

II Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales *Actas*, II (2):27-34, 2009. La Plata.

EL LABERINTO, NO SÓLO UN PROBLEMA TOPOLÓGICO

FEDERICO, C. V. ;¹ DÍAZ, N. A.¹; ARIAS MERCADER, M. J.¹

¹ Universidad Nacional de La Plata - Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. 14 N° 1074 Dpto. 4 (1900) La Plata, Argentina
cvfederico@yahoo.com.ar; nadiaz1010@yahoo.com.ar; mjarrias@hotmail.com

RESUMEN

Gernot Candolini (2000, pag. 83) dice “*El Laberinto es uno de los símbolos más antiguos de la humanidad. Desde hace milenios este motivo se graba en la roca o en el barro, se pinta sobre cerámica, se dispone mediante piedras en el suelo, se dibuja en antiguos manuscritos, se define con arbustos y árboles, entre otra infinidad de variantes*”. Y expresa: “*Un laberinto tiene un camino entrelazado, no tiene callejones sin salida, siempre es de entrada y salida y se dirige hacia el centro. En el centro se encuentra el punto de regreso y el mismo camino conduce al exterior. El laberinto es una imagen, símbolo sobre el difícil y complejo camino de la vida de los seres humanos. Habla de las verdades de la vida, de las dificultades y las luchas, pero también simboliza la entrada, el centro y la nueva libertad una vez que se vuelve al exterior...*” Cuando investigamos sobre los laberintos quedamos atrapados por lo que implican los contenidos del tema: su origen, su simbología, su historia, su uso, su forma, su construcción, su vinculación con diversas ramas del conocimiento. La exploración de este tópico abarca versiones encontradas de los datos, relatos donde se mezclan mitos y leyendas con la historia, interpretaciones y apropiaciones de distintos campos del saber: historia, filosofía, literatura, arte, arquitectura, paisajismo... y por supuesto matemática. En este sentido, la matemática involucrada en el análisis del laberinto, en cuanto morfogenerador, lo posiciona como objeto de estudio de la Topología, excediendo su vinculación con la matemática recreativa.

Palabras clave: laberinto, matemática, topología, morfogenerador, enseñanza.

INTRODUCCIÓN

*"Lo que llamamos el comienzo es muchas veces el final,
y hacer un final es hacer un principio.
El final es allí donde empezamos."* T. S. Eliot

Ingresando al laberinto

Gernot Candolini (2000, pag. 83) dice *"El Laberinto es uno de los símbolos más antiguos de la humanidad. Desde hace milenios este motivo se graba en la roca, en el barro, se pinta sobre cerámica, se dispone mediante piedras en el suelo o se dibuja en antiguos manuscritos, se define con arbustos y árboles, entre otra infinidad de variantes..."* Y expresa *"Un laberinto tiene un camino entrelazado, no tiene callejones sin salida, siempre es de entrada y salida y se dirige hacia el centro. En el centro se encuentra el punto de regreso y el mismo camino conduce al exterior. El laberinto es una imagen, símbolo sobre el difícil y complejo camino de la vida de los seres humanos. Habla de las verdades de la vida, de las dificultades y las luchas, pero también simboliza la entrada, el centro y la nueva libertad una vez que se vuelve al exterior..."*.

No existe consenso en cuanto al origen del vocablo laberinto. Era generalizada la creencia que la palabra *labyrintho* tiene procedencia pre-griega y guarda relación con el Palacio de Cnosos (aproximadamente 2000 a.C.), donde ese símbolo está grabado en las piedras de las ruinas. La *lâbrys* o doble hacha de los aqueos era el emblema de Cnosos (Fig. 1). Pero, hay autores que no concuerdan con esta teoría; Guy Béatrice (2003) sostiene que deviene de *labra/laura*, "piedra", "gruta", además expresa que "hacha" se dice *pelekys*. René Guénon (1988) también asevera que el origen de la palabra no estaría en *lâbrys*, ya que *labrys* y *labyrinthon* derivan de un único término que significa piedra. Mientras que Paul de Saint-Hilaire (2006) afirma que, laberinto, etimológicamente significa "nasa de pescador", en alusión a Teseo como pez atrapado. Y para Borges, avezado en el tema, el termino laberinto procede del griego *laberhnth*, que se interpreta como *"el principio de las ruinas, los corredores, ese largo edificio construido especialmente para que la gente se pierda en él"*.

Una hipótesis que tiene más peso es la que promueve que *lâbrys* y *labyrintho* derivarían igualmente de una misma palabra que designaba la piedra (raíz *la-*, de donde *lâos* en griego, *lapis* en latín). Etimológicamente, el laberinto sería una construcción de piedra, perteneciente al género de las "ciclópeas". Por lo reseñado el rastreo del término "laberinto" es laberíntico.

Recorriendo el laberinto

A pesar que Cirlot (1991) define al laberinto como una *construcción arquitectónica, sin aparente finalidad, de complicada estructura y de la cual una vez en su interior, es imposible o muy difícil encontrar la salida*, no necesariamente tiene que ser una construcción arquitectónica, ni siquiera una construcción. A lo largo de la historia se han realizado laberintos a distintas escalas y con propósitos diversos.

En Grecia antigua se trazaban en las paredes y en las puertas figuras "laberínticas", para vedar el acceso de los influjos maléficos a las casas (Cumus, 1050 a.C.). También se pueden encontrar laberintos en antiguas monedas cretenses (Fig. 2), en jarrones etruscos, en tumbas sicilianas, en mosaicos romanos (Fig. 3) y en joyas de los pueblos originarios de América del Norte. Se tallaron laberintos en rocas inglesas (Fig. 4), españolas y rusas, se dispusieron en el solado de las catedrales del medioevo (Fig. 5) y se utilizaron en la decoración de los templos indios y de las mezquitas paquistaníes. También se recortaron en el césped de los jardines ingleses y alemanes y se revistieron de piedra en Escandinavia, Rusia, India y Norteamérica.



Figura 1. Lâbrys o doble hacha: emblema de Cnosos, símbolo sacro que representa los dos cuernos del toro sagrado.



Figura 2. moneda cretense, aproximadamente 500 a.C.



Figura 3. Laberinto dibujado en un mosaico pompeyano, s. Id.C. Yacimiento arqueológico de Pompeya.



Figura 4. Típico laberinto cretense, tallado en la roca de Rocky Valley, cerca de Tintagel, Inglaterra.

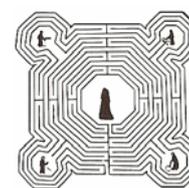


Figura 5. Laberinto de Catedral de Reims, dibujado antes de su desaparición.

Los textos antiguos refieren a cuatro grandes laberintos: el de Egipto ubicado en el lago Moeris, el cretense, el griego de la isla de Lemnos y el etrusco de Clusis. Según algunos escritores la gran proeza de los egipcios no fue la construcción de las pirámides, sino la de su imponente laberinto. Lo construyeron cerca del lago Moeris, a 80 kilómetros al sur de El Cairo. El nombre egipcio del monumento era de *lapi ro hunt*, que significa "templo a la entrada del lago", y de aquí viene el nombre griego de *labyrinthos*. Aunque servía como centro administrativo para los reyes de Egipto, su verdadera función era de carácter religioso. Era un templo donde se ofrecían sacrificios a los dioses. Las cámaras subterráneas donde se encontraban tumbas de reyes y de cocodrilos sagrados, no estaban abiertas al público. Los egipcios recreaban anualmente la muerte de Osiris en el Drama del Misterio, sacrificando ceremoniosamente a Apis, un toro sagrado, en su representación, y celebrando cuando el sacerdote anunciaba que el dios había resucitado. Para los egipcios, su esperanza de vida se centraba en estos misteriosos acontecimientos. Creían que todo hombre, no sólo el rey, quedaba identificado con Osiris al morir, y que el laberinto, con su desconcertante sistema de pasadizos, ofrecía al dios rey protección contra sus enemigos tanto en esta vida como en la siguiente, hasta contra la muerte misma. La creencia en la inmortalidad humana terminó arraigándose en Egipto y en buena parte del resto del mundo antiguo. El laberinto se lanzó por el mundo, llegando a Asia y a América, adquiriendo múltiples usos y simbologías, dependiendo de las culturas y de las religiones en las que se ha inscripto.

*"En el laberinto, uno no se pierde, se encuentra.
En el laberinto, uno no encuentra al Minotauro,
Se encuentra a sí mismo."* Hermann Kern

Desde el punto de vista cristiano, simboliza la unión de la Tierra (el cuadrado) y el cielo (el círculo), pero también de la vida y de la muerte, de la muerte y de la resurrección.

El hombre constituye el punto de intersección del Todo donde confluyen cuerpo y espíritu. Adentrarse en el laberinto implica la búsqueda de uno mismo. Por ello, todo laberinto tiene dos caminos: el que se dirige hacia el centro y el que irradia de él.

Numerosas catedrales e iglesias medievales de Francia e Italia como la de Chartres (Fig. 6), Amiens (Fig.7), Bayeux, Orleans, Ravena y Toulouse, tienen grandes laberintos en sus solados. El de Reims fue destruido hace doscientos años y el de la catedral de San Mauricio del Mirepoix (s. XII y XIII) ostenta un minotauro en el centro.



Figura 6. Laberinto de la Catedral de Nuestra Señora de Chartres, 1201.



*Figura 7. Laberinto de la Catedral de Nuestra Señora de Amiens.
Construido: 1288, destruido: 1825,
Restaurado: 1894.*

Los cristianos adoptaron el laberinto, adaptando su significado a sus necesidades transformándolo en el camino de redención. Su uso más antiguo en tal contexto es, probablemente el laberinto grabado en el pavimento de una Iglesia de Orleansville, Argelia, actualmente en la catedral de Argel, que se remonta al siglo IV d.C. En su centro muestra una inscripción con las palabras SANCTA ECLESIA, repetidas en un gran diseño cuadrado.

Algunos afirman que transitar un laberinto alude a la peregrinación a Jerusalem, y que el creyente que no podía cumplir el peregrinaje real, recorría el laberinto imaginándoselo. Otros, que eran símbolos del camino que debían seguir los fieles hasta la salvación. Hay quien sostiene que los laberintos de las iglesias eran la firma de gremios y cofradías de constructores. Para el arquitecto Viollet le Duc, el uso de laberintos se trata de un capricho de los arquitectos de la época. Lo cierto es que durante la Edad Media se construyeron laberintos, fuera y dentro de los templos, posiblemente ligados a procesiones y rituales.

Con otros fines y simbologías existen laberintos en distintos lugares construidos a lo largo de la historia. Por ejemplo en Inglaterra, el laberinto más famoso es el levantado en el siglo XII por el rey Enrique II, en un parque de Woodstock, donde "escondía" a su amante Rosamunda, obviamente el uso dado se aleja de aquel -místico- y es netamente profano.

En diferentes culturas funcionaban como elemento de protección personal y del grupo tribal: es así como en la Península Escandinava existen unos seiscientos laberintos de piedra levantados supuestamente, por los pescadores para dejar allí a los malos espíritus antes de embarcarse. Los chinos, quienes creían que los malos espíritus sólo volaban en línea recta, construían entradas que imitaban un laberinto simple para que estos no pudieran penetrar en sus casas y ciudades fortificadas.

Para diversión de nobles, en el Renacimiento se hicieron laberintos con arbustos y flores en los jardines de los castillos y los palacios. Así, se construyeron en el Palacio de Versalles, Francia; en el Palacio Real de Hampton Court, Londres; y en Hever Castle el maze tradicional más grande de Inglaterra. Por lo general son muy altos para confundir a quien se interne. Este estilo de laberinto está recreado en Argentina en Los Cocos. Están formados por calles y encrucijadas, desde una óptica netamente lúdica.

Los laberintos aquí reseñados tienen su evidencia histórica, pero hay algunos que pertenecen a la leyenda, mezclándose con creencias mitológicas, como el célebre Laberinto de Creta.

Extraviándonos en el laberinto

Los laberintos presentaban distintas formas. Muchas eran netamente geométricas como círculos, octógonos y cuadrados. Pero, también se ha recurrido a las representaciones del cuerpo humano y sus partes, y de animales, como morfogeneradores de laberintos. Más allá de sus formas, todos los laberintos tienen la misma esencia: circunscribir en el espacio más pequeño posible el enredo más complejo de senderos y retrasar así la llegada del viajero al centro que desea alcanzar. Se elige entrar a un laberinto, pero una vez que se ha hecho, sólo existe un camino para llegar a la meta, "al tesoro" que se encuentra en el centro. Saber como se construye un laberinto da más chances de tener éxito en llegar a la meta.

Los antiguos laberintos son *unidireccionales*, es decir estaban compuestos por un único *sendero*, al que se accede por una *boca* y se llega a una *meta*. El sendero esta delineado y contenido por las *paredes*. La cantidad de senderos se los numera de afuera hacia dentro (Fig. 8). Se los conoce como laberintos clásicos.

De los laberintos clásicos el más elemental es el laberinto clásico de tres circuitos.

Dibujar un laberinto de este tipo es bastante simple.

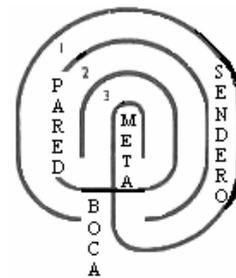


Figura 8. Partes del laberinto clásico

Se comienza dibujando una cruz con puntos en el centro de cada uno de los cuatro cuadrantes (Fig. 9).

A continuación se comienza en la parte superior de la cruz, dibujando una línea curva hacia arriba y a la derecha en dirección al punto sobre el cuadrante superior derecho (Fig. 10).

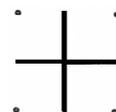


Figura 9.



Figura 10.

Luego, desde el punto correspondiente en el cuadrante superior izquierdo, trazar una curva hacia el extremo derecho de la línea horizontal (Fig. 11).



Figura 11.



Figura 12.

Y desde el extremo izquierdo de la línea horizontal dibujar una curva hacia arriba que gira en busca de contacto con el punto del cuadrante inferior derecho (Fig. 12).

Y finalmente, desde el punto del cuadrante inferior izquierdo se traza una curva hacia la derecha hasta unirse con el extremo inferior de la línea vertical. Así se ha dibujado un laberinto clásico de giro hacia la derecha de tres circuitos,

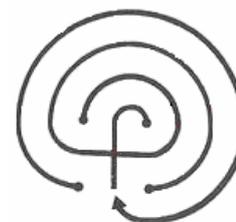


Figura 13. Laberinto clásico de 3 circuitos.

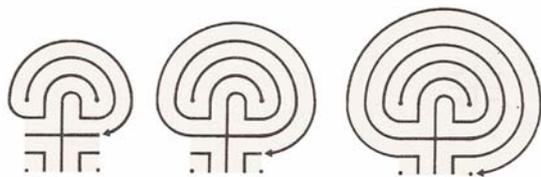
porque el que lo recorre hará el primer giro por el sendero hacia la derecha (Fig. 13).

Si en cambio, el primer movimiento en el dibujo hubiera sido hacia arriba y a la izquierda, se hubiera creado un laberinto clásico de giro a la izquierda.

El laberinto clásico de siete circuitos es el laberinto de un solo sendero más utilizado en el mundo. Para su construcción, también se parte de una cruz y cuatro puntos, cada uno ubicado en un cuadrante. Pero se complejiza al agregar cuatro ángulos rectos, cada uno entre un punto y un cuadrante de la cruz. Se comienza uniendo la parte superior de la línea vertical de la cruz con el con el extremo superior de la "L" en el cuadrante superior derecho. De donde se comenzó, hacia la izquierda, sigue el extremo superior de la "L" espejada del cuadrante superior izquierdo, el que mediante una curva se une con el extremo superior de la "L" del cuadrante superior derecho. Este procedimiento se repite hasta unir el extremo inferior de la "L" espejada con el extremo inferior de la línea vertical de la cruz (Fig. 14).

Figura 14. Laberinto clásico de 7 circuitos de giro hacia la derecha.





Con esta misma ley de generación se pueden diseñar laberintos de once circuitos, con dos “L” (Fig. 15) y laberintos de quince circuitos, con tres “L” (Fig. 16).

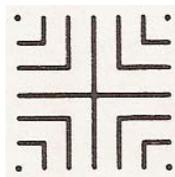


Figura 15. Bloque básico de construcción del laberinto clásico de once circuitos.

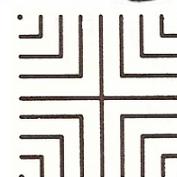
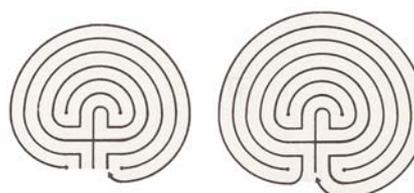


Figura 16. Bloque básico de construcción del laberinto clásico de quince circuitos.

No todos los laberintos son unidireccionales, es decir con un único modo de recorrerlos. Según su recorrido existen tres tipologías laberínticas: el más simple es el laberinto ya presentado, el *clásico*, cuyo esquema es dos nudos y, el único recorrido que admite es ingresar por la boca, transitar por el sendero, llegar a la meta y luego desandar lo recorrido para salir por la boca. Este tipo de laberintos varía en la cantidad de circuitos que posee.

El segundo tipo de laberinto es el *arborescente*, de estructura ramificada, que concluye en puntos o nudos ciegos que exigen volver por el sendero por el que se ha llegado a ellos.

El tercero es el *cíclico*, que nos permite volver sobre nuestros pasos recorriendo los senderos una sola vez. Su complejidad se relaciona con el número ciclomático, que es el número de los senderos de enlace que dan lugar a los ciclos a eliminar para convertirlo en arborescente.

Para recorrer con éxito a los laberintos arborescentes y cíclicos existen ciertas reglas: la de Teseo, la de Trémaux, la de Tarry o Regla de la Ariadna prudente, la de la Ariadna loca. En todo caso, si se encuentran en estos tipos de laberintos, siempre se puede seguir el consejo de Antonio Marechal (1936) “de todo laberinto se sale por arriba”.

Reencontrando el sendero en el laberinto

Desde la Matemática, el laberinto es un objeto topológico. Recordemos que la Topología estudia las propiedades de las figuras que permanecen invariantes si se las somete a transformaciones continuas que les hagan perder todas sus propiedades métricas y proyectivas. Los homeomorfismos son las transformaciones topológicas. Una función h de una figura A sobre otra figura A' es un homeomorfismo de A en A' , si h es una biyección de A sobre A' , y h es bicontinua., es decir h y su inversa son continuas. Así, en Topología vale deformar, estirar o retorcer, sin hacer coincidir puntos distintos ni rasgar. Si el plano del laberinto se dibuja sobre una lámina de goma, el camino correcto desde la entrada hasta la salida es topológicamente invariante, y se mantiene así sin importar su deformación.

Los laberintos, no unidireccionales, que no contienen circuitos cerrados, vale decir, que no tienen muros separados, como el de la Figura 17, son *simplemente conexos*. Los laberintos con muros separados sí contienen circuitos cerrados, son *múltiplemente conexos*. Un ejemplo de laberinto múltiplemente conexo es el de la Figura 18. En este caso, en el laberinto hay dos circuitos cerrados que rodean la celda central.

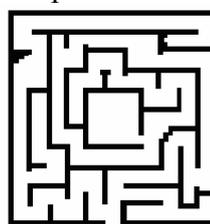


Figura 17

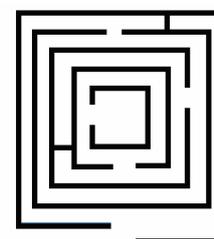


Figura 18

Pero, ¿qué significa “conexión”? Si prestamos atención a las Figs. 19 y 20, vemos que ambos dominios planos no son topológicamente equivalentes. En el caso de la Fig. 19, el dominio consta de todos los puntos interiores al óvalo. Cualquier curva cerrada contenida en el mismo puede deformarse o contraerse de manera continua alrededor de un único punto interior al

dominio. En este caso, el dominio se llama *simplemente conexo*. Por otra parte, el dominio plano de la Fig. 20 comprende los puntos situados entre dos óvalos. Una curva cerrada que rodee el óvalo interior, no puede contraerse continuamente hasta reducirse a un único punto interior al dominio. Estamos frente a un dominio *múltiplemente conexo*.

Enfrentados al problema de recorrer un laberinto, la técnica a emplear para recorrerlo dependerá del *orden de conexión* del laberinto. Para la Topología, el orden de conexión es también un invariante.

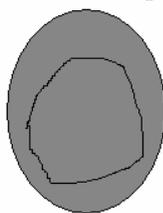


Figura 19



Figura 20



Figura 21

En el dominio de la Fig. 20, si realizamos un corte como el de la Fig. 21, el dominio resultante es simplemente conexo. Si hubiera tenido dos agujeros, para convertirlo en simplemente conexo hubiéramos necesitado dos cortes. Si para transformar un dominio D múltiplemente conexo en otro simplemente conexo, se necesitan $n - 1$ cortes que no se atraviesen y que unan un borde con otro, decimos que el *orden de conexión* de D es n .

En un laberinto cuyo mapa no tenemos, si el mismo tiene una entrada y una única salida, podemos recurrir a la “técnica de la mano”. Esta consiste en colocar la mano contra el muro de la derecha, (o el de la izquierda), y caminar sin levantar la misma de la pared. Si el laberinto es simplemente conexo, seguro que encontraremos la salida, aunque la ruta no sea la más corta. Esta técnica nos conduce una sola vez en cada dirección a lo largo de cada sendero, lo que asegura que en algún momento dentro de la ruta encontraremos la salida.

Hemos visto que los laberintos no unidireccionales contienen reglas de orden topológico, en las cuales interviene la contigüidad de uno o varios puntos o bien, tal como lo expresa Boule (1994), “...el examen *local* de una situación”.

Para finalizar, tengamos en cuenta lo que dice Umberto Eco (2004) en *El nombre de la Rosa* sobre la construcción de laberintos: “*Los conocimientos matemáticos son proposiciones que construye nuestro intelecto para que siempre funcionen como verdaderas, porque son innatas o bien porque las matemáticas se inventaron antes que las otras ciencias. Y la biblioteca fue construida por una mente humana que pensaba de modo matemático, porque sin matemáticas es imposible construir laberintos.*”

BIBLIOGRAFÍA

Alifado, R. (1985). *Conversaciones con Jorge Luís Borges / Roberto Alifado -1ª ed.-* Buenos Aires, Atlántida.

Boule, F. (1994). *Manipular, organizar, representar*. Madrid, Nancea.

Candolini, G. (2000). *Laberintos*. Barcelona, Parramón Ediciones. Pag. 83.

Cirlot (1991). *Diccionario de símbolos*. Barcelona, Labor.

de Saint-Hilaire, P. (2006). *L'Univers secret du labyrinthe*. París, Editions Alphée.

Eco, U. (2004). *El nombre de la rosa*. Barcelona, De Bolsillo.

Guénon, R. (1988). *Símbolos fundamentales en las ciencias sagradas*. Buenos Aires, Eudeba-Colihue.

Guy, B. (2003). *El laberinto hermético* citado por Nuñez M. en: *La discusión acerca del mito y el laberinto en la Casa de Asterión de J. L. Borges*. Montevideo, Antroposmoderno.

Kern, H. (2000). *Through the Labyrinth*. Munich, Prestel.

Marechal, L. (1936). *Laberinto de Amor*. Buenos Aires, Sur.

Pujals, E. (1990). *Cuatro cuartetos de T. S. Eliot*. Madrid, Cátedra.