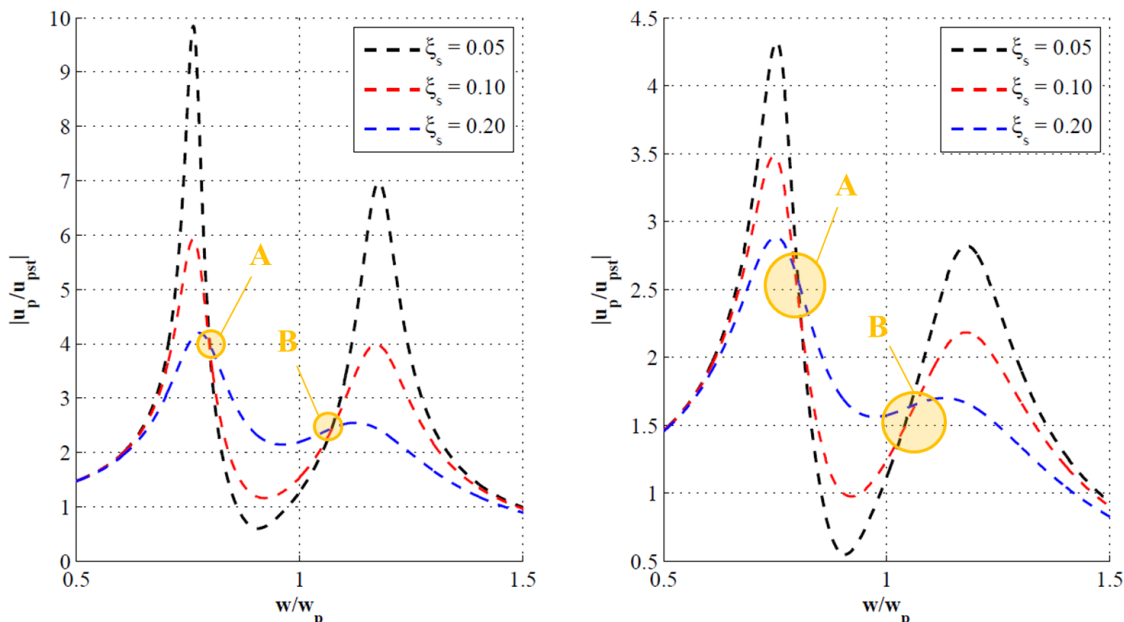


Figura 3.10. Efecto del amortiguamiento de la estructura con $\mu = 0,20$ y $q = 0,90$: $\xi_p = 0,01$ (izquierda) y $\xi_p = 0,10$ (derecha). Fuente: Elaboración propia.

Con objeto de establecer un cierto límite de aplicación de la formulación de Den Hartog para sistemas amortiguados, se presentan los resultados de la **Figura 3.11**, correspondientes a los parámetros óptimos del TMD para los diferentes métodos de optimización vistos anteriormente.

De su estudio se puede concluir que, para factores de amortiguamiento mayores en la estructura de 0,02, la diferencia comienza a ser importante entre los valores aportados por Den Hartog y por H_∞ (el método H_2 parte de otro concepto, por lo que no es comparable en este sentido); a tal efecto, queda demostrada la invalidez del método de Den Hartog para estructuras con un factor de amortiguamiento alto (en la práctica, $\xi_p \geq 2\%$).

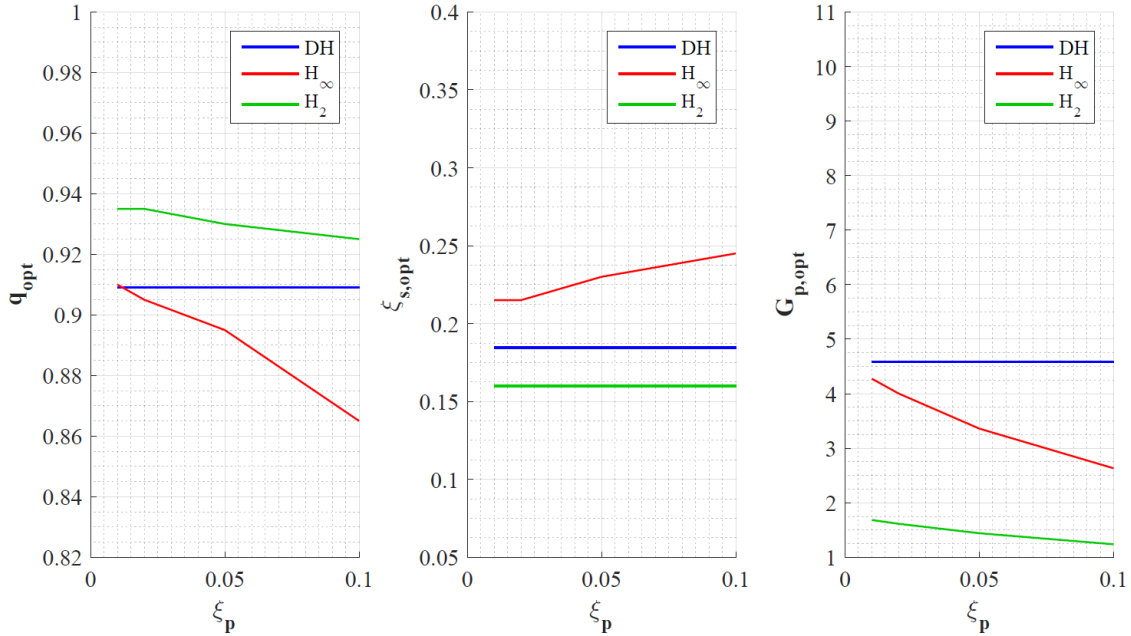


Figura 3.11. Comparación de los valores óptimos para diferentes métodos de optimización de TMD en un sistema de 1g.d.l. amortiguado (para $\mu = 0,10$). Fuente: Elaboración propia.

3.6 SISTEMA DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD CON TMD

La hipótesis de una estructura con un grado de libertad para el sistema principal es una simplificación de la realidad al considerar que toda la masa se concentra en un punto. Dado que un TMD se diseña para que opere de manera eficiente sobre un modo de vibración concreto de la estructura (siendo por tanto efectivo en un ancho de frecuencias reducido), este concepto puede extenderse a una estructura con múltiples grados de libertad, siendo posible diseñar MTMDs independientes para que cada TMD mitigue las vibraciones de un modo específico de vibración. Cabe mencionar que esta consideración sólo es aplicable si la estructura posee frecuencias naturales suficientemente espaciadas y si el comportamiento es elástico lineal.

Un procedimiento similar al aplicado en el caso de un sistema con una estructura de un grado de libertad puede realizarse para obtener las ecuaciones de gobierno de **un sistema formado por una estructura de N grados de libertad con un TMD asociado al k -ésimo grado de libertad**, obteniéndose:

$$M_p \cdot \ddot{U}_p(t) + C_p \cdot \dot{U}_p(t) + K_p \cdot U_p(t) = F(t) + \left[c_s \cdot (\dot{u}_s(t) - \dot{U}_{p,k}(t)) + k_s \cdot (u_s(t) - U_{p,k}(t)) \right] \cdot E_k \quad (3.40)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_s(t) + c_s \cdot \dot{u}_s(t) - c_s \cdot \dot{U}_{p,k}(t) + k_s \cdot u_s(t) - k_s \cdot U_{p,k}(t) = 0 \quad (3.41)$$

Dónde:

- M_p es la matriz de masa de la estructura.
- C_p es la matriz de amortiguamiento de la estructura.
- K_p es la matriz de rigidez de la estructura.
- E_k es un vector columna de ceros con valor unidad en la fila k -ésima.
- $\ddot{U}_p(t)$ es el vector de aceleraciones verticales de la estructura.
- $\dot{U}_p(t)$ es el vector de velocidades verticales de la estructura.
- $U_p(t)$ es el vector de desplazamientos verticales de la estructura.
- $\dot{U}_{p,k}$ es velocidad vertical de la estructura en el grado de libertad k -ésimo.
- $U_{p,k}$ es el desplazamiento de la estructura en el grado de libertad k -ésimo.
- $\ddot{u}_s(t)$ es la aceleración vertical del TMD.
- $\dot{u}_s(t)$ es la velocidad vertical del TMD.
- $u_s(t)$ es el desplazamiento vertical del TMD.
- $F(t)$ es la fuerza de excitación aplicada.

Por la necesidad de considerar los desplazamientos relativos entre los dos sistemas debido a que ésta caracteriza la eficiencia del TMD, se define:

$$u_r(t) = u_s(t) - U_{p,k}(t) \quad (3.42)$$

Siendo $u_r(t)$ el desplazamiento relativo entre el TMD con respecto al desplazamiento del grado de libertad k -ésimo de la estructura. De esta forma, las ecuaciones (3.40) y (3.41) se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$M_p \cdot \ddot{U}_p(t) + C_p \cdot \dot{U}_p(t) + K_p \cdot U_p(t) = F(t) + [c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t)] \cdot E_k \quad (3.43)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_r(t) + c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t) = -m_s \cdot \ddot{U}_{p,k}(t) \quad (3.44)$$

La solución al problema puede obtenerse mediante el método de superposición modal, por el que cualquier estructura de N grados de libertad puede expresarse como superposición de N estructuras de un grado de libertad asociadas a sus modos de vibración mediante unas coordenadas modales u_i :

$$U_p(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i \cdot u_i(t) = \phi \cdot u_p \quad (3.45)$$

Dónde:

- ϕ es la matriz de dimensión $N \times N$ que contiene N vectores columna que representan la forma de cada modo de vibración.
- u_p es el vector columna que contienen las coordenadas modales de cada modo u_i .

Premultiplicando la ecuación (3.43) por ϕ^T y sustituyendo (3.45) en (3.43), se obtiene la siguiente expresión:

$$m_p \cdot \ddot{u}_p(t) + c_p \cdot \dot{u}_p(t) + k_p \cdot u_p(t) = \phi^T \cdot F(t) + [c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t)] \cdot \phi^T \cdot E_k \quad (3.46)$$

Dónde, según la propiedad de ortogonalidad e independencia de los modos de vibración entre sí, se tiene:

$$\square m_p = \phi^T \cdot M_p \cdot \phi \quad (3.47)$$

$$\square c_p = \phi^T \cdot C_p \cdot \phi \quad (3.48)$$

$$\square k_p = \phi^T \cdot K_p \cdot \phi \quad (3.49)$$

Sustituyendo $\ddot{U}_{p,k}(t) = E_k^T \cdot \phi \cdot \ddot{u}_{p,i}(t)$ en la ecuación (3.44), se tiene:

$$m_s \cdot \ddot{u}_r(t) + c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t) = -m_s \cdot E_k^T \cdot \phi \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) = -m_s \cdot \phi_k \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) \quad (3.50)$$

Como ya se ha comentado, un TMD se diseña para que sea efectivo únicamente para mitigar un modo de vibración de la estructura. Si se pretende controlar el modo de vibración i -ésimo de la estructura, dado que el principio de superposición modal permite desacoplar las ecuaciones, se pueden obtener las ecuaciones de un grado de libertad del movimiento referidas al grado de libertad i de la estructura:

$$m_{p,i} \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) + c_{p,i} \cdot \dot{u}_{p,i}(t) + k_{p,i} \cdot u_{p,i}(t) = \phi_i^T \cdot F(t) + [c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t)] \cdot \phi_{k,i} \quad (3.51)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_r(t) + c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t) = -m_s \cdot \phi_{k,i} \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) \quad (3.52)$$

Dónde $\phi_{k,i}$ representa el desplazamiento del grado de libertad k -ésimo (dónde está el TMD) debido al modo de vibración i . Si se normaliza el vector ϕ_i con respecto a la matriz de masa, se tiene que $\phi_{k,i} = 1$, permitiendo reescribir las ecuaciones (3.51) y (3.52), respectivamente, como:

$$m_{p,i} \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) + c_{p,i} \cdot \dot{u}_{p,i}(t) + k_{p,i} \cdot u_{p,i}(t) = \phi_i^T \cdot F(t) + c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t) \quad (3.53)$$

$$m_s \cdot \ddot{u}_r(t) + c_s \cdot \dot{u}_r(t) + k_s \cdot u_r(t) = -m_s \cdot \ddot{u}_{p,i}(t) \quad (3.54)$$

De esta forma, se han obtenido las ecuaciones de equilibrio dinámico para el modo de vibración i de la estructura con la contribución del TMD y, como se puede observar, resulta equivalente a las ecuaciones de una estructura de 1 g.d.l. obtenidas en el *Apartado 3.3 Ecuaciones del movimiento para un sistema amortiguado de 1 G.D.L con un TMD*. Así, se demuestra que **es posible establecer una analogía entre una estructura de un grado de libertad y una estructura de múltiples grados de libertad**, siempre y cuando se recurra a coordenadas modales y se **cumplan los requisitos para aplicar el principio de superposición modal** (casos lineales).

Además, resulta inmediato implementar **múltiples TMDs asociados a un sistema de múltiples grados de libertad** empleando las ecuaciones de equilibrio (3.53) y (3.54) para cada TMD, estando cada TMD sintonizado a un modo específico de vibración, permitiendo así controlar las vibraciones de los modos más altos, que generalmente son los menos relevantes.

3.7 CASO DE ESTRUCTURAS NO LINEALES

Las metodologías de optimización de sistemas estructuras con TMD expuestas y analizadas a lo largo del presente capítulo están concebidas para casos estructurales que se puedan simplificar por un modo dominante. Para casos en los que no se pueda asumir esta hipótesis, en el apartado anterior se ha aportado una extensión de las metodologías a sistemas con varios grados de libertad. Sin embargo, esta extensión es posible cuando la estructura tiene un comportamiento lineal, pudiéndose utilizar una superposición de la respuesta de la estructura; en casos con comportamiento no lineal geométrico, en los que la superposición deja de ser una aproximación válida, es necesario encontrar una nueva metodología de optimización de TMD.

Además de lo anterior, las metodologías expuestas hasta ahora están orientadas a su uso en estructuras en las que el modo de vibración afectado (es decir, el modo cuyo movimiento se quiere paliar con la disposición de un TMD o MTMDs en los antinodos) es único y se encuentra claramente diferenciado y separado en frecuencias del resto de modos. Esto equivale a decir que la influencia que la variación de un modo puede tener en el resto es despreciable. Sin embargo, no todas las estructuras pueden englobarse en este grupo, siendo necesario en algunos casos estudiar la influencia que la inclusión de un TMD en la estructura puede tener en los diversos modos.

Por lo tanto, tras la reflexión realizada en el presente apartado, se plantea la necesidad de estudiar una técnica de optimización de TMD que tenga en cuenta los diferentes aspectos mencionados. El *Capítulo 4 Diseño de MTMDs en una Estructura con Comportamiento no lineal geométrico: Criterio de Desempeño* va orientado precisamente a la descripción y estudio de dicha metodología.

4 DISEÑO DE MTMDs EN UNA ESTRUCTURA CON COMPORTAMIENTO NO LINEAL GEOMÉTRICO: CRITERIO DE DESEMPEÑO

En el presente capítulo se procede a la exposición del método de diseño de MTMDs desarrollado en el presente TFM para su aplicación en una estructura con comportamiento no lineal geométrico: el Criterio de Desempeño (*Performance*) combinado con la aplicación de algoritmos de optimización genéticos y un software de cálculo estructural. Esta metodología está orientada a casos en los que la variabilidad de las frecuencias de vibración en una estructura es elevada, por lo que no se puede considerar una única frecuencia para sintonizar el TMD que amortigüe la estructura. El método desarrollado comprende, a grandes rasgos, las siguientes posibilidades:

- ❑ Aplicación en casos de estructuras con **comportamiento no lineal geométrico** debido a la incorporación de un software de cálculo estructural en el proceso de optimización.
- ❑ Posibilidad de paliar las vibraciones causadas cuando se ve afectado **más de un modo de vibración**; sin embargo, **la aplicación práctica se centrará en solventar el caso de un único modo afectado**.
- ❑ **Incorporación de varios TMDs** (o MTMDs) debido a que el modo de vibración afectado posee más de un antinodo.

Así, en primer lugar se procede al estudio de las causas que pueden producir una variación en las frecuencias naturales de una estructura. Posteriormente se describe el criterio de forma teórica. Finalmente, se expone la metodología de cálculo planteada: un algoritmo que incluye el Criterio de Desempeño y las particularidades de los algoritmos genéticos de optimización.

4.1 VARIABILIDAD DE LAS FRECUENCIAS EN UNA ESTRUCTURA

Generalmente, cuando se aborda el estudio de los parámetros dinámicos de una estructura se obtienen resultados que se consideran invariables ante otros agentes externos, una suposición que puede ser cierta, como aproximación, en muchos casos. Sin embargo, existen estructuras cuyos materiales, geometría o configuración estructural son muy sensibles a cambios en el ambiente o en el estado de carga, lo que puede llevar a una variación en los parámetros dinámicos que es necesaria tener en cuenta en los cálculos.

Si se centra esta reflexión en uno de los parámetros fundamentales que definen la dinámica de la estructura, la frecuencia de vibración, los factores que afectan a su valor se pueden dividir en dos categorías (Safaeifar and Karimi, 2015):

- ❑ **Factores permanentes:** tamaño, tipología, peso de la estructura, etc.
- ❑ **Factores temporales:** edad de la estructura, estado de carga, temperatura, etc.

Los **factores permanentes** son aquellos que definirán el valor medio de las frecuencias de vibración de la estructura. En casos de estructuras rígidas, con una edad reducida, y con materiales poco sensibles a variaciones ambientales, los valores obtenidos con estos factores pueden ser suficientemente ajustados para analizar el comportamiento de la estructura. Sin embargo, no siempre se está en este caso ideal, por lo que puede ser necesario recurrir al análisis de los factores temporales.

Los **factores temporales** establecerán la desviación sobre la media de las frecuencias de vibración de la estructura. Como ejemplo, se puede considerar el puente de Molinos (Almería), un puente construido en 1927 que, hace pocos años, fue sometido a un estudio para la definición de refuerzos estructurales que permitieran el mantenimiento de su servicio; los estudios realizados al respecto (Jiménez and Sáez, 2016) muestran una importante variación de los parámetros dinámicos como consecuencia de la edad avanzada de la estructura. Pero no solo la edad puede afectar a las frecuencias; también la temperatura puede ser importante, por ejemplo, en estructuras metálicas, en las que pueden aparecer cambios en el comportamiento dinámico según la estación del año, o incluso del día a la noche. La importancia del efecto de la temperatura queda patente en los estudios realizados por (Hu, Caetano and Cunha, 2012) sobre una pasarela peatonal de bandas tensadas en el campus de la Universidad de Oporto (Portugal), en la que se realizaron mediciones continuas durante dos años. En este caso, la variación máxima relativa de las frecuencias naturales de vibración de la estructura identificadas debido al efecto de la temperatura se estimó entre un mínimo de un 15,3% y un máximo de un 21,4%. Además, el estado de carga también puede modificar la frecuencia de vibración de la estructura, como puede ser el caso de una pasarela peatonal que presente variaciones en su comportamiento según la densidad del flujo peatonal. Precisamente **este último caso ha sido el evaluado en el presente trabajo**, al tratarse con una pasarela peatonal suspendida en cables de acero muy sensible al peso de los peatones y a la carga inducida por ellos en los cables.

La reflexión realizada a lo largo del presente apartado se ha hecho sobre las frecuencias de vibración de la estructura, por ser uno de los parámetros fundamentales para caracterizar su comportamiento dinámico, y por ser el parámetro más relacionado con el caso práctico desarrollado en el presente trabajo. Sin embargo, puede ser extendida a otros parámetros, como el factor de amortiguamiento de la estructura, que también puede variar; en concreto, los estudios realizados por (Safaeifar and Karimi, 2015) sobre una viga a diferentes temperaturas muestran una disminución del factor de amortiguamiento de la misma a medida que aumenta la temperatura.

4.2 CRITERIO DE DESEMPEÑO

En el presente apartado se procede a la descripción del Criterio de Desempeño (*Performance*) que se ha implementado en la metodología desarrollada en el presente TFM. En primer lugar se expone el origen y la base del criterio; posteriormente, se presenta la formulación del problema.

4.2.1 ORIGEN Y BASE DEL CRITERIO

El diseño clásico de estructuras tiene su origen en el diseño de celosías bajo cargas estáticas donde el peso se minimiza en función de un nivel de tensión admisible. Es globalmente aceptado que el diseño óptimo para estos casos es la metodología de los Estados Límite, técnica adoptada por diversas normativas técnicas e instrucciones (Eurocódigos, CTE, EHE, entre otras)

consistente en enumerar una serie de situaciones arriesgadas cuantificables mediante una magnitud (momentos, deformaciones, tensión...) y asegurar, con un margen de seguridad razonable, que la respuesta máxima favorable de la estructura en cada una de las situaciones es superior a la exigencia de la carga sobre la estructura. Lo anterior se puede expresar como:

$$x_d^i \leq x_u^i \quad (4.1)$$

Dónde:

- x_d^i es el valor de cálculo de la magnitud crítica para cada estado límite i .
- x_u^i es el valor límite de la magnitud crítica para cada estado límite i .

Este concepto ha sido probado también en diseños dinámicos como los realizados por Levy y Lavan (Levy and Lavan, 2006), donde el resultado de la optimización indicaba que “en el óptimo, el amortiguamiento obtenido implica que la variable de desempeño local alcance el valor máximo admisible”.

Es por la experiencia pasada de autores con similares problemas y la intención de que sea aplicable a casos con no linealidades que el criterio escogido se base en la metodología de los Estados Límite, recogida en el artículo *Multiple Tuned Mass Dampers for Multimodal Control of Pedestrian Bridges* (Yael, Lavan and Levy, 2012). Su filosofía queda recogida en el siguiente enunciado: en el óptimo, los MTMDs amortiguan el modo específico de vibración al que han sido sintonizados en unas determinadas posiciones de la estructura donde las aceleraciones del puente alcanzan el valor máximo admitido bajo la excitación de la carga peatonal (es decir, la condición (4.1)).

4.2.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El problema que se pretende resolver persigue el diseño de MTMDs para garantizar que la respuesta dinámica máxima de la estructura alcance, en el óptimo, el nivel máximo admisible del parámetro de control; a su vez, se adopta un criterio de economía, por lo que la finalidad es que el diseño de los MTMDs tenga una masa mínima.

El conjunto de criterios se recogen matemáticamente en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(\theta) &= \sum_{k=1}^K m_{s,k} & (4.2) \\ &\bullet \theta_l \leq \theta \leq \theta_u \\ &\bullet \text{ s.t. } \max_{\phi=1,2,\dots,N} \left\langle \max_{LS=1,2,\dots,p} \left\{ \max_{0 \leq x \leq L} \left[\frac{a(x, LS, \phi)}{a_{\max}} \right] \right\} \right\rangle \leq 1 \end{aligned}$$

Dónde:

- $f(\theta)$ es la función objetivo que se pretende minimizar.
- θ es el vector de variables del problema, que son: el ratio de masas μ , el ratio de frecuencias q y el factor de amortiguamiento ξ_s .
- $m_{s,k}$ es la masa de cada TMD k , siendo K el número total de amortiguadores, siendo todos ellos **idénticos en masa, amortiguamiento y rigidez**.

- θ_l es el vector que contiene los límites inferiores del dominio de búsqueda de cada variable: μ_l, q_l y $\xi_{s,l}$.
- θ_u es el vector que contiene los límites superiores del dominio de búsqueda de cada variable: μ_u, q_u y $\xi_{s,u}$.
- ϕ es cada uno de los modos de vibración de la estructura que se encuentran en el rango crítico, siendo N el número total de modos afectados.
- LS es cada uno de los casos de carga críticos que se analizan, estando cada caso definido por una densidad peatonal d y la frecuencia del modo afectado f o f^* , aspecto que se desarrollará más adelante. El total de casos de carga a comprobar es p .
- x es la posición.
- L es la longitud de la estructura.
- $a(x, LS, \phi)$ es la respuesta modal de la estructura en x para una configuración de los MTMDs en función de ϕ en el caso de carga crítico LS . Como se puede apreciar, se ha decidido que el parámetro de desempeño sea la aceleración, debido a que los niveles de confort de las personas son más dependientes de las aceleraciones (Zivanovic, Pavic and Reynolds, 2005).
- a_{max} es el valor máximo permitido de la respuesta.

Los puntos más relevantes a tener en cuenta en la formulación del problema son los siguientes:

- **Tipo de problema:** se trata de un problema de optimización que pretende minimizar el valor de una función objetivo $f(\theta)$.
- **Función objetivo:** la función que se pretende minimizar consiste en la suma de las masas de los MTMDs para buscar el ahorro económico; se trata de una función de único objetivo.
- **Variables:** las variables se corresponden con la solución al problema de diseño de los amortiguadores, es decir: la masa, la rigidez y el amortiguamiento. Estos parámetros quedan recogidos en las variables del problema μ, q y ξ_s , implementadas así por su facilidad para establecer sus límites. Las tres variables son idénticas para todos los TMDs.
- **Condición de contorno:** la condición de contorno del problema consiste en establecer unos límites superior e inferior a las variables del problema para establecer un dominio de búsqueda y evitar valores poco razonables.
- **Restricción:** el criterio de desempeño de la estructura se establece en forma de restricción evaluando los distintos escenarios de carga críticos. En primer lugar, se establecen tantas configuraciones como modos de vibración se pretende controlar (aquellos que causan problemas con la influencia del tráfico peatonal); cada configuración posee un TMD en las posiciones de máximo valor modal del modo de vibración afectado. En segundo lugar, se evalúan para cada configuración los casos de carga, definiéndose cada caso por una densidad peatonal y la frecuencia del modo afectado. Cabe destacar que se deben evaluar dos tipos de casos: por un lado, los casos que se han identificado como críticos en el análisis inicial de la pasarela sin amortiguadores, y unos nuevos casos que surgen tras la disposición de los amortiguadores debido al cambio que generan los mismos en las características dinámicas de la estructura. Finalmente, se evalúa la aceleración máxima de la máxima de los casos de cada configuración para que ésta sea menor que el valor máximo fijado.

Con respecto a la formulación descrita, cabe mencionar una reflexión sobre las **variables de optimización del problema**, el cual se ha definido inicialmente para obtener μ , q y ξ_s ; sin embargo, se ha decidido emplear en su lugar los parámetros de diseño del TMD directamente (m_s , c_s y k_s) debido a que el número de casos a considerar en el cálculo disminuye sustancialmente y la reducción del tiempo de cálculo resulta vital debido a que, para problemas complejos (no lineales o de un gran número de grados de libertad en la estructura) el tiempo computacional es una variable a minimizar. No obstante, las consideraciones generales de límites de diseño para μ , q y ξ_s se han tenido en cuenta para la definición de los parámetros de los MTMDs, como se verá posteriormente en el diseño.

Con objeto de clarificar la secuencia de **los casos de carga** que se deben considerar para realizar un diseño completo que cuantifique todas las posibles situaciones de interacción peatón-estructura se presenta la **Figura 4.1**. El punto de partida para realizar el diseño consiste en realizar un análisis inicial modal incorporando la masa añadida de diversos flujos peatonales para analizar los cambios en las propiedades dinámicas de la estructura y, así, identificar qué frecuencias de paso de los peatones producirían excitación de la pasarela. A continuación, se proponen tantas configuraciones de diseño como número de modos afectados por los flujos peatonales se tengan; cada configuración pretende amortiguar un modo de vibración concreto mediante la incorporación de tantos amortiguadores como antinodos tenga el modo.

El **objetivo** es encontrar aquella configuración de MTMDs (con la masa, amortiguamiento y rigidez correspondiente) para la que se minimiza la masa de los amortiguadores, alcanzando en el caso de carga más desfavorable la aceleración máxima permitida. A tal efecto, para cada configuración se evalúan los casos de carga críticos de los modos de vibración afectados con la disposición de MTMDs de dicha configuración, siendo **la posición de los MTMDs un parámetro fijo** establecido previamente para cada configuración.

Tal y como se muestra en la **Figura 4.1**, si se comienza por el modo de vibración ϕ_1 la configuración viene definida por un único amortiguador en la posición central. En la presente configuración se evalúan, en primer lugar, los casos de carga que producen interacción con dicho modo; cada caso se define por una densidad peatonal $d(\phi_1)$ y por una frecuencia. Como se puede observar, se definen siempre para cada densidad dos tipos de frecuencias de paso peatonal, f y f^* , que son las que definen la existencia de dos tipos de casos de carga crítica de diferente índole. La frecuencia f junto con la densidad peatonal $d(\phi_1)$ define el caso de carga que se identifica como crítico en el análisis previo a la inclusión de amortiguadores; en otras palabras, es la situación que se pretende solucionar inicialmente. Por otro lado, la frecuencia f^* junto con la densidad peatonal $d(\phi_1)$ define el caso de carga posterior a la inclusión de los amortiguadores. Esta situación, generalmente obviada en la fase de diseño, puede resultar de vital importancia ya que hay que tener en cuenta el hecho de que **la inclusión de los amortiguadores produce una variación de las propiedades dinámicas de la estructura**. Según lo expuesto anteriormente en el *Capítulo 3 Revisión de Metodologías para el Diseño Óptimo de TMD*, la inclusión de un amortiguador genera dos nuevas frecuencias centradas en la frecuencia natural previa a la instalación, por lo que puede ocurrir que el modo que se pretende mitigar simplemente cambie de frecuencia y siga dentro del rango de interacción peatonal.

Una vez analizados los casos de carga críticos asociados al modo de vibración ϕ_1 , se procedería de la misma forma a analizar los casos de carga asociados al modo de vibración ϕ_2 para la configuración primera (un único TMD), y así sucesivamente hasta comprobar los casos de todos los modos de vibración afectados.

Finalmente, se realizaría todo el proceso descrito adoptando las diferentes configuraciones que definen cada modo de vibración.

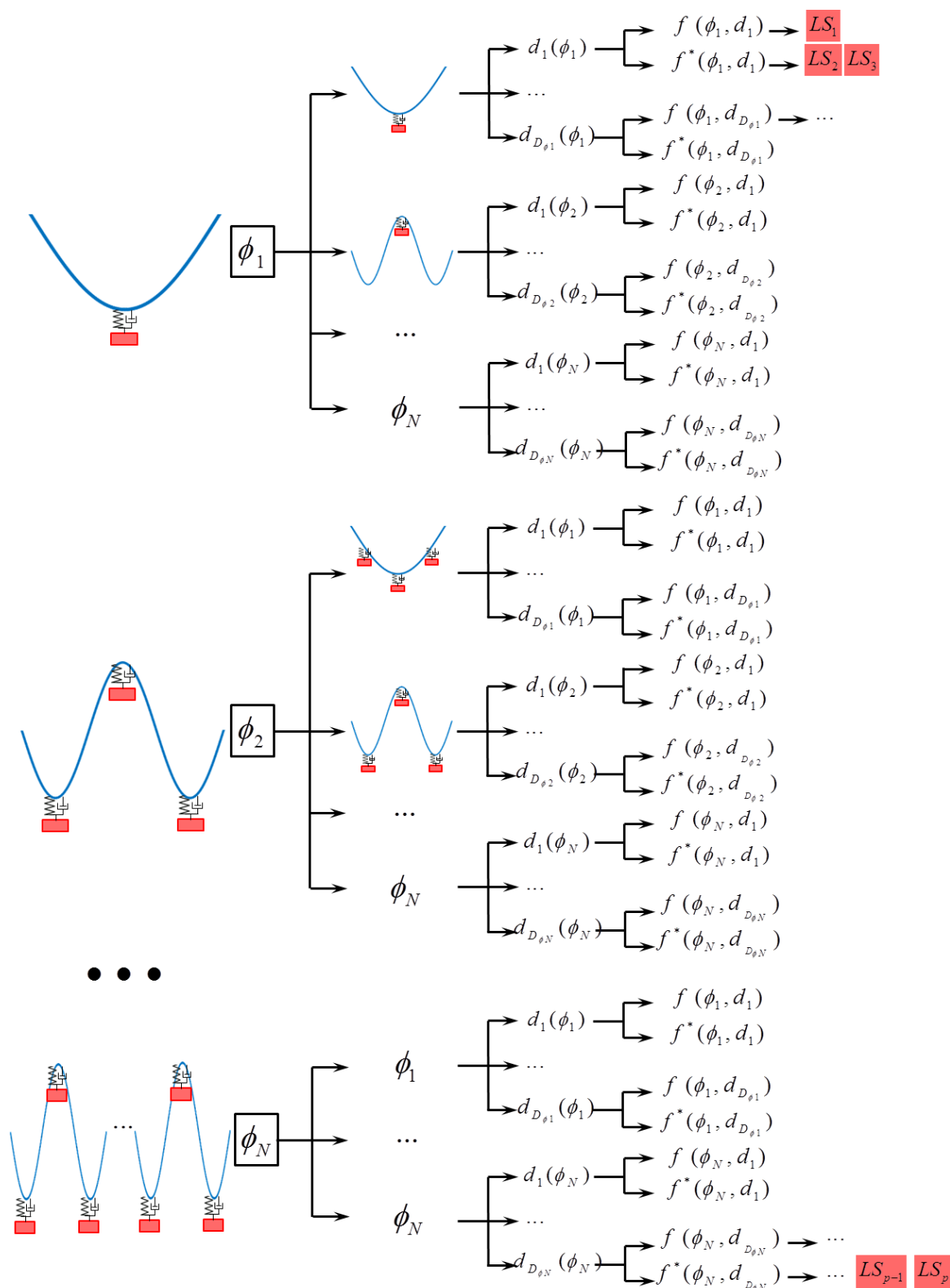


Figura 4.1. Esquema de identificación de los casos críticos de diseño para la optimización de MTMDs.
Fuente: Elaboración propia.

4.3 OPTIMIZACIÓN CON ALGORITMOS GENÉTICOS

Una vez definida la función objetivo y sus componentes se procede a explicar el tipo de algoritmo a utilizar en el proceso de optimización. El algoritmo empleado es de tipo **genético**, siendo una de las técnicas metaheurísticas con más difusión y aplicación en diversos campos.

El algoritmo se basa en un planteamiento probabilístico que además realiza la búsqueda por poblaciones. Su importancia radica en que es un método capaz de converger con muy alta probabilidad en un óptimo global, a diferencia de los métodos basados en gradientes que eran los que más se utilizaban hasta la aparición de estos nuevos algoritmos. Su patrón de búsqueda trata de reproducir los principios de la evolución biológica, es decir, intenta imitar el mecanismo de la teoría de la evolución de Darwin en la que los miembros de una población compiten para sobrevivir y se reproducen, mientras los más débiles mueren. De esta forma, en los algoritmos genéticos se producen nuevas soluciones más evolucionadas (que optimizan la función objetivo del problema) en cada iteración gracias a las operaciones de selección y combinación, de forma análoga a como los genes se transfieren a los nuevos individuos. Con objeto de comprender su funcionamiento se describen a continuación los pasos básicos que se ejecutan al emplear un algoritmo genético:

1) Inicialización:

Al iniciarse el algoritmo se establecen los parámetros del mismo, además de la función objetivo del problema y los límites superiores e inferiores de las soluciones. A continuación se generan de forma aleatoria un determinado número de individuos (soluciones) que forman la población inicial. El número de individuos de la población dependerá de la entidad del problema, de modo que constituyan una buena representación de todo el espacio de soluciones.

2) Evaluación de las soluciones de la primera generación:

En este inicio del algoritmo se evalúa también el valor de la función objetivo para cada individuo y a continuación se ejecuta el bucle principal para generar otras poblaciones más evolucionadas usando los tres operadores siguientes de inspiración biológica: selección, cruce o reproducción, y mutación.

3) Selección de los mejores individuos:

En cada iteración se selecciona una proporción de la población anterior para crear una nueva generación. Esta selección se realiza en función de la aptitud de los individuos para optimizar la función objetivo, eligiéndose los mejores con una mayor probabilidad. Muchas funciones de selección son de naturaleza estocástica y están diseñadas de modo que también se considere una pequeña proporción de individuos no tan buenos para mantener la diversidad de la población y evitar converger en soluciones incorrectas o locales.

4) Producción de una nueva generación usando los operadores genéticos de cruce o reproducción (*crossover*) y mutación:

El primero de los mecanismos es el de *crossover*, que representa la reproducción. Para generar un nuevo hijo (solución) se agrupan dos padres (un par de soluciones) de los seleccionados previamente. Así la nueva solución se forma a partir de una mezcla de dos de las mejores soluciones anteriores.

En este proceso de reproducción también entra en juego con una cierta probabilidad el mecanismo de la mutación, por el que alguna de las características de la nueva solución es modificada al azar. Así se pueden alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no estaban cubiertas por los individuos de la población anterior. La probabilidad con la que actúa este mecanismo puede ser constante o no uniforme, de forma, por ejemplo, que vaya disminuyendo y acercándose a cero a medida que vaya aumentando el número de generaciones. Esto ayudaría a que el algoritmo no se

quedara atascado en óptimos locales en el inicio, mientras que al final permitiría refinar la solución.

La reproducción con sus dos mecanismos continúa hasta que se genera una nueva población de un tamaño apropiado, generalmente del mismo que la primera.

5) Evaluación de la nueva generación:

Después de generada la nueva población, se evalúa la función objetivo para cada individuo de la misma.

6) Finalización:

Los pasos 3°, 4° y 5° se repiten hasta que se cumpla algún criterio de parada. Los criterios de parada suelen ser alcanzar un máximo número de generaciones o generar varias poblaciones seguidas con diferencias por debajo de una cierta tolerancia. Otros criterios pueden ser ejecutar el algoritmo un tiempo máximo u obtener alguna solución para la que el valor de la función objetivo sea menor que un cierto límite que se considera óptimo.

Los pasos descritos del funcionamiento de un algoritmo genético se pueden apreciar en la *Figura 4.2*.

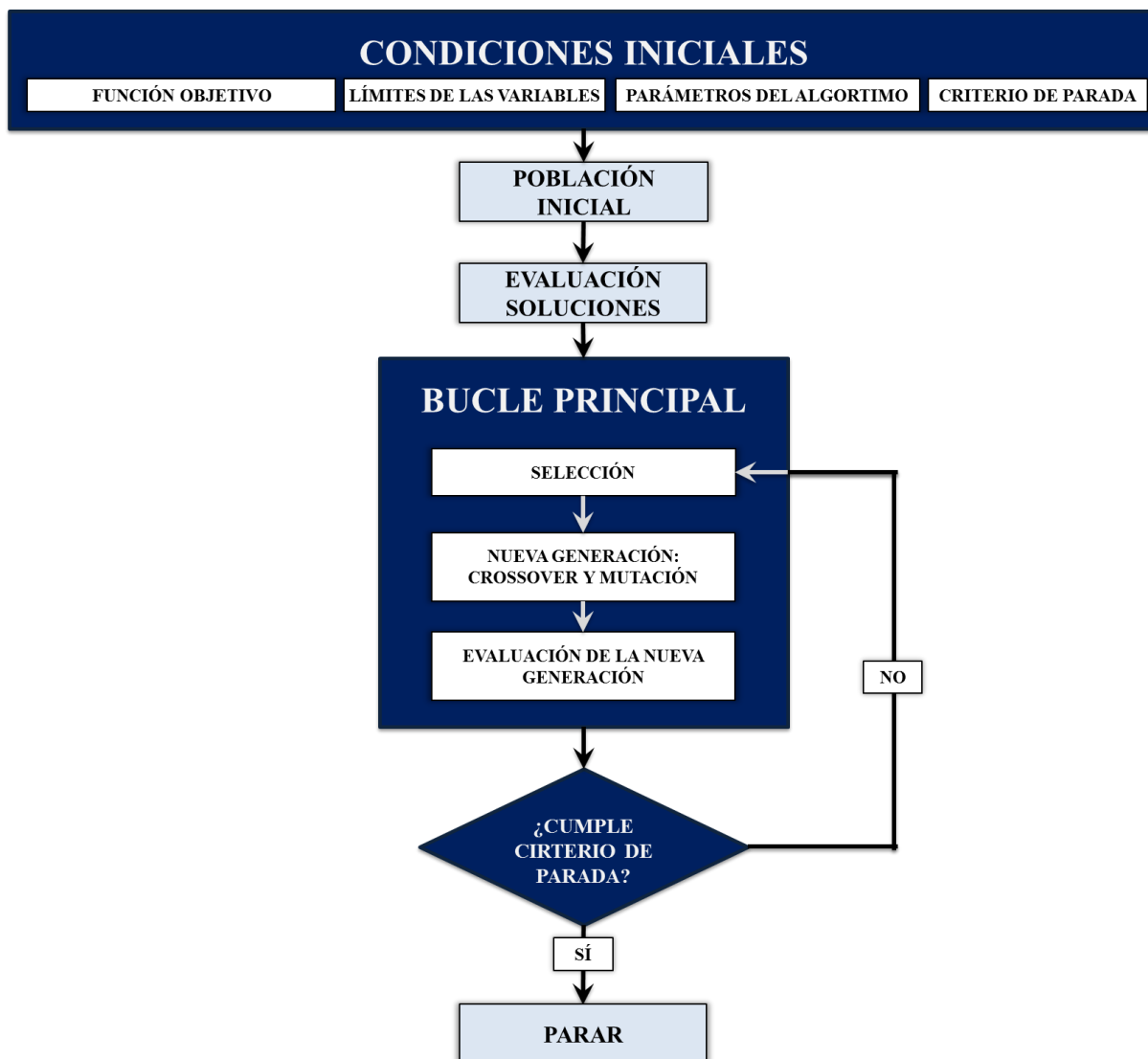


Figura 4.2. Diagrama de flujo de un algoritmo genético. Fuente: Elaboración propia

4.4 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN DE MTMDS DESARROLLADO

En los apartados anteriores se ha explicado en detalle y por separado la formulación del Criterio de Desempeño y el tipo de optimización que se propone para realizar el diseño de MTMDS en una estructura con comportamiento no lineal geométrico. Finalmente, solo restaría explicar cómo se combinan el criterio y el algoritmo genético, y el software necesario para poder completar la resolución.

El algoritmo genético de objetivo único que se plantea se ejecutará desde el software MATLAB; concretamente, se empleará la función *ga* (*genetic algorithm*) definiendo sus condiciones iniciales teniendo en cuenta la formulación del problema. Tal y como se muestra en la **Figura 4.3**, se establecen en la función del algoritmo genético la función objetivo, los límites de las variables, los parámetros del algoritmo, el criterio de parada y la restricción del problema. La restricción del problema es de gran importancia en la resolución, puesto que determinará qué individuos de la población son aptos para contribuir a la minimización de la función objetivo. Para evaluar en cada individuo la restricción es necesario obtener la máxima aceleración de la estructura de cada caso de carga para cada configuración.

Para obtener la aceleración máxima de la estructura es necesario el empleo de un software de cálculo estructural, ya que se pretende resolver un problema no lineal y, por tanto, no se cumplen las hipótesis lineales que permiten realizar simplificaciones en el cálculo. El software empleado en este caso será ANSYS, con el que se realizarán dos tipos de análisis para cada valor de las variables (cada individuo); por un lado, un análisis modal no lineal para determinar las nuevas frecuencias tras la colocación de los MTMDS con sus parámetros y después, un análisis transitorio en el que se evalúa la respuesta de la estructura frente a la acción peatonal definida por los casos de carga críticos iniciales (antes de colocar amortiguadores) y los resultantes del análisis modal con la inclusión de los amortiguadores. Cabe mencionar que el número de análisis modales a realizar por individuo será igual a la suma del número de casos de carga críticos iniciales de cada modo, y por el número de modos afectados:

$$N_{AM} = \left(\sum_{\phi=\phi_1}^{\phi_N} \sum_{d=d_1(\phi)}^{d_{D\phi}} LS(\phi, d, f) \right) \cdot N \quad (4.3)$$

Dónde:

- N_{AM} es el número de análisis modales.
- ϕ es cada uno de los modos de vibración de la estructura que se encuentran en el rango crítico, siendo N el número total de modos afectados.
- LS es cada uno de los casos de carga críticos, estando cada caso definido por una densidad peatonal d y la frecuencia del modo afectado f antes de la instalación de amortiguadores.
- $d_{D\phi}$ es el número total de densidades peatonales que afectan a cada modo ϕ .

Por otro lado, el número de análisis transitorios a realizar es indeterminado y específico de cada problema y, como mínimo, es igual al número de análisis modales, lo que equivaldría a evaluar únicamente las situaciones iniciales. Eso es así debido a que el número de nuevas frecuencias del sistema estructural con amortiguadores depende del número de amortiguadores que se propongan. Según se muestra en la **Figura 4.3**, todo este proceso se encuadra dentro de la evaluación de soluciones de la población inicial, así como de la evaluación de las siguientes generaciones.

De esta forma, una vez evaluados todos los individuos de una generación, se selecciona una proporción de la población anterior para crear una nueva generación en función de la aptitud de los individuos para optimizar la función objetivo y que cumplan la restricción, eligiéndose los mejores con una mayor probabilidad. Así, se generará una nueva población y se repetirá el proceso hasta que se cumpla el criterio de parada establecido por el usuario.

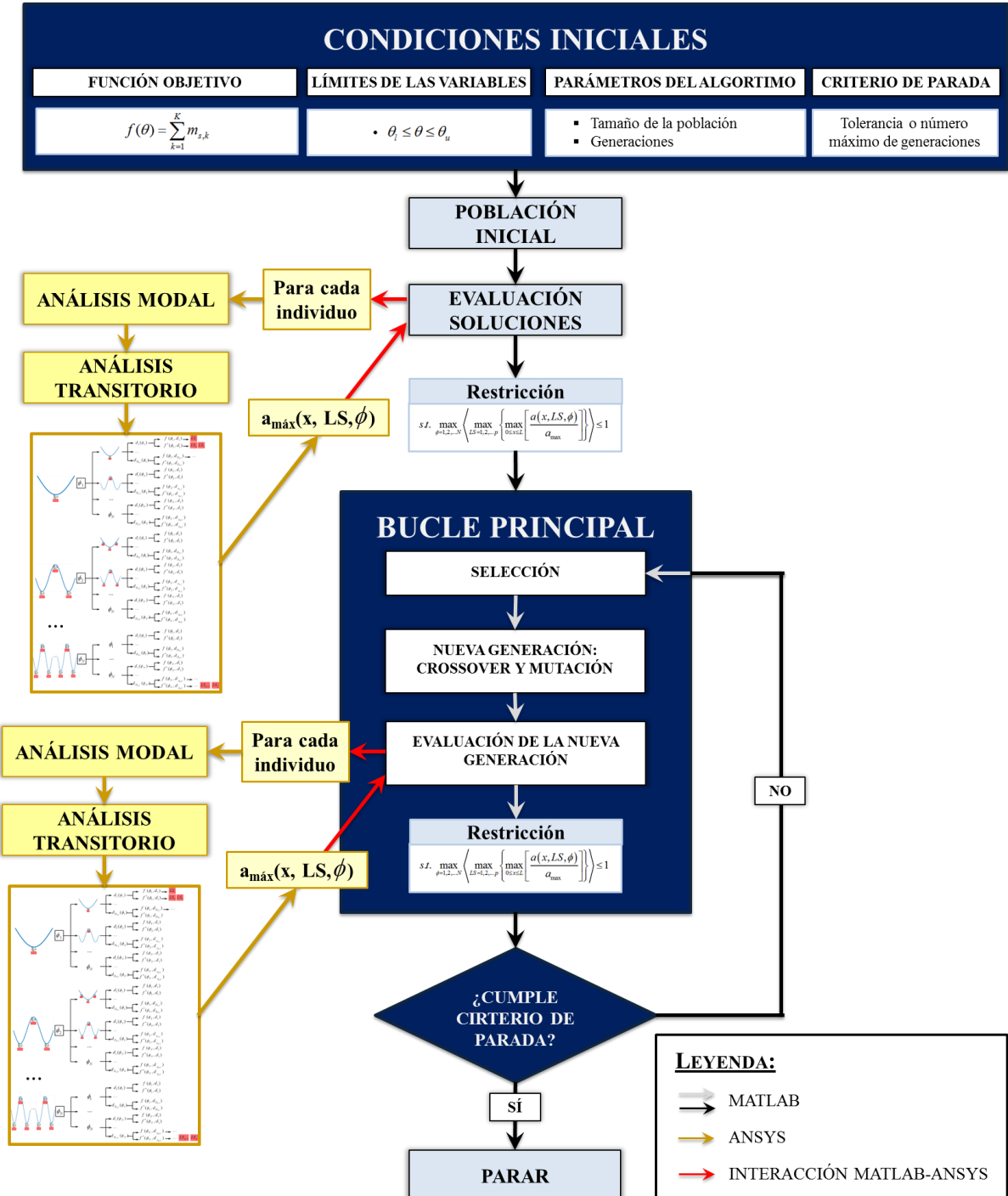


Figura 4.3. Diagrama de flujo del algoritmo para la optimización e interacción de software.
Fuente: Elaboración propia

5 CASO DE ESTUDIO: PASARELA SUSPENDIDA EN ZUHEROS (CÓRDOBA)

El presente capítulo tiene como objetivo mostrar el modelo numérico de elementos finitos generado de la pasarela de estudio, así como la actualización realizada sobre el mismo a partir de mediciones reales, como base para utilizar de forma práctica la metodología para el diseño optimizado de MTMDs que se ha expuesto en el capítulo anterior. Para ello, se presentan en primer lugar las características que definen la estructura utilizada como ejemplo para realizar el análisis estructural. En base al estudio de estas características, se ha elaborado un modelo estructural numérico en ANSYS (versión 16) para el análisis de la pasarela. Además, aunque no es objetivo directo del presente trabajo, se ha llevado a cabo un ensayo de vibración ambiental con la finalidad de ajustar el modelo numérico de la estructura al comportamiento real de la misma; para ello, se aportan las nociones básicas necesarias para la realización de un análisis modal operacional (OMA) a partir de los datos medidos en el ensayo, así como para la actualización del modelo numérico en base a los resultados del OMA. Finalmente, se comparan los resultados experimentales y numéricos tanto antes como después del ajuste con el objetivo de mostrar el grado de mejora conseguido con la actualización.

5.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ESTRUCTURA

La estructura cuyo análisis se aborda consiste en una pasarela peatonal suspendida situada en el municipio de Zuheros, en la provincia de Córdoba (España). La pasarela se encuentra en el límite de la población, sirviendo como paso para un sendero peatonal que permite el tránsito a lo largo del perímetro del municipio por su parte septentrional; su situación exacta dentro de la senda, justo al pie del castillo de la población, se muestra en la *Figura 5.1*.

La pasarela fue construida por la empresa Metalhergos S.L., una compañía del ámbito de la obra industrial, la edificación y otras áreas afines de la construcción. La estructura está formada por un solo vano suspendido con una longitud total aproximada de 32,50 metros y una anchura del tablero de 1,31 metros, cuyo alzado se muestra en la *Figura 5.2*.

La pasarela está compuesta por cables de acero trenzado plastificados de 24 mm de diámetro en cada lateral, dispuestos tanto en la parte superior como en la inferior, dando lugar a una sección transversal en la que actúan un total de 8 cables (2 arriba y 2 abajo en cada lateral). El tablero está materializado a partir de pequeñas vigas transversales de acero rectangulares que unen la parte inferior de las péndolas de cada lateral; sobre estas vigas se apoyan placas de trámex de 30x3, y sobre éstas se encuentran ancladas tablas de madera sobre las que discurre el tráfico (ver *Figura 5.3*, durante la construcción). En los laterales de la pasarela se encuentra dispuesto un mallazo metálico a modo de protección anticaída del tráfico peatonal. Algunos de los aspectos anteriores se muestran en la imagen de la *Figura 5.4*.



Figura 5.1. Situación de la pasarela respecto al municipio de Zuheros. Fuente: (Google, 2017).

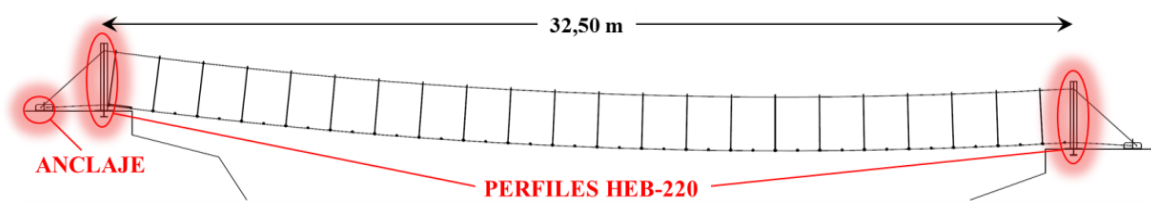


Figura 5.2. Alzado de la pasarela. Fuente: Elaboración propia a partir de planos elaborados por Metalhergos S.L.



Figura 5.3. Colocación de trámex y madera en el tablero de la pasarela. Fuente: Metalhergos S.L.



Figura 5.4. Vista de la pasarela desde el interior. Fuente: Elaboración propia.

Los cables de la parte superior y la inferior se encuentran unidos por péndolas rígidas de acero de 20 mm de diámetro; dicha unión se materializa mediante el detalle expuesto en la *Figura 5.5*.



Figura 5.5. Unión entre cables y péndolas en la parte superior. Fuente: Elaboración propia.

En los extremos los cables se encuentran anclados al suelo sobre una zapata de hormigón que descansa directamente sobre el suelo. Además, éstos pasan a través de perfiles de acero HEB-220, tanto en la parte superior como en la inferior, tal y como se muestra en la *Figura 5.6*.



Figura 5.6. Detalle de unión entre cables y vigas de los extremos de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

5.2 MODELO DE CÁLCULO NUMÉRICO

En el presente apartado se procede a la descripción de los diferentes elementos que forman el modelo de elementos finitos de la pasarela objeto de análisis, especificando las principales consideraciones que se han tenido en cuenta a la hora de elaborar la geometría, establecer los materiales, y elegir los tipos de elementos y su mallado. Además, se exponen las condiciones de apoyo de la estructura. Finalmente, se aportan los resultados numéricos del análisis modal realizado con objeto de poder abordar posteriormente la actualización del modelo.

5.2.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Como ya se ha mencionado anteriormente, el modelo de la pasarela peatonal objeto de estudio se ha implementado en el software ANSYS (versión 16). En la elaboración del modelo se han seguido, a grandes rasgos, los siguientes pasos:

- 1) Definición de la geometría del modelo.
- 2) Definición de los materiales que forman la estructura.
- 3) Elección de los elementos que simulan las diferentes partes de la pasarela.
- 4) Mallado de los elementos.
- 5) Asignación de condiciones de apoyo.

5.2.1.1. Geometría

El modelo elaborado es tridimensional, siendo líneas y áreas la geometría implementada en función del tipo de elemento estructural que se quiera modelizar. Así, las líneas se han utilizado para la definición de cables, péndolas, vigas y uniones entre elementos, mientras que las áreas se han utilizado para la definición de la solera de la pasarela.

5.2.1.2. Materiales

En la elaboración del modelo se han considerado varios tipos de materiales cuyas características serán el principal objetivo de la actualización llevada a cabo posteriormente. Los materiales empleados (lineales en todos los casos), sus características estimadas en una primera aproximación y los elementos donde serán empleados se muestran en la **Tabla 5.1**. La elección de estos materiales se justifica en los siguientes puntos:

- Necesidad de varios tipos de acero según la parte de la estructura, pues el comportamiento de los distintos elementos puede ser muy diferente. Así, es necesario diferenciar entre el acero de los cables trenzados, de las péndolas, de las placas de trámex y de las vigas (tanto verticales de los extremos como transversales de la solera).
- Necesidad del uso de materiales equivalentes para simular algunos aspectos singulares de la estructura, como son los elementos ficticios de unión que materializan la conexión entre solera y cables.

Tabla 5.1. Características de los materiales implementados en el modelo. Fuente: Elaboración propia.

MATERIAL	DESCRIPCIÓN	CARACTERÍSTICAS		OBSERVACIONES
1	Acero de cables trenzados	Tipo:	Isótropo	Se le ha dado al cable una tensión inicial T para establecer el equilibrio inicial de la estructura
		E (MPa)	160.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	7.850	
		T (kg/cm ²)	2	
2	Acero para placas de trámex	Tipo:	Isótropo	Se ha calculado una densidad equivalente como si se tratara de una placa continua de acuerdo a un peso teórico de 29,9 kg/m ²
		E (MPa)	160.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	997	
3	Madera para placas sobre trámex	Tipo:	Ortótropo	Clase resistente C50 de acuerdo a (Ministerio de Fomento, 2009)
		E_0 (MPa)	16.000	
		E_{90} (MPa)	530	
		G (MPa)	1.000	
		ρ (kg/m ³)	550	
4	Acero para unión solera-cables	Tipo:	Isótropo	Se trata de una unión ficticia para asemejar el comportamiento real, por lo que la densidad se anula
		E (MPa)	21.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	0	
5	Acero de vigas (verticales y transversales)	Tipo:	Isótropo	
		E (MPa)	210.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	7.850	
6	Acero para péndolas	Tipo:	Isótropo	
		E (MPa)	210.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	7.850	
7	Acero parte baja péndolas	Tipo:	Isótropo	La pasarela tiene muy poca rigidez transversal, por lo que se ha disminuido a la sexta parte el módulo E de la parte baja de las péndolas para simular este efecto
		E (MPa)	35.000	
		ν	0,30	
		ρ (kg/m ³)	7.850	

5.2.1.3. Elementos

En el modelo de elementos finitos se han empleado varios tipos de elementos con objeto de modelizar lo más correctamente posible el comportamiento estructural de las diferentes partes de la estructura. A tal efecto, se han empleado los siguientes tipos de elementos de ANSYS (versión 16):

- **LINK180:** elemento uniaxial de dos nodos con tres grados de libertad en cada nodo (traslaciones en las direcciones X, Y, Z). El elemento puede ser asignado para trabajar únicamente a compresión, únicamente a tracción, o ambas. Su forma se muestra en la **Figura 5.7**.

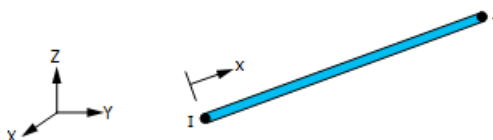


Figura 5.7. Elemento LINK180 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).

- **BEAM188:** elemento de dos nodos que tiene seis grados de libertad por nodo (traslaciones en las direcciones X, Y, Z, y rotaciones alrededor de los ejes X, Y, Z) y admite funciones de forma lineales, cuadráticas o cúbicas. El elemento está basado en la teoría de la viga de Timoshenko, la cual incluye los efectos de la deformación por cortante en la sección. La forma del elemento se muestra en la **Figura 5.8**.

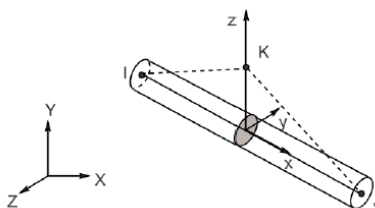


Figura 5.8. Elemento BEAM188 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).

- **SHELL181:** adecuado para el análisis de elementos tipo placa delgados y moderadamente gruesos. Se trata de un elemento de cuatro nodos con seis grados de libertad por nodo (traslaciones en las direcciones X, Y, Z, y rotaciones alrededor de los ejes X, Y, Z). El elemento está basado en la teoría de placas de deformación por cortante de primer orden (usualmente conocida como teoría de placas de Mindlin-Reissner). La forma del elemento se muestra en la **Figura 5.9**.

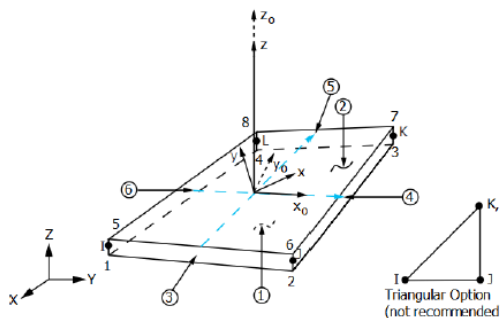


Figura 5.9. Elemento SHELL181 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).

Para cada uno de los tipos de elementos descritos, se han definido las secciones que se muestran en la **Tabla 5.2**, junto con los elementos a los que se aplican.

Tabla 5.2. Tipos de elementos y secciones asignados en el modelo. Fuente: Elaboración propia.

ELEMENTO	SECCIÓN	DESCRIPCIÓN
LINK180	Cables trenzados	Sección circular con una sección de área equivalente a dos cables de 24 mm de diámetro. Se ha definido el elemento para que solo trabaje a tracción, dándole una tensión inicial de 2 kg/cm ² .
BEAM188	Vigas verticales	Perfil HEB-220 correspondiente a las vigas verticales de los extremos de la pasarela.
	Vigas transversales	Sección de 8 cm de ancho por 1 cm de canto que se corresponde con las vigas transversales de la solera de la pasarela. La sección está definida en los mismos puntos donde acaban los cables longitudinales, pero con un desfase de 16 mm por encima de ellos.
	Péndolas	Sección circular de 20 mm de diámetro que se corresponde con las péndolas de la pasarela.
	Unión solera-cables	Sección ficticia de diámetro que une la solera con los cables.
SHELL181	Solera	Sección compuesta de dos capas de 3 cm de espesor cada una, la inferior correspondiente al trámex (material 2) y la superior correspondiente a la madera colocada sobre el anterior (material 3).

Por otro lado, resulta de especial importancia comentar la forma en la que se han introducido los elementos de la solera (trámex + madera). Estos elementos se encuentran simplemente apoyados sobre las vigas transversales, sin continuidad longitudinal; por ello, se ha dejado un espacio mínimo de 3 mm entre cada pieza de trámex.

Además de los elementos básicos estructurales anteriores, en la fase de diseño de MTMDs se han incluido los siguientes elementos:

- **COMBIN14:** elemento de dos nodos que posee propiedades de rigidez y amortiguamiento, pero no posee masa. Puede ser considerado como muelle longitudinal o muelle a torsión; para el primero de los casos, posee tres grados de libertad por nodo: desplazamientos en los ejes X, Y, Z. La forma del elemento se muestra en la **Figura 5.10**.

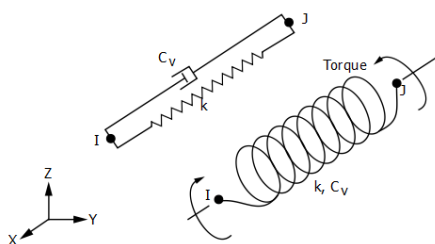


Figura 5.10. Elemento COMBIN14 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).

- **MASS21:** elemento puntual con seis grados de libertad (desplazamientos en los ejes X, Y, Z y rotaciones sobre los ejes X, Y, Z) en el que se puede añadir masa según el eje. Su forma se muestra en la **Figura 5.11**.

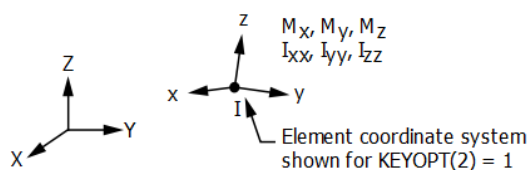


Figura 5.11. Elemento MASS21 de ANSYS (versión 16). Fuente: (ANSYS, 2013).

La combinación de los dos elementos anteriores permite simular la existencia de un TMD, que como ya se ha comentado en apartados anteriores, queda caracterizado por una masa (elemento MASS21), un amortiguamiento y una rigidez (elemento COMBIN14). Dichos parámetros son el objeto, precisamente, del diseño optimizado que se abordará posteriormente.

5.2.1.4. Mallado

El mallado de cada tipo de elemento se ha realizado siguiendo las siguientes pautas:

- **Elementos tipo LINK180:** al tratarse de cables, no se han discretizado en elementos más pequeños, pues ello introduciría en el modelo grados de libertad que convertirían la estructura en un mecanismo.
- **Elementos tipo BEAM188:** todos los elementos tipo viga se han dividido en un total de 10 elementos para discretizar el dominio de cálculo.
- **Elementos tipo SHELL181:** para los elementos tipo placa de la solera de la pasarela se ha definido un tamaño máximo de elemento de un cuarto de unidad.
- **Elementos tipo COMBIN14:** se trata de elementos que no es necesario discretizar, por lo que se han mantenido tal cual se introdujeron al inicio.
- **Elementos tipo MASS21:** es un elemento puntual, utilizado para añadir masa, por lo que no es posible su discretización.

Con todas las indicaciones expuestas hasta aquí, la forma final del modelo es la mostrada en la **Figura 5.12**, en la que no se incluyen los elementos correspondientes a la modelización de los TMD (COMBIN14 y MASS21) por no estar aún en la fase de diseño. Su situación se mostrará posteriormente, en el *Capítulo 6 Diseño Óptimo de MTMDs para el Caso de Estudio*, cuando se aborde dicho diseño.

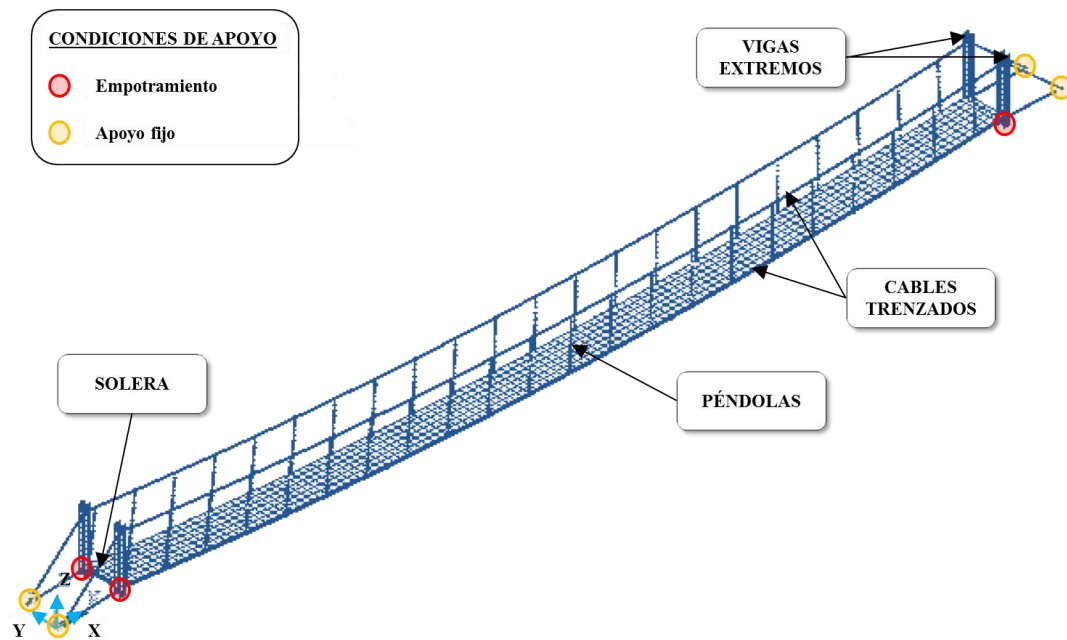


Figura 5.12. Forma del modelo de elementos finitos de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

5.2.1.5. Condiciones de contorno

Las condiciones de apoyo de la pasarela en el terreno sobre el que se ubica se resumen en:

- ❑ Condición de empotramiento de las cuatro vigas verticales de los extremos, es decir, restricción de las tres traslaciones y las tres rotaciones.
- ❑ Condición de apoyo fijo en los extremos de los cables, es decir, restricción únicamente de las tres traslaciones. En este caso no se restringen las rotaciones pues se supone que los cables no tienen rigidez frente al giro.

Las condiciones descritas se ubican según lo mostrado en la **Figura 5.12**.

5.2.2 ANÁLISIS MODAL NUMÉRICO

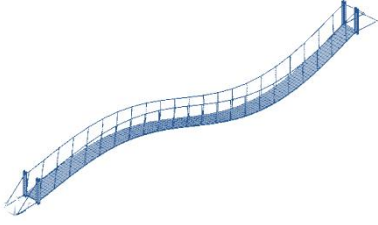
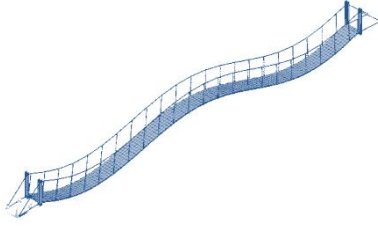
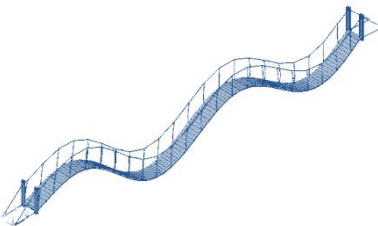
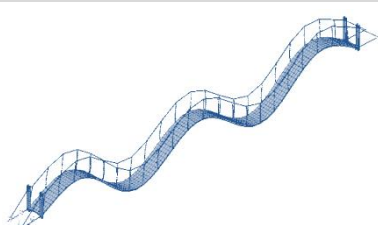
Tras la elaboración del modelo de elementos finitos de la pasarela de acuerdo a lo mostrado en apartados anteriores, el siguiente paso ha sido la ejecución de un análisis modal para la obtención de las frecuencias y modos de vibración naturales de la estructura. El objetivo de este análisis es estimar los parámetros modales para tener una base sobre la que diseñar el ensayo de vibración ambiental.

El análisis modal se ha llevado a cabo en el software ANSYS (versión 16). Previamente al mismo se ha realizado un análisis estático no lineal a peso propio, necesario para establecer el nivel de tensión real en una estructura suspendida en cables, los cuales poseen un comportamiento altamente no lineal. Para la extracción de los modos en el análisis modal se ha aplicado el método *Block Lanczos*, implementado en ANSYS; este método es adecuado para modelos en los que existen elementos tipo *shell*, como es el caso.

El diseño óptimo de MTMD se realizará para el **caso de la carga peatonal vertical**. Por ello, se han obtenido únicamente los modos de vibración verticales de la pasarela, pues serán éstos los que se verán excitados como consecuencia de la carga vertical peatonal. A tal efecto,

las frecuencias de vibración fundamentales de la estructura en dirección vertical, así como sus modos de vibración asociados, se muestran en la **Tabla 5.3**.

Tabla 5.3. Frecuencias y modos propios numéricos verticales estimados inicialmente. Fuente: *Elaboración propia*.

MODO	f_{NUM} (Hz)	FORMA DEL MODO
1° Vertical	1,229	
2° Vertical	1,683	
3° Vertical	2,496	
4° Vertical	3,196	

5.3 ENSAYO DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

La caracterización experimental del comportamiento dinámico de las pasarelas peatonales puede realizarse según dos niveles de complejidad según sean las características de la estructura y el objeto del estudio. En un primer nivel se identifican los parámetros dinámicos de la estructura, y en un segundo nivel se realizan medidas de la respuesta dinámica de la misma frente a diferentes escenarios de carga de peatones (Casado et al., 2011).

En el **primer nivel** de estudio se suelen identificar las frecuencias naturales, los modos de vibración, el amortiguamiento y las masas modales correspondientes a los modos de vibración de la pasarela teniendo como finalidad: en primer lugar, el ajuste del modelo numérico de la estructura; y, en segundo lugar, el diseño óptimo de los sistemas de absorción de vibraciones en el caso de que fueran necesarios. Generalmente, los parámetros dinámicos se identifican a partir de los registros de aceleración en dirección vertical, lateral y longitudinal en puntos clave del tablero, pilas y otros elementos de la estructura en situaciones de respuesta ambiental, libre o forzada.

Para el caso de estudio se ha realizado un ensayo de vibración ambiental con fecha 21 de abril de 2017, en el que no se fuerza la excitación de la estructura de manera artificial, sino que las mediciones recogidas se llevan a cabo bajo las condiciones de excitación ambiental de la situación de servicio habitual. La vibración de la pasarela puede ser medida en términos de desplazamiento, velocidad, aceleración o deformación. En el ensayo realizado, la respuesta ha sido medida en términos de aceleraciones mediante una serie de acelerómetros colocados estratégicamente según una serie de configuraciones o *setups*.

Los registros obtenidos del ensayo se tratan posteriormente con técnicas como: el análisis espectral, en el que sólo se calculan las frecuencias naturales; el análisis modal clásico (EMA – *Experimental Modal Analysis*), donde se mide la respuesta de la estructura ante una entrada conocida que se genera por medio de dispositivos mecánicos como martillos instrumentados y excitadores electrodinámicos; o el análisis modal operacional (OMA – *Operational Modal Analysis*), cuya principal ventaja frente al anterior es que no es necesario excitar a la estructura de forma controlada. Las dos últimas técnicas identifican, además de las frecuencias naturales, los modos y amortiguamientos modales de la estructura. En el caso de estudio, los resultados del ensayo han sido procesados mediante la técnica del análisis modal operacional.

En el **segundo nivel** se evalúa el estado de servicio de la estructura y se correlacionan las respuestas experimentales de la estructura con las obtenidas mediante simulación en la etapa de diseño, no habiéndose tratado dicho aspecto en el presente caso.

5.3.1 EQUIPOS UTILIZADOS

Para la realización del ensayo de vibración ambiental se ha utilizado un equipo de instrumentación formado por los dispositivos detallados en los siguientes apartados.

5.3.1.1. Acelerómetros

El registro de las señales o vibraciones durante el ensayo son captadas por los acelerómetros. Se distinguen distintos tipos según el principio físico que emplean: piezoeléctricos, capacitivos o de compensación de fuerzas. Estos últimos son los más adecuados para el uso en ensayos de estructuras de ingeniería civil porque permiten identificar frecuencias muy bajas como las que se detectan en estructuras muy flexibles, mientras que son insensibles a vibraciones de alta frecuencia. Su gran sensibilidad hace que sean capaces de medir pequeños niveles de vibraciones como los que se presentan cuando se realizan ensayos ambientales en los que no hay ninguna excitación artificial de la estructura. Otra de sus características distintivas es si son capaces de registrar mediciones en una sola dirección (uniaxiales) o en varias (triaxiales).

Para el ensayo realizado se dispusieron tres acelerómetros de compensación de fuerzas triaxiales llamados EpiSensor, de la casa Kinemetrics (ver **Figura 5.13**). Éstos permiten el registro de señales en las tres direcciones perpendiculares del espacio asignadas en tres puntos clave de la pasarela al mismo tiempo.



Figura 5.13. Acelerómetros usados en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.

5.3.1.2. Unidad central de adquisición y tratamiento de la señal

La señal eléctrica producida por cada sensor de los acelerómetros es transportada a través de una serie de cables eléctricos a la unidad central, la cual contiene uno o varios convertidores de señal analógica a digital (CAD). Los convertidores transforman las señales continuas en secuencias discretas de números que pueden ser procesadas por un ordenador. En el ensayo se contó con una unidad de Granite, que es una unidad multicanal de Kinometrics (ver **Figura 5.14**).



Figura 5.14. Unidad central de adquisición usada en el ensayo. Fuente: Elaboración propia.

5.3.1.3. Fuente de generación de energía

Para la realización del ensayo es necesario contar con electricidad para el funcionamiento de los acelerómetros y transmisión de los resultados, por lo que se contó con un grupo electrógeno como el que se muestra en la **Figura 5.15**.



Figura 5.15. Grupo electrógeno usado en el ensayo. Fuente: Elaboración propia.

5.3.2 DESARROLLO DEL ENSAYO

Con el equipo descrito anteriormente se lleva a cabo el ensayo de vibración ambiental. En primer lugar, es necesario establecer las configuraciones del ensayo relativas a los puntos donde se posicionarán los acelerómetros, colocándose dos en puntos de referencia fijos y uno móvil a lo largo de los puntos de medida. El número de puntos en los que se realizan las medidas está condicionado por la resolución necesaria para captar adecuadamente la forma de los modos de vibración de acuerdo con el análisis modal realizado en el modelo de elementos finitos inicial de la pasarela. Además, hay que tener en cuenta que no se deben colocar los puntos de referencia en zonas donde se prevea la existencia de un nodo de alguno de los modos de vibración principales. Siguiendo las directrices comentadas, la configuración establecida para el ensayo de vibración ambiental es la que se muestra en la **Figura 5.16**, dónde los puntos se sitúan en el tablero de la pasarela.

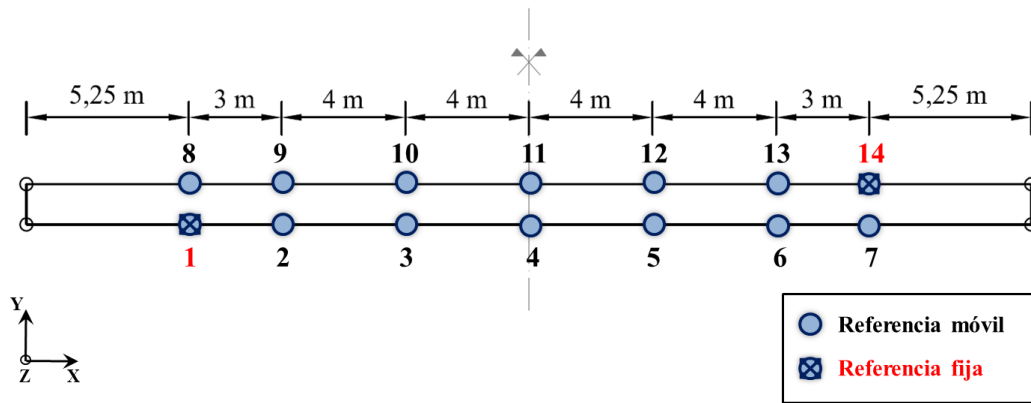


Figura 5.16. Esquema de los puntos de medición del ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.

Se trata de un ensayo simétrico, de modo que se registran medidas tanto en el lado derecho como en el izquierdo del tablero con objeto de captar los modos de torsión. Se han definido un total 14 puntos de medida, todos ellos situados en el tablero. Dos de los puntos son de referencia fija (punto 1 y 14), mientras que el resto son puntos de referencia móvil, distinguiéndose un total de 12 *setups*, es decir: en cada una de las 12 configuraciones hay dos acelerómetros fijos y uno móvil que va cambiándose de posición para cada configuración. Como aclaración adicional, es necesario comentar que no se han considerado los puntos de los extremos del tablero para no introducir ruido a la hora de actualizar el modelo; en el modelo numérico, dichos puntos se consideran, como simplificación, fijos, por lo que la medición de un determinado desplazamiento, por mínimo que sea, podría incurrir en fallos en la actualización.

En segundo lugar se debe decidir la frecuencia de muestreo, que se define como el número de mediciones tomadas por unidad de tiempo de la señal continua para producir una señal discreta que permita ser transformada a digital. Este parámetro está normalmente condicionado por las características técnicas de los equipos. Con el objetivo de evitar distorsión en la señal, la frecuencia de muestreo debe ser al menos el doble que la frecuencia más alta capturada por los sensores (Maia and Silva, 1997). Cabe mencionar que la frecuencia de muestreo condiciona el número de modos que pueden ser identificados, ya que únicamente aquellos cuya frecuencia sea más baja que la mitad de la frecuencia de muestreo podrán ser captados. Para el caso de estudio esto no supone un problema ya que los sensores tienen un ancho de banda bastante grande: de DC (0 Hz) hasta 200 Hz.

Por último, hay que elegir la longitud de las series temporales que van a registrar los sensores, lo cual influye en la estimación de los parámetros modales. Las simulaciones numéricas demuestran que la longitud óptima de la serie temporal depende de varios factores (de la frecuencia natural más baja, del ratio de ruido en la señal, del algoritmo de identificación de los parámetros modales, etc.) y es difícil de establecer una regla general (Magalhães, n.d.). Una regla general adoptada basada en la experiencia de los investigadores (Cantieni, 2005) sugiere que la longitud del registro debería estar entre 1.000 y 2.000 veces el periodo natural fundamental de la estructura sometida a ensayo.

En el caso de estudio la primera frecuencia natural fundamental (numérica) tiene un valor de $f_n = 1,229$ Hz (primera frecuencia vertical), con lo que el período correspondiente es de $T_n = 0,81$ s. Por lo tanto, la longitud de los registros temporales debería ser de 13 – 27 minutos. Debido al gran número de *setups* en el ensayo se decide finalmente realizar registros de duración de 15 minutos con la finalidad de no alargar la duración del ensayo, que asciende a 4 horas de grabación de registros más el tiempo necesario para el replanteo de los puntos, el montaje de los equipos y el traslado del acelerómetro móvil a las distintas posiciones de medida.

En la **Figura 5.17** se puede apreciar una fotografía del montaje final del ensayo para el *setup* 13.

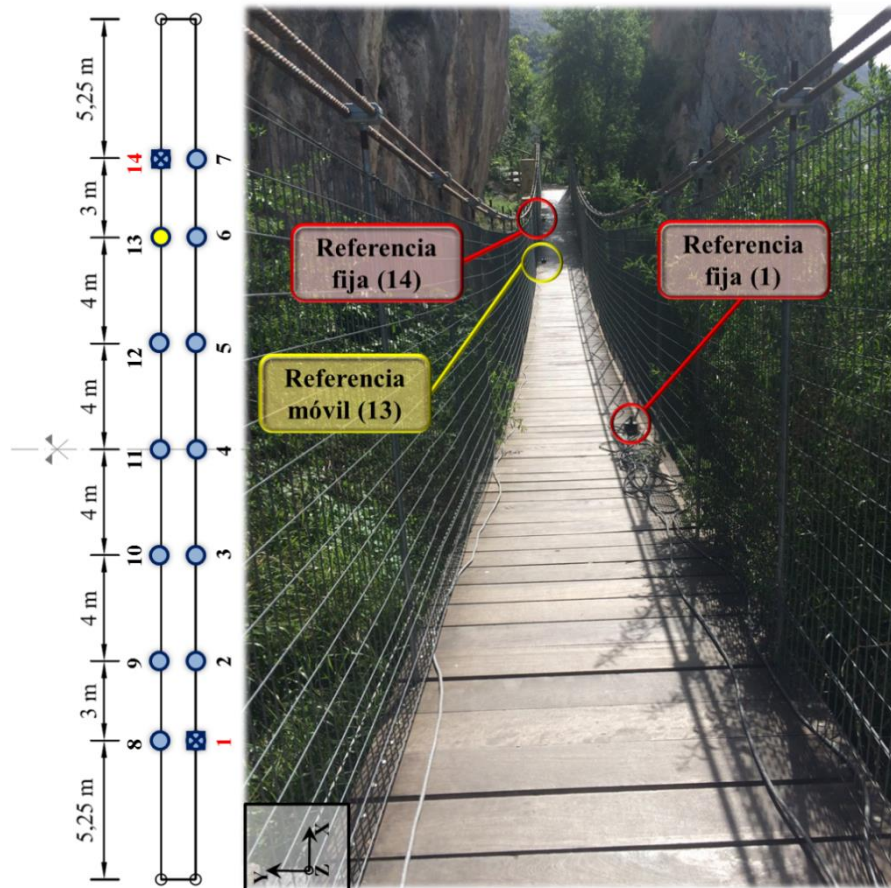


Figura 5.17. Fotografía durante la toma de datos del setup 13 del ensayo. Fuente: Elaboración propia.

5.4 ANÁLISIS MODAL OPERACIONAL

El objetivo final de un ensayo de vibración ambiental es la realización de un análisis que permita obtener, de forma experimental, los modos y frecuencias de vibración de la estructura. En estructuras civiles una de las técnicas más extendidas es el Análisis Modal Operacional (OMA), pues es mucho más práctico y económico medir la estructura en su estado normal de operación (de ahí el nombre del análisis) que en un estado controlado de excitaciones forzadas (como se tendría en el ámbito del Análisis Modal Experimental). El OMA utiliza como fuente de excitación la ambiental, asumida como un proceso estocástico denominado ruido blanco; por ello, la determinación del modelo que ajusta las medidas experimentales se llama Identificación de Sistemas Estocásticos (SSI, del inglés *Stochastic System Identification*).

En el presente trabajo no se detallan las diferentes técnicas que permiten realizar un análisis modal operacional, puesto que no es objetivo directo del mismo. Para la realización del mencionado análisis se ha recurrido al uso del software ARTeMIS Modal Pro 5.0, en el cual se encuentran implementadas dichas técnicas. El algoritmo utilizado para la estimación de los modos en el ámbito del OMA ha sido el SSI-UPC-Merge (*Stochastic Subspace Identification – Unweighted Principal Component Merged Test Setups*). Dicho algoritmo logra estimar convenientemente los parámetros modales cuando en el ensayo se han realizado varias configuraciones, como es el caso, para lo cual trata previamente la señal para compatibilizar los resultados de los distintos *setups* (Döhler, Andersen and Mevel, 2010).

Los datos de entrada del análisis son las aceleraciones medidas en los diferentes puntos definidos en la estructura. Se trata de historias de aceleraciones en los tres ejes del espacio (x,y,z) obtenidas mediante los acelerómetros instalados para el ensayo de vibración ambiental. El análisis contempla un total de 12 medidas, en las cuales se incluyen las historias de los dos puntos fijos de referencia y del punto móvil de cada medida; se han eliminado los puntos correspondientes a los extremos puesto que introducían mucho ruido en la señal correspondiente.

Los resultados obtenidos del OMA son los parámetros modales que definen la dinámica de la estructura, es decir: las frecuencias naturales y los modos de vibración; también se obtienen los ratios de amortiguamiento para cada modo. Para el caso de la pasarela de estudio se han identificado un total de 7 modos, cuyas características se muestran en la **Tabla 5.4**. Del estudio de los modos experimentales se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- 1) La mayoría de frecuencias han sido obtenidas con un grado de ajuste elevado, es decir, con desviaciones de la media reducidas. La excepción es el quinto modo identificado (tercero vertical), con una desviación ($\sigma_{f,EXP}$) de más de 0,6 Hz respecto a la media. Estos resultados se pueden ver gráficamente en la **Figura 5.18**.
- 2) Los amortiguamientos obtenidos son elevados para todos los modos, así como la desviación con respecto a la media ($\sigma_{\zeta,EXP}$). Los valores medios se encuentran en torno al 1-2%, valores mucho más elevados que los típicos en pasarelas de acero en estado de servicio (0,4%, de acuerdo a (Heinemeyer et al., 2009)). Este hecho se puede deber al tránsito de peatones sobre la estructura durante la realización del ensayo de vibración ambiental, lo que puede haber generado un gran amortiguamiento en una estructura con un no lineal geométrico (al ser los elementos estructurales principales cables de acero); también puede deberse al efecto del mallazo lateral concebido como protección anticaídas.
- 3) La forma de los modos mostrada debe ser observada desde un punto de vista aproximado, pues al no medirse todos los puntos de la pasarela es posible que no se haya captado el valor modal máximo de alguno de los modos, especialmente de los más elevados.

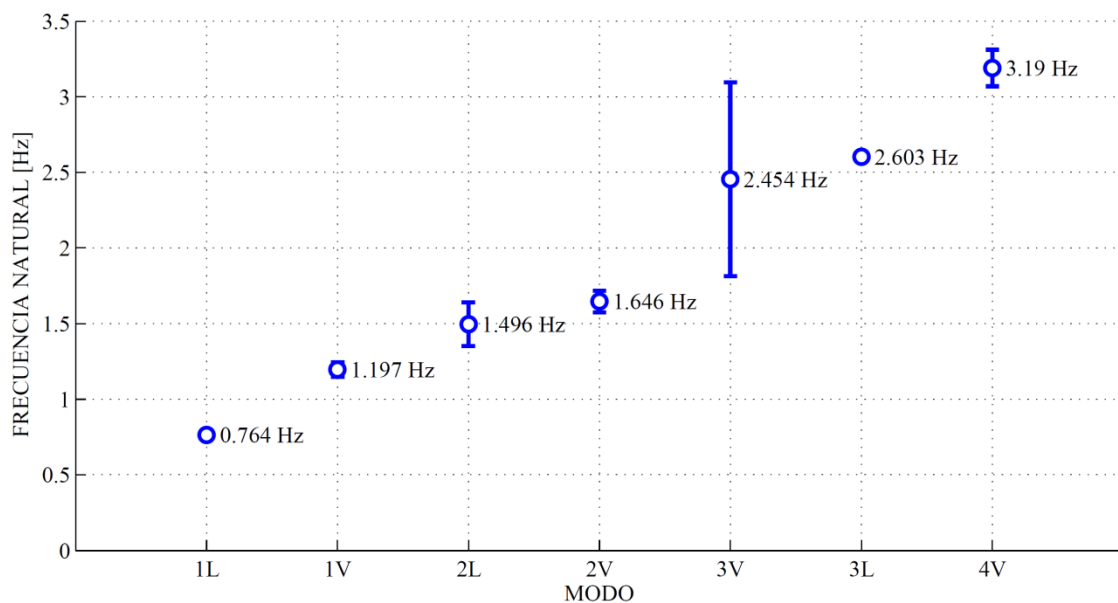
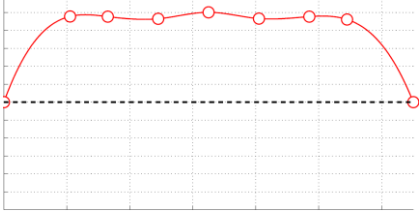
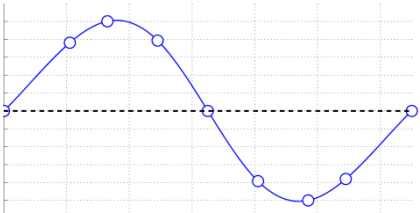
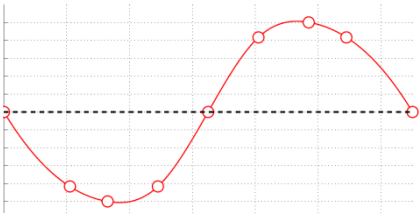
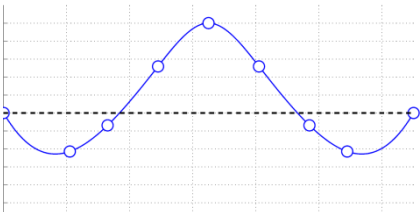
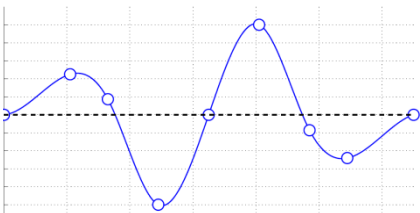
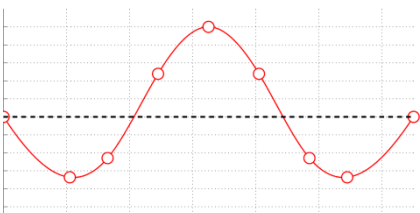
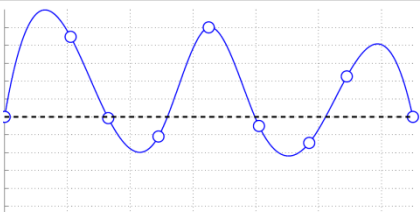


Figura 5.18. Frecuencias experimentales obtenidas y rango de variación. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.4. Frecuencias naturales experimentales (f_{EXP}), desviación típica de las frecuencias naturales ($\sigma_{f,EXP}$), factor de amortiguamiento experimental (ζ_{EXP}), desviación típica del factor de amortiguamiento ($\sigma_{\zeta,EXP}$), y modos de vibración experimental obtenidos. Fuente: Elaboración propia.

MODO	f_{EXP} (Hz)	$\sigma_{f,EXP}$ (Hz)	ζ_{EXP} (%)	$\sigma_{\zeta,EXP}$ (%)	FORMA DEL MODO
1° Lateral	0,764	0,028	1,764	0,977	
1° Vertical	1,197	0,048	2,319	1,078	
2° Lateral	1,496	0,144	1,277	0,868	
2° Vertical	1,646	0,072	1,536	0,767	
3° Vertical	2,454	0,641	2,136	0,934	
3° Lateral	2,603	0,002	2,931	0,086	
4° Vertical	3,190	0,122	1,295	0,531	

Nota: las formas de los modos son orientativas, pues se han obtenido mediante la interpolación cúbica del conjunto de puntos medidos.

5.5 COMPARACIÓN INICIAL DE VALORES MODALES

Tras la elaboración del modelo de elementos finitos de la pasarela y la obtención de los parámetros modales a través de un análisis modal, así como la estimación de dichos parámetros a través de un ensayo de vibración ambiental, se procede a la comparación de los resultados obtenidos por ambos métodos con objeto de caracterizar el grado de bondad de los resultados proporcionados por el modelo numérico. Esta comparación se realizará **únicamente para los modos verticales obtenidos de forma numérica**, pues serán los utilizados en la actualización del modelo de elementos finitos realizado para la aplicación práctica del diseño óptimo de MTMDs de acuerdo a la metodología expuesta en el presente TFM.

La comparación inicial entre los valores numéricos (modelo MEF) y los valores experimentales (OMA) se muestra en la **Tabla 5.5**. De su análisis se puede concluir lo siguiente:

- Los cuatro modos verticales identificados en el OMA son reproducidos por el modelo de elementos finitos con bastante precisión.
- Las frecuencias numéricas asociadas a dichos modos presentan una cierta diferencia con respecto a las experimentales; sin embargo, el residuo de las frecuencias (error relativo) es menor al 3% en todos los casos (media de 1,71%), no suponiendo una diferencia excesiva.
- La forma de los modos numéricos presenta más diferencia respecto a los experimentales que en el caso de las frecuencias; sin embargo, se trata de una medición más difícil de obtener con precisión, por lo que la variación existente no conlleva una importancia excesiva. El residuo de los modos es menor del 10% en el peor de los casos (media de 4%).
- Otra forma de medir la similitud entre la forma de los modos numéricos y experimentales es el valor MAC (ver ecuación (5.6) en el *Apartado 5.6.2 Actualización del Modelo Numérico*). Los valores obtenidos en este sentido varían de un 99,42% para el primer modo identificado (el de menor frecuencia), reduciéndose hasta un 85,23% para el cuarto modo considerado (el de mayor frecuencia).

Tras el análisis de los resultados obtenidos, se plantea un proceso de actualización del modelo de elementos finitos que permita el ajuste de los resultados numéricos a los experimentales de una forma más precisa.

Tabla 5.5. Comparación pre-actualización entre valores experimentales y numéricos. Fuente: Elaboración propia.

MODO	f_{EXP} (Hz)	f_{NUM} (Hz)	r^f (%)	MAC (%)	r^m (%)
1º Vertical	1,197	1,229	2,66	99,42	0,29
2º Vertical	1,646	1,683	2,27	97,69	1,17
3º Vertical	2,454	2,496	1,73	88,46	6,32
4º Vertical	3,190	3,196	0,19	85,23	8,32

Nota: los valores r^f y r^m hacen referencia a los residuos de las frecuencias y los modos de vibración, respectivamente; a su vez, el parámetro MAC aporta una idea de la similitud entre las coordenadas modales de modos numéricos y experimentales. La expresión que permite calcular todos estos parámetros se explica posteriormente en el *Apartado 5.6.2 Actualización del Modelo Numérico*.

5.6 ACTUALIZACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Después de la comparación de los resultados experimentales y numéricos, se ha planteado una actualización del modelo de elementos finitos para así caracterizar adecuadamente el comportamiento dinámico de la estructura según los resultados del ensayo. En la aplicación práctica realizada sobre la pasarela de Zuheros se ha desarrollado un algoritmo que emplea un método iterativo de actualización para ajustar los resultados numéricos a los experimentales modificando varios parámetros físicos del modelo de la estructura. Se trata de un problema de optimización de una función objetivo que caracteriza las diferencias entre los resultados modales numéricos y experimentales y que depende de los parámetros de ajuste seleccionados, siendo el objetivo que se persigue la minimización del error o residuo de los parámetros modales.

En el presente apartado se describe el proceso realizado para la selección de los parámetros de actualización y la función objetivo empleada. Para la resolución del problema se ha empleado un algoritmo de tipo genético, cuyo funcionamiento se expone posteriormente, junto con los resultados obtenidos de la actualización y una comparativa final con los valores experimentales.

5.6.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y ELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS

A la hora de elegir los parámetros de actualización del modelo existen dos opciones:

- 1) Elección de parámetros atendiendo a su sentido físico, su incertidumbre y en base a la experiencia.
- 2) Realización de un estudio de sensibilidad de la solución ante cambios en los diferentes parámetros.

En el caso de estudio se han tenido en cuenta ambos criterios de manera conjunta, es decir: se ha llevado a cabo un estudio de sensibilidad de la solución según diferentes parámetros y a su vez, se han incluido en el estudio variables que pueden presentar una gran variabilidad o incertidumbre como pueden ser la tensión de los cables trenzados o la rigidez de las uniones.

Para realizar el estudio de sensibilidad se ha seguido la formulación de Fox y Kapoor (Fox and Kapoor, 1968), la cual establece que la sensibilidad de la frecuencia de vibración natural de un modo j , $\lambda_{NUM,j}$, es proporcional a la energía de deformación modal:

$$\frac{\partial \lambda_{NUM,j}}{\partial a^e} = \sum_{e=1}^{ne} \frac{-2 \cdot MSE_j^e}{(1 - a^e)} \quad (5.1)$$

Dónde:

- a^e es el factor de corrección adimensional que tiene en cuenta el error relativo entre el valor del parámetro actualizado y su valor inicial para el modo de vibración j .
- MSE_j^e es la energía de deformación modal del elemento e relativa al modo j .
- ne es el número de elementos cuyas propiedades son actualizadas al modificar algún parámetro concreto de la actualización.

En base a lo expuesto, se puede realizar el estudio de sensibilidad mediante la evaluación de la energía de deformación modal de los elementos, ya que puede calcularse en el análisis modal en ANSYS del modelo de elementos finitos. Para poder realizar la comparativa entre los distintos parámetros, se puede considerar la energía modal que movilizan los elementos que tienen en común un parámetro respecto del total que movilizan todos los elementos del modelo

para cada modo vibración. De esta forma se puede obtener una relación en porcentaje de la influencia de cada conjunto de elementos que tienen en común un parámetro en las frecuencias naturales. Lo descrito puede expresarse en forma de una matriz de sensibilidad según la siguiente expresión:

$$M_{ij} = \frac{\sum_{e=1}^{ne} MSE_i^e}{\sum_{e=1}^N MSE_j^e} \cdot 100 \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, m_\theta \\ j = 1, 2, \dots, m_f \end{matrix} \quad (5.2)$$

Dónde:

- M_{ij} es el valor de la matriz de sensibilidad para el parámetro i en el modo de vibración j .
- ne es el número de elementos cuyas propiedades son actualizadas al modificar algún parámetro concreto de la actualización.
- N es el número de elementos totales del modelo.
- m_θ es el número de parámetros de considerados.
- m_f es el número de modos de vibración considerados.

En la **Figura 5.19** se puede apreciar la representación gráfica de los valores de la matriz de sensibilidad en la que se ha discretizado el valor de la energía de deformación modal según los distintos elementos que componen el modelo de elementos finitos. De los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

- La contribución de las **vigas tanto transversales como extremas** es prácticamente nula. Es por ello que, a priori, se descarta cualquier propiedad física de estos elementos como parámetro de actualización.
- Las **péndolas** apenas poseen influencia (tanto el total de las péndolas como la parte baja de las mismas). Sin embargo, puesto que son elementos que unen entre sí los cables superiores y los inferiores, se ha incluido en la actualización el módulo de elasticidad de las péndolas, diferenciando el módulo de la parte de la unión inferior.
- La **unión ficticia que se ha realizado entre la solera y los cables** mediante elementos rígidos tiene una contribución creciente a medida que aumenta la frecuencia del modo, llegando hasta un 7% en el cuarto modo vertical. Este hecho y la incertidumbre del módulo de elasticidad de dichos elementos resultan en su inclusión en la actualización.
- La contribución de la **solera** formada por el trámex y la madera es constante para todos los modos, con un valor en el entorno del 9%. Para tener en cuenta la influencia del tablero se ha incluido como parámetro el módulo de elasticidad del trámex.
- Los **cables trenzados de acero** presentan la mayor influencia de todos los elementos de la estructura, con valores mayores al 80% para todos los modos evaluados. Es por ello que se conforman como los elementos principales de la estructura, por lo que se incluirá en el ajuste su módulo de elasticidad y la tensión inicial de los mismos.

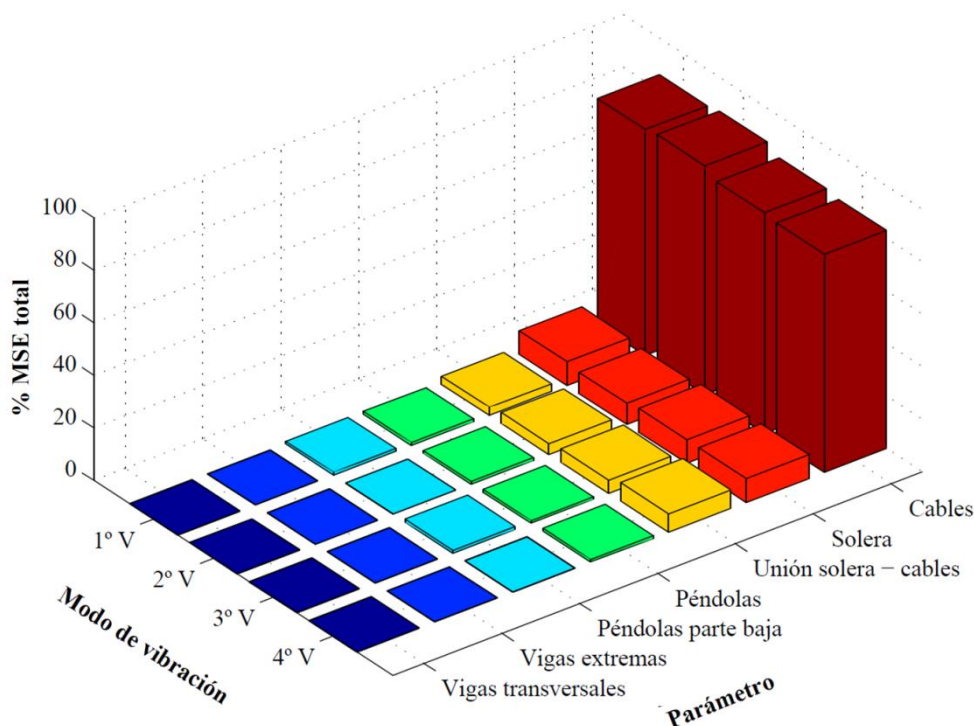


Figura 5.19. Representación de la matriz de sensibilidad. Fuente: Elaboración propia.

5.6.2 FUNCIÓN OBJETIVO

El proceso de actualización se ha llevado a cabo analizando la respuesta modal del modelo tras aplicar modificaciones en los valores de los parámetros físicos definidos en el apartado anterior. Los parámetros de actualización no están relacionados linealmente con los parámetros modales (frecuencias naturales y modos de vibración), por lo que el proceso de actualización requiere el uso de un algoritmo de actualización iterativo.

Para la resolución se ha empleado un algoritmo de único objetivo, cuya función objetivo se ha definido de la forma más general usada, esto es, definiendo la función como un problema de mínimos cuadrados entre los parámetros modales numéricos y experimentales. De esta forma la **función objetivo** se formula como la semisuma de las diferencias al cuadrado, entendiéndose dichas diferencias como residuos (Jin et al., 2014):

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \cdot r_j(\theta)^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m_f} w_j^f \cdot r_j^f(\theta)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m_m} w_j^m \cdot r_j^m(\theta)^2 \quad (5.3)$$

- $m = m_f + m_m$
- $\theta_l \leq \theta \leq \theta_u$
- $\sum w_j = \sum (w_j^f + w_j^m) = 1 \quad w_j \geq 0$

Dónde:

- w_j es el valor de los pesos positivos establecidos para cada tipo de residuo para tener en cuenta la distinta fiabilidad a la hora de identificar los parámetros modales (frecuencias naturales y modos de vibración).
- $r_j(\Theta)$ es el valor de los residuos que caracteriza las diferencias entre los parámetros modales numéricos y experimentales.
- m_f es el número de frecuencias naturales consideradas.
- m_m es el número de modos de vibración considerados.
- Θ es el vector de parámetros de la actualización.
- Θ_l es el vector de límite inferior para cada parámetro de la actualización.
- Θ_u es el vector de límite superior para cada parámetro de la actualización.

Es importante señalar que el **número de parámetros de actualización** (m_Θ) a elegir debe ser menor que el número de residuos identificados (m) para evitar tener un sistema incompleto o mal condicionado (Nocental and Wright, 1999). En el caso de estudio se han elegido $m_\Theta = 6 < m = 8$, por lo que el sistema es compatible.

Como se puede observar en la formulación expuesta, se han establecido dos tipos de **residuos** $r_j(\Theta)$: uno relativo a las frecuencias naturales, $r_j^f(\Theta)$, y otro relativo a la forma de los modos de vibración, $r_j^m(\Theta)$. El residuo relativo a la frecuencia natural, $r_j^f(\Theta)$, se define según la siguiente expresión:

$$r_j^f(\Theta) = \frac{f_{NUM,j}(\Theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \quad j = 1, 2, \dots, m_f \quad (5.4)$$

Dónde $f_{NUM,j}(\Theta)$ y $f_{EXP,j}$ representan la frecuencia natural j numérica y experimental, respectivamente.

El residuo relativo a la forma del modo de vibración, $r_j^m(\Theta)$, se define según la siguiente expresión:

$$r_j^m(\Theta) = \sqrt{\frac{(1 - \sqrt{MAC_j(\Theta)})^2}{MAC_j(\Theta)}} \quad j = 1, 2, \dots, m_m \quad (5.5)$$

Dónde el MAC (*Modal Assurance Criterion*) es un criterio para establecer la similitud de la forma de los modos desarrollada por (Allemang and Brown, 1982) con la siguiente expresión:

$$MAC_j(\Theta) = \frac{(\phi_{NUM,j}^T(\Theta) \cdot \phi_{EXP,j})^2}{(\phi_{NUM,j}^T(\Theta) \cdot \phi_{NUM,j}(\Theta))(\phi_{EXP,j}^T \cdot \phi_{EXP,j})} \quad j = 1, 2, \dots, m_m \quad (5.6)$$

Dónde $\phi_{NUM,j}(\Theta)$ y $\phi_{EXP,j}(\Theta)$ representan las coordenadas modales del modo de vibración j numérica y experimental, respectivamente.

Los parámetros modales, frecuencias naturales y modos de vibración, constituyen la forma de comprobar el ajuste realizado y la influencia de la fiabilidad de cada una de ellas se establece según unos **pesos**, w_j^f y w_j^m , respectivamente. Para la actualización realizada, se ha establecido que los residuos parciales relativos a las frecuencias contribuyen con el mismo peso en la función objetivo ($w_j^f = w^f$) y en el caso de los modos también se ha considerado que influyen de

manera equivalente ($w_j^m = w^m$). De esta forma, solo restaría establecer qué ponderación se otorga a las frecuencias y a los modos.

En principio, las frecuencias naturales experimentales pueden ser medidas con una precisión bastante alta y además, son un buen indicador del daño de una estructura. Por ello son los parámetros más indicados para su uso en la expresión del residuo a minimizar en las actualizaciones de modelos. Sin embargo, es complicado detectar incongruencias locales del modelo de elementos finitos comparando únicamente las frecuencias naturales. A tal efecto, como se acaba de explicar, se utiliza también información acerca de las coordenadas modales al definir la función objetivo. El problema es que el ruido y la precisión en las medidas afecta más a la identificación de las coordenadas modales, de modo que la fiabilidad de las mismas es menor. Por lo general, los parámetros modales, especialmente las frecuencias naturales, de los modos más bajos se miden con una mayor precisión que los de los modos más altos (Jaishi and Ren, 1994). De esta forma, se puede afirmar que la incertidumbre es diferente para los distintos parámetros modales identificados.

La cuestión es entonces de qué manera y con qué criterio determinar el valor de los factores de pesos para los diferentes residuos, w^f y w^m . Un método estadístico de aplicación sería aquel que define los pesos como la inversa de la matriz de covarianza de los errores experimentales, de acuerdo con el teorema de Gauss-Markov (Beck and Arnold, 1997). Sin embargo, esta información en muchas ocasiones no está disponible, de modo que los pesos se establecen de acuerdo al juicio del ingeniero. Otra forma de definirlos pasaría por realizar una resolución iterativa de los pesos hasta llegar a una definición adecuada de los mismos para el problema particular. Al no ser objetivo principal de este proyecto el definir los pesos y con objeto de no incurrir en altos tiempos de computación, se han seguido las recomendaciones de varios autores (Jiménez and Sáez, 2016) tomándose los valores de los pesos que se muestran a continuación, quedando patente la mayor fiabilidad de las frecuencias naturales:

$$w^f = 0,9 \quad w^m = 0,1 \quad (5.7)$$

Estos valores son consistentes con lo observado en el ensayo ambiental debido a que el paso de varios peatones durante el ensayo pudo haber influido en la precisión de las coordenadas modales dada la gran sensibilidad de la estructura frente al paso peatonal.

Como ya se ha comentado, el vector con los valores de **los parámetros, θ , está acotado superior e inferiormente**, restricción definida mediante los vectores θ_u y θ_l , respectivamente. Dichos valores se observan en la **Tabla 5.6**.

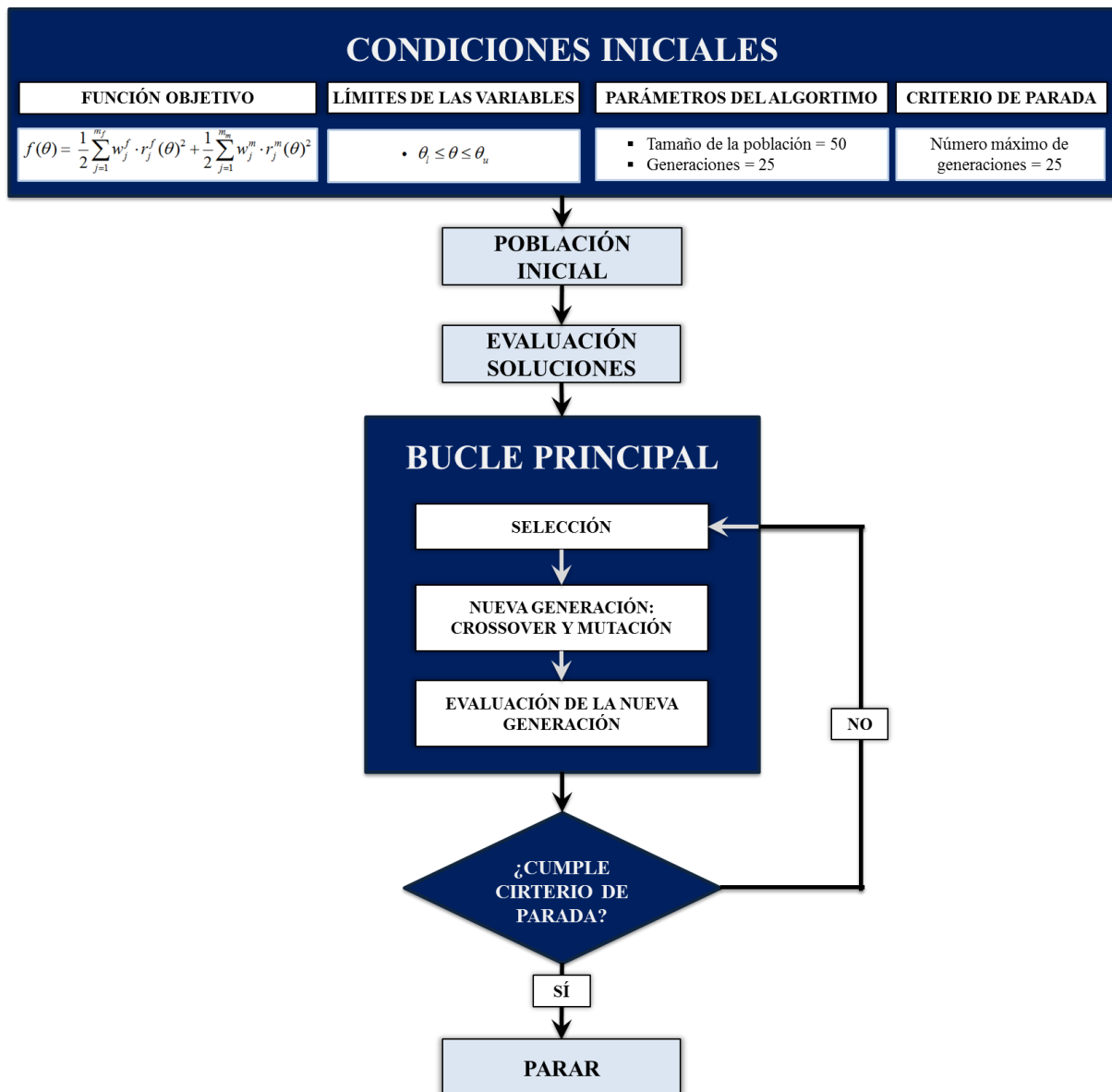
Tabla 5.6. Valores mínimos y máximos establecidos para los parámetros de la actualización del modelo de elementos finitos. Fuente: Elaboración propia.

PARÁMETRO	VALOR INICIAL	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO	FACTOR MÍNIMO	FACTOR MÁXIMO
E_{CABLES} (MPa)	160.000	144.000	208.000	0,900	1,300
$E_{\text{PÉNDOLAS}}$ (MPa)	210.000	189.000	231.000	0,900	1,100
$E_{\text{PÉND, BAJO}}$ (MPa)	35.000	28.000	42.000	0,800	1,200
$E_{\text{TRÁMEX}}$ (MPa)	160.000	160.000	192.000	1,000	1,200
$E_{\text{UNIÓN, SOLERA}}$ (MPa)	21.000	14.700	27.300	0,700	1,300
T_{CABLES} (kg/cm ²)	2	2	4	1,000	2,000

5.6.3 PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DE OBJETIVO ÚNICO

Una vez definida la función objetivo y sus componentes solo resta por explicar el tipo de algoritmo a utilizar en el proceso. El algoritmo empleado es de tipo **genético**, cuyo funcionamiento ya se abordó en el *Apartado 4.3 Optimización con algoritmos genéticos*.

Los pasos que sigue el algoritmo para la actualización, junto con algunas condiciones empleadas en la resolución del problema, se presentan en la **Figura 5.20**.



*Figura 5.20. Diagrama de flujo del algoritmo genético para la actualización del modelo.
Fuente: Elaboración propia*

5.6.4 RESULTADOS DE LA ACTUALIZACIÓN

Tras haber realizado la actualización del modelo de elementos finitos de acuerdo a lo mostrado en apartados anteriores, se obtienen los resultados mostrados en la **Tabla 5.7**.

Tabla 5.7. Parámetros finales obtenidos tras la actualización del modelo. Fuente: Elaboración propia.

PARÁMETRO	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	FACTOR
E_{CABLES} (MPa)	160.000	150.240	0,939
$E_{\text{PÉNDOLAS}}$ (MPa)	210.000	190.260	0,906
$E_{\text{PÉND, BAJO}}$ (MPa)	35.000	28.000	0,800
$E_{\text{TRÁMEX}}$ (MPa)	160.000	172.800	1,080
$E_{\text{UNIÓN, SOLERA}}$ (MPa)	21.000	14.700	0,700
T_{CABLES} (kg/cm ²)	2	2	1,000

5.6.5 COMPARACIÓN FINAL ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES

De igual forma que se realizó anteriormente para los valores obtenidos antes de la actualización del modelo numérico, se aborda ahora la comparación entre resultados numéricos y experimentales una vez finalizado el proceso de actualización. Los resultados obtenidos se muestran en la **Tabla 5.8**, llegando a las siguientes conclusiones:

- Todos los modos considerados en la actualización del modelo ven mejorado el ajuste de frecuencias naturales asociadas con respecto a la situación antes de la actualización; la excepción es el 4º modo vertical, que ve empeorado su ajuste, pero sin llegar a valores inadmisibles (error del 1,31%). El error medio de las cuatro frecuencias ha bajado, gracias a la actualización, a un valor de 1,11% (por 1,71% antes de la actualización).
- La forma de los modos obtenida numéricamente se ajusta bastante a la forma obtenida del OMA, coincidiendo los puntos de máximo valor modal tanto en los modos numéricos como experimentales. Sin embargo, el ajuste de los valores modales no ha tenido el mayor peso dentro del algoritmo de actualización, por lo que la forma de los modos no se ve mejorada respecto a la situación previa a la actualización (residuo medio de 4,33% después de la actualización por un 4% antes de la actualización). No obstante, dado que el mayor peso de la actualización ha sido dado a las frecuencias (las cuales han visto mejorado su ajuste) y, puesto que la obtención precisa por medios experimentales de la forma modal es complicada, se consideran satisfactorios los resultados de la actualización.
- Los valores del MAC reflejan lo mismo que los residuos de las coordenadas modales, mostrando una ligera disminución en la similitud entre la forma de los modos numéricos y experimentales con respecto a la situación previa a la actualización.

Ante los resultados obtenidos, se puede concluir que la actualización ha cumplido los objetivos buscados, pudiendo disponer ahora de un modelo numérico cuyo comportamiento se ajusta al observado a través del ensayo de vibración ambiental.

Tabla 5.8. Comparación después de la actualización del modelo numérico entre valores experimentales (rojo) y numéricos (azul). Fuente: Elaboración propia.

MODO	f_{EXP} (HZ)	f_{NUM} (HZ)	r^f (%)	MAC (%)	r^m (%)	FORMA DEL MODO
1° Vertical	1,197	1,219	1,80	99,38	0,31	
2° Vertical	1,646	1,659	0,80	96,75	1,67	
3° Vertical	2,454	2,467	0,53	88,38	6,37	
4° Vertical	3,190	3,148	1,31	84,22	8,97	

6 DISEÑO ÓPTIMO DE MTMDs PARA EL CASO DE ESTUDIO

En el presente capítulo se aborda el diseño optimizado de MTMDs de acuerdo a la metodología de cálculo expuesta en el *Capítulo 4 Diseño de MTMDs en una Estructura con Comportamiento no lineal geométrico: Criterio de Desempeño*. Para ello, se empleará como modelo de cálculo el desarrollado en el *Capítulo 5 Caso de Estudio: pasarela suspendida en Zuheros (Córdoba)*.

El desarrollo del presente capítulo comienza con el estudio dinámico de la estructura real, sin disposición de sistemas de amortiguamiento, con objeto de identificar aquellos modos de vibración que se ven afectados por el tránsito peatonal; así mismo, se ha abordado un estudio de la variabilidad que se produce en las características dinámicas de la pasarela durante el episodio de carga. Posteriormente, se procede a la ejecución del proceso de diseño de MTMDs en la estructura mediante la metodología de optimización desarrollada con el objetivo de minimizar la masa; en primer lugar se ha realizado una estimación con el criterio clásico de Den Hartog (con un único parámetro variable, la masa del TMD), y posteriormente con el método desarrollado en el presente Trabajo de Fin de Máster, optimización de único objetivo con algoritmos genéticos mediante el criterio de desempeño, en el que se buscan tres parámetros: masa, amortiguamiento y rigidez del TMD. Finalmente, se ha estudiado la función de respuesta de la estructura y la variabilidad de las frecuencias naturales tanto antes como después de la disposición de MTMDs.

Como aclaración inicial, debe mencionarse que los valores de aceleración obtenidos en la pasarela sin la disposición de amortiguadores son muy elevados ya que se están considerando flujos peatonales con alta densidad. Esta consideración queda del lado de la seguridad para la pasarela analizada, la cual se sitúa en una ubicación donde el tránsito peatonal es reducido y las aceleraciones producidas por el paso peatonal serán, consecuentemente, menores.

6.1 ESTUDIO DINÁMICO INICIAL DE LA ESTRUCTURA

En el presente apartado se acomete el análisis dinámico de la estructura antes de colocar MTMDs en ella. A tal efecto, se muestran las características básicas del tipo de análisis realizado, los resultados más significativos obtenidos y las conclusiones halladas de su estudio.

6.1.1 TIPO DE ANÁLISIS REALIZADO: ANÁLISIS TRANSITORIO NO LINEAL

La aproximación más genérica para la solución de la respuesta dinámica en estructuras es la integración numérica directa de la ecuación de equilibrio, que en el caso de estudio es la siguiente:

$$M \cdot \ddot{x}_{i+1} + C \cdot \dot{x}_{i+1} + K \cdot x_{i+1} = F_{i+1} \quad (6.1)$$

Dónde:

- M, C, K son la masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura, respectivamente.
- F es la fuerza aplicada sobre la estructura.
- x, \dot{x}, \ddot{x} son los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de la estructura, respectivamente.

Esta ecuación se debe cumplir para todo tiempo t , luego también es válida en el tiempo $t + dt$ y para resolverla se empleará el Método de Newmark (1959), consistente en la integración numérica en el tiempo de las soluciones. De esta forma, se pretende conocer los valores del movimiento referentes a posición, velocidad y aceleración en un paso de tiempo $n+1$ a partir de los valores conocidos del movimiento en el paso de tiempo anterior, n .

Las ecuaciones del movimiento en el instante $n+1$ según el método de Newmark son las siguientes:

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t \cdot \dot{x}_n + \Delta t^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \cdot \ddot{x}_n + \beta \cdot \ddot{x}_{n+1} \right] \quad (6.2)$$

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \Delta t \cdot \left[(1 - \gamma) \cdot \ddot{x}_n + \gamma \cdot \ddot{x}_{n+1} \right] \quad (6.3)$$

A partir de las ecuaciones (6.2) y (6.3) se agrupan en dos variables, x^* y \dot{x}^* , los datos de las ecuaciones que se conocen del paso de tiempo n , para así obtener las ecuaciones del movimiento del paso $n+1$ en función de la aceleración del paso $n+1$:

$$x^* = x_n + \Delta t \cdot \dot{x}_n + \Delta t^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \cdot \ddot{x}_n \longrightarrow \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}^* + \Delta t^2 \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} \quad (6.4)$$

$$\dot{x}^* = \dot{x}_n + \Delta t \cdot (1 - \gamma) \cdot \ddot{x}_n \longrightarrow \dot{\mathbf{x}}_{n+1} = \dot{\mathbf{x}}^* + \Delta t \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot \ddot{\mathbf{x}}_{n+1} \quad (6.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (6.4) y (6.5) en la ecuación (6.1) se obtiene la ecuación de la aceleración para el paso de tiempo $n+1$:

$$M \cdot \ddot{x}_{n+1} + C \cdot \left(\dot{x}^* + \Delta t \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot \ddot{x}_{n+1} \right) + K \cdot \left(x^* + \Delta t^2 \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \ddot{x}_{n+1} \right) = f_{n+1}$$

$$\left[M + \Delta t \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot C + \Delta t^2 \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot K \right] \cdot \ddot{x}_{n+1} = f_{n+1} - C \cdot \dot{x}^* - K \cdot x^* = b_{n+1}$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_{n+1} = \left[\mathbf{M} + \Delta t \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{C} + \Delta t^2 \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{K} \right]^{-1} \cdot \mathbf{b}_{n+1} \quad (6.6)$$

Una vez obtenida la aceleración en el paso $n+1$ según la ecuación (6.6), se pueden obtener los valores de posición y velocidad en el paso de tiempo $n+1$ de acuerdo a las ecuaciones (6.4) y (6.5).

Los coeficientes β y γ , que condicionan el método de Newmark, tienen una serie de valores que determinan la estabilidad del método. En ANSYS el valor utilizado para dichos coeficientes es el siguiente, pudiendo considerar el método como incondicionalmente estable:

$$\beta = \frac{1}{4} \cdot (1 + \xi)^2 = 0,2525 \qquad \gamma = \frac{1}{2} + \xi = 0,505$$

Dónde ξ representa un amortiguamiento numérico tomado con un valor de 0,005.

Por otro lado, el análisis transitorio se ha llevado a cabo teniendo en cuenta la **condición de no linealidad geométrica de la estructura**. A tal efecto, se realiza un cálculo no lineal en cada paso de tiempo, habiendo establecido un número máximo de iteraciones por paso de tiempo de 100. Además, se ha definido la carga de forma que únicamente actúe el peso propio de la estructura durante 0,5 segundos al inicio de la simulación (con objeto de estabilizar el modelo) y posteriormente actúe la carga peatonal durante el resto de la simulación. Al ser un caso estructural altamente no lineal, es necesario hacer que actúen tanto el peso propio como la carga peatonal de forma simultánea, ya que no es posible realizar la simplificación de superposición de cargas de distinta naturaleza.

6.1.2 ELECCIÓN DEL PASO DE TIEMPO

A la hora de elegir el paso de tiempo con el que se realizará el análisis transitorio hay que tener en cuenta varios aspectos. En primer lugar, que el paso de tiempo sea consecuente con los períodos de oscilación de la estructura, siendo necesariamente menor a los mismos para captar adecuadamente los movimientos. En segundo lugar, debe ser coherente con la definición de la carga, siendo capaz de recoger todos los valores calculados.

A tal efecto, la recomendación para captar adecuadamente la oscilación de los modos es la siguiente (ANSYS, 2013):

$$\Delta t = \frac{1}{20 \cdot f_{RESPONSE}} \quad (6.7)$$

Dónde:

- $f_{RESPONSE}$ es el valor de frecuencia (en Hz) del mayor modo con contribución significativa al movimiento de la estructura.

De esta forma se obtiene un valor de paso de tiempo que es capaz de captar el movimiento de la estructura. El cuarto modo vertical de la pasarela peatonal objeto de estudio ya moviliza una masa acumulada del 99%, por lo que es suficiente su consideración para captar todos los movimientos verticales de la misma. Así, considerando el valor de frecuencia de dicho modo obtenido en la actualización del modelo numérico de elementos finitos (3,148 Hz), el paso de tiempo mínimo recomendado es de 0,016 s; para quedar del lado de la seguridad, el paso de tiempo finalmente elegido para el análisis (con el cual se definirá la carga peatonal actuante sobre la pasarela) es:

$$\Delta t = 0,01 \text{ s}$$

6.1.3 ESTUDIO DE LOS MODOS DE VIBRACIÓN AFECTADOS POR LA CARGA PEATONAL

Como paso previo a la realización de un análisis transitorio en la pasarela, sometiendo a la misma a diferentes cargas peatonales, es interesante analizar la interacción que puede existir entre las frecuencias propias de la estructura y la frecuencia de paso peatonal; en otras palabras, identificar aquellos modos de vibración de la pasarela que se verán excitados por el tránsito peatonal. El diseño de MTMDs se realizará únicamente **teniendo en cuenta la carga**

correspondiente a peatones andando, por lo que este análisis se realiza para las frecuencias típicas para dichos peatones (se excluyen peatones corriendo).

Para ello, en primer lugar, conviene recordar las frecuencias típicas de paso para peatones en dirección vertical, las cuales se muestran en la **Figura 6.1** de acuerdo a su función de distribución. Del análisis de dicha figura se puede extraer lo siguiente:

- Para el primer armónico de la carga peatonal, se tiene que la mayor carga se da entre 1,7 Hz y 2,1 Hz, y fuera de este rango se da con una menor magnitud entre 1,25 Hz y 2,3 Hz.
- En el caso del segundo armónico, con una menor influencia que el primero, aparece el rango entre 3,4 Hz y 4,2 Hz, y fuera de este rango se da una menor magnitud entre 2,5 Hz y 4,6 Hz.

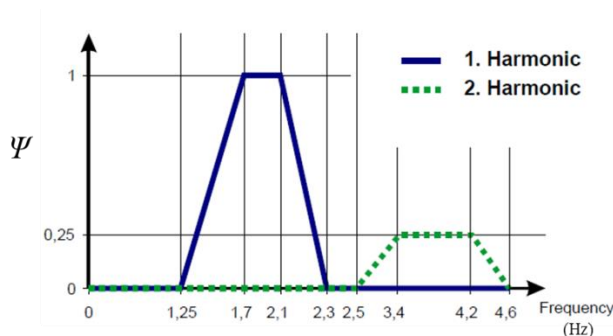


Figura 6.1. Función de distribución de frecuencias de paso peatonales. Fuente. (Heinemeyer et al., 2009).

Identificadas las frecuencias típicas de paso de los peatones caminando, el siguiente paso ha sido el estudio de la interacción de la estructura con dichas frecuencias. La pasarela peatonal objeto de estudio es muy esbelta y ligera, por lo que sus modos de vibración naturales son sensibles a cambios en la masa de la estructura (masa añadida por los peatones al caminar sobre ella) y en la rigidez (cambio del estado tensional de los cables al pasar los peatones). A tal efecto, ha sido necesario realizar un análisis modal teniendo en cuenta la masa añadida de los peatones para diferentes densidades peatonales, habiéndose obtenido los resultados mostrados en la **Tabla 6.1**. El análisis de estos resultados ha permitido identificar los modos afectados y los casos de carga que excitan dichos modos, habiéndose obtenido las siguientes conclusiones:

- Los valores hallados demuestran la hipótesis de sensibilidad de la estructura a cambios en su configuración normal de masa, dándose variaciones de frecuencia de hasta 0,168 Hz en el caso más desfavorable de densidad peatonal.
- Los modos que quedan dentro del rango de actuación de la carga peatonal vertical son el 2° (para todas los casos de carga, considerando el primer armónico) y el 4° (para todas los casos de carga, considerando el segundo armónico).

De acuerdo a lo analizado en el presente apartado queda demostrado que son dos modos de vibración de la pasarela los que se ven afectados por el tránsito peatonal. Por lo tanto, serán las configuraciones de carga (densidad + frecuencia de paso) que excitan dichos modos las que serán analizadas en el análisis transitorio de la pasarela previo al comienzo del proceso de diseño de MTMDs.

Tabla 6.1. Frecuencias naturales de la pasarela, en Hz, para diferentes densidades peatonales.
Fuente: Elaboración propia.

MODO	CASO DE CARGA					
	Peso Propio	1 peatón	0,2 p/m ²	0,5 p/m ²	0,8 p/m ²	1,0 p/m ²
1° Vertical	1,219	1,217	1,207	1,193	1,180	1,172
2° Vertical	1,659	1,655	1,622	1,570	1,523	1,493
3° Vertical	2,467	2,464	2,440	2,406	2,377	2,360
4° Vertical	3,148	3,142	3,103	3,049	3,006	2,980
LEYENDA	x	Fuera de rango				
	x	Modo excitado por el primer armónico				
	x	Modo excitado por el segundo armónico				

6.1.4 DEFINICIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO DE LA ESTRUCTURA

Para caracterizar el amortiguamiento de la estructura se ha utilizado un modelo de amortiguamiento clásico de Rayleigh, para el cual se necesita un análisis modal previo. La experiencia comprueba que la obtención de los modos de vibración naturales de la estructura es prácticamente independiente del grado de amortiguamiento, por lo que es posible realizar el análisis modal previamente a la definición del amortiguamiento. Esta consideración es aceptada de manera válida en el campo de aplicación de la Ingeniería Civil, donde la mayoría de estructuras posee un amortiguamiento inferior al 10% con respecto al crítico que puede ser despreciado en el cálculo modal.

El amortiguamiento de Rayleigh es una superposición lineal de las características de masa y rigidez de la estructura, de la forma:

$$C = \alpha \cdot M + \beta \cdot K \quad (6.8)$$

Dónde:

- M, K , son la masa y rigidez de la estructura, respectivamente.
- α, β , son los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh.

Los coeficientes de amortiguamiento se definen a partir del factor de amortiguamiento ζ contemplado para la estructura (0,4% en el presente estudio, de acuerdo a (Heinemeyer et al., 2009)) y de dos frecuencias naturales de vibración ω de la estructura (obtenidas en el análisis modal). La relación entre todos los términos mencionados es la siguiente:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_i} + \frac{\beta \cdot \omega_i}{2} \quad (6.9)$$

Despejando los coeficientes buscados del sistema de ecuaciones obtenido a partir de las dos frecuencias consideradas (ω_i y ω_j) se obtiene:

$$\alpha = \left[\xi - \frac{\beta \cdot \omega_j}{2} \right] \cdot 2 \cdot \omega_j \quad (6.10)$$

$$\beta = \frac{2 \cdot \xi \cdot (\omega_i - \omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad (6.11)$$

Esta forma de caracterización del amortiguamiento representa adecuadamente el valor considerado para los dos modos de vibración empleados en el ajuste, siendo necesario un análisis del grado de amortiguamiento para el resto de modos.

Del análisis modal realizado teniendo en cuenta las diferentes densidades peatonales en la pasarela se han obtenido un total de diez frecuencias en las cuales la estructura se verá excitada por la carga peatonal. Por lo tanto, el ajuste de los coeficientes del amortiguamiento de Rayleigh se ha realizado de forma que éstos representen el valor de amortiguamiento definido (factor de amortiguamiento de 0,4%). Para ello, se ha realizado un ajuste eligiendo aquel par de frecuencias que minimiza la diferencia entre el amortiguamiento objetivo de 0,4% y el amortiguamiento obtenido para cada frecuencia natural. Así, eligiendo las dos frecuencias extremas (máxima de 3,142 Hz y mínima de 1,493 Hz) se han obtenido resultados satisfactorios para el resto a partir de los siguientes coeficientes del amortiguamiento de Rayleigh:

$$\alpha = 0,05087$$

$$\beta = 0,00027$$

De esta forma, el amortiguamiento definido para la estructura para cada frecuencia de vibración es el mostrado en la **Figura 6.2**. Se comprueba que el amortiguamiento es el esperado para las dos frecuencias consideradas en el ajuste (0,4%), siendo el amortiguamiento para el resto de frecuencias el mostrado en la **Tabla 6.2**. Ante lo expuesto, se puede decir que el amortiguamiento de la estructura queda definido de forma adecuada.

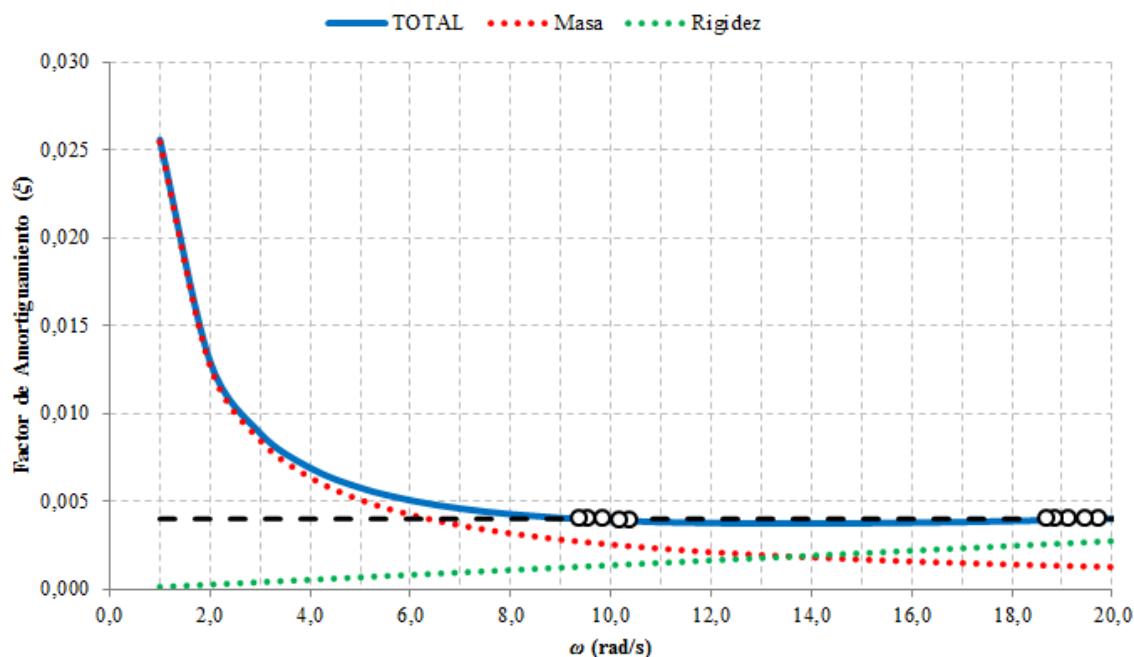


Figura 6.2. Función de amortiguamiento de Rayleigh definida. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6.2. Valores de amortiguamiento para cada frecuencia afectada. Fuente: Elaboración propia.

MODO	CASO DE CARGA	f (Hz)	ω (rad/s)	ξ (%)
2° Vertical	1 peatón	1,655	10,397	0,387
	0,2 p/m ²	1,622	10,193	0,390
	0,5 p/m ²	1,570	9,867	0,393
	0,8 p/m ²	1,523	9,566	0,397
	1,0 p/m ²	1,493	9,380	0,400
4° Vertical	1 peatón	3,142	19,743	0,400
	0,2 p/m ²	3,103	19,497	0,398
	0,5 p/m ²	3,049	19,159	0,396
	0,8 p/m ²	3,006	18,884	0,394
	1,0 p/m ²	2,980	18,725	0,393

6.1.5 MODELIZACIÓN DE LA CARGA PEATONAL EN ANSYS

La carga peatonal que actúa en la estructura se ha obtenido de acuerdo a lo establecido en el Apartado 2.4.1 Modelo para peatones andando. La inclusión de esta carga en el modelo numérico elaborado en ANSYS se ha realizado de acuerdo a la forma del modo afectado (ver *Figura 6.3*), con objeto de simular el caso más desfavorable. La carga peatonal se ha introducido por unidad de superficie en el tablero de la pasarela, siendo su valor variable de forma armónica a lo largo del período de tiempo simulado.

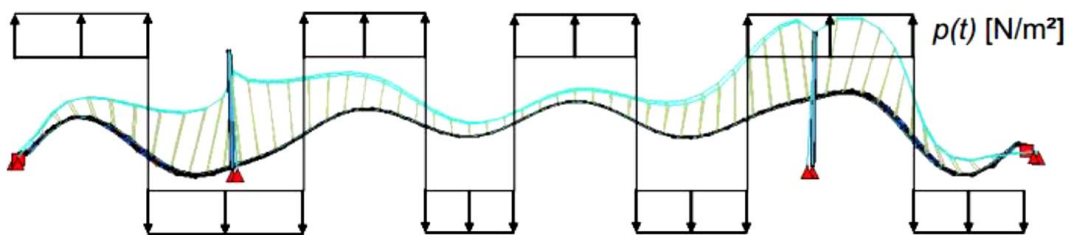


Figura 6.3. Forma de aplicación de la carga peatonal uniformemente distribuida en función de la forma del modo de vibración considerado. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

En el caso de la pasarela peatonal que se está estudiando en el presente TFM, se ha comprobado que son dos los modos afectados por el tránsito peatonal. Dichos modos, así como la forma en la que se ha incluido la carga para cada caso en el modelo estructural de la pasarela, se muestran en la *Figura 6.4* para el 2° modo vertical (primer armónico) y en la *Figura 6.5* para el 4° modo vertical (segundo armónico).

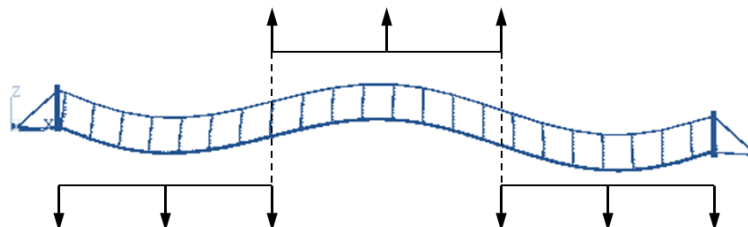


Figura 6.4. Forma de aplicación de la carga peatonal para el 2° modo de vibración vertical (afectado por el primer armónico de la carga peatonal). Fuente: Elaboración propia.

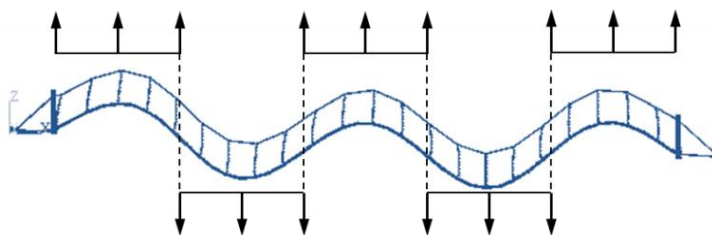


Figura 6.5. Forma de aplicación de la carga peatonal para el 4º modo de vibración vertical (afectado por el segundo armónico de la carga peatonal). Fuente: Elaboración propia.

6.1.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis dinámico inicial de la pasarela se ha efectuado siguiendo las especificaciones expuestas a lo largo del presente apartado. En total, se tienen diez casos de carga, correspondientes a aquellas configuraciones en los que algún modo de vibración de la estructura se ve excitado como consecuencia de la acción peatonal. A modo de resumen, se exponen a continuación las principales características que diferencian los análisis de los distintos casos analizados:

- Densidad del flujo peatonal que circula por la estructura, que influye en la definición de la carga peatonal.
- Masa añadida en la estructura como consecuencia del peso de los peatones por unidad de superficie según las diferentes densidades analizadas.
- Frecuencia de paso del flujo peatonal, igual a la frecuencia excitada de la estructura para una determinada masa añadida (asociada a una densidad peatonal).

Los resultados más significativos obtenidos se muestran a continuación, teniendo en cuenta los nodos marcados en la **Figura 6.6** para cada modo de vibración afectado. Dichos nodos coinciden con las posiciones de mayor valor modal en cada caso.

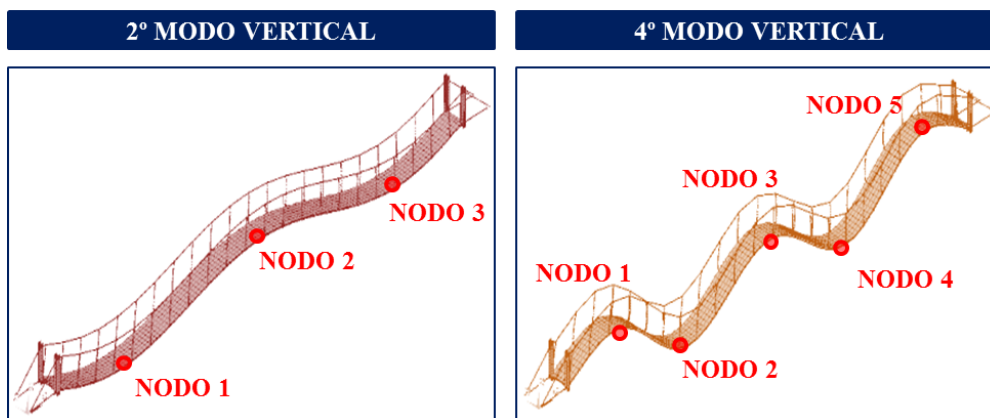


Figura 6.6. Nodos de referencia para el análisis de los resultados del análisis dinámico de la pasarela peatonal. Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, se muestran en la **Tabla 6.3** los valores de aceleración máximos obtenidos para los casos de carga del primer armónico que afectan al 2º modo de vibración vertical. Se comprueban valores máximos absolutos que oscilan entre $9,23 \text{ m/s}^2$ y $19,67 \text{ m/s}^2$ en centro vano, valores muy elevados para el confort del peatón.

Tabla 6.3. Valores máximos de aceleración y desplazamiento para los casos de carga que afectan al 2º modo de vibración vertical de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

CASO	1	2	3	4	5
	$f = 1,655 \text{ Hz}$ $d = 1 \text{ peatón}$	$f = 1,622 \text{ Hz}$ $d = 0,2 \text{ p/m}^2$	$f = 1,570 \text{ Hz}$ $d = 0,5 \text{ p/m}^2$	$f = 1,523 \text{ Hz}$ $d = 0,8 \text{ p/m}^2$	$f = 1,493 \text{ Hz}$ $d = 1,0 \text{ p/m}^2$
	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)
Nodo 1	3,13	3,62	-2,62	-3,58	-6,25
Nodo 2	9,23	14,06	11,96	9,13	19,67
Nodo 3	3,12	3,59	-2,57	-3,52	-6,14

Comparando los resultados en aceleraciones de los nodos 1 y 2 para el caso 5, se obtiene lo mostrado en la **Figura 6.7**, donde se aprecia que en el nodo 1, situado a un cuarto del extremo de la pasarela (aproximadamente), se dan valores de aproximadamente el 40% de los que se obtienen en el nodo 2, situado en el centro de la pasarela; además, los valores de ambos nodos se dan en sentidos contrarios para un mismo instante de tiempo. Todo lo expuesto muestra la consonancia con la forma modal del modo de vibración excitado.

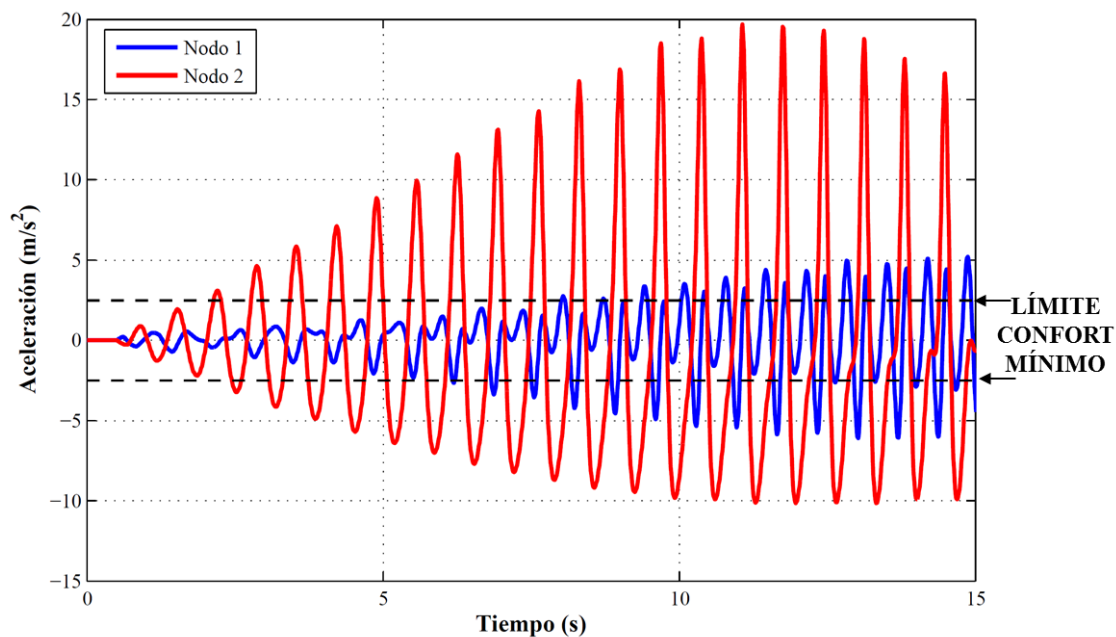


Figura 6.7. Historia de aceleración en los nodos 1 y 2 según el 2º modo de vibración vertical para el caso de carga número 5 y límite de confort mínimo según (Heinemeyer et al., 2009). Fuente: Elaboración propia.

En segundo lugar, se muestran en la **Tabla 6.4** los valores de aceleración máximos obtenidos para los casos de carga del segundo armónico que afectan al 4º modo de vibración vertical. Se comprueban valores máximos absolutos que oscilan entre $1,24 \text{ m/s}^2$ y $9,50 \text{ m/s}^2$, notablemente menores que los obtenidos para los casos de carga del primer armónico, pero de nuevo por encima de los valores admisibles para garantizar el confort del peatón.

Tabla 6.4. Valores máximos de aceleración y desplazamiento para los casos de carga que afectan al 4º modo de vibración vertical de la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

CASO	6	7	8	9	10
	f = 3,142 Hz d = 1 peatón	f = 3,103 Hz d = 0,2 p/m ²	f = 3,049 Hz d = 0,5 p/m ²	f = 3,006 Hz d = 0,8 p/m ²	f = 2,980 Hz d = 1,0 p/m ²
	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)	a (m/s ²)
Nodo 1	1,23	3,20	3,87	3,74	9,23
Nodo 2	0,97	2,64	3,33	3,31	8,15
Nodo 3	1,23	3,21	3,88	3,75	8,23
Nodo 4	0,97	2,60	3,26	3,23	7,96
Nodo 5	1,24	3,26	3,97	3,85	9,50

Comparando los resultados en aceleraciones de los nodos 4 y 5 para el caso 10, se obtiene lo mostrado en la **Figura 6.8**, donde se aprecia que ambos modos poseen valores de aceleraciones similares, si bien se dan valores con signo opuesto para un mismo instante de tiempo. Todo esto está en consonancia con la forma modal del modo de vibración afectado en este caso. Debe aclararse que en la imagen no se observa el valor máximo de aceleración (9,50 m/s²) ya que éste se produce a los 25 s; cabe mencionarse que la representación únicamente se extiende hasta los 10 segundos con objeto de poder apreciar la tendencia del movimiento desarrollado.

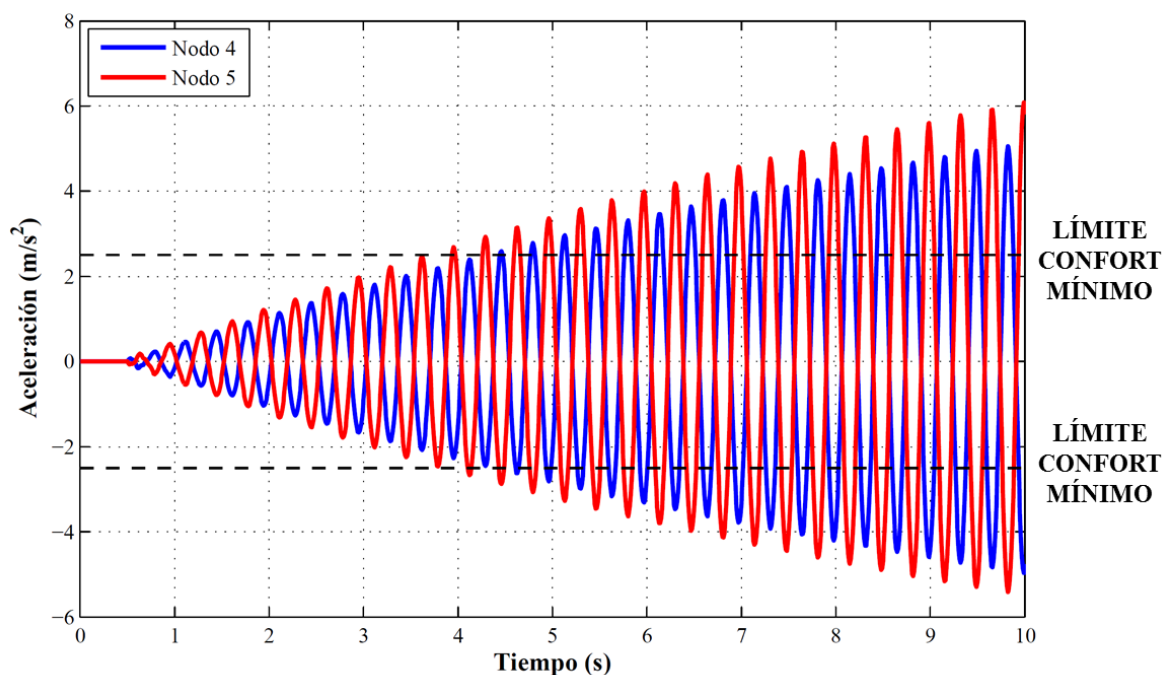


Figura 6.8. Historia de aceleración en los nodos 3 y 4 según el 4º modo de vibración vertical para el caso de carga número 10 y límite de confort mínimo según (Heinemeyer et al., 2009). Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en la **Figura 6.9** se exponen los valores máximos de aceleración obtenidos para cada caso de carga. Se puede comprobar que todos los casos aportan aceleraciones superiores a los límites de confort admisibles (aceleración mayor a 2,5 m/s²), excepto uno, en la que el grado de confort es mínimo (aceleración entre 1 m/s² y 2,5 m/s²). Ante lo expuesto, se hace patente la necesidad diseñar un sistema de MTMDs para lograr alcanzar el grado de confort deseado en la pasarela peatonal, ya que el modo afectado posee varios antinodos. Dicho diseño se aborda en los siguientes apartados, tras la exposición de las especificaciones del diseño y el estudio de la variabilidad de las características dinámicas de la estructura.

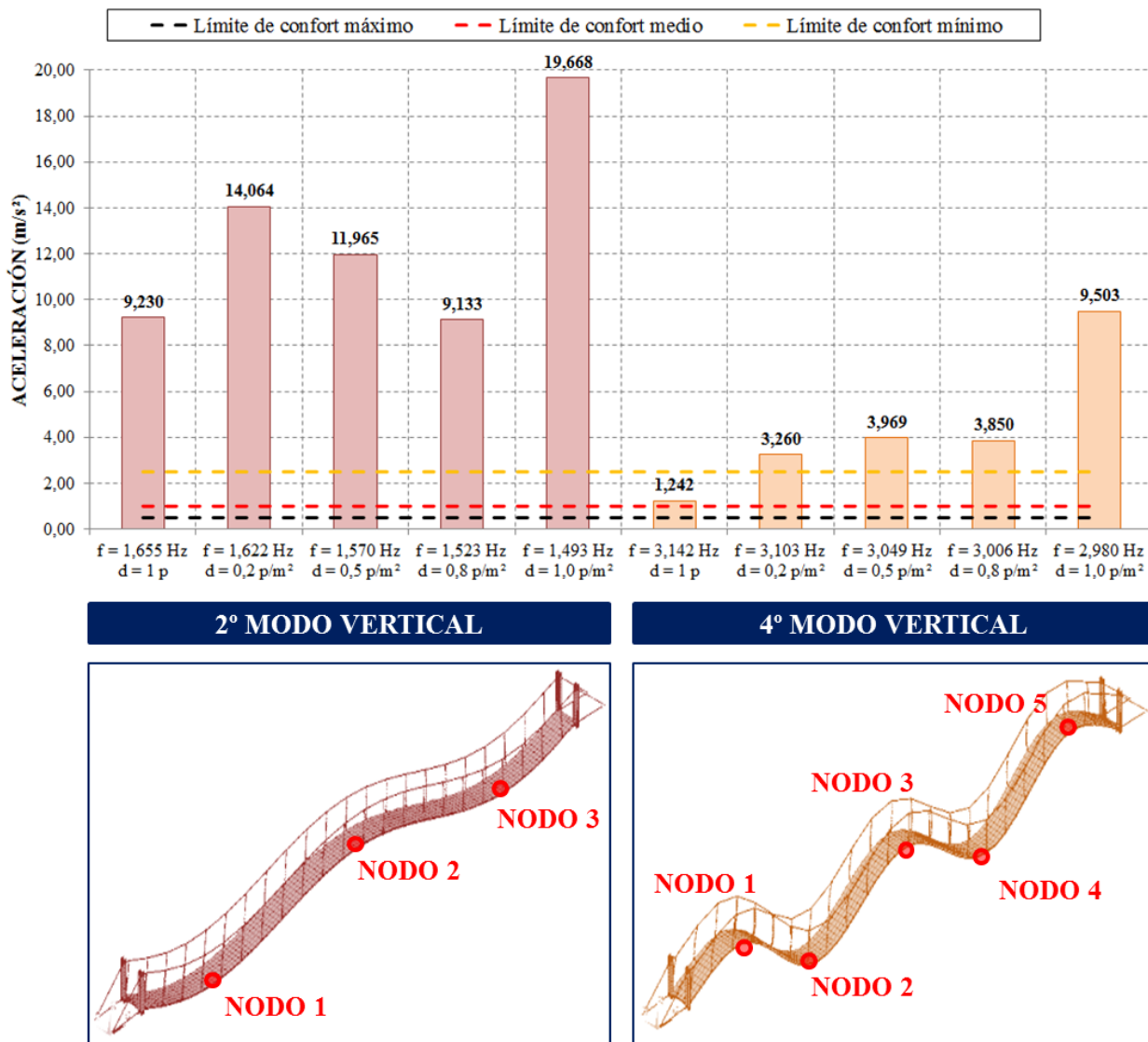


Figura 6.9. Valores máximos absolutos de aceleración (en m/s²) para cada caso de carga considerado en el análisis dinámico inicial de la pasarela y límites de confort según (Heinemeyer et al., 2009). Fuente: Elaboración propia.

6.2 ENFOQUE DEL DISEÑO DE MTMDS

Tras la realización de un análisis transitorio inicial sobre la pasarela, evaluando los casos de carga peatonal que ocasionan problemas vibratorios en la misma, se ha podido concluir que son dos los modos de vibración afectados, con varios antinodos cada uno de ellos; así, el diseño óptimo de MTMDS debería incorporar ambos casos, pretendiendo encontrar una configuración de TMD que reduzca las aceleraciones en la pasarela hasta unos límites admisibles. Sin embargo, con objeto de acotar el problema, fundamentalmente con el objetivo de ahorrar unos tiempos computacionales muy altos, se centrará el diseño de MTMDS para un modo de vibración: el 2º modo vertical, ya que es el que se encuentra en el rango de actuación del primer armónico de la carga peatonal, resultando, por tanto, más desfavorable. Además, como ya se mencionó, únicamente se analiza como sollicitación la carga inducida de los peatones andando.

Bajo esta consideración, el paso de tiempo elegido inicialmente para el análisis transitorio puede variar. Anteriormente, en el Apartado 6.1.2 Elección del paso de tiempo, se justificó un paso de tiempo de 0,01 s al ser la frecuencia del modo más afectado de 3,14 Hz, valor

obtenido según la ecuación (6.7); siguiendo el mismo criterio, y puesto que la frecuencia más alta para el 2º modo de vibración vertical es de 1,655 Hz (único modo considerado en el diseño), el paso de tiempo necesario sería de 0,03 s. Para quedar del lado de la seguridad, se ha elegido un paso de tiempo de **0,02 s**.

Así, se dispondrán tres TMD sobre la pasarela, cada uno bajo una de las tres posiciones de máximo valor modal asociadas al 2º modo de vibración vertical. La masa del TMD se ha modelizado 25 cm por debajo del tablero de la pasarela con objeto de permitir el movimiento del mismo de forma física; esta consideración se comprobará posteriormente en el *Apartado 6.5.3.2 Estudio de los desplazamientos*.

6.3 ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS SIN TMD

En el presente apartado se procede a estudiar la variación de la frecuencia de vibración de la pasarela, uno de los parámetros que mejor caracterizan el comportamiento dinámico de una estructura. La variabilidad de las frecuencias según la masa añadida a la estructura ya se ha realizado en el *Apartado 6.1.3 Estudio de los modos de vibración afectados por la carga peatonal*; ahora, se lleva el análisis un paso más allá, con objeto de ver la influencia que el episodio de carga correspondiente a la carga peatonal supone en la variación de las frecuencias naturales de la estructura. En este caso, la variabilidad se debe fundamentalmente a la presencia de cables de acero en la estructura, los cuales poseen un comportamiento no lineal geométrico.

El estudio se ha realizado para la frecuencia de vibración del 2º modo vertical y para el caso de carga más desfavorable de acuerdo a lo observado en el análisis transitorio inicial, el caso correspondiente a 1 peatón/m². Así, se han realizado múltiples análisis modales, cada uno en diferentes instantes de tiempo, en los cuales la carga peatonal aplicada a la estructura es diferente y, por tanto, también es distinto el estado tensional (fundamentalmente de los cables). La discretización elegida ha sido de 0,20 s, lo que permite obtener un total de 5 valores de frecuencia en un único segundo; los resultados obtenidos se muestran gráficamente en la *Figura 6.10* (junto con la carga aplicada y las aceleraciones obtenidas en el centro de vano de la pasarela), de dónde se han podido obtener las siguientes conclusiones:

- Los valores de frecuencia oscilan en torno al valor inicial obtenido sin aplicación de carga (1,493 Hz). Se producen valores máximos en torno a 2 Hz y valores mínimos en torno a 1 Hz.
- Si se analiza la variación de la frecuencia en relación con la historia de aceleraciones, se comprueba una relación directa entre ambas magnitudes: la amplitud con la que varía la frecuencia de vibración es proporcional a la aceleración obtenida.
- Si se compara la variación de la frecuencia con la historia de carga introducida en la pasarela, se puede comprobar que la máxima amplitud en la variación de la frecuencia se produce instantes después de la aplicación de los máximos valores de carga peatonal. Así, se deduce que la frecuencia de vibración natural de la pasarela tiene una gran dependencia respecto al nivel de tensiones que se alcanza en los cables de la misma.

Posteriormente, en el *Apartado 6.6 Estudio de la variación de las frecuencias con TMD*, se analizará la variación de las frecuencias para el mismo caso analizado en el presente apartado, pero una vez dispuestos MTMDs en la estructura, con objeto de comparar con el caso original y comprobar si la inclusión de sistemas de amortiguación reduce la variación de las frecuencias de vibración de la estructura durante el episodio de carga.

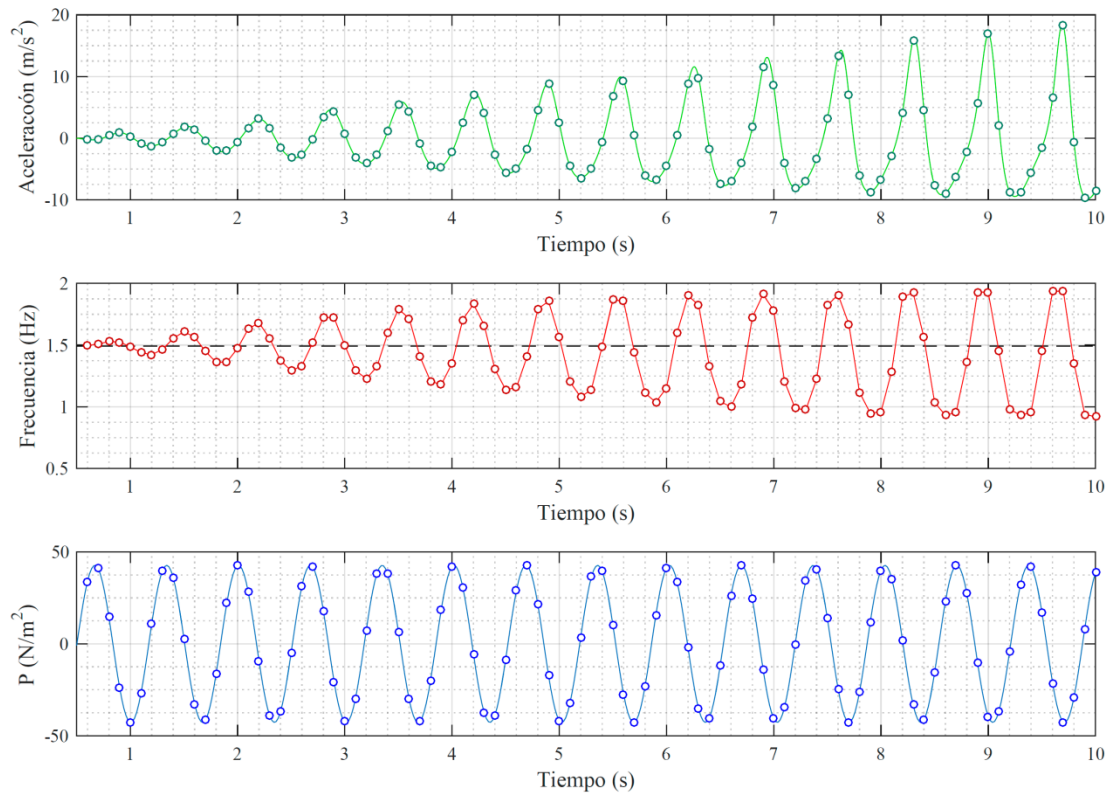


Figura 6.10. Variación de la frecuencia de vibración de la pasarela correspondiente al 2º modo de vibración vertical con una densidad peatonal de 1 peatón/m² sin disposición de TMD Fuente: Elaboración propia.

6.4 DISEÑO ESTIMADO MEDIANTE EL CRITERIO DE DEN HARTOG

Antes de comenzar con el proceso de diseño de MTMDs en la pasarela objeto de estudio se ha realizado una estimación de las características que estos deberían tener mediante el criterio de Den Hartog (Den Hartog, 1947). Dicho criterio, como ya se ha expuesto en apartados anteriores, permite obtener unos valores óptimos del TMD de forma analítica, quedando el mismo sintonizado a una determinada frecuencia natural de la estructura.

Den Hartog establece unos valores óptimos del factor de frecuencias, q , y del ratio de amortiguamiento del TMD, ξ_s , a partir del ratio de masas, μ :

$$q_{DH} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (6.12)$$

$$\xi_{DH} = \sqrt{\frac{3 \cdot \mu}{8 \cdot (1 + \mu)}} \quad (6.13)$$

Así, eligiendo el ratio de masas (masa del TMD entre masa de la estructura) se obtienen ambos parámetros, a partir de los cuales se pueden definir las características físicas del TMD de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$m_s = m_p \cdot \mu \quad (6.14)$$

$$c_s = 2 \cdot m_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot q_{DH} \cdot f \cdot \xi_{DH} \quad (6.15)$$

$$k_s = m_s \cdot (2 \cdot \pi \cdot q_{DH} \cdot f)^2 \quad (6.16)$$

Dónde:

- m_s es la masa del TMD, en kg.
- m_p es la masa modal, en kg. Se ha estimado una masa modal de la pasarela para el modo analizado de 4.233 kg.
- c_s es el amortiguamiento del TMD, en N·s/m.
- k_s es la rigidez del TMD, en N/m.
- f es la frecuencia de la estructura a la que se quiere sintonizar el TMD, en Hz. Se corresponde con la frecuencia asociada al modo de vibración que se quiere atenuar.

Debido a la necesidad de elegir una frecuencia concreta para sintonizar el TMD, este método es útil cuando el modo de vibración afectado en la estructura es único, aspecto que no se da en el presente caso de estudio, con varios casos afectados. Sin embargo, puede servir para establecer una estimación inicial de las características del TMD sobre las que basarse para el diseño optimizado en algunos casos.

Así, se ha tomado la frecuencia del caso más desfavorable de acuerdo a los resultados del análisis transitorio inicial de la pasarela. Dicho caso se corresponde con una densidad peatonal de 1 peatón/m², siendo la frecuencia media obtenida de 1,493 Hz. Fijada la frecuencia para la que se quiere diseñar el TMD, el problema de optimización pasa por establecer el mínimo ratio de masas, μ , para el cual se cumple el límite de aceleración impuesto (2,5 m/s² para el caso de estudio, correspondiéndose con un grado de confort mínimo en la pasarela); de esta forma se ha llegado a un ratio de 1,71% (aceleración máxima de 2,497 m/s²), viéndose los resultados obtenidos para otros ratios en la **Figura 6.11**.

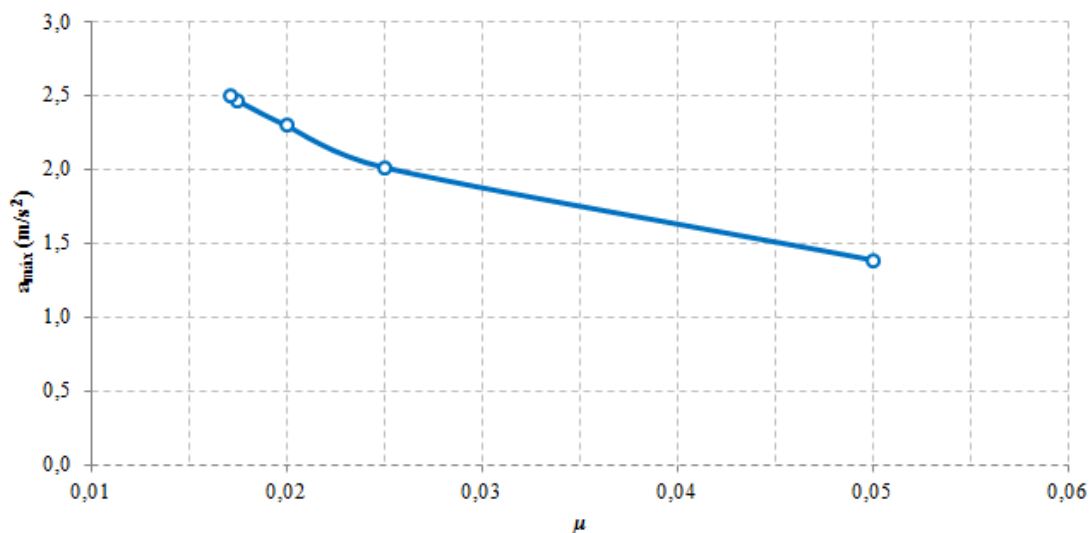


Figura 6.11. Aceleraciones máximas para el caso de 1 peatón/m² para distintos ratios de masa. Fuente: Elaboración propia.

De esta forma, las características de cada TMD serían:

$$m_s = 72 \text{ kg}$$

$$c_s = 106 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$k_s = 6157 \text{ N/m}$$

Puesto que el modo afectado tiene tres antinodos, **se dispondrán tres TMD en la pasarela, cada uno de ellos con las características mostradas anteriormente.** Con esta configuración de MTMDs en la pasarela y las características obtenidas por el criterio de Den Hartog, se ha obtenido la aceleración máxima en cada uno de los casos de carga para las siguientes casuísticas:

- Modo de vibración original, antes de disponer los MTMDs en la pasarela.
- Modo de vibración derivado al disponer los MTMDs en la pasarela; dicho modo se ha identificado comprobando que el MAC del mismo es mayor al 90% (con objeto de verificar que se trata de la misma forma modal que el original), y eligiendo aquél que, cumpliendo la restricción anterior, se encuentra más cerca del valor de frecuencia medio de carga peatonal, igual a 2,1 Hz. Para más información sobre este criterio de selección se remite al lector al *Apartado 6.5 Optimización de MTMDs: Criterio de Desempeño.*

Así, las aceleraciones máximas para los diez casos de carga que surgen de las casuísticas anteriores se muestran en la **Tabla 6.5** para los modos originales y en la **Tabla 6.6** para los modos derivados tras la inclusión de MTMDs en la estructura, comprobándose que en todos los casos se cumple la restricción de aceleración máxima.

Tabla 6.5. Valores máximos de aceleración en centro de vano con los MTMDs dispuestos de acuerdo a la estimación usando el criterio de Den Hartog para los modos originales. Fuente: Elaboración propia.

CASO	1	2	3	4	5
	f = 1,655 Hz d = 1 peatón	f = 1,622 Hz d = 0,2 p/m ²	f = 1,570 Hz d = 0,5 p/m ²	f = 1,523 Hz d = 0,8 p/m ²	f = 1,493 Hz d = 1,0 p/m ²
	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)
Centro de vano	0,334	0,791	0,921	0,915	2,497

Tabla 6.6. Valores máximos de aceleración en centro de vano con los MTMDs dispuestos de acuerdo a la estimación usando el criterio de Den Hartog para los modos derivados. Fuente: Elaboración propia.

CASO	6	7	8	9	10
	f = 1,831 Hz d = 1 peatón	f = 1,784 Hz d = 0,2 p/m ²	f = 1,717 Hz d = 0,5 p/m ²	f = 1,336 Hz d = 0,8 p/m ²	f = 1,333 Hz d = 1,0 p/m ²
	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)	a_{máx} (m/s²)
Centro de vano	0,878	2,190	2,468	0,281	0,882

Además de estudiar el valor máximo de aceleración obtenido, es interesante analizar el efecto que produce la inclusión de MTMDs en el tipo de movimiento desarrollado por la pasarela durante el episodio de carga. En primer lugar se ha analizado la historia de aceleración en centro de vano para el caso 5 de las tablas anteriores (ver **Figura 6.12**), caso que se corresponde con el utilizado en el diseño. Los resultados muestran lo siguiente:

- Una primera parte de la evolución, hasta los 3 segundos aproximadamente, donde la amplitud de la aceleración crece notablemente, siendo este el período de tiempo que necesita el TMD para sincronizar su movimiento con el de la estructura. En este período de tiempo se alcanza el valor máximo de aceleración.
- Una segunda parte de la evolución, a partir de la anterior, donde la respuesta de la estructura se estabiliza, fruto de la sintonización entre el TMD y la pasarela.

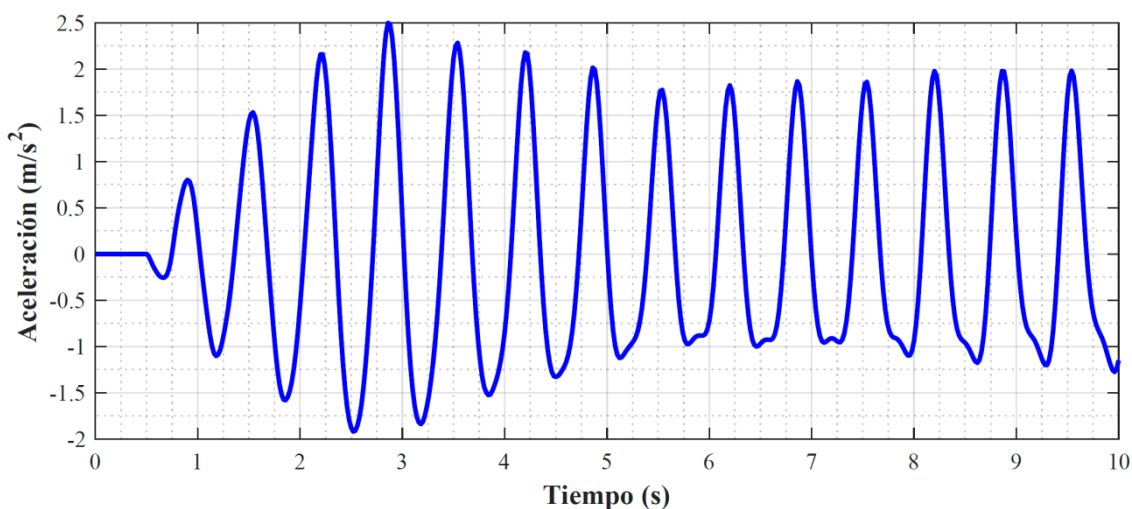


Figura 6.12. Historia de aceleración en centro de vano para el caso más desfavorable (caso 5) utilizado en la sintonización del TMD según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.

La disminución del valor de las aceleraciones tras la disposición de MTMDs diseñados según el criterio de Den Hartog se hace patente en lo mostrado en la **Figura 6.13**, donde se puede apreciar **una reducción de aproximadamente 8 veces del valor máximo de aceleración inicial**.

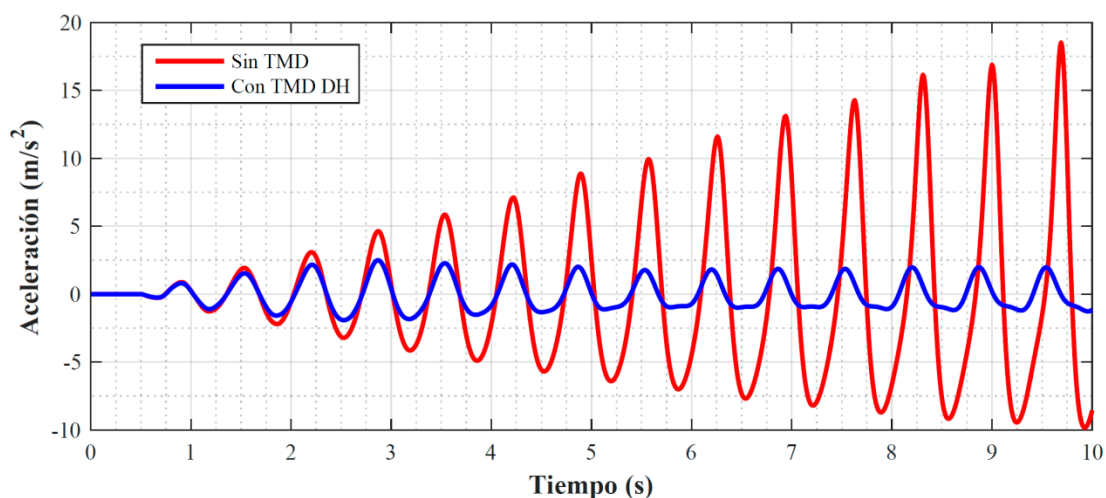


Figura 6.13. Historia de aceleración en centro de vano para el caso más desfavorable (caso 5) antes y después de la disposición de MTMDs según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.

Si se analiza lo mismo pero para uno de los modos cuya frecuencia no se ha utilizado en el criterio de Den Hartog (ver **Figura 6.14**), los resultados muestran otras conclusiones:

- El pico inicial que se producía antes a los tres segundos ya no existe.
- La evolución muestra una aceleración creciente hasta los 8 segundos, aproximadamente, momento a partir del cual la respuesta se estabiliza. Con este análisis queda claro que el TMD no ha sido sintonizado expresamente para esta frecuencia, lo que determina un mayor tiempo para estabilizar la respuesta; sin embargo, el valor máximo de aceleración está por debajo del límite establecido, lo que muestra que el TMD dispuesto también es efectivo para este caso de carga.

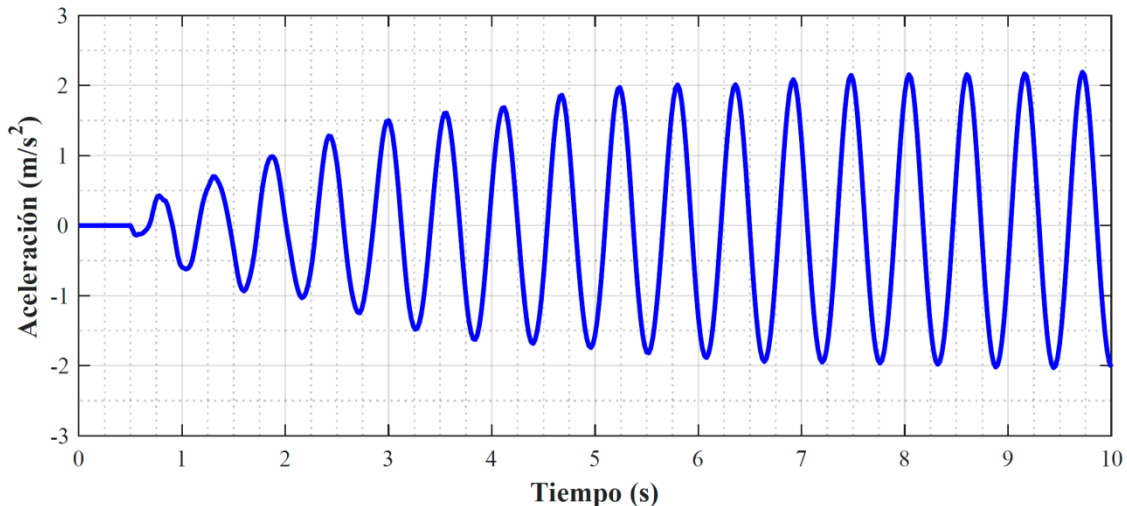


Figura 6.14. Historia de aceleración en centro de vano para en el caso 7 para TMD sintonizado según el criterio de Den Hartog. Fuente: Elaboración propia.

Ante todo lo expuesto, se puede concluir que los parámetros de masa, amortiguamiento y rigidez estimados por el criterio de Den Hartog para los MTMDs dispuesto en la pasarela son una solución al problema objeto de estudio. Se trata de una solución de partida que el algoritmo desarrollado en el presente TFM pretenderá mejorar; dicho algoritmo se expone, con las consideraciones características de la pasarela estudiada, en el siguiente apartado.

6.5 OPTIMIZACIÓN DE MTMDS: CRITERIO DE DESEMPEÑO

En el presente apartado se procede, finalmente, a la aplicación de la metodología de diseño óptimo de MTMDS desarrollada en el presente TFM. En primer lugar se reescribe la formulación del problema particularizada para el caso de la pasarela peatonal objeto de estudio. Posteriormente, se hace lo propio con el algoritmo de optimización implementado. Finalmente, se presentan los valores obtenidos, comparando con los obtenidos de la estimación previa utilizando el criterio de Den Hartog.

6.5.1 FORMULACIÓN

En el presente apartado se procede a definir la formulación del criterio teniendo en cuenta las características del caso de estudio, los objetivos específicos que se persiguen y los resultados arrojados por el análisis inicial de la estructura. La formulación general del criterio es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(\theta) &= \sum_{k=1}^K m_{s,k} & (6.17) \\ &\bullet \theta_l \leq \theta \leq \theta_u \\ &\bullet \text{ s.t. } \max_{\phi=1,2,\dots,N} \left\langle \max_{LS=1,2,\dots,p} \left\{ \max_{0 \leq x \leq L} \left[\frac{a(x, LS, \phi)}{a_{\max}} \right] \right\} \right\rangle \leq 1 \end{aligned}$$

Dónde:

- $f(\theta)$ es la función objetivo que se pretende minimizar.
- θ es el vector de variables del problema, que son: la masa m_s , el amortiguamiento c_s y la rigidez k_s del amortiguador. Como ya se comentó, se han elegido estas variables debido a que reducen el número de casos a comprobar, lo que resulta de gran importancia para reducir el tiempo computacional.
- $m_{s,k}$ es la masa de cada TMD k , siendo K el número total de **amortiguadores con las mismas características**. Como se pretende amortiguar el segundo modo vertical, siendo su forma la que se muestra en la **Figura 6.15**, se plantean un total de 3 amortiguadores.

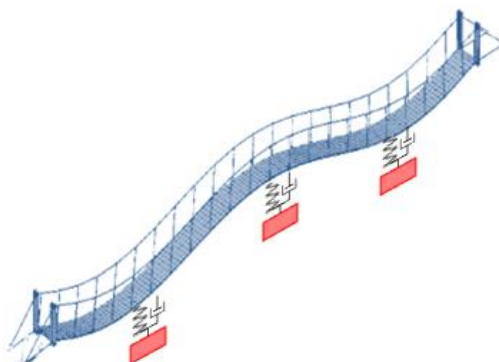


Figura 6.15. Configuración de MTMDs para amortiguar el 2º modo de vibración vertical. Fuente: Elaboración propia.

- θ_l y θ_u son los vectores que contienen los límites inferiores y superiores del dominio de búsqueda de cada variable: $m_{s,l}$, $c_{s,l}$ y $k_{s,l}$ y $m_{s,u}$, $c_{s,u}$ y $k_{s,u}$, respectivamente. Puesto que la metodología desarrollada busca mejorar los parámetros estimados con Den Hartog, se impondrá un límite superior igual a los valores estimados y un límite inferior correspondiente al 70% de los anteriores, según se muestra en la **Tabla 6.7**.

Tabla 6.7. Dominio de búsqueda en función de m_s , c_s y k_s . Fuente: Elaboración propia.

VARIABLE	LÍMITE INFERIOR	LÍMITE SUPERIOR
m_s (kg)	50,4	72
c_s (N·s/m)	74,2	106
k_s (N/m)	4.309,9	6.157

- ϕ es cada uno de los modos de vibración de la estructura que se encuentran en el rango crítico, siendo N el número total de modos afectados. En este caso se tienen 2 modos afectados: uno dentro del rango de influencia del primer armónico y otro dentro del rango del segundo armónico. Debido a que el número de casos a considerar ya conlleva un tiempo computacional elevado y al tratarse de un trabajo académico, **se ha decidido únicamente diseñar para amortiguar el modo afectado por el primer armónico** (segundo modo vertical) por ser el más desfavorable.
- LS es cada uno de los casos de carga críticos que se analizan, estando cada caso definido por una densidad peatonal d y la frecuencia del modo afectado f o f^* . El total de casos de carga a comprobar es p .
- x es la posición.
- L es la longitud de la estructura, en este caso, 32,5 m.
- $a(x, LS, \phi)$ es la respuesta modal en aceleraciones de la estructura en x para una configuración de los MTMDs en función de ϕ en el caso de carga crítica LS .
- a_{max} es el valor máximo permitido de la respuesta, el cual se ha fijado en 2,5 m/s² (clase de confort mínimo según (Heinemeyer et al., 2009)) atendiendo a la naturaleza rural de la pasarela y a su situación en una zona de poco tránsito peatonal.

En la **Figura 6.17** se muestran todos los casos que según el método expuesto deberían analizarse; señalado en azul se delimitan los casos que se desarrollan en el presente Trabajo de Fin de Máster, y señalado en amarillo se delimita el caso utilizado para la estimación de los parámetros del TMD según el criterio de Den Hartog. En la **Tabla 6.8** se muestran los **casos críticos iniciales** para los que, a priori, los flujos peatonales de diferentes densidades producirían interacción con la estructura. Como ya se analizó en el *Apartado 6.1*, **el modo de vibración para el que se producen las mayores aceleraciones es el segundo vertical, que será el modo objeto de diseño.**

Tabla 6.8. Frecuencia de cada caso de carga crítico en Hz. Fuente: Elaboración propia.

MODO	CASO DE CARGA					
	Peso Propio	1 peatón	0,2 p/m ²	0,5 p/m ²	0,8 p/m ²	1,0 p/m ²
2° Vertical	1,659	1,655	1,622	1,570	1,523	1,493
4° Vertical	3,148	3,142	3,103	3,049	3,006	2,980
LEYENDA	x	Modo excitado por el primer armónico				
	x	Modo excitado por el segundo armónico				

La definición de los **casos de carga posteriores a la instalación de los amortiguadores** resulta más complicada de determinar, puesto que la generación de los parámetros de los MTMDs se realiza dentro de un algoritmo; es por este motivo que la metodología para obtener dichos casos se debe realizar dentro del mismo algoritmo. La metodología desarrollada que se realiza para cada caso de carga crítico inicial se puede resumir en los siguientes pasos:

- 1) **Generación de los parámetros de los MTMDs (θ):** este paso es realizado por el algoritmo genético de MATLAB, que genera para cada individuo distintos valores de m_s , c_s y k_s .
- 2) **Análisis modal no lineal:** mediante ANSYS y con los parámetros generados por el algoritmo genético se realiza un análisis modal no lineal para identificar la variación de las propiedades modales para cada densidad peatonal.
- 3) **Extracción de los modos de vibración y frecuencias naturales de interés:** en este paso se realiza un vuelco de datos desde ANSYS a MATLAB, incluyendo los modos y frecuencias que se encuentran en el rango de frecuencias del primer armónico (1,25-2,3 Hz).
- 4) **Identificación de los casos de carga críticos:** con los datos obtenidos se procede a identificar si el modo de vibración del caso inicial tras la inclusión de los MTMDs se encuentra en el rango de interacción peatonal. Como ya se ha comentado, puede que existan varios modos de vibración nuevos con la forma del inicial en distintas frecuencias y hay que diferenciarlos de la totalidad de modos extraídos. Para ello, se propone el cálculo del MAC (ver ecuación (6.18)) de todos los modos extraídos para así identificar la forma del modo; las posibles frecuencias de interés se establecerán para aquellos modos que posean un $MAC \geq 0,90$, valor suficiente para considerar correcta la identificación del modo.

$$MAC_j(\theta) = \frac{(\phi_{MTDMs,j}^T(\theta) \cdot \phi_0)^2}{(\phi_{MTDMs,j}^T(\theta) \cdot \phi_{MTDMs,j}(\theta))(\phi_{0,j}^T \cdot \phi_0)} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6.18)$$

Dónde $\phi_0(\theta)$ y $\phi_{MTDMs,j}(\theta)$ representan las coordenadas modales del modo de vibración inicial y de cada modo de vibración j tras la implementación de los amortiguadores en el rango de frecuencias crítico, respectivamente; m es el número total de modos extraídos en el rango de interés de interacción peatonal.

- 5) **Elección del caso crítico más desfavorable:** es posible que existan varios modos de vibración con la misma forma modal a distintas frecuencias y que éstas se encuentren en el intervalo de frecuencias de interacción peatonal. El caso más desfavorable es aquel cuya frecuencia será multiplicada a la hora de generar la carga peatonal por un mayor coeficiente de reducción (ver *Figura 6.16*).

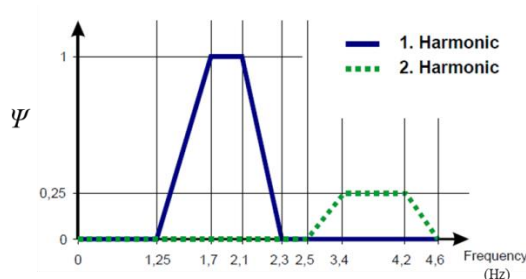


Figura 6.16. Coeficiente de reducción para peatones andando. Fuente: (Heinemeyer et al., 2009).

El proceso de diseño es el mismo que se explicó en el *Capítulo 4 Diseño de MTMDs en una Estructura con Comportamiento no lineal geométrico: Criterio de Desempeño*: diseñar los MTMDs para cada configuración según los modos afectados y comprobar los casos críticos de cada modo de vibración. Como se puede observar en la **Figura 6.17**, los casos tanto iniciales como posteriores a la implementación de MTMDs están definidos en número, siendo $p = 10$ el número total de casos que se considerarán en el diseño (aquéllos dentro del cuadro azul); como comparación, dentro del cuadro amarillo se muestra la simplificación realizada para estimar una solución a partir del criterio de Den Hartog.

Aclarados ya todos los detalles de la formulación, se expone a continuación la formulación específica adoptada para el caso de estudio:

$$\text{Min } f(\theta) = \sum_{k=1}^3 m_{s,k} \quad (6.19)$$

- $50,4 \leq m_s \leq 72$
- $74,2 \leq c_s \leq 106$
- $4.309,9 \leq k_s \leq 6.157$
- $s.t. \max_{\phi=1} \left\langle \max_{LS=1,2,\dots,10} \left\{ \max_{0 \leq x \leq 32,5} \left[\frac{a(x, LS, \phi)}{2,5} \right] \right\} \right\rangle \leq 1$

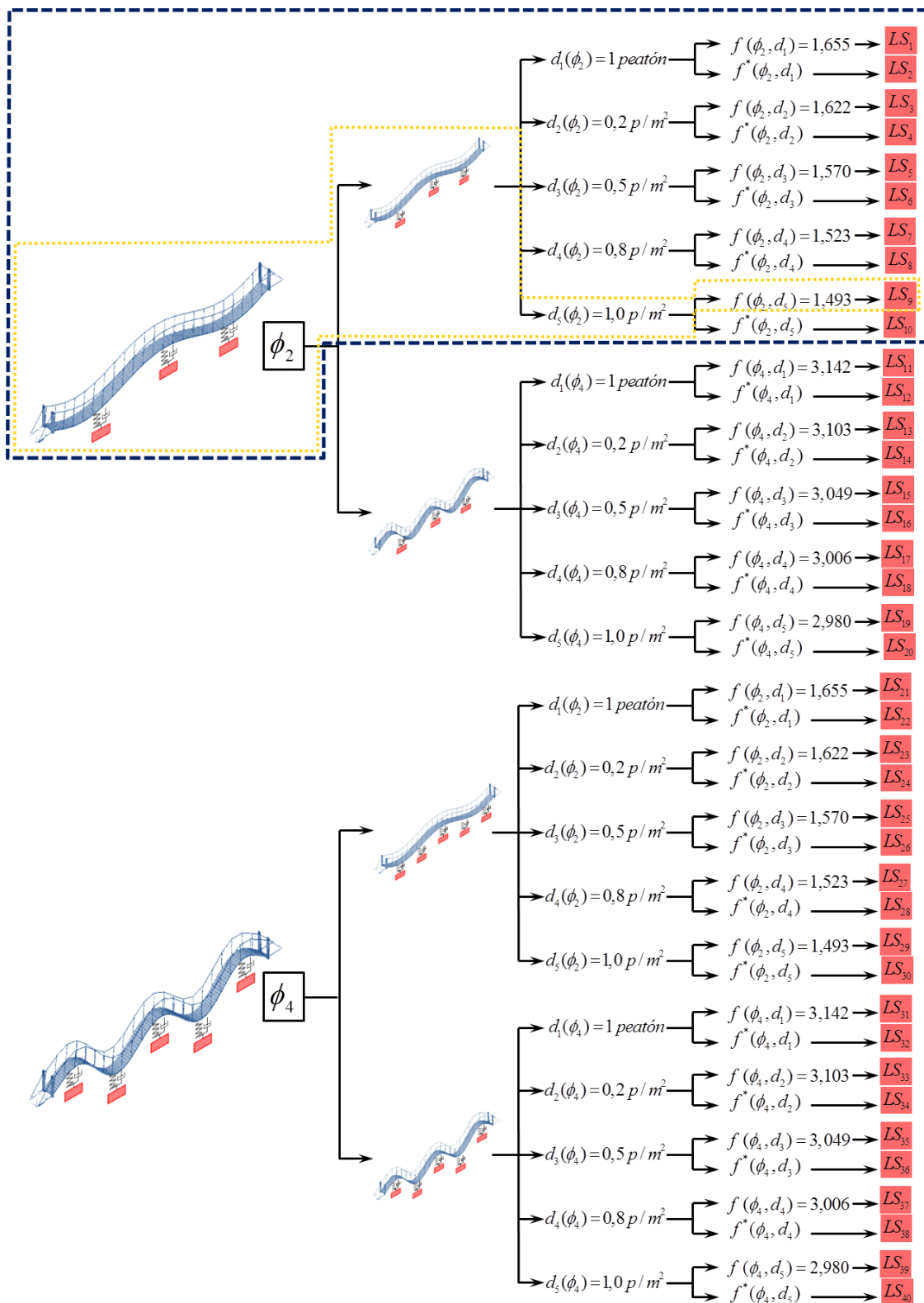


Figura 6.17. Esquema de identificación de los casos críticos de diseño para la optimización de MTMDs del caso de estudio con la simplificación adoptada (en azul) y el diseño de Den Hartog (amarillo). Fuente: Elaboración propia.

6.5.2 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN

En el apartado anterior se ha explicado en detalle la formulación del criterio de desempeño y se han definido todos sus elementos, cuya implementación se realizará mediante algoritmos genéticos. El estudio de los mismos se abordó en el *Apartado 4.3 Optimización con algoritmos genéticos*. El problema a resolver presenta una serie de particularidades (resolución no lineal, variabilidad de las frecuencias, etc.) que obligan a implementar un algoritmo robusto que permita la interacción entre dos programas de cálculo: un software de cálculo estructural y un software de programación.

El algoritmo genético de objetivo único que se plantea se ejecutará desde el software MATLAB; concretamente, se empleará la función *ga* (*genetic algorithm*) definiendo sus condiciones iniciales teniendo en cuenta la formulación del problema. Tal y como se muestra en la **Figura 6.18**, se definen en la función del algoritmo genético la función objetivo, los límites de las variables, los parámetros del algoritmo, el criterio de parada y la restricción del problema. La restricción del problema es de gran importancia en la resolución, puesto que determinará qué individuos de la población son aptos para contribuir a la minimización de la función objetivo. Para evaluar en cada individuo la restricción es necesario obtener la máxima aceleración de la estructura de cada caso de carga para la configuración de MTMDs que amortigua el 2º modo de vibración vertical.

Para obtener la aceleración máxima de la estructura es necesario el empleo de un software de cálculo estructural, ya que se pretende resolver un problema no lineal y, por tanto, no se cumplen las hipótesis lineales que permiten realizar simplificaciones en el cálculo. El software empleado en este caso será ANSYS, con el que se realizarán dos tipos de análisis para cada valor de las variables (cada individuo): por un lado, un análisis modal no lineal para determinar las nuevas frecuencias tras la colocación de los MTMDs con sus parámetros, y después, un análisis transitorio en el que se evalúa la respuesta de la estructura frente a la acción peatonal definida por los casos de carga críticos iniciales (antes de colocar amortiguadores) y los resultantes del análisis modal con la inclusión de los amortiguadores. Para el caso de estudio, centrado en amortiguar el segundo modo vertical, el número de análisis modales a realizar por individuo será igual a la suma del número de casos de carga críticos iniciales de cada modo, y por el número de modos afectados:

$$N_{AM} = \left(\sum_{\phi=\phi_1}^{\phi_N} \sum_{d=d_1(\phi)}^{d_{D\phi}} LS(\phi, d, f) \right) \cdot N = 5 \quad (6.20)$$

Dónde:

- N_{AM} es el número de análisis modales.
- ϕ es cada uno de los modos de vibración de la estructura que se encuentran en el rango crítico, siendo $N = 1$ el número total de modos afectados que se ha considerado en el diseño.
- LS es cada uno de los casos de carga críticos, estando cada caso definido por una densidad peatonal d y la frecuencia del modo afectado f antes de la instalación de amortiguadores. Los casos de carga críticos iniciales son $LS = 5$.
- $d_{D\phi}$ es el número total de densidades peatonales que afectan a cada modo ϕ .

Por otro lado, el número de análisis transitorios a realizar es indeterminado y específico de cada problema y, como mínimo, es igual al número de análisis modales, lo que equivaldría a evaluar únicamente las situaciones iniciales. Este problema ha sido abordado con objeto de acotar el número de análisis transitorios que realiza el algoritmo, cuyo número influye de manera vital en los tiempos computacionales. Los casos iniciales suponen un total de 5 análisis

transitorios y, siguiendo la metodología expuesta en el apartado anterior para la identificación de la frecuencia del segundo modo de vibración vertical tras la inclusión de los MTMDs, como máximo se pueden tener 5 análisis transitorios adicionales para los casos de carga después de la implementación de los MTMDs. De esta forma, el algoritmo realizaría como máximo 10 análisis transitorios y como mínimo 5. La identificación de los casos de carga con MTMDs se realiza desde MATLAB una vez obtenidos los resultados del análisis modal con los amortiguadores implementados.

Según se muestra en la **Figura 6.17**, todo este proceso se encuadra dentro de la evaluación de soluciones de la población inicial, así como de la evaluación de las siguientes generaciones. De esta forma, una vez evaluados todos los individuos de una generación, se selecciona una proporción de la población anterior para crear una nueva generación en función de la aptitud de los individuos para optimizar la función objetivo y que cumplan la restricción, eligiéndose los mejores con una mayor probabilidad. Así, se generará una nueva población y se repetirá el proceso hasta que se cumpla el criterio de parada.

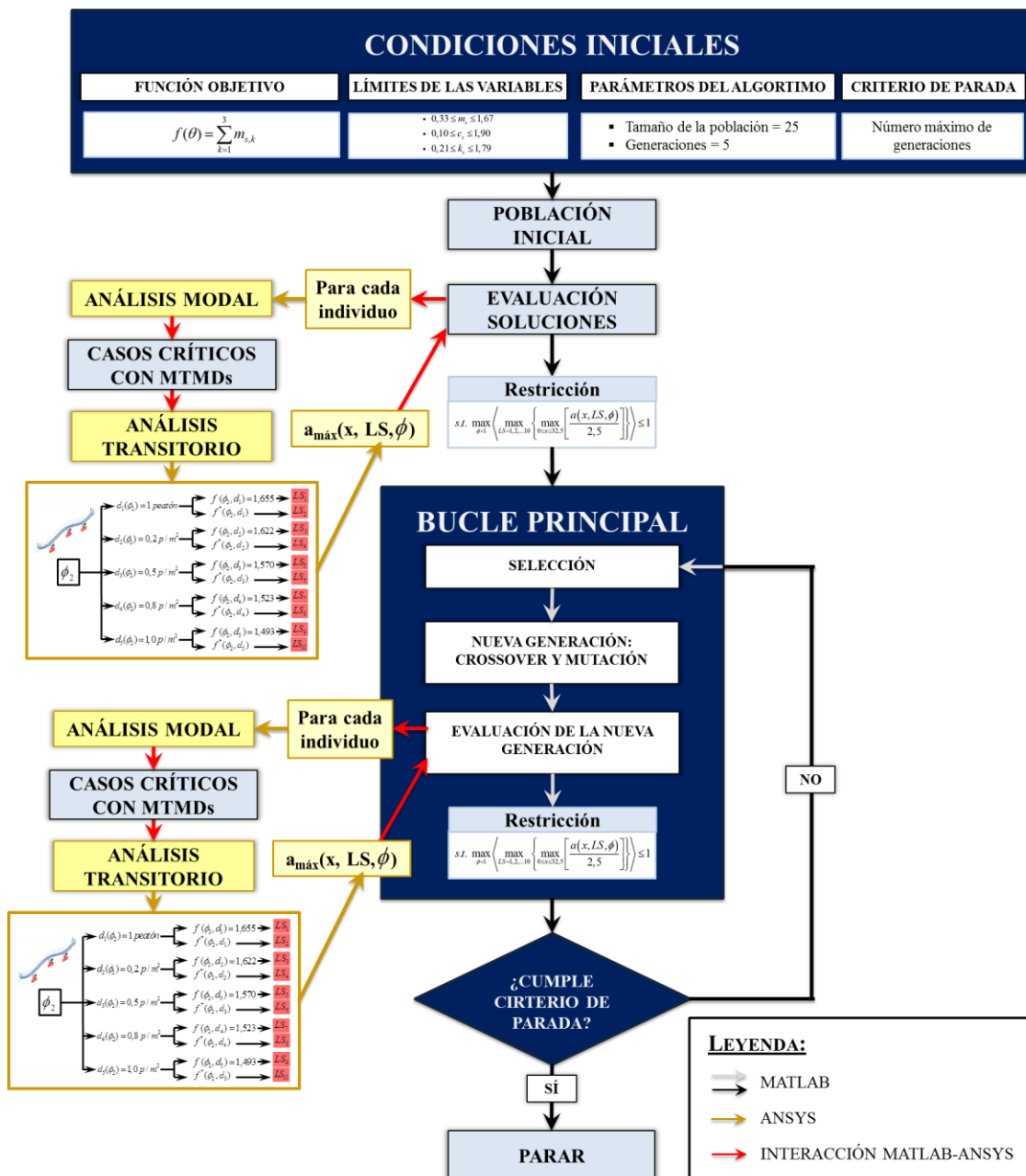


Figura 6.18. Diagrama de flujo del algoritmo para la optimización e interacción de software para el caso de estudio. Fuente: Elaboración propia

6.5.3 RESULTADOS OBTENIDOS

Como ya se ha mencionado anteriormente, el objetivo del algoritmo de optimización es la mejora de los parámetros del TMD estimados previamente a través del criterio básico de Den Hartog. A tal efecto, la optimización ha resultado satisfactoria, lográndose los resultados que se muestran en la **Tabla 6.9** para cada uno de los tres TMDs dispuestos; se ven **mejorados los tres parámetros característicos de cada TMD dispuesto en un 3,3% para la masa, en un 9,2% para el amortiguamiento, y en un 1,1% para la rigidez**. En global, se ha reducido para todo el sistema de MTMDs un total de 7,2 kg de masa respecto al valor estimado con Den Hartog.

Tabla 6.9. Parámetros de los MTMDs obtenidos mediante la optimización. Fuente: Elaboración propia.

VARIABLE	DEN HARTOG	OPTIMIZACIÓN	REDUCCIÓN
m_s (kg)	72	69,6	3,3%
c_s (N·s/m)	106	96,2	9,2%
k_s (N/m)	6.157	6.089,3	1,1%

Con estos resultados, se obtienen los siguientes ratios para cada TMD individual:

- Ratio de masas, μ , igual a 1,64%, mejorando el ratio de 1,71% obtenido con el método de Den Hartog.
- Ratio de amortiguamiento, ζ_s , igual a 7,39%, siendo el estimado por Den Hartog igual a 7,96%.

Además, la frecuencia f_s a la que cada TMD se encuentra sintonizado es de 1,489 Hz, comprobándose la cercanía a la frecuencia del caso de carga más desfavorable (1,493 Hz), lo que indica que el algoritmo ha ajustado el sistema de MTMDs a dicho caso. En este caso, el ratio de frecuencias toma un valor de 99,7%, siendo el valor máximo de este parámetro de 110,8% y el valor mínimo de 81,2% para el global de los casos de carga.

La inclusión de MTMDs en la pasarela supone un cambio en sus características dinámicas iniciales, cambio que se ha caracterizado a partir de la frecuencia de vibración derivada de la original. Así, para cada caso de carga, se tienen las frecuencias que se muestran en la **Tabla 6.10**, cuya obtención se ha realizado teniendo en cuenta la similitud de la forma modal asociada a cada frecuencia con respecto a la forma modal original a partir del parámetro MAC.

Tabla 6.10. Variación de las frecuencias de vibración de la estructura como consecuencia de la disposición de MTMDs. Fuente: Elaboración propia.

CASO	f_{ORIGINAL} (Hz)	$f_{\text{CON MTMD}}$ (Hz)
1 peatón	1,655	1,833
0,2 p/m²	1,622	1,787
0,5 p/m²	1,570	1,722
0,8 p/m²	1,523	1,347
1,0 p/m²	1,493	1,344

Los resultados obtenidos que justifican la validez de estos parámetros se muestran en los siguientes apartados, primero en términos de aceleraciones y posteriormente en términos de desplazamientos.

6.5.3.1. Estudio de las aceleraciones

La validez de la solución obtenida, en cuanto a términos de confort peatonal, se resume en lo mostrado en la **Figura 6.19**. En dicha figura se puede comprobar lo siguiente:

- La aceleración de todos los casos de carga analizados están por debajo del límite impuesto en la optimización de $2,5 \text{ m/s}^2$.
- El caso más desfavorable es el correspondiente a una frecuencia de $1,493 \text{ Hz}$ y una densidad peatonal de 1 p/m^2 , caso que ha sido más ajustado al límite impuesto en la optimización, tal y como se esperaba.
- En 4 de los 10 casos analizados el confort obtenido es mínimo; en otros 4 casos el confort obtenido es medio; y en 2 casos el confort es máximo.

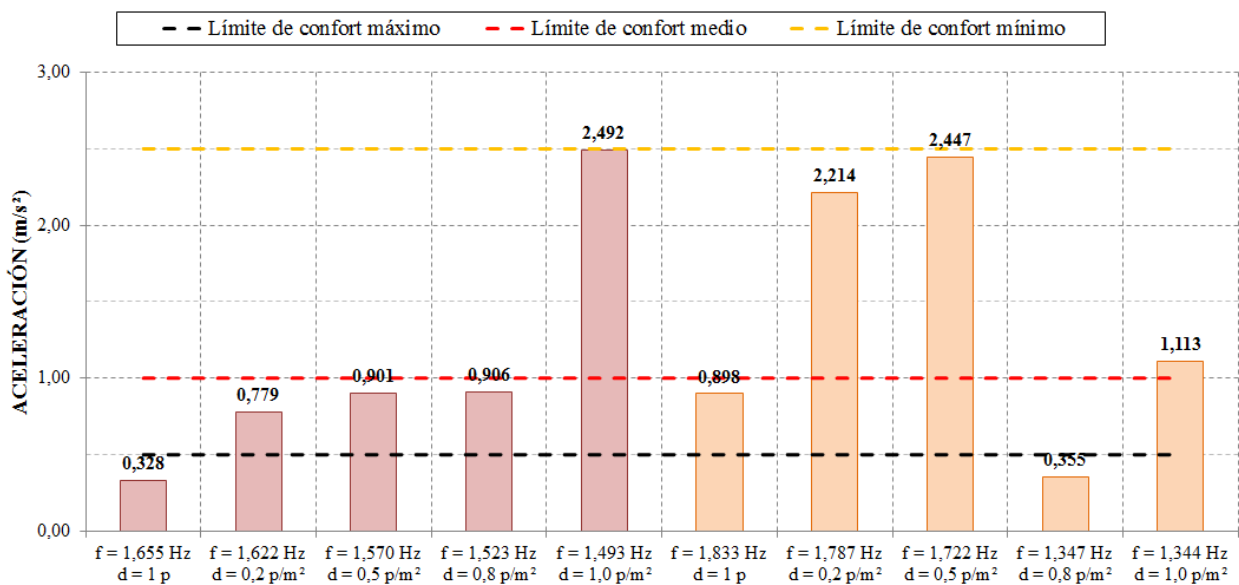


Figura 6.19. Aceleraciones obtenidas en cada caso para la solución obtenida de la optimización; los primeros cinco casos se corresponden con la frecuencia original y los cinco segundos casos con la frecuencia derivada de la colocación de MTMDs en la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

Del estudio particularizado de la historia de aceleraciones obtenida en el centro de la pasarela (punto de la estructura donde se dan los valores máximos), las cuales se muestran en la **Figura 6.20** y **Figura 6.21**, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Durante los 3 primeros segundos, aproximadamente, se produce un aumento de la aceleración, tramo en el que se produce el valor máximo (en los casos de carga originales, en los que la desviación de la frecuencia del TMD respecto a la frecuencia natural de la estructura excitada oscila entre un mínimo del 0,29% y un máximo del 10,05%). A partir de los 3 segundos la respuesta se estabiliza en valores menores al máximo alcanzado.
- En los cinco casos correspondientes a la frecuencia derivada tras la inclusión de MTMDs en la pasarela la forma de la respuesta difiere a lo comentado anteriormente. En estos casos, la aceleración aumenta paulatinamente hasta alcanzar el máximo, momento en el que se estabiliza. En estos casos la desviación de la frecuencia del TMD respecto a la frecuencia natural de la estructura excitada oscila entre un mínimo del 10,52% y un máximo del 18,78%, es decir, los MTMDs están menos sintonizados que en los casos anteriores; de ahí que el máximo se alcance en un momento de tiempo más avanzado y tarde más en estabilizarse la respuesta.

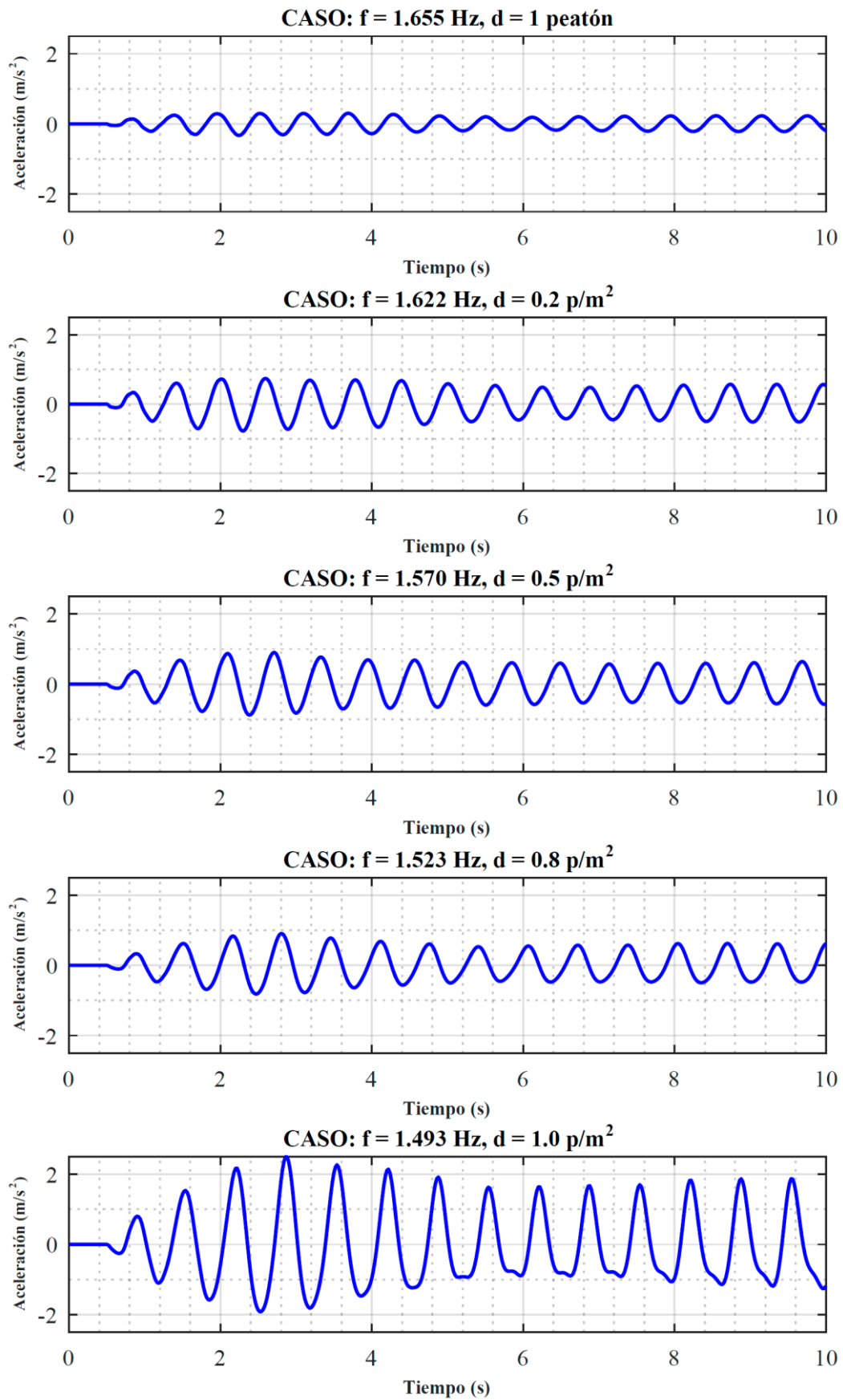


Figura 6.20. Historia de aceleración para los casos de carga originales tras la inclusión de MTMDs en la pasarela en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.

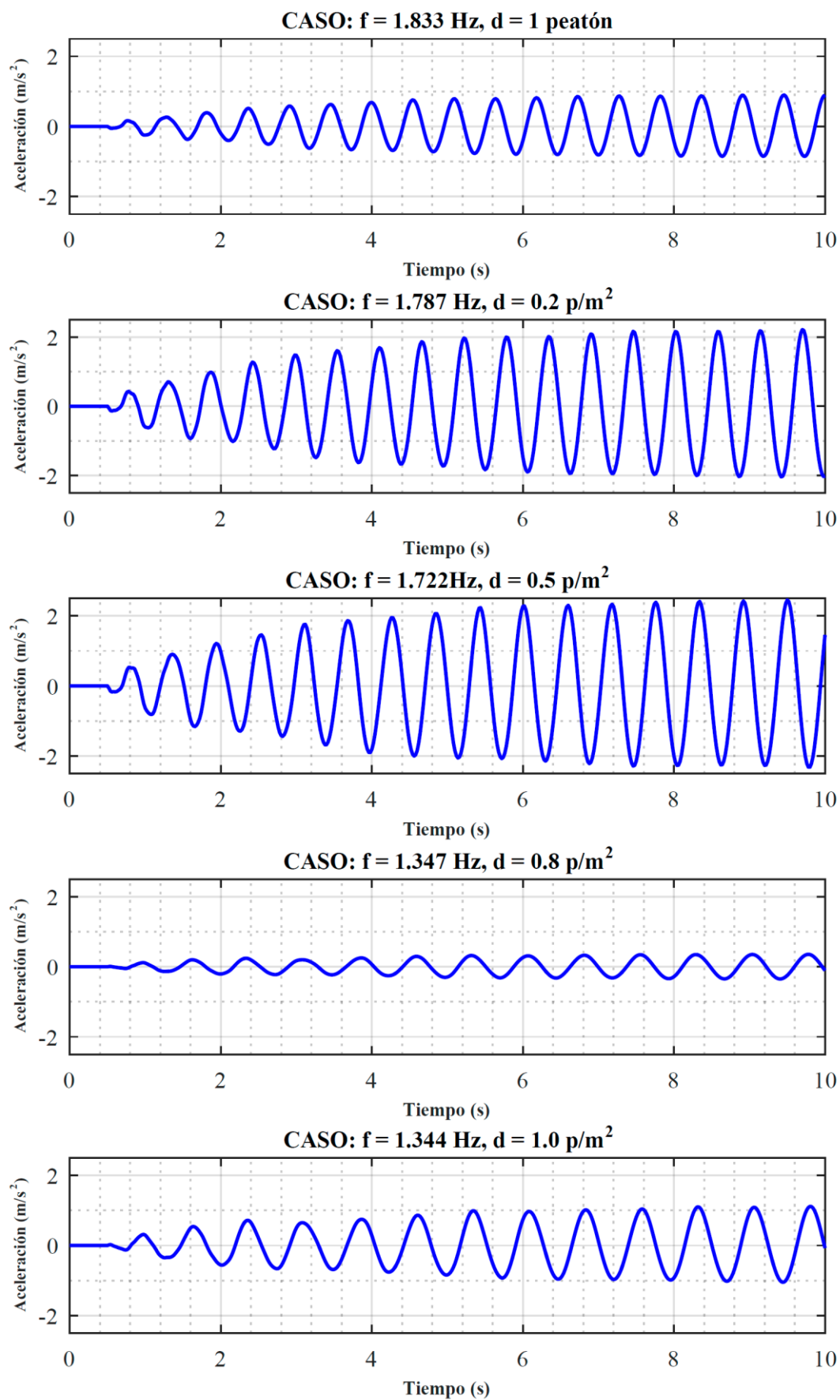


Figura 6.21. Historia de aceleración para los casos de carga derivados tras la inclusión de MTMDs en la pasarela en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.

6.5.3.2. Estudio de los desplazamientos

En el presente apartado se aborda el estudio de los desplazamientos de la pasarela, por un lado, y de los MTMDs, por otro lado, con objeto de analizar el movimiento relativo entre ambos elementos y, además, para determinar la viabilidad del posicionamiento del sistema de amortiguamiento en la estructura.

En primer lugar se analiza el movimiento del TMD situado en el punto central de la pasarela, ya que es el que mayor amplitud de movimiento desarrolla. Los resultados obtenidos para el caso más desfavorable (frecuencia de 1,493 Hz y densidad peatonal de 1 p/m^2) se muestran en la **Figura 6.22**, donde se aprecia que la amplitud máxima del movimiento es de **12,9 cm**; este resultado es consecuente con la separación impuesta en el modelo entre cada TMD y el tablero de la pasarela (25 cm), por lo que el movimiento que desarrolla cada TMD para reducir la vibración de la estructura está permitido en el espacio disponible.

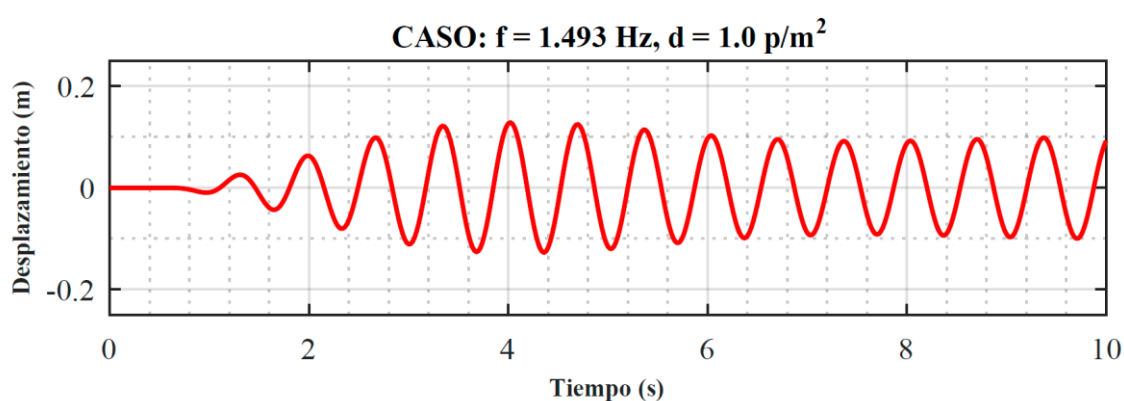


Figura 6.22. Historia de desplazamientos del TMD situado en centro de vano para el caso de carga más desfavorable (frecuencia de 1,493 Hz y densidad peatonal de 1 p/m^2). Fuente: Elaboración propia.

En segundo lugar se muestra la historia de desplazamientos, tanto del TMD como de la pasarela en el punto central, en la **Figura 6.23** y la **Figura 6.24**. Del estudio de dichas figuras se pueden observar varios aspectos:

- En todos los casos, el desplazamiento del TMD es mayor al del tablero de la pasarela. Este hecho radica en la propia concepción de diseño del TMD: que éste asuma un gran movimiento para reducir la vibración de la pasarela.
- De igual forma, en todos los casos se puede observar lo comentado anteriormente: no se supera la amplitud máxima permitida de 25 cm.
- Finalmente, se aprecia cómo, en los primeros instantes de la simulación, tanto la pasarela como el TMD se mueven de forma aproximadamente conjunta. Con el avance de la simulación, el TMD tiende a moverse en sentido contrario al de la pasarela, momento en el cual comienza a ser efectivo y permite la reducción de las vibraciones, estabilizando el movimiento de la estructura en un determinado valor. Sin embargo, este movimiento en sentido contrario no se da de forma perfecta, pudiéndose observar un desfase mínimo.

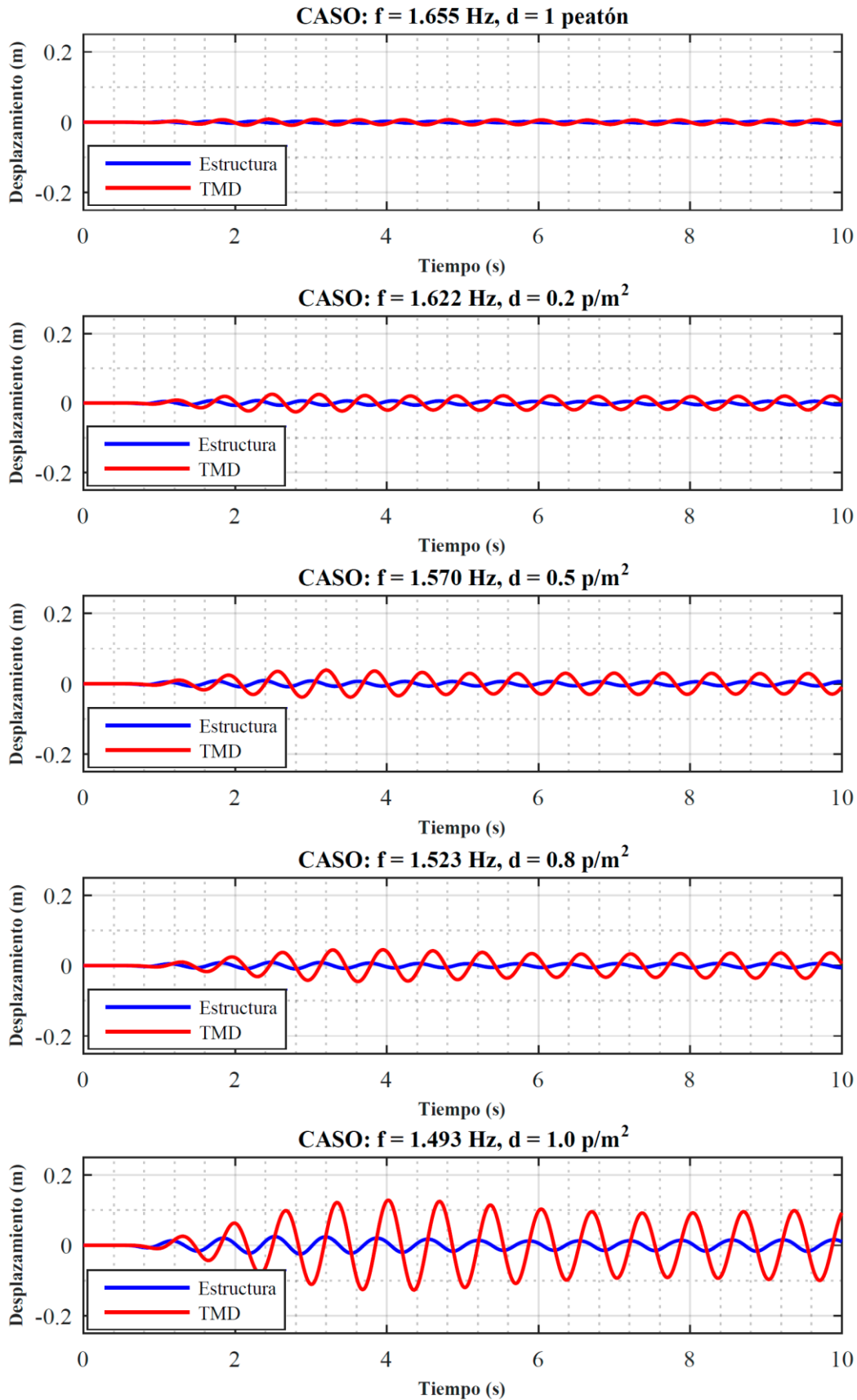


Figura 6.23. Historia de desplazamientos para los casos de carga originales tras la inclusión de MTMDs en la pasarela: pasarela (azul) y TMD (rojo) en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.

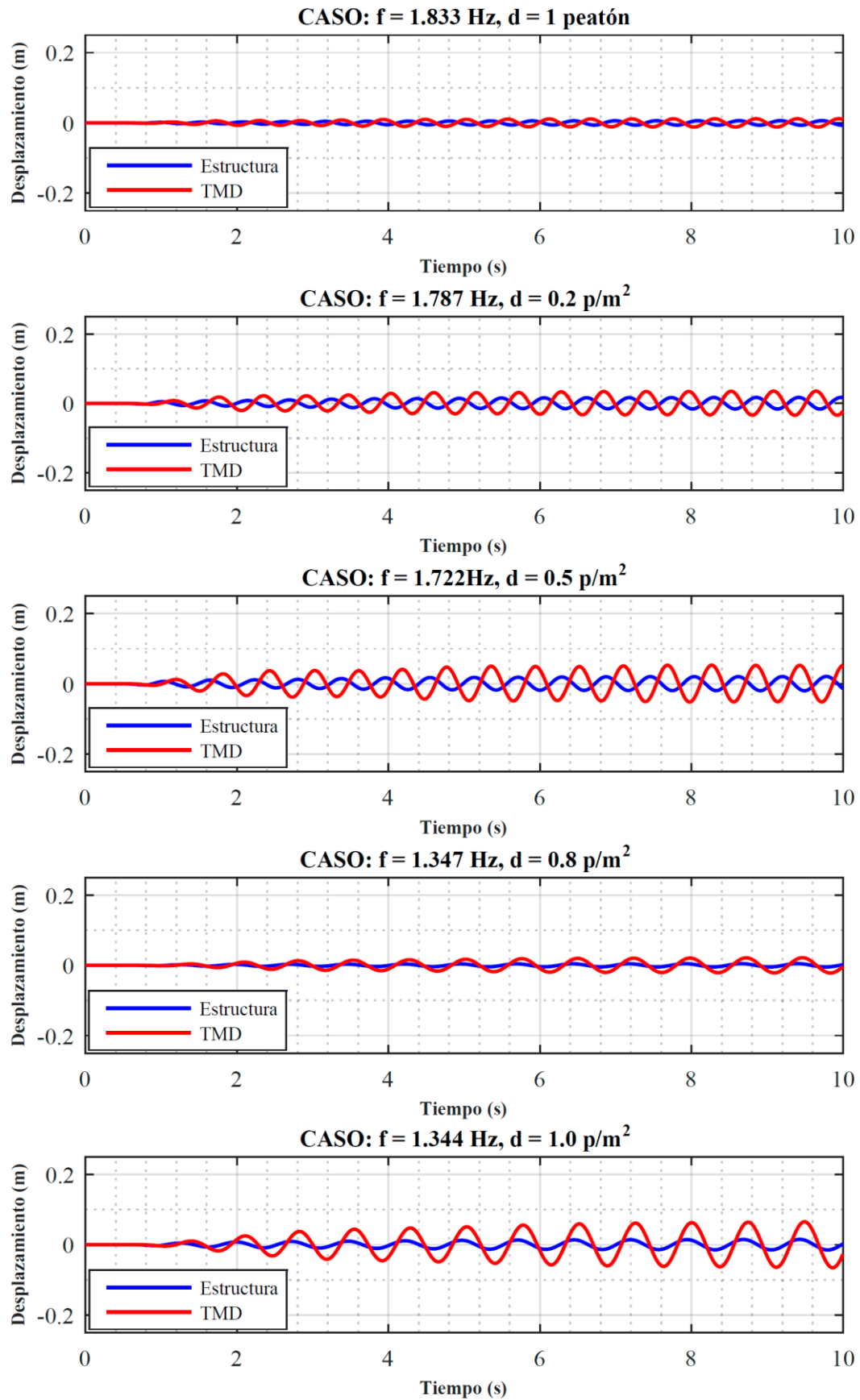


Figura 6.24. Historia de desplazamientos para los casos de carga derivados tras la inclusión de MTMDs en la pasarela: pasarela (azul) y TMD (rojo) en centro de vano. Fuente: Elaboración propia.

6.5.4 REFLEXIÓN SOBRE LOS PARÁMETROS OBTENIDOS PARA LOS MTMDs

Los parámetros de los MTMDs obtenidos a partir del proceso de optimización implementado suponen una mejora respecto a los parámetros estimados a partir del método de Den Hartog; en concreto, las mejoras son, para cada uno de los tres TMD:

- **Masa:** reducción del 3,3%.
- **Amortiguamiento:** reducción del 9,2%.
- **Rigidez:** reducción del 1,1%.

Esta reducción supone un ahorro económico importante, que incluso podría ser mejorada a partir de un mayor tiempo computacional. Durante el proceso de optimización se han identificado algunos individuos o soluciones (masa + amortiguamiento + rigidez) que suponían una mayor reducción de los parámetros obtenidos con Den Hartog, pero que no cumplían con el límite impuesto de aceleraciones; sin embargo, al hacer hincapié sobre dichos individuos e incrementar los tiempos de simulación se podría llegar a obtener una solución más óptima.

A modo de justificación de lo expuesto anteriormente, se muestran en la **Figura 6.25** las aceleraciones obtenidas para un individuo que suponía una reducción de la masa del **13,2%**, el parámetro más importante para conseguir un ahorro económico. Se puede comprobar que:

- Excepto el caso de carga correspondiente a 1 p/m^2 con una frecuencia de 1,493 Hz, que ya se identificó como el caso más desfavorable en el análisis transitorio inicial, el límite de aceleración impuesto de $2,5 \text{ m/s}^2$ se cumple en todos los casos.
- En 2 de los 10 casos analizados, el confort es mínimo; en 6 casos el confort es medio; y en 1 caso el confort es máximo.

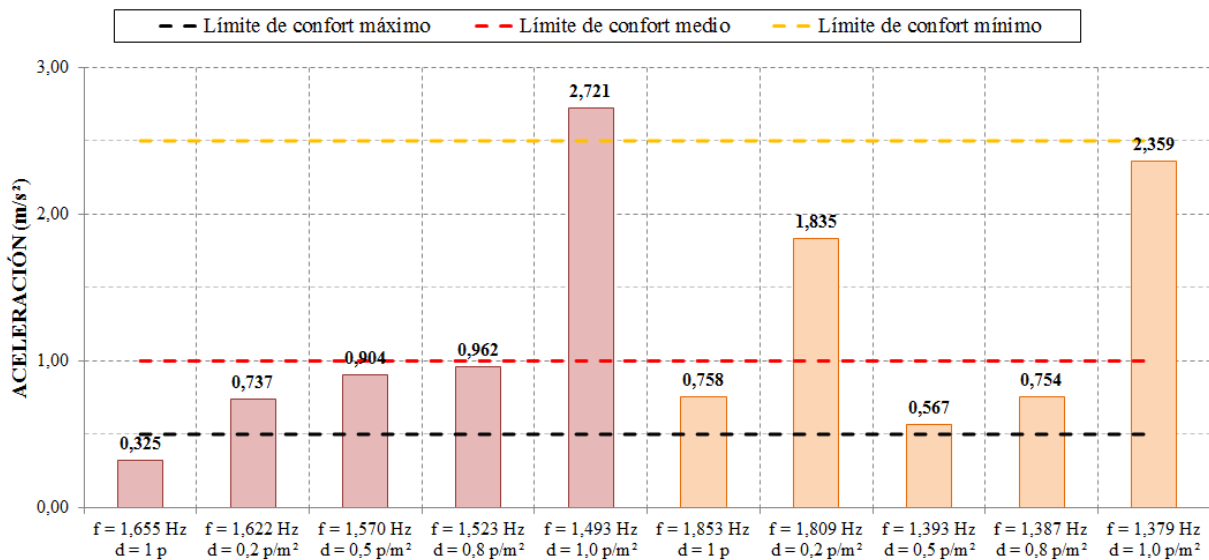


Figura 6.25. Aceleraciones máximas obtenidas para cada caso de carga con un individuo que mejora la masa en un 13,2%; los primeros cinco casos se corresponden con la frecuencia original y los cinco segundos casos con la frecuencia derivada de la colocación de MTMDs en la pasarela. Fuente: Elaboración propia.

6.6 ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS CON TMD

De igual forma que en el *Apartado 6.3 Estudio de la variación de las frecuencias sin TMD* se abordó el análisis de la variación de la frecuencia natural de la pasarela durante el episodio de carga (aún en un caso sin disposición de sistemas de amortiguación), en el presente apartado se aborda dicho análisis tras el diseño de MTMDs en la estructura.

Para ello, se ha considerado el caso de carga correspondiente a un 1 peatón/m^2 , con objeto de comparar los resultados bajo la misma carga que la utilizada en el análisis de la variación de las frecuencias de la estructura previo al diseño de MTMDs.

La variación de la frecuencia de vibración de la pasarela, junto con las aceleraciones obtenidas en el centro de vano y la carga aplicada en cada momento, se muestra en la *Figura 6.26*; del análisis de los resultados se han podido obtener las siguientes conclusiones:

- En este caso la frecuencia media tiene un valor de **1,344 Hz**, a diferencia del valor de 1,493 Hz que se daba en el caso original sin TMD en la pasarela. Sin embargo, la variación de la frecuencia es mucho menor que antes de colocar los MTMDs: en términos absolutos, la desviación máxima del valor medio es de **0,07 Hz**, en comparación con la variación de 0,57 Hz, aproximadamente, que se daba en el caso original (ver *Figura 6.10*).
- La variación de la frecuencia de vibración sigue la misma tendencia que las aceleraciones obtenidas. Se produce una variación mayor al principio de la aplicación de la carga, alcanzándose el máximo a los 3 segundos, aproximadamente; posteriormente, cuando el TMD se sintoniza y resulta efectivo, la variación se estabiliza en valores menores al máximo alcanzado.

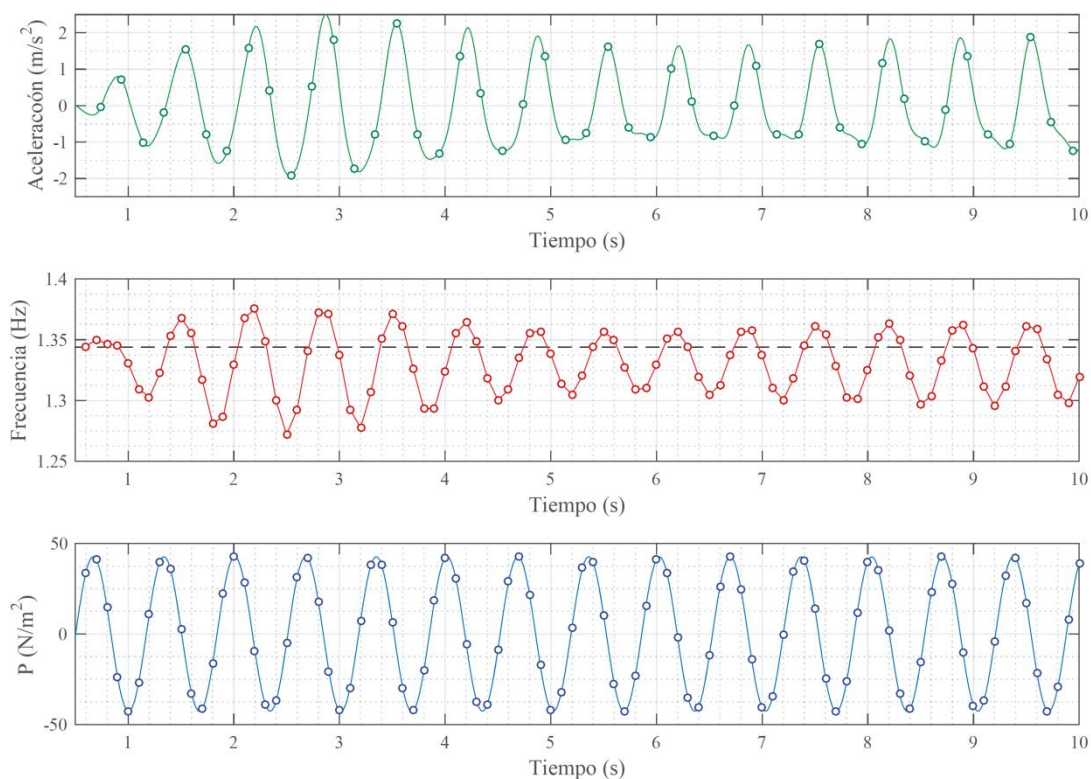


Figura 6.26. Variación de la frecuencia de vibración de la pasarela correspondiente al 2º modo de vibración vertical con una densidad peatonal de 1 peatón/m^2 con disposición de TMD Fuente: Elaboración propia.

Así, se puede demostrar que la inclusión de los MTMDs en la pasarela no sólo reduce la aceleración obtenida en la misma y, consecuentemente, mejora el confort de los peatones en la misma, sino que logra reducir la variabilidad de la frecuencia de vibración de la pasarela en función de la carga aplicada; esto último supone una reducción de los posibles problemas de fatiga que puedan tener lugar en los cables de la estructura como consecuencia de los cambios tensionales de los mismos. Como resumen y de forma aclaratoria, se remite a la **Figura 6.27**, donde se compara la situación previa y posterior a la inclusión de MTMDs.

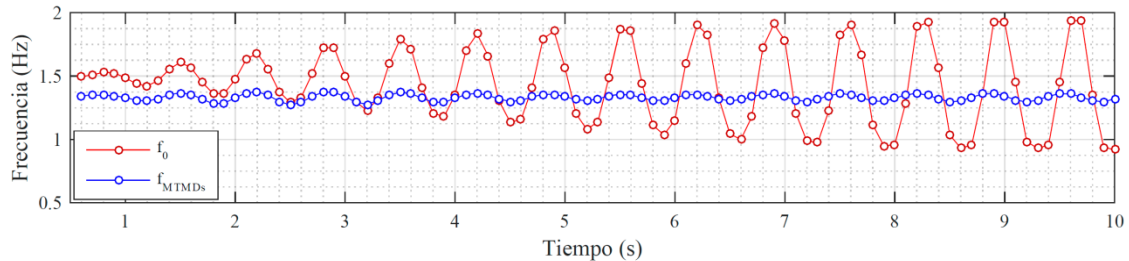


Figura 6.27. Comparación de la variación de la frecuencia de vibración de la estructura sin MTMDs (rojo) y con MTMDs (azul) en el caso más desfavorable de carga del segundo modo vertical. Fuente: Elaboración propia.

6.7 FUNCIÓN DE RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA

La inclusión de un TMD o de MTMDs en una estructura conlleva un determinado cambio en las propiedades dinámicas del conjunto. Por ello, se ha analizado la respuesta en frecuencias de la estructura para el 2º modo de vibración vertical en todos los casos de carga peatonal que se vienen utilizando a lo largo del estudio. El análisis se ha realizado en dos fases:

- **Fase 1:** análisis de la respuesta en frecuencias de la pasarela antes de acometer el diseño de MTMDs en la misma, pudiendo ver cuál es el comportamiento original de la estructura.
- **Fase 2:** análisis de la respuesta en frecuencias de la pasarela después de diseñar los MTMDs en la misma, lo que permite observar la variación en el comportamiento tras la inclusión del sistema de amortiguación en la estructura.

Los valores de respuesta disponibles tras el análisis transitorio de la pasarela se corresponden con el registro de aceleraciones en el centro de vano, punto en el cual se dan los valores máximos. El paso de esta historia de aceleraciones en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia se ha realizado a partir de la Transformada Rápida de Fourier (FFT, del inglés *Fast Fourier Transform*), obteniéndose así la **Función de Respuesta en Frecuencias (FRF)** de la estructura.

La comparación de la respuesta en frecuencias de la pasarela tanto antes como después de disponer MTMDs en la misma se analiza (y considerando la frecuencia original y la derivada tras la colocación del sistema de amortiguamiento), para cada uno de los casos de carga, en las siguientes figuras:

- **Figura 6.28:** 1 peatón circulando por la pasarela.
- **Figura 6.29:** densidad peatonal de 0,2 peatones/m².
- **Figura 6.30:** densidad peatonal de 0,5 peatones/m².
- **Figura 6.31:** densidad peatonal de 0,8 peatones/m².
- **Figura 6.32:** densidad peatonal de 1,0 peatones/m².

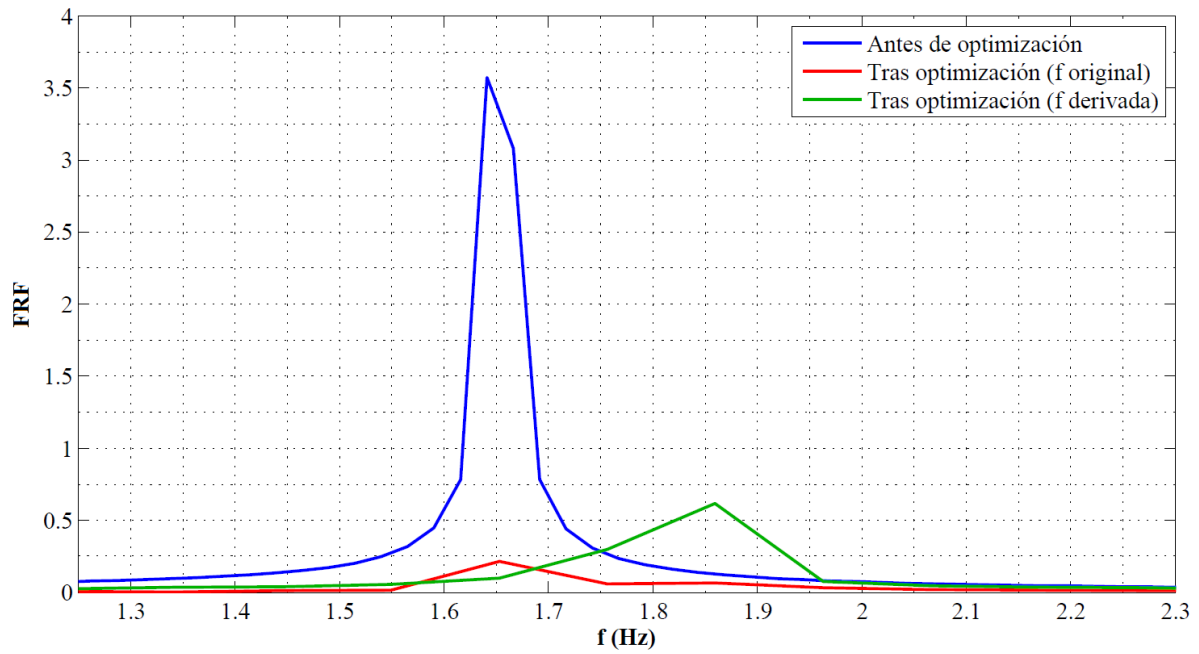


Figura 6.28. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 1 peatón. Fuente: Elaboración propia.

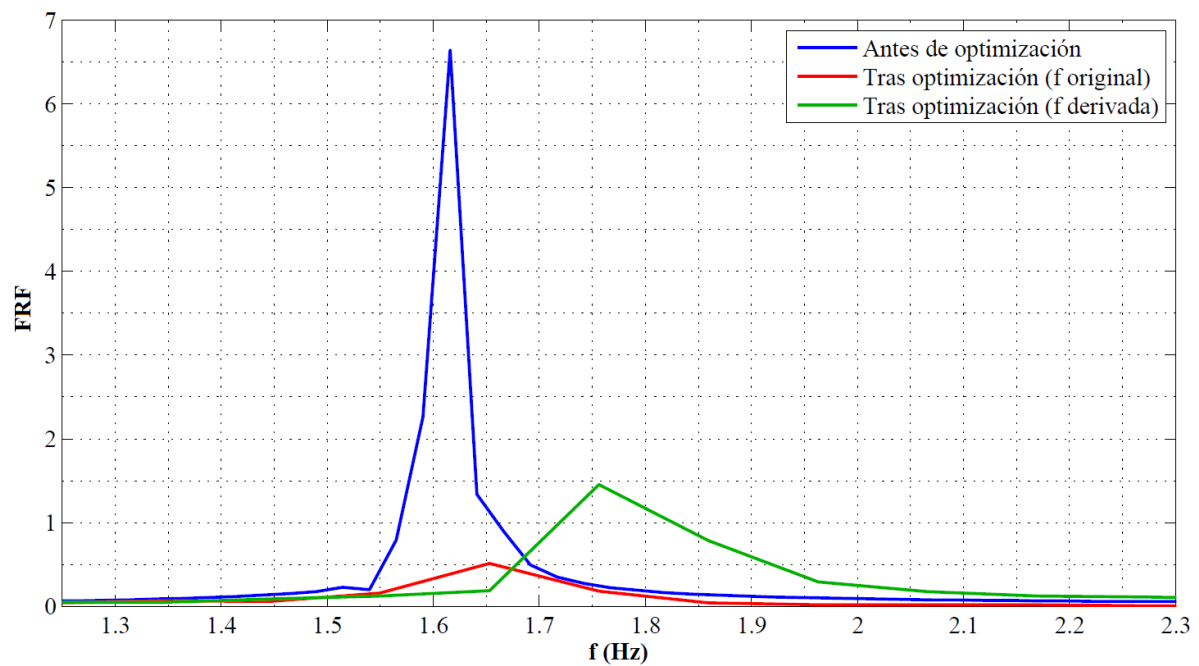


Figura 6.29. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a 0,2 p/m². Fuente: Elaboración propia.

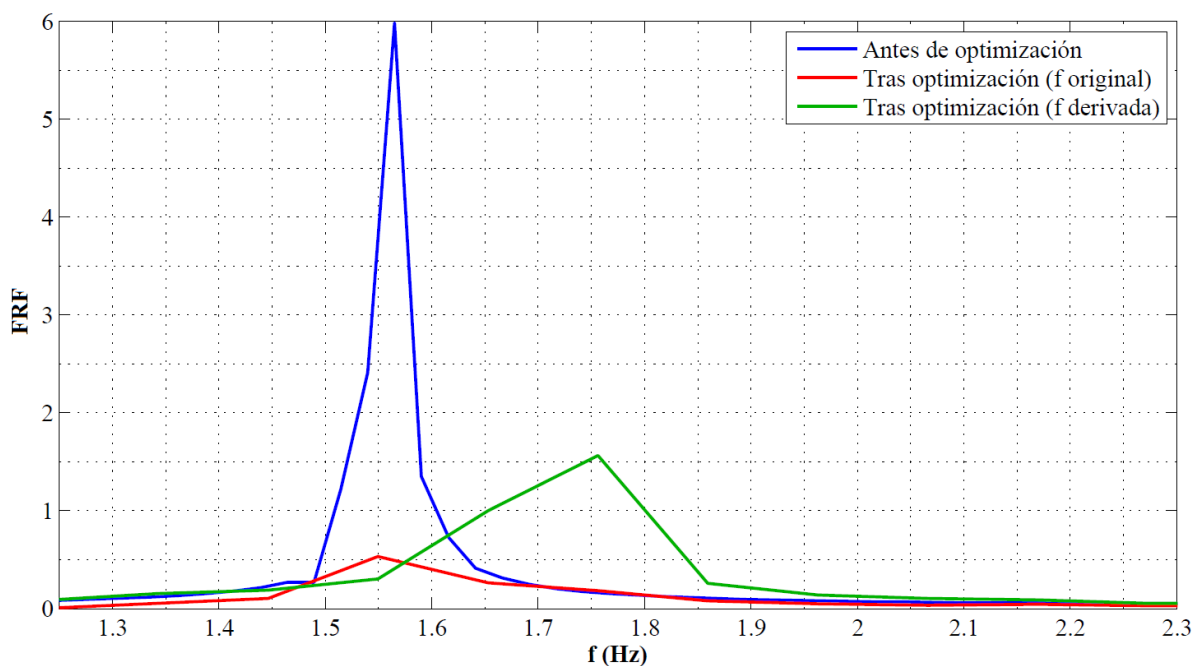


Figura 6.30. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a $0,5 \text{ p/m}^2$. Fuente: Elaboración propia.

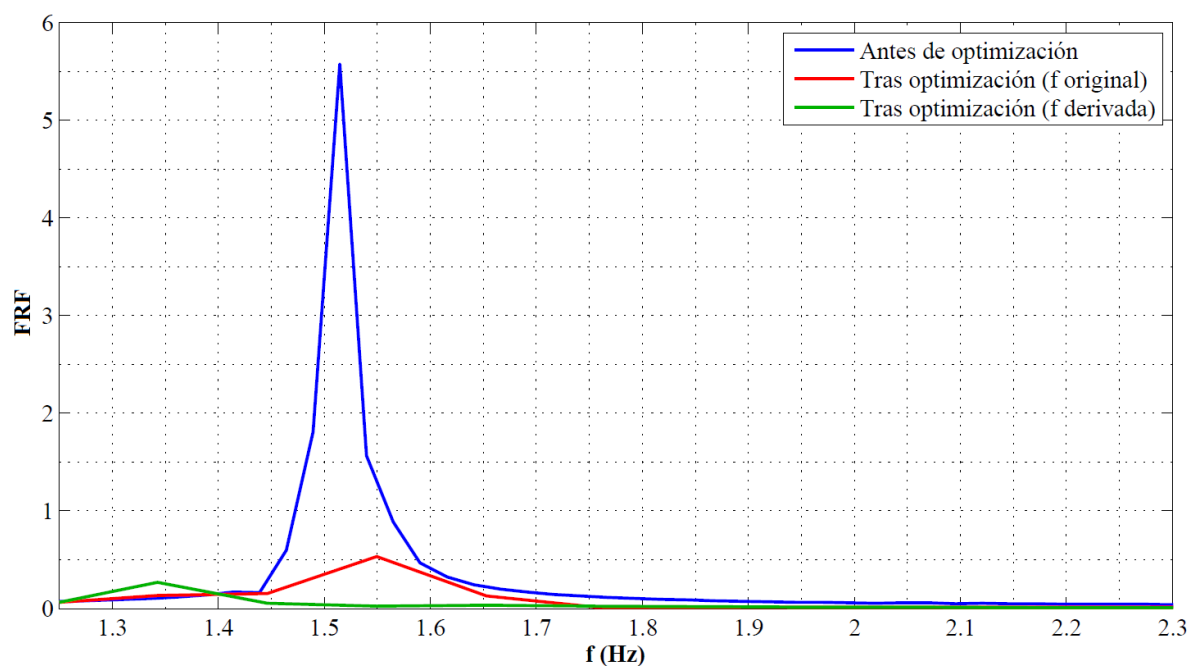


Figura 6.31. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a $0,8 \text{ p/m}^2$. Fuente: Elaboración propia.

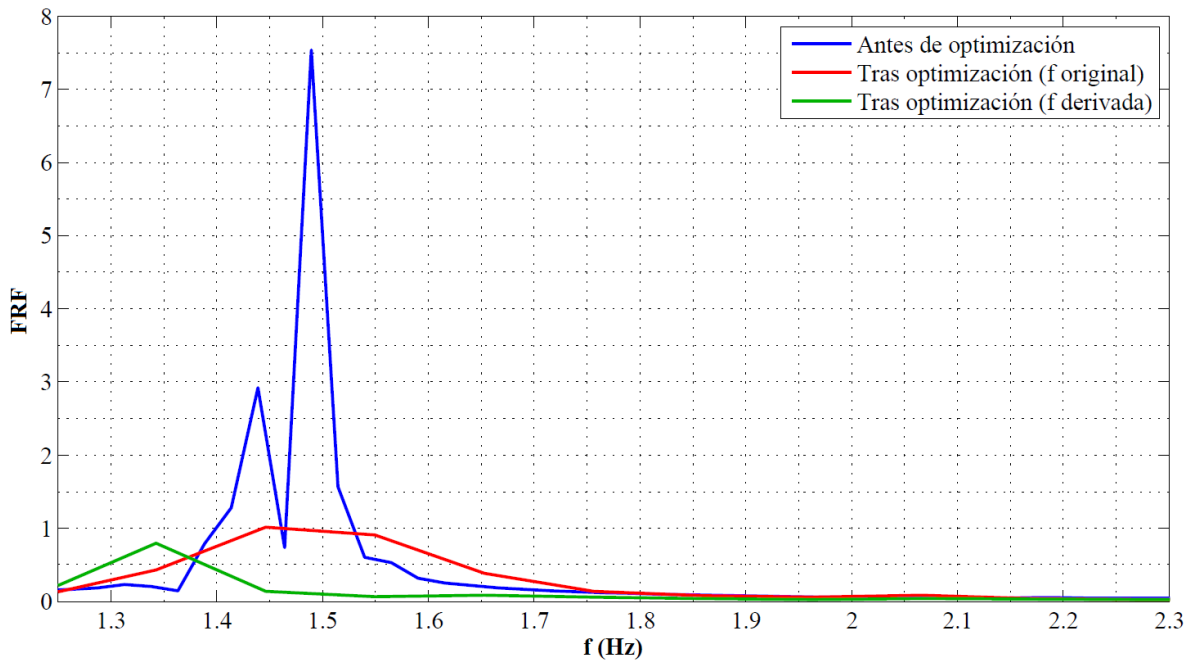


Figura 6.32. Función de Respuesta en Frecuencias antes y después de la optimización para el caso de carga correspondiente a $1,0 \text{ p/m}^2$. Fuente: Elaboración propia.

El análisis de las figuras anteriores permite obtener las siguientes conclusiones:

- Primero, y principalmente, se observa que el sistema de amortiguamiento dispuesto logra reducir notablemente el coeficiente de amplificación dinámica en todos los casos respecto al valor que se tenía originariamente en la pasarela. La reducción llega a ser de casi 8 veces en el caso de carga más desfavorable (1 p/m^2).
- Segundo, se observa que, en algunos casos, la nueva frecuencia derivada tras la inclusión de los MTMDs en el sistema estructural aporta un coeficiente de amplificación dinámica mayor al de la frecuencia original. Ante esto, **se demuestra la importancia de tener en cuenta esta nueva frecuencia**, pues da lugar a vibraciones más desfavorables que las que se tendrían con la frecuencia original amortiguada; no obstante, en ningún caso esta frecuencia derivada aporta valores cercanos a los valores de coeficiente de amplificación dinámica obtenidos antes de la colocación de MTMDs en la pasarela.

Finalmente, cabe mencionar que la disposición de MTMDs puede dar lugar a picos de respuesta mayores al original, pero que se encuentran fuera del rango de actuación de la carga peatonal en términos de frecuencia; es por ello que las frecuencias asociadas no ocasionarían problemas vibratorios.

7 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo final se presentan las conclusiones resultantes del trabajo realizado, en relación tanto al proceso de diseño optimizado de MTMDs en una pasarela peatonal como a los resultados obtenidos del mismo. Además de las conclusiones, se aportan una serie de ideas para futuros trabajos en relación con la temática desarrollada, ideas referentes, fundamentalmente, a la mejora del método implementado para el diseño de MTMDs en estructuras con comportamiento no lineal geométrico.

7.1 CONCLUSIONES SOBRE EL TRABAJO REALIZADO

La realización del trabajo ha permitido obtener una serie de conclusiones muy valiosas para el entendimiento del problema de interacción entre la carga peatonal, la estructura y el sistema de amortiguamiento (TMD). Las principales conclusiones son las siguientes:

- El estudio de la carga peatonal ha permitido conocer la gran variabilidad de este tipo de carga, variabilidad debida a la gran cantidad de casos que se pueden generar teniendo en cuenta las densidades peatonales típicas y el rango de frecuencias de paso más comunes de los peatones. Este hecho propicia que la carga peatonal deba ser establecida según las características propias del problema abordado, siendo muy complicado definir una carga general para cualquier tipo de pasarela. Así, el estudio de la pasarela realizado en el presente TFM ha permitido adentrarse en las características necesarias para la definición de la carga, observando una gran variación de los valores obtenidos según el caso, así como un importante cambio en la respuesta de la estructura tras la aplicación de la carga.
- El análisis de una pasarela peatonal con un comportamiento no lineal geométrico ha permitido observar la sensibilidad de una estructura de este tipo, muy ligera y esbelta, a cualquier cambio en su configuración estructural inicial. Así, se ha analizado el efecto de incluir en el modelo distintas masas añadidas (como consecuencia de diferentes densidades peatonales), observándose un cambio en las frecuencias de vibración que debe tenerse en cuenta en el diseño; además, se ha comprobado la variabilidad de las frecuencias a lo largo de un episodio de carga peatonal, obteniéndose diferencias importantes respecto al valor medio de la misma. De esta forma ha quedado patente el gran cambio que se produce en las características dinámicas de la pasarela debido a cualquier cambio en su configuración inicial.
- En relación con el punto anterior, la inclusión de un sistema de amortiguamiento en la pasarela, ya sea un único TMD o MTMDs, también produce un cambio en las propiedades dinámicas de la estructura. Por un lado, se está incluyendo un elemento con una cierta masa que se añade a la masa de la estructura; por otro lado, la disposición de un elemento que amortigua un determinado modo conlleva la aparición de nuevas frecuencias de vibración del conjunto TMD-estructura. El

estudio que se ha realizado sobre estas nuevas frecuencias ha demostrado que es necesario considerarlas en el diseño, puesto que pueden dar lugar a una situación más desfavorable que la existente inicialmente; además, se ha observado, para el caso de estudio, que las formas modales pueden llegar a sufrir una variación importante respecto a la forma modal inicial que se tenía en la configuración estructural sin sistema de amortiguamiento.

- Respecto al estudio de los métodos de optimización clásicos de TMD, se ha podido observar una clara limitación para su uso en un caso no lineal como el estudiado, ya que parten de hipótesis que no siempre se cumplen. Así, en el caso del criterio de Den Hartog, la hipótesis de un único modo afectado en la estructura hace que no se pueda acometer el diseño a partir del mismo, ya que su formulación necesita una frecuencia a la que sintonizar el TMD (la frecuencia del modo afectado, concretamente). Sin embargo, se ha podido comprobar que su uso permite obtener una solución válida para el problema si se identifica claramente el caso más desfavorable (no la óptima), por lo que puede ser un buen criterio para establecer una solución inicial.
- La utilización de la metodología desarrollada en el TFM permite paliar el problema comentado en el punto anterior. La generación aleatoria de los parámetros que definen al TMD o los MTMDs, dentro de un rango establecido a partir del sentido físico de los mismos, posibilita encontrar unos parámetros que se sintonicen de forma adecuada a varios modos de vibración (o casos concretos de carga), lo que permite reducir conjuntamente los problemas de vibración en varios casos. A pesar de que lo anterior provoca que los MTMDs no queden sintonizados de forma exacta a un determinado modo, como sí se podría conseguir con el criterio de Den Hartog, la sincronización global con todos los casos afectados mejora. Además, la búsqueda de varios parámetros que realiza la metodología desarrollada (masa, amortiguamiento y rigidez), en lugar de uno solo como hace Den Hartog (masa), permite encontrar una solución mejor al problema (menor masa, menor amortiguamiento y menor rigidez que con Den Hartog); esto supone, obviamente, un ahorro en términos económicos.
- El estudio realizado ha permitido validar las dos funciones básicas de un sistema de amortiguamiento (Karoumi, 1998): la reducción de la resonancia de la estructura principal, lo cual queda patente en la reducción del valor de aceleración que se produce en la pasarela durante el episodio de carga; y el aumento del amortiguamiento general de la estructura, ya que se logra una estabilización de las características dinámicas de la pasarela a lo largo de la aplicación de la carga peatonal.

7.2 TRABAJOS FUTUROS

A continuación se muestran una serie de ideas que pueden ayudar al desarrollo futuro del trabajo realizado en el presente TFM. Las ideas van orientadas, en todos los casos, a la mejora del algoritmo de diseño de MTMDs en estructuras con comportamiento no lineal.

7.2.1 INCLUSIÓN DE UN MAYOR NÚMERO DE CASOS EN EL DISEÑO

El diseño realizado de MTMDs sobre una pasarela peatonal ha supuesto una serie de simplificaciones en cuanto al número de casos considerados en el proceso de diseño. A tal efecto, únicamente se ha considerado un modo afectado, si bien eran dos los modos identificados que se veían afectados por la carga peatonal; a su vez, únicamente se ha

considerado la carga correspondiente a peatones andando, obviando el efecto de los corredores. Una posible mejora del algoritmo de diseño pasaría por incluir, en este sentido, lo siguiente:

- El estudio de los casos de carga de personas corriendo que puedan ocasionar vibraciones en la pasarela, y la inclusión de dichos casos en la formulación del algoritmo.
- La inclusión de un mayor número de modos afectados y, consecuentemente, más configuraciones posibles de los TMD.

Ambos aspectos se tuvieron en cuenta en la concepción inicial del trabajo, si bien se redujo el alcance del mismo debido al gran tiempo computacional que requeriría la consideración de dichas casuísticas.

7.2.2 UTILIZACIÓN DE OTRO TIPO DE ALGORITMOS

Para la resolución del problema se ha recurrido a los algoritmos genéticos, muy útiles debido a los siguientes aspectos:

- Pueden operar de forma simultánea con varias soluciones en vez de trabajar de manera secuencial.
- Es posible ejecutarlos de manera paralela para ahorrar tiempo computacional.
- Destacan por su habilidad para manipular varios parámetros simultáneamente.
- Debido a su aleatoriedad permiten explorar extensamente en el dominio de búsqueda.

Sin embargo, también presentan una serie de desventajas:

- Pueden tardar mucho tiempo en converger dependiendo de la definición del problema.
- Se debe acotar bien el dominio de búsqueda y la definición de la población y el número de generaciones.

En la actualidad existe una gran diversidad de algoritmos alternativos y, debido a que el problema fundamental encontrado en el caso de estudio ha sido el alto tiempo computacional para resolver el algoritmo, una nueva línea de investigación podría explorar nuevos algoritmos con objeto de lograr una mayor rapidez en el cálculo.

Algunos algoritmos que podrían considerarse son los siguientes:

- 1) **Recocido Simulado (SA):** es una técnica relacionada con la optimización global que atraviesa el espacio de búsqueda mediante la generación de soluciones vecinas de la solución actual. Un vecino superior siempre es tomado y uno inferior es tomado de manera probabilística basado en las diferencias de calidad y un parámetro de temperatura. El parámetro de temperatura es modificado en medida del progreso del algoritmo para alterar la naturaleza de la búsqueda.
- 2) **Sistema Inmune Artificial (AIS):** algoritmo basado en el modelo de los sistemas inmunológicos de los vertebrados.
- 3) **Enjambre de Partículas (PSO):** o método de Inteligencia de Enjambres, permite optimizar un problema a partir de una población de soluciones candidatas, denotadas como "partículas", moviendo éstas por todo el espacio de búsqueda según reglas matemáticas que tienen en cuenta la posición y la velocidad de las partículas. El

movimiento de cada partícula se ve influido por su mejor posición local hallada hasta el momento, así como por las mejores posiciones globales encontradas por otras partículas a medida que recorren el espacio de búsqueda. El fundamento teórico de esto es hacer que la nube de partículas converja rápidamente hacia las mejores soluciones.

Además de una línea de investigación de distintos algoritmos, se puede completar el problema definiendo una función multiobjetivo con objeto de minimizar todos los parámetros del TMD, en vez de únicamente la masa, para que el ahorro sea mayor.

7.2.3 VARIACIÓN ESPACIAL DEL TMD EN EL DISEÑO

Una de las conclusiones obtenidas del desarrollo del trabajo, expuesta en el apartado correspondiente, ha sido la observación de la variación que supone en las formas modales la inclusión de sistemas de amortiguamiento en la pasarela. En el presente apartado se justifica lo expuesto y se proponen algunas ideas para tener en cuenta este hecho en el diseño.

Una de las consideraciones del algoritmo de diseño pasa por identificar el nuevo modo más desfavorable del conjunto TMD-estructura a partir del parámetro MAC, eligiendo el modo con un MAC mayor al 90% que se encuentra en la zona más crítica de actuación de la carga peatonal. Así, a modo de ejemplo, para el caso de carga correspondiente a 1 peatón/m², en el diseño estimado realizado por Den Hartog se obtuvo que la nueva frecuencia pico de la estructura se encontraba en 1,33 Hz (1,49 Hz antes de disponer MTMDs), modo con un MAC del 96%; sin embargo, el análisis modal realizado para este caso permitió identificar un modo adicional situado en 1,63 Hz, con una forma similar al original, pero con un MAC del 82%, por lo que quedaba fuera del criterio establecido. Lo expuesto se puede ver en la **Figura 7.1**.

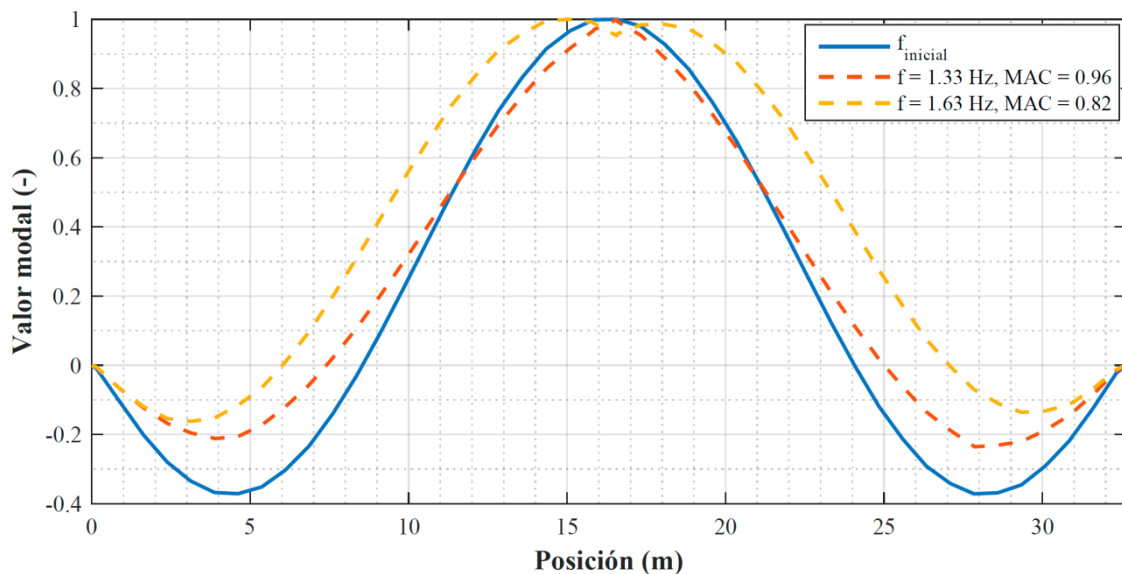


Figura 7.1. Variación de la forma modal del 2º modo de vibración vertical (caso para una masa añadida correspondiente a 1 peatón/m²) tras la inclusión de MTMDs. Fuente: Elaboración propia.

Por la forma del modo y por la frecuencia asociada de 1,63 Hz, dentro del rango de acción peatonal, podría tratarse de un modo en el que se ocasionaran problemas vibratorios. Sin embargo, la variación de la forma modal, que hace que los puntos de máximo valor modal se desplacen entre 1,5 m y 2 m respecto a la posición en la que se han dispuesto los TMDs de acuerdo al modo original, podría dar lugar a la imposibilidad de encontrar un sistema de MTMDs que reduzca las vibraciones hasta límites admisibles tanto en este nuevo modo como en los originales, ya que no se estaría disponiendo cada TMD en el punto de mayor valor modal.

La solución al problema pasaría por incorporar al algoritmo una variante que permita modificar la posición del TMD durante el proceso de diseño, adaptándose de la mejor manera posible a la forma del modo de vibración afectado. Así, el diseño pasaría a tener cuatro variables: masa, amortiguamiento, rigidez (contempladas antes), y posición. Obviamente, la inclusión de esta variante supondría un incremento en el tiempo de cálculo muy importante, lo que haría al método únicamente útil para problemas muy específicos que requirieran una precisión muy elevada.

7.2.4 DEFINICIÓN INDIVIDUALIZADA DE CADA TMD DEL SISTEMA

El proceso de diseño ha supuesto que todos los TMDs dispuestos en la pasarela tienen idénticas propiedades (masa, amortiguamiento y rigidez). Sin embargo, observando la forma del modo que se ha amortiguado (ver *Figura 7.1*), se puede observar cómo el TMD dispuesto en el centro de vano tendría una mayor importancia que los colocados a los lados, puntos en los cuales la coordenada modal es el 40% de la obtenida en el centro de vano.

Así, se puede plantear la opción de diseñar cada TMD de acuerdo a la influencia que tiene la coordenada modal correspondiente al punto donde se ubica en la forma del modo afectado. La inclusión de esta opción en el algoritmo de diseño supondría cálculos modales adicionales, a partir de los cuales se lograría establecer si los parámetros elegidos para el TMD se ajustan a la forma del modo que pretenden amortiguar. De esta forma se lograría una mayor optimización de las propiedades de cada amortiguador (y un mayor ahorro económico, consecuentemente), pero sería necesario realizar un análisis que permita evaluar la rentabilidad obtenida con respecto al tiempo de computación necesario.

REFERENCIAS

- Allemang, R. and Brown, D. (1982) *A correlation coefficient for modal vector analysis*, Orlando: Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference.
- ANSYS (2013) *ANSYS Mechanical APDL Advanced Analysis Guide*, Canonsburg, PA.
- Beck, J. and Arnold, K. (1997) *Parameter Estimation in Engineering and Science*, New York.
- Butz, C., Feldman, M., Heinemeyer, C., Sedlacek, G., Chabrolin, B., Lemaire, A., Lukic, M., Martin, P.O., Caetano, E., Cunha, A., Goldack, A., Keil, A. and Schlaich, M. (2008) *Advanced Load Models for synchronous pedestrian excitation and Optimised Design Guidelines for Steel Footbridges*, Luxemburgo: European Communities.
- Cantieni, R. (2005) 'Experimental Methods used in System Identification of Civil Engineering Structures', Proceedings of IOMAC (International Operational Modal Analysis), Copenhagen.
- Casado, C.M., Sebastián, J.d., Muñoz, I., Poncela, A. and Lorenzana, A. (2011) 'Control de Vibraciones en Pasarelas Peatonales', *DYNA, Ingeniería e Industria*, vol. 86, no. 3, Junio - Julio, pp. 318-327.
- Den Hartog, J.P. (1947) *Mechanical Vibrations*, 3rd edition, New York: McGraw-Hill.
- Döhler, M., Andersen, P. and Mevel, L. (2010) *Data merging for multi-setup operational modal analysis with data-driven SSI*, Proceedings of the IMAC XXVIII.
- Fox, R. and Kapoor, M. (1968) 'Rate of change of eigenvalues and eigenvectors', *AIAA Journal*, vol. 6, pp. 2426-2429.
- Frahm, H. (1911) *Device for Damping Vibration of Bodies*, U.S. Patent, No. 989, 958.
- Goitom Tekeste, G. (2015) *Master Thesis: Dynamics of Footbridges through Operational Modal Analysis and vibration control using Tuned Mass Dampers*, Lisboa: Técnico Lisboa.
- Google (2017) *Google Earth*, [Online] [29 Abril 2017].
- Heinemeyer, C., Butz, C., Keil, A., Schlaich, M., Goldack, A., Trometer, S., Lukic, M., Chabrolin, B., Lemaire, A., Martin, P.O., Cunha, A. and Caetano, E. (2009) *Design of Lightweight Foot-bridges for Human Induced Vibrations*, Luxemburgo: Office for Official Publications of the European Communities.
- Hu, W.-H., Caetano, E. and Cunha, Á. (2012) 'Structural Health monitoring of a stress-ribbon footbridge', *Engineering Structures*.

- Jaishi, B. and Ren, W.X. (1994) 'Dynamic Monitoring of Steel Girder Highway Bridge', *Journal of Bridge Engineering*, vol. 34, no. 3, pp. 271-278.
- Jiménez, J.F. and Sáez, A. (2016) 'Model Updating for the Selection of an Ancient Bridge Retrofitting Method in Almería, Spain', *Structural Engineering International*, no. 1, pp. 17-26.
- Jin, S.-S., Cho, S., Jung, H.-J., Lee, J.-J. and Yun, C.-B. (2014) 'A new multi-objective approach to finite element model updating', *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, pp. 2323-2338.
- Karoumi, R. (1998) *Response of Cable-Stayed and Suspension Bridges to Moving Vehicles, Analysis Methods and Practical Modeling Techniques. Ph.D Thesis*, Stockholm.
- Levy, R. and Lavan, O. (2006) 'Fully stressed design of passive controllers in framed structures for seismic loadings', *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 32, no. 6, pp. 485-498.
- Magalhães, F.M.R.L.d. (n.d) *Operational Modal Analysis for Testing and Monitorin of Bridges and Special Structures*, Porto: Universidade do Porto.
- Maia, N. and Silva, J. (1997) *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, New York: Research Studies Press Ltd.
- Matsumoto, Y., Nishioka, T., Shiojiri, H. and Matsuzaki, K. (1978) 'Dynamic Design of Footbridges', *IABSE Proceedings*, no. 2, pp. 17-78.
- Ministerio de Fomento (2009) *Documento Básico: Seguridad estructural: Madera*.
- Nocental, J. and Wright, S. (1999) *Numerical Optimization*, New York.
- Safaeifar, H. and Karimi, A. (2015) 'The effect of temperature on the natural frequency', *Buletin Teknol. Tanaman*, vol. 12, pp. 520-528.
- Sétra (2006) *Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*, París: AFGC.
- Weber, F., Feltrin, G. and Huth, O. (2006) *SAMCO Final Report F05, Guidelines for Structural Control*, Switzerland.
- Yael, D., Lavan, O. and Levy, R. (2012) 'Multiple-Tuned Mass Dampers for Multimodal Control of Pedestrian Bridges', *Journal os Structural Engineering*, vol. 138, no. 9, pp. 1173-1178.
- Zivanovic, S.Z., Pavic, A. and Reynolds, P. (2005) 'Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review', *Journal of Sound and Vibration*, vol. 279, no. 1-2, pp. 1-74.