EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN AMBIENTES VIRTUALES: competencias tutoriales y tecnológicas.

Tema de interés: Experiencias concretas de utilización de TICs en Educación

Autores: E. Güichal; G. Guala; A. Malet; V. Oscherov

Email: eguichal@criba.edu.ar

Institución: Departamento de Matemática. UNS.

1. Presentación

A partir de los resultados obtenidos en el desarrollo de los proyectos: *"La Universidad y las formas alternativas de acceder al conocimientos. Diseño, implementación y seguimiento de una propuesta de Educación a Distancia en la Universidad Nacional del Sur"* y *"La enseñanza del Cálculo. Articulación entre el Nivel Polimodal y el Nivel Universitario"*, consideramos que la articulación entre el Nivel Universitario y el Nivel Secundario requiere de la formación docente continua en ambos niveles, que es necesario llegar al mayor número posible de docentes y que una modalidad alternativa para esta tarea es la capacitación "a distancia" con el soporte de las nuevas tecnologías de la información y a comunicación.

Una de las cuestiones prioritarias al momento de elaborar una propuesta de Educación a Distancia es la organización de un sistema tutorial. Por este motivo diseñamos, coordinamos e implementamos un curso de formación de tutores a distancia con orientación matemática.

El propósito del curso fue contribuir a formar, de manera intensiva, la figura profesional del tutor *on line*. En esta propuesta se conjugaron dos niveles formativos complementarios: por un lado, *el desarrollo de las competencias tutoriales y tecnológicas y, por otro lado, la formación pedagógica en el campo de la Educación Matemática en ambientes virtuales*, ambas ineludibles para quienes se proponen trabajar en el ámbito de las nuevas tecnologías y desempeñar nuevos roles en la Educación Matemática.

Dado que la modalidad de formación contempló estrategias y recursos propios de la educación a distancia, la propuesta se sostuvo desde la articulación de componentes comunicacionales y pedagógicos: plataforma educativa, materiales de estudio, atención tutorial e instancias presenciales.

El Curso se organizó en tres Módulos; el primero de iniciación a la educación a distancia, en el segundo se trató la tutoría y la enseñanza de la matemática y en el tercero se trabajó con las prácticas evaluativas en la Educación a Distancia en Matemática; y tres Talleres Presenciales. La evaluación fue continua a lo largo del desarrollo del proyecto, con una evaluación final individual, escrita y presencial realizada en el Laboratorio de Computación del Departamento de Matemática (UNS). La redacción de los Módulos y la tutoría estuvo a cargo del equipo de investigación.

En el curso participaron docentes de escuelas secundarias dependientes de la UNS y docentes universitarios. Parte de este último eran docentes que se desempeñaron como tutores en el Curso Piloto de Nivelación a Distancia en Matemática para ingresantes a la UNS.

En el marco de la amplia gama de posibilidades que las nuevas tecnologías ofrecen, nos centramos en algunas herramientas a partir de criterios de accesibilidad, facilidad de manejo, flexibilidad, interactividad, identificando las posibilidades de uso en las tareas docentes aunque, en algunos casos, la propia herramienta no haya sido creada para ello.

2. Tecnologías y enseñanza.

Nuestro propósito fue compartir algunas ideas sobre cómo aprovechar ciertas potencialidades de las nuevas tecnologías para mejorar la enseñanza y a partir de nuestras propuestas, los alumnos incorporaron, en algunos casos, sus propias herramientas.

Describiremos a continuación las principales herramientas utilizadas en el curso, con una breve descripción de algunos de los problemas en los que ellas fueron empleadas, así como direcciones de las páginas en las que pueden ser encontradas.

♦ DERIVE. Encontramos apropiado su uso con fines docentes por su fácil manejo y accesibilidad. Dispone de un sistema de menú que es el que le otorga precisamente esta facilidad de uso y un entorno visual cómodo y sencillo que soporta distintos tipos de gráficas y representaciones. Por ejemplo lo hemos utilizado en:

- construcción de gráficos de funciones y en definición de funciones por recurrencia como se puede observar en la página:
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/recurrencia.pdf
- propuestas de resolución gráfica de problemas que en general los alumnos abordaron algebraicamente, como el que plantea encontrar las soluciones de la inecuación $|x-3|+|x+2|<11$, como se puede ver en:
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/Valor%20absoluto.htm
- la interpretación y resolución, en un marco geométrico, de la ecuación $(x-1)^2=(x+1)^2$, con los gráficos de ambas expresiones cuadráticas e indicaciones para construir esos gráficos usando DERIVE como así mismo EXCEL, lo que permite la utilización de distintas representaciones de un concepto en forma simultánea, puede encontrarse en:
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/Cuadráticas.htm

Este tipo de trabajo permitió ver el papel importante de la visualización y la puesta en juego de diferentes representaciones de una situación y entender las dificultades para manipular cada representación.

♦ PLANILLA DE CÁLCULO, permite realizar un tratamiento automático, sistemático e interactivo de datos numéricos organizados en forma tabular, permite realizar cálculos con esos datos y dispone de distintos tipos de funciones. Lo utilizamos en aproximaciones y en gráfico de funciones.

♦ SKETCHPAD: Las nuevas tecnologías pueden permitir un proceso de simulación que facilita el estudio de diferentes situaciones y la experimentación. Este programa en particular, contribuye a la construcción de gráficos dinámicos que fueron empleados en un problema en que se pedía estudiar la relación entre el volumen de una caja, cuyas dimensiones podían variar según ciertas restricciones. La simulación dinámica de la construcción de la caja y la relación entre los gráficos simultáneos de la caja y el gráfico de la función que da su volumen, puede verse en:
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/Caja-1.htm
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/Caja-2.htm

♦ VIDEO, en el que se puede observar la construcción de una caja cuya descripción verbal había sido dada en el enunciado de un problema relacionado con la noción de función, a partir del plegado de una hoja de papel, se puede encontrar en:
http//www.matematica.uns.edu.ar/Curso_tutores/caja_origami.pdf

♦ Uso de la web en la búsqueda de información.

En general, en un principio los docentes resolvieron los problemas en forma analítica. La utilización de software les permitió reconocer otros enfoques y el uso de distintos registros de representación. También los mismos participantes incorporaron el uso de otros programas gratuitos disponibles en internet al proponer sus propias actividades destinadas a potenciales alumnos de ambos niveles, secundario y universitario.

A través de las consultas y de los trabajos elaborados por los asistentes al curso, el equipo pudo detectar problemáticas, que no sólo estaban vinculadas al uso de Nuevas Tecnologías, sino también a cuestiones disciplinares y comunicacionales, las que se consideró necesario trabajar en forma conjunta y colaborativa. Es por ello que en los encuentros presenciales (Talleres) se recuperaron los aportes de las producciones de los participantes, se analizaron en conjunto, se promovieron debates y en algunos casos se propusieron soluciones alternativas, a partir del trabajo con diferentes enfoques.

A los efectos de esta ponencia hemos seleccionado algunos casos que dan cuenta del trabajo realizado.

3. Casos seleccionados.

Caso 1

En el desarrollo del contenido: Tutoría y Enseñanza de la Matemática, al tratar las nociones de Problema y Resolución de Problemas y los distintos significados que ellas cobran de acuerdo con el marco teórico y el contexto en que se consideran, como parte de una actividad le proponemos al participante que *exprese la hipotenusa h de un triángulo rectángulo con un área de 25 m^2 como función de su perímetro.* Más adelante le planteamos la siguiente actividad:

Suponga que como tutor recibe de un alumno un e-mail en el que le indica:

He trabajado en la actividad propuesta en el curso, relacionada con el problema de hallar una función que relacione la medida de la hipotenusa (h) con el perímetro (P) del triángulo y pude encontrar una fórmula dada por $h=f(P)=\dfrac{p^2-100}{2p}$

Le consulté a Lupita, otra alumna del curso con quien me contacto a través de la plataforma, y me dice que tendríamos que establecer el dominio para completar la solución, también me asegura que p debe ser mayor que $\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot 10$*, y que si esto ocurre el valor mínimo que puede tomar h es 10, pero yo no entiendo las explicaciones que me da. ¿Eso es cierto? ¿Cómo puedo convencerme?*
Espero respuesta.
Francisco

Proponga la respuesta que le enviaría a Francisco.

Estas dos actividades complementarias, dieron lugar a numerosas consultas y debates mediante la plataforma. Se recuperó el trabajo realizado en el Taller Presencial correspondiente generándose una nueva instancia de intercambio de propuestas.

En principio hubo una tendencia a responder la pregunta con una fórmula sin realizar análisis respecto de cuándo realmente podemos afirmar que la fórmula hallada es la función buscada. La segunda actividad fue el disparador para plantear en qué condiciones se daba la validez de la fórmula obtenida. Todo ello permitió reflexionar sobre la importancia de los contextos en el marco de los cuales se plantean los problemas, la necesidad de establecer dominios de funciones de acuerdo con ello, y para nuestro caso, la visualización de la función generada y el recorte del gráfico respondiendo a las restricciones que establece el problema.

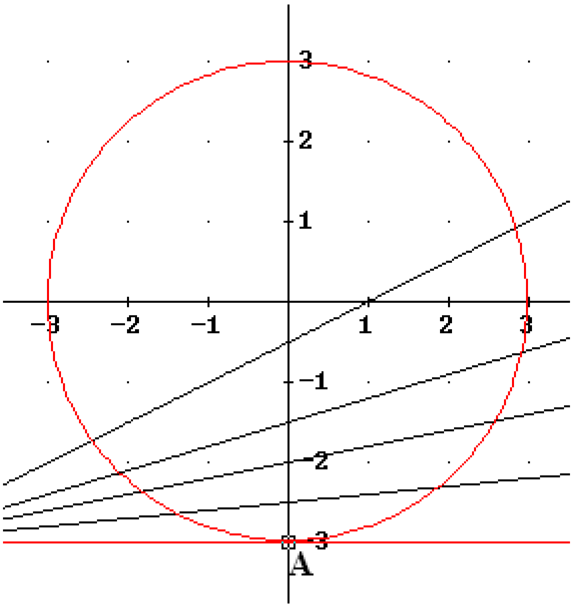
Caso 2

- Problema de la tangente

Propusimos la lectura de un ejemplo que menciona Astolfi (1999), en su libro *El "error" un medio para enseñar*, bajo el nombre de "las definiciones contradictorias de la tangente" que transcribimos:

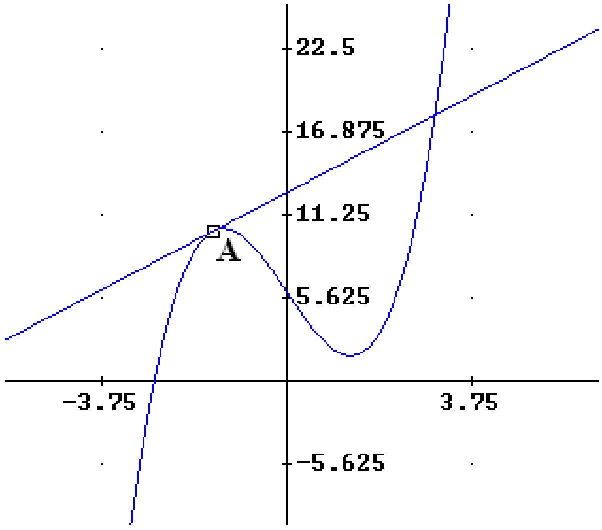
Habitualmente se comienza por el estudio de la tangente a una circunferencia, para pasar al año siguiente, al de la tangente a una curva cualquiera. El problema es que esta ampliación que es considerada a menudo por los docentes como una simple generalización de las adquisiciones anteriores, requiere de una renovación teórica importante. En efecto, en el caso de la circunferencia se confunden dos aspectos de la tangente sin que los alumnos lo perciban. Si se traza la tangente a una circunferencia en un punto A, como en la figura siguiente, es posible verla de dos maneras:

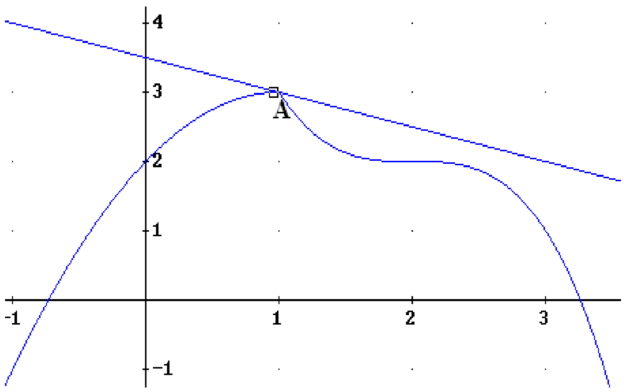
- *La tangente puede concebirse como una recta en contacto con la circunferencia, ... la que la roza lo mínimo. Es lo que pasa cuando se observa la figura en forma global ... En este caso la tangente se concibe como el caso límite de una secante a la circunferencia, aquella en la que los dos puntos de intersección se confunden. Es este sentido el que se le da al hablar familiarmente de "tomar la tangente".*

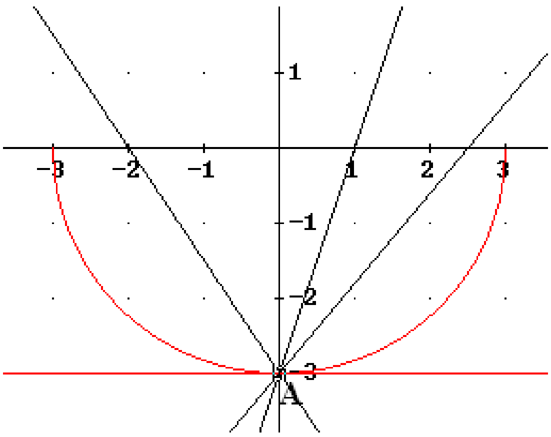


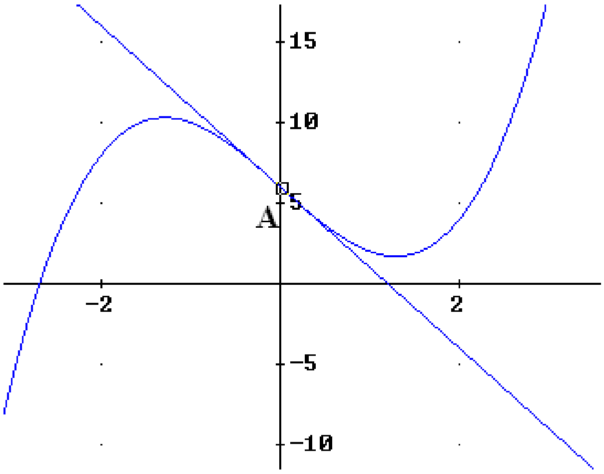
No todos los alumnos construyen su representación de la tangente a partir del mismo punto de vista pero, en el caso de la circunferencia no tiene mucha importancia, pues las consecuencias, en términos de respuesta, son las mismas. No es sino en el curso siguiente, cuando se estudia el caso de la tangente de una curva cualquiera, cuando la diferente movilización de las dos concepciones construidas en el curso anterior, va a conducir a conclusiones opuestas, como se ve en los tres casos siguientes (En este caso se trata de una adaptación de los presentados en el texto aunque las conclusiones son las mismas)

- *La tangente puede, por el contrario, concebirse como una recta que permite prolongar la curvatura de la circunferencia en el punto **A** sin ruptura de trazado con ella, a la manera de un hilo alrededor de una polea. Es lo que sucede cuando se observa la figura de forma más próxima, como con un zoom. Cuanto más se acerca al punto de tangencia **A**, los trazados de la recta y de la circunferencia tienden a confundirse. En este caso se concibe a la tangente como la selección, de entre todas las rectas que pasan por **A** de la que constituye la mejor aproximación posible a la circunferencia.*









*Estos ejemplos están extraídos de una serie de casos propuestos a los alumnos, que deben decir en cada uno de ellos si la recta es tangente o no a la curva en el punto **A** y explicar su respuesta.*

*En el primer caso (respuesta positiva) los alumnos que movilizan la concepción "global" responden que no en la medida en que, más allá del punto **A**, la recta es secante a la curva. Sin embargo esto no es importante para pronunciarse de forma "local" sobre el carácter efectivamente tangente de la recta.*

En el segundo caso (respuesta negativa), los alumnos que movilizan la concepción "global" responden que sí puesto que solo existe un único punto de contacto, como en el caso de la circunferencia. Sin embargo, se trata de una curva particular que posee un punto anguloso, que desde la concepción "local" se puede ver que no existe una tangente en ese punto sino dos semitangentes, cada una en la prolongación de una de las partes de la curva.

*En el tercer caso (respuesta positiva) los alumnos que movilizan la concepción "global" responden que no puesto que la recta corta a la curva en el punto **A**. Pero, se trata de una curva con un punto de inflexión, y la concepción local demuestra que esta vez la tangente, a pesar de su carácter secante, prolonga efectivamente las dos partes de la curva sin ruptura de trazado.*

A partir de la lectura de este texto, planteamos la siguiente actividad:

Los ejemplos a los que se refiere Astolfi fueron propuestos en un curso a distancia de Cálculo. Lupita, como alumna del mismo, le plantea a su tutor las siguientes cuestiones:

1. *Traté de seguir las ideas que el profesor usaba cuando estudió la circunferencia en el caso del gráfico de la función que tiene una punta. Para eso tomé dos puntos cuyas abscisas estaban a igual distancia de la del punto en que se veía ese vértice, uno a la derecha y otro a la izquierda y tracé la recta secante; luego hice aproximar los puntos y <u>encontré</u> una recta ¿por qué no puedo llamarla tangente a la curva en ese punto?*
2. *Me dijeron que la recta tangente es la recta a la que se "acercan" las secantes cuando elijo puntos próximos a aquel en que nos interesa definir la tangente, pero si tomo valores de x muy grandes, los valores de las ordenadas de esas rectas se separan mucho ¿por qué se dice entonces que las rectas "están cerca"?*
3. *Me pidieron que investigara si la función definida por: x^2 sen(1/x) si $x \neq 0$ y 0 si $x=0$, podía tener recta tangente en el punto (0, 0) y creo que tiene, pero esa recta corta a la curva en una infinidad de puntos por más chiquito que tome el intervalo alrededor de 0. ¿Se puede decir que esa recta es tangente?*

Si Ud. fuera el tutor de Lupita ¿Cuál sería su respuesta?"

En este caso utilizando DERIVE podemos visualizar las distintas situaciones señaladas por Astolfi. Planteamos un trabajo realizado en un marco geométrico, que aporta otro enfoque del concepto de tangente a diferencia de lo que se suele hacer en los cursos de Cálculo al definir la recta tangente utilizando el concepto de derivada en forma analítica.

Reflexiones finales

Los casos seleccionados nos permiten reconocer algunas de las alternativas en la enseñanza que brinda el acceso a las nuevas tecnologías.

"*Así como la escritura cambió las maneras de pensar y obrar, por el papel diferente de las operaciones cognitivas que generó en relación con la memoria, nos preguntamos si las modernas tecnologías también generan alguna modificación en relación con una nueva estructuración del pensar [...] Aprender a trabajar con modernas tecnologías implica, desde esta perspectiva aprender en condiciones de variación constante por el vertiginoso proceso de mejoramiento de las tecnologías. Utilizarlas significa aprender a variar, pero reconociendo que su uso también va modificando la manera de percibir algunos problemas, y fundamentalmente, la forma de plantearlos" (Litwin, 2000, 21).*

Salomon, Perkins y Globerson (1992) al referirse a los procesos cognitivos de los alumnos en su relación con las computadoras, distinguen entre los efectos cognitivos que se obtienen *con* las tecnologías (el hecho de trabajar con una computadora influye en lo que se hace) y los efectos procedentes *de* la tecnología, en términos de residuo cognitivo transferible, de transformaciones duraderas en las capacidades cognitivas, de habilidades y estrategias, de mejores comprensiones, después que un alumno se aleje de la computadora, como consecuencia dejada por la interacción con la máquina.

Plantean la posibilidad de que la técnica deje en las personas un residuo cognitivo, dotándolas de habilidades y de estrategias de pensamiento que reorganizan y aumentan su rendimiento. Pero agregan una advertencia: no hay tecnología que por sí misma afecte la manera de pensar; creen que la influencia de la tecnología sobre la mente está acompañada por el entorno social y cultural y no es probable que estas consecuencias se obtengan de una manera inmediata, sino que pueden inducirse por medio del diseño de tecnologías apropiadas.

Los aportes de las investigaciones en este sentido suelen ser contradictorios. Las tecnologías no tendrían "efectos lineales" y las posturas dicotómicas pueden "abrirse" a nuevas interpretaciones si tenemos en cuenta que para analizar el impacto de las tecnologías en la cognición humana existen otros factores para analizar tales como los tipos de actividad que se realicen, los propósitos, el entorno, el rol de los docentes en los ámbitos escolarizados, la cultura.

Bibliografía

Astolfi (1999), *El "error" un medio para enseñar*, Diada Editora S.L. Sevilla.

García, A.; Martínez, A.; Miñano, R. (1995): *Nuevas tecnologías y enseñanza de la matemática.* Colección: Educación Matemática en Secundaria. Editorial Síntesis. España

Litwin, E. (comp) (2000) *La educación a distancia*. Bs. As. Amorrortu.

Salomon, G. PerKins, D. Y Globerson, T. (1992): "Coparticipando en el conocimiento: la ampliación de la inteligencia humana con las tecnologías inteligentes". *Comunicación, lenguaje y educación*, 13, 6-22.

Stewart, J. (1999): *Principios de solución de problemas* en *Cálculo. Conceptos y Contextos*. International Thomson Editores. Bogotá. Colombia.