



Ricardo Guerreiro Ramos

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

**Aplicação do Controlo Estatístico do
Processo numa Indústria de
Masterbatches de Aditivos**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia e
Gestão Industrial

Orientadora: Professora Doutora Ana Sofia Leonardo
Vilela de Matos, Professora Auxiliar, Faculdade de
ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Virgínia Helena Arimateia de Campos Machado
Arguente: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo
Vogais: Professora Doutora Ana Sofia Leonardo Vilela de Matos
Engenheiro Tiago Pinheiro Duarte Filipe



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2017

**Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de
Masterbatches de Aditivos**

Copyright © Ricardo Guerreiro Ramos, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

Deixo aqui os meus agradecimentos a quem contribuiu para a realização desta dissertação e em todo o meu percurso académico.

Em primeiro lugar agradeço à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e a todos os professores que me acompanharam durante esta fase da minha vida.

Agradeço em especial à minha orientadora, Professora Ana Sofia Matos, por toda a disponibilidade, atenção e auxílio prestado durante a realização desta dissertação.

Agradeço à INVENTIVE MATERIALS, e em especial ao Engenheiro Tiago Filipe pela oportunidade dada para a realização desta dissertação nas suas instalações. Agradeço ainda às Engenheiras Daniela Carvalho e Nádía Domingos pela disponibilidade e auxílio prestado durante todo o processo.

Agradeço acima de tudo aos meus pais por todo apoio e dedicação que me deram ao longo de toda a minha vida, e em especial nos momentos mais difíceis.

Por fim agradeço aos meus irmãos e a todos os meus amigos pela força que sempre me transmitiram, e pelo contributo que tiveram no meu desenvolvimento pessoal.

RESUMO

Atualmente a aplicação de métodos estatísticos apresenta-se como uma mais valia para a qualidade de qualquer produto ou serviço, auxiliando na identificação e redução da variabilidade dos mesmos, tornando-se deste modo numa ferramenta de suporte eficaz e relevante nas tomadas de decisão das organizações. Assim, de modo a adotar uma estratégia competitiva e diferencial, muitas são as empresas que recorrem ao Controlo Estatístico do Processo (SPC) para controlar e monitorizar as suas produções.

No presente trabalho desenvolve-se uma metodologia apoiada no estudo de diversas cartas de controlo estatístico tendo em conta as características dos dados disponíveis. Assim será feita uma primeira abordagem às cartas de controlo tradicionais, desenvolvidas por Shewhart, que necessitam de um vasto número de observações para que a sua aplicação seja válida. Em muitas indústrias não é possível ter acesso a um número tão extenso de observações, sendo necessário, para estes casos, a utilização de cartas de controlo estatístico para pequenas produções (*Short Run*). Dentro das cartas de controlo para pequenas produções será dada especial atenção às cartas baseadas na estatística Q de Quesenberry, tanto univariadas como multivariadas.

A metodologia descrita é aplicada numa indústria de produção de *masterbatches* de aditivos plásticos, tendo como objetivo o controlo estatístico do processo de três produtos, com intuito de melhorar a qualidade dos mesmos.

Palavras-chave: Controlo Estatístico do Processo, Controlo Multivariado do Processo, Cartas de Controlo, Cartas Q, Cartas MQ

ABSTRACT

Nowadays, the application of statistical methods presents itself as an added value to the quality of any product or service, helping in the identification and reduction of their variability, thus becoming an effective and relevant support tool in the decision-making of organizations. In order to adopt a competitive and differential strategy, many companies use Statistical Process Control (SPC) to control and monitor their production.

In the present work a methodology based on the study of several charts of statistical control is developed, considering the characteristics of the available data. Thus a first approach will be made to the traditional control charts, developed by Shewhart, which require a large number of observations in order to be valid. In many industries it is not possible to have such an extensive number of observations, and in these cases the use of short run statistical control charts is necessary. Within the control charts for small productions special attention will be given to the charts based on the Quesenberry Q statistic, both univariate and multivariate.

The methodology described is applied in an industry of masterbatch production of plastic additives, aiming the statistical control of the process of three products, to improve its quality.

Keywords: SPC (Statistical Process Control), MSPC (Multivariate Statistical Process Control), Control Charts, Q Charts, MQ Charts

ÍNDICE

1	Introdução.....	1
1.1	Enquadramento e Motivação	1
1.2	Objetivos.....	2
1.3	Metodologia	3
1.4	Estrutura da Dissertação	4
2	Controlo Estatístico do Processo	5
2.1	Conceito da Qualidade e Evolução Histórica.....	5
2.2	Controlo Estatístico Univariado do Processo (Abordagem Tradicional).....	9
2.2.1	Regras para Detecção das Causas Especiais.....	11
2.2.2	Procedimento	12
2.2.3	Número de Observações Fase 1	13
2.2.4	Tipos de Cartas de Controlo	15
2.2.4.1	Cartas de Controlo de Variáveis para a Fase 1	16
2.2.4.2	Cartas de Controlo da Média e da Amplitude	16
2.2.4.3	Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão.....	18
2.2.4.4	Cartas de Controlo da Média e da Variância	19
2.2.4.5	Cartas de Controlo da Mediana e da Amplitude	20
2.2.4.6	Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel	21
2.2.5	Fase 2 do Controlo Estatístico do Processo	23
2.3	Condições de Aplicação.....	23
2.3.1	Aleatoriedade dos Dados	24
2.3.2	Normalidade dos Dados	24
2.3.3	Independência dos Dados.....	24
2.4	Capacidade do Processo	25
2.4.1	Índices de Capacidade do Processo para Dados Normalmente Distribuídos.	25
3	Controlo Estatístico do Processo de “Pequenas Produções” – <i>Short Run</i>	29
3.1	Cartas de Controlo Univariadas	30
3.1.1	Cartas de Controlo das Diferenças – Cartas D.....	30
3.1.1.1	Cartas de Controlo da Média e da amplitude.....	31
3.1.1.2	Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão.....	32

3.1.1.3	Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel	32
3.1.2	Cartas de Controlo Z e W	33
3.1.2.1	Cartas de Controlo da Média e da Amplitude	34
3.1.2.2	Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão	35
3.1.2.3	Cartas de Controlo das Observações Individuais e da Amplitude Móvel	36
3.1.3	Cartas de Controlo Q	37
3.1.3.1	Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis	38
3.1.3.2	Cartas Q para a Média e Variância	40
3.1.3.3	Capacidade do Processo	42
3.2	Cartas de Controlo Multivariadas	44
3.2.1	Carta MQ_x	45
3.2.2	Carta MQ_x	46
4	Caracterização de Empresa	49
4.1	Extrusão de Polímeros	49
4.1.1	Fornecimento de Matérias Primas	51
4.1.2	Mistura de Matérias Primas	52
4.2	INVENTIVE MATERIALS	53
4.3	Processo Produtivo	54
4.4	Controlo da Qualidade	55
5	Caso de Estudo	57
5.1	Preparação das Fórmulas	57
5.1.1	Produtos em Estudo	57
5.1.2	Recolha de Dados	58
5.1.3	Seleção das Cartas de Controlo a Utilizar	58
5.2	Construção das Cartas de Controlo e Análise dos resultados	59
5.2.1	Cartas de Controlo Q(X), Q(MR) e W(MR)	60
5.2.2	Cartas de Controlo MQ_x (Estudo Multivariado)	69
6	Conclusões e Sugestões	73
6.1	Conclusões Gerais	73
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	75
	Referências	77

Anexos..... 79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de uma Carta de Controlo	10
Figura 2.2 - Regras para a deteção de causas especiais segundo a norma ISO 7870-2:2013.	12
Figura 4.1 - Esquema Representativo das Fases do Processo de Extrusão	50
Figura 4.2 – Esquema exemplo de uma extrusora com duas zonas de alimentação	51
Figura 4.3 - Esquema Representativo do Processo Produtivo de Masterbatches de Aditivos...	55
Figura 5.1 - Produtos e características em estudo	57
Figura 5.2 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X ₁ , Lote 1	60
Figura 5.3 - Carta W(MR) Produto A, Característica X ₁ , Lote 1.....	60
Figura 5.4 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X ₁ , Lote 2	61
Figura 5.5 - Carta W(MR) Produto A, Característica X ₁ , Lote 2.....	61
Figura 5.6 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X ₂ , Lote 1	62
Figura 5.7 - Carta Q(MR) Produto A, Característica X ₂ , Lote 1	62
Figura 5.8 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X ₂ , Lote 2	63
Figura 5.9 - Carta Q(MR) Produto A, Característica X ₂ , Lote 2	63
Figura 5.10 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X ₁ , Lote 1	64
Figura 5.11 - Carta W(MR) Produto B, Característica X ₁ , Lote 1	64
Figura 5.12 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X ₁ , Lote 2	65
Figura 5.13 - Carta W(MR) Produto B, Característica X ₁ , Lote 2	65
Figura 5.14 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X ₂ , Lote 1	66
Figura 5.15 - Q(MR) Produto B, Característica X ₂ , Lote 1	66
Figura 5.16 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X ₂ , Lote 2	67
Figura 5.17 - Carta Q(MR) Produto B, Característica X ₂ , Lote 2	67
Figura 5.18 - Carta Q(Xr) Produto C, Característica X ₂ , Lote 1	68
Figura 5.19 -- Carta Q(MR) Produto C, Característica X ₂ , Lote 1.....	68
Figura 5.20 -- Carta Q(Xr) Produto C, Característica X ₂ , Lote 2.....	69
Figura 5.21 -- Carta Q(MR) Produto C, Característica X ₂ , Lote 2.....	69
Figura 5.22 - Carta MQ(X) Produto A, Lote 1	70
Figura 5.23 - Carta MQ(X) Produto A, Lote 2	70
Figura 5.24 - Carta MQ(X) Produto B, Lote 1	71
Figura 5.25 - Carta MQ(X) Produto B, Lote 2	71

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Regras da norma ISO 7870-2:2013 para a deteção de causas especiais	12
Tabela 2.2 - Tipos de Cartas de Controlo Tradicionais.....	15
Tabela 2.3 - Valores da constante \bar{A}_2	21
Tabela 2.4 - Limites de Controlo das Cartas de Shewhart para a Fase 2	23
Tabela 3.1 - Cartas de Controlo para Pequenas Produções	30
Tabela 5.1 – Dados de produção dos Lotes dos produtos em estudo	58
Tabela 5.2 - Limites de especificação das características de cada produto.....	59

Lista de Siglas

ARL	<i>Average Run Length</i>
$ARL_{Em\ Controlo}$	ARL quando o processo está sob controlo estatístico
$ARL_{Fora\ de\ Controlo}$	ARL quando o processo não se encontra sob controlo estatístico
CUSUM	Somas Acumuladas
CUSUMQ	Somas Acumuladas para um número restrito de dados
EWMA	Média Móvel Exponencialmente Amortecida
EWMAQ	Média Móvel Exponencialmente Amortecida para um número restrito de dados
FAC	Função de Auto-Correlação
FACP	Função de Auto-Correlação Parcial
ISO	<i>“International Organization for Standardization”</i>
K-S	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>
LC	Limite Central
LIC	Limite Inferior de Controlo
LIE	Limite Inferior de Especificação
LSC	Limite Superior de Controlo
LSE	Limite Superior de Especificação
MR	<i>Moving Range</i>
SGQ	Sistema de Gestão de Qualidade
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
TQM	<i>Total Quality Management</i>

Lista de Símbolos

$C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}$	Índices de capacidade
F_{v_1, v_2}	Função de distribuição de Fischer com v_1 e v_2 graus de liberdade
G_v	Função de distribuição <i>t-student</i> com v graus de liberdade
m	Número de amostras ou observações individuais
n	Dimensão da amostra
N	Número total de dados ($n \times m$)
MR	Amplitude móvel
\overline{MR}	Média das amplitudes móveis
\overline{MR}_r	Média das amplitudes móveis no instante r
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal de média μ e variância σ^2
Q_l, Q_s	Índices de capacidade para cartas de controlo <i>Short Run</i>
R_i	Amplitude da amostra i
\bar{R}	Amplitude média
S_i	Desvio padrão da amostra i
\bar{S}	Desvio padrão médio
\bar{S}_r	Desvio padrão médio no instante r
X_i	Característica da qualidade i
\bar{X}_i	Média da amostra i
\bar{X}	Média global
$\bar{\bar{X}}_j$	Média das médias das amostras da característica da qualidade j
$\bar{\bar{X}}_R$	Média global no instante r
\tilde{X}_i	Mediana da amostra i
$\tilde{\bar{X}}$	Mediana média
Z	Variável reduzida
α	Nível de significância, risco do produtor ou probabilidade de erro do tipo I

β	Risco do consumidor ou probabilidade de erro do tipo II
χ^2	Estatística do Qui-Quadrado
ϕ	Função distribuição Normal
ϕ^{-1}	Inverso da função distribuição Normal
μ	Média do processo
σ	Desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo

1 Introdução

1.1 Enquadramento e Motivação

Nos dias de hoje os materiais plásticos encontram-se em abundância em praticamente todas as áreas do nosso cotidiano, apresentando diversas formas e cores para as mais diversas aplicações. Apresentando, assim, a indústria plástica uma determinante importância nas nossas vidas, requerendo uma elevada eficiência do seu sector produtivo.

Desde o início da indústria do plástico que é conhecida a necessidade de utilizar aditivos com o intuito de conferir propriedades que facilitem o processamento de uma resina polimérica base, bem como atribuir ou melhorar determinadas propriedades desejadas, ou anular propriedades indesejadas.

Os aditivos mais usados para polímeros são as cargas, plastificantes, antioxidantes, corantes, retardadores de chama, lubrificantes, modificadores de impacto e agentes de expansão. Outros aditivos também utilizados são os abrasivos, catalisadores, ativadores, aceleradores e biocidas.

Desta necessidade surge uma indústria dedicada à produção e desenvolvimento de aditivos usados na indústria do plástico. Esta Indústria apresenta, ainda hoje, um forte crescimento devido à necessidade, nas últimas décadas, de substituir os materiais tradicionais como a madeira, o vidro, o metal, o papel, ou as fibras naturais por materiais poliméricos nas mais variadas indústrias, como por exemplo, de componentes automóveis, aeroespacial e cosmética. Esta necessidade deve-se, não só às diversas propriedades físicas e químicas desejadas em cada aplicação, mas também devido ao baixo custo de produção, segurança e baixo impacto ambiental da sua utilização.

Inserida num mercado global e cada vez mais competitivo é imperativo que esta indústria reveja constantemente as suas estratégias de produção, com objetivo de aumentar a sua eficácia e eficiência, com o intuito de se evidenciar em relação à concorrência.

Torna-se assim indispensável a adoção de medidas e métodos que potenciem e garantam as características dos produtos finais a custos reduzidos. A utilização de ferramentas estatísticas surge assim como uma ciência que pode proporcionar um excelente auxílio no que concerne à obtenção de um produto final com a qualidade desejável.

Mais concretamente o Controlo Estatístico de Processos torna-se numa das ferramentas essenciais para o estudo de fatores que têm uma influência na produção para garantir a qualidade do produto final. No início do século XX Walter Shewhart desenvolveu as cartas de controlo estatístico. Através da aplicação destas cartas é possível, numa primeira fase, verificar a estabilidade do processo, a estimação dos seus parâmetros, e verificar se o processo é capaz de produzir consoante as especificações exigidas. Numa segunda fase é possível monitorizar o processo identificando, em tempo real, os possíveis desvios ocorridos em determinadas características dos produtos.

A aplicação das cartas de controlo de Shewhart requerem um elevado número de dados das características a controlar para que as falhas identificadas na sua análise reflitam as falhas reais do processo. Em produções de grande escala esta situação não se revela um problema pois existe, em regra geral, um enorme número de dados para estudo. Em indústrias que produzem uma grande variedade de produtos e em menor quantidade muitas vezes não é possível ter acesso a esse vasto número de dados. Para estes casos são utilizadas cartas de controlo alternativas que permitem o controlo estatístico do processo sempre que as produções são pequenas (*Short Run*).

1.2 Objetivos

O principal objetivo desta dissertação consiste no desenvolvimento de uma metodologia baseada no controlo estatístico do processo com o intuito de monitorizar diversas características da qualidade de um conjunto de produtos pré-estabelecidos da empresa INVENTIVE MATERIALS.

Ao longo da dissertação serão abordadas diferentes temáticas, no que ao controlo estatístico do processo diz respeito, tendo em conta as características do processo e dos produtos.

Numa primeira fase será feita uma descrição bibliográfica onde serão descritas as cartas de controlo estatístico tradicionais univariadas (cartas de Shewhart) e as cartas de controlo estatístico para as pequenas produções (*Short Run*).

Em seguida serão identificadas as cartas de controlo que mais se aplicam ao controlo do processo produtivo da INVENTIVE MATERIALS.

O controlo estatístico será aplicado a três produtos, em que em dois deles serão aplicadas cartas de controlo para pequenas produções univariadas e multivariadas. No outro produto apenas serão aplicadas as cartas univariadas visto apenas existir uma característica em estudo.

Por fim serão identificadas as causas especiais de variação e avaliadas a capacidade dos processos com o objetivo de implementar medidas de melhoria, de forma a aumentar a eficiência dos mesmos

1.3 Metodologia

Para a realização do caso de estudo desta dissertação foi seguido um procedimento dividido em cinco fases.

- 1ª Fase: Estado do conhecimento

Para iniciar o desenvolvimento do caso de estudo, é necessária, em primeiro lugar, uma recolha de informação de estudos desenvolvidos até à presente data sobre o temática do *SPC*.

- 2ª Fase: Seleção dos dados

Adquirido o conhecimento científico sobre a temática do *SPC* é necessário selecionar os dados que irão ser alvo de estudo. Visto não ser possível uma recolha de dados atual, serão utilizados dados referentes a produções anteriores da *INVENTIVE MATERIALS*. Nesta fase serão definidos os produtos e suas características a serem alvo de estudo.

- 3ª Fase: Seleção das Cartas de Controlo

Depois de selecionados os produtos em estudo serão selecionadas as cartas de controlo que mais se adequam aos dados e às características da Qualidade alvo de estudo. Será feita uma análise Univariada e Multivariada.

- 4ª Fase: Verificação da Estabilidade dos Processos

Selecionadas as cartas de controlo a utilizar, estas serão construídas e analisadas de modo a verificar a estabilidade e capacidade dos processos em estudo.

- 5ª Fase: Conclusões

Analisadas as cartas de controlo para os diferentes produtos serão apresentadas as conclusões do estudo e algumas sugestões que o autor acredita serem pertinentes no sentido da melhoria do processo, de forma a torna-lo mais eficiente.

1.4 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação estará dividida em sete capítulos.

No Capítulo 1 representa a introdução da dissertação. Neste capítulo são apresentados o enquadramento e a motivação do tema e definidos os objetivos da dissertação. Será ainda apresentada a estrutura da mesma.

No Capítulo 2, Controlo Estatístico do Processo, será feita inicialmente uma contextualização do tema Qualidade e a sua evolução histórica. Em seguida será abordado o controlo estatístico do processo (SPC) onde serão descritas as cartas de controlo tradicionais univariadas para variáveis. Serão descritas as duas fases correspondentes ao controlo do processo onde serão descritas as condições para a sua implementação.

No Capítulo 3, Controlo Estatístico do Processo de “Pequenas Produções, refere-se à apresentação das metodologias utilizadas para o controlo estatístico das pequenas produções. Serão descritas as cartas das diferenças, as cartas Z e W, e as cartas Q. Neste capítulo será ainda abordado o controlo estatístico multivariado para as variáveis Q.

No Capítulo 4, Caracterização da Empresa, será, primeiramente, feita uma breve abordagem ao processo de extrusão de polímeros, onde será descrito o processo e as condicionantes associadas ao mesmo. Posteriormente será caracterizada a empresa quanto à sua estrutura ao processo produtivo utilizado, e ao controlo de qualidade existente.

No Capítulo 6, Caso de Estudo, serão apresentados os produtos e características em estudo e aplicado o controlo estatístico do processo descrito no Capítulo 3.

No Capítulo 7, Conclusões e Sugestões, são apresentadas as conclusões finais, em relação à análise efetuada no Capítulo 6, e apresentadas sugestões para trabalhos de futuros.

2 Controlo Estatístico do Processo

2.1 Conceito da Qualidade e Evolução Histórica

A Qualidade é um conceito que esteve desde sempre associado à vida humana, estando nos dias de hoje presente em todos os produtos e serviços, tendo seu estudo despertado o interesse de vários autores, conduzindo a uma evolução histórica deste conceito.

Nos primórdios da civilização o principal objetivo era produzir os melhores produtos de forma a executar tarefas específicas, através da escolha dos melhores materiais nas formas e tamanhos adequados. Estes eram os primeiros indícios de conceitos associados ao controlo de qualidade como a metrologia, a normalização e o controlo de qualidade. Surgiram nesta altura as primeiras relações entre quem produzia e quem consumia, tendo o artesão, um papel central neste processo, pois era este que identificava as necessidades dos consumidores, e tinha o objetivo de as suprimir. O artesão executava todas as tarefas ligadas à atividade produtiva, como é hoje conhecida. Era o artesão que concebia e produzia o produto, inspecionando-o, para que posteriormente o pudesse vender. A necessidade de viver em comunidade levou ao crescimento dos aglomerados populacionais, aumentando significativamente a procura dos produtos, surgindo deste modo as primeiras oficinas de artesãos. Estas oficinas eram lideradas por um mestre, que era responsável por delegar tarefas aos seus ajudantes, que por sua vez monitorizavam o trabalho efetuado pelos seus aprendizes. Neste sistema artesanal o cliente era o responsável pela inspeção do material depois da sua compra, verificando se este estava conforme, um sistema semelhante ao existente nos mercados tradicionais dos dias de hoje (Pereira e Requeijo, 2012).

Com a Revolução Industrial do século XVIII e a conseqüente produção em massa dos produtos no século XIX surgem alterações no modo como se quantificava a qualidade dos produtos, pois não era viável o ajuste dos mesmos, sendo necessário que as especificações estivessem dentro de um intervalo de modo a não serem necessários ajustes. O produto era considerado de qualidade se as suas características estivessem dentro da tolerância previamente definida. A garantia de Qualidade dos produtos era centrada na inspeção dos produtos à saída do processo. Era considerado mais económico intervir nesta fase do que na fase do processo para evitar defeitos, devido à sua complexidade (Mast, 2008).

As falhas ocorridas nos equipamentos militares usados na 1ª Guerra Mundial, deram origem a estudos com o objetivo de identificar as respetivas causas. Um dos problemas identificados foi o incumprimento das especificações dos produtos, evidenciando, ainda mais, a necessidade da inspeção dos produtos. Isto levou ao aparecimento de gigantescos departamentos de inspeção das unidades fabris (Pereira e Requeijo, 2012).

Entre as duas Grandes Guerras surgem novas técnicas estatísticas para avaliar a Qualidade dos produtos por amostragem e controlar a Qualidade durante a produção. Em 1924 Walter A. Shewhart (1891-1967) desenvolveu uma ferramenta fácil de usar, as cartas de controlo, onde diferenciava causas comuns de causas especiais, estas cartas possibilitavam a monitorização dos processos de modo a geri-los de forma mais económica (Pereira e Requeijo, 2012).

Na mesma época com a evolução dos sistemas produtivos e da concorrência entre indústrias, a inspeção da totalidade dos produtos torna-se muito dispendiosa, pois consumia muito tempo. Surge inspeção baseada em amostras, revelando-se necessária, mas arriscada, podendo levar a erros otimistas ou pessimistas em relação a um lote. É então necessário encontrar um equilíbrio entre o tamanho da amostra, o risco do produtor e o risco do consumidor. Em 1930, Harold Dodge, desenvolve esquemas standard para a inspeção de amostragens e publica tabelas onde relaciona a dimensão da amostra com o risco (Mast, 2008).

Durante a 2ª Guerra Mundial com a necessidade de garantir a fiabilidade dos equipamentos adotam-se novas medidas ao nível da gestão de produção, tais como a normalização, especificações técnicas dos equipamentos, gestão de encomendas e alterações ao processo com o intuito de aumentar a produtividade. Foram vários os sectores industriais que adotaram estas práticas, tais como o naval, militar e automóvel. No entanto, à semelhança do que acontecia anteriormente, a Qualidade resumia-se praticamente à inspeção, embora algumas empresas começassem a utilizar com mais frequência as cartas de controlo (Pereira e Requeijo, 2012).

A Guerra levava assim a uma maior aceitação das indústrias produtivas à implementação de novas técnicas relativas ao controlo estatístico. Os acontecimentos ocorridos em guerras anteriores tinham deixado bem evidente a necessidade da utilização de técnicas estatísticas para controlar e melhorar a qualidade dos produtos. Em 1946 é fundada a *American Society for Quality Control*. Esta organização promove o uso de diversas técnicas de melhoria de qualidade para diferentes produtos e serviços, através da realização de conferências, publicações técnicas e workshops em Qualidade (Montgomery, 2013).

Na década de 50 as indústrias começam, pela primeira vez, a dar importância ao desempenho do produto ao longo do tempo, o que leva ao aparecimento de vários estudos que utilizavam métodos estatísticos no planeamento, análise e melhoria da fiabilidade de componentes e sistemas. Surgem em diversas empresas Departamentos de Controlo de Qualidade. Estes departamentos eram responsáveis pela análise dos dados recolhidos pós-produção, aplicação de métodos estatísticos e realização de auditorias com o objetivo de responder à complexidade dos produtos e processos produtivos (Pereira e Requeijo, 2012).

Feigenbaum A. V. (1981) introduz nos Estados Unidos um novo conceito, o conceito de Qualidade Total, definido como um sistema de gestão capaz de agregar várias equipas de uma

organização, com o objetivo de fornecer um produto ou serviço ao cliente, satisfazendo as suas exigências, ao menor custo possível. Segundo Pereira e Requeijo (2012) para garantir o sucesso da implementação deste conceito era muito importante ter em conta os seguintes fatores críticos:

- Envolvimento e responsabilidade da gestão de topo;
- Prioridade dada à Qualidade face à Quantidade;
- Orientação para o cliente, cujas exigências começaram a assumir o primeiro lugar na lista de preocupações na empresa;
- Aplicação do princípio “fazer-bem-à-primeira” que reforçou a importância de conceber e desenvolver adequadamente os produtos e de prevenir a ocorrência de defeitos em detrimento da sua deteção no produto final;
- Formação intensiva em técnicas e métodos da Qualidade extensível a todos os níveis hierárquicos;
- Criação dos Círculos da Qualidade, reconhecidos e apoiados pela gestão de topo, com o objetivo de aumentar a qualidade e a produtividade.

De referir que estes conceitos defendidos por Feigenbaum só mais tarde viriam a refletir-se no Ocidente.

Igualmente nos anos 50 são utilizados os desenhos de experiências, na indústria química americana, com o objetivo de melhorar os processos e os produtos. Estas inovações muito se deveram aos estudos publicados, muito focados na indústria química, por George E. P. Box e K. B. Wilson sobre o uso de desenhos de experiências e análise de superfícies de resposta para otimização de processos. Estes métodos foram amplamente explorados nesta indústria e são considerados uma das principais razões pela qual a indústria química americana é uma das mais competitivas a nível mundial. No entanto a proliferação destes métodos fora da indústria química foi relativamente lenta até ao final da década de 70, altura em que as indústrias americanas tiveram conhecimento da utilização dos desenhos de experiências por parte das empresas japonesas desde o início da década de 60 na melhoria e desenvolvimento de processos. Esta descoberta levou a um maior interesse por parte da indústria americana em relação à utilização dos desenhos de experiências, existindo a partir desta época um esforço intensivo por parte da indústria americana para a introdução desta metodologia no desenvolvimento das organizações, bem como no investimento em estudos académicos nesta área. É no início da década de 80 que os trabalhos de Taguchi sobre desenhos de experiências aparecem pela primeira vez nos Estados Unidos (Montgomery, 2013).

É importante realçar que no início dos anos 80 houve um crescimento profundo no uso de métodos estatísticos para a qualidade levando a uma melhoria geral dos negócios nos Estados Unidos. A adoção e o uso de métodos estatísticos desempenharam um papel fundamental no reaparecimento da indústria norte-americana. Surgiram igualmente diversos sistemas de gestão também como estruturas para implementar melhorias de qualidade (Montgomery, 2013).

Nesta fase, face à crescente globalização e às exigências dos consumidores, as empresas tinham de se adaptar, tornando-se mais flexíveis para satisfazer de forma eficaz as necessidades dos clientes. Deste modo, para alcançarem a Excelência, as empresas de diversos países começaram a adotar a Gestão pela Qualidade Total (TQM, *Total Quality Management*), que consistia numa filosofia de gestão envolvendo toda a organização, visando corresponder e, se possível, exceder as expectativas dos clientes (Pereira e Requeijo, 2012).

Ao longo do século XX foram desenvolvidas as designadas catorze ferramentas da Qualidade (Fluxogramas, Folhas de Registo e Verificação, Diagramas de Pareto, Diagramas de Causa-e-Efeito, Histogramas, Diagramas de Dispersão, Cartas de Controlo, Diagramas de Afinidades, Diagramas de Relações, Diagramas em Árvore, Diagramas Matriciais, Matrizes de Prioridades, Gráficos de Decisão do Processo e Diagramas de Atividades) que se verificaram muitos úteis para a resolução dos mais diversos problemas, permitindo assim uma melhoria contínua da Qualidade. Os métodos estatísticos, como o Desenho de Experiências, Métodos de Taguchi e o Controlo Estatístico do Processo, tiveram igualmente um papel muito importante nesta melhoria contínua (Pereira e Requeijo, 2012).

Apesar de todos estes desenvolvimentos ao longo do século XX, apenas em 1987, a *International Organization for Standardization* (ISO) publica as primeiras normas de referência sobre Sistemas de Gestão da Qualidade, as normas da série ISO 9000 (Montgomery, 2013). Estas normas foram atualizadas pela última vez em 2015 e assentam segundo Pereira e Requeijo (2012) em oito princípios:

- Focalização no cliente;
- Liderança;
- Envolvimento das pessoas;
- Abordagem por processos;
- Abordagem da gestão como um sistema;
- Melhoria contínua;
- Abordagem à tomada de decisão baseada em factos;
- Relações mutuamente benéficas com fornecedores.

Como consequência de todos estes autores e acontecimentos registados, a Qualidade tem nos dias de hoje uma extrema importância em qualquer organização pois permite o aumento da produtividade, a redução dos custos globais, aumentando assim a eficiência e eficácia das empresas, de forma a satisfazer as necessidades dos clientes.

2.2 Controlo Estatístico Univariado do Processo (Abordagem Tradicional)

O Controlo Estatístico do Processo, também conhecido por SPC (*Statistical Process Control*) é uma ferramenta que tem como objetivo a melhoria da qualidade dos produtos e serviços e a redução dos custos associados à sua produção, reduzindo a variabilidade do processo, através de uma análise e monitorização do mesmo, a partir da construção de cartas de controlo. Este estudo pode ser realizado através de métodos univariados, caso o controlo estatístico seja referente a cada característica individualmente ou multivariados se forem controladas várias características simultaneamente.

O SPC surgiu em 1931 por intermédio de Walter Shewart. O SPC revelou-se uma poderosa ferramenta no controlo dos processos, tendo despertado à posteriori o interesse de diversos autores, tais como Juran (1999), Quensenberry (1997), Montgomery (2013) e Pereira & Requeijo (2012).

O SPC é um poderoso conjunto ferramentas de resolução de problemas para alcançar a estabilidade de um processo e melhorar a sua capacidade através da diminuição da variabilidade (Montgomery, 2013).

Esta variabilidade deve-se a diversas fontes variação que, segundo Pereira & Requeijo (2012), estão por norma agrupadas em seis categorias gerais: equipamento, matéria-prima, mão-de-obra, meio ambiente, métodos e metrologia. Estas fontes de variação podem provocar alterações no produto a curto ou longo prazo. Para uma gestão adequada do processo e numa perspetiva de melhoria contínua é capital identificar estas causas de variação, diferenciando claramente as causas comuns e causas especiais. Um processo diz-se fora de controlo estatístico quando apresenta causas especiais, que provocam, de um modo geral, maiores variações que as causas comuns. A redução das causas das causas comuns envolve, normalmente, alterações ao nível do processo (como por exemplo novos equipamentos, novos fornecedores, entre outros), sendo necessária a intervenção dos altos cargos de gestão. Analogamente a deteção e remoção das causas especiais é bem mais simples, sendo feita por operacionais ligados diretamente ao processo. As Cartas de Controlo permitem-nos identificar as causas especiais assumindo um papel muito importante na conformidade do material e consequente redução de custos.

Baseado em princípios fundamentais sólidos, de fácil aplicação, e fazendo uso das chamadas sete magnificas ferramentas da qualidade (Histogramas, Folhas de Registo e Verificação, Diagramas Causa e Efeito, Fluxogramas, Gráficos de Dispersão, Diagramas de Pareto e Cartas de Controlo), o SPC pode ser aplicado a qualquer processo provocando, por norma, um impacto

significativo. As Cartas de Controle, criadas por Shewhart, são provavelmente a mais importante destas ferramentas (Montgomery, 2013).

Uma carta de controle é composta por um gráfico com duas linhas limites, limite inferior de controle (*LIC*) e limite superior de controle (*LSC*) e pela linha central (*LC*). O gráfico representa a evolução ao longo do tempo de uma estatística (ω) referente a uma determinada característica da qualidade.

Num processo sob controle estatístico o padrão da estatística ω deve ser perfeitamente aleatório e estar compreendido entre os limites de controle. Na Figura 2.1 encontra exemplificada uma carta de controle.

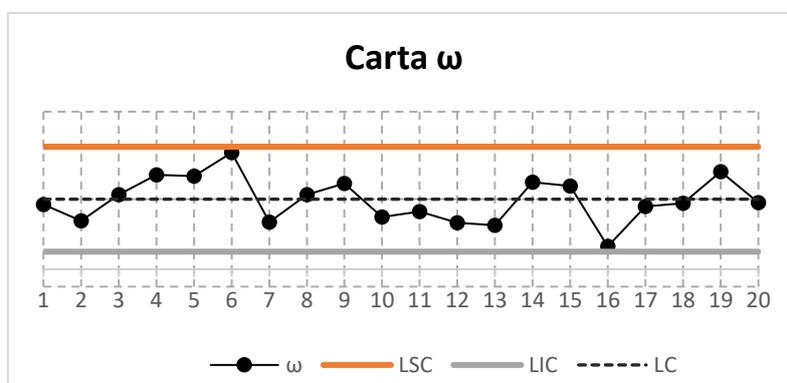


Figura 2.1 - Exemplo de uma Carta de Controle

Os limites de controle definidos por Shewhart (1931), são definidos pelas equações (2.1), em que a estatística ω é Normalmente distribuída, com média μ_ω e desvio padrão σ_ω .

$$\begin{aligned}
 LSC &= \mu_\omega + 3\sigma_\omega \\
 LC &= \mu_\omega \\
 LIC &= \mu_\omega - 3\sigma_\omega
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Verifica-se que os limites de controle estão a $\pm 3\sigma_\omega$ da linha central, ou seja, existe uma probabilidade 99,73% de um ponto se encontrar dentro dos limites de controle, e consequentemente uma probabilidade α de 0,27% de encontrar um ponto fora dos mesmos. Esta probabilidade α , designa-se por risco do produtor, ou risco do erro tipo I. A este risco está associada à probabilidade de se considerar que um processo está fora de controle, quando na verdade está dentro de controle. O risco do erro tipo II, risco do consumidor, está associado à probabilidade β , de um processo estar fora de controle, considerando-se que está sob controle estatístico.

Para α igual a 0,27%, pode-se afirmar, que de 370 em 370 instantes ocorre, em média, um falso alarme. Este valor é designado por *ARL* (*Average Run Length*) que tem sido a medida de desempenho mais utilizada para avaliar o desempenho de uma carta de controlo. Segundo Montgomery (2013) o *ARL* é essencialmente o número médio de pontos representados até um ponto indicar uma situação fora de controlo. Assim se o processo estiver sob controlo é desejável que o valor de $ARL_{Em\ Controlo}$ seja o maior possível, minimizando os falsos alarmes. Por outro lado, caso o processo se encontre fora de controlo estatístico, o $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ deve tomar o menor valor possível, de modo a detetar mais rapidamente uma alteração do parâmetro do processo.

Os valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ e $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ são obtidos através das expressões (2.2) e (2.3) respetivamente.

$$ARL_{Em\ Controlo} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.2)$$

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.3)$$

2.2.1 Regras para Detecção das Causas Especiais

Num processo sob controlo estatístico distribuição dos pontos na carta de controlo deve seguir um padrão perfeitamente aleatório. Caso exista um ponto fora dos limites de controlo, ou se denote que o gráfico assume, de forma sistemática, um comportamento não aleatório, isto evidencia a existência uma causa especial de variação.

Em 1958 é publicado o *Western Electric SQC Handbook*, onde são definidas oito regras para a deteção de causas especiais de variação. As várias regras têm sido publicadas ao longo dos anos, mas não apresentam diferenças entre si. Neste estudo serão apresentadas na Tabela 2.1 as regras presentes na norma ISO 7870-2:2013. Para aplicar estas regras é necessário dividir o intervalo entre os limites de controlo, $LC \pm 3\sigma_\omega$ em seis zonas iguais. Estas zonas, A, B, C, estão espaçadas entre si de $1\sigma_\omega$ e são simétricas em relação à linha central. Na Figura 2.2 é possível observar a disposição destas.

Tabela 2.1 - Regras da norma ISO 7870-2:2013 para a detecção de causas especiais

Regra	Descrição
1	Um qualquer ponto dos limites de controlo
2	Nove pontos consecutivos do mesmo lado da linha central
3	Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente
4	Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
5	Dois de três pontos consecutivos na zona A do mesmo lado da linha central
6	Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A do mesmo lado da linha central
7	Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central
8	Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C

Para uma melhor interpretação das regras, na Figura 2.2 estão exemplificados os padrões descritos.

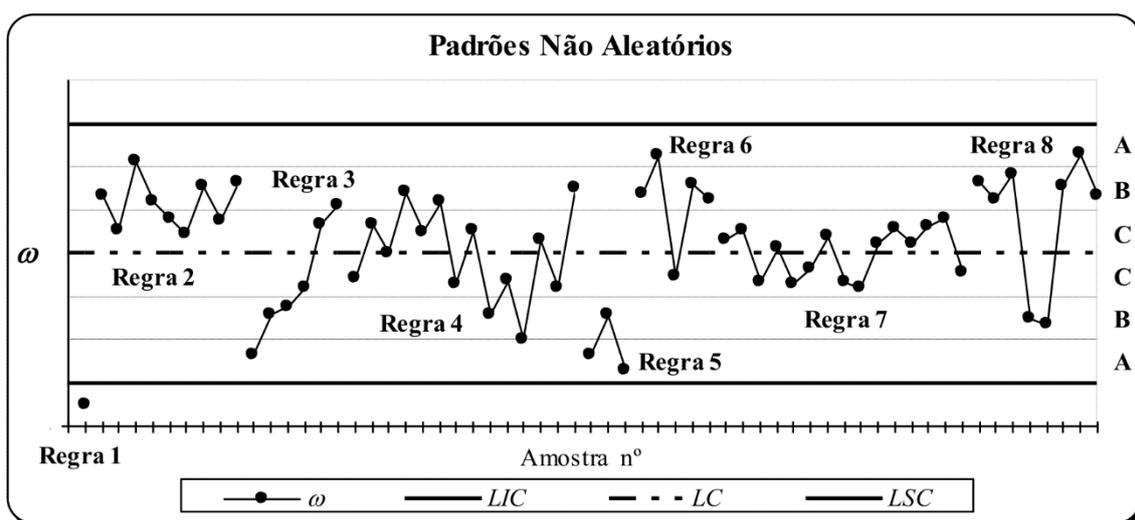


Figura 2.2 - Regras para a detecção de causas especiais segundo a norma ISO 7870-2:2013

2.2.2 Procedimento

Para Quesenberry (1997) e Pereira & Requeijo (2012) a implementação processo de controlo estatístico deve ser dividido em duas fases, Fase 1 e Fase 2.

Na Fase 1 o objetivo passa, em primeiro lugar, pela verificação da estabilidade do processo em estudo. Em segundo lugar, com o processo estabilizado, estimam-se os valores dos parâmetros do processo, média e desvio padrão. Estimados os parâmetros do processo é então possível determinar a capacidade do mesmo, ou seja, se o processo está habilitado a produzir consistentemente dentro das especificações.

Pereira & Requeijo (2012) considera que para esta fase devem-se ser respeitadas as seguintes etapas:

1. Selecionar a característica da qualidade;
2. Desenvolver um plano de controlo em que conste a dimensão da amostra, a frequência de amostragem, o equipamento de medição e o método de medição
3. Selecionar o tipo de carta em função da estatística amostral a monitorar.
4. Recolher m amostras de dimensão n durante um determinado período de tempo, num total de N unidades, por forma a que $N \geq 100$.
5. Calcular a estatística a controlar para cada uma das m amostras.
6. Determinar os limites de controlo e a linha central, tendo em conta as estatísticas calculadas a partir das m amostras.
7. Verificar a existência de causas especiais de variação.
8. Eliminar os pontos correspondentes às causas especiais de variação
9. Determinar os limites revistos e a linha central.
10. Construir a carta de controlo revista
11. Verificar se o processo apresenta unicamente causas comuns de variação.

Em caso de existirem muitos pontos fora de controlo estatístico, devem ser identificadas as causas que levaram a esta ocorrência, de modo a corrigi-las ou elimina-las, para posteriormente recolher novos dados, e recomeçar o processo de controlo estatístico.

Na Fase 2, depois de escolhida a carta e definidos os parâmetros, passa-se a monitorização do processo, que segundo Pereira & Requeijo deve respeitar o seguinte procedimento:

1. Representar no gráfico os limites de controlos definidos na Fase 1 (LIC, LC e LSC).
2. Recolher a amostra i , determinar a estatística ω_i e representar o valor no gráfico.
3. Verificar se esse valor corresponde a uma causa especial de variação.
4. Caso se detete uma situação de fora de controlo, identificar a causa e implementar ações corretivas.
5. Recolher a amostra $i + 1$, calcular ω_{i+1} , representado no gráfico o valor.
6. Repetir sequencialmente de acordo com os pontos 3, 4 e 5.

2.2.3 Número de Observações Fase 1

Para a implementação da Fase 1 do controlo estatístico do processo do processo, Pereira & Requeijo (2012) recomenda a utilização de, pelo menos, 25 a 30 amostras com dimensão de 4 ou 5 unidades, perfazendo número total mínimo de 100 observações individuais.

Por não concordar que este número de observações fosse suficiente para uma boa estimativa dos limites de controlo, Quesenberry (1997) desenvolveu a seguinte expressão (2.4) que

estabelece uma relação entre o número de amostras, m , e a dimensão da amostra, n , para garantir uma boa estimativa. Assim, o número mínimo de dados a recolher para a implementação da Fase 1, deverá ser $N = 300$.

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad (2.4)$$

2.2.4 Tipos de Cartas de Controle

As cartas de controle estatístico podem ser divididas em dois grupos, as cartas de controle de variáveis e as cartas de controle de atributos.

As cartas de controle de variáveis, são aplicadas a características que podem ser medidas e expressas numa escala contínua. Neste caso devem ser construídas duas cartas, uma para controlar o parâmetro da localização e outra para calcular o parâmetro da dispersão da população.

No entanto, certas características da qualidade tomam valores discretos, não podendo assim ser mesuráveis numa escala contínua, como por exemplo a proporção de unidades não conformes e o número de defeitos. Neste caso recorre-se a cartas de controle de atributos, sendo apenas construída uma carta, visto que o desvio padrão depende apenas da média e da dimensão da amostra.

Na Tabela 2.2 encontram-se apresentadas os diferentes tipos de cartas de controle, de variáveis e atributos, a aplicar consoante a natureza das características e tipologia dos dados.

Neste capítulo apenas serão explicitadas as cartas de controle de variáveis.

Tabela 2.2 - Tipos de Cartas de Controle Tradicionais

Cartas de Controle			
Variáveis	Média e Amplitude Carta \bar{X} e Carta R	Atributos	Proporção de unidades não conformes Carta p
	Média e Desvio Padrão Carta \bar{X} e Carta S		Número de unidades não conformes Carta np
	Média e Desvio Padrão Carta \bar{X} e Carta S^2		Número de defeitos Carta c
	Mediana e Amplitude Carta \tilde{X} e Carta S		Número de defeitos por unidade Carta u
	Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR		

2.2.4.1 Cartas de Controlo de Variáveis para a Fase 1

Sempre que seja economicamente viável o controlo de características mesuráveis numa escala contínua, devem-se utilizar as cartas de controlo de variáveis.

Para aplicação destas cartas devem ser respeitados os pressupostos da normalidade e da independência dos dados.

Na execução da Fase 1 do controlo estatístico determinam-se, em função dos dados recolhidos, os limites de controlo e estimam-se os parâmetros do processo, assim que o mesmo se encontrar sob controlo estatístico.

Nos próximos pontos apresentam-se as equações que permitem determinar os limites de controlo e os parâmetros do processo das cartas de controlo de variáveis referidas na Tabela 2.2.

2.2.4.2 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

Estas são as cartas mais usadas e mais simples de construir. Determinam-se, pelas expressões (2.5) e (2.6), os valores da média e da amplitude da amostra i , para a construção das cartas \bar{X} e R .

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n} \quad (2.5)$$

$$R_i = X_{max} - X_{min} \quad (2.6)$$

Nesta fase, os limites de controlo cartas \bar{X} e R são calculados com base nos dados recolhidos, sendo obtidos recorrendo às expressões (2.7) e (2.8) respetivamente.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$
$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.7)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

$$LSC_R = D_4\bar{R}$$
$$LC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad (2.8)$$

$$LIC_R = D_3\bar{R}$$

As constantes A_2 , D_3 e D_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo os seus valores obtidos consultando o Anexo A.

Os parâmetros estimados do processo, média e desvio padrão, para estas cartas, são obtidos pelas equações (2.9) e (2.10) respetivamente. A constante d_2 é obtida consultando o Anexo A.

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.9)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.10)$$

2.2.4.3 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

No caso da dimensão da amostra ser superior a 10, é aconselhável usar as cartas de controlo da média e do desvio padrão. Desta forma é possível realizar um estudo mais eficiente no que ao controlo da dispersão diz respeito, visto a amplitude apenas considerar o valor mínimo e máximo da amostra. Assim para a construção da carta \bar{X} determina-se a média recorrendo à expressão (2.5). Para a carta do desvio padrão, S , recorre-se à expressão (2.11) para o cálculo do desvio padrão para a amostra i .

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad (2.11)$$

Os limites de controlo da carta \bar{X} são obtidos a partir da equação (2.12), enquanto os limites de controlo da carta S são obtidos através da aplicação das expressões (2.13).

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} LSC_S &= B_4 \bar{R} \\ LC_S &= \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\ LIC_S &= B_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.13)$$

As constantes A_3 , B_3 e B_4 encontram-se no Anexo A.

Os parâmetros estimados do processo da média e do desvio padrão são obtidos pelas equações (2.14) e (2.15) respectivamente. A constante c_4 é obtida consultando o Anexo A.

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.14)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.15)$$

2.2.4.4 Cartas de Controle da Média e da Variância

Quando se utilizam amostras com a mesma dimensão, pode-se utilizar uma carta S^2 para controlar a variância amostral. Assim, a carta \bar{X} é construída recorrendo à expressão (2.5), para construir a carta da variância, S^2 , utiliza-se a equação (2.16).

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n-1} \quad (2.16)$$

Os limites de controlo das cartas \bar{X} e S^2 são calculados pelas equações (2.17) e (2.18) respectivamente.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (2.17)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$

$$LSC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{\alpha/2;n-1}^2$$

$$LC_{S^2} = \bar{S}^2 \tag{2.18}$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$$

em que $\chi_{\alpha/2;n-1}^2$ e $\chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$ representam os valores críticos superior e inferior da distribuição χ^2 com $n - 1$ graus de liberdade.

Para este caso os parâmetros do processo são estimados por:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \tag{2.19}$$

$$\hat{\sigma} = \bar{S}^2 \tag{2.20}$$

2.2.4.5 Cartas de Controlo da Mediana e da Amplitude

Em alternativa à carta de controlo da média, pode-se utilizar a carta da mediana. A construção desta carta é análoga à das \bar{X} e R . A carta da mediana é, geralmente, utilizada para amostras constantes e de número ímpar de observações inferior a dez. Na sua construção representam-se no gráfico as observações individuais e evidencia-se, com um círculo, o valor da mediana (\tilde{X}_i), para cada instante i , unindo todos os pontos da mediana. A carta R é construída recorrendo à estatística dada pela expressão (2.6).

Os limites de controlo da carta \tilde{X} e R são definidos recorrendo às expressões (2.21) e (2.8) respetivamente.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \tilde{X}_i}{m} \quad (2.21)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R}$$

em que os valores da constante \tilde{A}_2 estão representados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Valores da constante \tilde{A}_2

n	3	5	7	9
\tilde{A}_2	1,187	0,691	0,508	0,412

Para estas cartas os parâmetros estimados do processo são dados por

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.22)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.23)$$

2.2.4.6 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel

Sempre que a amostra é constituída por uma única observação, $n=1$, recorre-se à construção da carta das observações individuais X , para controlar a localização do processo. Esta carta é composta pelas observações individuais registadas para cada instante i . Para controlar a dispersão do processo é utilizada a carta das amplitudes móveis, MR . A carta MR é construída recorrendo a duas observações consecutivas, através das quais é calculada a amplitude móvel pela expressão (2.24).

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (2.24)$$

Os limites de controlo da carta X e R são definidos utilizando as expressões (2.25) e (2.26), respetivamente.

$$LSC_X = \bar{X} + \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$

$$LC_X = \bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i \quad (2.25)$$

$$LIC_X = \bar{X} - \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$

$$LSC_{MR} = D_4 \overline{MR}$$

$$LC_{MR} = \overline{MR} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m MR_i \quad (2.26)$$

$$LIC_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

As constantes d_2 , D_3 e D_4 encontram-se no Anexo A.

Para estas cartas os parâmetros estimados do processo são dados por:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.27)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.28)$$

2.2.5 Fase 2 do Controlo Estatístico do Processo

Uma vez que o processo se encontre sob controlo estatístico e estimados os parâmetros, passa-se à Fase 2 do SPC. Nesta fase constroem-se novas cartas de controlo, em que caso as amostras tenham a mesma dimensão da Fase 1, são utilizados os limites de controlo definidos nesta fase. Caso contrário, é necessário recalcular os limites de controlo para a Fase 2 do controlo estatístico do processo, recorrendo-se aos parâmetros do processo estimados na Fase 1. Na Tabela 2.4 estão representadas as equações para o cálculo dos limites de controlo da Fase 2 das diversas cartas.

Tabela 2.4 - Limites de Controlo das Cartas de Shewhart para a Fase 2

Cartas		LIC	LC	LSC
Média e Amplitude	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	R	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Média e Desvio Padrão	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	S	$B_5\sigma$	$c_4\sigma$	$B_6\sigma$
Média e Variância	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	S^2	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2(1-\alpha/2); n-1$	σ^2	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2 \alpha/2; n-1$
Mediana e Amplitude	\tilde{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	R	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Observações Individuais e Amplitudes Móveis	X	$\mu - 3\sigma$	μ	$\mu + 3\sigma$
	MR	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$

2.3 Condições de Aplicação

Para aplicação das cartas de controlo estatístico é necessário garantir três pressupostos, a aleatoriedade, a independência e a Normalidade dos dados, para garantir uma maior fiabilidade dos resultados. Assim são feitos alguns testes de modo a verificar estes pressupostos

2.3.1 Aleatoriedade dos Dados

De modo a garantir a aleatoriedade dos dados, ou seja, a que não exista uma correlação de observações consecutivas ou mistura de populações, Pereira & Requeijo (2012), recomendam a aplicação de um dos seguintes métodos: Teste das Sequências, Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes, Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas.

2.3.2 Normalidade dos Dados

A não Normalidade dos dados pode levar a erros na análise das cartas de controlo no que à deteção de causas especiais de variação diz respeito. Isto é podem ser detetadas causas especiais quando estas na realidade não existem, falsos alarmes, ou em contrapartida a não deteção destas quando na realidade existem. A não Normalidade dos dados pode ainda levar a uma análise incorreta da capacidade dos processos.

Para a verificação da Normalidade dos dados, Pereira & Requeijo (2012) sugerem a utilização do Teste do Qui-Quadrado ou o Teste de *Kolmogorov-Smirnov* (K-S). De frisar que aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov* é mais consistente visto não depender do número de classes consideradas.

Caso os dados não sigam uma distribuição Normal, é necessário transforma-los de modo a que a variável transformada seja Normalmente distribuída. Para estes casos pode-se recorrer a dois métodos, a transformação pelo sistema de distribuições de *Johnson*, ou à transformação de *Box* e *Cox*. De referir, que neste capítulo não serão abordados ambos os métodos, visto não serem utilizados no caso prático da dissertação, aconselhando-se a leitura de Johnson (1949) e de Box e Cox (1964) para um conhecimento mais detalhado dos mesmos.

2.3.3 Independência dos Dados

Para aferir a independência dos dados, ou seja, que os dados não estão auto-correlacionados, Pereira & Requeijo (2012) sugerem a determinação da Função de Auto-Correlação (FAC) e da Função Auto-Correlação Parcial (FACP). Para um conhecimento mais aprofundado sobre este tema aconselha-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012).

Caso se verifique a auto-correlação dos dados serão aplicadas cartas de controlo para dados auto-correlacionados.

2.4 Capacidade do Processo

Depois de verificados os pressupostos e aplicadas as cartas de controlo estatístico, estuda-se a capacidade do processo. Este estudo diz-nos se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações definidas para o produto, refletindo assim as variações causadas pelas causas comuns de variação.

Segundo Pereira & Requeijo (2012) o estudo da capacidade do processo tem extrema relevância para um programa global da qualidade, pois permite:

- Prever se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações.
- Ajudar a selecionar ou a modificar um processo ou uma máquina.
- Selecionar fornecedores.
- Reduzir a variação do processo.

A não independência e não Normalidade dos dados podem influenciar o estudo da capacidade do processo. Neste capítulo apenas será abordado o estudo da capacidade para dados Normalmente distribuídos.

2.4.1 Índices de Capacidade do Processo para Dados Normalmente Distribuídos.

Na análise da capacidade para dados Normalmente distribuídos, assume-se que 99,73% dos dados se encontram entre $\mu \pm 3\sigma$. Mesmo que os dados sigam uma distribuição aproximadamente Normal, pode-se afirmar que neste intervalo estarão pelo menos 99% dos dados (Pereira & Requeijo 2012).

Durante muitos anos foram desenvolvidos vários índices de capacidade com intuito de avaliar a forma como um processo está a produzir face às especificações.

Juran (1999) definiu o índice de capacidade potencial, C_p , para o estudo da capacidade do processo. O índice C_p , calculado pela expressão (2.29), só se aplica para casos de especificações bilaterais, não dando qualquer informação sobre o parâmetro de localização do processo.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.29)$$

em que

LSE – Limite Superior de Especificação

LSI – Limite Inferior de Especificação

Juran & Gryna (1980) consideram que $C_p \geq 1,33$ é um valor aceitável para um estudo a curto prazo dos processos.

No entanto para um bom desempenho do processo, quer-se que a capacidade do processo seja a mais alta possível de modo a reduzir ao máximo variabilidade. Assim em certos processos exige-se que $C_p \geq 2,0$ (Pereira & Requeijo, 2012).

Face às limitações do índice C_p surgiram posteriormente os chamados índices de segunda geração C_{pm} e C_{pk} . O índice C_{pk} , definido por Kane (1986), tem em consideração o parâmetro localização do processo sendo obtido através da equação (2.30), que compara os de $(C_{pk})_I$ e $(C_{pk})_S$ definidos pelas equações (2.31) e (2.32) respetivamente.

$$C_{pk} = \min \left((C_{pk})_I, (C_{pk})_S \right) \quad (2.30)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.31)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.32)$$

No caso de especificação ser unilateral e a característica da qualidade for do tipo quanto maior melhor, então $C_{pk} = (C_{pk})_I$, analogamente se característica for do tipo quanto menor melhor, tem-se que $C_{pk} = (C_{pk})_S$. Nestes casos o processo é considerado capaz se $C_{pk} \geq 1,25$, enquanto

que para especificações bilaterais o processo é considerado capaz se $C_{pk} \geq 1,33$, sendo que em ambos as situações, o C_{pk} deve assumir valores o mais elevado possível de forma garantir uma menor variabilidade do processo. Para especificações bilaterais o processo encontra-se perfeitamente centrado quando $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$.

Desenvolvido por Hsiang e Taguchi (1985), o índice C_{pm} , à semelhança do C_p , aplica-se apenas em casos em que as características apresentam especificações bilaterais, considerando, além da variabilidade do processo e os limites de especificação, o desvio da média em relação ao valor nominal, T , sendo dado pela expressão (2.33).

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.33)$$

Por fim existe o índice C_{pmk} , que apesar de ser análogo ao índice C_{pk} , considera à semelhança do C_{pm} , o desvio da média em relação ao valor nominal, T , e é dado pela expressão (2.34).

$$C_{pmk} = \frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.34)$$

3 Controlo Estatístico do Processo de “Pequenas Produções” – Short Run

Nos dias de hoje, as empresas são motivadas a implementar medidas que minimizem os custos, de forma a tornarem-se mais competitivas num mercado que é cada vez mais exigente. Uma das estratégias utilizadas passa pela produção, em pequenas quantidades, de variados produtos para venda imediata, reduzindo assim os níveis de stock, considerado pelas organizações como um desperdício, com encargos financeiros indesejáveis.

Grande parte das indústrias de hoje produzem uma grande variedade de artigos, com baixas quantidades de produção. Este facto dificulta a implementação do controlo estatístico do processo, visto que, as técnicas tradicionais foram concebidas em função de produções à grande escala. Assim, para fazer face a esta limitação, foram desenvolvidas metodologias alternativas para a implementação do controlo estatístico do processo em pequenas produções (*short run*). Montgomery (2013), Quesenberry (1997), Wheeler (1992) e Pereira e Requeijo (2012) foram alguns autores que desenvolveram estudos nesta área.

Considera-se por pequena produção (*short run*) aquela em que:

- O número de unidades produzidas de cada vez é muito pequeno (menor que vinte), ocorrendo produção seguinte ao fim de um tempo suficientemente distante.
- O número de unidades é elevado (mais de cem), mas a sua produção num curto espaço de tempo.
- A produção realiza-se por lotes específicos ao longo do tempo, sendo este número limitado.

Nas pequenas produções (*short run*) podem ser tomadas três atitudes:

- 1) Inspeccionar o primeiro e último artigo, existindo, neste caso, um elevado risco de não se detetarem artigos não conformes.
- 2) Inspeccionar a totalidade dos artigos, incorrendo em custos não desejados.
- 3) Elaborar cartas de controlo para cada um dos artigos fabricados, apresentando, no entanto, as seguintes desvantagens:
 - Muitos artigos implicam muitas cartas de controlo, existindo assim muita informação para ser analisado.
 - Impossibilidade de construir cartas de controlo para artigos fabricados esporadicamente.
 - A deteção das causas especiais é mais demorada, devido à escassez dos dados, atrasando, deste modo, a implementação de ações corretivas.

Neste capítulo serão abordados dois tipos de situações, que à aplicação do controlo estatístico diz respeito, a primeira em que existe informação suficiente relativamente aos dados do processo e a segunda quando o número de dados existentes é diminuto.

3.1 Cartas de Controlo Univariadas

Tal como as cartas de controlo de *Shewhart*, as cartas para pequenas produções dividem-se em duas tipologias, variáveis e atributos, como mostra a Tabela 3.1. Sendo que neste capítulo apenas serão abordadas as cartas referentes a variáveis pois são as que se enquadram no estudo do trabalho.

Tabela 3.1 - Cartas de Controlo para Pequenas Produções

		Tipo de Carta
Variáveis	Número suficiente de dados para estimar os parâmetros do processo	<ul style="list-style-type: none"> • Cartas de Diferenças – Cartas D • Cartas Z e W
	Número suficiente de dados para estimar os parâmetros do processo	<ul style="list-style-type: none"> • Cartas Q
Atributos	Parâmetros do processo conhecido	<ul style="list-style-type: none"> • Carta Z_p • Carta Z_u
	Parâmetros do processo desconhecidos	<ul style="list-style-type: none"> • Carta Q_p • Carta Q_u

Todos os pressupostos das cartas de *Shewhart* são válidos para as cartas de controlo para pequenas produções, sendo igualmente aplicáveis as regras para deteção de padrões não aleatórios referidos na norma ISO 7870-2:2013.

3.1.1 Cartas de Controlo das Diferenças – Cartas D

As cartas de controlo de diferenças são normalmente aplicadas na Fase 2 do controlo estatístico, após os parâmetros dos processos terem sido estimados na Fase 1. As cartas D possibilitam a representação de várias características numa só carta, independentemente do produto. Para a aplicação destas cartas é necessário garantir que as variâncias entre os processos não são significativamente diferentes, recorrendo-se ao Teste de Bartlett ou ao Método Empírico para tal verificação. As Cartas D controlam a média dos processos, enquanto a dispersão é controlada

pelas tradicionais cartas de *Shewhart* - carta *R*, carta *S*, carta S^2 ou carta *MR*. Para a implementação destas cartas é desejável que todas as amostras tenham a mesma dimensão. (Pereira e Requeijo, 2012).

3.1.1.1 Cartas de Controlo da Média e da amplitude

O controlo da média é feito a partir de uma carta de diferenças, $D_{\bar{X}}$. A variável D para a característica do produto j no instante i é dada pela equação (3.1) ou (3.2). A dispersão é controlada a partir de uma carta R recorrendo à estatística calcula pela expressão apresentada em (2.6).

$$(d_i)_j = (\bar{X}_i - \mu)_j \quad (3.1)$$

$$(d_i)_j = (\bar{X}_i - T)_j \quad (3.2)$$

onde

\bar{X}_i – média da amostra i

T – valor nominal do produto X

μ – média do processo do produto X

Os limites da carta de controlo das diferenças são calculados recorrendo à equação (3.3). Para carta R os limites são calculados segundo a equação (3.4).

$$\begin{aligned} LSC_{D_{\bar{X}}} &= A_2 \bar{R} \\ LC_{D_{\bar{X}}} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$LIC_{D_{\bar{X}}} = -A_2 \bar{R}$$

$$\begin{aligned} LSC_R &= D_4 \bar{R} \\ LC_R &= \bar{R} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R}$$

Os valores de A_2 , D_3 e D_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo obtidos a partir do Anexo A.

3.1.1.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

O controlo da média do processo faz-se igualmente recorrendo à carta $D_{\bar{x}}$ recorrendo novamente à variável D determinada a partir das equações (3.1) ou (3.2). O controlo da dispersão é executado recorrendo à carta S , construída através da estatística calculada pela equação (2.11).

Os limites destas cartas são definidos pelas equações (3.5). O desvio padrão médio, \bar{S} , é dado pela equação (3.6).

$$\begin{aligned} LSC_{D_{\bar{x}}} &= A_3\bar{S} \\ LC_{D_{\bar{x}}} &= 0 \\ LIC_{D_{\bar{x}}} &= -A_3\bar{S} \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} LSC_S &= B_4\bar{S} \\ LC_S &= \bar{S} \\ LIC_S &= B_3\bar{S} \end{aligned} \tag{3.6}$$

As constantes A_3 , B_3 e B_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo os seus valores obtidos consultando o Anexo A.

3.1.1.3 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel

Para as observações individuais o controlo das médias dos processos é feito recorrendo à análise de uma carta de diferenças D_x . A variável D para a característica do produto j no instante i é dada pela equação (3.7) ou (3.8). As dispersões são controladas por uma carta de amplitudes móveis, MR , construída a partir do cálculo das amplitudes moveis pela equação (2.24).

$$(d_i)_j = (X_i - \mu)_j \quad (3.7)$$

$$(d_i)_j = (X_i - T)_j \quad (3.8)$$

em que X_i corresponde à observação individual no instante i .

Os limites da carta D_X são obtidos pela equação (3.9). Para a carta MR os limites são calculados a partir da equação (3.10).

$$LSC_{D_X} = \frac{3}{d_2} \cdot \overline{MR}$$

$$LC_{D_X} = 0 \quad (3.9)$$

$$LIC_{D_X} = -\frac{3}{d_2} \cdot \overline{MR}$$

$$LSC_{MR} = D_4 \cdot \overline{MR}$$

$$LC_{MR} = \overline{MR} \quad (3.10)$$

$$LIC_{MR} = D_3 \cdot \overline{MR}$$

As constantes d_2 , D_3 e D_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo os seus valores obtidos consultando o Anexo A.

3.1.2 Cartas de Controlo Z e W

Quando as variâncias dos processos são significativamente diferentes não é possível a utilização das cartas de controlo das diferenças, sendo utilizadas então as cartas Z e W. Neste caso, em que as variâncias são significativamente diferentes, é necessário proceder à transformação dos dados para que estes se tornem adimensionais. As transformações efetuadas recorrem estimativas dos parâmetros do processo, média e desvio padrão, de cada característica do produto, sendo, por esta razão, preferencialmente utilizadas na Fase 2 do controlo estatístico.

As cartas Z são utilizadas para o controlo da média dos processos, enquanto que as cartas W são utilizadas para o controlo da dispersão. Os dados utilizados na implementação destas cartas devem ser independentes e normalmente distribuídos.

3.1.2.1 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

Para o controlo da média é utilizada a carta $Z_{\bar{X}}$, para o controlo da dispersão é utilizada a carta W_R , os valores das variáveis Z e W , para cada instante i , são obtidos pelas equações (3.11) e (3.12) respetivamente.

$$(Z_i)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \right)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma / \sqrt{n_i}} \right)_j \quad (3.11)$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{R_i}{d_2 \sigma} \right)_j = \left(\frac{R_i}{\bar{R}} \right)_j \quad (3.12)$$

em que

$(n_i)_j$ – dimensão da amostra i do produto j

$(\bar{X}_i)_j$ – média do amostra i do produto j

$(R_i)_j$ – amplitude da amostra i do produto j

$(\mu)_j$ – média do processo do produto j

$(\sigma)_j$ – desvio padrão do processo do produto j

Os limites da carta $Z_{\bar{X}}$ são obtidos pela equação (3.13). Para a carta W_R os limites são calculados a partir da equação (3.14).

$$\begin{aligned}LSC_{Z_{\bar{X}}} &= 3 \\LC_{Z_{\bar{X}}} &= 0 \\LIC_{Z_{\bar{X}}} &= -3\end{aligned}\tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}LSC_{W_R} &= D_4 \\LC_{W_R} &= 1 \\LIC_{W_R} &= D_3\end{aligned}\tag{3.14}$$

As constantes d_2 , D_3 e D_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo os seus valores obtidos consultando o Anexo A.

É importante frisar que ambas as cartas são construídas através da representação de cada ponto das estatísticas $(Z_i)_j$ e $(W_i)_j$ por ordem cronológica, independentemente do produto a que pertencem.

3.1.2.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

No controlo da média é utilizada novamente a carta $Z_{\bar{X}}$, recorrendo-se à variável calculada pela equação (3.11) para a sua construção. Para controlo da dispersão é utilizada a carta W_S , construída através da estatística dada pela equação (3.15).

$$(W_i)_j = \left(\frac{S_i}{c_4\sigma}\right)_j = \left(\frac{S_i}{\bar{S}}\right)_j\tag{3.15}$$

em que

$(S_i)_j$ – desvio padrão da amostra i do produto j

$(\bar{S})_j$ – média dos desvios padrões amostrais do produto j

Os limites da carta $Z_{\bar{X}}$ são obtidos pela equação (3.13). Para a carta W_S os limites são calculados a partir da equação (3.16).

$$\begin{aligned}LSC_{W_R} &= B_4 \\LC_{W_R} &= 1 \\LIC_{W_R} &= D_3\end{aligned}\tag{3.16}$$

As constantes c_4 , B_3 e B_4 dependem unicamente da dimensão da amostra, sendo os seus valores obtidos consultando o Anexo A.

3.1.2.3 Cartas de Controlo das Observações Individuais e da Amplitude Móvel

Devido à diversidade dos artigos produzidos, muitas vezes, não é possível usar amostras no controlo estatístico do processo, recorrendo-se deste modo a observações individuais. Assim recorre-se à estatística dada pela equação (3.17) para a construção da carta Z_X para o controlo da média do processo. No que ao controlo da dispersão diz respeito, é utilizada a carta W_{MR} , construída através do cálculo da estatística dada pela equação (3.18) ou (3.19) no caso de serem utilizadas duas observações no cálculo das amplitudes móveis.

$$(Z_i)_j = \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)_j\tag{3.17}$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{MR_i}{d_2 \sigma} \right)_j = \left(\frac{MR_i}{\overline{MR}} \right)_j\tag{3.18}$$

$$(W_i)_j = \frac{(|Z_i - Z_{i-1}|)}{d_2} \quad (3.19)$$

em que

$(MR_i)_j$ – amplitude móvel no instante i do produto j

$(\overline{MR})_j$ – média das amplitudes móveis do produto j

Os limites da carta Z_X são obtidos pela equação (3.13). Para a carta W_{MR} os limites são calculados a partir da equação (3.14).

3.1.3 Cartas de Controlo Q

Em determinados processos não possível a recolha de dados suficientes de modo a estimar os parâmetros do processo, impossibilitando assim a execução do controlo estatístico tradicional abordado anteriormente. Deste modo, Quesenberry (1997) desenvolveu uma metodologia para fazer face a este problema, que consiste na transformação das características da qualidade X em variáveis Q , em que X é uma variável contínua, com valores independentes e identicamente distribuídos, e segue uma distribuição normal $N(\mu, \sigma^2)$. A variável Q segue aproximadamente uma distribuição Normal reduzida.

Para Quesenberry (1991) as cartas Q apresentam as seguintes vantagens:

- Podem ser obtidas em tempo real, a partir do momento em que se inicia a produção, pois como os parâmetros do processo não podem ser determinados previamente, estes são estimados em função da sequência de dados disponível.
- São facilmente gerenciáveis, pois possibilitam o controlo estatístico do processo de diferentes produtos na mesma carta, facilitando a identificação de causas especiais.
- Possibilitam a aplicação das regras de padrões de pontos na identificação das causas especiais.

Resumindo as cartas Q podem ser aplicadas a amostras ou a observações individuais e possibilitam o controlo, da média e dispersão, de características de vários produtos.

Os princípios fundamentais para as cartas de Shewhart aplicam-se integralmente para as Cartas Q .

Quesenberry (1995) sugere a aplicação das regras 1 e 6 de deteção de causas especiais na análise das cartas Q .

3.1.3.1 Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis

A carta $Q(X)$ é construída através da estatística Q . A estatística Q é determinada partir da estatística X para o instante r , recorrendo à equação (3.20). Esta carta permite o controlo da média do processo, mesmo com um reduzido número de dados, a partir do instante $r = 3$.

A carta $Q(MR)$ controla a dispersão do processo a partir do instante $r = 4$. Esta carta é contruída a partir da estatística Q , calculada a partir das amplitudes moveis, MR , recorrendo à expressão (3.21).

$$Q_r(X_r) = \phi^{-1} \left(G_{r-2} \left(\sqrt{\frac{r-1}{r}} \left(\frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right) \right), \quad r = 3, 4, \dots \quad (3.20)$$

$$Q_r(MR_r) = \phi^{-1} \left(F_{1,\nu} \left(\frac{\nu(MR)_r^2}{(MR)_2^2 + (MR)_4^2 + \dots + (MR)_{r-2}^2} \right) \right), \quad r = 4, 6, \dots \quad (3.21)$$

em que

$$\nu = r/2 - 1$$

X_r – observação no instante r

\bar{X}_{r-1} – média de $(r - 1)$ observações

S_{r-1} – desvio padrão $(r - 1)$ observações

MR_r – amplitude móvel no instante r

ϕ^{-1} – inverso da Função de Distribuição Normal

G_{r-2} – Função de Distribuição t-student, com $(r - 2)$ graus de liberdade

$F_{1,\nu}$ – Função de Distribuição de Fisher, com 1 e ν graus de liberdade

Visto que as variáveis $Q(X)$ e $Q(MR)$ seguem uma distribuição segundo a Normal reduzida, os seus limites de controlo são dados pelas expressões (3.22) e (3.23) respetivamente.

$$\begin{aligned}LSC_{Q(X)} &= 3 \\LC_{Q(X)} &= 0 \\LIC_{Q(X)} &= -3\end{aligned}\tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}LSC_{Q(MR)} &= 3 \\LC_{Q(MR)} &= 0 \\LIC_{Q(MR)} &= -3\end{aligned}\tag{3.23}$$

No caso de existirem dois dados consecutivos com mesmo valor, leva à situação em que para esse instante, $Q_r(MR_r) = \Phi^{-1}(F_{1,\nu}(0)) = \Phi^{-1}(0) = -\infty$. Para resolver esta situação pode-se recorrer a uma estatística $W(MR)$, com o inconveniente desta não ser independente. A estatística $W(MR)$ é calculada para o instante r , por:

$$W_r(MR_r) = |Q_r(X_r) - Q_{r-1}(X_{r-1})|, \quad r = 4, 5, \dots\tag{3.24}$$

Os limites de controlo da carta $W(MR)$ são definidos pela expressão (3.25). Os valores constantes d_2 , D_3 e D_4 obtêm-se consultando o Anexo A.

$$\begin{aligned}LSC_{W(MR)} &= d_2 D_4 \\LC_{W(MR)} &= d_2 \\LIC_{W(MR)} &= d_2 D_3\end{aligned}\tag{3.25}$$

Como habitualmente se utilizam amplitudes moveis de duas observações consecutivas, tem-se $d_2 = 1,128$, $D_3 = 0$ e $D_3 = 3,267$. Neste caso os limites da carta $W(MR)$ tomam os seguintes valores:

$$\begin{aligned} LC_{W(MR)} &= 3,685 \\ LIC_{W(MR)} &= 1,128 \\ LSC_{W(MR)} &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.1.3.2 Cartas Q para a Média e Variância

Para o caso de se tratarem de amostras, utiliza-se a carta $Q(\bar{X})$ para o controlo da média do processo, construída a partir da estatística, para a amostra i , obtida pela equação (3.27). No que diz respeito à dispersão do processo, o controlo é feito utilizando à carta $Q(S^2)$, recorrendo à estatística obtida, pela expressão (3.28). Ambas as cartas permitem controlar o processo a partir da segunda amostra, $i = 2$.

$$Q_i(\bar{X}_i) = \Phi^{-1} \left(G_{n_1+\dots+n_{i-1}}(\omega_i) \right) = \Phi^{-1} \left(G_{v_1+\dots+v_i}(\omega_i) \right) , \quad i = 2, 3, \dots \quad (3.27)$$

$$Q_i(S_i^2) = \Phi^{-1} \left(F_{n_{i-1}, n_1+\dots+n_{i-1}-i+1}(\theta_i) \right) = \Phi^{-1} \left(F_{v_i, v_1+\dots+v_{i-1}}(\theta_i) \right) , \quad i = 2, 3, \dots \quad (3.28)$$

em que

$$v_i = n_i - 1 \quad (3.29)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{n_i(n_1 + \dots + n_{i-1})}{n_1 + \dots + n_i} \left(\frac{\bar{X}_i - \bar{\bar{X}}_{i-1}}{S_{p,i-1}} \right)}, \quad i = 2, 3, \dots \quad (3.30)$$

$$S_{p,i}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + \dots + (n_i - 1)S_i^2}{n_1 + \dots + n_i - 1} \quad (3.31)$$

$$\bar{\bar{X}}_i = \frac{1}{i} \left((i-1)\bar{\bar{X}}_{i-1} + \bar{X}_i \right), \quad i = 2, 3, \dots \quad (3.32)$$

$$\theta_i = \frac{S_i^2}{S_{p,i-1}^2} \quad (3.33)$$

n_i – dimensão da amostra i

\bar{X}_i – média da amostra i

$\bar{\bar{X}}_i$ – média das médias de i amostras

$S_{p,i}^2$ – variância combinada de i amostras

Os limites de controlo das cartas $Q(\bar{X})$ e $Q(S^2)$ são dados pelas expressões (3.34) e (3.35) respetivamente

$$\begin{aligned} LSC_{Q(\bar{X})} &= 3 \\ LC_{Q(\bar{X})} &= 0 \\ LIC_{Q(\bar{X})} &= -3 \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
LSC_{Q(S^2)} &= 3 \\
LC_{Q(S^2)} &= 0 \\
LIC_{Q(S^2)} &= -3
\end{aligned}
\tag{3.35}$$

3.1.3.3 Capacidade do Processo

Tal como descrito no ponto 2.4, é muito importante aferir a capacidade dos processos para um controlo estatístico mais eficiente. No que à utilização de cartas Q diz respeito o estudo da capacidade do processo pode ser considerado ainda mais importante devido ao reduzido número de dados utilizados. Assim a capacidade do processo para as cartas Q pode ser efetuada através da determinação dos índices Q_s e Q_I , obtidos pelas expressões (3.36) e (3.37). Estes índices são determinados a partir do índice C_{pk} , e são transformações dos índices $(C_{pk})_I$ e $(C_{pk})_S$ referidos na secção 2.4.1, sendo neste caso calculados e representados na carta de controlo para cada instante r (Pereira e Requeijo, 2012).

$$Q_I = \frac{LIE - \mu}{k\sigma} \tag{3.36}$$

$$Q_S = \frac{\mu - LSE}{k\sigma} \tag{3.37}$$

Sendo que as estimativas destes índices para cada instante r são dadas por

$$(\hat{Q}_I)_r = \frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \tag{3.38}$$

$$(\hat{Q}_S)_r = \frac{\hat{\mu}_r - LSE}{k\hat{\sigma}_r} \tag{3.39}$$

As estimativas dos parâmetros $\hat{\mu}_r$ e $\hat{\sigma}_r$, para o instante r , são calculadas pelas equações (3.40) e (3.41) quando os dados utilizados são observações individuais.

$$\hat{\mu}_r = \bar{X}_r \quad (3.40)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{S_r}{c_4} \quad (3.41)$$

em que \bar{X}_r e S_r^2 são calculados pelas (3.42) e (3.43) respectivamente.

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{X}_{r-1} + X_r) \quad , \quad r = 2,3, \dots \quad (3.42)$$

$$S_r^2 = \left(\frac{r-2}{r-1}\right) S_{r-1}^2 + \frac{1}{r} (X_r - \bar{X}_{r-1})^2 \quad , \quad r = 2,3, \dots \quad (3.43)$$

Caso os dados utilizados sejam amostras recorre-se às equações (3.44) e (3.45) para o cálculo dos parâmetros $\hat{\mu}_r$ e $\hat{\sigma}_r$.

$$\hat{\mu}_r = \bar{\bar{X}}_r \quad (3.44)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{S_{p,r}}{c_4} \quad (3.45)$$

onde $\bar{\bar{X}}_r$ e $S_{p,r}^2$ são obtidos pelas expressões (3.46) e (3.47) respectivamente.

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{\bar{X}}_{r-1} + \bar{X}_r \right), \quad r = 2, 3, \dots \quad (3.46)$$

$$S_{p,r}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + \dots + (n_r - 1)S_r^2}{n_1 + \dots + n_{r-1}} \quad (3.47)$$

A constante c_4 depende unicamente da amostra e pode ser obtida consultando o Anexo A.

O processo é considerado capaz se $(\hat{Q}_l) \leq -3$ e $(\hat{Q}_s)_r \geq 3$. Por norma considera-se um valor de $k = 1,33$ para especificações bilaterais, e de $k = 1,25$ para especificações unilaterais, sendo estes os valores mínimos admitidos para a constante k (Pereira e Requeijo, 2012). Caso se queira garantir uma menor variabilidade nos processos devem ser considerados valores de k mais elevados, à semelhança do critério utilizado para os índices de capacidade descritos no ponto 2.4.1.

No presente estudo foi utilizado um valor mínimo de $k = 1,33$ visto todas as características controladas apresentarem especificações bilaterais.

3.2 Cartas de Controlo Multivariadas

Em muitos processo pretendem-se controlar em simultâneo várias características da qualidade de um determinado produto. Neste caso pode-se optar pela utilização de cartas de controlo multivariadas, em detrimento de várias cartas de controlo univariadas para o estudo individual de cada característica.

A utilização das cartas multivariadas permite, ao contrário das cartas univariadas, a deteção de causas especiais provocadas pela correlação entre as várias características em estudo. Outra vantagem da sua utilização é a análise das diferentes características numa única carta, diminuindo com isto o volume de documentos a analisar (Pereira e Requeijo, 2012).

Tendo em conta o âmbito do caso de estudo, nesta dissertação apenas serão abordadas as cartas de controlo para pequenas produções.

As cartas de Controlo estatístico para pequenas produções são normalmente utilizadas em processos com uma grande diversidade de produtos produzidos em pequenas quantidades, não havendo deste modo dados para a estimação dos parâmetros. Quesenberry (1997) propôs, à semelhança do que tinha definido para o controlo estatístico univariado, a utilização de estatísticas Q multivariadas. Segundo esta metodologia a distribuição conjuntas das p variáveis é uma distribuição Normal multivariada $N_p(\mu, \Sigma)$. As cartas Q multivariadas podem ser utilizadas em casos em que os dados recolhidos são amostras ou observações individuais.

3.2.1 Carta MQ_X

A carta MQ_X é utilizada quando os dados recolhidos são observações individuais de cada uma das p características. Para a sua construção recorre-se a uma estatística Q para cada instante r , obtida pela transformação do vetor X , através da equação (3.48).

$$Q_r(\bar{X}_r) = \phi^{-1} \left(F_{p, r-1-p}(A_r) \right) , \quad r = p + 2, p + 3, \dots, \quad (3.48)$$

Onde

$$A_r = \frac{(r-1)(r-1-p)}{rp(r-2)} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})' \mathbf{S}_{r-1}^{-1} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1}) \quad (3.49)$$

$$\mathbf{X}_r = (\mathbf{X}_{r1}, \mathbf{X}_{r2}, \mathbf{X}_{rp})' \quad (3.50)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = \frac{1}{r} ((r-1)\bar{\mathbf{X}}_{r-1} + \mathbf{X}_r) \quad (3.51)$$

$$\mathbf{S}_r = \left(\frac{r-2}{r-1} \right) \mathbf{S}_{r-1} + \frac{1}{r} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})(\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})' \quad (3.52)$$

Quando o processo se encontra sob controlo estatístico, pode-se afirmar que os valores da estatística Q são independentes e normalmente distribuídos (Quesenberry, 1995). Assim os valores dos limites de controlo para a carta MQ_X são dados pela expressão (3.53).

$$\begin{aligned}LSC_{MQ_X} &= 3 \\LC_{MQ_X} &= 0 \\LIC_{MQ_X} &= -3\end{aligned}\tag{3.53}$$

Tal como a carta Q_X , a carta MQ_X apresenta uma fraca sensibilidade para a deteção de causas especiais de variação. De forma a melhorar esta sensibilidade utilizam-se habitualmente as regras 1 e 6 para deteção de causas especiais, descritas na Figura 2.1.

3.2.2 Carta $MQ_{\bar{X}}$

Quando é possível a recolha de dados em amostras para cada uma das p características, é utilizada a carta $MQ_{\bar{X}}$. Para a sua construção recorre-se a uma estatística Q para cada instante r , obtida pela transformação do vetor \bar{X} , através da equação (3.54).

$$Q_r(\bar{X}_r) = \Phi^{-1}\left(F_{p, N_r - r - p + 1}(A_r)\right), \quad r = 2, 3, \dots\tag{3.54}$$

onde

$$A_r = \frac{n_r N_{r-1} (N_r - r + 1 - p)}{N_r p (N_r - r)} (\bar{X}_r - \bar{\bar{X}}_{r-1}) \mathbf{S}_{p00l, r}^{-1} (\bar{X}_r - \bar{\bar{X}}_{r-1})'\tag{3.55}$$

$$\bar{X}_r = (\bar{X}_{r1}, \bar{X}_{r2}, \bar{X}_{rp})'\tag{3.56}$$

Os valores das estatísticas de amostra i são obtidos recorrendo às expressões (3.57) e (3.58) .

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (3.57)$$

$$S_i = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)(X_{ij} - \bar{X}_i)' \quad (3.58)$$

As estatísticas sequenciais para o cálculo da equação (3.55) são dadas pelas equações (3.59), (3.60), (3.61) e (3.62).

$$N_r = n_1 + \dots + n_r \quad (3.59)$$

$$\bar{X}_r = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^r n_i \bar{X}_i = \frac{1}{N_r} (N_{r-1} \bar{X}_{r-1} + n_r \bar{X}_r) \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} S_{pool,r} &= \frac{1}{N_r - 1} \sum_{i=1}^r (n_i - 1) S_i = \\ &= \frac{1}{N_r - 1} \left((N_{r-1} - r + 1) S_{pool,r-1} + (n_r - 1) S_r \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$S_{pool,0} = 0 \quad (3.62)$$

Neste caso, e seguindo a mesma linha de raciocínio definida para a carta MQ_X , a estatística Q é igualmente distribuída segundo uma distribuição normal reduzida. Assim os limites de controlo para a carta $MQ_{\bar{X}}$ são definidos segundo a expressão (3.63).

$$LSC_{MQ_{\bar{X}}} = 3$$

$$LC_{MQ_{\bar{X}}} = 0 \quad (3.63)$$

$$LIC_{MQ_{\bar{X}}} = -3$$

Para a deteção de causas especiais de variação devem utilizar-se as regras 1 e 6, da tabela 2.1 seguindo o critério definido para as cartas MQ_X .

4 Caracterização de Empresa

O caso prático da dissertação foi realizado numa indústria de *masterbatches* de aditivos, INVENTIVE MATERIALS, localizada em Benavente. Sendo o objeto de estudo o controlo estatístico de produtos acabados, é necessária uma descrição do seu processo produtivo, da sua organização e dos mecanismos de controlo de qualidade.

Neste capítulo será feita uma pequena abordagem geral ao tema da extrusão de polímeros e posteriormente a descrição do processo de extrusão de polímeros da INVENTIVE MATERIALS com base em informações fornecidas pela mesma.

4.1 Extrusão de Polímeros

O processo polimérico de extrusão é um processo integrado, em que a extrusora é a única componente de toda a linha produtiva.

Em linhas de produção mais complexas é necessário uma comunicação eficiente e trabalho conjunto por parte de todos os trabalhadores para a obtenção de um produto final aceitável.

A configuração do fuso, velocidade de rotação, a dosagem e estado das matérias primas, as temperaturas ao longo do processo de extrusão e o arrefecimento do fluido extrudido são parâmetros que têm um papel fundamental no que diz respeito ao rendimento do processo e à qualidade do produto final.

Tratando-se de um processo contínuo onde todas as fases do processo acrescentam valor ao produto final, desvios nas fases iniciais do processo podem levar a um produto final não conforme, sendo assim muito importante controlar e o monitorizar todas as fases do processo.

Na Figura 4.1 pode-se ver um diagrama de blocos do processo de extrusão.

Os materiais poliméricos são recebidos, inspecionados e armazenados. Antes da extrusão, o polímero pode ser misturado com aditivos (estabilizadores para calor, estabilidade oxidativa, estabilidade UV), pigmentos ou concentrados de cor, retardadores de chama, enchimentos, lubrificantes, reforços, entre outros, de acordo com o produto final desejado. A mistura destes aditivos pode igualmente acontecer no interior da extrusora recorrendo, neste caso, a diferentes zonas de alimentação.

Certas resinas necessitam estar secas antes da extrusão ter início, de modo a eliminar a degradação do polímero durante o processo devido à humidade.

Outra resinas que apesar não requerem normalmente a secagem, caso sejam sujeitas a elevadas amplitudes térmicas desde a zona de armazenagem até à zona da extrusora, devem ser secas para eliminar a humidade provocada pela condensação no granulado ou pó polimérico.

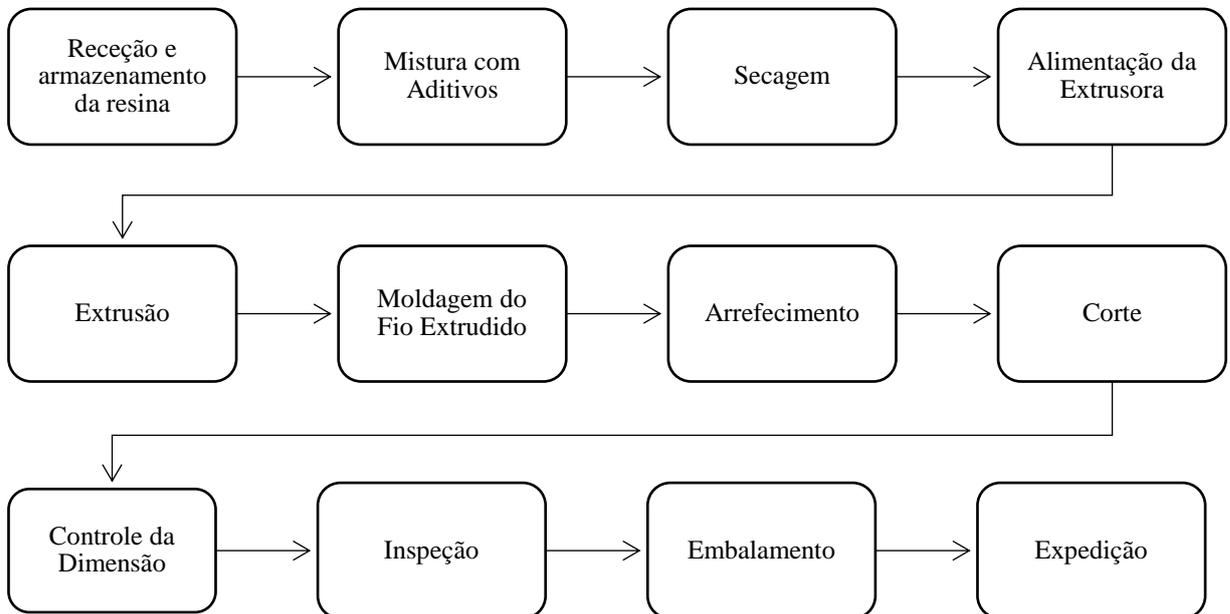


Figura 4.1 - Esquema Representativo das Fases do Processo de Extrusão adaptado de Giles & Wagner & Mount III (2005)

Depois de secos os polímeros e aditivos devem ser direccionados para as misturadoras, e posteriormente para as zonas de alimentação da extrusora onde são doseados de acordo com a formulação definida. Dentro da extrusora os materiais são fundidos, misturados e compactados até à fieira, onde fluido é arrefecido de modo a solidificar para posteriormente ser cortado. Por fim o produto é inspeccionado e se estiver conforme é embalado para ser expedido ou armazenado (Giles & Wagner & Mount III, 2005)

Na Figura 4.2 pode-se ver um esquema de uma extrusora com duas zonas de alimentação, idêntica à utilizada no processo produtivo em estudo.

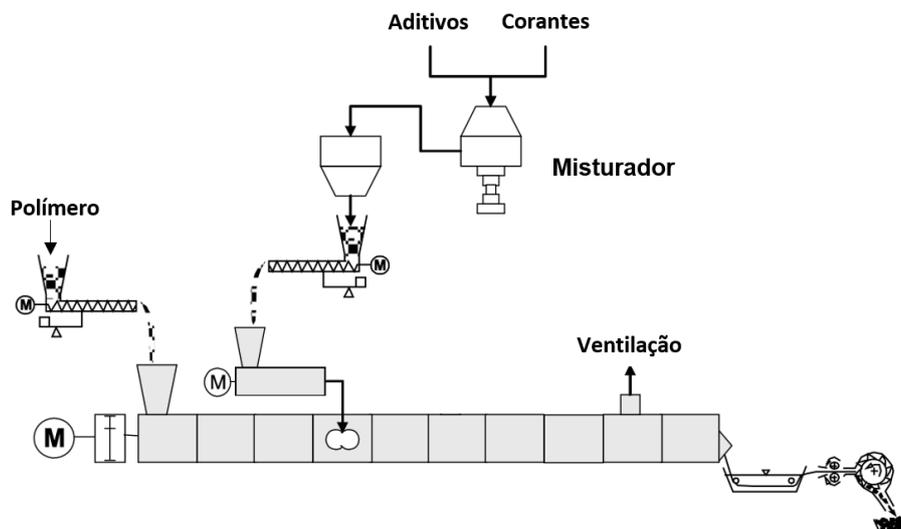


Figura 4.2 – Esquema exemplo de uma extrusora com duas zonas de alimentação, adaptado de Giles & Wagner & Mount III (2005)

4.1.1 Fornecimento de Matérias Primas

As resinas poliméricas são transportadas em diferentes tipos de embalagens dependendo da quantidade transportada, o tipo de processo, o tipo de armazenamento e o tipo de alimentação da extrusora. Os lotes mais pequenos são transportados em sacos e os maiores em contentores. As resinas podem ser transportadas por ar ou por vácuo para o alimentador da extrusora. As paletes transportadas entre as zonas de armazenagem, secadores, tremonhas e extrusora devem estar em linhas dedicadas ou em linhas adequadamente limpas de modo a evitar a contaminação cruzada entre produtos, devendo ser eliminada a eletricidade estática durante a transferência da resina.

As matérias primas armazenadas em zonas de temperatura não controlada devem ser colocadas numa câmara de temperatura controlada antes da extrusão. De frisar que diferentes temperaturas das matérias primas levam a que a fusão dos compostos ocorra em diferentes zonas da extrusão levando a diferentes viscosidades do fluido para o mesmo processo, daí a importância de controlar as temperaturas dos materiais, apesar da sua baixa condutividade térmica, à entrada do processo de extrusão.

Os polímeros são embalados em sacos que possuem características que garantem a estabilização térmica do material. No entanto para temperaturas mais elevadas durante um período longo ocorre a degradação térmica dos polímeros, sendo assim necessária uma rotação

do stock. Desta forma as matérias primas que estão há mais tempo armazenadas devem ser as primeiras a serem consumidas na produção, de modo a minimizar este fator.

A maior parte das matérias primas são aceites pelos produtores com base num certificado de conformidade do fornecedor, apesar disto os produtores devem testar os materiais recebidos periodicamente, registando os dados, garantindo assim um bom procedimento.

É importante realçar, que normalmente, os problemas internos no processo de extrusão não são causados por desvios na matéria prima utilizada, no entanto o produtor deve ser capaz de identificar as inconsistências nas propriedades das mesmas, para minimizar as perdas operacionais.

Para cada matéria prima devem ser identificadas as propriedades críticas desta para uma aplicação específica do produto final, sendo estas as propriedades da matéria prima que o produtor deve testar periodicamente.

As propriedades críticas neste tipo de processo podem ser a viscosidade, degradação térmica ao longo do tempo, resistência à tração, entre outros parâmetros em função da aplicação específica do produto final.

4.1.2 Mistura de Matérias Primas

Em função dos requisitos do produto final, pode ser necessária a pré mistura dos aditivos e polímeros antes do processo de extrusão. A melhor maneira de combinar as matérias é garantir uma distribuição uniforme dos mesmos antes da entrada na extrusora.

A alimentação da extrusora deve ter em conta:

- Diferenciação entre pó e granulado
- Distribuição uniforme dos aditivos em baixas concentrações
- Mistura adequada
- Diferentes granulometrias
- Adição de aditivos líquidos
- Misturas uniformes de aditivos em pó

O melhor método para garantir uma uniforme distribuição dos componentes, é alimentar gravimetricamente a extrusora através de diferentes alimentadores colocados acima da extrusora, isto supondo que há espaço e alimentadores suficientes para todos os componentes da formulação. Isto garante que todos os componentes são adicionados na proporção correta e minimiza a sua segregação.

As desvantagens desta abordagem são os custos dos alimentadores gravimétricos e o espaço necessário quando existem muitos componentes na formulação dos produtos, sendo que muitas vezes alguns componentes adicionados têm diferentes formas (pó, granulado, flocos, fibras, pellets, entre outros) e alguns são adicionadas em pequenas proporções (<1%).

Na maior parte dos casos isto não é possível, recorrendo-se então a pré-misturas consoante o tipo de material, ou seja, um alimentador para pós, outro para granulados com granulometrias semelhantes e assim sucessivamente, diminuindo assim a quantidade de alimentadores gravimétricos necessários.

Como referido anteriormente, muitos dos aditivos são adicionados em baixas concentrações, que torna difícil a criação de uma mistura uniforme. O método ideal para este caso seria ter um pequeno alimentador gravimétrico para estes aditivos diretamente ligado à extrusora. Contudo muitas das vezes isto não é prático nem viável, sendo utilizado como alternativa uma pré-mistura destes aditivos com pó da resina usada na formulação do *masterbatch*, minimizando assim a segregação.

4.2 INVENTIVE MATERIALS

A INVENTIVE Materials, irá contribuir para a penetração da Galloplast no mercado Português e para um aumento da capacidade de extrusão da empresa.

A fábrica da INVENTIVE Materials está localizada em Benavente, em Santarém – Portugal, sendo uma joint-ventures com distribuidor local, da Galloplast. Fez parte de um plano de investimento de dois anos e que permitiu um importante aumento do portfolio de produtos da Galloplast, em particular nas linhas de *masterbatch* de cor, *masterbatch* de aditivos e em compostos especiais.

A implementação da operação da INVENTIVE MATERIALS é um desafio determinante para toda a equipa da Galloplast, colocando em funcionamento os processos produtivos e administrativos de acordo com os procedimentos da Galloplast, partilhando a mesma plataforma informática em múltiplas fábricas, e realizando-o numa operação remota, garantindo deste modo à Galloplast a continuação do seu crescimento e investimento contínuo, criando novos produtos, através de novas capacidades e flexibilidades produtivas, com elevados padrões de qualidade.

4.3 Processo Produtivo

O processo produtivo é composto por duas linhas de produção, composto essencialmente por duas extrusoras, uma dedicada à produção de *masterbatches* de aditivos e outra dedicada à produção de *masterbatches* de cor.

A produção de *masterbatches* de aditivos é vista para a INVENTIVE MATERIALS como a principal aposta de mercado. O estudo realizado incide na aplicação do controlo estatístico do processo de três destes produtos.

Na produção de aditivos os materiais constituintes da formulação são divididos por quatro tremonhas.

A tremonha I é destinada à resina base, referente à componente da formulação química presente em maior quantidade.

A tremonha II é destinada a materiais em pó, utilizados, em regra geral, em menores quantidades.

A tremonha III é reservada para outras resinas ou aditivos utilizados na formulação em menor quantidade que a resina base. Esta tremonha pode ser utilizada para material reprocessado caso exista necessidade. Este material reprocessado é muitas vezes produto não conforme produzido em produções anteriores, diminuindo desta forma os desperdícios.

Por fim tremonha IV é utilizada em casos em que a formulação exija a pré-mistura de alguns componentes. Esta tremonha é precedida por um misturador responsável pela pré-mistura dos diferentes materiais.

A alimentação do material é feita através de alimentadores gravimétricos. Os materiais das tremonhas I, II e III entram na extrusora através do alimentador principal. A tremonha IV está associada ao alimentador secundário/lateral.

Ao sair da extrusora, o material é mergulhado em água numa tina de arrefecimento de modo a solidificar lentamente, para que possa ser cortado e convertido na forma de *pellets*.

Em seguida o produto é peneirado em duas fases de modo a excluir os *pellets* de maiores dimensões, esta fase do processo é correspondente à inspeção definida no diagrama de blocos da Figura 4.1. Por fim o produto é embalado para posteriormente ser expedido ou armazenado.

Em suma o processo produtivo utilizado é idêntico ao representado no subcapítulo 4.1.

A Figura 4.3 exemplifica o processo utilizado pela INVENTIVE MATERIALS para a produção de *masterbatches* de aditivos e explicitado anteriormente.

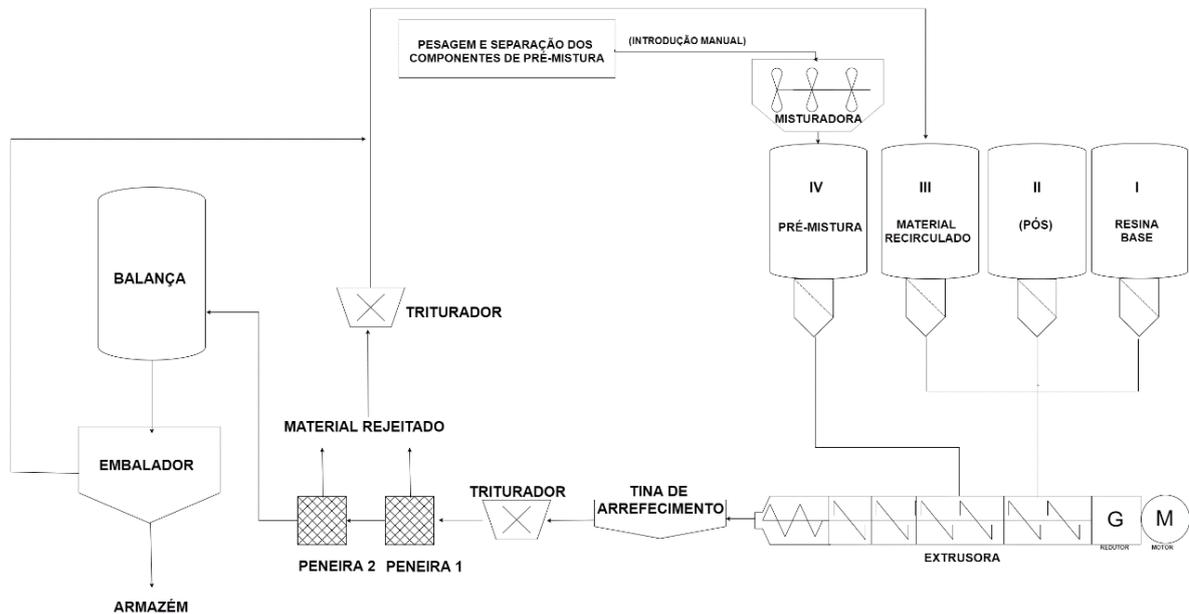


Figura 4.3 - Esquema Representativo do Processo Produtivo de Masterbatches de Aditivos

4.4 Controlo da Qualidade

Em relação ao controlo de qualidade a INVENTIVE MATERIALS tem um laboratório próprio onde regista os dados referentes a diversas características dos diversos produtos acabados. Estes registos são tirados durante todas as produções, em regra geral, a cada 1000 Kg de produção. Os dados são registados e guardados numa base de dados.

São controladas no laboratório características da qualidade do produto, tais como teor de humidade, granulometria, densidade aparente, cor e índice de fluidez.

Apesar de INVENTIVE MATERIALS registar os dados estatísticos de diferentes características, não tem implementado qualquer método de controlo estatístico, limitando-se a verificar se o produto está a ser produzido de acordo com as especificações.

Com o presente estudo pretende-se preencher essa lacuna existente no controlo de qualidade da empresa.

5 Caso de Estudo

Neste capítulo será apresentada a aplicação prática na empresa INVENTIVE MATERIALS, tendo em conta o estudo bibliográfico efetuado nos Capítulos 2 e 3.

O estudo refere-se ao processo de extrusão de *masterbatches* de aditivos, com a aplicação do controlo estatístico do processo a três produtos acabados tendo em conta as suas características e dados estatísticos existentes, com o objetivo de melhoria destes processos.

5.1 Preparação das Fórmulas

Apesar de empresa registar periodicamente os dados recolhidos de cada produção para diversas características da qualidade, não tem implementado qualquer metodologia de controlo estatístico do processo. Posto isto serão identificados produtos de modo a aplicar o controlo estatístico do processo e preparados os dados para posterior implementação das cartas de controlo estatístico.

5.1.1 Produtos em Estudo

Neste capítulo serão estudados três produtos referentes ao processo produtivo de *masterbatches* de aditivos.

Na Figura 5.1 identificam-se os produtos a as respetivas características em estudo.

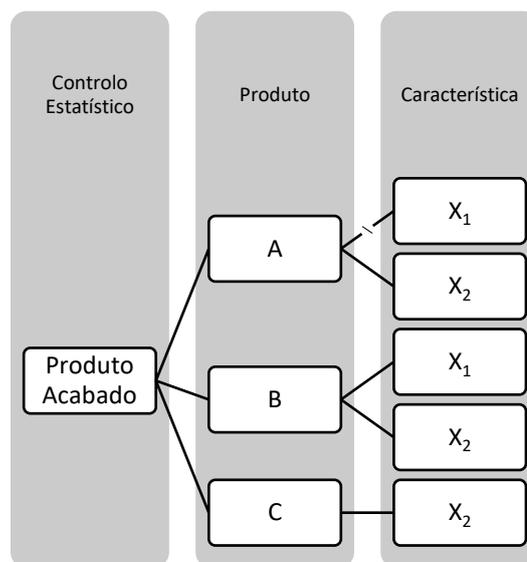


Figura 5.1 - Produtos e características em estudo

Na Figura 5.1 observa-se que para os produtos A e B serão estudadas duas características da Qualidade (X_1 e X_2) e enquanto que para o produto C apenas será objeto de estudo a característica X_2 da qualidade, visto a característica X_1 não ser controlada para este produto.

5.1.2 Recolha de Dados

Os dados utilizados são referentes aos registos efetuados pelo laboratório de qualidade da fabrica para diferentes períodos de produção. Os dados são recolhidos a cada mil quilogramas produção dos diferentes produtos acabados e registados numa base de dados. De referir que os dados registados têm dimensão de amostra igual a 1, tratando-se assim de observações individuais.

Na Tabela 5.1 é possível visualizar os lotes de produção analisados e as suas datas de produção bem como a quantidade produzida

Tabela 5.1 – Dados de produção dos Lotes dos produtos em estudo

Produto	Lote	Início de Produção	Fim de Produção	Produção (Kg)
A	1	19/04/2017	24/04/2017	23000
	2	31/05/2017	9/06/2017	24000
B	1	7/03/2017	8/03/2017	13000
	2	21/06/2017	23/06/2017	24000
C	1	7/02/2017	9/02/2017	15000
	2	16/03/2017	20/03/2017	12000

5.1.3 Seleção das Cartas de Controlo a Utilizar

A INVENTIVE MATERIALS produz um número significativo de produtos para as mais diversas aplicações. A produção destes não é contínua ocorrendo de acordo com as encomendas dos clientes. Entre produções dos diferentes lotes podem existir variações de alguns dos parâmetros do processo, como por exemplo, o perfil de temperaturas utilizado durante a extrusão, ou a taxa de produção. Para os três produtos analisados existe um número reduzido de dados, $n \leq 100$. Assim adequa-se ao estudo deste processo a utilização das Cartas Q para o controlo estatístico univariado do processo e as cartas M_{QX} para o controlo multivariado.

Os dados registados foram divididos por lotes de produção e construídas cartas para cada lote de cada produto.

Na Tabela 5.2 estão identificados os limites de especificação para as diferentes características dos diferentes produtos.

Tabela 5.2 - Limites de especificação das características de cada produto em estudo

Produto	Característica	LIE	LSE
A	X_1	45	55
	X_2	0,55	0,95
B	X_1	40	60
	X_2	0,50	0,70
C	X_2	0,55	0,75

No Anexo B podem ser consultados os dados recolhidos e registados pela INVENTIVE MATERIALS na sua base de dados, utilizados para a construção das cartas de controlo.

Para o controlo da média recorreu-se à construção das cartas $Q(X)$, enquanto que para o controlo da dispersão do processo foram utilizadas as cartas $Q(MR)$ e $W(MR)$. Utilizou-se a carta $W(MR)$ para o estudo da dispersão do processo em casos em que se tenham detetado duas observações consecutivas com o mesmo valor. Os procedimentos utilizados para a construção destas cartas e respetivo estudo da capacidade encontram-se descritos no subcapítulo 3.1.3.

Os procedimentos para a construção da carta MQ_X para o estudo multivariado do processo encontram-se descritos no subcapítulo 3.2.1.

5.2 Construção das Cartas de Controlo e Análise dos resultados

Nesta fase serão construídas as cartas de controlo aplicar para cada um dos produtos e identificadas as causas especiais de variação. Na análise univariadas dos produtos será ainda feita uma análise no que à capacidade dos processos diz respeito. Para a deteção das causas especiais serão aplicadas as regras 1 (um ponto fora dos limites de controlo) e 6 (quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A do mesmo lado da linha central) como sugerido no ponto 3.1.3.

5.2.1 Cartas de Controlo $Q(X)$, $Q(MR)$ e $W(MR)$

Nesta secção serão construídas e analisadas as cartas univariadas para cada uma das características de cada lote dos três produtos estudados.

PRODUTO A

Característica X_1 - Lote 1

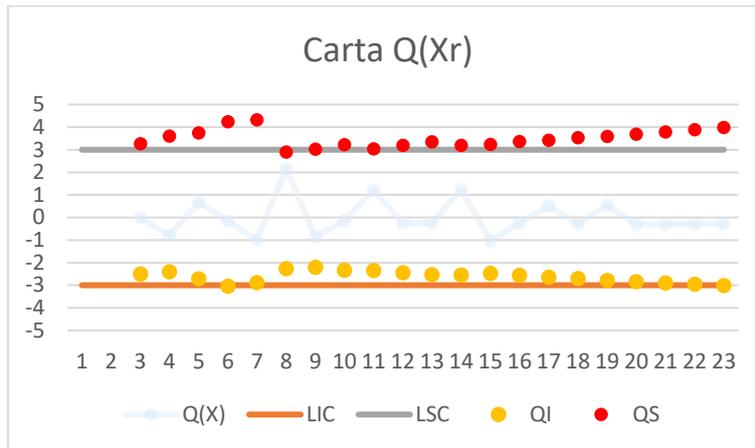


Figura 5.2 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X_1 , Lote 1

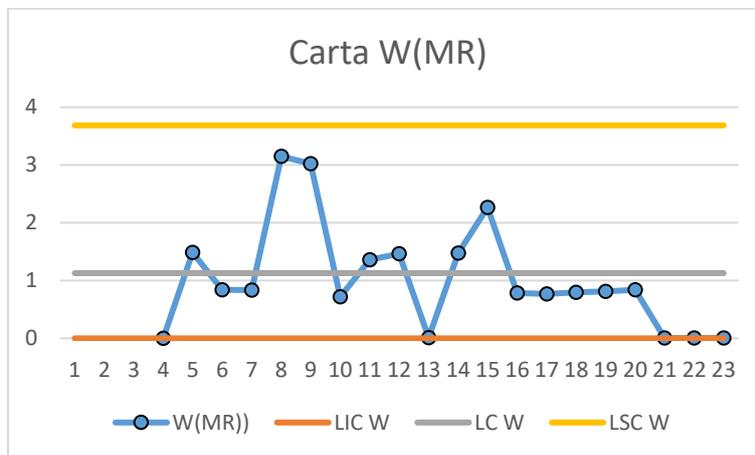


Figura 5.3 - Carta W(MR) Produto A, Característica X_1 , Lote 1

Ao analisar a carta da média para característica X_1 do lote 1 do produto A, verifica-se que o processo se encontra estável pois não são detetadas causas especiais de variação, no entanto este não apresenta capacidade em praticamente todos os instantes analisados. De realçar que assim que o processo perde a capacidade não devem ser calculados mais pontos da carta, até que o processo seja corrigido. Visto as cartas terem sido traçadas após o registo dos dados não foi possível a correção do processo por forma a este recuperar a capacidade. Procedeu-se assim

ao cálculo dos restantes pontos da carta de forma a estudar melhor o processo e tentar perceber se os limites de especificação serão os mais adequados, frisando mais uma vez que este não é o procedimento correto.

Em relação à carta da dispersão é possível verificar que o processo se encontra sob controlo estatístico. Recorreu-se neste caso à utilização da carta $W(MR)$, visto existirem observações consecutivas com o mesmo valor.

Característica X_1 – Lote 2

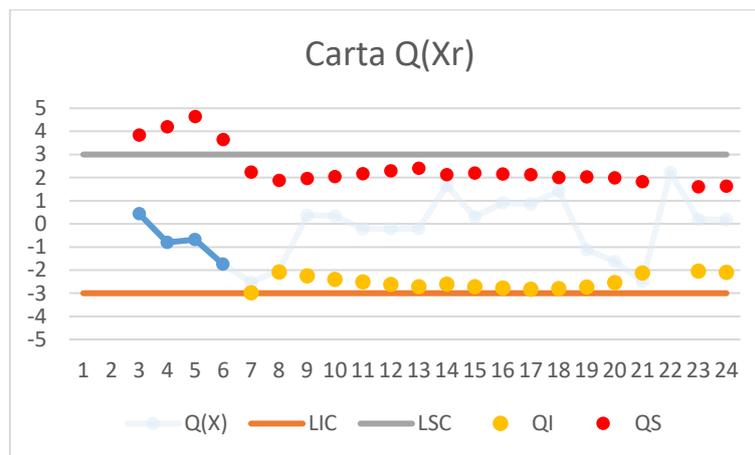


Figura 5.4 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X_1 , Lote 2

Analisando a carta da média do lote 2 verifica-se que o processo, apesar de não serem detetadas causas especiais de variação, não apresenta capacidade para todos os instantes, r , superiores a 6. Utilizou-se o mesmo critério utilizado para o Lote 1 do produto A quando verificada a perda de capacidade do processo, prosseguindo-se com o cálculo dos restantes pontos apesar do processo não apresentar capacidade, e estes não devessem ter sido calculados a partir do instante $r = 7$.

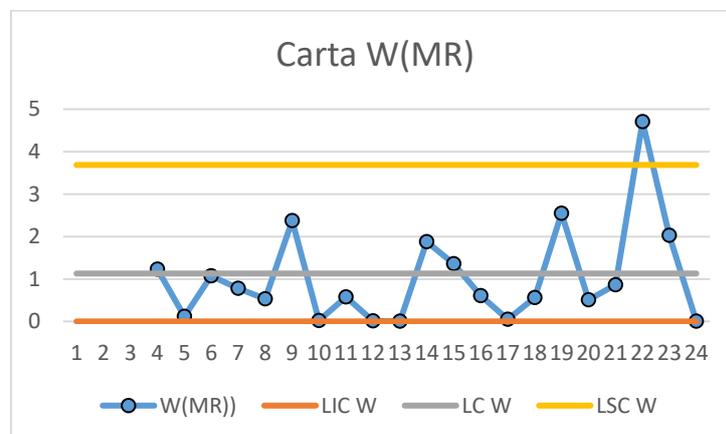


Figura 5.5 - Carta W(MR) Produto A, Característica X_1 , Lote 2

Em relação ao controlo da dispersão deteta-se a existência de uma causa especial para o instante, $r=22$.

Característica X_2 Lote 1

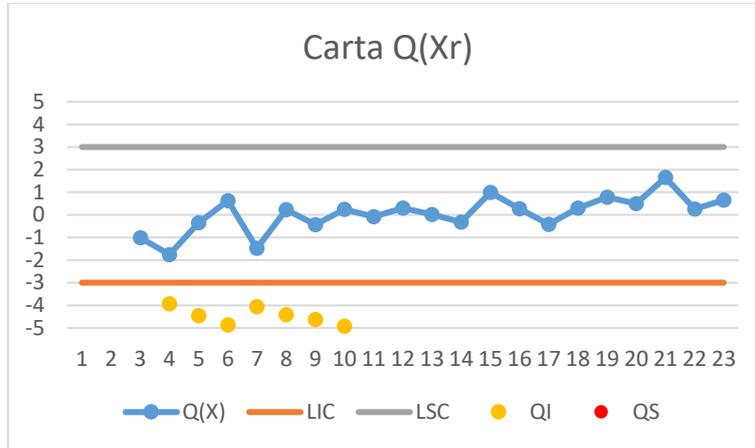


Figura 5.6 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X_2 , Lote 1

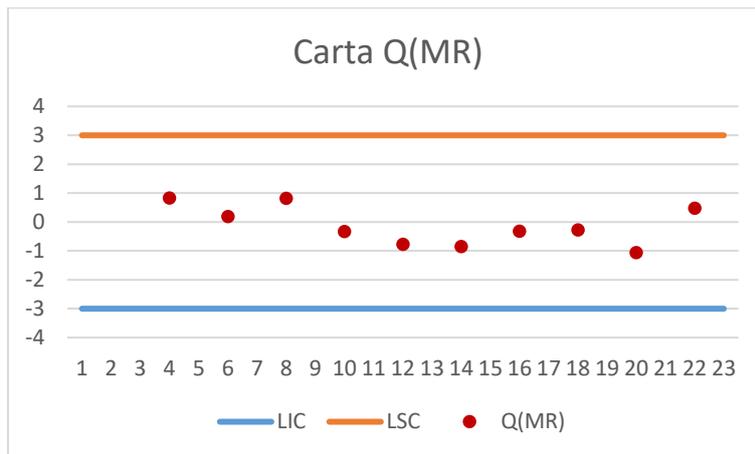


Figura 5.7 - Carta Q(MR) Produto A, Característica X_2 , Lote 1

Para a característica X_2 do lote 1 do produto A não se verifica a existência de qualquer causa especial de variação na carta da média e na carta da dispersão. O processo a presente ainda capacidade. O processo encontra-se para este lote e esta característica sob controlo estatístico.

Característica X₂ Lote2

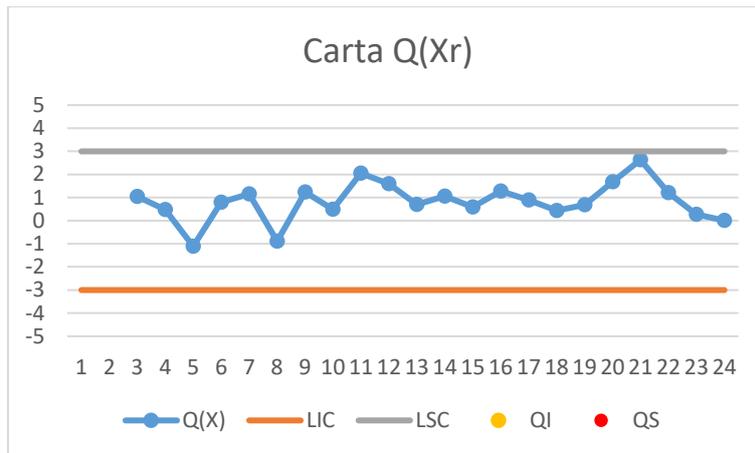


Figura 5.8 - Carta Q(Xr) Produto A, Característica X₂, Lote 2

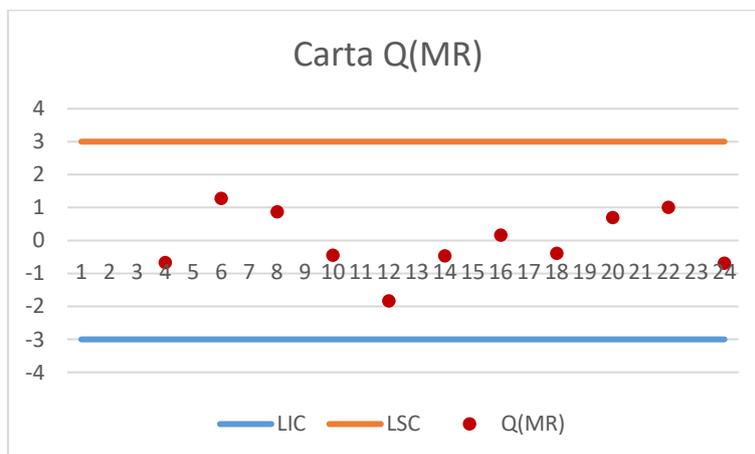


Figura 5.9 - Carta Q(MR) Produto A, Característica X₂, Lote 2

Para a característica X₂ do lote 2 do produto A o processo encontra-se igualmente sob controlo estatístico. Não se detetou a existência de qualquer causa especial em nenhuma das duas cartas e o processo apresenta capacidade.

PRODUTO B

Característica X_1 – Lote 1

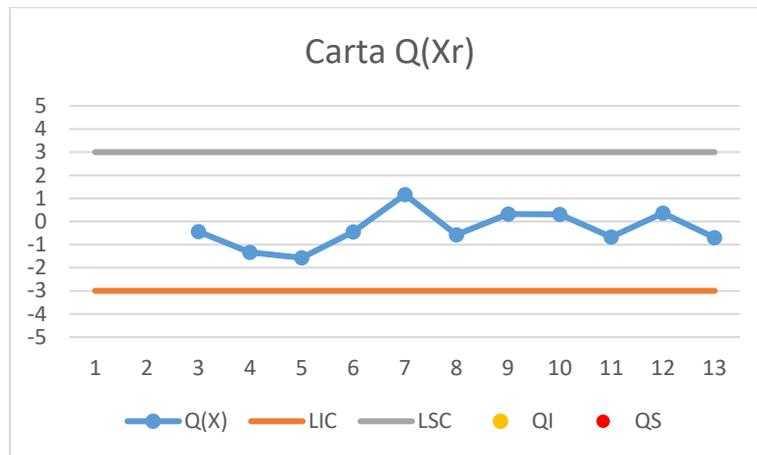


Figura 5.10 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X_1 , Lote 1

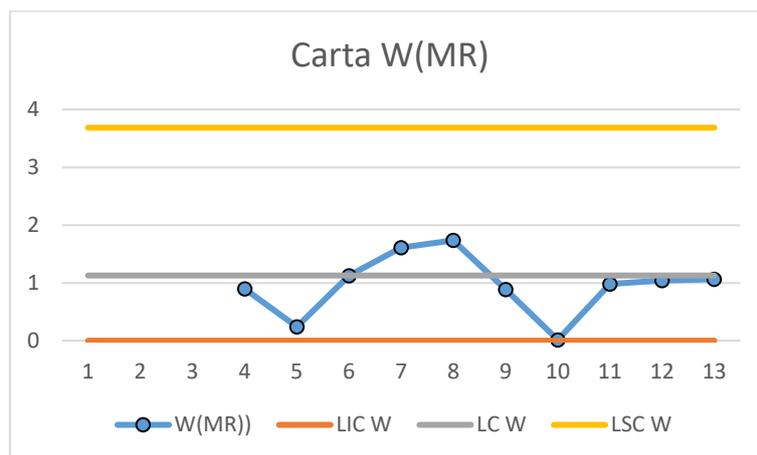


Figura 5.11 - Carta W(MR) Produto B, Característica X_1 , Lote 1

Em relação à característica X_1 do lote 1 do produto B o processo encontra-se sob controlo estatístico, visto não serem detetadas causas especiais de variação nas duas cartas estudadas e o processo apresentar capacidade.

Característica X_1 – Lote 2

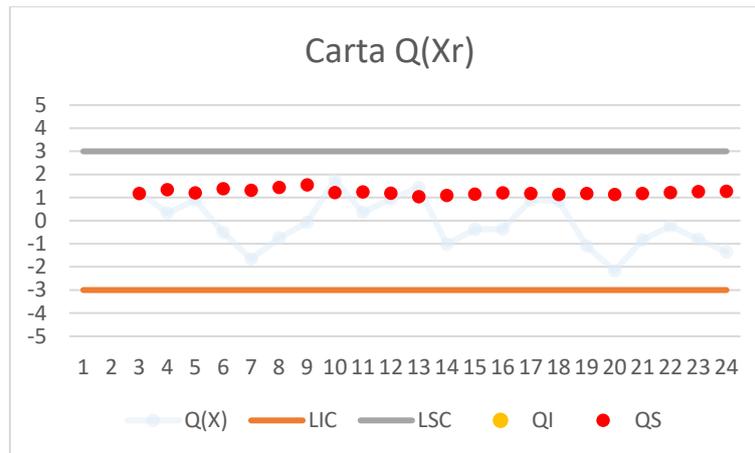


Figura 5.12 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X_1 , Lote 2

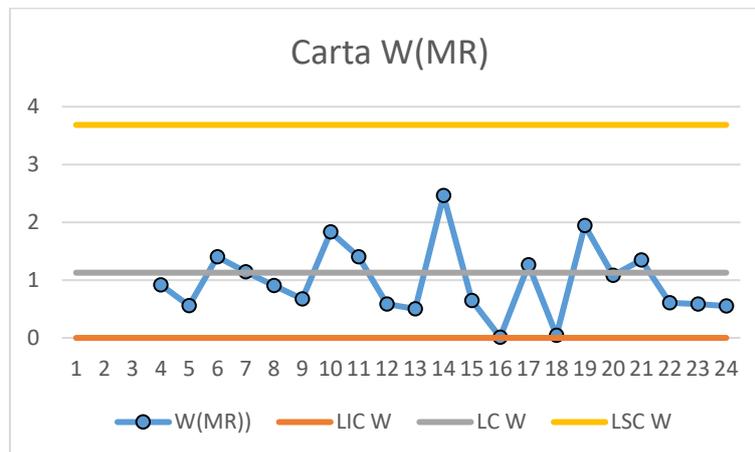


Figura 5.13 - Carta W(MR) Produto B, Característica X_1 , Lote 2

Para a característica X_1 do lote 2 do produto B não se verificam causas especiais de variação nas duas cartas estudadas. Em relação ao estudo da capacidade verifica-se que o processo não é capaz pois o índice Q_s apresenta valores inferiores a três para todos os instantes, r , estudados. Mais uma vez o processo deveria ter sido corrigido e não deveriam ter sido calculados mais pontos na carta, no entanto prosseguiu-se com o estudo para analisar a estabilidade do mesmo. Neste caso verifica-se que o processo se encontra visivelmente descentrado. Sendo assim o limite de especificação pode estar mal estabelecido devendo neste caso ser revisto.

Característica X_2 – Lote 1

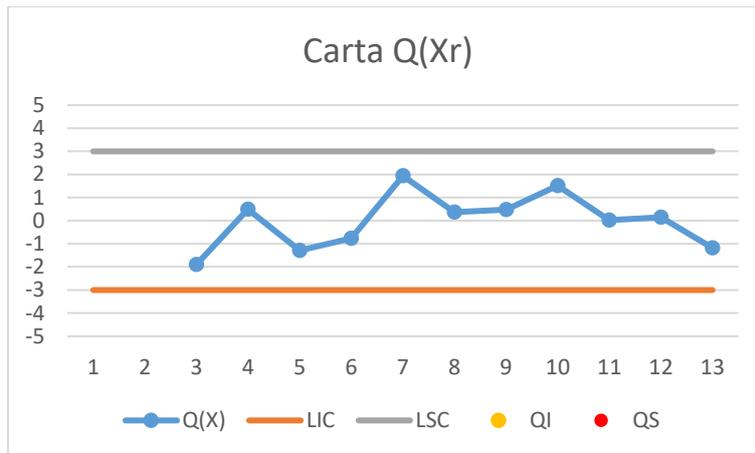


Figura 5.14 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X_2 , Lote 1

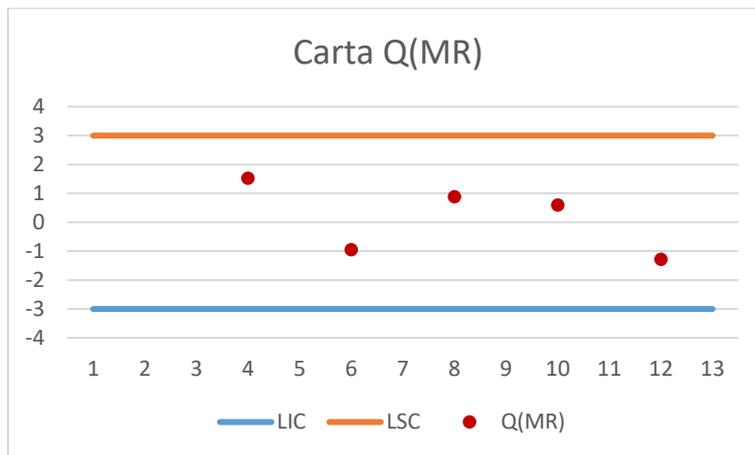


Figura 5.15 - Q(MR) Produto B, Característica X_2 , Lote 1

Em relação à característica X_2 do lote 1 do produto B o processo encontra-se sob controlo estatístico, pois não são detetadas causas especiais e o processo encontra-se sob controlo estatístico.

Característica X_2 – Lote 2

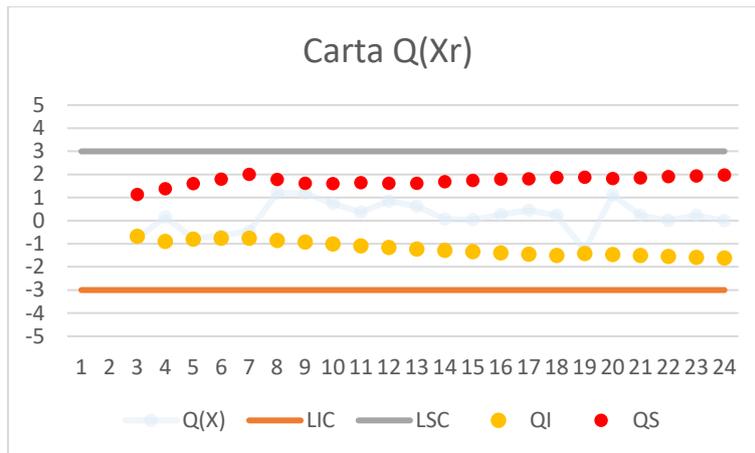


Figura 5.16 - Carta Q(Xr) Produto B, Característica X_2 , Lote 2

Analisando a carta para o estudo da média do processo do lote 2 do produto B para a característica X_2 , não são verificadas causas especiais de variação. No entanto o processo não apresenta capacidade para todos os instantes estudados.

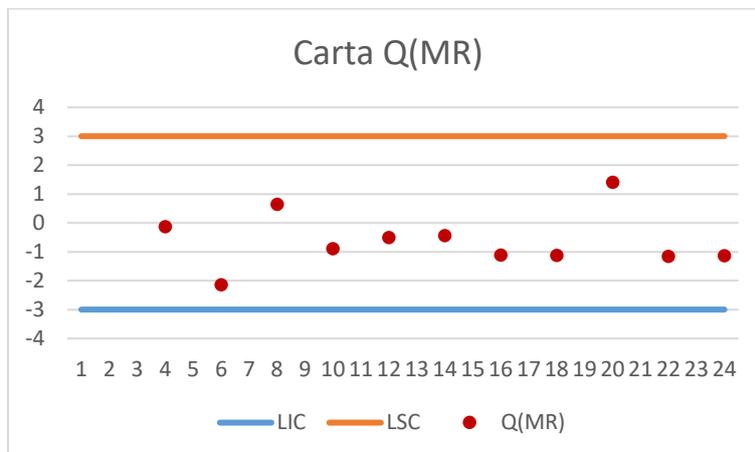


Figura 5.17 - Carta Q(MR) Produto B, Característica X_2 , Lote 2

O processo encontra-se estável no que à dispersão do processo visto não terem sido encontradas causas especiais de variação na carta $Q(MR)$.

PRODUTO C

Característica X_2 – Lote 1

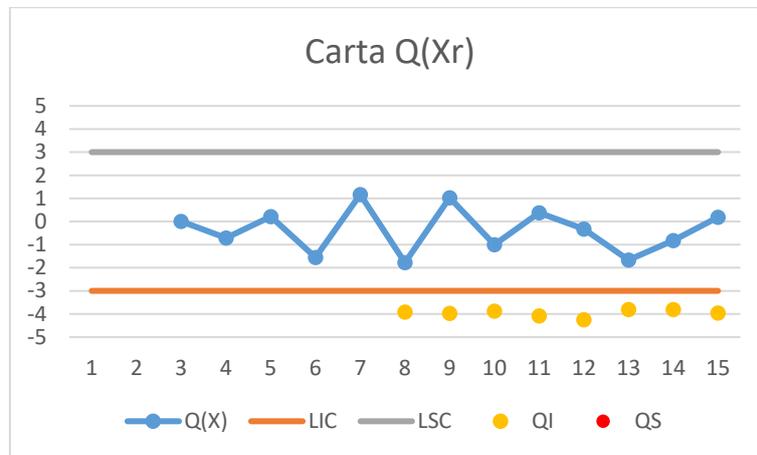


Figura 5.18 - Carta Q(Xr) Produto C, Característica X_2 , Lote 1

O processo do lote 1 do produto C para a característica do X_2 encontra-se sob controlo estatístico. Não são detetadas quaisquer causas especiais de variação para as cartas da média e da dispersão, e o processo apresenta capacidade.

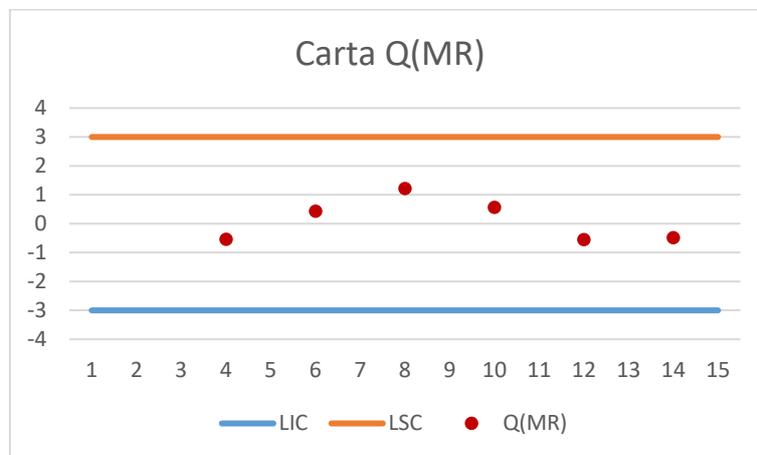


Figura 5.19 -- Carta Q(MR) Produto C, Característica X_2 , Lote 1

Característica X_2 – Lote 2

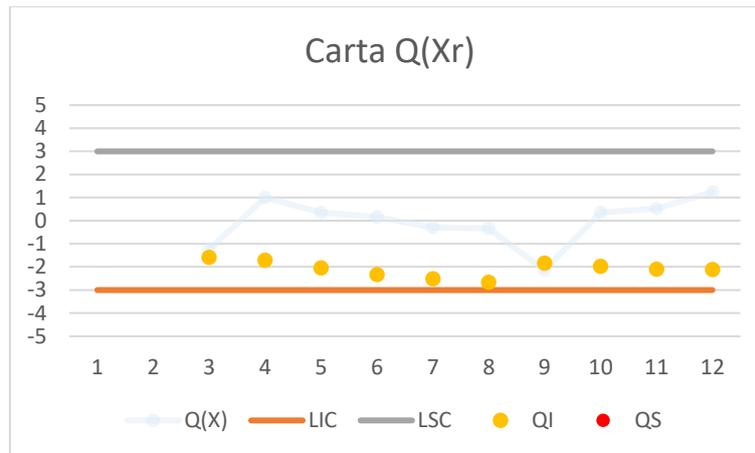


Figura 5.20 -- Carta Q(Xr) Produto C, Característica X_2 , Lote 2

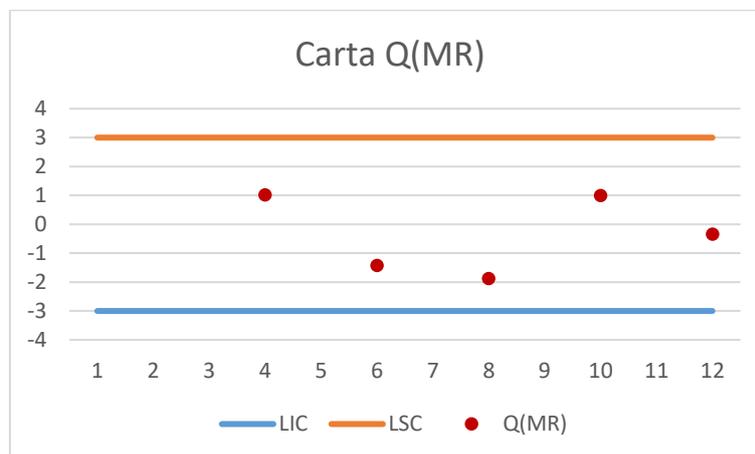


Figura 5.21 -- Carta Q(MR) Produto C, Característica X_2 , Lote 2

Para a característica X_2 do lote 2 do produto C o processo encontra-se estável visto não se detetarem causas especiais de variação da carta de controlo da média e da dispersão. No entanto o processo não apresenta capacidade visto que $QI < -3$ para todos os instantes estudados. Nesta situação pode-se mais uma vez afirmar que o limite de especificação possa estar mal definido devendo também neste caso ser revisto.

5.2.2 Cartas de Controlo MQX (Estudo Multivariado)

Nesta secção serão construídas e analisadas as cartas multivariadas dos produtos A e B para cada um dos seus lotes produzidos.

Produto A

Lote 1 Característica X_1, X_2

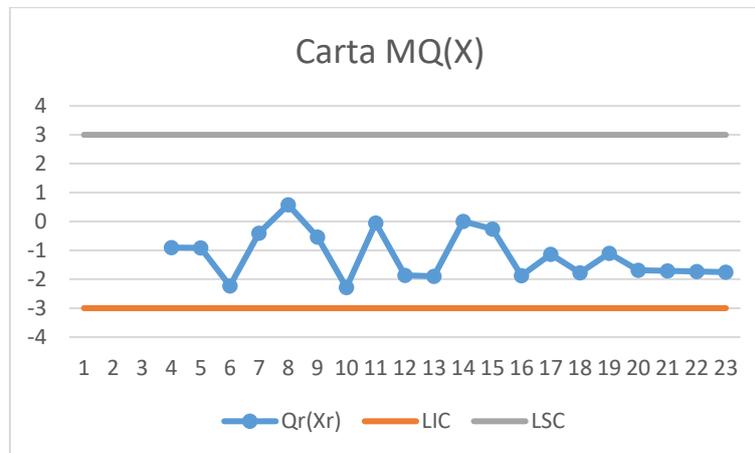


Figura 5.22 - Carta MQ(X) Produto A, Lote 1

Ao analisar a carta MQ(X) referente ao controlo estatístico multivariado concluí-se que o processo se encontra sob controlo estatístico no que ao controlo da média diz respeito, confirmando a análise feita no estudo univariado para o mesmo produto.

Lote 2 Característica X_1, X_2

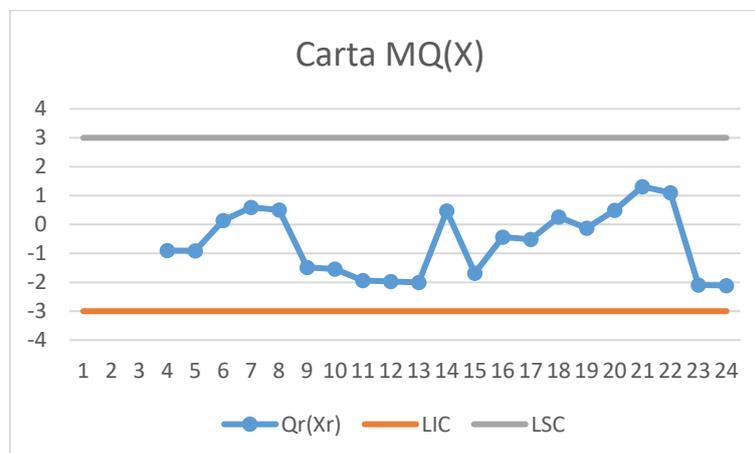


Figura 5.23 - Carta MQ(X) Produto A, Lote 2

Para o Lote 2 a carta MQ(X) confirma igualmente que o processo se encontra sob controlo estatístico não se verificando a existência de qualquer causa especial de variação, confirmando assim também a análise feita através do estudo univariado.

Produto B

Lote 1 Característica X_1, X_2

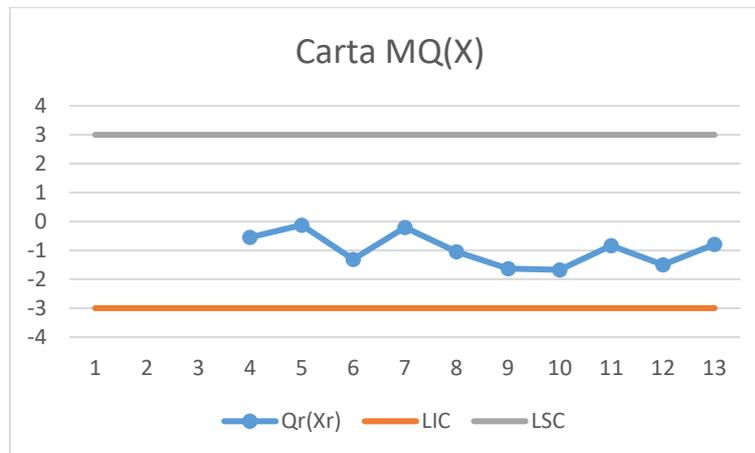


Figura 5.24 - Carta MQ(X) Produto B, Lote 1

Lote 2 Característica X_1, X_2

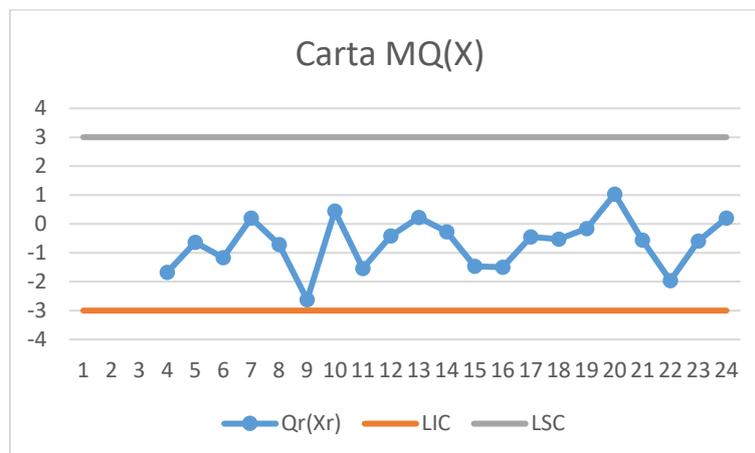


Figura 5.25 - Carta MQ(X) Produto B, Lote 2

Na análise das Cartas MQ(X) das características X_1 e X_2 para o Lote 1 e 2 do produto B não se verifica a existência de qualquer causa especial, podendo-se assim afirmar que o processo se encontra sob controlo estatístico, confirmando também a análise feita para este produto no estudo univariado.

De frisar que na análise multivariada, apenas se controlou estatisticamente a média dos processos e não tendo sido estudada a capacidade dos mesmos.

6 Conclusões e Sugestões

Tendo-se terminado a análise do caso de estudo, pretende-se dar resposta aos objetivos definidos, bem como sugerir possíveis trabalhos futuros no âmbito da empresa INVENTIVE MATERIALS.

Assim sendo serão apresentadas neste capítulo as conclusões finais e as sugestões para trabalhos futuros.

6.1 Conclusões Gerais

No capítulo 5.2 foi aplicado o controlo estatístico univariado para os produtos A, B e C e multivariado para o Produto A e B.

Em relação ao controlo estatístico univariado para o estudo da dispersão, foi utilizada a carta W(MR), quando analisada a característica X_2 , visto a definição dos dados fornecidos não ser a melhor e existirem duas observações consecutivas com o mesmo valor impossibilitando assim a utilização da carta Q(MR) para o estudo da dispersão. A utilização carta W(MR) em detrimento da carta Q(MR) provoca algumas limitações na análise da dispersão, visto que os dados referentes à estatística utilizada não são independentes. Posto isto, é importante frisar, que o laboratório deve ser mais criterioso no registo dos dados referentes às características dos produtos acabados. Para isso deve investir em instrumentos para medição das características com uma maior resolução.

Em relação às cartas para o estudo da média dos processos não foi encontrada qualquer causa especial de variação para nenhum dos produtos e respetivas características.

Na análise das cartas de controlo da variância do processo foi detetada uma causa especial de variação Carta W(MR) para a característica X_1 do Lote 2 do produto A. Esta causa pode-se dever a uma variação de algum dos parâmetros do processo nesse instante. Outra causa possível pode ser um erro na análise amostral feita no laboratório, visto o valor da observação ser discrepante em relação aos instantes anteriores e posteriores à ocorrência desta causa.

Na análise multivariada dos processos para a média não foi detetada a existência de qualquer causa especial de variação para todos os lotes de todos os produtos analisados.

Em relação à comparação dos resultados entre o controlo estatístico univariado e multivariado, as conclusões foram semelhantes, sendo que em ambos os casos não foram de detetadas causas especiais de variação. No entanto a análise univariada mostra-se mais consistente, visto

terem sido analisadas a média e a variabilidade dos processos e ainda estudada a capacidade dos mesmos.

Em relação ao estudo da capacidade dos processos foram detetadas anomalias em alguns dos lotes estudados. Para resolver estes problemas deve-se tentar, em primeiro lugar verificar se os limites de especificação se encontram bem definidos e se é possível procede à sua alteração, caso contrário é necessário diminuir a variabilidade existente em alguns processos de modo a tornar os processos capazes. De realçar, mais uma vez, que assim que o processo não apresente capacidade não devem ser calculados mais pontos da carta, até que o processo seja corrigido. Este procedimento não foi possível visto as cartas terem sido traçadas após o registo dos dados.

Na carta $Q(X)$ para a característica X_2 do produto B é possível verificar que o processo não apresenta capacidade. Porém neste caso o problema pode ser resolvido deslocando a média do processo, sem ser necessário reduzir a variabilidade do mesmo, centrado o processo em torno do limite central. Esta identificação quanto ao parâmetro do processo que afeta a falta de capacidade do mesmo é muito importante, visto ser, em regra geral, muito mais eficaz e eficiente atuar sobre a média dos processos do que reduzir a variabilidade dos mesmos.

Analisando cartas de controlo de características iguais para lotes diferentes do mesmo produto, é possível verificar que em alguns casos existem grandes discrepâncias em relação ao estudo da capacidade. Isto pode dever-se ao facto de entre produções existirem variações dos parâmetros dos processos, como o perfil de temperaturas utilizado, a velocidade do fuso e taxa de alimentação. Outro dos fatores que pode levar a estas discrepâncias são as condições da matéria prima não serem as mesmas entre produções, devido ao seu atual débil acondicionamento.

A aplicação do controlo estatístico do processo revelou-se uma ferramenta importante para o controlo da qualidade da INVENTIVE MATERIALS, pois através da utilização das cartas Q é possível controlar e monitorizar o processo em tempo real, identificando possíveis causas especiais. Sendo que a identificação e correção destas causas tende a diminuir a possibilidade de existência de lotes de produtos cujo as suas características não se encontrem dentro das especificações definidas, evitando desperdícios desnecessários, aumentando assim a eficiência do processo produtivo.

Assim sugere-se à INVENTIVE MATERIALS a aplicação do controlo estatístico do processo através das cartas de controlo a todos os seus produtos, com vista a melhoria do seu processo produtivo.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros o autor desta dissertação sugere a aplicação das cartas de controlo estatística para outros produtos produzidos pela empresa.

Sugere-se ainda uma recolha de dados mais extensiva e com maior resolução de modo a aumentar a fiabilidade da utilização das cartas de controlo e respetivo controlo estatístico.

Por fim sugere-se a aplicação das cartas especiais de controlo estatístico *CUSUMQ* e *EWMAQ*, como uma outra abordagem comparativa para uma maior versatilidade e rigor na análise.

Referências

- Box, G. E., e Cox, D. R. (1964). "An Analysis of Transformations". *Journal of the Royal Statistical Society - Series B*, Vol. 26, pp. 211-246.
- Feigenbaum, A. V. (1981). *Total Quality Control*, 3ª Edição revista, McGraw Hill, Inc.
- Giles Jr., H. F., Wagner Jr., J. R., and Mount III, E. M. (2005). "12 - Plastic Behavior in Twin Screw Extruders BT - Extrusion" *Plastics Design Library*, William Andrew Publishing, Norwich, NY.
- Hsiang, T. C., e Taguchi, G. (1985). "Tutorial on Quality Control and Assurance – The Taguchi Methods". *Joint Meetings of the American Statistical Association*, pp. 188.
- Johnson, N. L. (1949). "Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation". *Biometrika*, Vol. 36, pp. 149–176.
- Juran, J. M. (1999). *Juran's Quality Handbook*, 5ª Edição, McGraw Hill, New York.
- Juran, J. M. and Gryna F. M. (1980). *Quality Planning and Analysis*, 2ª Edição. New York, McGraw-Hill.
- Kane, V. E. (1986). "Process capability indices". *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, pp.41-52.
- Mast, J. d. (2008). "A history of industrial statistics and quality and efficiency improvement". In S. Coleman, T. Greenfield, D. Stewardson, & D. C. Montgomery, *Statistical Practice in Business and Industry*. West Sussex: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control*, 7ª Edição. New York: Wiley & Sons.
- Pereira, J. G. e Pereira, Z. L. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, 2ª Edição, FFCT – Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Caparica.
- Quesenberry, C. P. (1991) "SPC Q chart for start-up processes and short or long runs". *Journal of Quality Technology*, Vol.23, pp. 223-224.
- Quesenberry, C. P. (1995). "On Properties of Q Charts for Variables". *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 184-203.

Quesenberry, C. P. (1997). *"SPC Methods for Quality Improvement"*. New York: John Wiley & Sons.

Shewhart, W.A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactures Product*, D. Van Nostrand Company, Inc, New York.

Wheeler, D. J. (1992). *"Short Run SPC"*. Knoxville, Tennessee: SPC Press.

Anexos

Anexo A: Fatores da Construção de Cartas de Controle Tradicionais

Dimensão Amostra	Carta da Média				Carta do Desvio Padrão				Carta da Amplitude					
	Fatores Limites Controle		Fatores Linha Central		Fatores para Limites de Controle									
	A	A ₂	A ₃	d ₂	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

Anexo B: Dados Registrados Utilizados para a Construção das Cartas de Controle

	Produto A				Produto B				Produto C	
	Lote 1		Lote 2		Lote 1		Lote 2		Lote 1	Lote 2
Observação	X ₁	X ₂								
1	50	0.68	52	0.66	52	0.59	57	0.56	0.64	0.60
2	50	0.69	51	0.67	51	0.59	56	0.66	0.62	0.59
3	48	0.67	52	0.68	51	0.58	59	0.51	0.63	0.57
4	48	0.64	51	0.68	50	0.59	58	0.59	0.62	0.61
5	50	0.66	51	0.66	49	0.58	59	0.52	0.63	0.60
6	49	0.68	50	0.68	50	0.58	57	0.52	0.61	0.60
7	48	0.64	48	0.69	52	0.60	55	0.53	0.64	0.59
8	52	0.67	47	0.66	50	0.59	56	0.63	0.60	0.59
9	48	0.66	51	0.69	51	0.59	57	0.64	0.64	0.56
10	49	0.67	51	0.68	51	0.60	60	0.62	0.61	0.60
11	51	0.66	50	0.70	50	0.59	58	0.60	0.63	0.60
12	49	0.67	50	0.70	51	0.59	59	0.63	0.62	0.61
13	49	0.67	50	0.69	50	0.58	60	0.62	0.60	
14	51	0.66	53	0.70			56	0.59	0.61	
15	48	0.68	51	0.69			57	0.59	0.62	
16	49	0.67	52	0.70			57	0.60		
17	50	0.66	52	0.70			59	0.61		
18	49	0.67	53	0.69			59	0.60		
19	50	0.68	49	0.69			56	0.53		
20	49	0.67	48	0.71			54	0.64		
21	49	0.69	46	0.73			56	0.60		
22	49	0.67	55	0.71			57	0.59		
23	49	0.68	51	0.69			56	0.60		
24			51	0.69			55	0.59		