http://www.rfytp.fahce.unlp.edu.ar/

NECESIDAD LÓGICA Y LÓGICA CONDICIONAL*

Gladys Palau

Universidad Nacional de La Plata
Universidad de Buenos Aires
gadi1@arnet.com.ar

Resumen

El artículo pretende, en primer lugar, caracterizar brevemente la idea de verdad necesaria en Leibniz a los efectos de mostrar cómo en el desarrollo de las investigaciones lógicas ella se ha ido debilitando al extremo de convertirse en una de las tantas posibles interpretaciones del operador de necesidad. Se muestra, además, que ello ha sucedido tanto en los sistemas generados a partir de las semánticas de Kripke para la lógica modal clásica como para los sistemas de lógica, para los condicionales contrafácticos de David Lewis y para los condicionales derrotables de Carlos Alchourrón.

Palabras claves: necesidad lógica - condicional contrafáctico - condicional derrotable

Abstract

In this paper we characterize Leibniz's idea of necessary truth with the aim of showing how, in the course of the development of logical theory, it has been weakened to the point of becoming just one of the many possible interpretations of the necessity operator. We show that this has happened not only in those classical modal logics with a Kripke semantics, but also in David Lewis' systems for counterfactual conditionals and in Carlos Alchourrón's logics for defeasible conditionals.

Key words: *logical necessity - counterfactual conditional - defeasible conditional*

1. Introducción

Pese a que los orígenes de la lógica modal se remonta a Aristóteles, hay coincidencia unánime en la comunidad filosófica acerca de que fue Leibniz quien dio la primera definición de necesidad lógica en términos de mundos posibles, originando con ello un programa de investigación que perdura hasta nuestros días. Por otra parte, pese al esfuerzo de Diodoro para relacionar la naturaleza de un enunciado condicional con la idea de necesidad, las primeras investigaciones sobre los condicionales contrafácticos se

* Este trabajo fue leído en el Congreso Internacional Iberoamericano de Filosofía "La filosofía al fin del milenio", Madrid, setiembre, 1998 y seleccionado para ser incluido en un libro titulado *La Filosofía al fin del milenio*, que finalmente se decidió no publicarlo.

plantearon al margen de esta problemática y puede decirse que recién en la década de los 70 y partir de los trabajos de David Lewis comenzó a articularse nuevamente.

En el presente trabajo nos proponemos caracterizar brevemente la idea de verdad necesaria en Leibniz a los efectos de mostrar cómo se ha ido debilitando en las sucesivas formulaciones lógicas, al extremo de convertirse en una de las tantas posibles interpretaciones del operador de necesidad. Mostraremos, además, que esto ha sucedido tanto en la perspectiva generada a partir de las semánticas de Kripke para la lógica modal clásica como para los sistemas de lógica, para los condicionales contrafácticos de David Lewis y para los condicionales derrotables de Carlos Alchourrón.

Como es sabido, para Leibniz, una verdad necesaria es aquella que es verdadera en todo mundo posible y el mundo actual es uno de los infinitos mundos posibles que pueden haber existido, pero es el mejor de todos, ya que ha sido el elegido por Dios para la creación. Nótese que la postulación de infinitos mundos posibles ya trae como primera consecuencia la relativización de la noción de verdad respecto a un mundo determinado. De esta forma, una proposición verdadera en el mundo actual puede tener un valor de verdad distinto en otro mundo posible y las que son verdaderas en el mundo actual y en cualquier otro mundo posible son precisamente las proposiciones necesarias o, como las llamó también Leibniz, las verdades de razón o verdades eternas. Pero ¿qué entendía Leibniz por mundo posible? Adoptando la interpretación de Benson Mates (1968), un mundo posible es un *conjunto maximal de conceptos individuales completos mutuamente compasibles*, donde por *concepto individual completo* debe entenderse un conjunto maximal de atributos simples compatibles y por *mutuamente composibles*, la relación que expresa la posibilidad que tienen dos conceptos individuales completos de actualizarse en un mismo individuo. De esta forma, un concepto individual completo es algo así como una descripción asociada a un nombre individual que contiene todos los atributos de ese individuo, incluso, todo lo que le ha sucedido y le sucederá. Por ejemplo, al nombre *Judas* le corresponde el individuo Judas y se le asocia el concepto individual completo que contiene todos los atributos simples que en el mundo actual ha tenido Judas. Si Judas en el mundo actual ha tenido el atributo de delatar a Cristo, no hay otro mundo en el cual Judas no haya delatado a Cristo. En otras palabras, para Leibniz un mismo individuo no puede tener atributos distintos en mundos posibles distintos y, por lo tanto, todos los mundos posibles están poblados por individuos distintos. Desde un puntos de vista estrictamente lógico, los mundos posibles, en tanto conjuntos maximales de conceptos individuales completos, son conjuntos disyuntos. Pero a la inversa, lo que sí es posible en la ontología leibniziana es que el conjunto formado por todos los atributos simples (que será posiblemente infinito) sea el mismo para todos los mundos posibles y, de acuerdo con su posibilidad de realización conjunta o compatibilidad, se combinen para conformar conceptos individuales completos distintos. En cualquiera de esos mundos, una proposición que hable sobre un nombre que no denota debe ser considerada falsa respecto a ese mundo y una proposición verdadera en ese mundo y en todos los otros mundos posibles debe ser necesaria respecto a ese mundo.

Es obvio que para expresar el concepto de mundo posible así expuesto no alcanza con la lógica proposicional y es en el ámbito de la lógica de predicados donde puede representarse cómo están constituidos los mundos posibles y donde se pueden expresar todos los matices de la idea leibniziana. Sin embargo, para el propósito de este trabajo, nos basta con la caracterización de proposición necesaria dada por la lógica proposicional modal y partir de la definición intuitiva de proposición necesaria como aquella que es verdadera en todo mundo posible.

2. La aproximación sintáctica

Es sabido que los primeros sistemas axiomáticos, modales, se le deben a C.I Lewis y que ellos no estuvieron motivados por el deseo de elucidar el concepto de necesidad lógica, sino más bien por una crítica al concepto de deducibilidad o consecuencia lógica sintáctica generada por la implicación material. Su principal objetivo fue construir una nueva propuesta para caracterizar el concepto metalingüístico de deducibilidad en términos de una conectiva del lenguaje objeto llamada *implicación estricta,* "$\Rightarrow$", definida en términos del operador modal primitivo de necesidad "$\Box$"y las conectivas clásicas negación y condicional material. Simbólicamente:

$$A \Rightarrow B =_{def} \Box(p \rightarrow q)$$

Sobre esta base C. I. Lewis construye los cinco sistemas sintácticos S1,S2,S3,S4 y S5, conocidos hoy como T (que sintetiza los tres primeros), S4 y S5 y cuya caracterización está dada por un conjunto de axiomas correspondientes a cada uno, pero cuya intersección no es vacía, es decir comparten axiomas comunes. A nuestros propósitos daremos sólo el axioma característico correspondiente a cada uno de ellos.

Axioma característico de T: $\vdash \Box p \rightarrow p$

Axioma característico de S4: $\vdash \Box p \rightarrow \Box\Box p$

Axioma característico de S5 $\vdash \Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$

3. La primera aproximación semántica

La primera interpretación semántica de los sistemas de C.I. Lewis, en particular la de su sistema S5, fue dada por Carnap (1947) quien retomó la idea leibniziana de caracterizar la noción de proposición lógicamente necesaria, inspirándose en Wittgenstein, según su propio reconocimiento. Para Carnap, una proposición es lógicamente necesaria en un lenguaje S1, si es L-verdadera en S1; una proposición es L-verdadera en S1 si es verdadera en toda descripción de estado y finalmente, *una descripción de estado* en S1 es una clase de sentencias de S1 que contiene para cada sentencia atómica o bien a ella misma o bien a su negación. Según las propias palabras de Carnap, el concepto de *descripción de estado* brinda una descripción de un posible estado del universo de individuos respecto a todas las propiedades y relaciones expresadas por los predicados del sistema. El mismo Carnap postula que este concepto representa la idea leibniziana de *mundo posible* y la de *estado-de-cosas* de Wittgenstein y que su noción de L-verdadero (lógicamente verdadero) es el *explicatum* de la noción de verdad necesaria de Leibniz.

Si se reformula la semántica de Carnap en términos de funciones de valuación, se puede llamar *modelo modal carnapiano* (Bull y Segerberg,1984) a una dupla <U,V>, donde U es un conjunto de descripciones de estado (o mundos posibles) y V una función

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

que asigna a cada proposición atómica *p* y descripción de estado m_i, un valor de verdad $V(p,m_i)$. Es sencillo mostrar que esta semántica hace verdaderos los axiomas característicos del sistema S5 de C.I Lewis y que una proposición p es necesaria (o lógicamente verdadera) en una descripción de estado m_i, si y solo si para toda descripción de estado m_j, p es verdadera en m_j.

Para nuestros intereses es fundamental hacer notar los siguientes hechos: 1) la coincidencia entre Leibniz y Carnap respecto de que los mundos posibles a tener en cuenta para validar una proposición necesaria deben ser todos y sin restricciones de ningún tipo, a excepción de la consistencia; y 2) que con el sistema modal de Carnap se articula por primera vez el desarrollo sintáctico de los sistemas de C.I. Lewis con la noción de mundo posible de Leibniz. Seguramente Carnap ni siquiera alcanzó a sospechar que con tal articulación se iniciaba el camino que haría abandonar para siempre la sentencia wittgensteniana: *la verdad necesaria es una sola*.

4. Las semánticas de Kripke

Tal como lo veremos de inmediato, la unicidad de la verdad necesaria postulada por Leibniz y Carnap es la primera propiedad que se pierde en las semánticas que se construyen inspirándose –paradójicamente– en la idea leibniziana de mundo posible.

En efecto, a partir de 1963, con los trabajos de S.A. Kripke, se inaugura un nuevo tipo de semántica no sólo para los sistemas de C.I. Lewis, sino para cualquier sistema modal. En este tipo de semántica se comienza por definir un *modelo de Kripke* como una terna $\langle M, \Re, V\rangle$, en la que M es un conjunto de mundos posibles, m_1, m_2, m_3, son los elementos (o mundos) de M, $\Re$ es una relación llamada de *accesibilidad* entre mundos (entre los elementos de M) y V una función valuación de fórmulas relativa a cada mundo m_i.

Nótese que:

(i) Puesto que $\Re$ es una relación de orden entre mundos, las distintas propiedades de $\Re$ generarán distintos tipos de ordenes entre los mundos. En

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

otras palabras, las propiedades de $\mathfrak{R}$ determinan el conjunto de mundos que son accesibles respecto de un mundo seleccionado m_i (el cual no tiene por qué ser el mundo actual).

(ii) Para determinar si un enunciado A es necesario en un mundo m_i habrá que determinar si A es verdadero en todos los mundos m_j accesibles a m_i.

De lo cual se sigue, por un lado, que los mundos posibles ya no están todos a la par respecto de su accesibilidad lógica, como lo postulaba Leibniz y que la necesidad lógica de una proposición se da en términos de su verdad en los mundos accesibles. Así se llega a la siguiente definición de enunciado o proposición necesaria:

- A es necesario en m_i sii es verdadero en todo mundo m_j accesible a m_i.

Sin embargo, pese a que esta condición de verdad para $\Box A$ es común a los sistemas T, S4 y S5, la diferencia radica en el conjunto de mundos accesibles a un mundo dado. En otras palabras, los mundos accesibles respecto de un mundo es un subconjunto del conjunto de todos los mundos y será diferente según sean las propiedades de la relación $\mathfrak{R}$ de accesibilidad. Así, en el sistema T, el conjunto de mundos accesibles a m_i, puesto que $\mathfrak{R}$ es reflexiva, está formado por los mundos que son accesibles a sí mismos. Dado que en S4, $\mathfrak{R}$ es reflexiva y transitiva, el conjunto de mundos accesibles a m_i, el conjunto de los mundos accesibles está formado por los mundos que satisfacen tal propiedad de la relación. Finalmente, como en S5, la relación de accesibilidad $\mathfrak{R}$ es reflexiva, simétrica y transitiva, entonces todos los mundos son accesibles entre sí.

De lo dicho no es difícil inferir:

1. Que cada sistema modal define una necesidad lógica distinta y que los sistemas T-S5 pueden ordenarse según la necesidad lógica que en cada uno pueda expresarse, y

2. Que el sistema S5 es el que mejor parece representar la idea leibniziana de necesidad lógica, ya que en S5 todos los mundos están a la par respecto de la relación de accesibilidad.

Sin embargo, no es difícil entender por qué S5 no refleja completamente la necesidad lógica ansiada por los filósofos. Lo que sucede es que en S5, al ser $\Re$ una relación de equivalencia, produce en el conjunto de mundos U una partición en clases de equivalencia en el sentido de que, dados dos mundos que pertenecen a una misma clase de equivalencia, siempre serán accesibles unos respectos de los otros, mientras que los mundos pertenecientes a clases de equivalencia distintas, nunca serán accesibles unos respecto de los otros. Por esta razón, en S5 los mundos que son accesibles entre ellos pertenecen a una misma clase de equivalencia, pero ellos no son los mundos que conforman el conjunto de todos los mundos posibles. Para cumplir con el requerimiento leibniziano de que los mundos a considerar para validar una proposición necesaria sean todos los mundos posibles, se hace necesario introducir la condición según la cual la clase de equivalencia debe ser una sola, es decir que todos los mundos del conjunto U pertenecieran a ella. Hintikka mostró (1963) que este requerimiento no afecta la satisfacibilidad de las fórmulas de S5 pero que, desde un punto de vista formal, hace que tal sistema se convierta en un sistema ad hoc, y por lo tanto, poco fructífero para la lógica.

5. La lógica modal generalizada

Tal como afirma R. Orayen (1995), en la década de los 70 se inicia una etapa de la lógica modal caracterizada por la búsqueda de propiedades, tanto sintácticas como semánticas de familias de sistemas modales. A nuestro propósito, sólo interesan algunos resultados semánticos generales que trataremos de exponer en la forma más intuitiva posible, dado que tienen consecuencias respecto de la caracterización de verdad necesaria.

Se considera que un sistema modal S es un sistema *normal* sii tiene como axioma característico $\Box(A\rightarrow B)\rightarrow(\Box A\rightarrow\Box B)$, más *Sustitución Uniforme*, *Modus Ponens* y la regla

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

de *Necesitación* $\vdash A$ entonces $\Box A$. El sistema K, cuyo axioma es precisamente el citado, constituye el más débil de los sistemas normales. Sin embargo, se sostiene que aún no constituye un sistema modal genuino porque la caracterización más débil de necesidad lógica es posible formularla recién en el sistema T, dado que recién en este sistema es posible mostrar la equivalencia interdefinicional de los operadores modales de necesidad y posibilidad. Mediante el agregado a T de nuevos axiomas se pueden construir una diversidad de sistemas modales (más precisamente quince) entre los que se encuentra S5 como uno más.

En la semántica, se parte de la noción de *marco.* Un marco M es un par ordenado $<U,\mathfrak{R}>$, donde U es un conjunto no vacío de objetos (no necesariamente mundos) y $\mathfrak{R}$ es una relación diádica definida sobre los elementos de U (no necesariamente la relación de accesibilidad entre mundos). A su vez, el operador de necesidad $\Box$ puede ser entendido de diversas maneras, como representando la necesidad lógica, la necesidad epistémica, la necesidad deóntica, la necesidad temporal, etc., y, como es obvio, que estos distintos tipos de necesidad no pueden satisfacer las mismas leyes (o teoremas), les corresponderán sistemas normales distintos y será la relación $\mathfrak{R}$ la que determinará la clase de marcos que validen las fórmulas correspondientes a cada sistema.

Generalizando los resultados mostrados antes se obtiene:

1. La fórmula $\Box A \rightarrow A$ es válida en el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii $\mathfrak{R}$ es reflexiva.

2. La fórmula $\Box A \rightarrow \Box\Box A$ es válida en el marco$<U,\mathfrak{R}>$ sii es $\mathfrak{R}$ es transitiva.

3. La fórmulas $\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$ es válida en el marco $<U,\mathfrak{R}>$sii la relación $\mathfrak{R}$ es reflexiva, simétrica y transitiva. En otras palabras, las fórmulas de S5 son válidas en un marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii la relación $\mathfrak{R}$ generó una relación de equivalencia entre los elementos de U.

Por lo tanto:

- $\Box A$ será verdadera en el modelo bajo el marco $<U,\mathfrak{R}>$ sii la función asignación V, asignó Verdad a A para todos los pares de elementos del conjunto U que satisfacen la relación $\mathfrak{R}$ correspondiente a S5.

Sin embargo, pese a las distintas interpretaciones que pueden darse al operador modal $\Box$ y al debilitamiento de la noción de necesidad lógica formalizada en S5, la lógica modal generalizada ha posibilitado su aplicación a campos radicalmente distintos, mostrando de esta forma la riqueza del programa.

6. La lógica de los enunciados condicionales contrafácticos

Cuando también a principio de la década de los 70, comenzaron los intentos de construir sistemas lógicos que dieran cuenta de los enunciados condicionales contrafácticos a partir de las semánticas de Kripke, tal vez, el intento más importante haya sido el de David Lewis (1973) quien construye un sistema para tales condicionales a partir de dos operadores contrafácticos, primitivos, a saber: el operador contrafáctico *would* $\Box\!\!\rightarrow$ (*Si se hubiera dado el caso que... entonces se habría dado el caso que...*) y el operador contrafáctico *might* $\Diamond\!\!\rightarrow$ (*si se hubiera dado el caso que..., entonces tal vez se habría dado el caso que...*) donde el segundo puede ser definido en términos del primero. Para ello comienza con un análisis del condicional estricto $A \Rightarrow B$ con el fin de mostrar que el condicional contrafáctico no constituye un condicional estricto estándar.

En efecto, un condicional estricto es, en general, un condicional material precedido de un operador modal que representa algún tipo de necesidad, tal como ya lo hemos destacado al referirnos a los modelos de Kripke (o modelos estándares). En lugar de pensar al operador $\Box$ como un cuantificador universal restringido a mundos posibles y sujeto a las restricciones impuestas por una relación de accesibilidad, D. Lewis parte de asociar a cada operador de necesidad un tipo de necesidad y de condicional estricto, y a cada tipo de necesidad y de su correspondiente condicional estricto, una *función de asignación* tal que a cada mundo m_i asigna un conjunto de mundos S_i, llamado *esfera de accesibilidad de* m_i, la cual puede ser entendida como el conjunto de mundos accesibles a m_i. De esta forma, cada tipo de necesidad es caracterizada por una esfera de accesibilidad particular. Así, a la necesidad física y al condicional estricto físico $\Box(A \rightarrow B)$ asigna para cada mundo m_i una esfera de accesibilidad S_i que contiene todos los mundos posibles en los que rigen las leyes naturales de m_i. y un condicional estricto físico $\Box(A \rightarrow B)$ es verdadero respecto del mundo

m_i sii B es verdadera en todo A-mundo donde valen las leyes naturales de m_i . A la necesidad que él llama *necesidad respecto de los hechos*, y su condicional estricto correspondiente, asigna a cada mundo m_i, una esfera de accesibilidad S_i compuesta por el conjunto de mundos que son exactamente como m_i respecto a todos los hechos de una cierta clase. Así □(A→B) es verdadera para un mundo m_i sii B es verdadero en todo A-mundo que es exactamente como m_i respecto de todos los hechos de una cierta clase. Para el caso de la necesidad lógica y su correspondiente condicional estricto, la función de asignación le asigna una esfera de accesibilidad que consiste en el conjunto de todos los mundos posibles. En otras palabras, respecto de la necesidad lógica y de su condicional estricto, todos los mundos posibles están dentro de la esfera de accesibilidad. Naturalmente, el condicional estricto lógico es el más estricto de todos; el condicional material es el más estricto entre todos aquellos cuya relación de accesibilidad es reflexiva; el condicional estricto físico se encuentra entre ambos y el condicional vacuo es el menos estricto de todos.

Sin embargo, para D. Lewis los condicionales contrafácticos no constituyen ningún tipo de condicional estricto, sino que, por basarse en una relación de similaridad comparativa entre mundos posibles, son condicionales de estrictez variable, (*variably strict conditionals).* Cada enunciado contrafáctico posee un grado de estrictez distinto o, para expresarlo de otro modo, su grado de estrictez es estricto dentro de determinados límites.

La semántica es construida del siguiente modo: de la misma forma que para un condicional estricto hay una asignación que para cada mundo m_i asocia una sola esfera de accesibilidad S_i, para cada condicional contrafáctico (o sea de estrictez variable) hay una asignación que asocia a cada mundo m_i un conjunto \$i de esferas de accesibilidad S_i, más grandes o más pequeñas según el caso. Así la función asignación \$ asigna a cada mundo posible m_i un conjunto \$i de conjuntos de mundos posibles. Se crea así un sistema de esferas \$i que estará centrado sobre un mundo m_i y que se corresponde a la idea intuitiva de agrupar los mundos posibles respecto de un mundo m_i según su grado de similaridad comparativa respecto al mundo m_i. De esta forma, las condiciones de verdad para un condicional contrafáctico se definen como sigue:

- $A \Box\!\!\rightarrow B$ es verdadero en un mundo m_i (de acuerdo con un sistema de esferas \$) sii (i) ningún A-mundo pertenece a ninguna esfera $S \in$ \$, (caso vacuo) o

  (ii) alguna esfera $S \in$ \$ contiene al menos un A-mundo y $(A \rightarrow B)$ vale en todo mundo $\in S$.

Ahora bien, deberíamos preguntarnos ¿es posible definir la necesidad lógica, que sabemos asociada al condicional estricto estándar $\Rightarrow$, a partir de un condicional contrafáctico cuyo grado de estrictez es variable? Sorprendentemente la respuesta es afirmativa. Y decimos "sorprendentemente" porque dado el hecho conocido por todos de que ni la lógica proposicional clásica ni ninguna de sus extensiones puede dar cuenta de los enunciados contrafácticos, resulta realmente extraño que partiendo de un condicional contrafáctico se pueda llegar a definir la necesidad lógica. Veamos pues cómo se la obtiene en el sistema "oficial" VC de D. Lewis.

Al vocabulario primitivo de VC se agrega una constante para representar las tautologías, $\top$ y la constante $\bot$ para las contradicciones. Esto permite introducir la siguiente definición de proposición o enunciado necesario:

$$\Box A =_{def} \neg A \Box\!\!\rightarrow \bot \qquad (1)$$

A partir de las condiciones de verdad de un enunciado condicional contrafáctico y de la definición del operador $\Box$, es posible dar las condiciones de verdad del enunciado modal *A es necesario*, a saber:

- $\Box A$ es verdadero en un mundo m_i (de acuerdo \$) sii A es verdadero en todo mundo de toda esfera S_i (o sea en $U\$_i$)

Pero falta aún una condición más para que la definición dada corresponda a la idea de necesidad lógica que buscamos, y es que el sistema de esferas \$i sea universal, o

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

sea que el conjunto U\$i sea el conjunto de todos los mundos posibles. Lamentablemente y en forma análoga a la restricción que indicaba Hintikka para obtener la necesidad lógica leibniziana en S5, aquí se ha debido introducir la condición de que U\$i sea el conjunto de todos los mundos posibles. Por ello, y pese a la riqueza lógica dada por la posibilidad de definir la necesidad lógica a partir de las condiciones de verdad de un condicional contrafáctico, este enfoque tampoco posibilita formular un concepto más rico de necesidad lógica que el brindado por los sistemas estándares de Kripke.

Por otra parte, en la semántica de D. Lewis, también es posible generar una gran cantidad de sistemas modales que incluirán tanto a los sistemas modales clásicos como a los condicionales, resultado muy similar al obtenido en la etapa generalizada de la lógica modal

En efecto, los modelos para la lógica condicional contrafáctica de D. Lewis se formulan sin la relación de accesibilidad $\mathfrak{R}$ entre mundos, pero se la reemplaza con una clase de funciones de selección que selecciona los conjuntos de mundos antecedentes más cercanos al mundo dado m_i y que formarán, como ya se dijo, el conjunto \$i de esferas de accesibilidad más similares a m_i. O sea: un modelo de Lewis será una terna <I, [[ ]], V> en la cual I es un conjunto no vacío formado por un sistemas de esferas \$, [[ ]] es una función de selección que mapea todas las sentencias del lenguaje en subconjuntos de I,(i.e., le hace corresponder a cada sentencia una esfera de accesibilidad $S \in \$$) y V una valuación para cada fórmula del lenguaje. Sin embargo, dado que todo sistema de esferas \$i está ordenado de acuerdo con el grado de similaridad de las esferas S_i respecto de un mundo m_i, se requiere que \$i satisfaga la condiciones mínimas de que $\$_i$ sea centrada respecto a un mundo m_i que sea cerrada bajo la unión y bajo la intersección (no vacía). A estas condiciones se le pueden agregar otras según se quiera que una determinada fórmula sea válida o no. Por ejemplo, si se quiere que valga la fórmula $\Box A \rightarrow A$ se requerirá que \$i sea totalmente reflexiva y por ello la fórmula $\Box A \rightarrow A$ será el axioma característico que corresponde cuando el conjunto de esferas \$i sea totalmente reflexiva. De esta manera, se genera un conjunto de lógicas llamadas V-lógicas, (26 en total) entre las cuales VC será la lógica oficial para los condicionales contrafácticos; otra representará al sistema T; otra a S4; otra a S5, etc., modal.

7. La lógica de los enunciados condicionales derrotables

Con el surgimiento de la Inteligencia Artificial en la década de los 70 se desarrolla en ese campo una línea de investigación acerca de la formalización del llamado razonamiento del sentido común y de sus primos hermanos, los condicionales *derrotables*. Posteriormente y mezclándose con la problemática de los condicionales contrafácticos y de la lógica modal deóntica, en particular la referente a las normas condicionales y obligaciones *prima facie*, pasará de lleno al ámbito de la lógica misma.

Estos condicionales derrotables, formalizados como A> B, a diferencia de los enunciados condicionales materiales, no cumplen con la llamada *Regla de Refuerzo del Antecedente*, es decir que, según sea la proposición que se le agregue al antecedente, puede “caer” o verse “derrotado” el consecuente. Esto hace que la relación de consecuencia lógica de este tipo de condicionales generalmente sea no monótona.[1] Carlos Alchourrón (1994 y 1996) creó un sistema lógico para dar cuenta de tales condicionales y lo ha nombrado por la sigla DFT (DF por *defeasible* y T por ser este sistema una extensión del sistema modal T). A tal fin, siguiendo estrategias de Stalnaker, Hanson y Åqvist y tomando como base el sistema S5 de C.I Lewis, introduce en el lenguaje lógico como constante propia un operador de función f, que le permite definir al condicional derrotable A>B mediante un condicional estricto restringido, a saber:

$$A>B =_{def} (fA \Rightarrow B) \quad (2)$$

El operador f se lee “A y sus supuestos” y refleja en el lenguaje objeto del sistema DFT la función “choice” del metalenguaje que selecciona los supuestos (o *condiciones contribuyentes*) del antecedente, las que, conjuntamente con el antecedente A, implican estrictamente al consecuente B.

[1] Agradezco al réferi la información de que el sistema de J.Hawthorne en *On the Logic of Nonmontonic Cobditionals and Conditionals Probabilities* (Journal of Philosophical Logic, 27,1998) no satisface la regla de Refuerzo del Antecedente pero su noción de consecuencia lógica es monótona.

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

Un modelo DFT es una terna $<W,\| \ \|,Ch^{\alpha}>$ en la que W es un conjunto de circunstancias (mundos) y no necesariamente el conjunto de todas las circunstancias; $\| \ \|$ es una función valuación para las sentencias de DFT y Ch^{α} es una función selección que hace corresponder a cada sentencia A del lenguaje el subconjunto de W llamado $Ch^{\alpha}(A)$, el cual está formado por el conjunto de circunstancias en las cuales el enunciado A y sus supuestos es verdadero respecto del agente α.

Dado que es teorema en DFT la fórmula $A>B \Leftrightarrow (fA \Rightarrow B)$, resulta que por definición del condicional estricto $\Rightarrow$, será también teorema $A>B \Leftrightarrow \Box(fA \rightarrow B)$, el cual muestra claramente que en la lógica de Alchourrón, la definición del condicional derrotable involucra algún tipo de necesidad representada por el $\Box$. Más aún, en forma similar a D. Lewis define (1994) la noción de enunciado necesario en términos de un condicional derrotable:

$$\Box A =^{def} (\neg A > \bot) \qquad (3)$$

Sin embargo, tal como lo mostraremos en el parágrafo siguiente, $\Box A$ no representa la modalidad clásica de necesidad.

Por último, resulta interesante hacer notar que, aún con semánticas distintas y tal como lo afirma el mismo Alchourrón (1994), el sistema DFT coincide con uno de los V-sistemas de Lewis, en particular el VTA caracterizado por el hecho de no poseer al *Modus Ponens* como regla de inferencia, propiedad que según Alchourrón diferencia los condicionales derrotables de los condicionales contrafácticos.

8. El significado de $\Box$.

En el parágrafo 6 hemos visto de qué forma es posible definir la noción de $\Box A$ en términos del condicional contrafáctico *would* en la lógica de David Lewis y en términos del condicional derrotable en la lógica de Carlos Alchourrón, (fórmulas (1) y (3) respectivamente). También hemos visto que para D. Lewis el operador modal $\Box$ puede significar distintos tipos de necesidad y que la necesidad lógica estándar (*outer necessity)*

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

no es expresable en su sistema VC, a menos que se imponga en su semántica que la unión de todas las esferas de accesibilidad ($U\$_i$) sea el conjunto de todos los mundos posibles. En otras palabras, si $U\$_i$ no es el conjunto de todos los mundos posibles, entonces $\Box$ no puede referirse a la necesidad lógica. Cabe preguntarse entonces qué tipo de necesidad está implícita en el operador contrafáctico *would,* el cual, pese a ser una constante primitiva en su sistema, se propone dar cuenta de aquellos contrafácticos que parecen aludir a algún tipo de necesidad entre antecedente y consecuente y de allí su simbolismo "$\Box\rightarrow$". D. Lewis propone una lectura para el operador $\Box$ que puede iluminar nuestro interrogante y que es la siguiente: *It would be the case, no matter what, that...*, cuya aproximada traducción al español sería: *Pase lo que pase, se va a dar el caso que...* D. Lewis argumenta a favor de esta lectura el hecho de que si $\Box$B es un enunciado verdadero en un mundo i, entonces el enunciado contrafáctico $A\Box\rightarrow B$ es verdadero en el mundo i para cualquier antecedente A. En otras palabras, $\Box$B significa que el enunciado B es verdadero en un mundo i cualquiera sea lo que pase en el mundo i. En suma, B es un hecho necesario y el operador $\Box$ parece referirse a una necesidad respecto de los hechos, o por más extraño que parezca a una "necesidad contingente". Estos comentarios filosóficos ayudan a comprender mejor algunas peculiaridades formales de los condicionales contrafácticos, como por ejemplo, la imposibilidad de definirlos a partir de un condicional estricto clásico, que el condicional estricto estándar $\Rightarrow$ definido como $\Box(A\rightarrow B)$ implique al contrafáctico $A\Box\rightarrow B$ y no a la inversa (ya que $A\Box\rightarrow B$ puede ser verdadero y $\Box(A\rightarrow B)$ ser falso) y que $\Box$A se lea como *Cualquiera sea lo que pase en el mundo i, el enunciado A será verdadero en i.*

C. Alchourrón también admite que el operador modal $\Box$ puede referirse a distintas clases de necesidad. Sin embargo, en su sistema se obtienen resultados que llevan a pensar que su sistema caracteriza a la necesidad lógica. En efecto, en DFT ya vimos que $(A>B)=_{def}\Box(fA\rightarrow B)$. Por teoremas de S5 sale también que es teorema en DFT la fórmula $(A>B)\leftrightarrow\Box(fA\rightarrow B)$ y también que es teorema la fórmula $(A>B)\rightarrow\Box(A>B)$, la cual parece expresar que un condicional derrotable nunca es contingente (cf.1994,§ 4), en contra de la idea intuitiva de que un condicional derrotable debería serlo. Sin embargo, afirma Alchourrón, los condicionales derrotables aluden a una "contingencia lógica" y por ello el significado del operador $\Box$ no corresponde a la necesidad lógica clásica y esta no es

Revista de Filosofía y Teoría Política, 2007 (38). ISSN 2314-2553.
Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Departamento de Filosofía

expresable en su sistema. En síntesis, el operador modal $\Box$ hace referencia a una "necesidad fáctica" según la cual el enunciado $\Box$A significa *A es verdadero en toda circunstancia respecto de la realidad actual y de un agente* α.

Sin embargo, y para terminar, deseamos llamar la atención sobre la analogía formal entre la definición de $\Box$A en VC y en DFT. En esta última, tal como es expresada en (3), la falsedad del antecedente implica derrotablemente una contradicción. Pero por (2) se obtiene:

$$\Box A =_{def} (f\neg A \Rightarrow \bot)$$

o sea que la negación de un enunciado A conjuntamente con sus condiciones contribuyentes implican estrictamente una contradicción. Pese a los intentos ya mostrados de Alchourrón por afirmar que $\Box$A sólo indica que A es lógicamente contingente, es difícil concebir la negación de qué otro tipo de enunciados fuera de los lógicamente verdaderos implicarían estrictamente una contradicción. Para evitar precisamente este resultado es que Alchourrón cambia, tal como lo acabamos de mostrar, el concepto de necesidad expresada por el operador modal $\Box$ y el cual induce ahora a pensar que un enunciado es necesario sólo cuando el enunciado A es verdadero en cualquier circunstancia del mundo actual respecto de cualquier agente α. Por otra parte, si quisiéramos adoptar esta definición como adecuada para la noción de necesidad lógica, deberíamos también alterar la definición de mundo posible y definir *mundo posible* como el conjunto de todas las circunstancias posibles de la realidad actual respecto de un agente determinado. Reconocemos que esta visión, si bien podría resultar adoptada sin inconveniente alguno por los lógicos contemporáneos como una de las interpretaciones admisibles para este concepto, resultaría seguramente rechazada por la gran mayoría de los filósofos, los cuales seguirían exigiendo de los lógicos una respuesta al viejo problema de la necesidad lógica y que estos hoy en día ya no consideran tal.

REFERENCIAS

- Alchourrón, C. (1994) "Defeasible Logics: Demarcation and Affinities", en G. Crocco and L. Fariñas del Cerro (comp.), *Conditionals and Artificial Intelligence*, Oxford University Press, Oxford.
- Alchourrón, C. (1996) "The Logic of Defeasible Conditionals", en *Studia logica*, 57, pp. 5-18.
- Bull, R. y Segerberg, K. (1984) "Basic Modal Logic", en *Handbook of Philosophical Logic*, Reidel Publish, Dordrecht.
- Carnap,R. (1947) *Meaning and Necessity*, University of Chicago Press, Chicago.
- Hintikka, J. (1963) *The Modes of Modalities*, Reidel, Dordrecht.
- Lewis, D. (1973) *Counterfactuals*, Oxford, Basil Blackwell.
- Mates, B. (1968) "Leibniz on Possible Worlds", en *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, North Holland Publishing Company, Amsterdam.
- Orayen, R. (1995) "Lógica Modal" en *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía*, vol. 7, Lógica, Ed. Trotta y Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.