

# APLICACIÓN DE UN MODELO NO LINEAL AL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DEL HORMIGÓN

E. Ignacio Villa y J. Francisco Bissio

SIMEC – Grupo de Métodos Numéricos de Simulación y Mecánica Computacional  
Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata  
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Provincia de Buenos Aires, República Argentina  
simec@ing.unlp.edu.ar – <http://www.ing.unlp.edu.ar/constr/gdmndsymc>

**Palabras Clave:** Fractura no lineal, hormigón simple, modelos de fisuración cohesiva, función de ablandamiento

## INTRODUCCIÓN

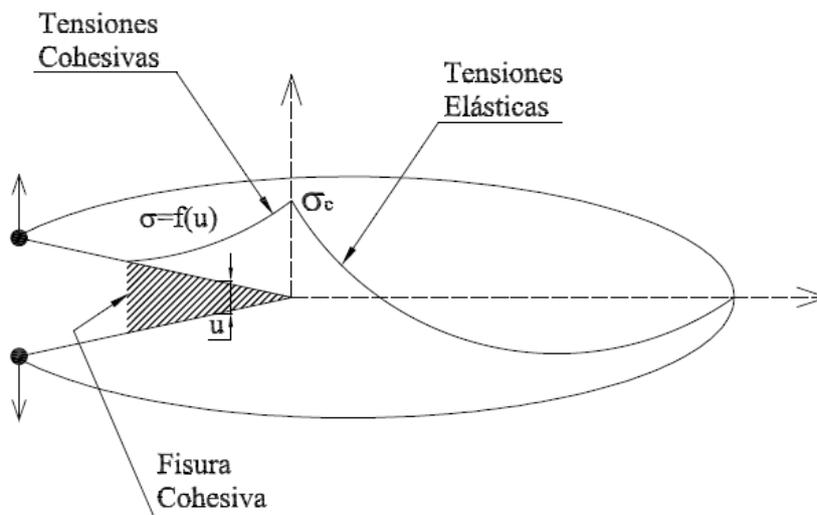
El hormigón es uno de los materiales más utilizados en la construcción de obras civiles, viales e hidráulicas. Su uso se ha generalizado debido no solamente a la elevada resistencia a la compresión que posee, sino también a su durabilidad, trabajabilidad y economía, y a la posibilidad de disponer de él a pie de obra en la mayoría de los lugares. Entre las características más salientes de este material pueden citarse su comportamiento en fractura, de tipo cuasifrágil, y su escasa resistencia frente a tensiones de tracción, aún cuando la mayoría de las estructuras de hormigón se encuentran sometidas a este tipo de esfuerzos desde el mismo momento en que comienza a hidratarse la pasta del cemento y se producen las consecuentes variaciones volumétricas. Estas características dan lugar a la aparición de microfisuras debido a la escasa resistencia del material a edades tempranas, cuyo tamaño se incrementa notoriamente una vez que la estructura entra en servicio y empiezan a actuar sobre ella las cargas para las que fue diseñada.

En el caso de elementos de pequeño y mediano porte este inconveniente se resuelve con la incorporación de barras de acero en aquellos sectores en los que se concentran los esfuerzos de tracción, dando lugar a lo que se conoce hoy en día como hormigón armado. Como es bien sabido, su aplicación está muy difundida en la actualidad y en consecuencia, los problemas derivados de su aplicación están ampliamente estudiados y solucionados en la práctica. Sin embargo, en el caso de estructuras masivas como por ejemplo las presas, las losas de gran espesor o los bloques de anclaje, es habitual la utilización del hormigón simple, es decir, sin armar. En el caso de este último, a diferencia de lo que ocurre con el hormigón armado, no existe todavía una teoría que describa adecuadamente su comportamiento en fractura, caracterizado por la pérdida de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones en las proximidades de las zonas microfisuradas.

En efecto, el estudio del comportamiento en fractura de un sólido fisurado supone un tema de gran interés científico debido entre otras cosas a que, en la práctica, es imposible garantizar que una estructura se encuentre completamente libre de la presencia de defectos. Estos pueden aparecer durante los procesos de fabricación, transporte o montaje de sus componentes, aunque lo más habitual es que surjan a lo largo de su vida en servicio como resultado de las sollicitaciones a las que se ven expuestos. En aquellas situaciones en las cuales es posible utilizar la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (*MFEL*) el análisis se simplifica pero cuando ésta no es aplicable es necesario recurrir a modelos más complejos.

En los denominados materiales con comportamiento cuasifrágil, los procesos de fractura se caracterizan por la aparición de una zona microfisurada cuyo tamaño puede llegar a ser importante en comparación con las dimensiones de la estructura. En estos casos es necesario recurrir a criterios de segundo orden, entre los cuales se encuentra el Modelo de Fisuración Cohesiva (*MFC*), introducido por Hillerborg en la década de los 70 como una extensión de las ideas propuestas por Barenblatt y por Dugdale a principios de los 60.

En esencia, se trata de un modelo fenomenológico en el cual la zona de microfisuras se representa mediante una fisura ficticia denominada *fisura cohesiva*, entre cuyas caras se pueden transmitir tensiones, tal como puede observarse en la *Fig. (1)*. La magnitud de estas tensiones depende de la separación de sus caras y la relación entre ambas viene dada por la curva (o función) de ablandamiento, una propiedad del material que constituye uno de los parámetros fundamentales del modelo.



*Figura 1 – Fisura cohesiva contenida en un sólido bidimensional*

Dicha función se define de tal manera que la tensión decrece desde un valor inicial máximo igual a la resistencia a tracción del material (también llamada tensión cohesiva),  $\sigma_c$ , hasta anularse cuando la apertura alcanza un valor crítico,  $u_c$ . A partir de este momento se genera una fisura real que constituye una discontinuidad del material. El área encerrada debajo de la curva de ablandamiento es la energía específica de fractura,  $G_F$ , y representa el trabajo externo necesario para generar una superficie fisurada de área unitaria.

En consecuencia, para poder utilizar un *MFC* es necesario definir previamente:

- La ecuación constitutiva del material fuera de la zona en proceso de fractura.
- El criterio de iniciación que determine las condiciones en las cuales la fisura cohesiva se forma.
- La función de ablandamiento del material.

## CASOS ANALIZADOS

Las funciones de ablandamiento indicadas en la *Fig. (2)* han sido implementadas en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (*MEF*) para simular numéricamente, dentro del marco de los *MFC*, ensayos normalizados de flexión en tres puntos sobre probetas fisuradas de hormigón simple, con las geometrías recomendadas por RILEM. Se han considerado hormigones de distintas calidades, cuyas propiedades para un tamaño máximo de agregado grueso de 32 mm, tomadas de las recomendaciones publicadas por el CEB 90, se indican en la *Tabla 1*.

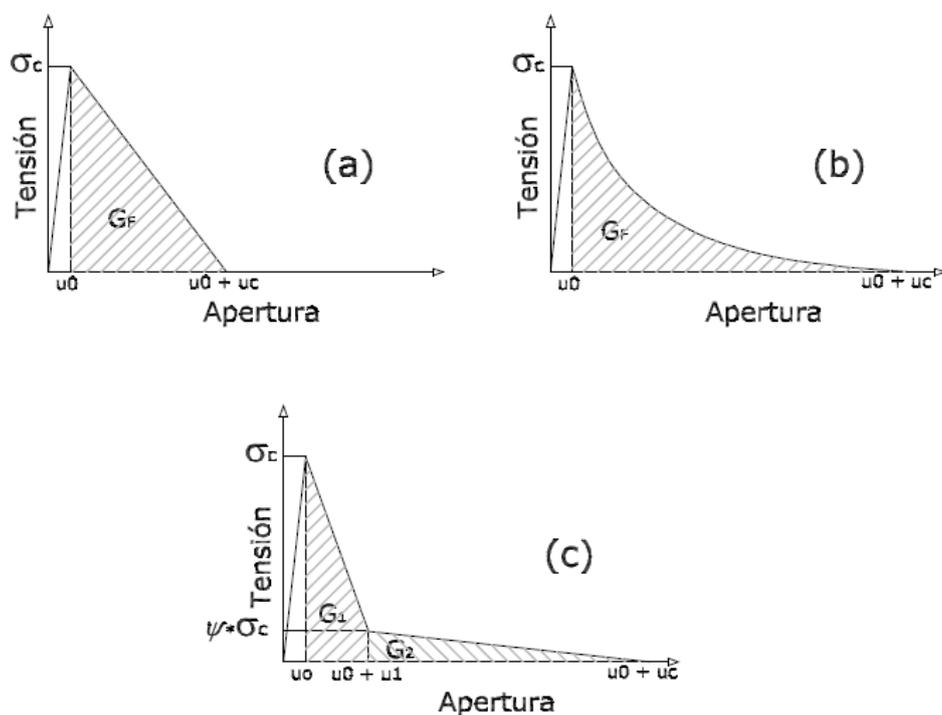


Figura 2 – Funciones de ablandamiento consideradas: (a) lineal, (b) exponencial, (c) bilineal

La denominación de los hormigones se realiza según la resistencia a compresión, anteponiendo la letra C al valor de la resistencia característica expresado en MPa. A cada uno de estos hormigones le corresponde una energía específica de fractura, que constituye uno de los parámetros más importantes a ingresar y sirve como parámetro de control del modelo computacional.

Tabla 1 – Propiedades de los hormigones especificados por el CEB 90

	C12	C20	C30	C40	C50	C60
Resist. característica a compresión [MPa]	12	20	30	40	50	60
Resist. media a compresión [MPa]	20	28	38	48	58	68
Resist. media a tracción [MPa]	1,6	2,2	2,9	3,5	4,1	4,6
Modulo tangente inicial [Mpa]	27000	30000	34000	36000	39000	41000
$G_F$ para $d_{max}=32\text{mm}$ [Nm/m <sup>2</sup> ]	60	80	95	115	130	145
$u_c$ para $d_{max}=32\text{mm}$ [mm]	0,188	0,1818	0,1638	0,164	0,159	0,158
$u_1$ para $d_{max}=32\text{mm}$ [mm]	0,047	0,045	0,041	0,041	0,040	0,039

Con el objetivo de que las diferencias en los resultados puedan atribuirse únicamente a la forma de la función, el análisis se ha llevado a cabo manteniendo constantes los valores de los tres parámetros del modelo: la rigidez inicial de la curva,  $k$ , la resistencia cohesiva,  $\sigma_c$  y la energía específica de fractura,  $G_F$ . Para el hormigón C30 se adoptaron los siguientes valores:  $G_F=95$  Nm/m<sup>2</sup>;  $\sigma_c =2.9$  MPa y  $k=34000$  MPa/mm.

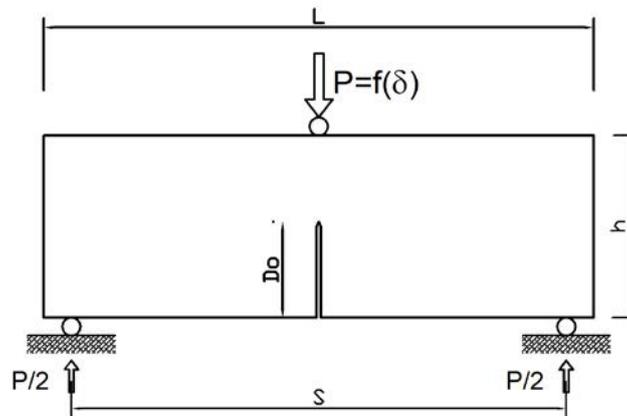
Los parámetros introducidos para el ablandamiento bilineal son los recomendados por el CEB 90. Para el caso de la función lineal, el valor de la apertura crítica de la fisura,  $u_c$ , se obtiene igualando el área encerrada debajo de la curva de ablandamiento con el valor de  $G_F$ , respetando la resistencia a tracción del material. En el caso de la función de ablandamiento exponencial, a partir de los valores de  $\sigma_c$  y de  $u_c$  dados por el CEB 90 para un ablandamiento bilineal, se modifica el exponente  $\alpha$  hasta igualar el área encerrada debajo de la curva con el valor de la energía específica de fractura,  $G_F$ .

Las dimensiones de la probeta definida por RILEM, para un tamaño de agregado máximo de 32 mm son las que se indica en la *Tabla 2*. El motivo por el cual se empleó esta geometría para la simulación numérica de los ensayos de flexión en tres puntos es que es la misma que utiliza el código modelo CEB 90 para obtener el valor de la energía específica de fractura.

*Tabla 2 – Tamaño de probeta recomendado para la determinación de  $G_f$*

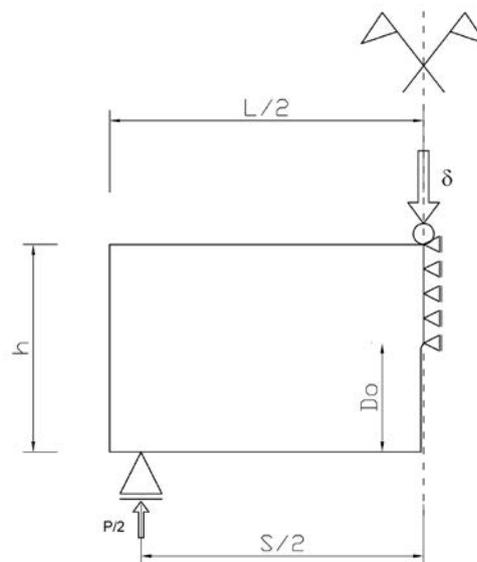
Tamaño Máximo de Agregado "Tmax" [mm]	Alto "h" [mm]	Ancho "b" [mm]	Longitud "L" [mm]	Luz Efectiva "S" [mm]
16.1 - 32	200 ± 5	100 ± 5	1190 ± 10	1160 ± 5
La profundidad de la entalla "Do" es igual a la mitad de la altura de la probeta con un margen de error de 5mm y con un espesor menor a 10 mm				

El esquema de ensayo es el indicado en la *Fig. (3)*. Para realizar la simulación numérica de los ensayos de fractura se ha implementado un MFC en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (ABAQUS/CAE).



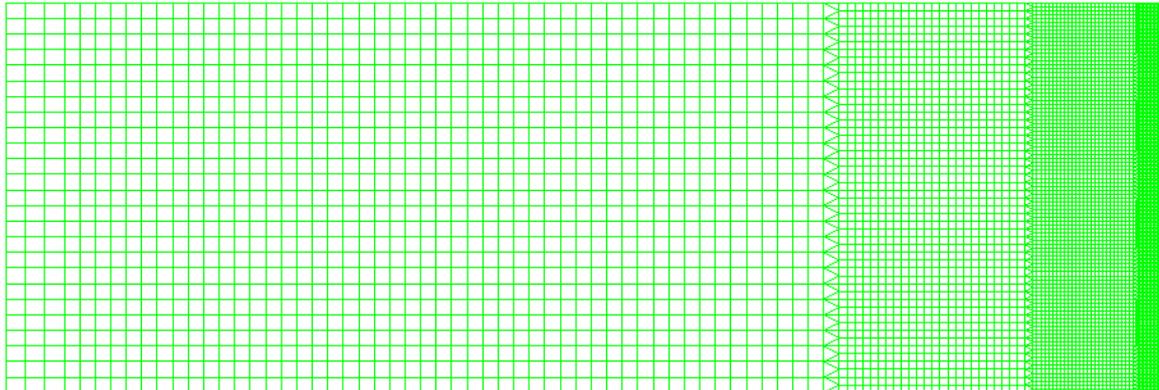
*Figura 3 – Esquema de ensayo y dimensiones de las probetas*

La geometría de la probeta ha sido discretizada utilizando un mallado irregular y se han aplicado las condiciones de simetría indicadas en la *Fig. (4)* con la finalidad de reducir los tiempos de cálculo.



*Figura 4 – Esquema de cálculo utilizado*

El eje teórico de propagación de la fisura se ha discretizado utilizando unos elementos cohesivos de espesor nulo, disponibles en la librería de elementos del código, cuyo comportamiento queda definido mediante tres parámetros; rigidez, criterio de inicio y tipo de ablandamiento. En el resto de la probeta el material se representa con elementos cuadriláteros planos y con comportamiento elástico y lineal hasta la rotura. En tal sentido, cabe mencionar que la mayoría de los *MFC* que se utilizan en la actualidad suponen este comportamiento fuera de la zona en proceso de fractura. De este modo se gana simplicidad a la hora del estudio, centrando lo fundamental del modelo en la zona de fractura. Aunque se trata de una simplificación, parece que para el hormigón en tracción el error es de segundo orden. Un ejemplo de las mallas de elementos finitos empleadas puede observarse en la *Fig. (5)*.

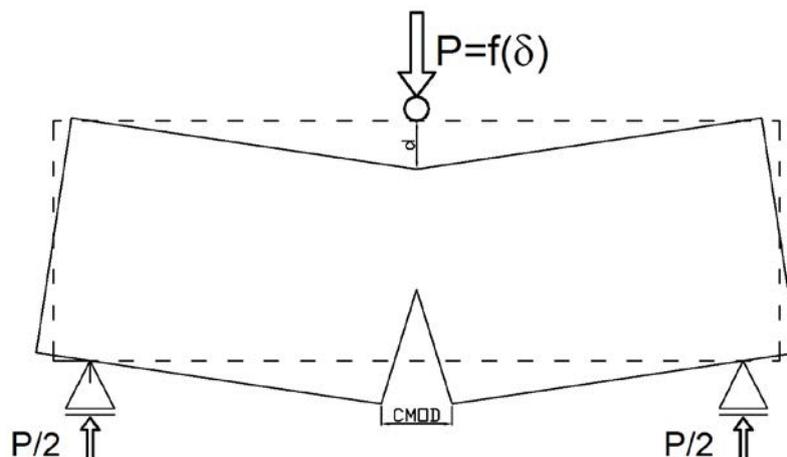


*Figura 5 – Malla de elementos finitos utilizada*

Es importante tener en cuenta que, a pesar de ser un material heterogéneo compuesto por agregados y pasta de cemento hidratada como ligante, al analizar su comportamiento macroscópico el hormigón puede considerarse un material homogéneo y así definir, por ejemplo, un único módulo de elasticidad.

## RESULTADOS

Una vez simulados todos los casos se extrajeron las curvas que relacionan la carga aplicada sobre la probeta,  $P=P(\delta)$ , con la apertura de la boca de la fisura (*CMOD*, según sus siglas en inglés) y con el desplazamiento impuesto sobre la probeta,  $\delta$ . Una representación esquemática de la probeta bajo carga puede observarse en la *Fig. (6)*.

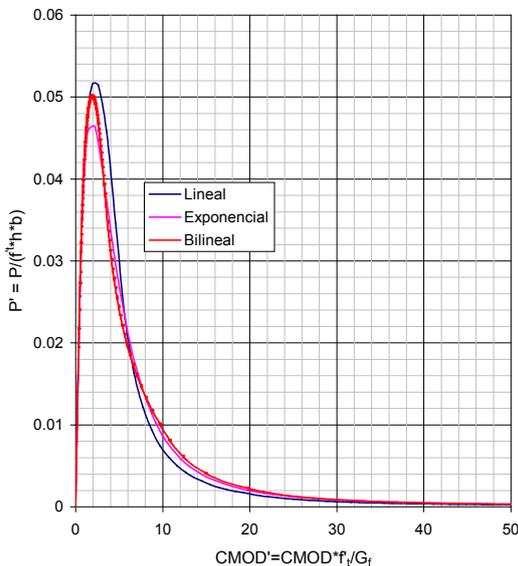


*Figura 6 – Esquema de la probeta bajo carga con las variables medidas en la simulación*

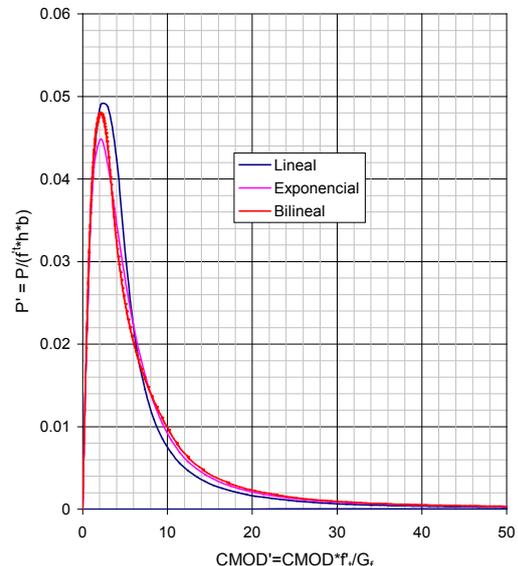
Integrando la curva  $P-\delta$  se puede calcular la energía específica de fractura y compararla con el valor introducido como parámetro de la función de ablandamiento para ver la coherencia entre datos de entrada y de salida. Este cálculo se realizó en todos los casos analizados y se obtuvieron diferencias menores al 2% con respecto a los valores establecidos por el CEB 90. Si bien este resultado podría considerarse una obviedad, debido a que en las curvas de ablandamiento introducidas la energía específica de fractura era la dada por el citado reglamento, sirve para descartar posibles errores propios del proceso mismo de simulación. La convergencia del valor introducido con el valor calculado demuestra por lo tanto que el modelo es adecuado para la realización de este tipo de simulaciones. En la Fig. (7) se reproducen las curvas  $P$ - $CMOD$  correspondientes a todos los hormigones estudiados. Con el objetivo de hacer comparables los diferentes hormigones los resultados se presentan adimensionalizados para la cual se utilizaron las expresiones que se indican a continuación:

$$P' = \frac{P}{f'_{ctm} * h * b}; \quad CMOD' = \frac{CMOD * f'_{ctm}}{G_F}$$

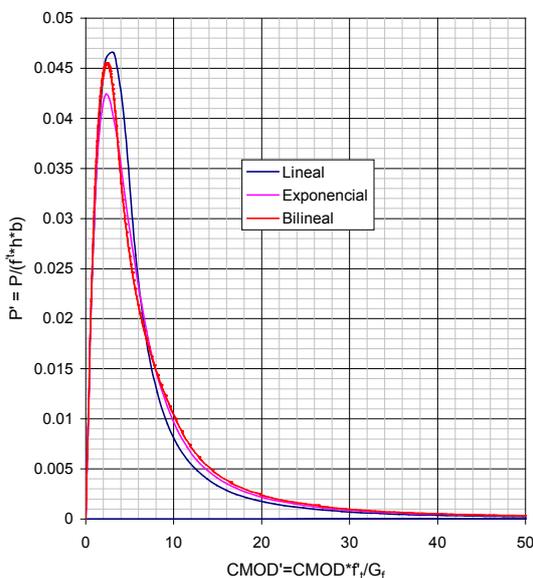
P' - CMOD'  
C12



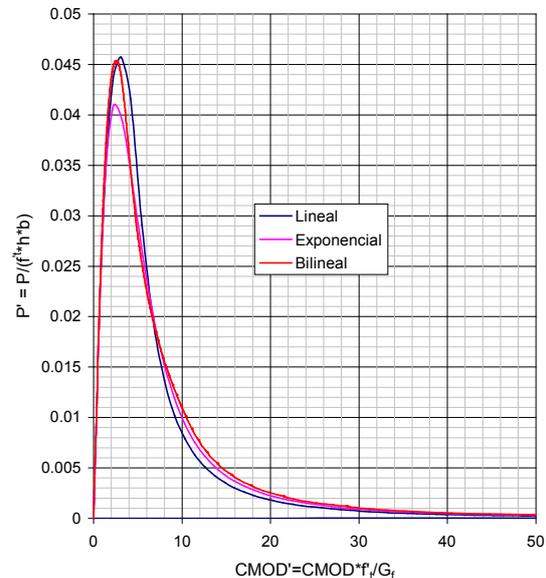
P' - CMOD'  
C20



P' - CMOD'  
C30



P' - CMOD'  
C40



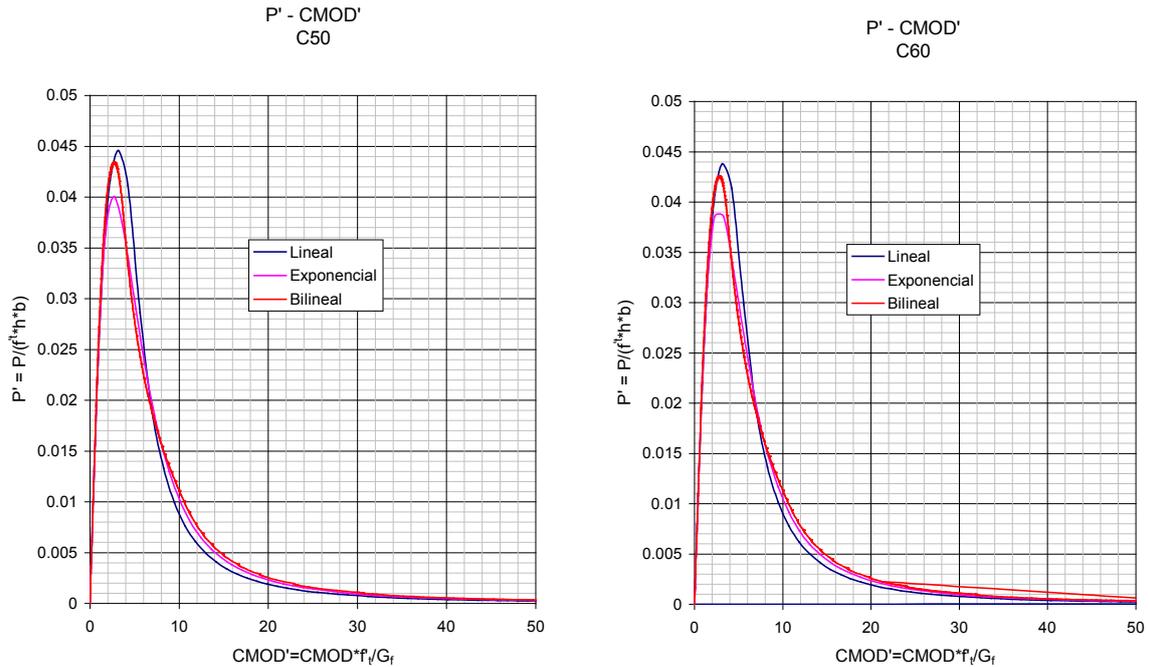


Figura 7 – Curvas P-CMOD adimensionales

## DISCUSIÓN FINAL Y CONCLUSIONES

El objetivo principal de esta línea de investigación es contribuir al estudio del comportamiento en fractura del hormigón simple, uno de los materiales más utilizados en la construcción de obras civiles de gran porte. Con ese fin se ha simulado la respuesta macroscópica de probetas fisuradas de flexión en tres puntos con las geometrías recomendadas por RILEM, implementando un Modelo de Fisuración Cohesiva en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos (ABAQUS/CAE). Para la discretización de la zona en proceso de fractura se han utilizado unos elementos cohesivos especialmente diseñados para resolver este tipo de problemas, disponibles en la librería de elementos del código.

Se ha analizado la influencia de la forma de la función de ablandamiento en el comportamiento en fractura del material, considerando hormigones de distintas calidades, cuyos parámetros característicos han sido obtenidos de las recomendaciones efectuadas por el CEB 90 para un tamaño máximo de agregado de 32 mm.

Se han considerado tres de las funciones de ablandamiento más reportadas en la literatura especializada (la lineal, la exponencial y la bilineal), manteniendo constantes los demás parámetros del modelo (la resistencia cohesiva,  $\sigma_c$ , la energía específica de fractura,  $G_F$ , y la pendiente inicial de la curva de ablandamiento,  $k$ ). Los resultados obtenidos se presentan en forma de curvas adimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta con la apertura de la boca de la fisura,  $CMOD$ , y se discuten al final del trabajo.

Finalmente, de la simulación numérica de los ensayos de flexión en tres puntos correspondientes a los seis hormigones indicados en la *Tabla 1* y a un tamaño máximo de agregado de 32 mm se han obtenido las siguientes conclusiones:

- A pesar de la diferencia que existe entre las distintas funciones de ablandamiento utilizadas, las curvas adimensionales que relacionan la carga aplicada sobre la probeta con el correspondiente  $CMOD$  no presentan variaciones considerables.

- En todos los casos la mayor carga última corresponde a la función de ablandamiento lineal, la menor a la aproximación exponencial mientras que la correspondiente al ablandamiento bilineal se mantuvo siempre entre los dos valores anteriores.
- Este comportamiento podría justificarse debido a que el valor de la carga máxima está influenciado por la energía de fractura correspondiente a la primera rama de la curva de ablandamiento, que es mayor para el caso lineal, menor en el exponencial y una situación intermedia en el caso de la función de ablandamiento bilineal.
- En vista de los resultados obtenidos se concluye que no hay una diferencia apreciable en la respuesta macroscópica del material al variar el tipo de ablandamiento. Este resultado es muy importante, porque permitiría, al menos para una primera aproximación, utilizar funciones de ablandamiento sencillas y fáciles de implementar numéricamente para caracterizar el comportamiento en Modo I de fractura de materiales cuasi-frágiles como el hormigón.

## Bibliografía

- [1] ABAQUS. *User's Manual Version 6.5*. Karlsson and Sorensen Inc. 2005.
- [2] T.L. Anderson. *Fracture mechanics. Fundamentals and applications*. CRC Press LLC, Boca Raton, EE.UU. 1995.
- [3] Z.P. Bazant and J. Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle structures*. CRC Press LLC, Boca Raton, EE.UU. 1998.
- [4] M. Elices, G.V. Guinea, J. Gómez and J. Planas. The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69:137-163. 2002.
- [5] G.V. Guinea. *Medida de la energía de fractura del hormigón*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid. 1990.
- [6] J. Planas, M. Elices, G.V. Guinea, F.J. Gomez, D.A. Cendón and I. Arbillá. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:1759-1776. 2003.
- [7] J. Roesler, G.H. Paulino, K. Park and C. Gaedicke. Concrete fracture prediction using bilinear softening. *Cement & Concrete Composites*, 29:300-312. 2007.
- [8] RILEM 50-FMC Committee on Fracture Mechanics of Concrete. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Materials and Structures*, 18: 285-290. 1985.
- [9] CEB-FIP Model Code 90. *Design of Concrete Structures*. Thomas Telford, London. 1993.