



PEDRO ROSEIRA REIS COSTA

LICENCIADO

**MODELAÇÃO GEOLÓGICA E DE TEORES DO
DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS, MINA DE
ALJUSTREL**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Geológica

Orientador: Doutor José António de Almeida,
Prof. Associado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL

Coorientador: Dr. João Francisco Correia Gonçalves,
Departamento de Geologia da ALMINA

Júri:

Presidente: Doutor Joaquim António dos Reis Silva Simão

Vogal: Doutor António Alberto Gabriel Luís

Coorientador: Dr. João Francisco Correia Gonçalves



Setembro 2017

MODELAÇÃO GEOLÓGICA E DE TEORES DO DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS, MINA DE ALJUSTREL

Copyright em nome de Pedro Roseira Reis Costa, da FCT/UNL e da UNL.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

À Empresa ALMINA, pela disponibilidade dos dados que tornaram possível este trabalho e pela confiança e motivação, em particular ao Departamento de Geologia, na pessoa do Dr. João Gonçalves, meu coorientador, pela sua tremenda ajuda e disponibilidade.

À empresa *Midland Valley* que tem em vigor um protocolo de utilização educacional com a FCT Universidade NOVA de Lisboa para o *software* Move®.

Ao Doutor José António de Almeida, meu orientador, por toda a ajuda e por tudo o que me ensinou nestes anos de Faculdade e o que ainda me ensina. Quer sejam as histórias que me contou, recomendações de bibliografia e programas a utilizar ou, mais importante ainda, como abordar um problema de diferentes maneiras. Acho que nunca esquecerei as situações mais adversas (do ponto de vista técnico) que para mim pareciam autênticos “bichos de sete cabeças” e que o Professor conseguiu resolver em tempos absurdamente pequenos utilizando uma mistura de puro conhecimento técnico/científico com práticas “à engenheiro” que certamente foi cultivando ao longo dos anos.

Ao Doutor José Carlos Kullberg por tudo o que me ensinou ao longo dos anos, pela dedicação e empenho que mostrou para proporcionar o melhor que conseguia aos seus alunos.

À Doutora Graça Brito pela sua boa disposição, estilo de ensino relaxado e sua tremenda disponibilidade dentro e fora das aulas.

À Doutora Ana Paula Silva, devo referir que tão cedo não esquecerei uma professora tão capaz de sacrificar corpo e alma em prol do ensino dos seus alunos. Quer sejam os constantes ajustamentos dos horários e prazos de entrega de trabalhos ou apresentações, não faz disso desculpa para faltar. Isto tudo mostra uma dedicação ao trabalho que espero ter no futuro.

À Doutora Sofia Barbosa, pela sua capacidade de tornar até os assuntos menos interessantes em algo cativante, pela sua insistência em aprendermos os termos técnicos em inglês para nos preparar para o futuro.

A todos os Professores do Departamento de Ciências da Terra que não tenha referido, agradeço-vos por tudo o que me ensinaram dentro e fora da sala, o espírito de boa interação entre Professor e Aluno e pela imensa disponibilidade prestada para tirar dúvidas, aulas extra, etc.

Ao Andrei pelas acesas discussões desde as mais banais e disparatadas até àquelas com cariz mais intelectual. Pela imposição de um espírito de trabalhador e profissional e acima de tudo obrigado pela amizade.

AGRADECIMENTOS

Ao Ludger pelas imensas aventuras que tivemos nestes anos bem como as distrações proporcionadas e a amizade. Pela demonstração de uma confiança em nós próprios que poucos a tem.

À Sofia pela perseverança e força de vontade infinitas que demonstrou, mesmo nas situações mais chatas. Pela sua constante boa disposição, preocupação com os que a rodeiam.

Ao Luís e Nicolas por serem grandes amigos de longa data e por estarem sempre nos melhores e nos piores momentos.

A todos os amigos e colegas que tive nos meus 23 anos de existência deixo um sincero obrigado por tudo o que fizeram.

Às avós que sempre me apoiaram incondicionalmente em qualquer situação. À minha mãe por sempre acreditar no seu filho e por todos os sacrifícios que fez pela sua família. Ao meu pai por ser acima de tudo um professor e acreditar nos filhos. A todos os meus tios e primos por todo o apoio, confiança e bons tempos que passámos. Ao meu irmão por me dar uma capacidade de paciência inesgotável e pelo tipo de pensamento imaginativo a que me sujeitou.

RESUMO

O jazigo mineral de Feitais é um enorme depósito vulcano-sedimentar, rico em sulfuretos metálicos de cobre e zinco, onde as unidades sedimentares se sobrepõem aos sulfuretos maciços que estão em contacto com zonas de fissural / stockwork. Localiza-se na Faixa Piritosa Ibérica, sob a vila de Aljustrel. É explorado atualmente nas Minas de Aljustrel pela empresa ALMINA que disponibilizou para este estudo dados de sondagens, amostras de mão, e diversa bibliografia.

Este trabalho tem como objetivo a proposta e experimentação de uma metodologia destinada à construção de um modelo geológico 3D de uma parte do depósito de Feitais. A distribuição espacial dos teores mostra zonalidade, nomeadamente, entre as mineralizações do tipo maciço e fissural, de forma que o modelo de teores deve ser condicional ao modelo morfológico dos tipos de minério.

A metodologia engloba três etapas principais. Na primeira etapa procede-se à construção de um modelo geométrico 3D da envolvente do depósito, por desenho geológico e interpolação 3D de superfícies. Na segunda etapa procede-se à construção do modelo morfológico dos tipos de minério (maciço, fissural e outros) na malha tridimensional de blocos, por métodos geoestatísticos de estimação e simulação da indicatriz. Finalmente, na terceira etapa procede-se à modelação dos teores em cobre, zinco e penalizantes arsénio e mercúrio, onde são utilizados os métodos geoestatísticos de estimação por krigagem e Simulação Sequencial Direta (SSD) condicionada por histogramas locais.

Os resultados do modelo permitem estimar quantitativos totais em minério e metais cobre e zinco da região estudada, e também quantitativos desagregados de acordo com o grau de incerteza e a ocorrência de teores mais elevados dos elementos penalizantes.

Palavras-chave: Jazigo de Feitais; minérios maciços; minérios fissurais; modelo geológico 3D; geoestatística; estimação; simulação estocástica; penalizantes.

ABSTRACT

The mineral deposit of Feitais is an enormous sulphide mineral deposit, with massive and stockwork ores of copper and zinc, which is located in the Iberian Pyrite Strip, under the village of Aljustrel. This deposit is currently mined at the Aljustrel Mines by the company ALMINA that made available for this study, data from boreholes and hand samples, as well as a diverse bibliography.

This work aims at the proposal and experimentation of a methodology for the construction of a 3D geological model of a sub-volume of the Feitais deposit. The spatial distribution of the metals shows zonality, namely, between the massive and or stockwork type mineralizations, so that the metal grades model must be conditional to the morphological model of the ore types.

The work encompasses three main stages. In the first stage, a 3D geometric model of the deposit envelope was constructed by hand drawing of geological limits and 3D interpolation and triangulation of surfaces. In the second stage, a morphological model of the types of ore (massive, stockwork and others) within the deposit envelope is constructed by geostatistical indicator methods of estimation and simulation. Finally, in the third stage, copper, zinc and penalty elements (arsenic and mercury) are modelled by using geostatistical methods of kriging and Direct Sequential Simulation (SSD) conditioned to local histograms.

The results allow to compute total amounts of ores and copper and zinc metals within the studied region, as well as the amounts disaggregated according to the degree of uncertainty or the occurrence of higher levels of the penalty elements.

Key-words: Feitais deposit; massive ores; stockwork ores; 3D geological model; geostatistics; estimation; stochastic simulation; penalty elements.

Índice Geral

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Organização do Trabalho	1
1.2 Enquadramento e Objetivos.....	1
1.3 A empresa ALMINA.....	3
2. ENQUADRAMENTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DO DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS.....	5
2.1 Enquadramento Geográfico	5
2.2 Enquadramento Geológico	6
2.2.1 Geologia Regional.....	6
2.2.2 Geologia Local.....	9
2.2.3 Mineralização e Alteração Hidrotermal.....	11
3. MÉTODOS.....	13
3.1 Estado da Arte.....	13
3.2 Teoria Geoestatística de Suporte	16
3.2.1 Introdução e Conceito de Variável Regionalizada	16
3.2.2 Análise de Continuidade Espacial.....	17
3.2.3 Estimção por Krigagem.....	20
3.2.4 Simulação Estocástica e Análise de Incerteza	23
3.2.4.1 Conceito de Simulação.....	23
3.2.4.2 Simulação Sequencial da Indicatriz e correção de probabilidades locais	26
3.2.4.3 Simulação Sequencial Direta	28
3.2.4.4 Avaliação da Incerteza por Entropia.....	29
3.3 Metodologia Proposta	30
3.3.1 Preparação dos Dados.....	32
3.3.2 Análise Univariada e Bivariada	33

3.3.3	Modelação Morfológica.....	33
3.3.4	Modelação de Teores.....	36
4.	CASO DE ESTUDO.....	39
4.1	Dados de Partida.....	39
4.2	Preparação dos Dados.....	39
4.3	Análise Estatística.....	40
4.3.1	Análise Univariada.....	41
4.3.2	Análise Bivariada.....	47
4.4	Construção do Modelo Morfológico de Baixa Resolução.....	50
4.5	Construção do Modelo Morfológico de Alta Resolução.....	54
4.6	Construção do Modelo de Teores.....	64
4.7	Parametrização do Depósito.....	78
4.8	Discussão de Resultados.....	80
5.	SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	83
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	87

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Localização das Minas de Aljustrel no contexto nacional (esquerda) e local (direita) enquadradas no concelho de Aljustrel.....	5
Figura 2.2 – Mapa da Zona Sul Portuguesa. Fonte: Onézime et al., 2003	6
Figura 2.3 – Perfil do depósito de sulfuretos maciços típico da FPI. Fonte: Barriga, 1990.....	8
Figura 2.4 – Geologia da região de Aljustrel com representação da falha de Messejana. Fonte: Candeias, 2008.....	9
Figura 2.5 – Estratigrafia de Aljustrel. Fonte: Candeias, 2008.....	10
Figura 3.1 – Ilustração dos parâmetros que definem uma direção: azimute θ , inclinação ϕ e tolerância angular R	18
Figura 3.2 – Representação gráfica dos valores do variograma experimental e modelo teórico.	19
Figura 3.3 – Representações das funções teóricas modelo esférico e modelo exponencial.....	20
Figura 3.4 – Exemplo de uma imagem estimada no plano XoY de acumulações de fosfato (à esquerda) e uma imagem simulada (à direita) construídas a partir de várias sondagens verticais.....	24
Figura 3.5 – Procedimento de Monte Carlo destinado a gerar uma modalidade simulada a partir do histograma cumulativo de probabilidades estimadas.....	27
Figura 3.6 – Fluxograma da metodologia proposta para a criação dos modelos geológico e de teores	31
Figura 3.7 – Ilustração da rotação de coordenadas em torno de um eixo coordenado OZ	32
Figura 3.8 – Perfil com três sondagens (a preto), representação de uma linha poligonal fechada otimista (a verde) e de uma linha poligonal fechada pessimista (a vermelho).....	34
Figura 3.9 – Pormenor da superfície que é gerada entre várias linhas poligonais através da interpolação de contornos intermédios e triangulação	35
Figura 4.1 – Representação em planta das sondagens no referencial original (à esquerda) e no referencial rodado de 45° (à direita).....	40
Figura 4.2 -Histogramas do Cu e Zn em MSX, STWK e OUTROS com o eixo X a corresponder ao teor em %.....	43

Figura 4.3 - Histogramas do Hg e As em MSX, STWK e OUTROS com o eixo X a corresponder ao teor em ppm.....	44
Figura 4.4 – Gráficos box-plot para os teores em Cu, Zn (%) (nas imagens da esquerda), As e Hg (ppm) (nas imagens da direita) em MSX, STWK, OUTROS e Todos.....	45
Figura 4.5 - Gráficos de frequências cumulativas condicionais dos teores em Cu, Zn, Hg e As para os minérios do tipo MSX, STWK e OUTROS.....	46
Figura 4.6 – Gráficos de dispersão entre os pares de variáveis Cu-Zn, Cu-As, Cu-Hg, Zn-As, Zn-Hg e As-Hg para todos os tipos de minérios.....	49
Figura 4.7 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 6.....	50
Figura 4.8 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 9.....	51
Figura 4.9 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 12...	51
Figura 4.10 - Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 15..	52
Figura 4.11 – Visualização 3D dos 21 perfis criados ao longo do eixo Y em conjunto com as sondagens.....	52
Figura 4.12 – Visualização 3D da superfície ou sólido 3D criado por triangulação entre perfis	53
Figura 4.13 – Representação 3D dos blocos que estão contidos no sólido 3D gerado pelo modelo de baixa resolução.....	54
Figura 4.14 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano YoZ (plano vertical NS no referencial rodado) e maior amplitude (a verde).....	56
Figura 4.15 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano XoY (plano horizontal no referencial rodado) e maior amplitude (a verde).....	56
Figura 4.16 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano XoZ, menor amplitude (vermelho) e amplitude intermédia na direção perpendicular às linhas a verde e vermelha (linha a amarelo).....	56
Figura 4.17 – Variogramas experimentais multifásicos e modelos teóricos das três direções ortogonais onde se incluem a maior e a menor amplitude.	57
Figura 4.18 – Representação 3D do elipsoide de amplitudes ajustados para a variável indicatriz multifásica.....	58
Figura 4.19 – Representação em planta (plano XoY) de imagens da probabilidade estimada por krigagem de cada bloco pertencer a um determinado tipo de minério (Ind1 – MSX, Ind2 –	

STWK e Ind3 – OUTROS) e imagem final já com os tipos de minério mais prováveis em cada bloco	59
Figura 4.20 – Representação em perfil (plano YoZ) de imagens da probabilidade estimada por krigagem de cada bloco pertencer a um determinado tipo de minério (Ind1 – MSX, Ind2 – STWK e Ind3 – OUTROS) e imagem final já com os tipos de minério mais prováveis em cada bloco	60
Figura 4.21 – Representação em planta (plano XoY) de duas imagens de tipos de minério (#27 e #75) simuladas por SSI (1 – MSX, 2 – STWK e 3 – OUTROS), imagem média dos tipos de minério e imagem da entropia estatística das simulações	61
Figura 4.22 – Representação em perfil (plano YoZ) de duas imagens de tipos de minério (#27 e #75) simuladas por SSI (1 – MSX, 2 – STWK e 3 – OUTROS), imagem média dos tipos de minério e imagem da entropia estatística das simulações	62
Figura 4.23 – Representação 3D dos tipos de minério MSX (azul), STWK (verde) e OUTROS (vermelho) individualmente e em conjunto.	63
Figura 4.24 - Variogramas experimentais do Cu (esquerda) e Zn (direita) ajustados com modelos teóricos	64
Figura 4.25 - Variogramas experimentais da indicatriz do As (esquerda) e Hg (direita) ajustados com modelos teóricos	65
Figura 4.26 – Procedimento para atribuição de valores iniciais aos blocos que contém dados de sondagens no seu interior de forma a condicionarem os restantes blocos na simulação sequencial.....	67
Figura 4.27 – Imagens estimadas para os teores em Cu e Zn em planta (A - XoY) e perfil (B - YoZ) na mesma posição das figuras anteriores	68
Figura 4.28 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Cu, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em planta XoY	69
Figura 4.29 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Cu, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em perfil YoZ	70
Figura 4.30 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Zn, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em planta XoY	71
Figura 4.31 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Zn, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em perfil YoZ	72

Figura 4.32 – Imagens estimados dos teores de As em planta (A) e perfil (B) e imagens binárias das localizações com teores acima de 2000 ppm.....	73
Figura 4.33 – Imagens estimados dos teores de Hg em planta (A) e perfil (B) e imagens binárias das localizações com teores acima de 80 ppm	74
Figura 4.34 – Representação 3D das regiões com teores em Cu superiores a 1% determinadas a partir da imagem média das simulações	75
Figura 4.35 – Representação 3D das regiões com coeficiente de variação das simulações do Cu acima de um (incerteza mais relevante).....	75
Figura 4.36 – Representação 3D das regiões com coeficiente de variação das simulações do Zn acima de um (incerteza mais relevante).....	76
Figura 4.37 – Representação 3D da localização de teores em As acima de 2000 ppm (obtida por krigagem da indicatriz)	76
Figura 4.38 – Representação 3D da localização de teores em Hg acima de 80 ppm (obtida por krigagem da indicatriz)	77
Figura 4.39 – Curvas da quantidade de metal em Cu e Zn vs teor de corte em Cu	79
Figura 4.40 – Curvas de teor médio em Cu e Zn vs teor de corte em Cu.....	80

Índice de Tabelas

Tabela 4.1 – Coordenadas mínimas e máximas dos dados das sondagens nas três direções ortogonais, após rotação de 45° em torno do eixo OZ	40
Tabela 4.2 – Estatísticos básicos univariados dos elementos químicos e densidade por tipo de minério (MSX, STWK, Outros) e Todos (Verde – valores mais altos, Vermelho – valores mais baixos)	42
Tabela 4.3 - Valores dos coeficientes de correlação de Spearman (vermelho) e de Pearson (verde) para cada tipo de minério e marcação das maiores correlações dos elementos Cu, Zn, As e Hg (amarelo)	47
Tabela 4.4 - Classificações das correlações em graus.....	48
Tabela 4.5 - Classificação das correlações de Spearman entre o Cu, Zn, As e Hg.....	48
Tabela 4.6 – Parâmetros da malha de blocos 3D gerada para o caso de estudo	54
Tabela 4.7 – Parâmetros dos variogramas experimentais das direções escolhidas para a fase de variografia	55
Tabela 4.8 – Parâmetros dos modelos teóricos ajustados para as direções principais e menor 1 e menor 2	57
Tabela 4.9 – Modelos teóricos do ajustamento dos variogramas para o Cu, Zn, As e Hg.....	66
Tabela 4.10 – Quantitativos de minério e metais Cu e Zn por tipo de minério e totais	78
Tabela 4.11 – Quantitativos em metais Cu e Zn desagregados pelo teor de corte em Cu, e por terem teor de penalizante em As e Hg abaixo de 2000 ppm e 80 ppm, respectivamente	79

1. INTRODUÇÃO

1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A tese encontra-se organizada em seis capítulos.

No primeiro capítulo é apresentado o enquadramento geral, os objetivos do estudo e apresenta-se uma breve história da empresa ALMINA.

No segundo capítulo faz-se um enquadramento geográfico e geológico do depósito mineral estudado, fazendo referência à geologia local e regional, às mineralizações e às alterações hidrotermais presentes.

O capítulo três serve para descrever o estado da arte, fornecer uma base teórica para os métodos utilizados nos capítulos seguintes e apresentar a metodologia proposta para a modelação do depósito.

No quarto capítulo apresenta-se o caso de estudo, com as especificações práticas dos métodos utilizados e a apresentação dos resultados das várias etapas do modelo geológico a que se segue a discussão dos resultados.

O capítulo cinco trata das considerações finais do trabalho desenvolvido. Finalmente, no capítulo seis, listam-se as referências bibliográficas que suportaram este estudo.

1.2 ENQUADRAMENTO E OBJETIVOS

Ao longo da história da humanidade, o Homem sempre mostrou engenho e arte para utilizar da melhor forma possível os recursos naturais a que ia tendo acesso (p. ex. florestas, rochas, minérios, água, alimentos), primeiro à superfície da Terra e depois no subsolo a profundidades cada vez maiores, e com isso melhorar a sua qualidade de vida e o das gerações seguintes.

Quando se exploram recursos naturais surge sempre o racional: *Qual é a quantidade de recurso que tenho disponível?* Por exemplo, para uma dada espécie que é capturada num oceano devemos saber qual a quantidade limite que podemos pescar de forma a mantê-la sustentável, ou seja, a renovação natural e a captura devem manter-se em regime estacionário.

Existem vários métodos para quantificar recursos disponíveis, e estes são sempre adaptados ao tipo de recurso, sua ocorrência, dinâmicas espaço-temporais e características próprias. Por exemplo, as quantidades de peixe para captura podem variar muito de local para local devido a fenómenos de reprodução e predação, já a quantidade de madeira numa floresta é mais previsível.

1. INTRODUÇÃO

No caso da indústria mineira, a correta qualificação e quantificação dos recursos minerais é decisiva nas várias fases de um projeto mineiro (Pohl, 2005; Rossi e Deutsch, 2014). Antes da exploração propriamente dita, a avaliação das quantidades de interesse nos jazigos minerais (ou depósitos minerais conforme a legislação nacional), o chamado recurso, é realizada primeiramente com os dados das sondagens de prospeção, normalmente feitas a partir da superfície e com recuperação integral do testemunho. Esta informação inicial permite reconhecer que existe uma concentração anómala de um determinado metal ou substância de interesse, e até pode ser feita uma primeira estimação da morfologia e das quantidades de minérios e metais. Em geral, nesta fase a morfologia e as dimensões totais do depósito mineral são quantificadas com elevada incerteza (Camus, 2002). Todavia, a decisão de avançar ou não com um projeto tem de ser tomada com a informação disponível numa fase inicial, e é inequívoco que existe sempre risco de o projeto mineiro resultante ser mal sucedido do ponto de vista económico.

Na indústria mineira, a quantificação dos recursos é sempre baseada em amostragem e construção de modelos espaciais, estocásticos e interpretativos, do fenómeno em estudo. Na construção de um modelo de um depósito existem várias componentes que contribuem cumulativamente para a incerteza (Rossi e Deutsch, 2014): primeiro a delimitação da envolvente, depois o arranjo espacial dos vários tipos de minério e, por último, a variação e zonamentos das concentrações ou teores em metal dentro de cada tipo de minério. Um modelo será tanto melhor quanto mais próximo estiver da realidade, e este é um fator essencial para o sucesso de uma mina, e condiciona os métodos de desmonte e as sequências de exploração.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo 3D da morfologia e das quantidades dos metais cobre e zinco de um sub-volume do depósito de Feitais, Minas de Aljustrel, com recurso a dados de sondagens fornecidos pela empresa mineira ALMINA. Faz-se ainda a modelação dos teores dos penalizantes arsénio e mercúrio, que permitiram a desagregação dos quantitativos dos metais principais conforme a quantidade dos penalizantes.

O modelo foi criado com recurso às ferramentas geoestatísticas de estimação por krigagem e simulação estocástica, tanto da morfologia dos tipos de minério como dos teores dos metais estudados. A estimação permite quantificar recursos globais e a simulação permite avaliar a incerteza local podendo ser utilizada para desagrupar os quantitativos dos recursos consoante o grau de incerteza. Os resultados são apresentados numa malha tridimensional de blocos com a dimensão de 2,5 m x 2,5 m x 5 m, igual à utilizada no Departamento de Geologia das Minas de Aljustrel.

Os programas informáticos utilizados neste estudo são o geoMS (para realizar a variografia, a krigagem e as simulações) e o Move® da empresa Midland Valley (para visualizar o modelo a

3D). Para a preparação de ficheiros utilizaram-se o Microsoft Excel e rotinas programadas no Visual Basic 6.0.

1.3 A EMPRESA ALMINA

A região de Aljustrel tem história no que toca à extração de metais, em particular cobre e zinco, sendo que existem indícios da extração e metalurgia do cobre desde os finais do terceiro milénio a.C., durante a idade do bronze (informação retirada do site do Município de Aljustrel). No século I a.C. os romanos ocuparam o morro de Mangacha, e desenvolveu-se exploração mineira propriamente dita, que durou até ao século IV d.C.

A atividade mineira foi sendo reaberta e fechada várias vezes ao longo do tempo, até que, em junho de 1973, a concessão passa para a empresa Pirites Alentejanas, SARL, onde o Estado detinha 50%, a CUF 40% e Société Anonyme Belge des Mines d'Aljustrel 10% (site do Município de Aljustrel). Devido às nacionalizações de 1975, o capital da empresa Pirites Alentejanas foi redistribuído, ficando o Estado com 90% e os restantes 10% a cargo da Société Anonyme Belge des Mines d'Aljustrel (informação retirada do site do Município de Aljustrel). Em 2001, o complexo mineiro de Aljustrel foi adquirido pela empresa EuroZinc Mining Corporation que foi posteriormente adquirida pela Lundin Mining. Finalmente, em 2009 o complexo mineiro foi adquirido pelo grupo português que atualmente a explora, e mudou a designação de Pirites Alentejanas S.A. para ALMINA - Minas do Alentejo S.A..

2. ENQUADRAMENTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DO DEPÓSITO MINERAL DE FEITAIS

2.1 ENQUADRAMENTO GEOGRÁFICO

As Minas de Aljustrel localizam-se na sub-região do Baixo Alentejo, distrito de Beja, no concelho de Aljustrel. Por sua vez, o concelho de Aljustrel encontra-se subdividido em quatro freguesias: São João de Negrilhos, Ervidel, Messejana e a União de Freguesias de Aljustrel e Rio de Moinhos. As Minas de Aljustrel encontram-se precisamente na União de Freguesias de Aljustrel e Rio de Moinhos (Figura 2.1).

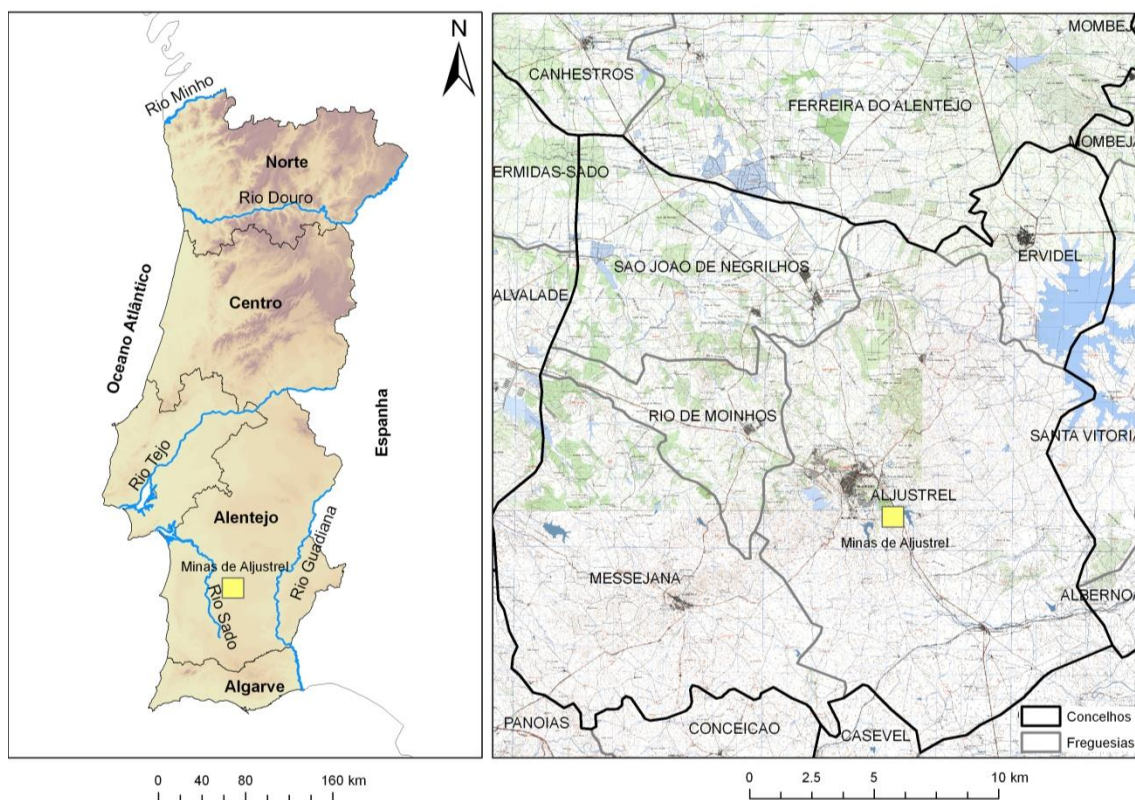


Figura 2.1 – Localização das Minas de Aljustrel no contexto nacional (esquerda) e local (direita) enquadradas no concelho de Aljustrel

A área total do couto mineiro é de 4,7 km² (Ferreira, 2015). Está ligado à rede rodoviária nacional (encontra-se a 6 km do nó de acesso nº11 da A2 que liga Lisboa ao Algarve) e à rede ferroviária nacional pela linha do Sul. Os concentrados são expedidos por via rodoviária, principalmente, para os Portos de Setúbal e Sines. O Porto de Setúbal está a 180 km de distância e possui

equipamentos de carga de concentrado a granel o que o torna num local de grande utilidade para a exportação ou importação de material. O Porto de Sines encontra-se a 80 km. Existe também potencial para o Porto de Huelva em Espanha (a 200 km). Os aeroportos de Faro e de Lisboa (a 130 e 160 km de distância, respetivamente) completam as infraestruturas de comunicação com as Minas de Aljustrel (informação retirada do site da ALMINA).

2.2 ENQUADRAMENTO GEOLÓGICO

2.2.1 GEOLOGIA REGIONAL

As Minas de Aljustrel inserem-se na chamada Zona Sul Portuguesa (Figura 2.2) que é limitada a Norte pelo Complexo Ofiolítico de Beja-Acebuches e, à medida que se viaja para Sul, encontra-se a Faixa Piritosa Ibérica (FPI) e depósitos do tipo flysch (Barriga et al, 1997; Onézime et al., 2003). Dentro da Zona Sul Portuguesa, as Minas de Aljustrel fazem parte da FPI que corresponde a uma área de rochas vulcânicas e sedimentares do Devónico-Carbonífero que contém depósitos de sulfuretos maciços (Barriga et al., 1999).

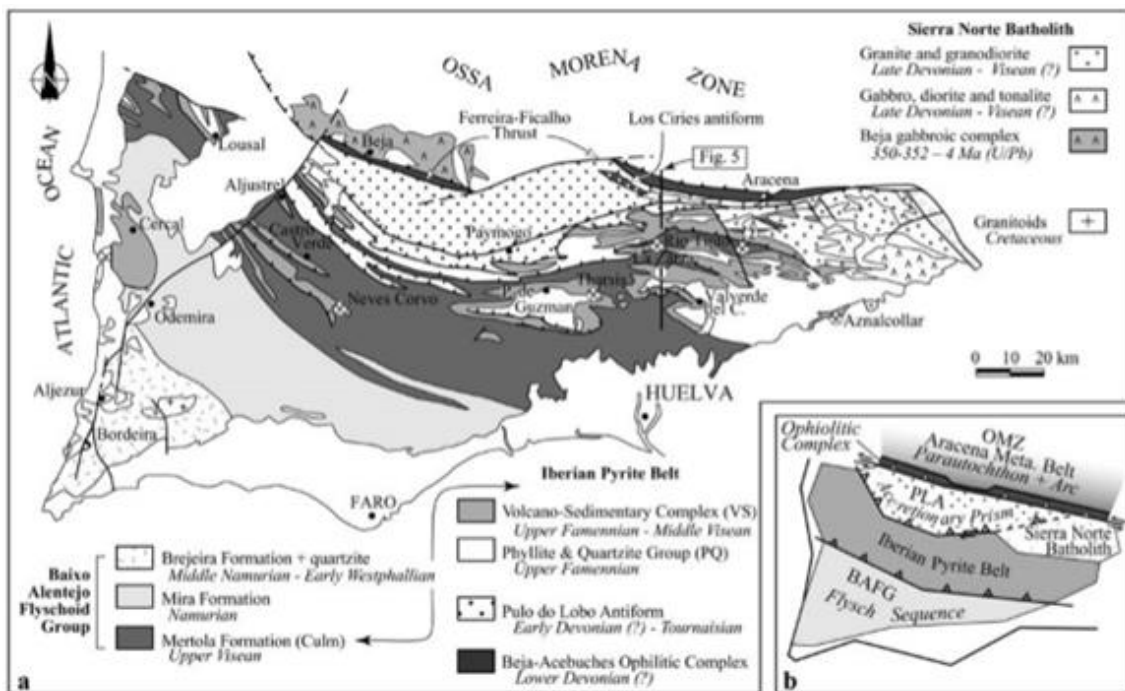


Figura 2.2 – Mapa da Zona Sul Portuguesa. Fonte: Onézime et al., 2003

A FPI tem uma forma alongada e ligeiramente curva com, cerca de 250 km de comprimento por 60 km de largura, e compreende uma região entre o Oceano Atlântico e a cidade de Sevilha em Espanha (Barriga et al., 1999). Esta região insere o maior conjunto de depósitos de sulfuretos maciços vulcanogénicos do mundo (Barriga et al., 1999).

De acordo com Oliveira e Oliveira (1996), a atual FPI estava numa situação de mar pouco profundo no Devónico Superior, situação que se começou a inverter no final do Devónico devido à distensão da crosta continental subjacente ao mar que gerou falhas profundas, horsts e grabens. O aparecimento de falhas permitiu ao magma de origem mantélica ascender e, ao entrar em contacto com os materiais da crosta, originar vários aparelhos vulcânicos. As depressões criadas pelos grabens permitiram a deposição sucessiva de sedimentos finos (criando principalmente xistos negros) intercalados com os materiais resultantes da atividade vulcânica (Oliveira e Oliveira, 1996). Perto dos vulcões, as pilhas de rochas vulcânicas podiam atingir espessuras a rondar os 500 m.

No Viséano Superior ocorreu uma inversão tectónica passando-se de um regime distensivo para um regime compressivo que pode estar relacionada com a colisão entre as massas continentais da Zona Sul Portuguesa e da Zona de Ossa Morena (Oliveira e Oliveira, 1996).

A partir dos movimentos orogénicos anteriores, houve uma elevação do fundo do mar que permitiu a exposição aérea dos depósitos que, sofreriam assim os efeitos de uma forte erosão que transportou os detritos para o fundo do oceano a Sul e originou sedimentos do grupo do Flysch do Baixo Alentejo (Oliveira e Oliveira, 1996). O contínuo regime compressivo permitiu a continuação da onda orogénica para SW de tal modo que no Estefaniano, toda a área foi incorporada na cadeia Orogénica Varisca, que é uma cadeia que se estendia por milhares de quilómetros desde Marrocos até para além do Cáucaso (Oliveira e Oliveira, 1996). A orogenia Varisca acabou por ser gradualmente erodida no mesozóico e no cenozóico correspondendo as suas raízes atualmente ao substrato paleozóico atual da Europa (Oliveira e Oliveira, 1996).

Foram descobertos campos hidrotermais nas cristas oceânicas onde se podem observar chaminés que emitem fluídos quentes ricos em metais de transição, possivelmente análogos aos atuais jazigos (Oliveira e Oliveira, 1996). O perfil genético de um depósito de sulfuretos no fundo do oceano seria semelhante ao mostrado na Figura 2.3, onde os sulfuretos polimetálicos se encontram em estratos singenéticos associados a rochas félsicas (Barriga et al., 1999).

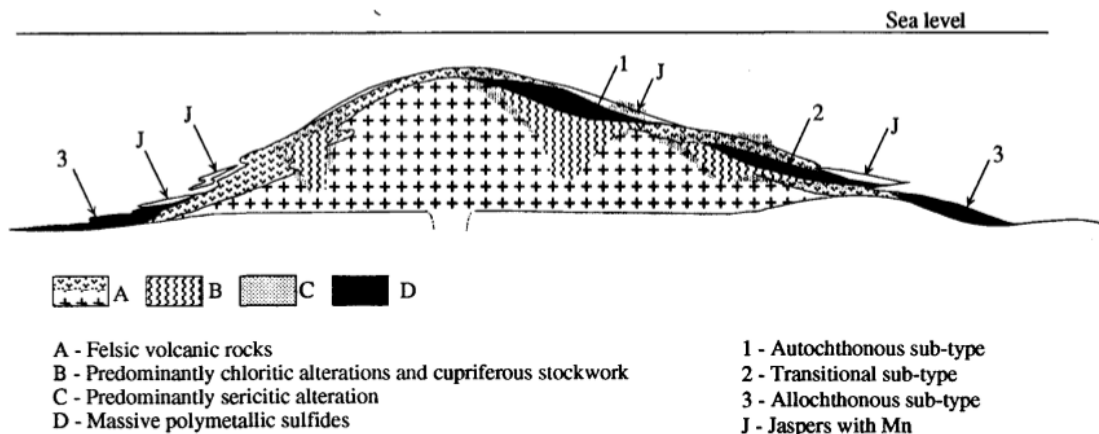


Figura 2.3 – Perfil do depósito de sulfuretos maciços típico da FPI. Fonte: Barriga, 1990

As unidades tectonoestratigráficas da FPI correspondem ao Grupo Filito-Quartzítico, Complexo Vulcano Silicioso e o Grupo Flysch (Barriga et al., 1997; Oliveira e Oliveira, 1996; Onézime et al., 2003)

O Grupo Filito-Quartzítico é composto predominantemente por filitos, siltitos, quartzitos e quartzograuvaques e aflora no interior de anticlinais, correspondendo ao substrato detrítico da FPI (Barriga et al., 1997).

O complexo Vulcano-Silicioso encontra-se em conformidade com o Grupo Filito-Quartzítico e consiste numa sequência vulcano-sedimentar, que possui rochas vulcânicas desde félsicas a máficas e sedimentos, como xistos negros, xistos siliciosos, xistos borra-se-vinho, jaspers e chertes. É nesta unidade onde se encontram os depósitos de sulfuretos polimetálicos bem como ocorrências de manganês. Refira-se que no topo de episódios vulcânicos ácidos estão as principais concentrações de sulfuretos (Oliveira e Oliveira, 1996).

O Grupo Flysch cobre, também em conformidade, o Complexo Vulcano-Silicioso com uma distribuição muito espalhada a Este de arenitos. Este grupo corresponde à zona de mudança do vulcanismo para sedimentação e corresponde à base do Grupo do Culm, que é composto por uma formação basal xistenta, uma sequência turbidítica principal e uma formação limitada de arenitos (Onézime et al., 2003).

As grandes estruturas da FPI formam os extensos anticlinais do sub-Culm com orientação que roda de W-E em Espanha e de NW-SW em Portugal (Oliveira e Oliveira, 1996). As maiores dobras fazem-se acompanhar de dobras secundárias, de dimensões e mergulhos variáveis, estando-lhe associadas falhas de cavalgamento. As estruturas anticlinais e sinclinais variam muito

em relação à abertura, simetria e posição, sendo acompanhadas de xistosidade do plano axial bem desenvolvida (Oliveira e Oliveira, 1996).

2.2.2 GEOLOGIA LOCAL

Na região de Aljustrel encontra-se a falha ativa de Messejana que se estende desde a costa alentejana até aos arredores de Madrid com movimentos de NE-SW (Figura 2.4) e um desligamento horizontal de 2,5 km. Foram encontradas outras falhas, com direção NW-SE, e estão maioritariamente associadas às orlas menores dos anticlinais.

No que toca à geologia das Minas de Aljustrel propriamente ditas, esta coincide com a da FPI embora não se consiga encontrar o Grupo Filito-Quartzítico (Figura 2.5).

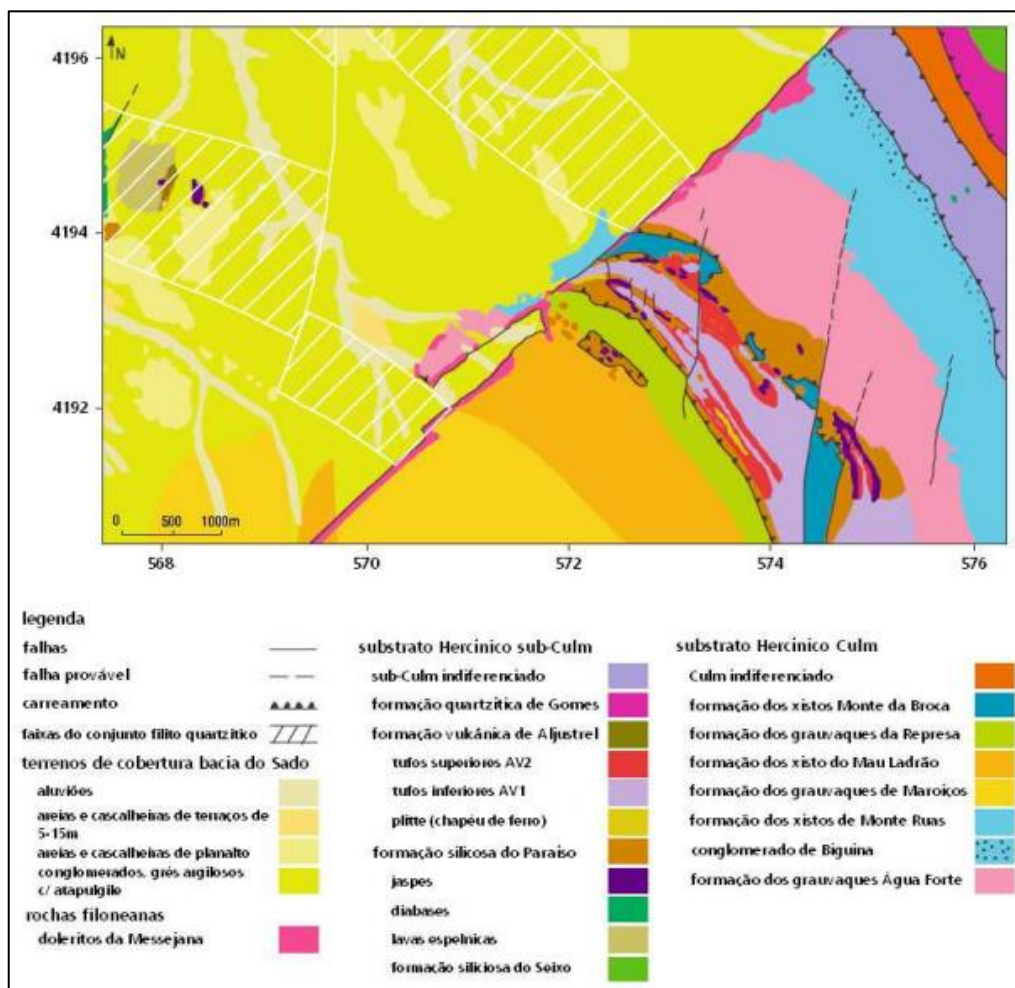


Figura 2.4 – Geologia da região de Aljustrel com representação da falha de Messejana. Fonte: Candeias, 2008

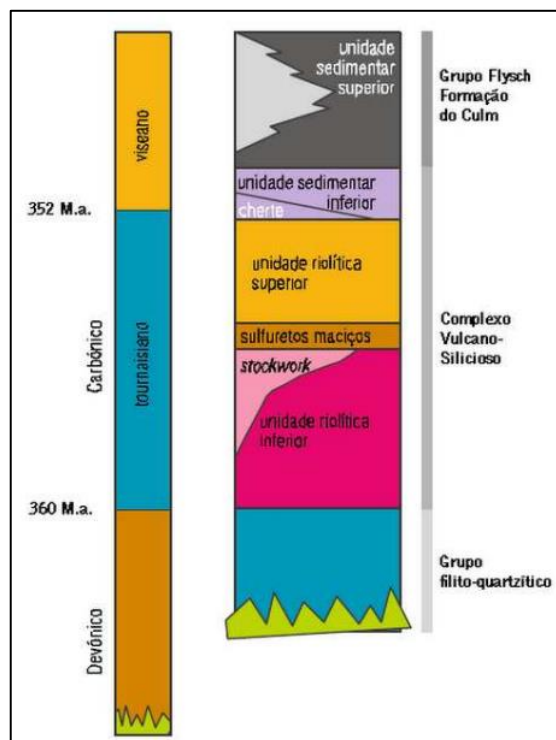


Figura 2.5 – Estratigrafia de Aljustrel. Fonte: Candeias, 2008

As rochas onde se encontram os sulfuretos em Aljustrel correspondem às rochas vulcânicas (tufos, riólitos, etc.) que sofreram alterações devido à passagem de fluídos quentes e da água do mar, sendo que quanto mais próximas das zonas mineralizadas maior é a alteração (clorítica, sericítica, siliciosa) (Leistel et al., 1997; Sáez et al. 1999)

O depósito de Feitais das Minas de Aljustrel tem dimensões aproximadas de 1000 m de comprimento, 800 m de largura e 100 m de espessura, correspondendo à parte SE da mina. O depósito de Feitais encontra-se no flanco normal do anticlinal de Feitais e está relacionado no espaço e no tempo com o vulcanismo félsico da zona de Aljustrel. Encontra-se sobreposto a zonas de *stockwork*, extensas e ricas em cobre, que marcam as condutas hidrotermais por onde os fluídos quentes, ricos em metais ascenderam à superfície e formaram os sulfuretos sobrejacentes.

O depósito de Feitais, da formação mais antiga à mais recente, tem a seguinte sequência:

- Riólito Inferior
- Stockwork
- Sulfuretos Maciços
- Riólito Superior
- Unidade Sedimentar Inferior (Formação siliciosa do Paraíso)
- Unidade Sedimentar Superior (Grupo Flysch, Formação Culm, e Formação de Mértola)

2.2.3 MINERALIZAÇÃO E ALTERAÇÃO HIDROTHERMAL

De acordo com Barriga et al. (1997), as mineralizações de sulfuretos na FPI ocorrem segundo três formas:

- Corpos de sulfuretos estratiformes, compostos maioritariamente por pirite (66-96% de pirite equivalente, ou 35-51% de enxofre);
- Corpos de pirite polimetálica disseminados (por vezes chamados de “safrão”) com menos de 35 % de enxofre e normalmente associados a corpos de minério estratiformes ao longo da direção das camadas ou uma auréola à volta;
- Corpos de minério fissural ou em stockwork que se distinguem pela proporção de sulfuretos e silicatos, com um conteúdo de enxofre entre 5 e 25% (1 a 25% de pirite equivalente).

Estes depósitos podem ser do tipo autóctone (proximal), transicional ou alóctone (distal). A maior parte dos depósitos têm stockworks como muro e pertencem ao grupo autóctone ou transicional (Barriga et al., 1997).

As mineralizações dos stockworks são compostas por pequenos veios anostomosados e disseminações de sulfuretos, que atingem altas proporções de sulfuretos devido à coalescência de veios (que é o aumento do teor em sulfuretos de uma massa mineral devido ao contacto deste com outras massas com sulfuretos nas redondezas) e substituições (Barriga et al, 1997). Os stockworks ocorrem principalmente em rochas vulcânicas do muro altamente silicificadas e cloritizadas (Barriga et al., 1997), sendo o depósito mineral de Feitais das Minas de Aljustrel um bom exemplo de stockworks desenvolvidos.

O contacto à volta de corpos de sulfuretos com rocha encaixante é, regra geral, abrupto, em particular no muro, embora possa ser também gradual como é o caso do “safrão” (Barriga et al., 1999).

No Complexo Vulcano-Sedimentar existem centenas de pequenos depósitos de manganês (Mn) que já foram alvo de operações mineiras, ocorrendo em tufos, ardósias siliciosas, chertes e jaspe (Barriga et al., 1997). A ocorrência de concentrações significativas de Mn é um bom indicador de um ambiente tardio a pós-vulcânico, mas não serve como marcador do horizonte na exploração dos sulfuretos, sendo que jaspe associado tanto a episódios produtivos como não produtivos de vulcanismo ganha particular importância sendo das rochas mais típica da FPI (Barriga et al., 1997). Os chertes, jaspe e minérios de Mn relacionados com o vulcanismo félsico são quase exclusivamente resultantes de precipitados químicos hidrotermais do fundo do mar (Barriga et al., 1997).

De acordo com Barriga (1990), praticamente todas as rochas vulcânicas hipabissais da FPI sofreram metamorfismo hidrotermal, sendo que em Aljustrel a alteração regional se mostrou estratigraficamente controlada com uma zona de alteração paralela às camadas.

A alteração do stockwork no depósito de Feitais é do tipo zonada, tendo no núcleo quartzo, clorite e sulfuretos (pirite, calcopirite, esfalerite, entre outros) rodeada por uma auréola de sericite e sulfuretos, até atingir rochas com feldspato (Barriga, 1990). É de referir que por vezes ocorre alteração sericítica, mas a alteração clorítica continua a predominar em relação a todas (Barriga e Fyfe, 1998). Ao nível dos veios individuais ricos em sulfuretos, com clorite e quartzo rodeados de sericite e quartzo, a atribuição dos teores de metais aos minérios mantém-se inalterada pela presença de alteração do minério (Barriga, 1990). Isto indica que a alteração estratiforme regional dos minérios ocorreu antes da existência do stockworks. A alteração no teto em Feitais foi descrita por Barriga (1990) como posterior à deposição do teto podendo incluir rochas vulcânicas, xistos, filitos, tufos, chertes e jaspe, sendo que a alteração encontrada no teto é de natureza semelhante àquela encontrada nos stockworks.

Para finalizar, em Aljustrel as zonas de muro são as mais ricas em cobre e, as do teto são mais ricas em zinco passando por vezes por uma zona intermédia de pirite. Algumas zonas de stockwork são ricas em cobre bem como as áreas de maciço adjacente, tornando estas as zonas economicamente viáveis à exploração de cobre.

3. MÉTODOS

3.1 ESTADO DA ARTE

A caracterização de um depósito mineral tem enorme importância em todas as etapas de um projeto mineiro, é um estudo continuado e pluridisciplinar que transforma dados em informação e conhecimento (Rossi e Deutsch, 2014).

O primeiro passo na caracterização de um depósito mineral é fazer um reconhecimento regional, por exemplo, utilizando métodos geofísicos que, na presença de valores anómalos, vão incentivar a realização de sondagens com recolha de testemunho (Pohl, 2005). Estas sondagens vão permitir o primeiro contacto visual com litologias e tipos de minérios, assim como as primeiras determinações de teores dos elementos químicos alvo. A confirmação de uma anomalia, com teores apetecíveis, leva à realização de mais sondagens, aumentando o volume prospetado. Após se adquirir informação suficiente, pode-se gerar um primeiro modelo geológico do depósito (representação em computador da realidade), onde estejam inseridos a morfologia e os teores, bem como uma avaliação preliminar das quantidades de interesse, o chamado recurso (Rossi e Deutsch, 2014). Este primeiro modelo, convertido para hipotéticos benefícios, suporta a decisão de avançar ou não com o projeto mineiro.

Existindo decisão de avançar, nas fases iniciais do projeto mineiro são instaladas infraestruturas e abertos os primeiros acessos ao depósito mineral, havendo então mais contacto direto com os minérios e rocha encaixante. Os acessos permitem realizar cartografia geológica de pormenor, e executar sondagens direcionadas já a partir das galerias. Esta nova informação é utilizada no refinamento (aumento da resolução espacial) e aperfeiçoamento (incremento de realismo) do anterior modelo geológico e de teores. Já durante a exploração mineira propriamente dita, estes modelos são constantemente atualizados e servem para justificar opções técnicas como, por exemplo, o método de desmonte, e as sequências e ritmo de exploração.

Os modelos de depósitos minerais numa mina moderna são construídos recorrendo a programas informáticos, com ferramentas geoestatísticas e de computação gráfica, que permitem prever valores para os locais não amostrados utilizando a teoria das variáveis regionalizadas (Goovaerts, 1997; Soares, 2006). Envolve, regra geral, dois submodelos 3D:

- O modelo morfológico (envolvente e tipos de minérios);
- O modelo das propriedades ou teores em metais.

Um modelo morfológico representa a envolvente do depósito ou da área de estudo e também a arquitetura interna das litologias e/ou tipos de minérios.

3. MÉTODOS

A metodologia para a construção de um modelo 3D da envolvente de um depósito mineral depende essencialmente da sua forma, e aqui há que distinguir entre os de tipo camada (onde uma dimensão é muito menor do que as duas anteriores), filões (objetos numerosos e onde uma das dimensões é centimétrica ou decimétrica) e corpos 3D equidimensionais, côncavos ou convexos, com dimensões da ordem das dezenas ou centenas de metros nas várias direções que é o caso do depósito em estudo de Feitais, Mina de Aljustrel.

Para os depósitos de tipo camada a abordagem mais habitual é fazer a modelação da camada por duas superfícies, respetivamente topo e base, ou então pela superfície do tipo e possança (Charifo et al., 2013; Charifo et al., 2014). Para a estimação das cotas das superfícies e a espessura das camadas podem ser utilizados métodos geoestatísticos de krigagem ou métodos clássicos de interpolação ou quadrado das distâncias. Para os depósitos por filões a modelação é mais complexa dado o número de objetos a modelar e aqui podem ser utilizadas metodologias automáticas de geração de filões (Simões, 2014).

A abordagem clássica para a construção da envolvente de um depósito mineral equidimensional como um sólido 3D, quando se dispõem de várias sondagens alinhadas em perfis, é identificar o teto e muro dos corpos mineralizados intersectados pelas sondagens, digitalizar manualmente estes limites com um programa de desenho em computador (Almeida et al., 1993) e fazer a interpolação de superfícies entre pares de limites consecutivos. O desenho das envolventes é subjetivo porque depende da interpretação pericial do que será o limite geológico entre as sondagens no mesmo perfil.

Para a modelação da arquitetura interna das litologias e/ou tipos de minérios são muito utilizados métodos geoestatísticos com o formalismo da indicatriz ou métodos multiponto. Pretende-se estimar para cada bloco seleção a litologia ou o tipo de minério mais provável conforme os resultados das sondagens vizinhas.

Os modelos das propriedades têm como objetivo a representação de uma determinada quantidade (densidade, teores de elementos químicos, etc.) condicional ao modelo morfológico desde que exista zonamento da propriedade em função das litologias ou tipos de minério.

Quer para os modelos morfológicos quer para os modelos de propriedades podem ser utilizadas ferramentas geoestatísticas de estimação ou de simulação estocástica que são duas abordagens que se complementam. Na estimação geoestatística (krigagem) obtém-se uma grelha de valores médios da propriedade estudada, na simulação obtém-se várias grelhas de valores com a mesma probabilidade de ocorrência. A simulação estocástica é a ferramenta geoestatística de eleição para quantificar a incerteza local de uma litologia ou propriedade. Uma simulação reproduz os dados de partida tal como uma estimação por krigagem, mas também reproduz o histograma dos dados

e um determinado modelo de variograma ou continuidade espacial. Ambas são condicionadas à informação disponível (Goovaerts, 1997; Soares, 2006) que pode incluir informação secundária (Almeida, 2010^b; Roxo et al., 2016).

Qualquer modelo é uma aproximação à realidade baseado em dados conhecidos e por isso existe sempre incerteza associada. No caso dos modelos geoestatísticos, a incerteza depende da distância às observações mais próximas e às contradições locais que possam existir entre os dados conhecidos. A simulação gera vários resultados em cada localização, assim a incerteza local pode ser mostrada pela lei de distribuição que resulta composição das respostas das várias realizações da variável, e inclusive os valores extremos. Os algoritmos de simulação mais utilizados são a Simulação Sequencial Gaussiana (SSG), a Simulação e Cosimulação Sequencial Direta (SSD e CoSSD) (Soares, 2006) para variáveis de tipo contínuo e a Simulação Sequencial da Indicatriz (SSI) para variáveis categóricas (Goovaerts, 1997; Soares, 2006; Almeida, 2010^a).

A complexidade dos dados do setor mineiro, e a ambiguidade na definição de algumas litologias, minérios ou até de estruturas como falhas com as mais variadas direções e tamanhos, associada à conjugação de dados de empresas e épocas diferentes, faz com que sejam necessárias simplificações de várias ordens, nomeadamente, ao nível da resolução espacial, diversidade de litologias e diversidade de variáveis. As simplificações devem permitir que o modelo seja o mais “leve” possível do ponto de vista computacional, mas sem que o mesmo perca a sua capacidade de reproduzir a realidade em computador nem deixar de quantificar os números essenciais ao projeto da mina.

Os algoritmos geoestatísticos quando bem utilizados não são ambíguos ao ponto de gerarem erros grosseiros, todavia a qualidade ou realismo de um modelo depende, quase totalmente da qualidade dos dados. Todavia é importante ter a noção que qualquer estimador onde se inclui a krigagem geram maior erro nos valores extremos, por isso os valores estimados podem ser utilizados agregados para a avaliação de recursos regionais, mas deve-se ter cuidado na utilização individual de valores bloco a bloco, porque localmente tratam-se de valores atenuados.

À medida que a exploração mineira avança, a quantificação dos erros (desvios entre o modelo e a realidade) pode ser feita por comparação dos teores do modelo e os teores à saída da mina ou à entrada da lavaria. É habitualmente feita a intervalos de tempo constantes ao longo do projeto de exploração e designa-se por reconciliação (Yamamoto, 1991). O conhecimento destas diferenças ao longo do depósito mineral permite aferir se existe alguma forma de enviesamento no modelo que deva ser corrigida para o futuro.

3.2 TEORIA GEOESTATÍSTICA DE SUPORTE

3.2.1 INTRODUÇÃO E CONCEITO DE VARIÁVEL REGIONALIZADA

A teoria geoestatística como a conhecemos hoje foi desenvolvida por Georges Matheron nos anos 60, como resposta à inabilidade da estatística clássica em considerar a componente espacial de um fenómeno em estudo. As primeiras aplicações surgiram na caracterização de depósitos minerais, passando com o tempo a ter aplicações noutras áreas das Ciências da Terra como a hidrogeologia, reservatórios petrolíferos, geotecnia e ambiente pois nestas áreas as variáveis estudadas são controladas pelos mesmos princípios estatísticos dos depósitos minerais.

A geoestatística tem como principal objetivo a caracterização da distribuição no espaço de variáveis em estudo a partir de um restrito número de observações ou medições (Matheron, 1971). As principais etapas de um projeto de modelação geoestatística são a análise exploratória de dados (análise univariada, bivariada e / ou multivariada dos dados), a variografia (cálculo de variogramas experimentais e ajuste de modelos teóricos) e a criação de imagens com os valores das variáveis (estimação por krigagem ou simulação estocástica).

A teoria geoestatística consiste na utilização de variáveis chamadas aleatórias (z) que consistem em valores numéricos atribuídos com base na distribuição probabilística e na função aleatória (Z). Simplificando, utilizam-se as variáveis aleatórias para determinar os valores da variável em estudo em pontos não amostrados segundo a lei de distribuição da própria variável (Matheron, 1971). A lei de distribuição de uma variável sofre alterações de acordo com a informação disponível, sendo tão mais próxima da realidade quanto maior forem os dados conhecidos (Isaaks e Srivastava, 1989).

Uma variável aleatória, como as utilizadas na geoestatística, pode ser categórica ou contínua sendo que (Isaaks e Srivastava, 1989):

- A variável categórica refere-se a uma variável que é medida numa escala nominal como uma litologia ou um tipo de minério;
- A variável contínua refere-se a uma variável que é medida numa escala quantitativa e cujos valores podem tomar valores no intervalo dos números reais como é o caso de propriedades como a porosidade, teores em metais e a densidade.

Entre os conceitos que regem a geoestatística, uns dos mais importantes são a aleatoriedade e a variabilidade no espaço (Matheron, 1971; Isaaks e Srivastava, 1989). A aleatoriedade dos valores de uma propriedade pode estar associada à própria variabilidade do fenómeno que se pretende amostrar, erros na recolha de dados ou até da interferência de outros fenómenos que não foram caracterizados na análise dos dados. A variabilidade no espaço significa que amostras recolhidas

a grandes distâncias entre si vão ter naturalmente valores muito diferentes entre si, ao contrário de duas amostras recolhidas mais próximas. Na natureza, entre dois locais próximos onde um exibe teores altos e o outro teores baixos observa-se uma transição gradual dos teores.

Os conceitos anteriores permitem a definição de variável regionalizada, ou seja, uma variável com uma componente espacialmente estruturada, que pode ser prevista, e uma componente aleatória, que não pode ser prevista (Matheron, 1971).

3.2.2 ANÁLISE DE CONTINUIDADE ESPACIAL

A variografia é a primeira etapa da geoestatística propriamente dita, pretende-se caracterizar o comportamento da variável em estudo no espaço ao longo das várias direções do fenómeno (Goovaerts, 1997; Soares, 2006). Esta informação serve de base para as etapas subsequentes de estimação e / ou simulação.

Inicia-se sempre com o cálculo de um variograma experimental $\gamma(\vec{h})$ que recorre à seguinte expressão:

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2N(\vec{h})} \sum_{i=1}^{N(\vec{h})} (v_i - v_{i+h})^2$$

Com: $\gamma(\vec{h})$ valores de variograma, \vec{h} vetor da direção de cálculo do variograma, $N(\vec{h})$ número de pares de pontos segundo a direção do vetor \vec{h} e v_i e v_{i+h} valores conhecidos numa localização e a uma distância h desta localização.

Os valores obtidos para o variograma dependem do vetor que é utilizado, sendo que este vai determinar a direção e o alcance entre os pares de valores da variável em estudo que entram em cada cálculo (Soares, 2006). Na prática tanto a dimensão como a direção do vetor dependem da quantidade de dados disponíveis e da sua orientação de amostragem. Para além dos ângulos (azimute θ e inclinação ϕ) que definem as direções utilizadas no cálculo dos variogramas considera-se ainda na prática a chamada tolerância angular (R), que é um valor que define um intervalo de aceitação nestes ângulos. Assim, em vez de um vetor, na prática considera-se um cone de direções centrado na direção que é estabelecida (Figura 3.1).

3. MÉTODOS

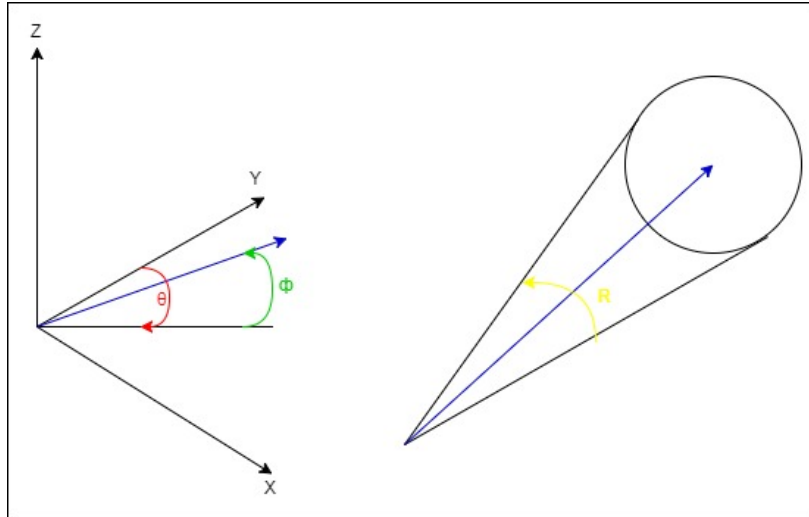


Figura 3.1 – Ilustração dos parâmetros que definem uma direção: azimute θ , inclinação ϕ e tolerância angular R

Outra medida de continuidade espacial de resultado equivalente ao variograma, mas menos utilizada, é a covariância espacial ou $C(\vec{h})$ que é calculada através da seguinte fórmula:

$$C(\vec{h}) = \frac{1}{N(\vec{h})} \sum_{i=1}^{N(\vec{h})} (v_i - v_{i+\vec{h}})^2 - m(\vec{h}) \times m(-\vec{h})$$

Sabendo que $C(0)$ covariância à distância zero corresponde à variância da população. A covariância espacial relaciona-se com o variograma da seguinte forma:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

Depois de escolhidas as direções para os variogramas experimentais, estes são calculados e representados na forma de um gráfico que será ajustado através de funções teóricas de modo a criar um modelo teórico e assim obter o variograma (Figura 3.2) (Isaaks e Srivastava, 1989; Gooaverts, 1997).

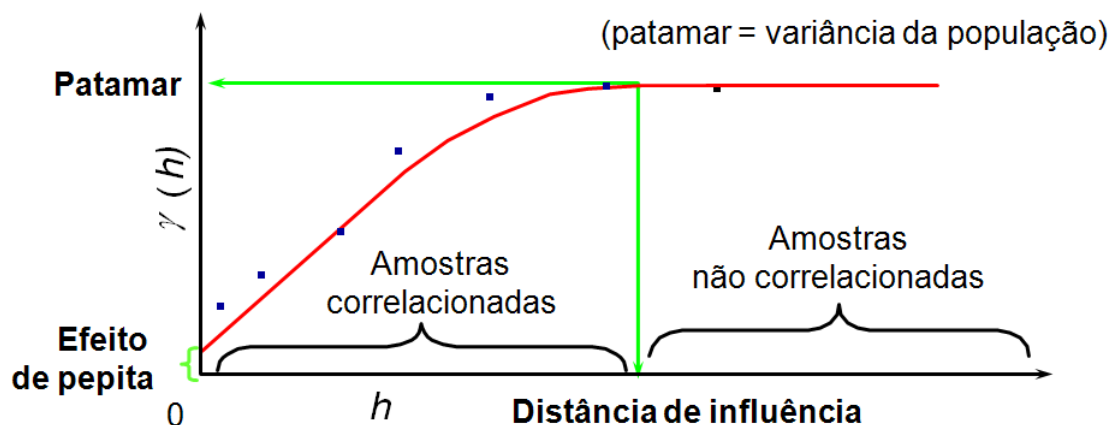


Figura 3.2 – Representação gráfica dos valores do variograma experimental e modelo teórico

Os pontos do variograma experimental são ajustados por funções teóricas (linha a vermelho na Figura 3.2). A distância no eixo das abcissas, desde a origem até ao ponto onde a função intersecta ou aproxima-se do patamar, chama-se amplitude (a) e corresponde à distância máxima até onde existe alguma correlação entre as amostras, sendo que a partir desta altura os dados não têm correlação entre si (Isaaks e Srivastava, 1989). O efeito de pepita é um indicador dos erros de amostragem ou de medição e variabilidade a uma escala não reconhecida pelo espaçamento da amostragem, que se marca no gráfico na coordenada de origem no eixo das ordenadas e cujo valor varia entre 0 (sem efeito de pepita) e o valor do patamar (efeito de pepita puro) (Isaaks e Srivastava, 1989). Os modelos teóricos podem ser funções elementares ou somas de funções, sendo que as mais comuns são o modelo esférico e o modelo exponencial (ver Figura 3.3).

Quando os dados a tratar estão divididos por p classes, como é o caso das variáveis do tipo indicatriz, que podem ser resultantes da classificação de uma variável contínua em classes ou tratar-se de um conjunto de litologias, diz-se que se trata de uma variável multifásica (Soares, 2006), que passa a ser tratada como um vetor de variáveis de tipo indicatriz ou probabilidade. A covariância multifásica deste tipo de população indica qual a probabilidade de duas amostras em locais diferentes pertencerem à mesma fase k qualquer que ela seja. O variograma multifásico adota a mesma lógica, e é calculado pela soma dos variogramas individuais (Soares, 2006). O formalismo das variáveis multifásicas pode ser aplicado à estimação por krigagem e à simulação.

No que toca à continuidade espacial diz-se que estamos numa situação isótropa, quando para todas as direções os valores da amplitude e do patamar se mantêm constantes, e estamos numa situação anisótropa quando as amplitudes ou os patamares variam (Goovaerts, 1997; Journel, 1989). Quando a amplitude varia estamos perante a chamada anisotropia geométrica e quando varia o

3. MÉTODOS

patamar designa-se por anisotropia zonal. Mais raramente estes dois parâmetros podem variar em simultâneo.

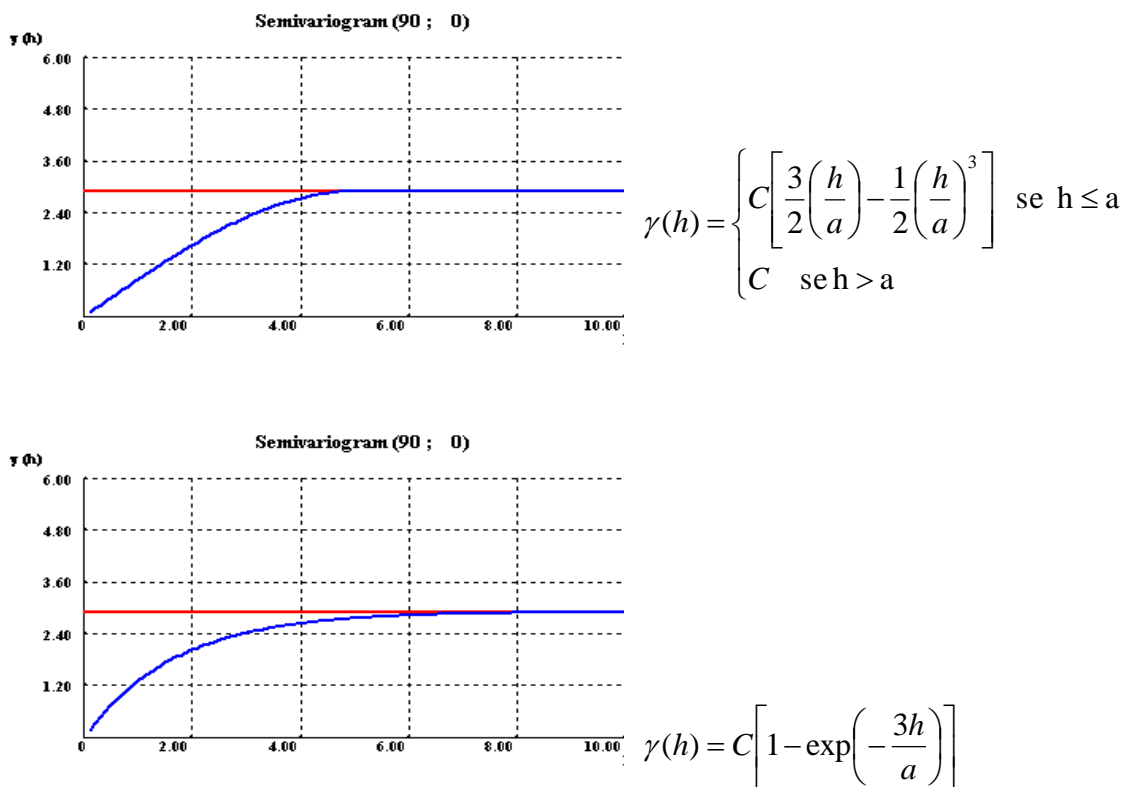


Figura 3.3 – Representações das funções teóricas modelo esférico e modelo exponencial

3.2.3 ESTIMAÇÃO POR KRIGAGEM

A krigagem é um método de estimação geostatístico que nos permite inferir o valor mais provável de variáveis em locais não amostrados. É um interpolador linear não enviesado também designado por BLUE na literatura inglesa (*best linear unbiased estimator*) (Isaaks e Srivastava, 1989).

Existem várias variantes de krigagem conforme a informação que é conhecida. O estimador de krigagem normal é representado pela seguinte fórmula (Isaaks e Srivastava, 1989):

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i z_i$$

Onde os valores de $Z^*(x_0)$ correspondem aos valores estimados da variável em estudo na localização x_0 a partir da combinação linear ponderada dos valores das amostras vizinhas de x_0 (z_i) por λ_i .

Os ponderadores correspondem aos pesos que cada valor carrega, ou seja, correspondem ao grau de influência que cada valor amostrado vai ter na estimação de $Z^*(x_0)$. Os ponderadores são obtidos pela solução do chamado sistema de equações de krigagem que é construído com base nas duas condicionantes (Isaaks e Srivastava, 1989):

- A média dos erros (m_ε) é nula

$$\varepsilon(x_0) = Z(x_0) - Z^*(x_0)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon(x_i) = m_\varepsilon = 0$$

O que leva a que a soma ponderadores tem de ser igual a 1:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$$

- A variância do erro de estimação (S_ε^2) é mínima

$$S_\varepsilon^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\varepsilon(x_i) - m_\varepsilon]^2 = \text{mínima}$$

Estas duas condições garantem o não enviesamento dos resultados da krigagem permitindo que a estimação seja a mais correta possível. Desenvolvendo o formalismo de krigagem, em função destas duas condicionantes, chega-se a um sistema de equações de krigagem, que no formalismo matricial é expresso da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \cdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} C_{1V} \\ \cdots \\ C_{nV} \\ 1 \end{bmatrix} \\ & C & \lambda & D \end{array}$$

A solução do sistema de equações de krigagem é então a lista de ponderadores:

$$\lambda = C^{-1} \times D$$

Na forma matricial da krigagem, tanto a matriz [C] como o vetor [D] são expressos por covariâncias espaciais, podendo [C] ser interpretado como a distância estatística das amostras entre si (informação da redundância das amostras) e [D] como a distância estatística entre as amostras e o ponto a estimar (informação da proximidade das amostras ao ponto a estimar). O

3. MÉTODOS

símbolo μ representa o parâmetro de Lagrange que é adicionado para permitir balancear o número de equações e de incógnitas.

Para aferir a qualidade de uma estimação por krigagem pode proceder-se a um teste de validação cruzada (teste do ponto fictício) que consiste na estimação de localizações já amostradas e na comparação entre os valores observados e os valores estimados. A comparação pode ser feita quantificando erros médios, erros quadráticos médios e gráficos bivariados entre os valores verdadeiros e os valores estimados (Isaaks e Srivastava, 1989).

Existem, como já foi referido, várias variantes de krigagem sendo que a anteriormente apresentada respeita à krigagem normal, onde não se conhece a média *a priori* dos dados em cada localização a estimar.

Se a média global (m) for conhecida, a krigagem pode ser formulada na variante de simples, sendo que nos locais a estimar é feita a ponderação dos resíduos ou diferenças em relação à média (Soares, 2006):

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i (Z_i - m) + m$$

A krigagem da indicatriz é uma variante de krigagem (simples ou normal) que utiliza os valores da propriedade convertidos para uns e zeros (valores binários, significado de probabilidade), e permite por isso a estimação da morfologia de sistemas binários (Soares, 2006). Pode ser estendido facilmente para sistemas com mais de duas modalidades (sistemas multifásicos) e nesse caso são feitas tantas estimações quantas as modalidades. A krigagem da indicatriz pode ser aplicada tanto a litologias / tipos de minério como a variáveis contínuas onde é aplicado um valor de corte, obviando assim a subestimação de valores altos e a sobrestimação de valores baixos (Soares, 2006).

A krigagem da indicatriz gera imagens de probabilidade de pertença a uma modalidade, e estas imagens de probabilidade devem ser transformadas em imagens morfológicas. A transformação de imagens de probabilidade em imagens morfológicas é feita com um procedimento baseado em probabilidades globais e locais e pode ser consultado em Almeida, 1992 e Soares, 2006.

No caso de existir informação secundária, a krigagem pode ser utilizada nas seguintes variantes (Goovaerts, 1997; Soares, 2006):

- Krigagem simples com médias locais
- Krigagem com deriva externa
- Cokrigagem

- Cokrigagem colocalizada

A krigagem simples com média local, ao contrário da krigagem simples com média global, é utilizada quando é conhecido o valor da média da variável principal em cada localização (Soares, 2006). Já a krigagem com deriva externa é utilizada quando se conhece uma variável secundária em cada localização a estimar e pretende-se aproximar o comportamento da variável secundária ao da principal, deve por isso usar-se apenas quando exista muita certeza no seu comportamento e relação com a variável principal (Soares, 2006).

Tanto a cokrigagem como a cokrigagem colocalizada são utilizadas quando existe uma variável secundária que esteja correlacionada com a variável primária (Soares, 2006); quando a variável secundária é conhecida apenas nalgumas localizações considera-se a cokrigagem e quando se conhece em todas as localizações a estimar considera-se a cokrigagem colocalizada.

Para a cokrigagem é necessária a modelação de variogramas para a variável primária, secundária e variogramas cruzados; já para a cokrigagem colocalizada apenas é necessário o variograma da variável primária e o coeficiente de correlação local ou global entre as duas variáveis, sendo assim também mais expedita.

3.2.4 SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA E ANÁLISE DE INCERTEZA

3.2.4.1 *Conceito de Simulação*

A krigagem é um algoritmo de estimação que gera imagens com o pressuposto de terem erros nulos e variâncias do erro de estimação mínimas. Assim, os valores obtidos são valores médios atenuados, mostrando variações muito graduais e por isso não realistas da variável de estudo.

Este efeito de suavização acaba por não ser a melhor solução quando o objetivo é também analisar e utilizar valores extremos numa função de transferência, por exemplo, os teores metálicos de um depósito mineral e o cálculo de benefícios (Baldé, 2012; Charifo et al., 2013). A alternativa mais adequada passa pelo uso de métodos de simulação estocásticos que, em vez de gerarem uma imagem estimada, criam várias imagens todas elas com a mesma probabilidade de ocorrência (Journel, 1989; Almeida, 1999; Soares, 2006). O conjunto das imagens pode ser trabalhado do ponto de vista estatístico e assim, localmente, podem ser quantificadas leis de distribuição com a avaliação das incertezas associadas.

Na Figura 3.4 mostra-se um exemplo comparativo entre uma imagem estimada por krigagem normal (à esquerda) e simulada (à direita) de acumulações de fosfato a partir das observações de sondagens. Observando a Figura 3.4, nota-se que os valores altos a vermelho e os valores baixos

3. MÉTODOS

a azul estão presentes nas duas imagens, principalmente quando existem sondagens nesses locais, todavia a imagem por krigagem é atenuada e difusa e a imagem simulada é mais nítida e extrapola para valores tanto altos como baixos. Isto acontece porque a imagem simulada respeita o modelo de variograma e o histograma dos dados o que a torna mais realista relativamente à estimação por krigagem.

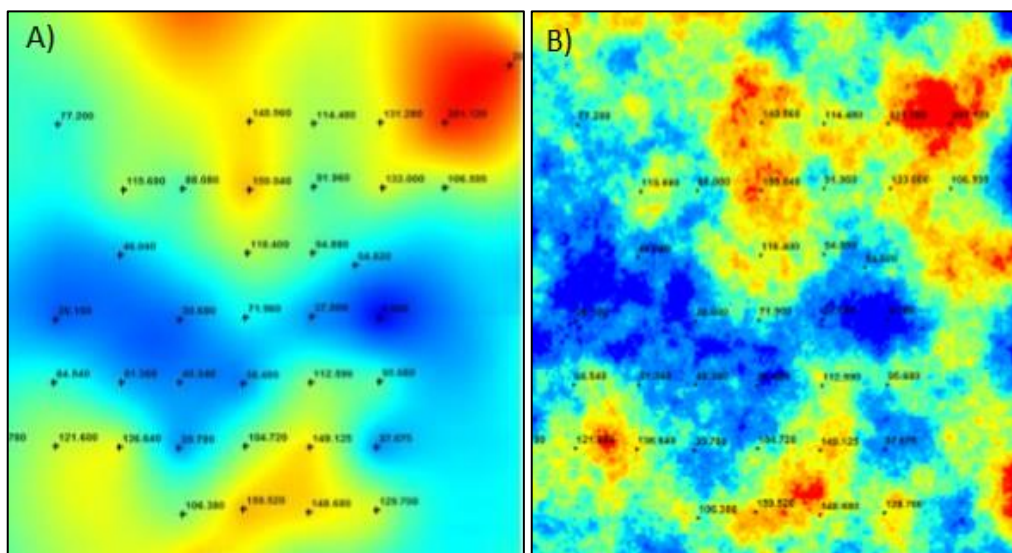


Figura 3.4 – Exemplo de uma imagem estimada no plano XoY de acumulações de fosfato (à esquerda) e uma imagem simulada (à direita) construídas a partir de várias sondagens verticais

Os modelos estocásticos de simulação são aqueles que utilizam funções de distribuição para gerar várias imagens equiprováveis da variável em estudo ou realizações. Cada realização simulada obedece a três condições (Goovaerts, 1997; Soares, 2006):

- Reprodução da função de distribuição ou histograma;

$$Prob(Z(x_i) < z) = Prob(Z_s(x) < z)$$

- Reprodução do modelo da estrutura espacial ou variograma:

$$\gamma(h) = \gamma_s(h)$$

- Reprodução dos valores da variável nos pontos amostrados (tal como a krigagem)

$$Z(x_i) = Z_s(x_i)$$

Onde $Z_s(x)$ corresponde ao valor simulado na localização x , $\gamma_s(h)$ corresponde ao variograma dos valores simulados e x_i representa os pontos amostrados.

Existem vários algoritmos para realizar a simulação geoestatística, mas os mais comuns são os de simulação sequencial (Journal e Alabert, 1989). A simulação sequencial baseia-se na extensão do

condicionamento a toda a informação existente na vizinhança do ponto (ou nó) a simular, fornecida tanto pelos valores experimentais como pelos valores simulados em iterações anteriores. Este princípio é traduzido pela relação de Bayes, em N etapas consecutivas, em que Z_n é uma variável aleatória e $F(Z_n)$ a sua função de distribuição (Soares, 2006):

$$F(N) = (Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_N | n)$$

Para se obter um conjunto de valores Z_1, \dots, Z_N de $F(N)$, o processo resume-se às seguintes etapas:

- 1) Simular um valor de Z_1 a partir da função de distribuição cumulativa $F(Z_1 | (n))$. Este valor simulado é então adicionado ao conjunto de dados condicionantes que passa a

$$\{n + 1\} = \{n\} \cup \{Z_1\}$$

- 2) Simular um novo valor Z_2 a partir da distribuição condicional $F(Z_2 | (n + 1))$ onde $\{n + 1\}$ representa o condicionamento aos n dados experimentais acrescidos do valor simulado Z_1 no primeiro passo. Estes passam a $\{n + 2\} = \{n + 1\} \cup \{Z_2\}$.
- 3) Repetir o processo sequencial 1) e 2) até todas as N variáveis estarem simuladas.

Este processo é traduzido pela seguinte expressão (Soares, 2006):

$$F(N) = (Z(x_1), Z(x_2), Z(x_3), \dots, Z(x_N) | n)$$

Para executar uma simulação sequencial é então fundamental conhecer as N funções de distribuição cumulativa:

$$Prob \{Z(x_1) < x_1 | (n)\}$$

$$Prob \{Z(x_2) < x_2 | (n + 1)\}$$

$$Prob \{Z(x_3) < x_3 | (n + 2)\}$$

...

$$Prob \{Z(x_N) < x_N | (n + N - 1)\}$$

Esta última parcela refere-se ao condicionamento da função de distribuição cumulativa da simulação no nó N , ao conjunto de n dados experimentais e aos $(N - 1)$ nós simulados anteriormente.

A simulação sequencial apoia-se no método de Monte Carlo, desenvolvido por J. Von Neumann e S. Ulam em 1949, com o propósito de modelar comportamentos de processos que dependem só de fatores aleatórios. Cada realização é independente, todos os valores simulados são

3. MÉTODOS

equiprováveis e respeitam o histograma condicionante e os dados originais. Todavia, a maior limitação da aplicação deste algoritmo aos casos práticos deve-se ao desconhecimento destas funções. Journel e Alabert (1989) propuseram a krigagem multigaussiana e krigagem da indicatriz para estimarem estas as distribuições condicionais, respetivamente para a Simulação Sequencial Gaussiana (SSG) e Simulação Sequencial da indicatriz (SSI).

3.2.4.2 Simulação Sequencial da Indicatriz e correção de probabilidades locais

Inicialmente a SSI foi desenvolvida com o propósito de gerar imagens simuladas de estruturas binárias, mas posteriormente foi estendida para fazer a realização de imagens com mais de 2 modalidades, ou multifásicas. A implementação prática deste algoritmo recorre às seguintes etapas (Journel, 1989; Soares, 2006; Almeida, 2010^a):

- i) Gerar um caminho aleatório que passe por todos os nós de uma malha 2D ou 3D a simular;
- ii) Para cada localização espacial ou nó, estimar a probabilidade local da localização x pertencer a uma data modalidade X_k ou fase ponderando os valores conhecidos e vizinhos da localização x : $[prob\{x_0 \in X_k | n\}] = [I_k(x_0)]^* = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} I_k(x_{\alpha})$ e $(X_k, k = 1, \dots, K)$

Os ponderadores são determinados pela solução do sistema de krigagem da indicatriz multifásica utilizando um modelo de variograma por fase ou global / multifásico.

A utilização de um modelo de variograma global e igual para todas as modalidades garante que a soma das probabilidades estimadas $[I_k(x_0)]^*$ seja igual a um. Noutros casos, quando se utiliza um variograma por modalidade, é necessário efetuar uma renormalização ou outro tipo de correção de forma a que a soma das probabilidades parciais seja um e a definição de probabilidade seja preservada:

$$\sum_{k=1}^K [prob\{x_0 \in X_k\}]^* = 1$$

Assim, pode ser aplicada a seguinte correção:

$$[I_k(x_0)]^* = \frac{[I_k(x_0)]^*}{\sum_{k=1}^K [I_k(x_0)]^*}$$

- iii) Gerar uma variável auxiliar $[J_i(x_0)]$ que representa a soma cumulativa de $[I_k(x_0)]^*$

$$J_i(x_0) = \sum_{j=1}^i [I_j(x_0)]^* \text{ com } i = 1, K$$

Utilizar o procedimento de Monte Carlo para gerar a modalidade simulada, ou seja, gerar um valor simulado entre 0 e 1 com lei uniforme e aplicar a transformação ilustrada na figura 3.5:

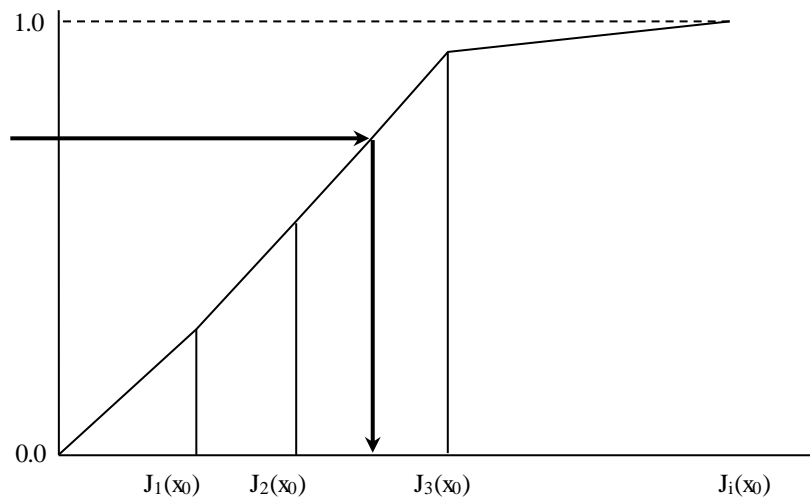


Figura 3.5 – Procedimento de Monte Carlo destinado a gerar uma modalidade simulada a partir do histograma cumulativo de probabilidades estimadas

O valor simulado $[I_{S_i}(x_0)]$ é igual a:

$$I_{S_i}(x_0) = \begin{cases} 1 & \text{if } J_{i-1}(x_0) < p \leq J_i(x_0) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- iv) O valor simulado $[I_{S_i}(x_0)]$ torna-se informação condicionante para os restantes nós da simulação. O número de informação condicionante aumenta: $(n + 1) = (n) + \{I_s(x_0)\}$. Este processo continua até todos os nós estarem simulados.

Para minimizar os desvios entre as proporções observadas de cada fase e as proporções das fases que vão sendo simuladas, Soares, 1998, propõe que em cada iteração da SSI seja feita uma correção às probabilidades locais estimadas. Este efeito é mais pronunciado nas fases com proporções baixas e quando a amplitude dos variogramas é relativamente elevada. Durante o processo de simulação, o caminho aleatório pode impor a geração de nós com estas fases que depois crescem demasiado se, entretanto, não forem condicionadas por outras localizações experimentais.

Assim depois da estimação de $[prob\{x_0 \in X_k\}]^* = [I_k(x_0)]^*, i = 1, \dots, N$ para cada nó x_0 , a ideia é aplicar uma correção de probabilidades locais de acordo com as proporções globais que cada fase vai obtendo e os desvios em relação ao objetivo pretendido. Sejam então as proporções globais m_k de uma fase k , é então possível calcular um desvio e_k^S entre a proporção medida em cada iteração s e a proporção observada pelos dados experimentais:

3. MÉTODOS

$$e_k^S = m_k - p_k^S$$

onde p_k^S representa as probabilidades marginais da modalidade k na iteração s .

Este desvio calculado e_k^S é adicionado às probabilidades locais estimadas, mesmo quando são recalculadas para somarem um:

$$p_k^S(x_0) = [I_k(x_0)]^* + e_k^S$$

Dado que a soma de todas as correções é igual a zero, a soma das probabilidades mantém-se igual a um após as correções.

Depois desta correção, a simulação sequencial prossegue como habitualmente, ou seja, construção da lei cumulativa de probabilidades locais e geração da modalidade simulada por Monte Carlo para a localização x_0 . O valor simulado é adicionado como informação condicionante e o processo repete-se até que todos os nós estejam simulados.

3.2.4.3 *Simulação Sequencial Direta*

Relativamente à simulação de variáveis contínuas, e em substituição da tradicional SSG, Caers (2000) propõe o uso da simulação sequencial direta (SSD) para obviar a transformação da variável original para valores Gaussianos, nomeadamente utilizando a Krigagem simples para estimação da média e variância locais. Para melhorar a reprodução de histogramas muito assimétricos, Soares (2001) propõe que se faça a amostragem da lei de distribuição global dos dados a partir da média estimada por Krigagem simples e até atingir a variância estimada também por krigagem simples. Outra vantagem da formulação proposta por Soares (2001) é poder aplicar a SSD para a cosimulação de uma variável condicional a uma variável secundária.

Considerando uma malha de blocos com N localizações (x_u) para a simulação da variável aleatória principal $Z_1(x)$, a SSD resume-se às seguintes etapas (Soares, 2001):

- I) Selecionar uma sequência aleatória que percorra todos os nós a simular;
- II) Simular o valor de $Z_1^S(x_u)$ para o primeiro nó a simular na localização x_u da malha;
 - a) Estimar a média e a variância de $Z_1(x)$ na localização x_u , respetivamente $Z_1(x_u)^*$ e $\sigma_{Z_1}^2(x_u)^*$ por krigagem simples.
 - b) Reamostrar localmente o histograma global de $Z_1(x_u)$. Para tornar esta amostragem mais expedita, Soares (2001) sugere que se faça uma transformação para gaussiana (φ_1) da variável $Z_1(x)$; cálculo de $y(x_u)^* = \varphi_1 Z_1(x_u)^*$, mas a amostragem pode ser feita por qualquer outro processo. Esta transformação para gaussiana também não tem qualquer aparência com o formalismo da SSG.

- c) Gerar um número aleatório p a partir de uma lei uniforme U definida no intervalo $[0; 1]$;
- d) Gerar o valor simulado $z_1^s(x_u)$ a partir da lei de distribuição local. Se for adotada uma transformação Gaussiana então determinar $y^s = G(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*)$: $y^s = G^{-1}(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*, p)$ e fazer a transformada inversa e gerar o valor simulado pretendido $z_1^s(x_u) = \varphi_1^{-1}(y^s)$.
- III) Passar para o nó seguinte, ou seja, repetir o ponto II) até todos os N nós estarem simulados.

Importa referir que para fazer o condicionamento aos tipos de minério, na SSD a geração dos valores em cada localização tem em conta a lei de distribuição local condicional dos valores por tipo de minério ao invés de uma lei de distribuição global (Roxo et al., 2016).

3.2.4.4 Avaliação da Incerteza por Entropia

Para quantificar a variabilidade de resultados entre várias imagens simuladas de uma variável categórica foi utilizado o parâmetro entropia estatística. A entropia ($H(x)$) calcula-se com a seguinte fórmula onde se define em K fases com $p_k^*(x)$ a corresponder à média de todos os valores simulados para o nó x da malha (Almeida, 1999).

$$H(x) = - \sum_{k=1}^K [\ln p_k^*(x)] \cdot p_k^*(x)$$

O valor da entropia é igual a 0 em todos os nós sobre os valores amostrado, pois todas as realizações são iguais aos valores observados. Para limitar o intervalo de resultados de $H_R(x)$ a valores entre 0 e 1, onde 0 é corresponde a entropia mínima e 1 a entropia máxima, pode ser aplicada a seguinte correção:

$$H_R(x) = \frac{H(x)}{\ln(K)}$$

A validação dos resultados obtidos por simulações pode ser feita por análise da entropia, que deve ser zero sobre os dados conhecidos e ir aumentando gradualmente até 1 fora da zona de influência do variograma.

3.3 METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta para a modelação 3D do depósito de Feitais foi desenhada com base na informação disponível, e tem por objetivo construir dois modelos, um com os principais tipos de minério e outro com os teores dos elementos metálicos de interesse.

A informação disponível provém de 193 sondagens feitas a partir das galerias de exploração. As sondagens são feitas a partir das galerias e cruzam as formações dos minérios maciço e fissural segundo várias direções. As tabelas de dados das sondagens contêm informação detalhada das litologias e tipos de minérios intersectados, assim como da densidade e teor de vários elementos químicos, onde se incluem os que são explorados na mina (Cu e Zn) e os penalizantes (As e Hg).

Nas Minas de Aljustrel consideram-se atualmente dois teores de corte para o metal cobre (produto principal), o primeiro diz respeito aos minérios maciços que é igual a 1.3% e o segundo é igual a 1% para os depósitos do tipo fissural.

O Departamento de Geologia tem os troços de sondagem classificados com várias descrições e códigos geológicos conforme se tratam de minérios principais ou secundários, todavia para este estudo foram adotadas simplificações tendo-se decidido considerar três litologias ou tipos de minério principais: I) MSX para todas as fácies de sulfuretos maciços; 2) STWK para todas as fácies de stockwork; III) OUTROS para todas as restantes litologias que não são maciço ou stockwork, regra geral não é minério.

Na figura 3.6 apresenta-se o fluxograma da metodologia proposta, destinada à construção dos modelos geológico e de teores, e que permite a quantificação do recurso em minérios e metais, assim como desagregar os quantitativos totais por baixo grau de incerteza e teor em penalizantes mais baixo. Divide-se em 6 etapas principais:

- 1) Preparação dos dados
- 2) Análise estatística univariada e bivariada
- 3) Construção do modelo morfológico de baixa resolução (representação vetorial)
- 4) Construção do modelo morfológico de alta resolução (representação matricial)
- 5) Construção do modelo de teores (representação matricial)
- 6) Apresentação de resultados: tabelas de quantitativos e parametrização do depósito

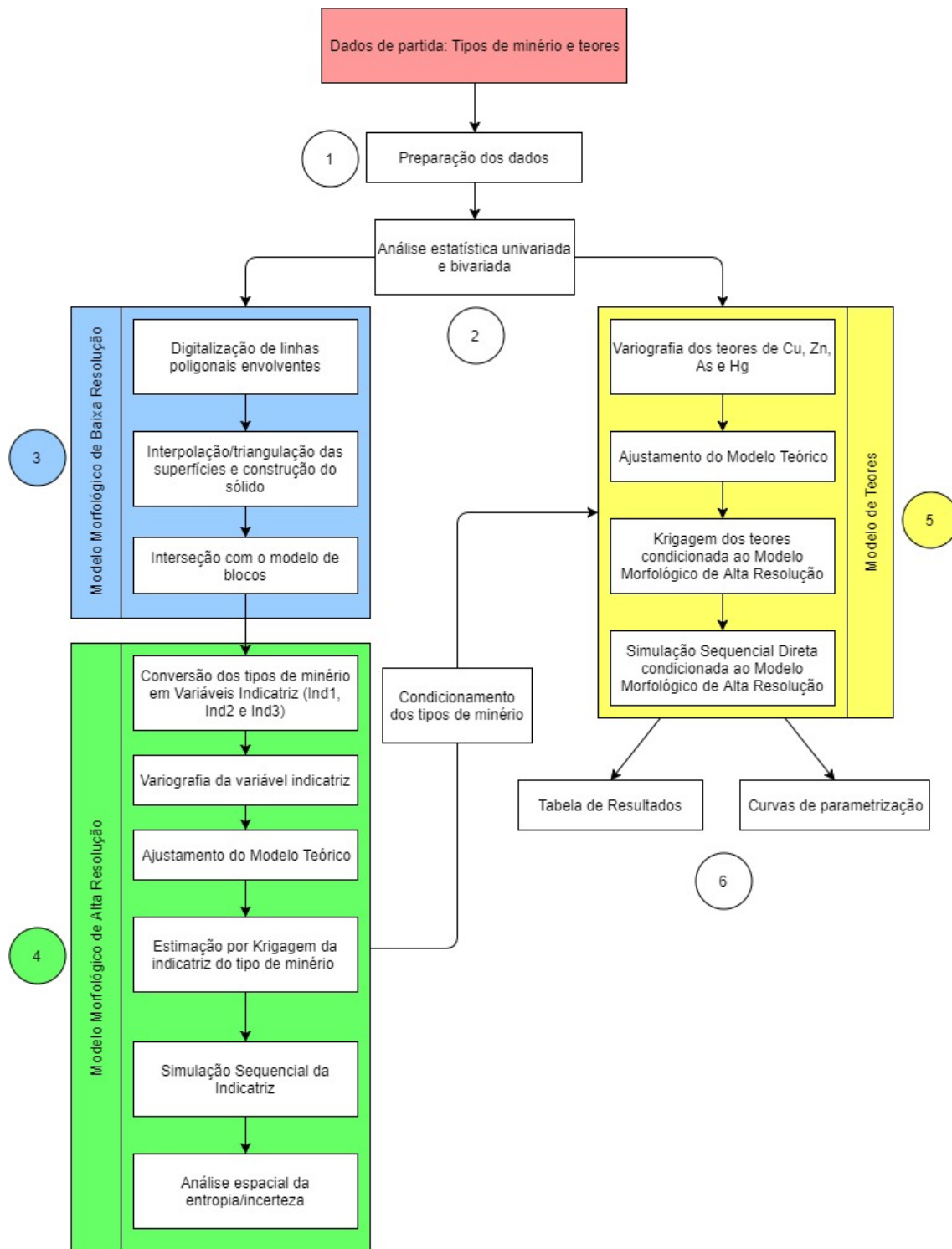


Figura 3.6 – Fluxograma da metodologia proposta para a criação dos modelos geológico e de teores

3. MÉTODOS

3.3.1 PREPARAÇÃO DOS DADOS

A etapa de preparação dos dados antecede a análise estatística e a modelação geoestatística, mas é sempre necessária e até demora algum tempo.

Os dados das sondagens foram disponibilizados para este estudo em quatro tabelas (*header* – sondagem, *survey* – orientação, *litho* – geologia e *assay* – teores) e todas têm o conteúdo e estrutura habitual. Estas quatro tabelas necessitaram de ser recombinaadas de forma a gerarem duas tabelas novas: uma das litologias principais e outra dos teores. A informação destas novas tabelas deve adotar comprimentos constantes, que no caso de estudo optou-se por ser de metro a metro, dado que o comprimento de sondagem que é analisado em elementos metálicos é maioritariamente de um metro.

Seguidamente, e quando as dimensões principais do depósito ou a orientação predominante das sondagens não está alinhada com os eixos coordenados, é habitual preceder à rotação das coordenadas. Neste caso de estudo verificou-se ser recomendável fazer a rotação de um ângulo α das coordenadas em torno do eixo OZ^1 , ou seja, a componente Z é mantida e as componentes x e y são alteradas de acordo com as equações (ver Figura 3.7):

$$x_r = x_0 + (x - x_0) \cdot \cos(\alpha) + (y - y_0) \cdot \sin(\alpha)$$

$$y_r = y_0 - (x - x_0) \cdot \sin(\alpha) + (y - y_0) \cdot \cos(\alpha)$$

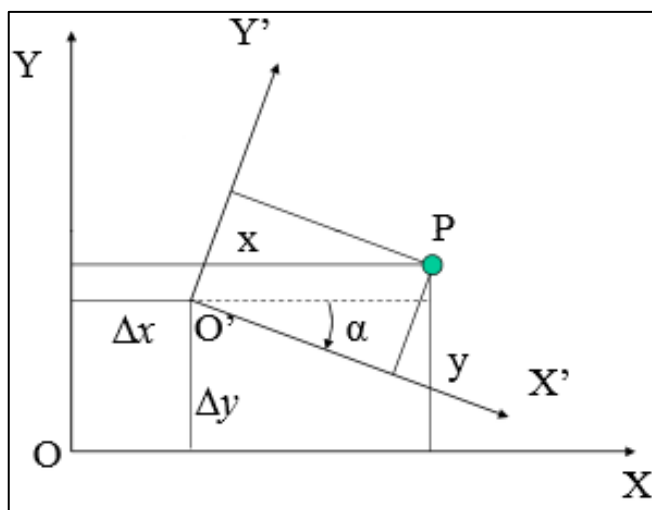


Figura 3.7 – Ilustração da rotação de coordenadas em torno de um eixo coordenado OZ

¹ Para evitar que as coordenadas resultantes deem valores muito dispares optou-se por fazer a rotação em torno de um ponto central (x_0, y_0) localizado no centro dos dados.

3.3.2 ANÁLISE UNIVARIADA E BIVARIADA

Nesta etapa foram calculadas estatísticas univariadas (posição central, dispersão e assimetria) e bivariadas (coeficientes de correlação) e efetuados vários gráficos (histogramas simples e condicionais e diagramas de dispersão) de forma a sintetizar os dados de partida e justificar algumas opções adotadas na estratégia de modelação (Isaaks e Srivastava, 1987; Charifo et al., 2014).

3.3.3 MODELAÇÃO MORFOLÓGICA

A modelação morfológica engloba primeiro a construção de um submodelo morfológico de baixa resolução da envolvente em estrutura vetorial (sólido 3D) a que se segue um modelo de alta resolução dos tipos de minério em estrutura matricial ou malha de blocos (*voxel*) (Rodrigues, 2013; David et al., 2016)

O modelo morfológico de baixa resolução tem por objetivo a delimitação da zona de estudo e compreende o depósito propriamente dito e uma zona de transição para a rocha encaixante. A sua construção envolve as seguintes etapas principais (Almeida, 1992; Almeida et al., 1993):

- Visualização 3D das sondagens já classificadas segundo os tipos de minério (MSX, STWK e OUTROS) e criação de perfis 2D, aproximadamente paralelos entre si, que envolvam as sondagens na sua totalidade;
- Perfil a perfil, digitalização manual de uma linha poligonal fechada correspondente à interpretação geológica, e por isso subjetiva, de até onde se poderá estender o depósito;
- Para cada par de perfis consecutivos, geração de superfícies 3D juntando as linhas poligonais, por triangulação e interpolação linear;
- Geração de duas superfícies planas, respetivamente para fechar a primeira e a última linha poligonal fechada;
- Junção das superfícies parciais numa única superfície, constituindo um sólido 3D fechado.

O desenho da linha poligonal no perfil depende da perícia e da atitude otimista ou pessimista de quem o realiza, o que faz gerar sólidos 3D distintos. Uma linha poligonal otimista deixa uma margem maior entre as sondagens e a linha poligonal, ou seja, deixa que seja o modelo de alta resolução a delimitar a zona mineralizada; já uma linha poligonal pessimista não deixa margem e une os topos das sondagens. Na Figura 3.8 mostram-se exemplos plausíveis tanto para um cenário otimista (a verde) como para um cenário pessimista (a vermelho) para um conjunto de sondagens (a preto) paralelas entre si.

3. MÉTODOS

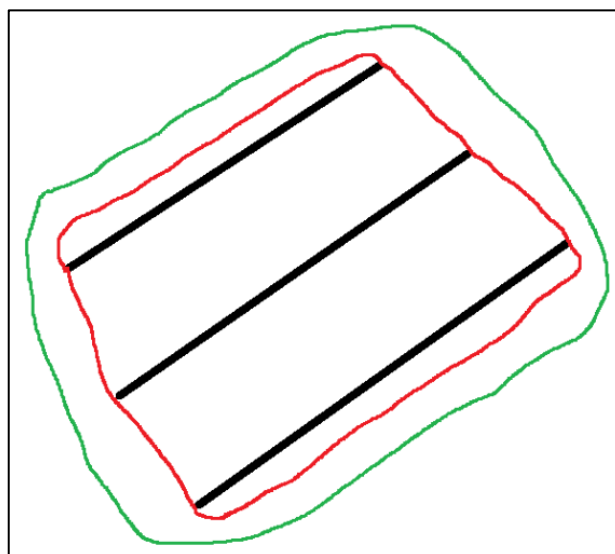


Figura 3.8 – Perfil com três sondagens (a preto), representação de uma linha poligonal fechada otimista (a verde) e de uma linha poligonal fechada pessimista (a vermelho)

As superfícies geradas a 3D consistem num mosaico de triângulos que são construídos ligando os vértices das linhas poligonais fechadas. Para aumentar a qualidade das superfícies, entre cada par de perfis é possível gerar automaticamente perfis intermédios que têm uma forma de transição entre os pares de linhas poligonais de base que são considerados. Na figura 3.9 mostra-se a topologia das superfícies, são uma rede de triângulos onde os vértices (pontos brancos na figura 3.9) estão sobre as linhas poligonais a cor amarela (linhas digitalizadas) e a cor branca (linhas interpoladas). Após a triangulação sabem-se as coordenadas de todos os vértices de todos os triângulos, então a coordenada de qualquer ponto da superfície pode ser calculada por interpolação linear.

Esta etapa de construção do modelo morfológico de baixa resolução termina com a geração e conversão do sólido para a malha de blocos 3D onde se enquadra o depósito estudado.

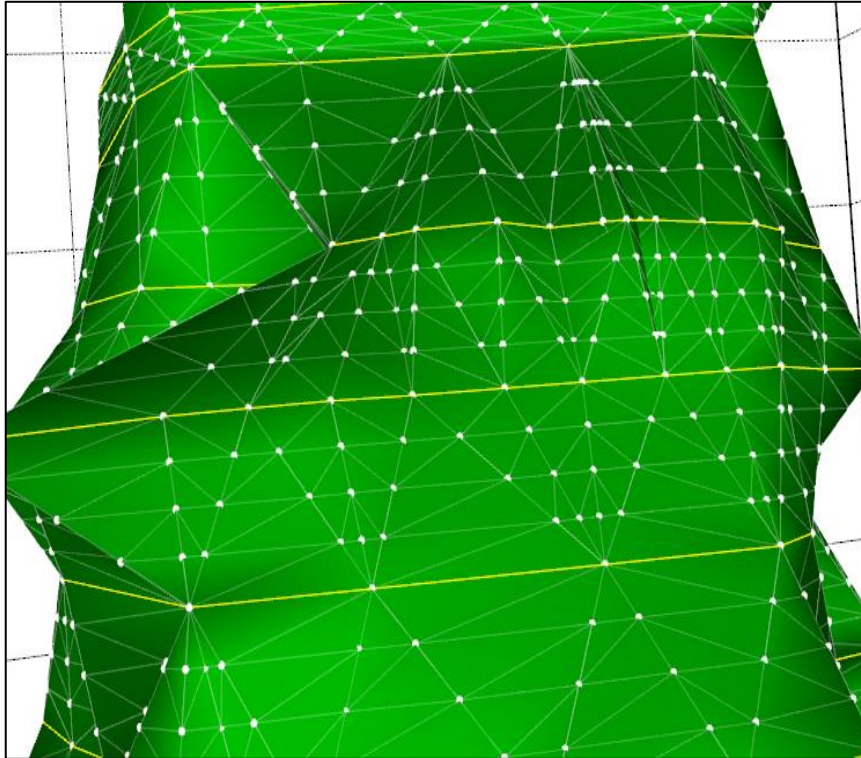


Figura 3.9 – Pormenor da superfície que é gerada entre várias linhas poligonais através da interpolação de contornos intermédios e triangulação

A construção do modelo morfológico de alta resolução inicia-se com a conversão da variável categórica tipo de minério (MSX, STWK e OUTROS) num vetor variável indicatriz com três componentes $\{P_{MSX}, P_{STWK}, P_{OUTROS}\}$ ou $\{I_1, I_2, I_3\}$. Quer isto dizer que os dados das sondagens são classificados entre 0 e 1 de acordo com a proporção de comprimento (ou probabilidade) de cada tipo de minério em cada troço, ou seja:

$$P_{MSX} = \frac{\text{comprimento MSX no troço sondagem}}{\text{comprimento total troço sondagem}}$$

$$P_{STWK} = \frac{\text{comprimento STWK no troço sondagem}}{\text{comprimento total troço sondagem}}$$

$$P_{OUTROS} = \frac{\text{comprimento OUTROS no troço sondagem}}{\text{comprimento troço troço sondagem}}$$

E então:

$$P_{MSX} + P_{STWK} + P_{OUTROS} = 1$$

3. MÉTODOS

A fase seguinte da construção deste modelo passa pela variografia do vetor variável indicatriz, onde se determinam as direções com maior e menor continuidade espacial através do cálculo dos variogramas por tipo de minério e multifásicos (soma dos variogramas individuais). A próxima etapa consiste no ajustamento dos modelos teóricos para os variogramas individuais ou a sua soma (multifásicos) se forem semelhantes.

Depois de construídos os variogramas e seus modelos teóricos, faz-se a estimação por krigagem normal da indicatriz, que dá informação acerca das proporções globais por tipo de minério no depósito, depois dos dados serem desagrupados no processo de krigagem. Esta estimação é limitada ao volume de pertença ao depósito em estudo, não ultrapassando os limites impostos pelo sólido 3D. Os valores de probabilidade multifásica são convertidos para valores categóricos utilizando um procedimento de classificação que preserva as probabilidades globais estimadas e é otimizado para as probabilidades locais (Almeida, 1992). Neste procedimento, em cada bloco estão associadas inicialmente as 3 proporções estimadas I_1 , I_2 e I_3 ; seguidamente, as proporções estimadas são ordenadas por ordem decrescente; inicia-se então a classificação em categoria a partir dos valores mais elevados, ou seja, são classificados primeiro os blocos com maior probabilidade de pertencer a um dado minério. Quando um tipo de minério atinge a proporção pretendida, a partir daí deixam de ser válidas novas classificações para esse tipo de minério. No final, garante-se: i) as médias das proporções estimadas são iguais às dos tipos de minério obtidos; ii) localmente, cada bloco é classificado na classe de proporção mais elevada, exceto se a proporção de valores desse tipo de minério for atingida numa fase intermédia e anterior da classificação. No final os blocos são classificados com 1 - MSX, 2 - STWK e 3 - OUTROS.

Seguidamente faz-se a SSI de várias realizações dos tipos de minério, condicionando-se o modelo às proporções estimadas por krigagem na região do depósito.

Depois de simuladas estas imagens, faz-se o cálculo da imagem média e da imagem da entropia. Na avaliação da imagem média são calculadas a média, bloco a bloco, das proporções de cada tipo de minério (probabilidade local de ocorrência) e depois estes valores são convertidos para categorias com o procedimento já mencionado (Almeida, 1992).

3.3.4 MODELAÇÃO DE TEORES

O modelo de teores tem como objetivo a representação espacial dos teores de Cu e Zn (metais principais) e As e Hg (metais penalizantes) no contexto dos limites impostos pelo modelo morfológico de baixa resolução e condicionado pelos tipos de minério do modelo de alta resolução.

O modelo começa com uma fase de variografia para os elementos do Cu, Zn, As e Hg e o ajustamento dos modelos teóricos para os seus variogramas.

O passo seguinte é a krigagem ordinária dos teores de Cu, Zn e a krigagem da indicatriz para os elementos As e Hg, respetivamente para cada região MSX, STWK e OUTROS, conforme definidas no modelo morfológico de alta resolução de modo a permitir o cálculo de teores médios, quantidades de minério e metal para o depósito por tipo de minério. Para os elementos penalizantes optou-se por modelar uma variável indicatriz que foi definida a partir dos teores destes elementos que os classificam como penalizantes. Os resultados das krigagens permitiram o cálculo dos recursos globais em metal Cu e Zn assim como o seu desagrupamento conforme o teor dos penalizantes está acima ou abaixo do valor de corte.

Refira-se que o teor de corte para os penalizantes é à saída da lavaria, então este mapeamento dos blocos com os teores mais altos de penalizantes dá apenas uma ideia dos locais onde ocorrem estes blocos e se necessário sugerir a mistura com outros tipos de minérios.

Finalmente, foram realizadas simulações dos teores em Cu e Zn para a área de estudo por SSD condicional a histogramas locais. Estas realizações permitiram reclassificar os recursos em metais de acordo com a maior ou menor incerteza.

4. CASO DE ESTUDO

4.1 DADOS DE PARTIDA

A informação disponibilizada pela empresa ALMINA para este estudo é proveniente de 193 sondagens efetuadas no depósito mineral de Feitais, Minas de Aljustrel, e totalizam 12247,45 metros de comprimento. Foram entregues para este trabalho quatro tabelas de dados: I) *Header* (identificação da sondagem), com código da sondagem, coordenadas X, Y e Z da boca da sondagem (Z em cota), comprimento total, orientação inicial (azimute e inclinação) e empresa; II) *Survey* (orientação), medições de orientação das sondagem (azimute e inclinação) a várias profundidades; III) *Litho* (tipos de litologia e minério), listagem de litologias e tipos de minério por intervalos de comprimento de sondagem; IV) *Assay* (densidade e teores), determinações laboratoriais de densidade e teores de elementos químicos por intervalos de sondagem, regra geral de um metro (prata (Ag), arsénio (As), bismuto (Bi), cobre (Cu), ferro (Fe), magnésio (Mg), manganês (Mn), chumbo (Pb), enxofre (S), antimónio (Sb), zinco (Zn), mercúrio (Hg), tálio (Tl), índio (In) e selénio (Se)). Ao todo foram amostrados 11243,85 metros de sondagens para teores (91,8%) e 12198 metros para litologias e tipos de minério (99,6%).

4.2 PREPARAÇÃO DOS DADOS

A preparação dos dados consistiu, em primeiro lugar, em cruzar os quatro ficheiros mencionados tendo-se obtido dois ficheiros, um para as litologias e outro para os teores. O ficheiro das litologias tem o seguinte conteúdo por troço de sondagem: código de sondagem, coordenadas iniciais XYZ do troço amostrado, coordenadas finais XYZ do troço amostrado e litologia / tipo de minério. Já o ficheiro dos teores ficou com o seguinte conteúdo: código sondagem, coordenadas XYZ iniciais, coordenadas XYZ finais, densidade, teores e proporção de cada litologia ou tipo de minério.

Em seguida, e depois de se observar o posicionamento das sondagens no plano XoY e a 3D, optou-se por rodar os dados 45° em torno do eixo OZ, no sentido dos ponteiros do relógio, de forma a que as sondagens passem a estar maioritariamente posicionadas no plano XoZ, e que o eixo OY seja coincidente com a maior dimensão do depósito mineral. Na Figura 4.1 estão representadas em planta as sondagens no referencial original e após a rotação de 45°, e na Tabela 4.1 representam-se as coordenadas limites mínimas e máximas das sondagens bem como as diferenças por eixo coordenado.

4. CASO DE ESTUDO

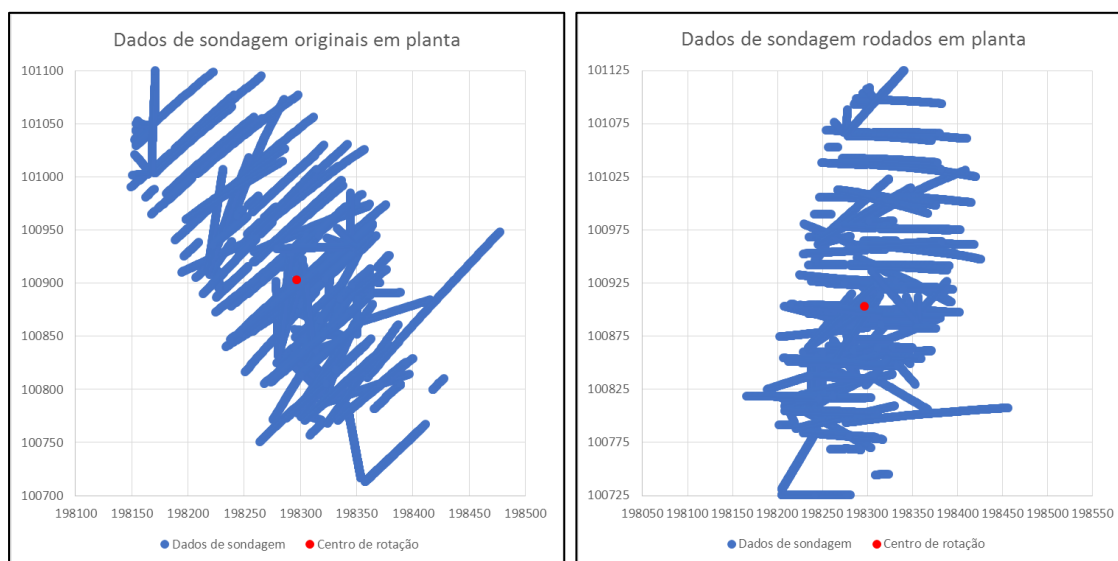


Figura 4.1 – Representação em planta das sondagens no referencial original (à esquerda) e no referencial rodado de 45° (à direita)

Tabela 4.1 – Coordenadas mínimas e máximas dos dados das sondagens nas três direções ortogonais, após rotação de 45° em torno do eixo OZ

Item / eixo	OX	OY	OZ
Coordenada mínima (m)	198166,4	100725,6	-551,3
Coordenada máxima (m)	198456,9	101132,1	-242,3
Diferença de coordenadas (m)	290,5	406,5	309,0

4.3 ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística dos dados foi feita em termos univariados e bivariados, e incluiu as variáveis litologias / tipos de minério, densidade e os teores dos elementos químicos disponibilizados e já mencionados. A vertente a que pertence esta análise inicial corresponde à estatística descritiva que vai utilizar medidas estatísticas para descrever e resumir os dados de um conjunto amostral.

As análises estatísticas também relacionaram a densidade e os teores com as litologias / tipos de minério onde se inserem (análise condicional) e nesta vertente consideraram-se dois tipos de minérios principais (maciço – MSX e fissural ou stockwork - STWK) e os complementares (OUTROS) que foram tratados e agrupados. Em termos de representatividade, os minérios maciços (MSX) representam 34,1% do comprimento total nas sondagens, os minérios fissurais (STWK) 55,7% e os complementares (OUTROS) os restantes 10,2%.

4.3.1 ANÁLISE UNIVARIADA

A análise univariada, como o nome indica, consiste na análise em separado de cada variável, tendo-se calculado os valores mínimos, máximos, a mediana, média, desvio padrão, variância e os coeficientes de variação e de assimetria para cada um dos elementos químicos mais a densidade. Os resultados estão organizados na Tabela 4.2 por variável e por tipo de minério (MSX, STWK, OUTROS e todos) tendo-se colocado a fundo vermelho e verde os valores mais baixos e os mais altos, respetivamente. Para complementar a análise da Tabela 4.2, na Figura 4.2 mostram histogramas condicionais dos elementos Cu e Zn, na Figura 4.3 os histogramas condicionais dos penalizantes As e Hg. Refira-se que para alguns elementos existem registos iguais a zero que foram tratados como ausência de medição (*nodata*).

Os estatísticos univariados mostram que, regra geral, a maior densidade e os teores mais altos dos elementos químicos encontram-se em zonas de maciço (MSX), os intermédios nas zonas de stockwork (STWK) e os mais baixos nas litologias complementares (OUTROS). Naturalmente, os maiores teores pertencem ao Fe e ao S (tratam-se de sulfuretos piritosos). Quanto aos metais mais relevantes do ponto de vista mineiro, o Zn tem um teor médio muito mais elevado nas zonas de MSX (quase 10x) já para o Cu os valores são da mesma ordem de grandeza para o MSX e o STWK. Os coeficientes de variação do Cu e do Zn não são muitos distintos entre si, mas nas litologias complementares OUTROS são muito mais elevados o que significa que ainda ocorrem pontualmente amostras com teores destes metais. Entre todas as variáveis estudadas destaca-se a densidade com os coeficientes de variação muito mais baixos, significado de ser uma variável mais homogénea. Destacam-se ainda os coeficientes de assimetria quase todos positivos e sempre superiores a um o que é indicador de variáveis com leis de distribuição mais do tipo lognormal.

Na contagem dos troços pertencentes a cada tipo de minério, é preciso referir que existiram algumas ocorrências em que mais que um tipo de minério foi utilizado para classificar esse troço de sondagem. Nesses casos o contador não os incluiu nem para um nem para outro tipo de minério. Isto resultou num contador de amostras totais (na Tabela 4.2) que não corresponde ao somatório dos minérios mas que inclui as amostras não utilizadas anteriormente.

4. CASO DE ESTUDO

Tabela 4.2 – Estatísticos básicos univariados dos elementos químicos e densidade por tipo de minério (MSX, STWK, Outros) e Todos (Verde – valores mais altos, Vermelho – valores mais baixos)

Variável	Minério	#	Mínimo	Mediana	Máximo	Média	Desvio padrão	Variância	Coefficiente de variação	Coefficiente de assimetria
Densidade (g/cm ²)	MSX	3817	2.600	4.259	4.800	4.188	0.359	0.129	0.086	-1.540
	STWK	6239	2.600	2.841	4.800	2.986	0.323	0.105	0.108	1.609
	Outros	1136	2.600	2.600	3.604	2.656	0.123	0.015	0.046	3.184
	Todos	11209	2.600	3.036	4.800	3.364	0.683	0.466	0.203	0.539
Ag (ppm)	MSX	3326	1.000	26.000	523.000	33.445	29.339	860.752	0.877	3.289
	STWK	4770	1.000	2.000	398.000	5.596	13.796	190.341	2.465	12.991
	Outros	868	1.000	1.000	148.000	1.957	6.555	42.969	3.349	16.358
	Todos	8964	1.000	5.000	523.000	33.447	29.350	861.414	0.878	3.288
As (ppm)	MSX	3817	97.000	3371.000	53181.000	4888.678	4922.855	24234503.630	1.007	2.622
	STWK	6239	11.050	490.000	31408.000	1024.499	1648.358	2717085.108	1.609	5.610
	Outros	1136	9.000	115.000	11414.000	341.516	801.484	642377.325	2.347	6.919
	Todos	11209	9.000	899.000	53181.000	2277.841	3668.099	13454953.906	1.610	3.738
Bi (ppm)	MSX	3817	0.001	61.000	2107.000	71.192	72.650	5277.970	1.020	13.668
	STWK	6239	0.001	13.000	1998.000	34.754	85.836	7367.752	2.470	10.625
	Outros	1136	0.001	4.655	34.000	4.497	3.399	11.550	0.756	2.101
	Todos	11209	0.001	22.000	2107.000	44.204	79.839	6374.240	1.806	10.948
Cu (%)	MSX	3817	0.001	0.300	19.350	0.601	0.972	0.944	1.616	5.352
	STWK	6239	0.001	0.210	16.900	0.714	1.315	1.729	1.843	3.797
	Outros	1136	0.001	0.001	1.630	0.009	0.080	0.006	8.810	17.260
	Todos	11209	0.001	0.200	19.350	0.605	1.154	1.331	1.908	4.422
Fe (%)	MSX	3817	0.010	34.655	44.860	33.090	6.665	44.426	0.201	-1.620
	STWK	6239	0.001	12.905	61.760	13.410	7.054	49.761	0.526	0.387
	Outros	1136	0.001	0.010	27.860	2.217	4.480	20.069	2.020	2.675
	Todos	11209	0.001	16.570	61.760	19.017	12.595	158.634	0.662	0.193
Mg (%)	MSX	2948	0.003	0.003	2.368	0.065	0.185	0.034	2.853	5.214
	STWK	4320	0.003	2.621	16.679	2.749	1.949	3.801	0.709	1.212
	Outros	867	0.003	1.079	16.244	1.203	1.114	1.242	0.926	6.570
	Todos	8135	0.003	0.952	16.679	1.612	1.933	3.735	1.199	1.642
Mn (%)	MSX	2948	0.002	0.078	0.492	0.089	0.060	0.004	0.673	1.500
	STWK	4320	0.002	0.099	1.034	0.110	0.077	0.006	0.702	2.507
	Outros	867	0.002	0.094	12.519	0.256	0.781	0.609	3.045	9.225
	Todos	8135	0.002	0.092	12.519	0.118	0.268	0.072	2.272	25.722
Pb (%)	MSX	3817	0.001	0.520	8.720	0.919	1.095	1.198	1.191	2.268
	STWK	6239	0.001	0.020	11.400	0.070	0.284	0.081	4.058	18.858
	Outros	1136	0.001	0.010	1.110	0.021	0.062	0.004	2.895	10.709
	Todos	11209	0.001	0.030	11.400	0.356	0.788	0.621	2.216	4.003
S (%)	MSX	3817	0.690	41.610	53.760	40.613	7.225	52.202	0.178	-1.736
	STWK	6239	0.002	4.945	41.370	7.130	6.710	45.028	0.941	1.452
	Outros	1136	0.002	0.660	25.620	1.329	2.249	5.057	1.692	4.166
	Todos	11209	0.002	9.200	53.760	17.999	17.669	312.203	0.982	0.574
Sb (ppm)	MSX	3817	9.660	519.000	19111.000	710.577	804.593	647369.136	1.132	7.014
	STWK	6239	0.001	46.000	9646.000	152.787	374.851	140513.021	2.453	9.674
	Outros	1136	0.001	32.000	1050.000	58.956	91.399	8353.787	1.550	4.778
	Todos	11209	0.001	104.000	19111.000	334.058	612.376	375004.916	1.833	7.636
Zn (%)	MSX	3819	0.001	1.840	22.920	2.785	2.857	8.161	1.026	1.870
	STWK	5087	0.001	0.020	17.790	0.314	0.809	0.655	2.575	6.524
	Outros	963	0.001	0.010	3.990	0.066	0.255	0.065	3.878	8.712
	Todos	9835	0.001	0.190	22.920	1.250	2.239	5.014	1.791	2.954
Hg (ppm)	MSX	2871	5.000	72.000	930.000	89.919	73.638	5422.522	0.819	2.009
	STWK	1727	5.000	5.000	247.000	11.865	18.444	340.172	1.555	5.344
	Outros	12	5.000	11.000	173.000	45.000	58.378	3408.000	1.297	1.608
	Todos	4610	5.000	36.000	930.000	60.561	70.279	4939.085	1.160	2.200
Ti (ppm)	MSX	2948	2.405	44.100	749.800	70.614	77.200	5959.801	1.093	2.035
	STWK	4320	2.405	13.700	586.600	31.869	51.534	2655.779	1.617	3.686
	Outros	867	2.405	31.300	645.500	72.751	103.350	10681.164	1.421	2.418
	Todos	8135	2.405	21.900	749.800	50.267	71.359	5092.064	1.420	2.815
In (ppm)	MSX	2840	1.500	15.500	80.700	16.481	10.180	103.626	0.618	0.855
	STWK	4187	1.500	14.000	60.400	14.470	7.183	51.591	0.496	0.672
	Outros	865	1.500	13.800	34.900	13.937	6.149	37.816	0.441	0.380
	Todos	7892	1.500	14.400	80.700	15.135	8.358	69.851	0.552	0.939
Se (ppm)	MSX	3726	0.001	13.000	285.000	20.672	23.981	575.074	1.160	2.817
	STWK	6123	0.001	9.000	334.000	18.782	24.954	622.723	1.329	2.985
	Outros	1151	0.001	2.255	44.000	3.343	4.355	18.969	1.303	5.355
	Todos	10966	0.001	9.000	334.000	17.806	23.841	568.411	1.339	3.048

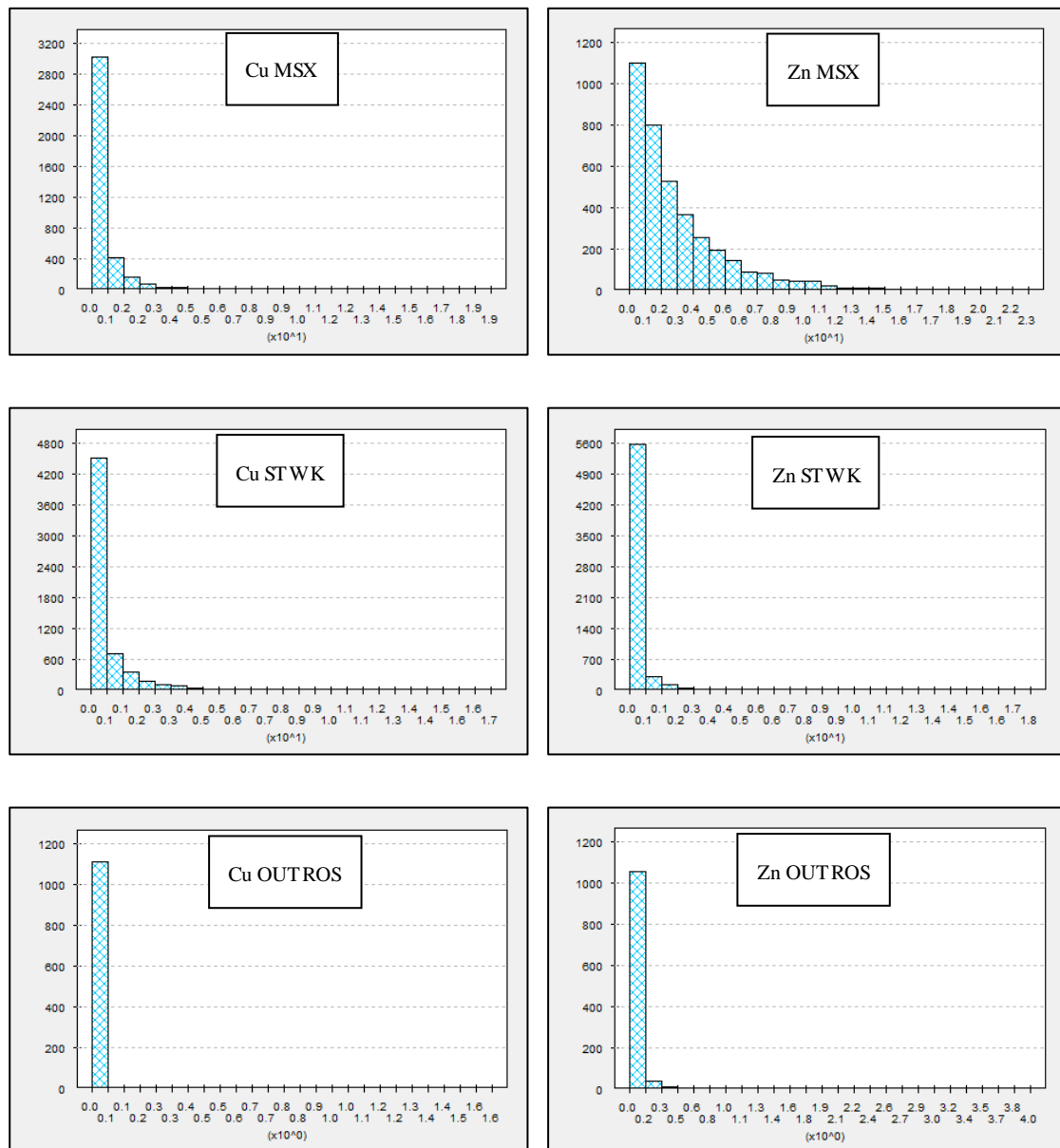


Figura 4.2 -Histogramas do Cu e Zn em MSX, STWK e OUTROS com o eixo X a corresponder ao teor em %

Os histogramas da Figura 4.2 confirmam que os teores dos elementos Cu e Zn têm distribuições assimétricas positivas sendo as mais assimétricas o Cu OUTROS e Zn OUTROS. Isto observa-se pela presença de uma ou pouco mais que uma barra à esquerda o que indica que os valores dos teores em depósitos que não MSX ou STWK têm teores mais baixos e menos dispersos. O histograma com a assimetria mais baixa corresponde ao Zn MSX que é notável pelo seu grau de dispersão dos dados em relação aos outros histogramas reiterando a presença de teores maiores de Zn em situação de MSX.

4. CASO DE ESTUDO

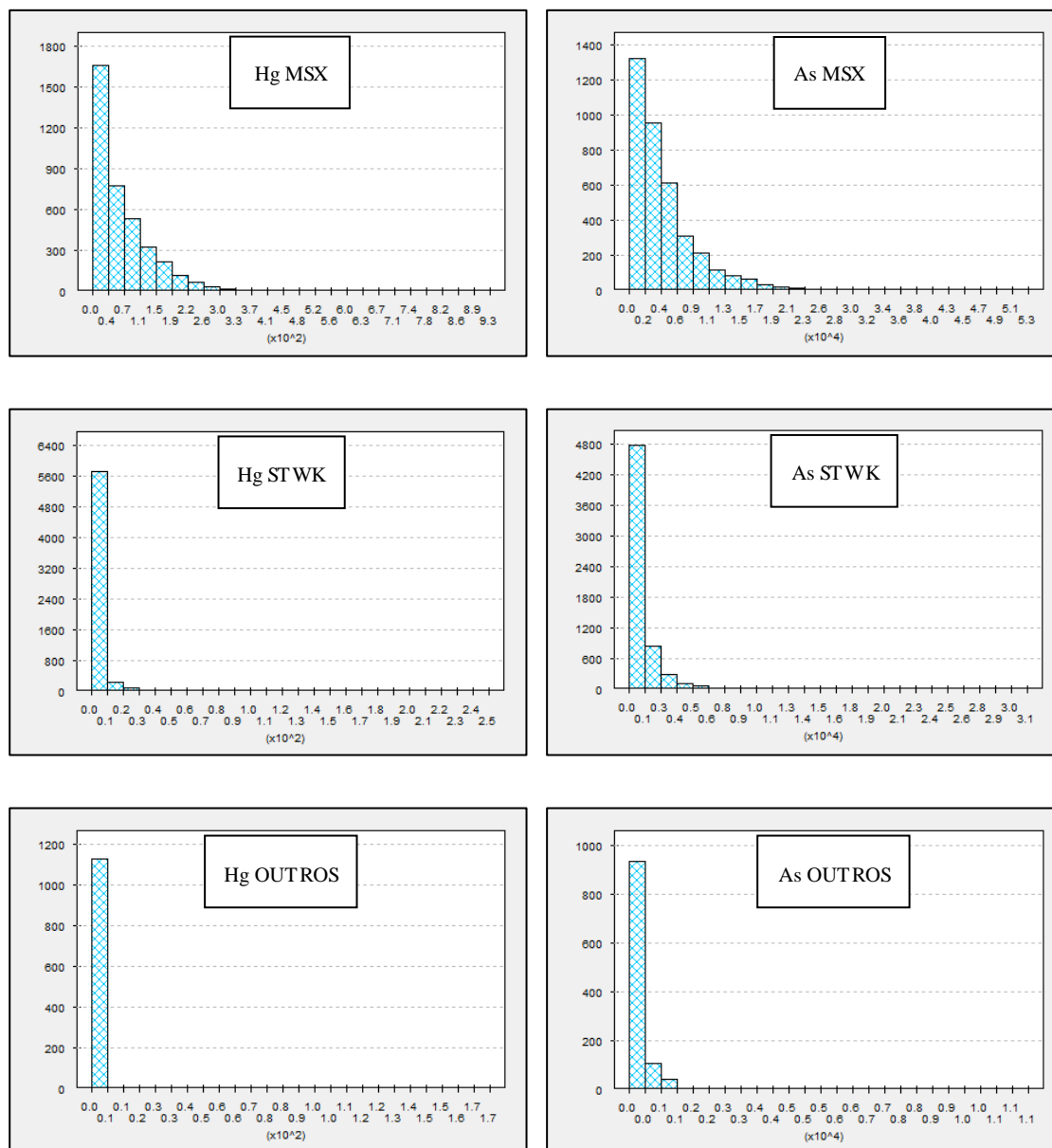


Figura 4.3 - Histogramas do Hg e As em MSX, STWK e OUTROS com o eixo X a corresponder ao teor em ppm

Os histogramas da Figura 4.3 mostram que os dois penalizantes Hg e As têm assimetria positiva e que os teores são mais altos em MSX, intermédios em STWK e regra geral baixos em OUTROS, embora com respostas pontuais mais elevadas. Nos histogramas da Figura 4.2 e 4.3 são considerados os teores iguais a 0, o que resulta na enorme repetição em alguns casos na primeira barra (principalmente no Hg STWK e Hg OUTROS).

Na Figura 4.4 mostram-se box-plots comparativos por pares de elementos químicos Cu e Zn, e As e Hg, e também por tipo de minério.

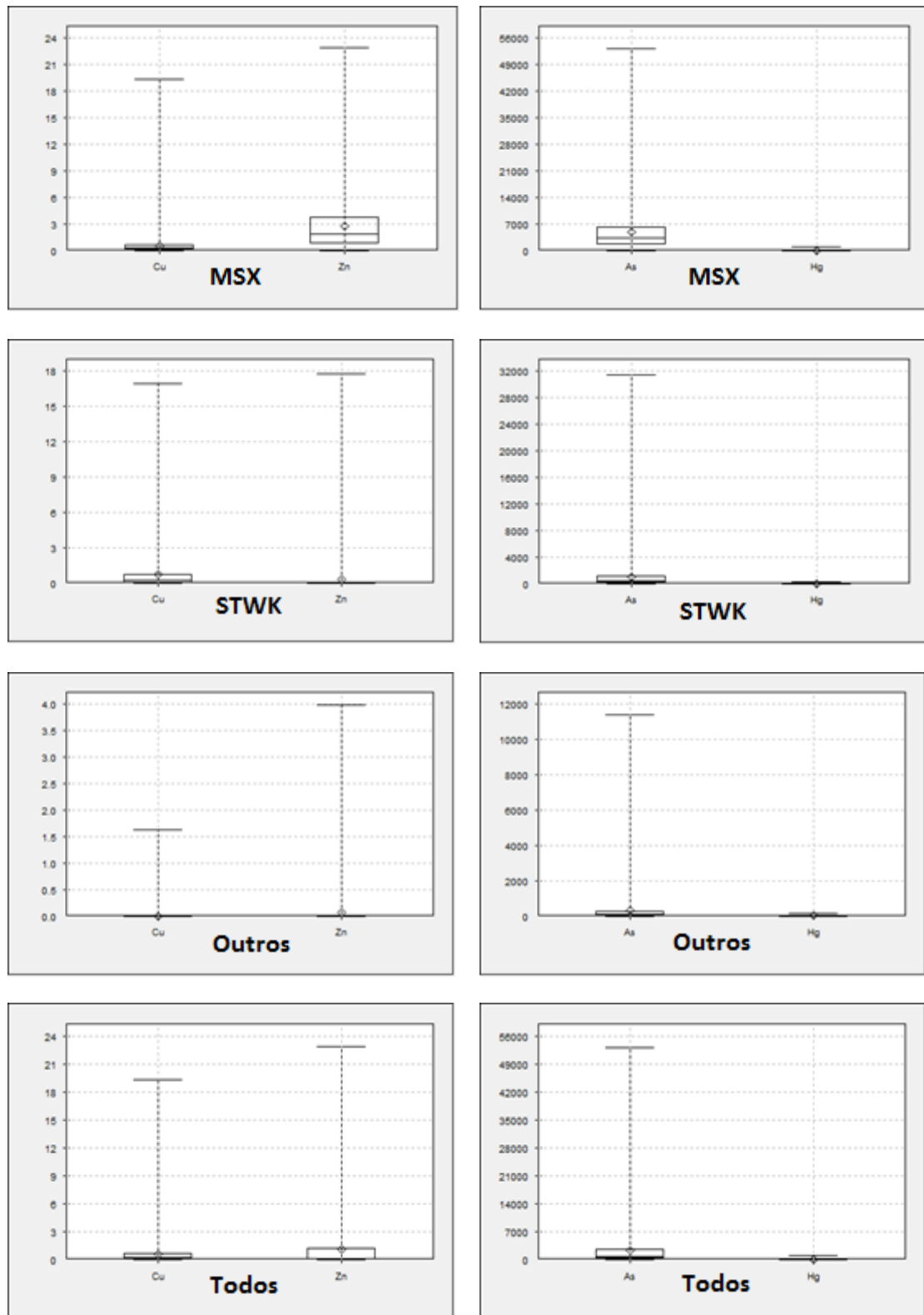


Figura 4.4 – Gráficos box-plot para os teores em Cu, Zn (%) (nas imagens da esquerda), As e Hg (ppm) (nas imagens da direita) em MSX, STWK, OUTROS e Todos

4. CASO DE ESTUDO

A Figura 4.4 confirma que para os minérios MSX os teores em Zn são mais elevados dos que os de Cu, já nos minérios STWK os teores em Cu são mais elevados dos que os de Zn. Entre o As e o Hg nota-se que os teores de Hg são sempre mais reduzidos que os do As para todas as situações e os valores mais altos do As encontram-se no MSX como já se observou nas análises anteriores.

Para terminar a análise univariada, foram criados gráficos condicionais das frequências acumuladas dos teores em Cu, Zn, As e Hg para os tipos de minério MSX, STWK e OUTROS (Figura 4.5).

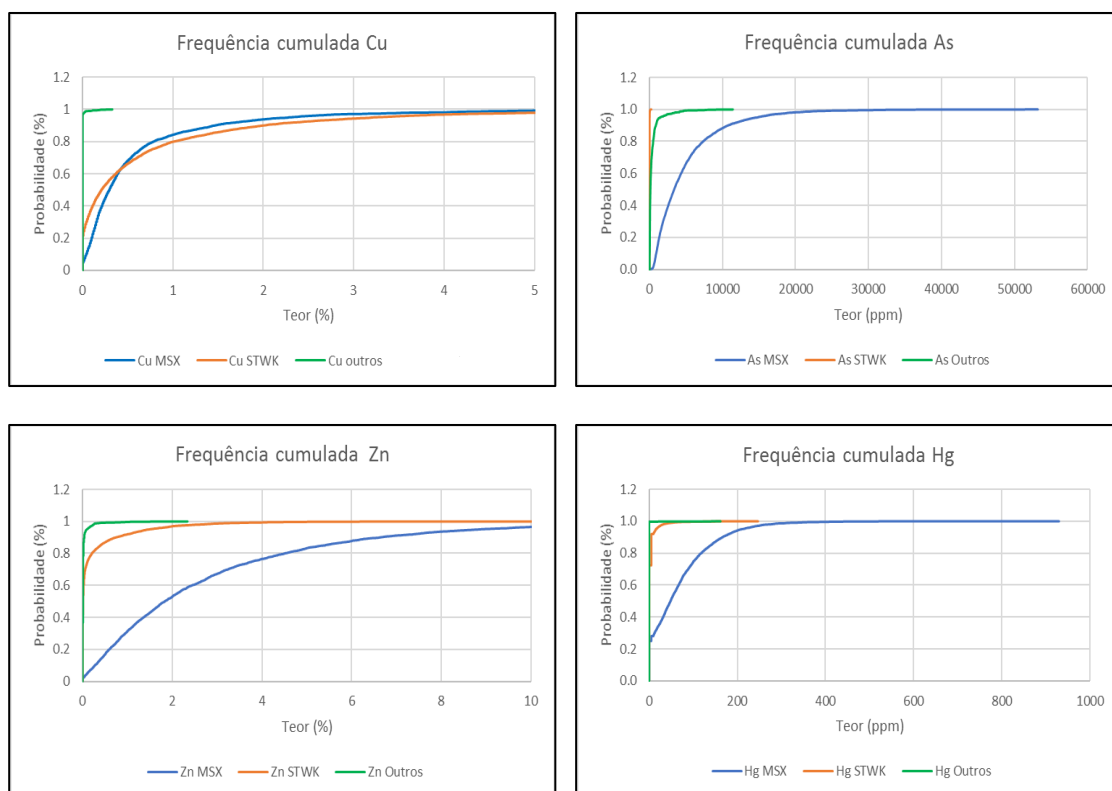


Figura 4.5 - Gráficos de frequências cumulativas condicionais dos teores em Cu, Zn, Hg e As para os minérios do tipo MSX, STWK e OUTROS

Nos gráficos de frequências cumulativas observa-se que, a distribuição dos teores em Cu é semelhante para os tipos de minério MSX e STWK, algo que já não se verifica nos outros elementos como o Zn e penalizantes, onde os teores são muito maiores em MSX do que em STWK. Estes gráficos mostram assim que existe sempre zonamento dos teores com a região OUTROS e também existe zonamento para os teores em Zn, As e Hg entre o MSX e STWK, ao contrário do elemento Cu onde este zonamento não é observado.

4. CASO DE ESTUDO

As correlações de Spearman foram classificadas em graus conforme a Tabela 4.4 e os resultados sintetizam-se na Tabela 4.5 para os elementos químicos Cu, Zn, As e Hg por tipo de minério.

Tabela 4.4 - Classificações das correlações em graus

Correlação	Valores em módulo
Ausente	0,01 a 0,3
Fraca	0,31 a 0,5
Moderada	0,51 a 0,7
Forte	0,71 a 0,9
Muito forte	0,91 a 1,0

Tabela 4.5 - Classificação das correlações de Spearman entre o Cu, Zn, As e Hg

Par de variáveis		Todos	MSX	STWK	OUTROS
Cu	Zn	Ausente	Fraca (-)	Ausente	Ausente
Cu	As	Fraca (+)	Fraca (-)	Ausente	Ausente
Cu	Hg	Fraca (+)	Fraca (-)	Moderada (+)	Ausente
Zn	As	Forte (+)	Moderada (+)	Fraca (+)	Fraca (+)
Zn	Hg	Forte (+)	Forte (+)	Fraca (+)	Ausente
As	Hg	Moderada (+)	Moderada (+)	Fraca (+)	Ausente

Olhando para a Tabela 4.5 nota-se que as correlações são em geral baixas, entre positivas e negativas, e a única que se destaca é a correlação entre o Zn e o Hg para o tipo de minério MSX e entre Zn e As e Zn e Hg para Todos os minérios. O depósito MSX, ao contrário dos outros depósitos, apresenta algumas instâncias de teores inversamente proporcionais (embora fracas) entre elementos como é o caso do Cu-Zn.

Para terminar esta análise bivariada na figura 4.6 mostram-se diagramas de dispersão para os pares de variáveis Cu-Zn, Cu-As, Cu-Hg, Zn-As, Zn-Hg e As-Hg.

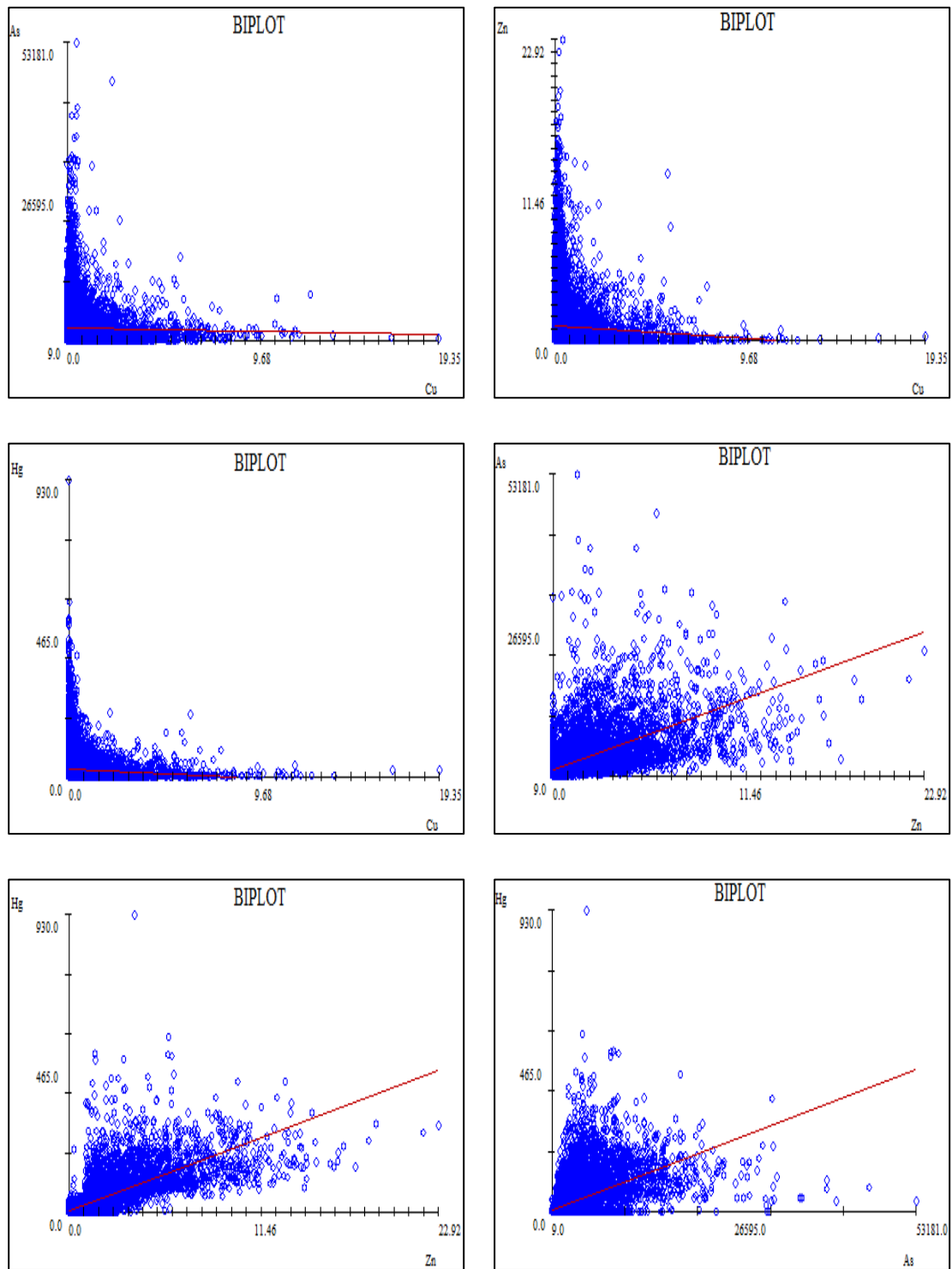


Figura 4.6 – Gráficos de dispersão entre os pares de variáveis Cu-Zn, Cu-As, Cu-Hg, Zn-As, Zn-Hg e As-Hg para todos os tipos de minérios

4. CASO DE ESTUDO

Os resultados da Figura 4.6 confirmam os dados das tabelas anteriores, existe uma enorme dispersão de valores, todavia num ou noutro caso pode observar-se que a nuvem de pontos tende a desenhar-se com menor dispersão. O melhor exemplo é o par Zn-As. As nuvens de pontos das relações do Cu são todas muito dispersas o que, conforma a fraca correlação com o Zn, As ou o Hg.

4.4 CONSTRUÇÃO DO MODELO MORFOLÓGICO DE BAIXA RESOLUÇÃO

O modelo morfológico de baixa resolução inicia-se com a digitalização de linhas poligonais fechadas ao longo de vários perfis. Para este caso de estudo foram criados 21 perfis aproximadamente paralelos entre si, com uma distância de seleção de sondagens de 15 metros para cada lado e perpendiculares ao eixo OY. Os perfis foram digitalizados numa perspetiva otimista, no que respeita à área de influência dos dados das sondagens. Nas Figuras 4.7 a 4.10 estão representados quatro perfis, com as sondagens separadas por tipos de minério e a linha poligonal fechada digitalizada a cor cinza. Na Figura 4.11 representam-se o conjunto dos 21 perfis numa vista 3D.

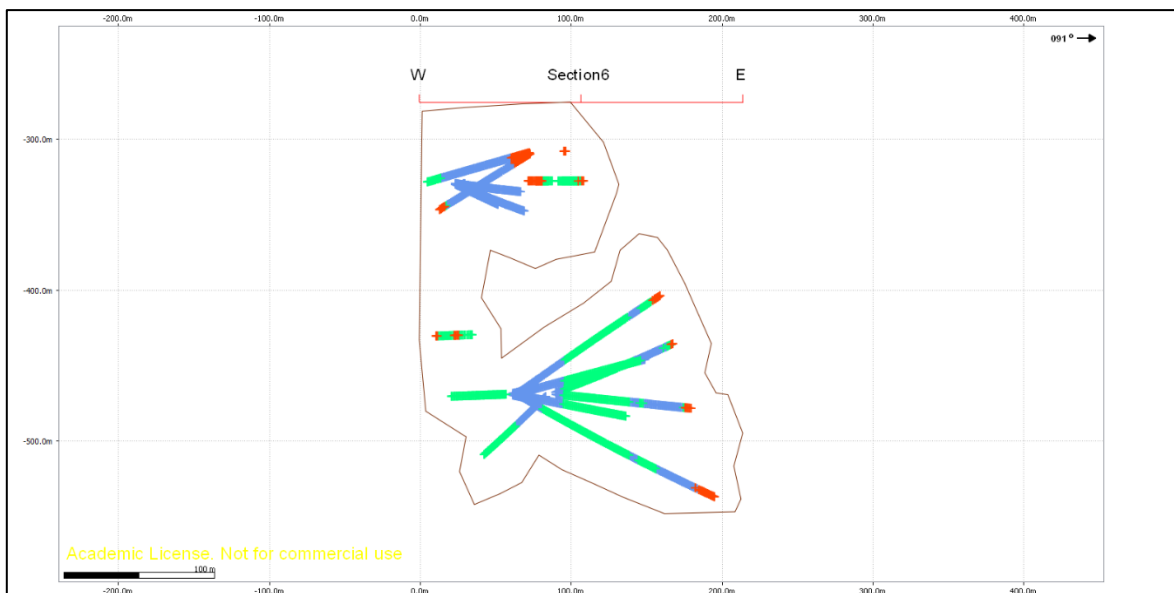


Figura 4.7 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 6

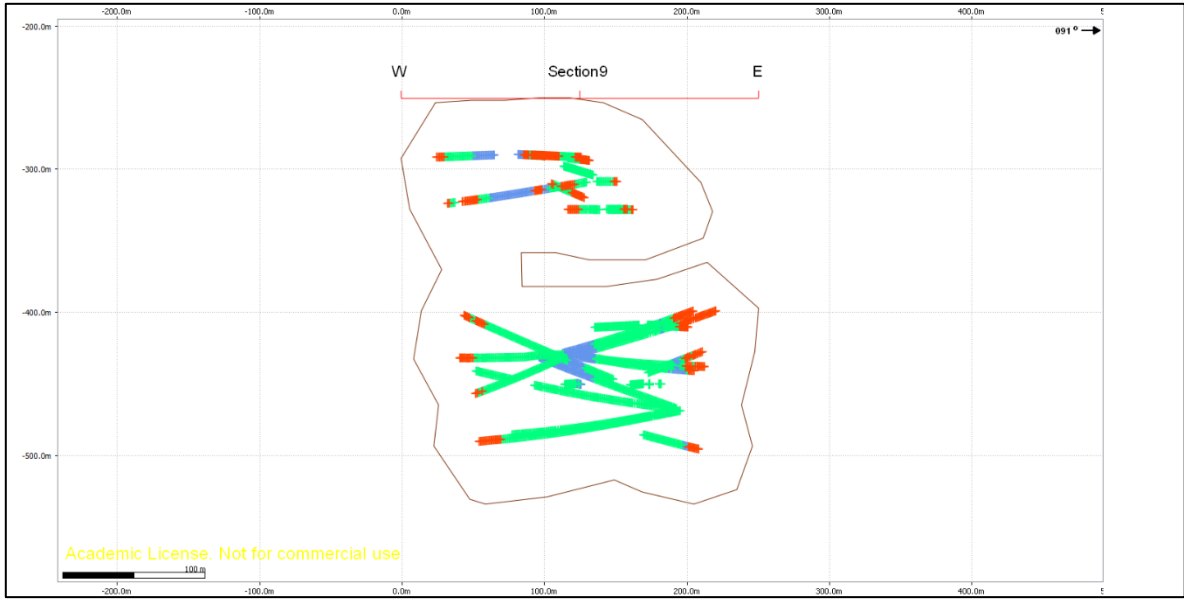


Figura 4.8 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 9



Figura 4.9 – Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 12

4. CASO DE ESTUDO

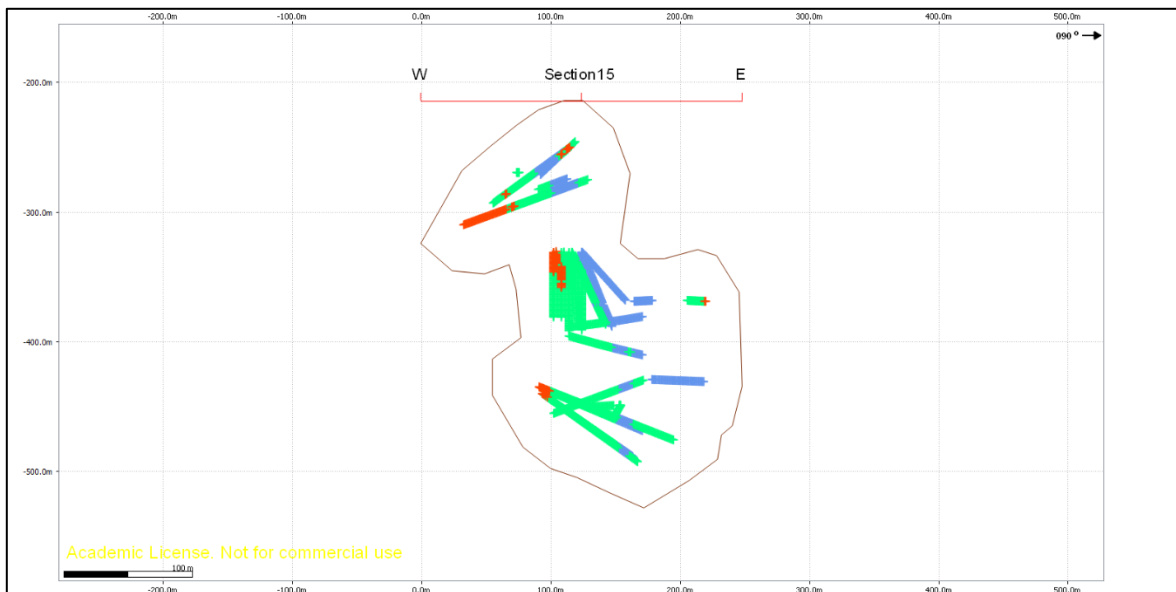


Figura 4.10 - Representação das sondagens e da linha poligonal fechada no perfil número 15

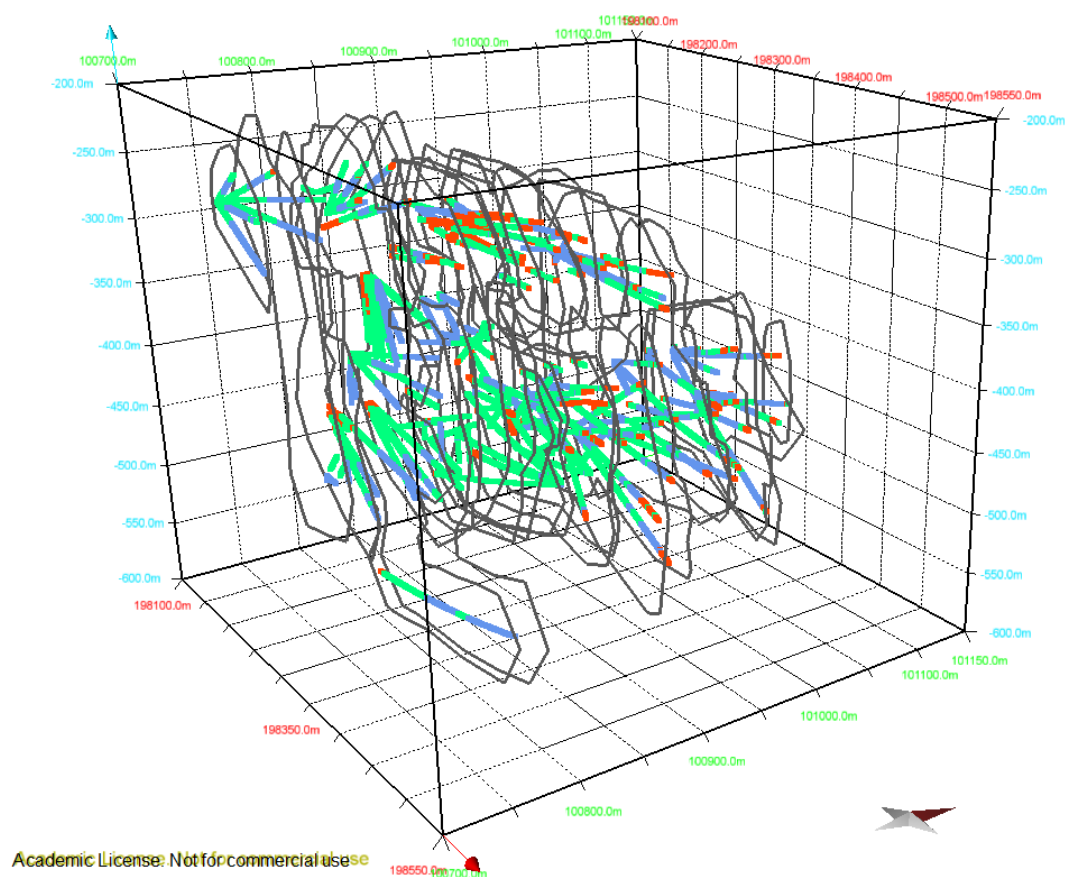


Figura 4.11 – Visualização 3D dos 21 perfis criados ao longo do eixo Y em conjunto com as sondagens

Nalguns perfis, onde a distância entre sondagens era muito maior (exemplo do perfil número 9), a digitalização manteve o critério de distância às sondagens tendo-se por isso gerado troços côncavos (pares de segmentos com ângulos superiores a 180°).

O passo seguinte no modelo foi a interpolação de superfícies através do método de triangulação. Na Figura 4.12 observa-se a superfície envolvente modelo do depósito a cinzento transparente com os perfis da figura anterior.

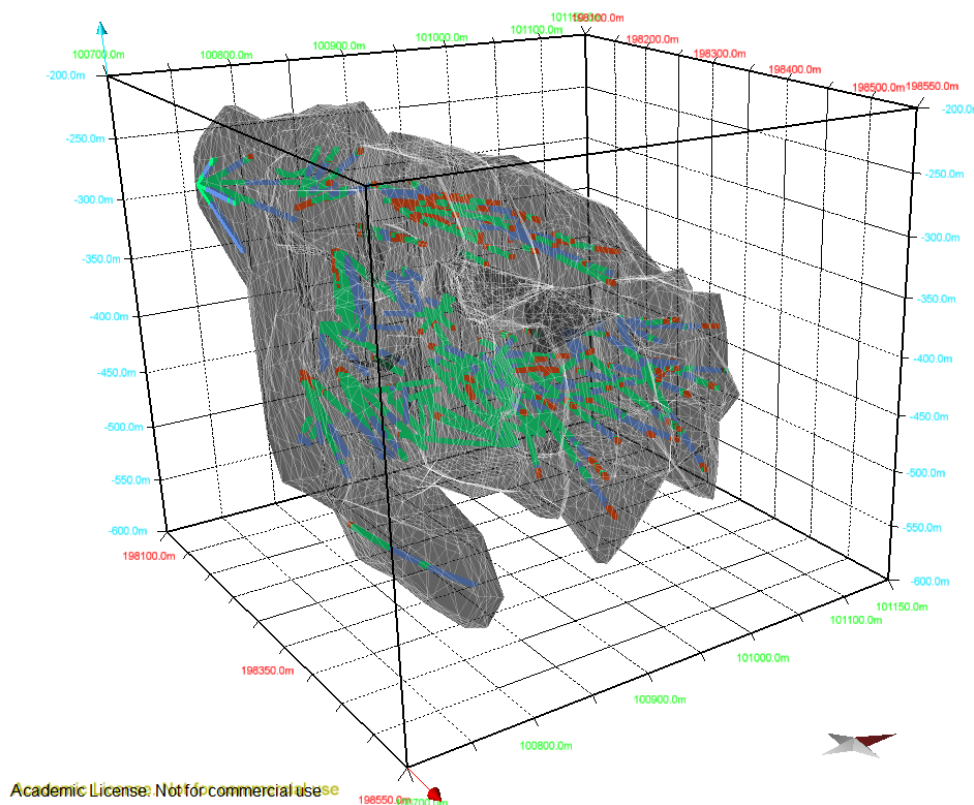


Figura 4.12 – Visualização 3D da superfície ou sólido 3D criado por triangulação entre perfis

Para terminar o modelo morfológico de baixa resolução criou-se uma malha de blocos 3D com os parâmetros da Tabela 4.6 destinada a envolver completamente o volume em estudo e intersectou-se com o sólido 3D. As dimensões dos blocos são as utilizadas no Departamento de Geologia da ALMINA. O resultado final é uma malha de blocos, com a identificação dos blocos cujo volume está predominantemente no interior do sólido e está representado numa vista a 3D na Figura 4.13. Desta forma, tanto o modelo de alta resolução dos tipos de minério como o modelo dos teores ficaram restritos ao volume que é delimitado pela superfície que resultou da digitalização e interpolação / triangulação. Refira-se que o número de blocos do volume em estudo

4. CASO DE ESTUDO

ascende a 489944 blocos (pouco mais de 21% do número total de blocos), o que perfaz o volume total de 15310750 m³ (cerca de 15,3 Mm³)

Tabela 4.6 – Parâmetros da malha de blocos 3D gerada para o caso de estudo

Eixo	Mínimo (m)	Máximo (m)	Dimensões (m)	Nº de blocos	Nº total de blocos
X	198100	198500	2,5	160	2304000
Y	100700	101150	2,5	180	
Z	-600	-200	5,0	80	

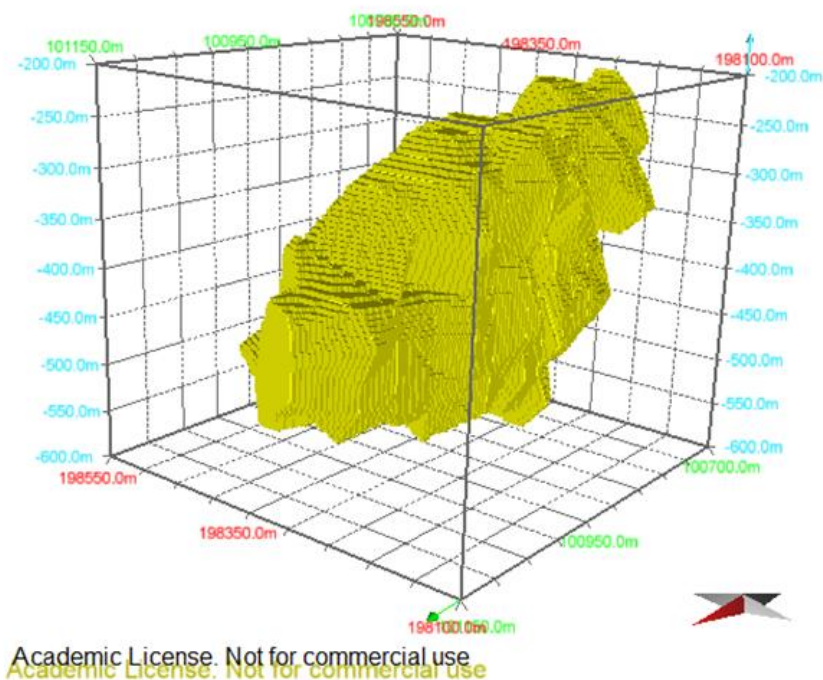


Figura 4.13 – Representação 3D dos blocos que estão contidos no sólido 3D gerado pelo modelo de baixa resolução

4.5 CONSTRUÇÃO DO MODELO MORFOLÓGICO DE ALTA RESOLUÇÃO

O primeiro passo da construção do modelo morfológico de alta resolução é, como descrito no capítulo 3, a conversão das litologias encontradas nos troços de sondagem num vetor de variáveis indicatriz $\{I_1, I_2, I_3\}$ que vão representar os depósitos do tipo maciço (MSX), fissural (STWK) ou complementar (OUTROS), respetivamente.

Para identificar as direções principais de continuidade, foram calculados variogramas experimentais para 21 direções (ver listagem na Tabela 4.7) para as variáveis indicatriz, que depois foram somados, constituindo o chamado variograma multifásico. Para todas as direções foi utilizada a mesma tolerância angular (40°), assim como o passo (10 metros), número máximo de passos (100) e distância máxima (1000 metros). Ao analisar a amplitude dos modelos teóricos ajustados aos variogramas experimentais, em vários planos, selecionaram-se três planos cujas amplitudes representam-se nas Figuras 4.14 (plano YoZ), 4.15 (plano XoY) e 4.16 (plano XoZ). As figuras anteriores serviram para ter uma noção acerca da continuidade espacial nos três planos coordenados YoZ, XoY e XoZ, sendo que cada ponto marcado corresponde à amplitude ajustada segundo determinada direção. Entre as direções testadas, três delas garantiram as qualidades da direção maior, menor 1 e menor 2 de continuidade espacial. Essas direções foram marcadas nos gráficos com a cor verde, amarela e vermelha.

Tabela 4.7 – Parâmetros dos variogramas experimentais das direções escolhidas para a fase de variografia

Azimute (Θ°)	Inclinação (Φ°)	Tolerância angular (R°)	Nº máximo passos	Passo unitário (m)	Distância máxima (m)	Descrição
0	0	40	100	10	1000	OY
0	10	40	100	10	1000	
0	40	40	100	10	1000	
0	80	40	100	10	1000	
0	90	40	100	10	1000	OZ
0	-80	40	100	10	1000	
0	-40	40	100	10	1000	
0	-10	40	100	10	1000	
10	0	40	100	10	1000	
40	0	40	100	10	1000	
80	0	40	100	10	1000	
90	0	40	100	10	1000	OX
-80	0	40	100	10	1000	
-40	0	40	100	10	1000	
-10	0	40	100	10	1000	
90	10	40	100	10	1000	
90	40	40	100	10	1000	
90	80	40	100	10	1000	
90	-80	40	100	10	1000	
90	-40	40	100	10	1000	
90	-10	40	100	10	1000	

4. CASO DE ESTUDO

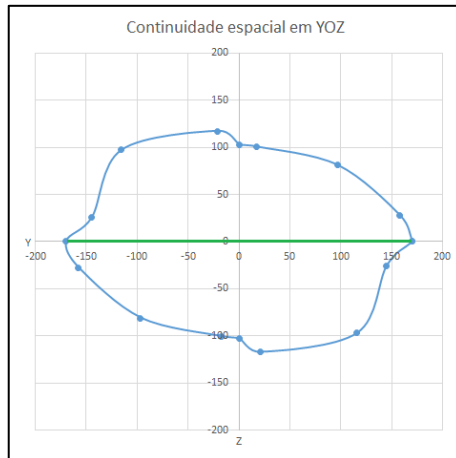


Figura 4.14 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano YoZ (plano vertical NS no referencial rodado) e maior amplitude (a verde).

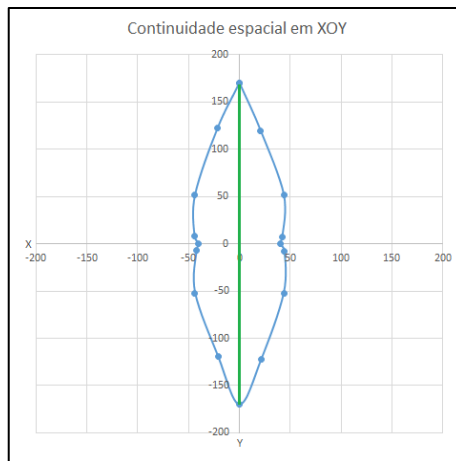


Figura 4.15 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano XoY (plano horizontal no referencial rodado) e maior amplitude (a verde).

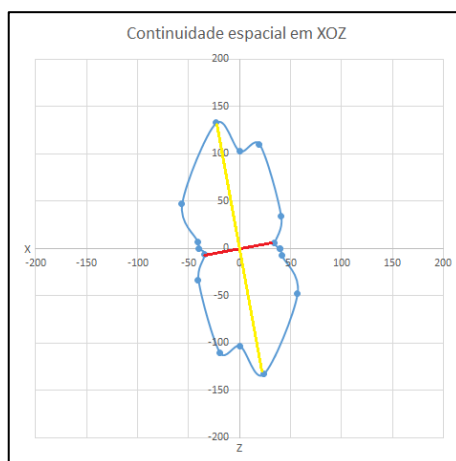


Figura 4.16 – Representação das amplitudes ajustadas aos variogramas das direções no plano XoZ, menor amplitude (vermelho) e amplitude intermédia na direção perpendicular às linhas a verde e vermelha (linha a amarelo)

Na Figura 4.17 mostram-se os variogramas experimentais multifásicos com o ajustamento dos modelos teóricos das direções mencionadas. Na Tabela 4.8 listam-se os parâmetros dos modelos teóricos ajustados. Para todas as direções foi utilizado o modelo exponencial, sem efeito de pepita, e com patamar igual a 0,563 (soma das variâncias de cada variável indicatriz).

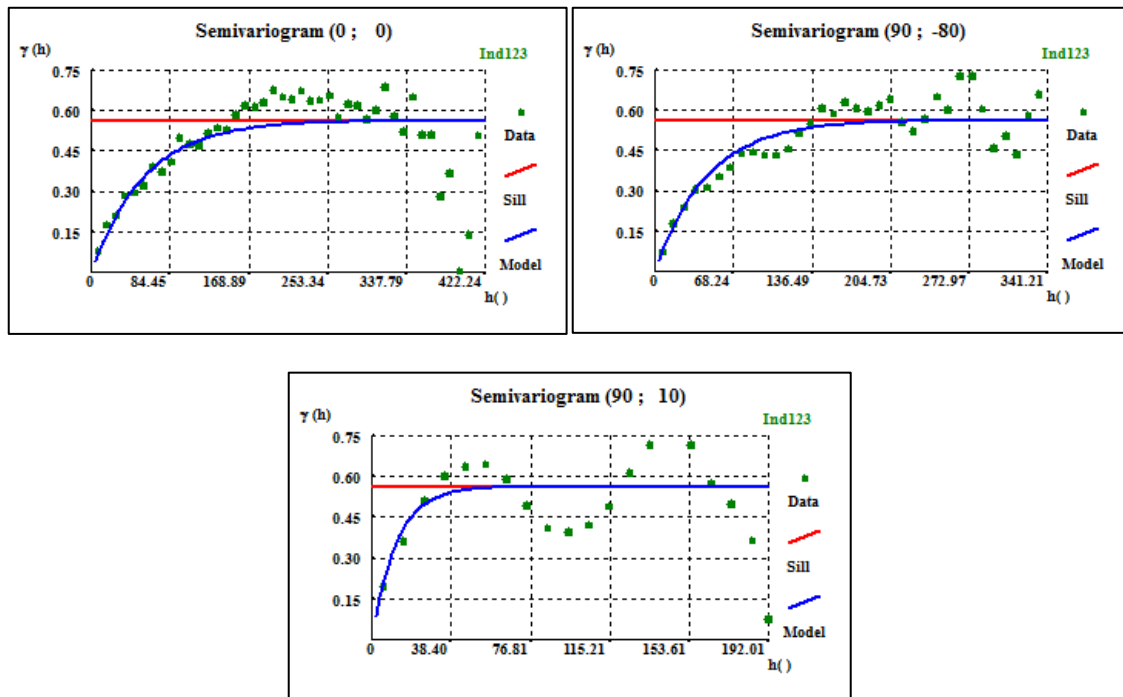


Figura 4.17 – Variogramas experimentais multifásicos e modelos teóricos das três direções ortogonais onde se incluem a maior e a menor amplitude.

Tabela 4.8 – Parâmetros dos modelos teóricos ajustados para as direções principais e menor 1 e menor 2

Azimute (Θ)	Inclinação (Φ)	Direção	Modelo teórico	a_1	Razão anisotropia	C_1	C_0
0	0	Principal	Exponencial	170		0,563	0
90	-80	Menor 1	Exponencial	135	1,26	0,563	0
90	10	Menor 2	Exponencial	35	4,86	0,563	0

O modelo das amplitudes ajustadas aos variogramas experimentais, segundo as orientações mencionadas, resulta num elipsoide, com um comprimento maior segundo o eixo OY, de que resulta uma elipse no plano XoZ, com as direções menores 1 e 2 a distarem 10 graus no sentido horário em relação aos eixos OZ e OX, respetivamente. Uma representação 3D deste elipsoide enquadrado com as sondagens encontra-se na Figura 4.18.

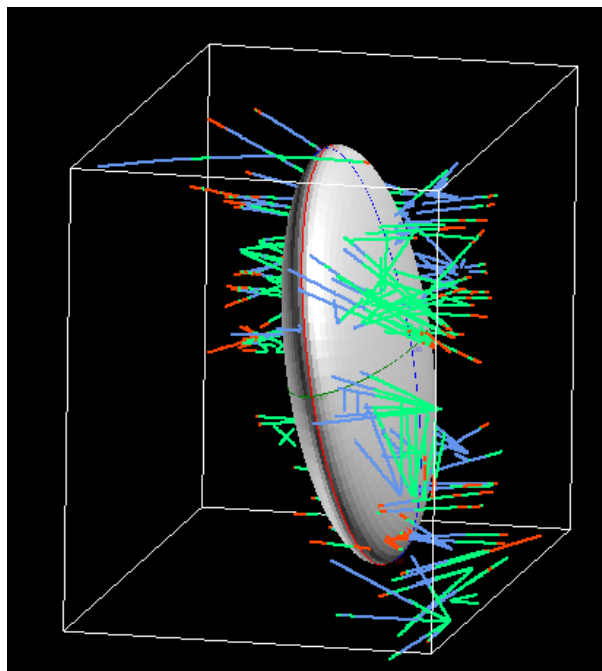


Figura 4.18 – Representação 3D do elipsoide de amplitudes ajustados para a variável indicatriz multifásica

Com os variogramas e seus modelos teóricos já ajustados, a fase seguinte é a da estimação. Foram realizadas krigagens normais (*ordinarykriging*) para cada uma das três variáveis indicatriz, tendo-se obtido 3 imagens de probabilidade de pertença a MSX, STWK e OUTROS. Estas 3 imagens de probabilidade são finalmente convertidas para uma imagem de tipos de minério mais provável. Nas Figuras 4.19 e 4.20 representam-se imagens 2D das probabilidades estimadas, e a imagem final dos tipos de minério, respetivamente, para uma secção intermédia em planta e em perfil no plano YoZ.

Na conclusão do modelo morfológico de alta resolução, e com o objetivo de avaliar a incerteza do modelo, foram feitas 100 realizações por SSI dos tipos de minério e calcularam-se as imagens da média e a da entropia. Nas Figuras 4.21 e 4.22 representam-se duas imagens simuladas em planta e perfil YoZ, a imagem média das simulações e a imagem da entropia nas mesmas posições das Figuras 4.19 e 4.20. Na Figura 4.23 mostram-se representações a 3D do cubo de tipos de minério. A transformação das imagens simuladas para a imagem média segue um procedimento semelhante ao das imagens estimadas por krigagem, ou seja, cálculo das probabilidades locais de pertença a cada tipo de minério e conversão das probabilidades para o tipo de minério mais provável com base nas proporções locais e globais (Almeida, 1992).

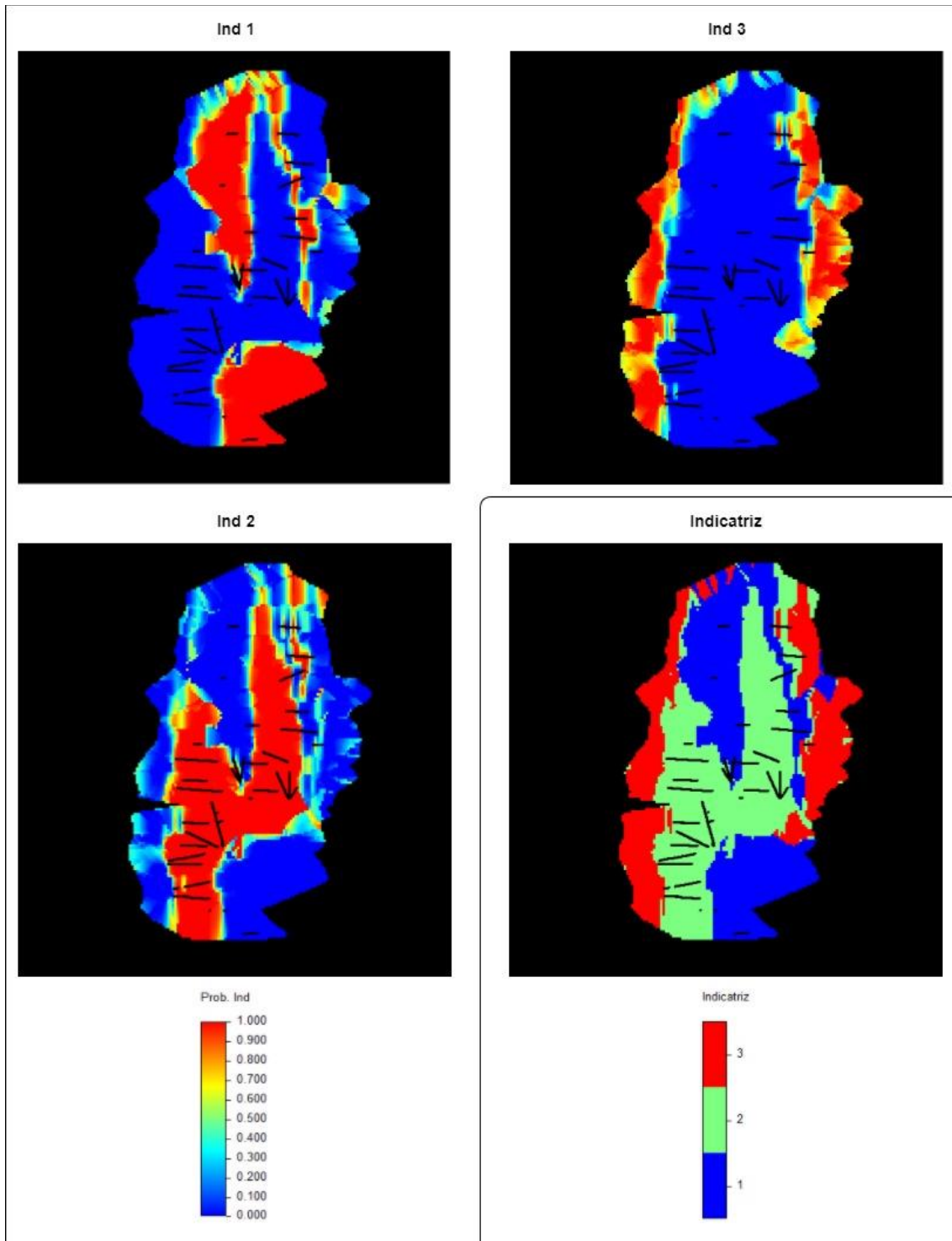


Figura 4.19 – Representação em planta (plano XoY) de imagens da probabilidade estimada por krigagem de cada bloco pertencer a um determinado tipo de minério (Ind1 – MSX, Ind2 – STWK e Ind3 – OUTROS) e imagem final já com os tipos de minério mais prováveis em cada bloco

4. CASO DE ESTUDO

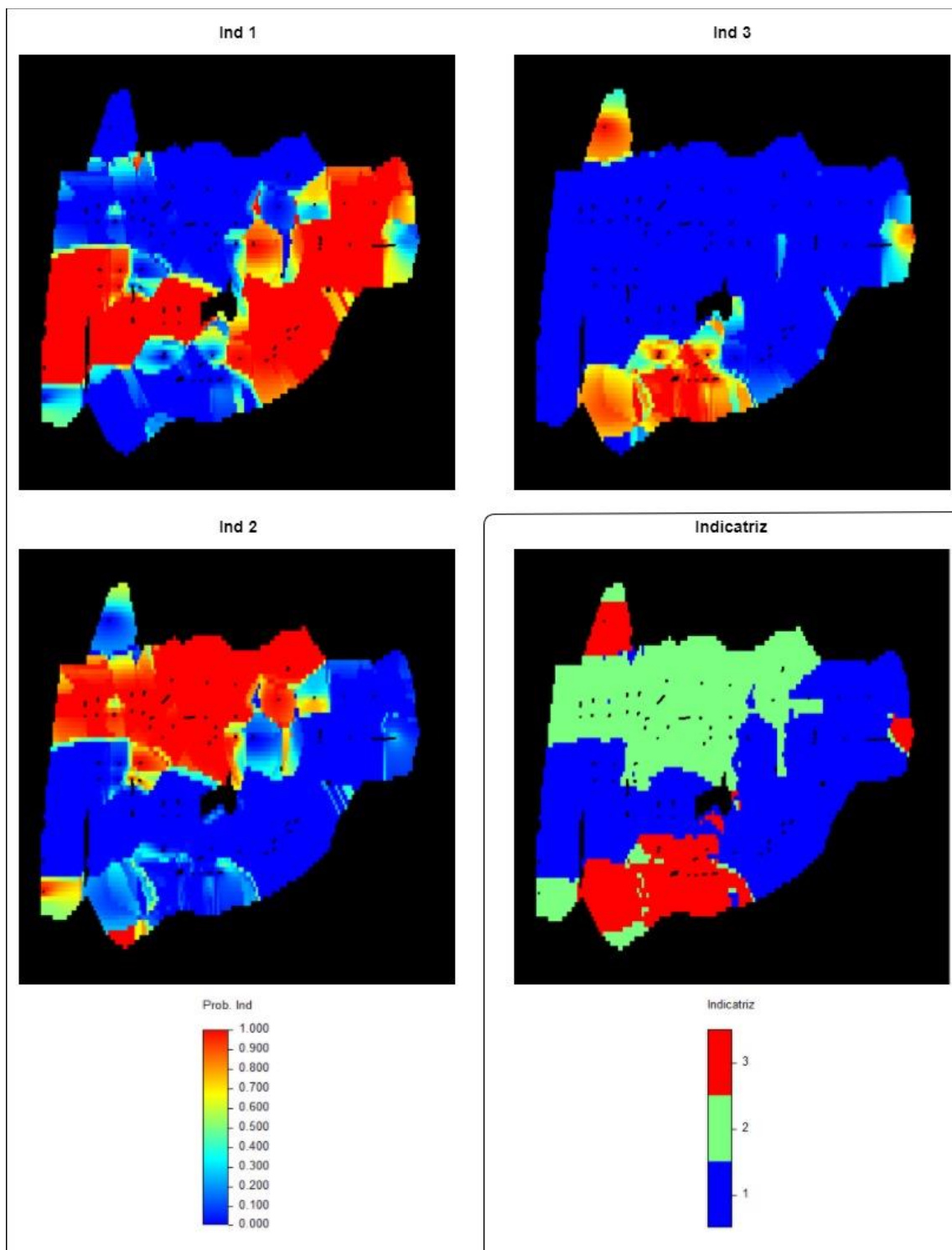


Figura 4.20 – Representação em perfil (plano YoZ) de imagens da probabilidade estimada por krigagem de cada bloco pertencer a um determinado tipo de minério (Ind1 – MSX, Ind2 – STWK e Ind3 – OUTROS) e imagem final já com os tipos de minério mais prováveis em cada bloco

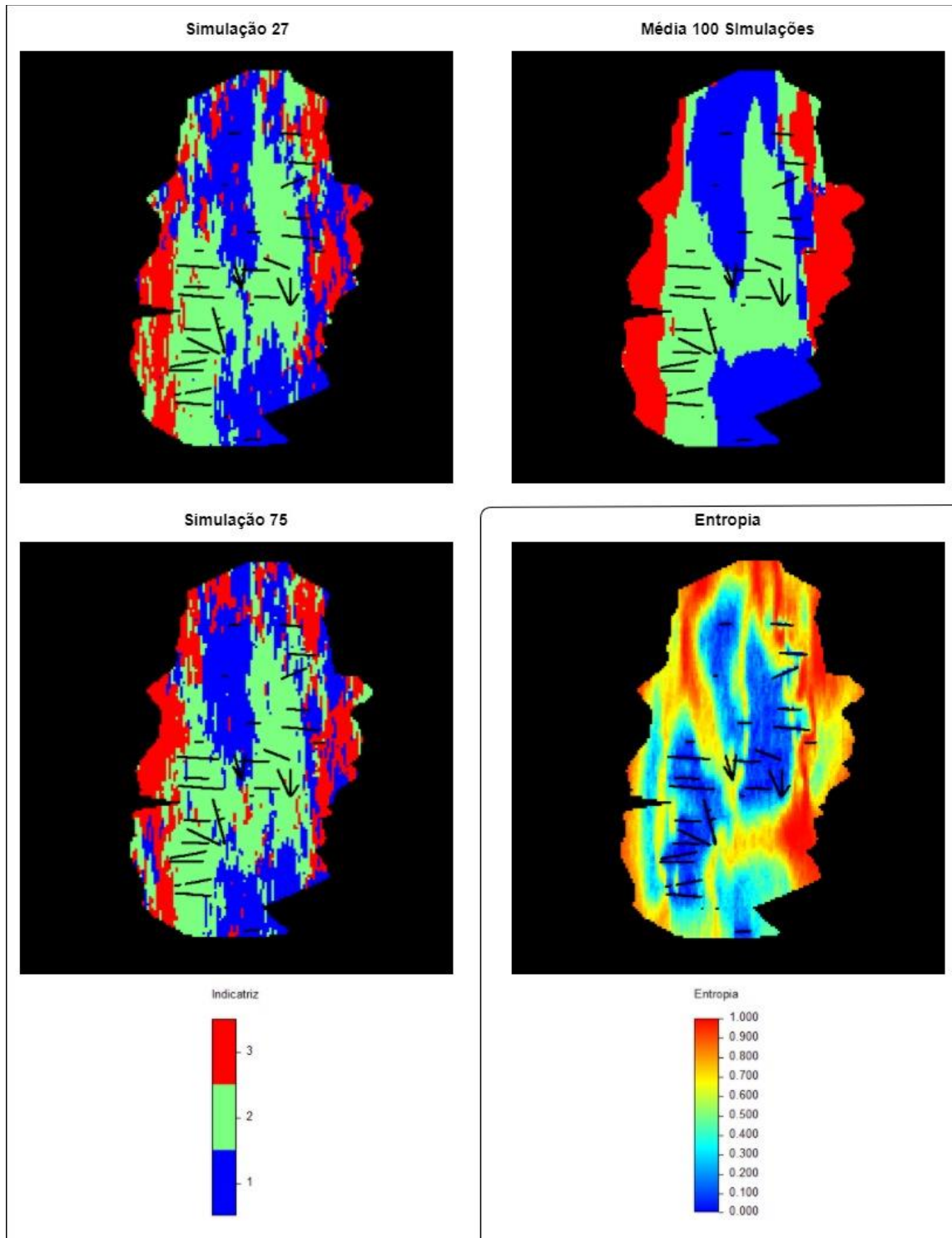


Figura 4.21 – Representação em planta (plano XoY) de duas imagens de tipos de minério (#27 e #75) simuladas por SSI (1 – MSX, 2 – STWK e 3 – OUTROS), imagem média dos tipos de minério e imagem da entropia estatística das simulações

4. CASO DE ESTUDO

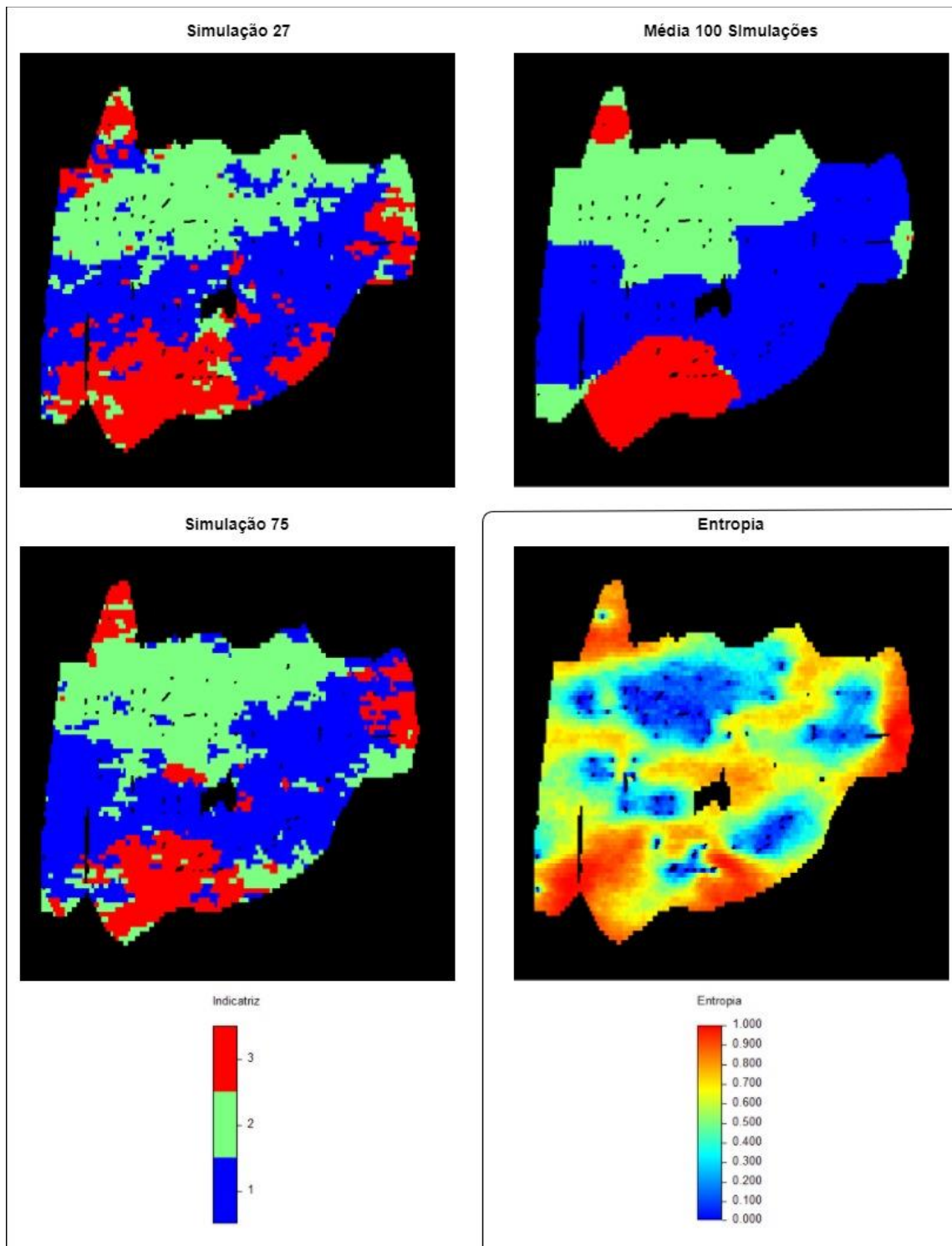


Figura 4.22 – Representação em perfil (plano YoZ) de duas imagens de tipos de minério (#27 e #75) simuladas por SSI (1 – MSX, 2 – STWK e 3 – OUTROS), imagem média dos tipos de minério e imagem da entropia estatística das simulações

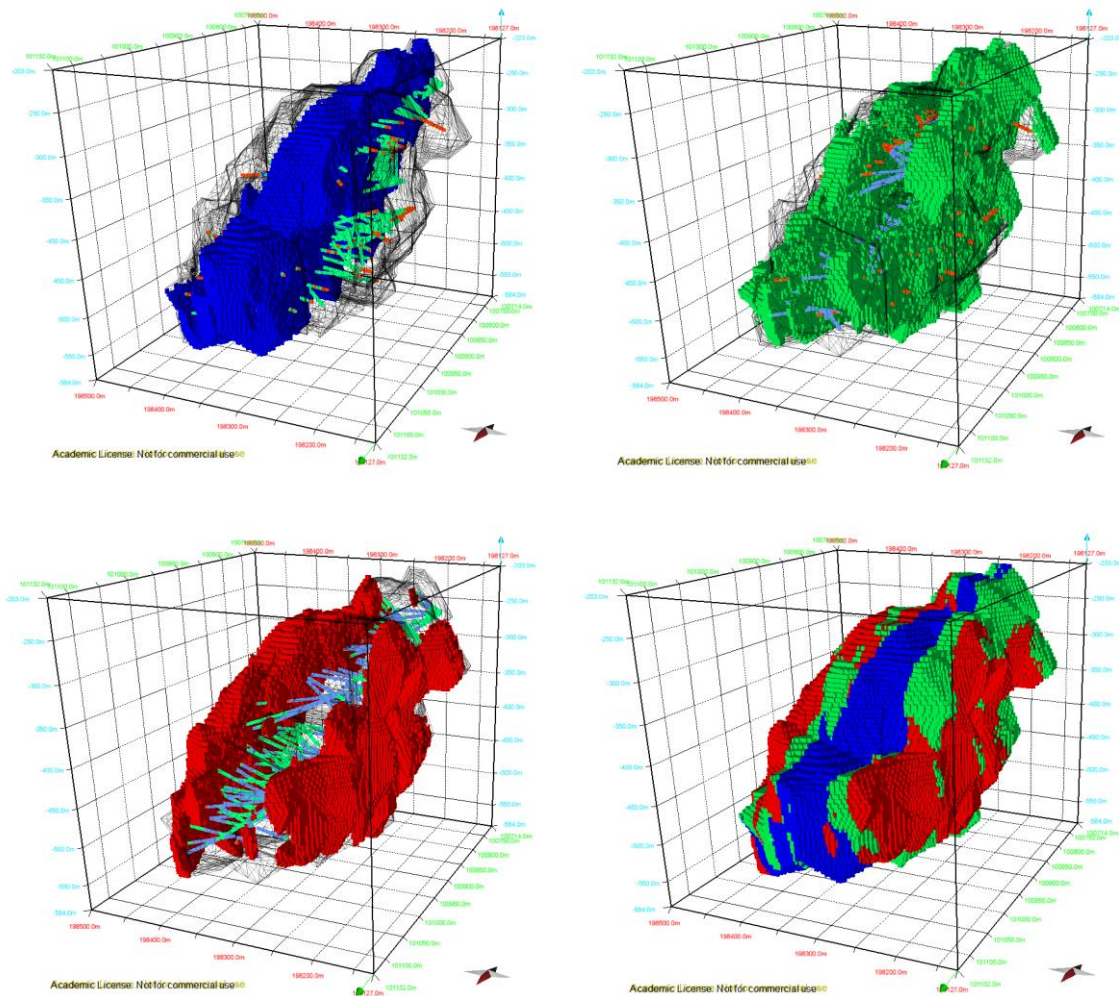


Figura 4.23 – Representação 3D dos tipos de minério MSX (azul), STWK (verde) e OUTROS (vermelho) individualmente e em conjunto.

As imagens da Figura 4.23 mostram que o contacto entre MSX e STWK é prevalente no centro do volume estudado, e que a presença dos minérios complementares OUTROS foca-se nas extremidades esquerda e direita do modelo, fruto da digitalização otimista das linhas poligonais do modelo de baixa resolução (Figura 4.11). A entropia estatística apresenta valores muito baixos próximos dos locais onde se encontram as sondagens (traços a preto) e no meio das regiões que são representativas do mesmo tipo de minério (Figuras 4.21 e 4.22). Nos contactos entre tipos de minério a entropia aumenta, o que indicia maior incerteza acerca dos valores estimados e simulados para esses locais.

4.6 CONSTRUÇÃO DO MODELO DE TEORES

O modelo de teores começa com a variografia para os teores de Cu, Zn, As e Hg. O As e o Hg são considerados penalizantes quando os seus valores estão acima de 2000 ppm e 80 ppm, respetivamente, à saída da lavaria.

Para cada um dos elementos foram calculados variogramas experimentais para as direções listadas anteriormente na Tabela 4.7. Para as variáveis As e Hg os variogramas experimentais calculados e apresentados são os dos teores tal qual, e assumiu-se que os da indicatriz seguem o mesmo comportamento. Também se verificou que as direções de maior e menor continuidade são as mesmas já utilizadas para a indicatriz dos tipos de minério. Nas Figuras 4.24 e 4.25 e na Tabela 4.9 mostram-se os gráficos e os modelos teóricos considerados para estas variáveis.

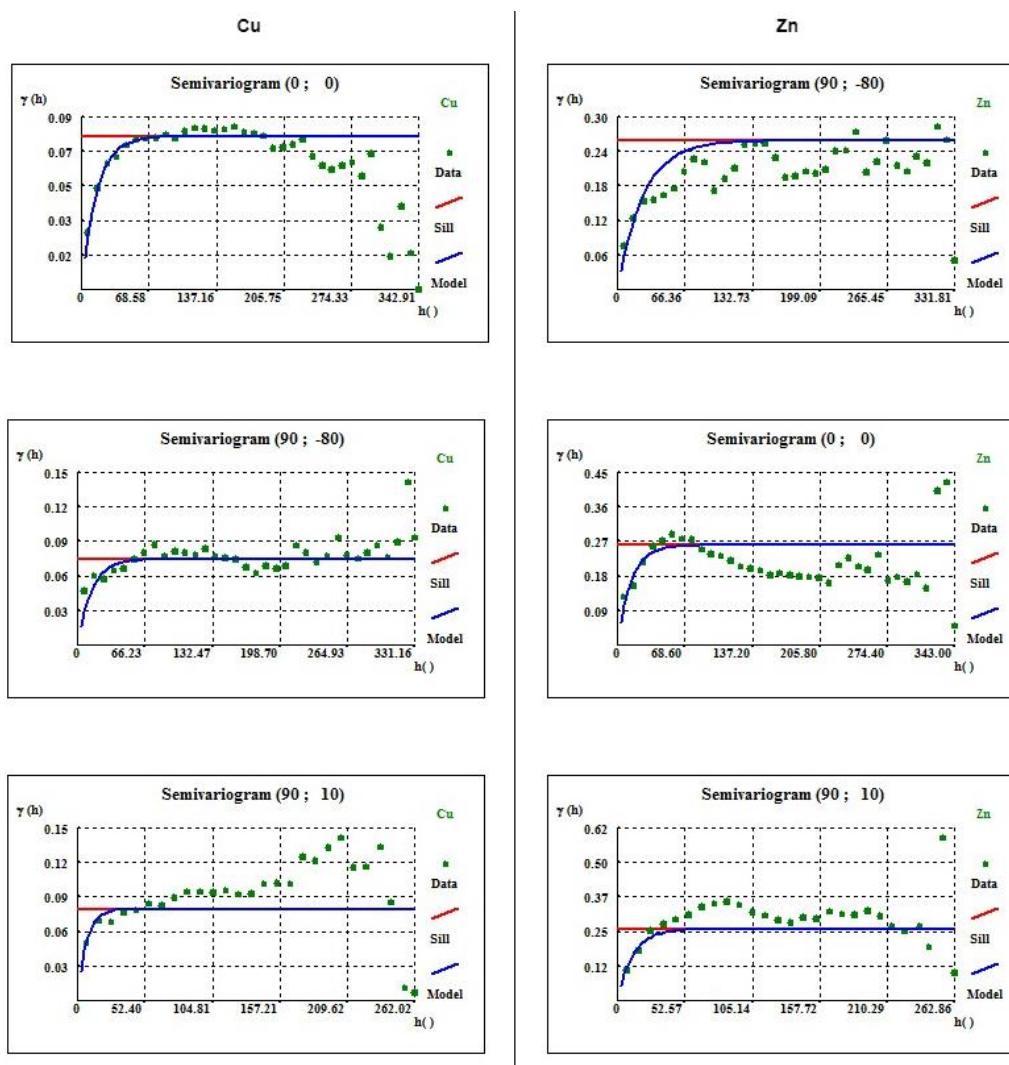


Figura 4.24 - Variogramas experimentais do Cu (esquerda) e Zn (direita) ajustados com modelos teóricos

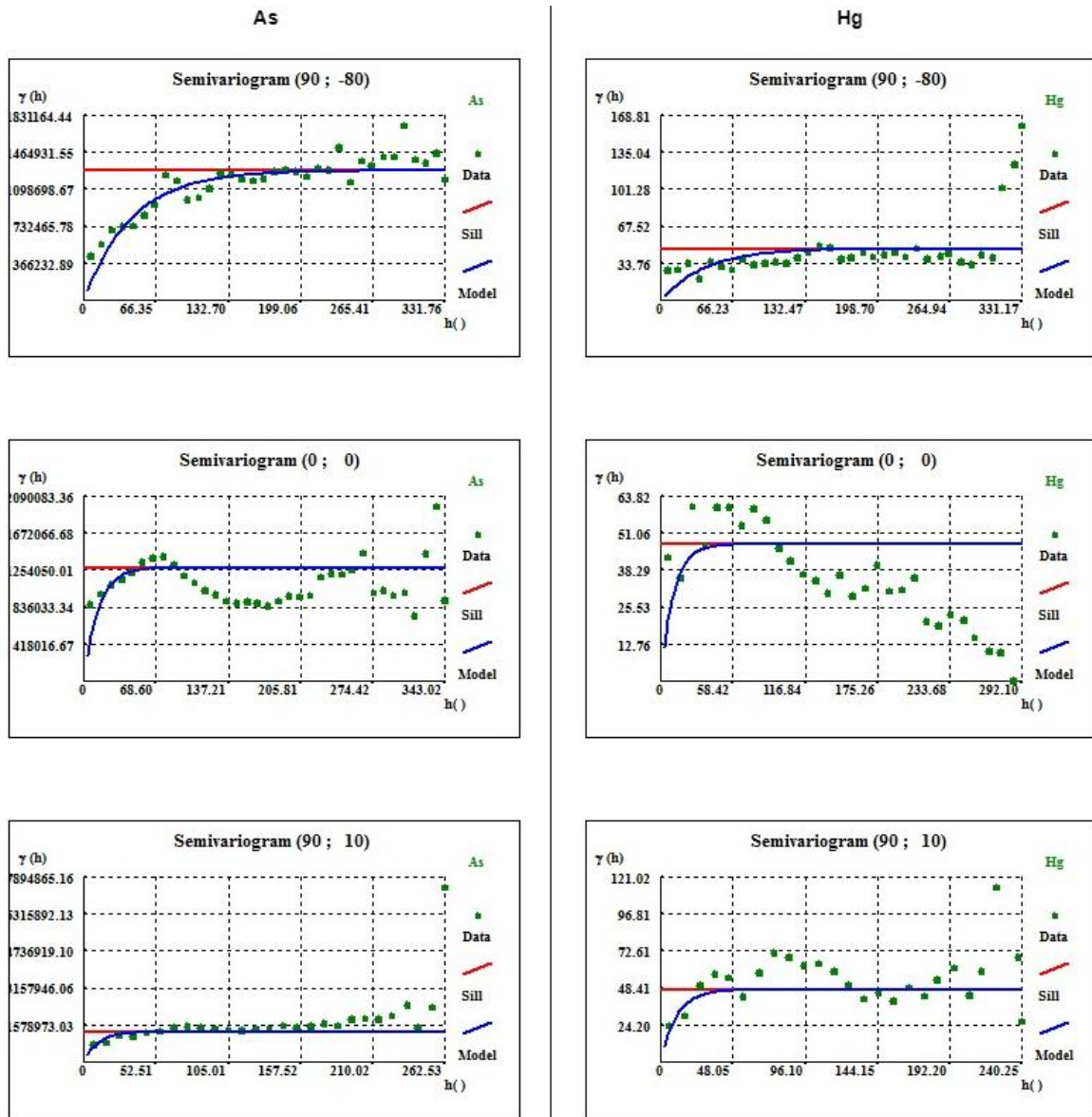


Figura 4.25 - Variogramas experimentais da indicatriz do As (esquerda) e Hg (direita) ajustados com modelos teóricos

4. CASO DE ESTUDO

Tabela 4.9 – Modelos teóricos do ajustamento dos variogramas para o Cu, Zn, As e Hg

Variável	Direção	Θ	ϕ	Modelo	a_1	C_1	C_0
Cu	Maior	0	0	Exponencial	45	0,077	0
	Menor 1	90	-80	Exponencial	40	0,077	0
	Menor 2	90	10	Exponencial	20	0,077	0
Zn	Maior	90	-80	Exponencial	75	0,258	0
	Menor 1	0	0	Exponencial	40	0,258	0
	Menor 2	90	10	Exponencial	35	0,258	0
As	Maior	90	-80	Exponencial	130	1283833	0
	Menor 1	0	0	Exponencial	40	1283833	0
	Menor 2	90	10	Exponencial	30	1283833	0
Hg	Maior	90	-80	Exponencial	120	47,21	0
	Menor 1	0	0	Exponencial	30	47,21	0
	Menor 2	90	10	Exponencial	30	47,21	0

Como se pode observar na Tabela 4.9, apenas o Cu manteve a direção maior, menor 1 e menor 2 iguais à da indicatriz dos tipos de minério, para os restantes elementos a direção maior 0° : 0° é trocada pela direção 90° :- 80° . Dos quatro elementos químicos estudados, os que apresentam maior continuidade são o As e o Hg, o que apresenta a menor é o Cu.

Após se realizar a estimação por krigagem normal dos teores em Cu e Zn, e krigagem da indicatriz de As e Hg, passou-se para a fase de SSD dos teores de Cu e Zn e análise de incerteza com o cálculo do coeficiente de variação dos valores simulados bloco a bloco. Para a simulação, e porque os teores das sondagens estão discretizados de metro a metro e os blocos têm uma dimensão muito maior (2,5 x 2,5 x 5m), fizeram-se médias móveis dos dados experimentais que caem em cada bloco e simularam-se os restantes blocos sem sondagens no seu interior. A Figura 4.26 mostra este procedimento experimental de atribuição de valores aos blocos que têm sondagens no seu interior (blocos a cor vermelha) e que vão condicionar a simulação dos blocos seguintes.

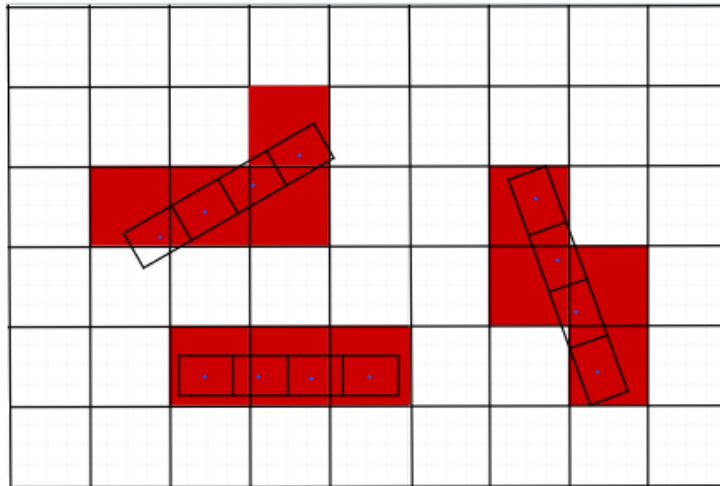


Figura 4.26 – Procedimento para atribuição de valores iniciais aos blocos que contém dados de sondagens no seu interior de forma a condicionarem os restantes blocos na simulação sequencial

Feito este procedimento de atribuição de teores aos blocos com sondagens, fez-se a SSD com histogramas locais para os restantes blocos (Nunes e Almeida, 2010; Roxo et al., 2016). Esta simulação permite gerar valores para toda a malha de blocos. Foram realizadas 10 simulações de teores de Cu e Zn por cada uma das 100 simulações dos tipos de minério do modelo morfológico de alta resolução. Na SSD os valores são simulados tendo por base um histograma, neste procedimento o histograma utilizado é o dos teores dos dados conforme o tipo de minério do modelo que foi simulado em cada bloco. Assim, as simulações são condicionadas aos dados de partida e respetivas leis de distribuição, aos variogramas dos teores e aos tipos de minério do modelo morfológico.

Os resultados destas estimações e simulações são apresentados sistematicamente ao longo de várias figuras a 2D em plantas (XoY) e perfis (YoZ) (Figuras 4.27 a 4.33) e a 3D (Figuras 4.34 a 4.38).

4. CASO DE ESTUDO

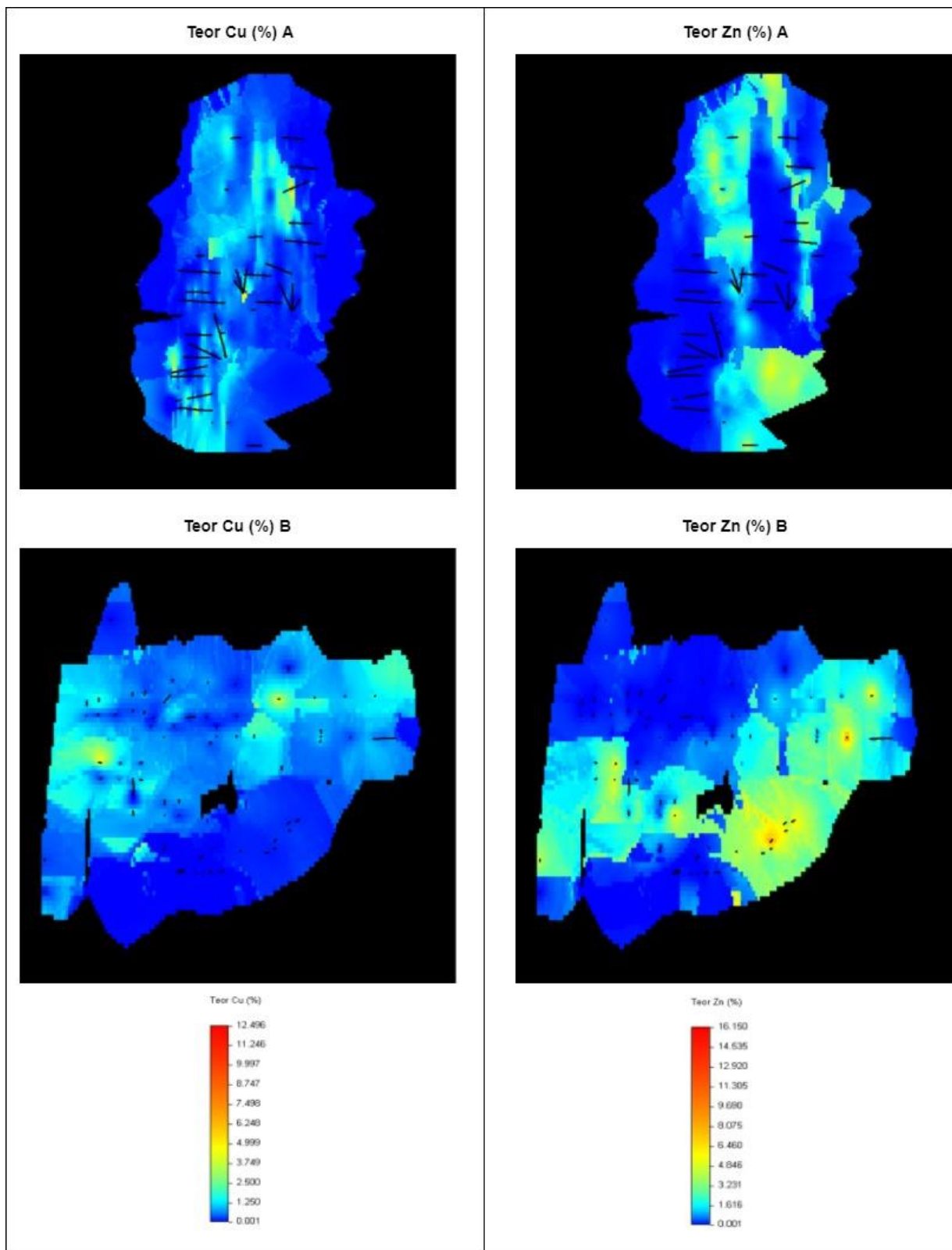


Figura 4.27 – Imagens estimadas para os teores em Cu e Zn em planta (A - XoY) e perfil (B - YoZ) na mesma posição das figuras anteriores

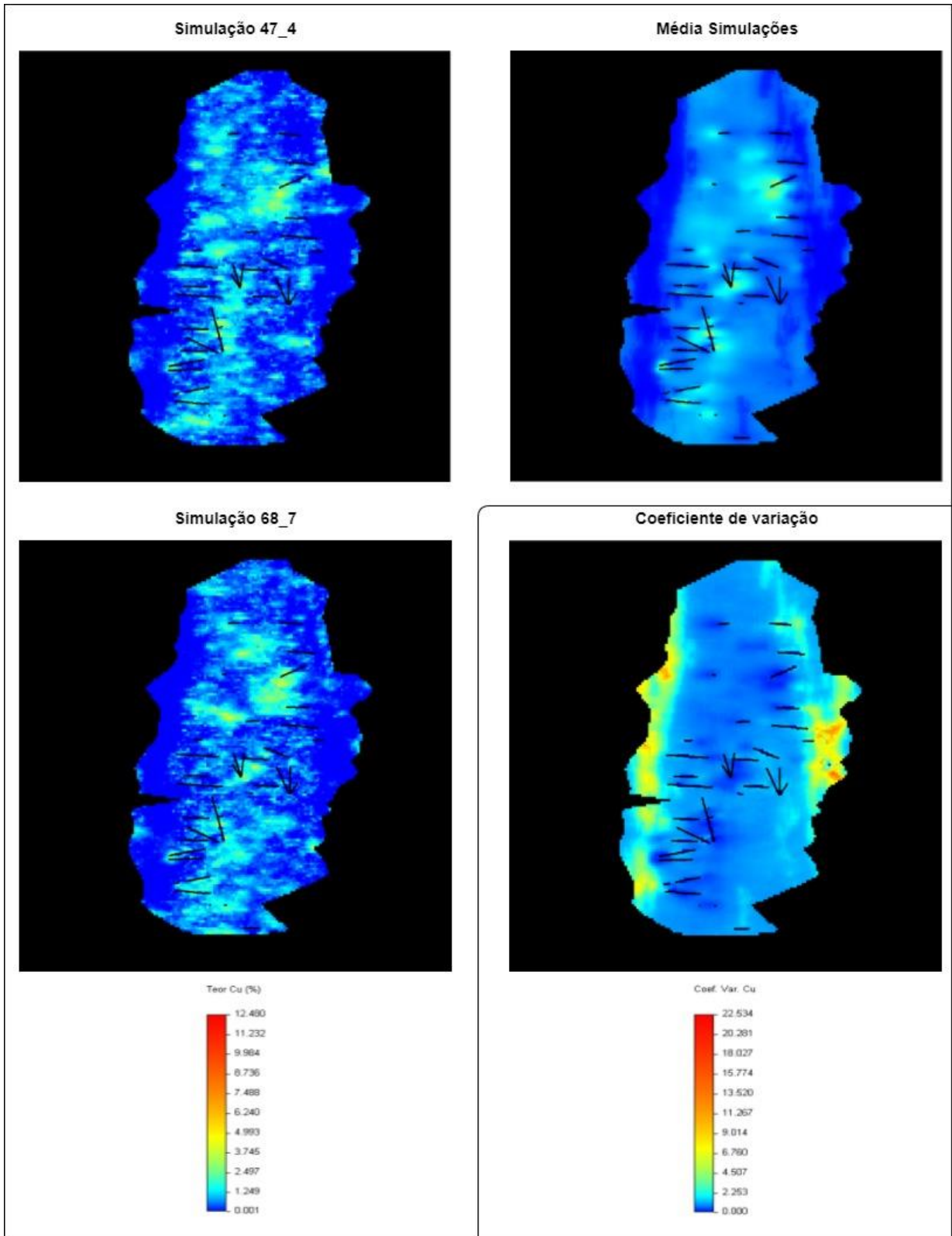


Figura 4.28 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Cu, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em planta XoY

4. CASO DE ESTUDO

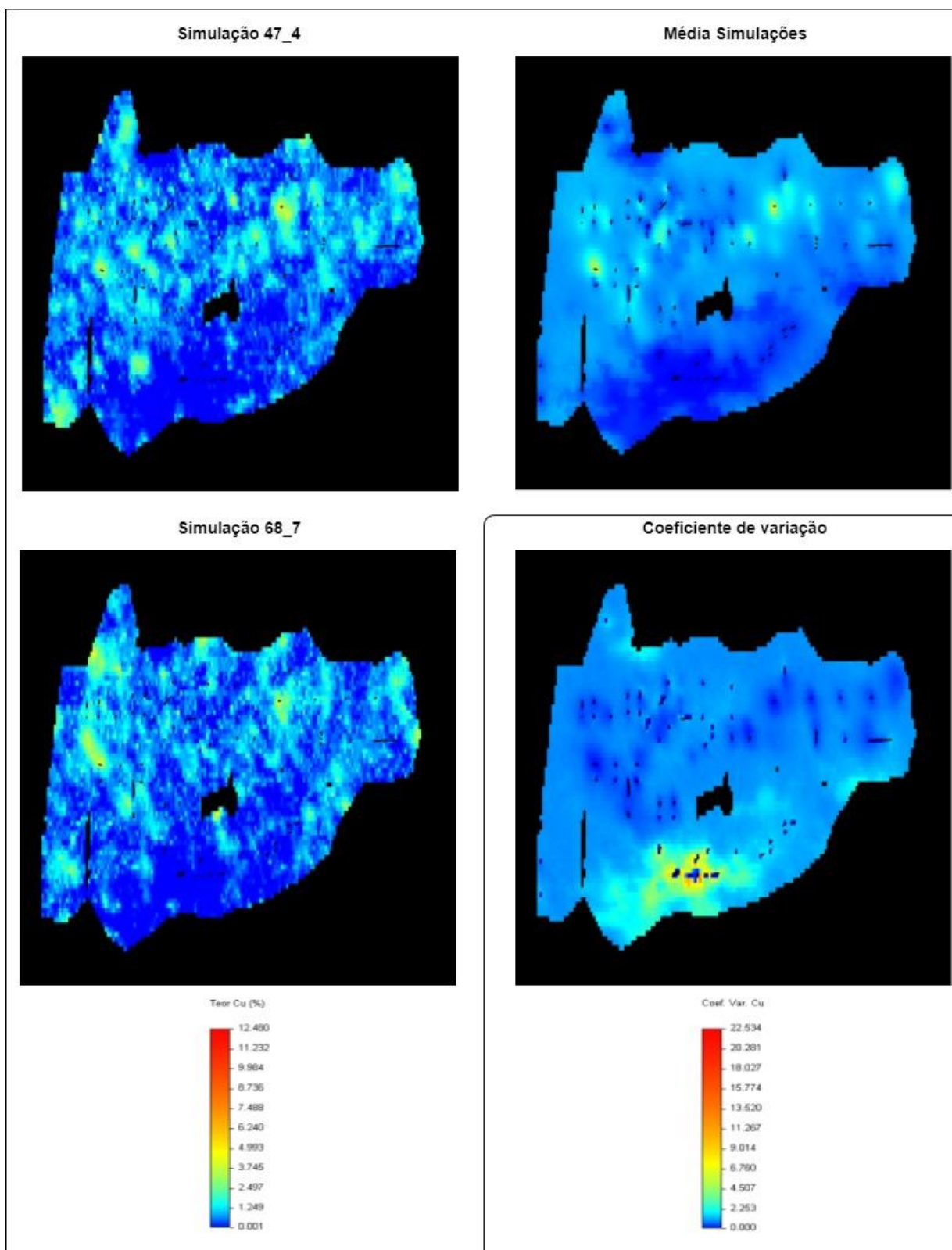


Figura 4.29 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Cu, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em perfil YoZ

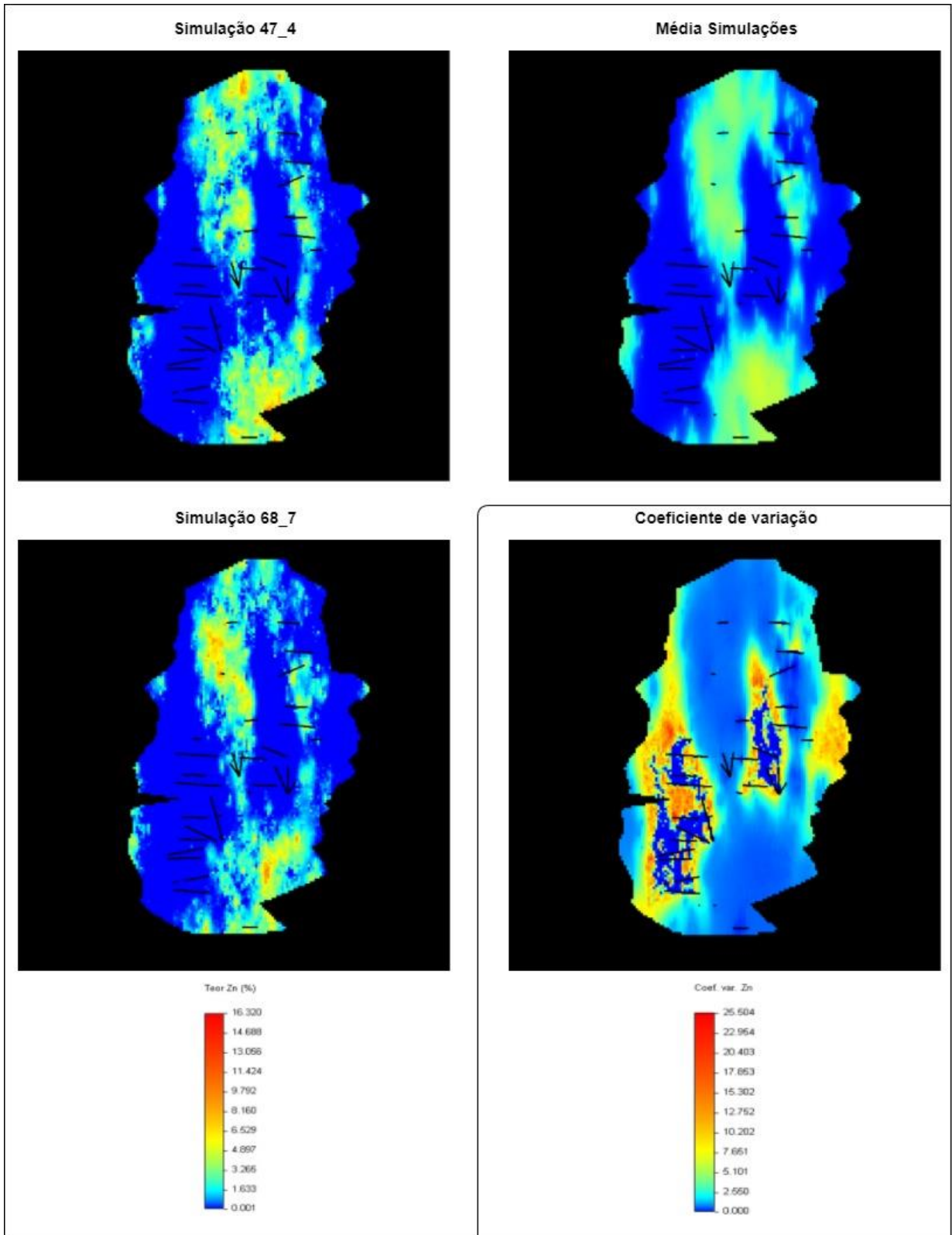


Figura 4.30 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Zn, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em planta XoY

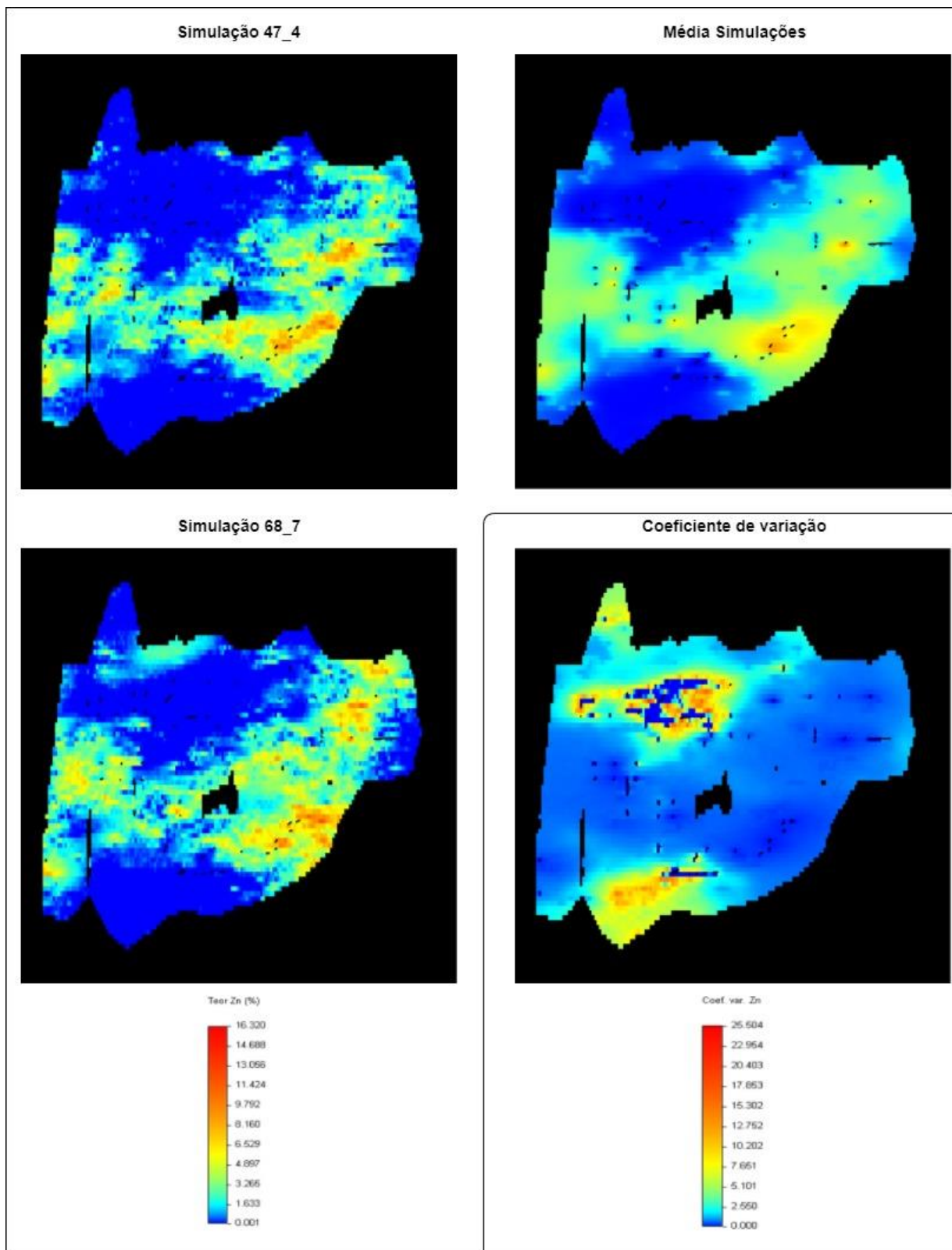


Figura 4.31 – Exemplo de duas imagens simuladas para os teores em Zn, imagem da média das simulações e imagem do coeficiente de variação em perfil YoZ

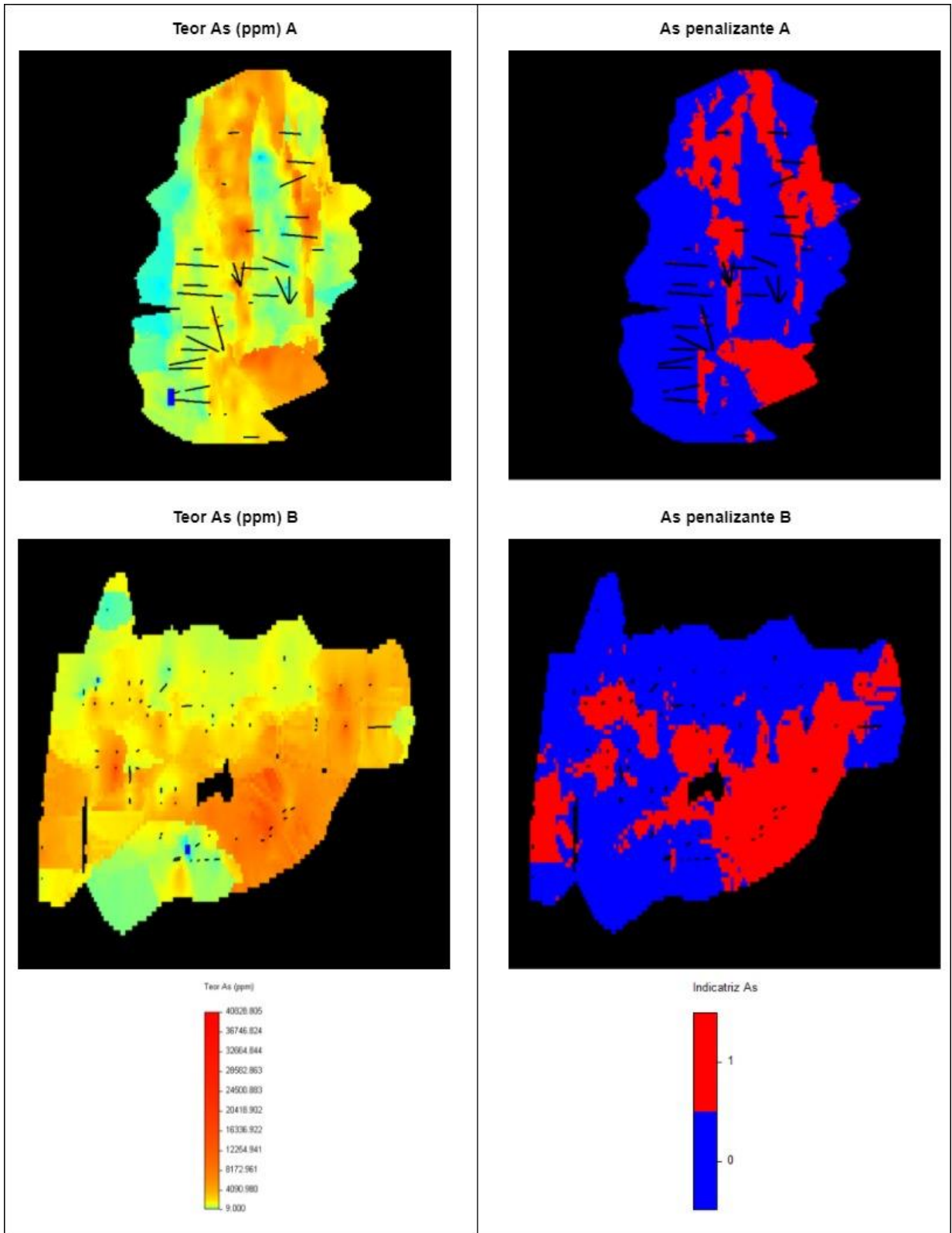


Figura 4.32 – Imagens estimados dos teores de As em planta (A) e perfil (B) e imagens binárias das localizações com teores acima de 2000 ppm

4. CASO DE ESTUDO

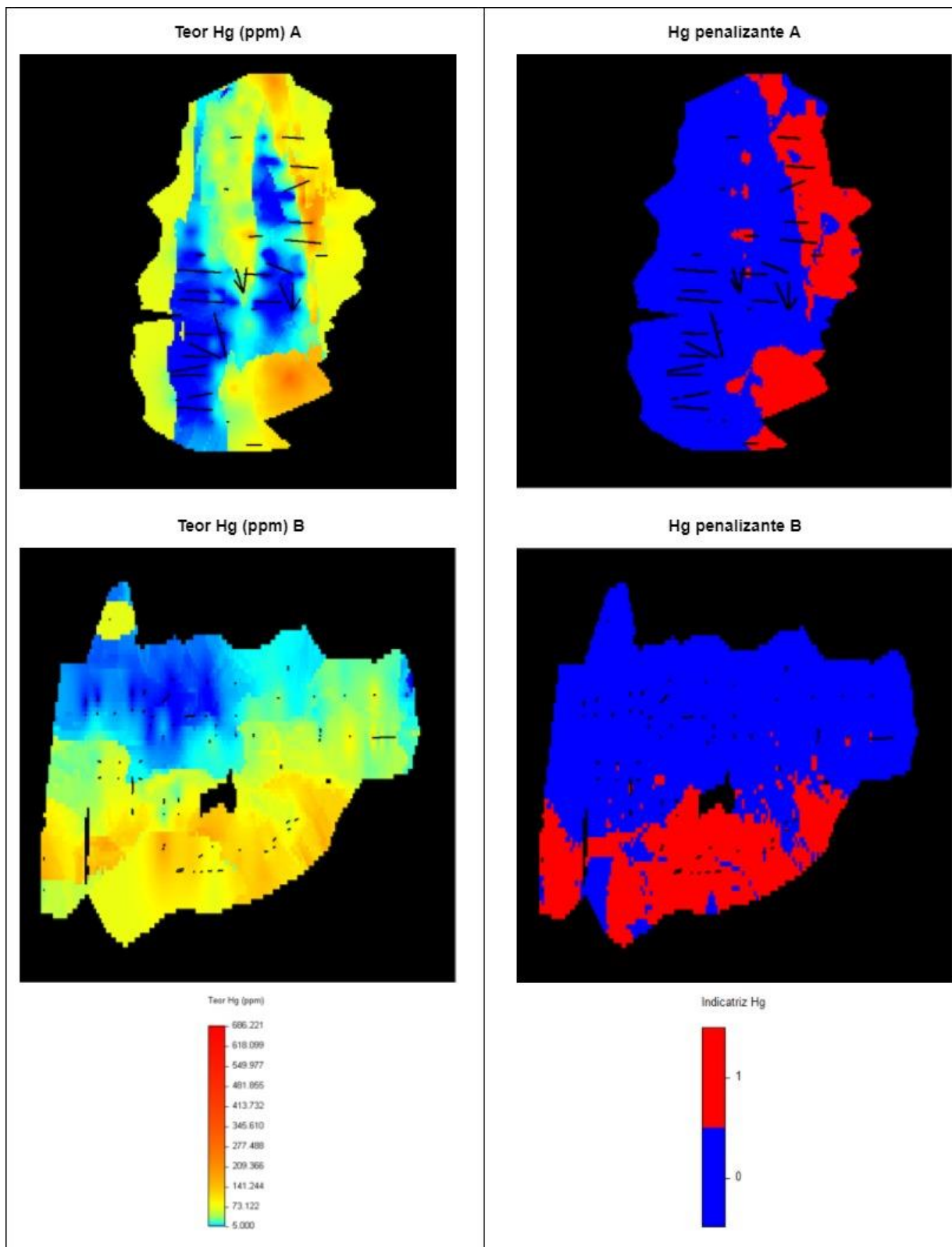


Figura 4.33 – Imagens estimados dos teores de Hg em planta (A) e perfil (B) e imagens binárias das localizações com teores acima de 80 ppm

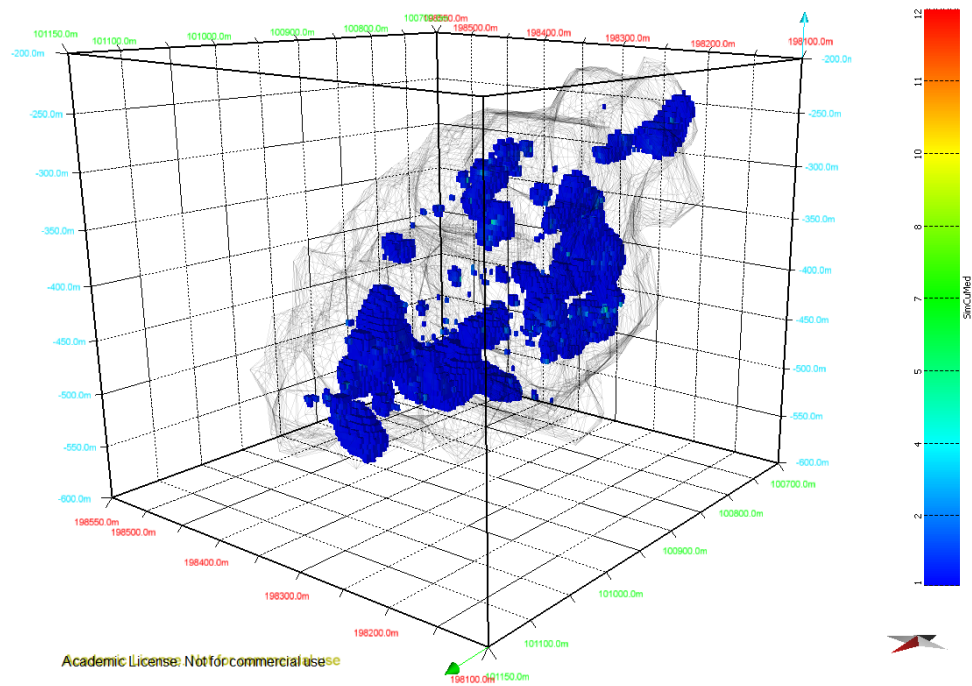


Figura 4.34 – Representação 3D das regiões com teores em Cu superiores a 1% determinadas a partir da imagem média das simulações

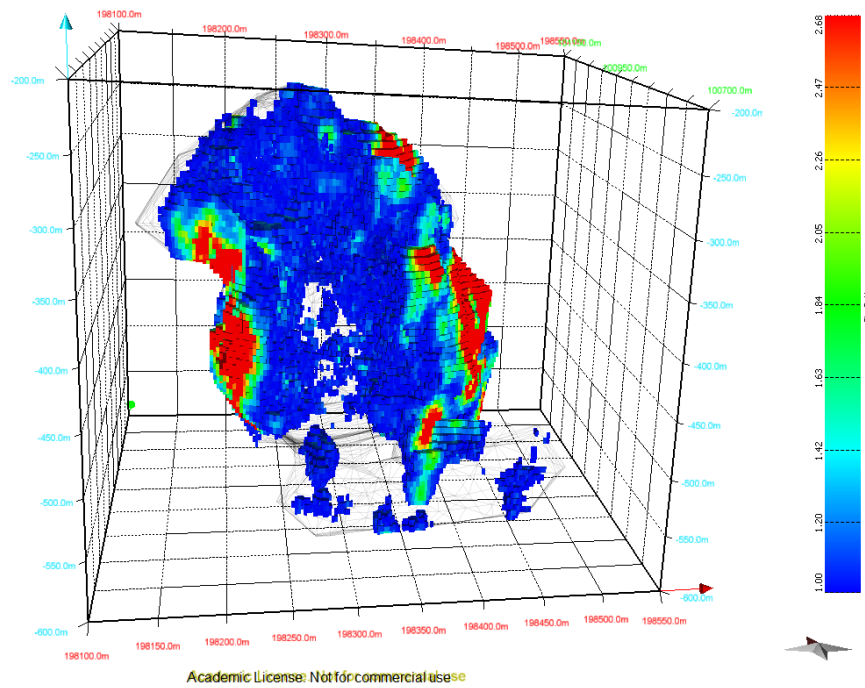


Figura 4.35 – Representação 3D das regiões com coeficiente de variação das simulações do Cu acima de um (incerteza mais relevante)

4. CASO DE ESTUDO

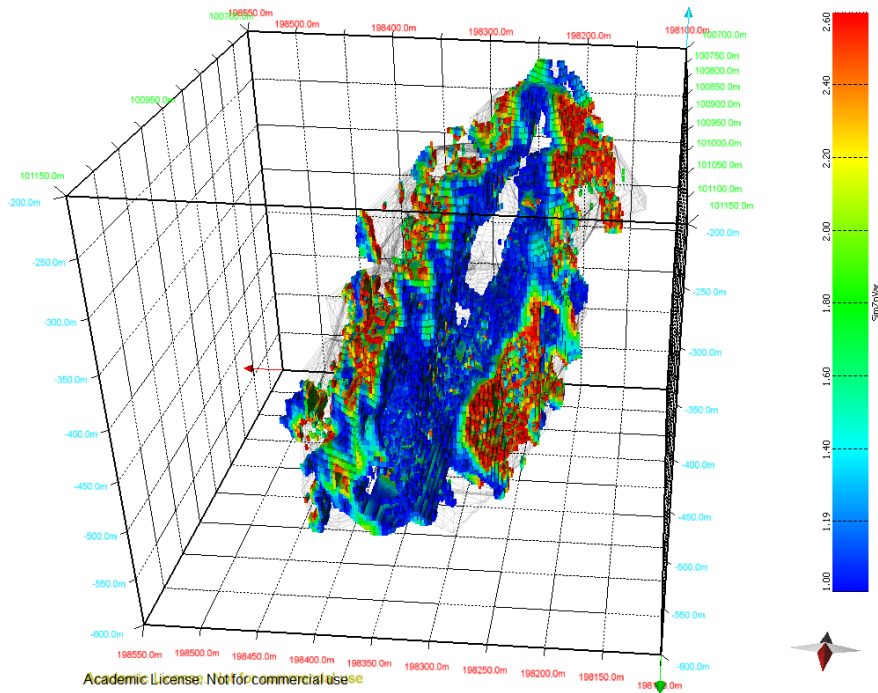


Figura 4.36 – Representação 3D das regiões com coeficiente de variação das simulações do Zn acima de um (incerteza mais relevante)

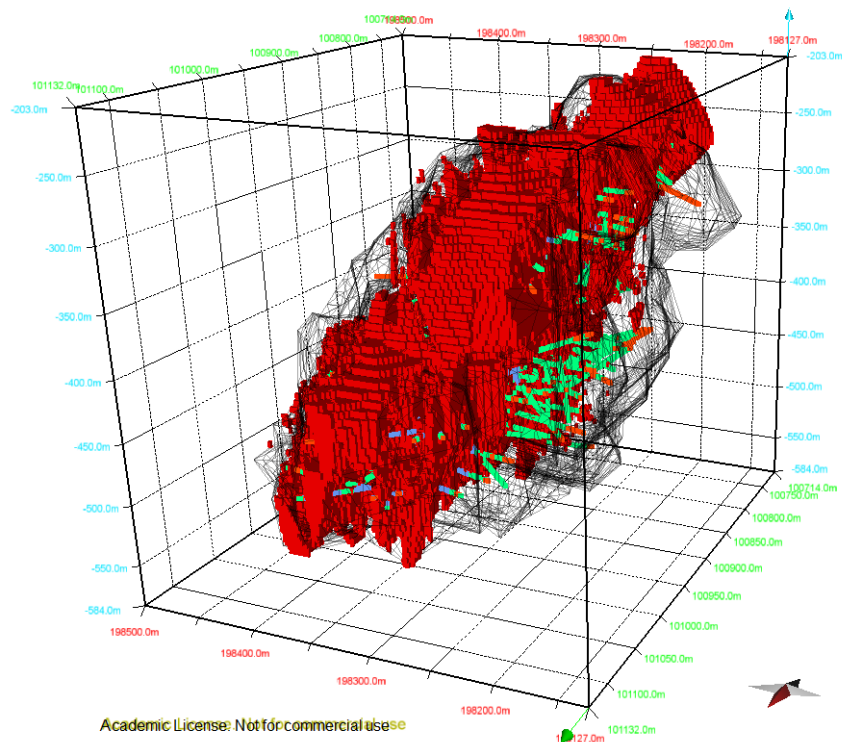


Figura 4.37 – Representação 3D da localização de teores em As acima de 2000 ppm (obtida por krigagem da indicatriz)

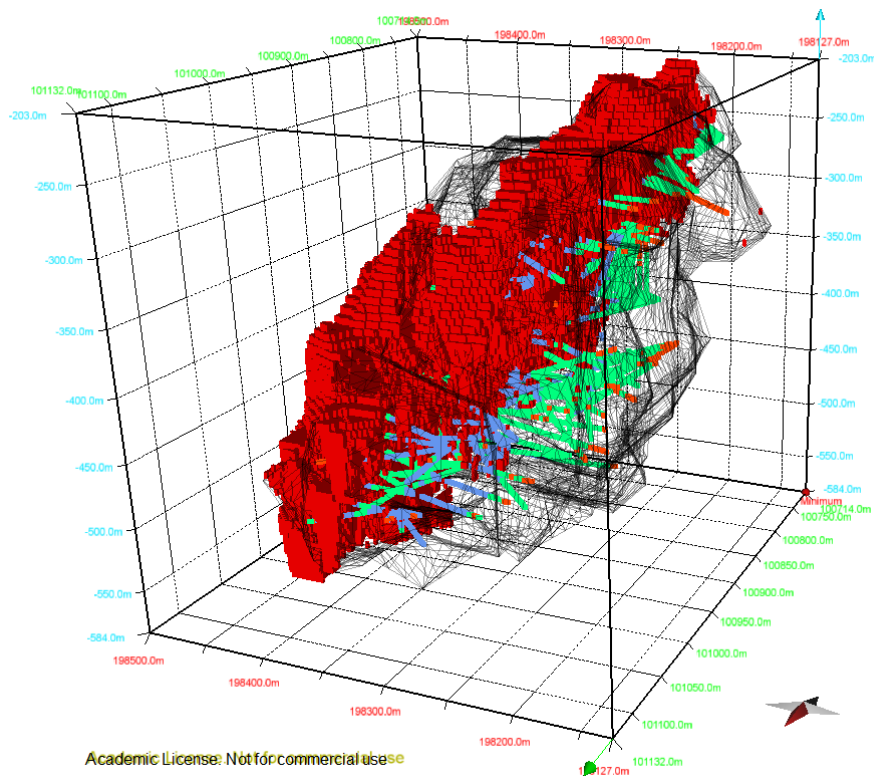


Figura 4.38 – Representação 3D da localização de teores em Hg acima de 80 ppm (obtida por krigagem da indicatriz)

Considerando um teor de corte de 1% para o Cu para todo o depósito, criou-se a representação a 3D da Figura 4.34, onde se observa que os teores mais elevados de Cu encontram-se na sua maioria dispersos em pequenas massas, ao longo do que que é considerado MSX e STWK.

A determinação da incerteza local das simulações recorreu à estatística coeficiente de variação. Para se ter uma ideia tridimensional da incerteza dos modelos de teores (relação do modelo com os dados disponíveis) foram feitas as representações 3D dos coeficientes de variação do Cu (Figura 4.35) e do Zn (Figura 4.36) acima do valor um. A imagem dos coeficientes de variação do Cu mais altos assemelha-se a uma carapaça a envolver a região central do depósito com valores regra geral mais baixos. A estrutura da representação do coeficiente de variação para o Zn apresenta uma zona central longitudinal (segundo uma direção próxima senão igual à direção de maior continuidade espacial do Zn) que praticamente corta a estrutura em dois onde os valores são inferiores a um. Os valores do coeficiente de variação do Zn são mais elevados, nas extremidades do depósito, tal como para o Cu. Esta distribuição dos coeficientes de variação está relacionada com a posição das sondagens e pelo facto de serem zonas de extrapolação, e a ocorrência do tipo de minério OUTROS onde a variação de teores é mais errática (ocorrem pontualmente valores altos no meio de valores geralmente baixos).

4. CASO DE ESTUDO

Nas Figuras 4.37 e 4.38 encontram-se as representações 3D dos locais com teores de As e Hg acima dos valores considerados aceitáveis de 2000 ppm e 80 ppm, respectivamente. A imagem do As indica que os teores acima de 2000 ppm encontram-se nas zonas centrais do depósito enquanto que para o Hg eles vão do centro até a zona Oeste inferior do depósito. Tanto o As como o Hg aparentam possuir elevados teores para além do desejado bastante dispersos pelos depósitos e em volume significativo.

4.7 PARAMETRIZAÇÃO DO DEPÓSITO

Para terminar o estudo foram criadas duas tabelas de quantitativos de recursos. A primeira (Tabela 4.10) apresenta quantitativos totais em volume e quantidade de minério e metal (Cu e Zn) por tipo de minério. A segunda (Tabela 4.11) desagrega os quantitativos totais em metal de acordo com os blocos com teor de Cu acima do teor de corte (1.3% MSX, 1% STWK e OUTROS) e a ocorrência de teores em As e Hg inferiores a 2000 ppm e 80 ppm, respectivamente. Para a conversão do volume em quantidade de minério foi utilizada a densidade média condicional dos dados das sondagens aos tipos de minério. As quantidades totais são obtidas somando os valores das quantidades de minério e metais bloco a bloco:

$$Q^{te\ minério\ (tons)} = \sum (Volume\ bloco.\ densidade\ média)$$

$$Q^{te\ metal\ Cu\ (tons)} = \sum (Volume\ bloco.\ densidade\ média.\ teor\ Cu\ bloco^K)$$

$$Q^{te\ metal\ Zn\ (tons)} = \sum (Volume\ bloco.\ densidade\ média.\ teor\ Zn\ bloco^K)$$

Tabela 4.10 – Quantitativos de minério e metais Cu e Zn por tipo de minério e totais

Item	MSX	STWK	OUTROS	Total
Número de blocos do modelo	160259	205285	124400	489944
Volume unitário bloco (m ³)	31,25	31,25	31,25	
Volume depósito (m ³)	5008094	6415156	3887500	15310750
Densidade média (dados)	4,174	2,996	2,677	
Q ^{te} minério (tons)	20903783	19219808	10406838	50530429
Teor médio Cu (%)	0,632	0,650	0,047	
Q ^{te} metal Cu (tons)	132112	124929	4891	261932
Teor médio Zn (%)	2,406	0,341	0,155	
Q ^{te} metal Zn (tons)	502945	65540	16131	584615

Tabela 4.11 – Quantitativos em metais Cu e Zn desagregados pelo teor de corte em Cu, e por terem teor de penalizante em As e Hg abaixo de 2000 ppm e 80 ppm, respetivamente

Item		MSX	STWK	OUTROS	Total
Todo o depósito	Q ^{te} metal Cu (tons)	132112	124929	4891	261932
	Q ^{te} metal Zn (tons)	502945	65540	16131	584615
t _{cu} > t _{corte}	Q ^{te} metal Cu (tons)	50253	57113		107366
	Q ^{te} metal Zn (tons)	34118	14310		48428
Teor As < 2000 ppm e teor Hg < 80 ppm	Q metal Cu (tons)	111473	98,918	943	211334
	Q metal Cu (tons) t _{cu} > t _{corte}	45453	50267		95721
	Q metal Zn (tons)	328864	43411	1615	373891
	Q metal Zn (tons) t _{cu} > t _{corte}	31440	11664		43105

Para complementar os resultados das tabelas, apresentam-se as curvas de quantidade de minério e teor médio do Cu por teor de corte do Cu presente (ver Figuras 4.39 e 4.40).

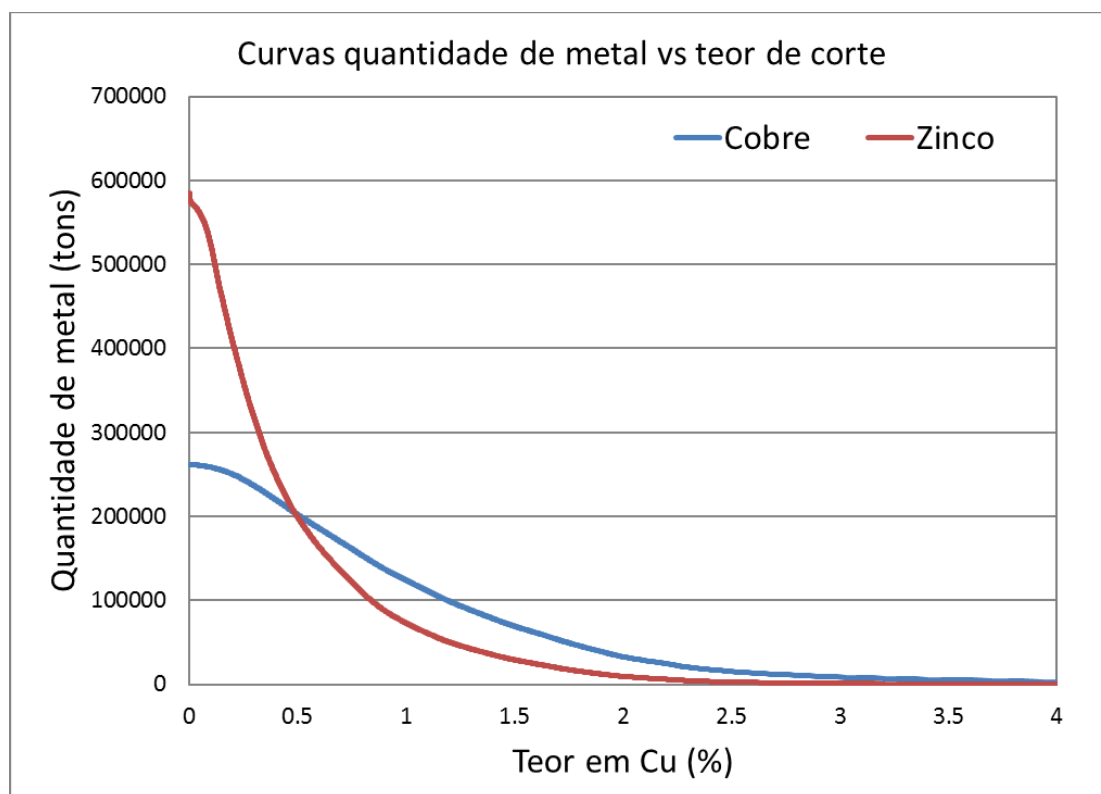


Figura 4.39 – Curvas da quantidade de metal em Cu e Zn vs teor de corte em Cu

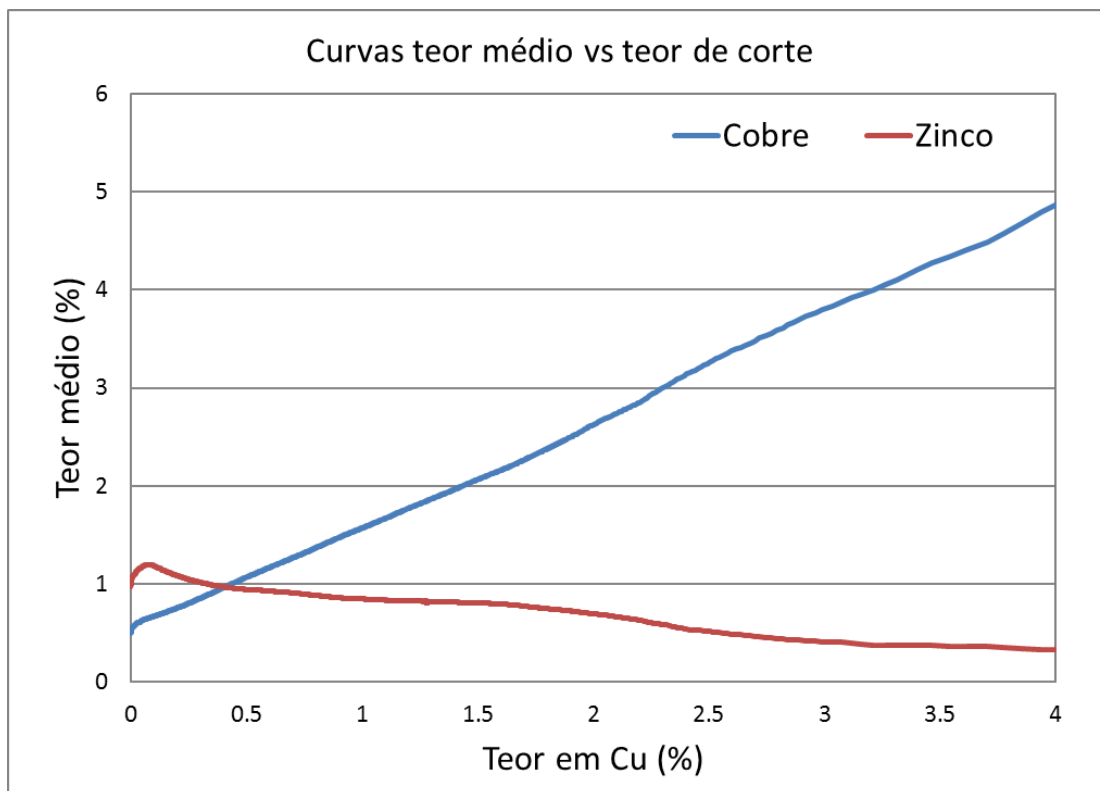


Figura 4.40 – Curvas de teor médio em Cu e Zn vs teor de corte em Cu

4.8 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A partir das Tabelas 4.10 e 4.11 com os quantitativos totais e desagregados por condicionalismos em teor de corte em Cu, As e Hg conclui-se que as quantidades de minérios e metais são equivalentes nos minérios MSX e STWK com exceção do Zn onde nos minérios MSX os quantitativos são muito superiores da ordem das 10x. As quantidades nas zonas de OUTROS minérios são residuais quando comparadas com MSX e STWK. Os teores médios do Cu são semelhantes nas zonas de MSX e STWK, já para o Zn os teores médios são muito mais altos em zonas de MSX do que de STWK. Esta diferença de teores inflaciona, e muito, a quantidade de metal Zn para valores totais superiores a meio milhão de toneladas. Note-se que os valores da densidade média (estimada) da Tabela 4.10 são ligeiramente mais elevados que aqueles calculados na Tabela 4.2 (pelo menos em situação de STWK e OUTROS). No que toca aos teores médios, o Cu possui teores estimados um pouco mais altos para MSX e OUTROS em relação à Tabela 4.2 enquanto, que os teores estimados de Zn são apenas mais baixos que os da Tabela 4.2 em situação de MSX. As diferenças entre os valores calculados na análise univariada e os estimados não é notável estando normalmente na casa das centésimas.

A Figura 4.39 apresenta as quantidades de metal (Cu ou Zn) possível de ser extraído tendo em conta o teor de corte do Cu. Observa-se que numa situação de teor de corte próximo de 0,5%, as quantidades de metal de Cu e Zn são semelhantes (200000 toneladas), tendo o Zn sofrido uma queda maior na quantidade de metal que a do Cu, significado de uma lei estatística de teores mais assimétrica. Para os teores de corte do Cu acima dos 0,5% as quantidades de metal de Cu são sempre maiores que as do Zn.

A Figura 4.40 apresenta a variação do teor médio do Cu e do Zn presente no minério situações com diferentes teores de corte do Cu. Para um teor de corte de 0% o Zn apresenta um teor médio perto de 1% enquanto o Cu ronda os 0,6-0,7%. À medida que o valor do teor de corte aumenta, o teor médio do Cu aumenta progressivamente ultrapassando os valores do teor médio do Zn, que vai diminuindo. Esta situação pode se dever ao facto de as zonas com teores de Cu abaixo do teor de corte conterem volumes maiores de material com teores altos de Zn. Os depósitos do tipo MSX são um exemplo disto porque o Zn possui teores médios de 2,406 e o Cu 0,632.

Tanto os valores das tabelas como das figuras anteriores partem do princípio que os valores estimados ou simulados são os mais corretos possível. No que toca à estimação por krigagem esta é calculada de modo a obter a melhor solução não enviesada e ótima com os dados disponíveis, sendo que a única forma de obter um modelo mais próximo da realidade é adicionar mais dados de sondagem, amostras ou outros. A simulação, porém, permite zonar o depósito de acordo com a incerteza proveniente da geometria das sondagens e a variabilidade dos teores e desagrupar o recurso segundo graus de incerteza. Como as incertezas das simulações são mais baixas para o Cu do que o Zn, as quantidades de metal Cu total diminuem de aproximadamente 261 para 211 toneladas, enquanto as quantidades de metal do Zn passam de 584 a 373 toneladas. Tal deve-se ao maior coeficiente de variação dos dados do zinco e também ao facto dos dados de Zn serem menos completos nas sondagens do que os de Cu.

O volume do depósito sob o efeito dos elementos penalizantes As e Hg é significativo. A percentagem de blocos com teores em As superiores a 2000 ppm é de cerca de 30% do total e os de Hg acima de 80 ppm representam 25%. Cruzando os dois modelos, observa-se que 41,7% do volume tem pelo menos um penalizante acima dos valores de corte mencionados, e que em 28% do volume ocorrem os dois penalizantes.

Pelas razões mencionadas, a exploração do depósito de Feitais é um enorme desafio tecnológico que a ALMINA tem sabido lidar com notável eficácia técnica e científica.

5. SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do trabalho realizado faz-se a seguinte síntese e considerações finais item a item:

1. Metodologia e desafios do caso de estudo do depósito de Feitas das minas de Aljustrel.
 - A metodologia proposta para o caso de estudo foi desenhada tendo em consideração o tipo de estruturas presentes no depósito e permitiu a modelação 3D da morfologia, tipos de minério, e teores do depósito de Feitais, a partir dos dados das sondagens fornecidos pela empresa da ALMINA;
 - A modelação dos teores não incluiu todos os 15 elementos analisados, mas sim aqueles que têm mais interesse no contexto da exploração mineira, que são o Cu e o Zn, e também os elementos penalizantes dos concentrados que são o As e o Hg;
 - O depósito de Feitais é um depósito composto por dois tipos de fácies, por onde se exploram os sulfuretos ricos nos metais desejados, sendo estas a de maciço de sulfuretos (MSX) e de stockwork (STWK), rodeados por outras litologias (OUTROS) com teores mais baixos ou nulos;
 - As zonas correspondentes ao maciço e stockwork encaixam uma na outra segundo uma direção sub-vertical no centro do depósito;
 - O caso de estudo teve alguns desafios a ultrapassar, sendo eles a dimensão do caso de estudo, a geração dos tipos de minério e a geração da envolvente;
 - A rotação das coordenadas dos dados foi feita para otimizar a malha de blocos 3D minimizando o número de blocos *nodata*;
 - A estratégia do trabalho foi fazer estimações por krigagem e simulações, as estimações serviram para o cálculo dos quantitativos em minério e metal e as simulações serviram para desagregar os quantitativos por grau de incerteza;
 - Foi realizada a SSD com histogramas locais de modo a gerar imagens dos teores dos elementos químicos analisados condicionais aos tipos de minério impondo zonamento forte, mas gradual nas fronteiras dos tipos de minério o que é concordante com o observado nos dados.
2. Análise estatística univariada e bivariada dos dados
 - A análise univariada permitiu determinar que os teores mais elevados de Cu se encontram em zonas de STWK (teor médio = 0,734%) e os do Zn em zonas de MSX (teor médio = 2,785%). O Zn tem uma grande diferença de teores entre o

STWK e o MSX, já para o Cu as diferenças são pequenas. Os elementos de interesse apresentam todos distribuição assimétrica positiva, mas o Zn tem regra geral teores mais elevados que os do Cu denotando maior variância e assimetria.

- A zonalidade dos teores por tipo de minério MSX e STWK é muito maior para o Zn do que para o Cu, e também para os penalizantes estudados. Já a segregação de teores nas litologias complementares OUTROS é muito forte para todos os elementos estudados.
- A análise bivariada permitiu observar que entre o Cu, Zn, As e Hg as correlações são, regra geral, fracas, sendo as correlações Zn-As, Zn-Hg e As-Hg em situação de MSX e Cu-Hg em situação de STWK as exceções à regra. Em depósitos do tipo MSX existe uma correlação fraca e negativa entre o Cu e o Zn.

3. Modelo morfológico

- O modelo morfológico foi feito em duas etapas, a primeira ditou os limites da zona de estudo e a segunda a arquitetura interna dos três tipos de minério MSX (para maciços de sulfuretos), STWK (para zonas de stockwork ou fissurais) e OUTROS (restantes litologias);
- A modelação dos tipos de minério foi feita por um vetor de variáveis indicatriz multifásica com três modalidades;
- Os variogramas multifásicos ajustados são de muito boa qualidade e não deixam grandes dúvidas no ajustamento;
- O modelo morfológico do depósito apresentou os tipos de minério MSX e STWK encaixados um no outro com direção sub-vertical no centro do depósito (ou região em estudo) e ocupando um grande volume, relegando a litologia complementar OUTROS para as bandas laterais esquerda e direita;
- Na análise da incerteza da morfologia foi utilizado o parâmetro estatístico de entropia às imagens da SSI que permitiu aferir que, para os locais das sondagens, e sua vizinhança, a incerteza é baixa, situação que se altera na presença dos limites entre tipos de minérios e na bordadura. Retira-se desta situação que os valores estimados e simulados para as regiões mais próximas de sondagens no interior da zona de um depósito são aqueles que têm associados a si os menores valores de incerteza.

4. Modelo de teores

- Na elaboração do modelo de teores foram feitas 12 krigagens normais (quatro elementos em estudo e três tipos de minério), sendo metade da variável indicatriz;
- Para cada elemento químico Zn e Cu foram feitas 1000 realizações por SSD com histogramas locais, ou seja, 10 realizações dos teores de Cu e Zn por cada uma das 100 imagens simuladas do modelo morfológico ou tipos de minério;
- A SSD com histogramas locais permitiu obter 1000 valores de teores de Cu e Zn para cada bloco da mina, constituindo em conjunto um histograma local que balança a incerteza resultante da proximidade às sondagens, dos variogramas, do modelo morfológico e da variabilidade local dos teores;
- Os teores de Cu apresentaram uma distribuição espacial muito ampla, onde os valores superiores a 1% espalham-se por todo o depósito em pequenas bolsas, tanto em MSX como em STWK.
- Os teores de Zn apresentaram os valores muito mais elevados para as regiões pertencentes ao MSX, mostrando mais uma vez a relação entre zonas de maciço e o Zn. Os teores mais baixos abrangeram tanto a zona de STWK como o OUTROS;
- Utilizando valores limite para o As de 2000ppm e para o Hg de 80ppm, conforme indicação da ALMINA, geraram-se imagens 3D por indicatriz das regiões onde o teor destes elementos excede estes limites. As imagens mostram uma grande proporção de blocos, mais de 40%, onde ocorre, pelo menos, um destes penalizantes em teores superiores a estes limites;
- O aumento do teor de corte do Cu provoca uma diminuição regular das quantidades do metal Cu, mas uma queda muito repentina das quantidades do metal Zn.

5. Possibilidades futuras de desenvolvimento

- Utilizar os dados das amostras de mão para melhorar o modelo de teores, calibrando localmente as correlações com os dados estimados dos blocos;
- Desenvolver modelos para variáveis mineralúrgicas, ao invés de se trabalhar exclusivamente com as variáveis clássicas tipos de minério e teores;
- Testar o uso da espectroscopia no infravermelho medida por equipamentos portáteis *in-situ* de forma a construir uma base de dados de informação sobre a proporção de minerais e rocha encaixante, complementando a medição de teores.

5. SÍNTESE E CONSIDERAÇÕES FINAIS

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, A. & Journel, A. (1994). Joint Simulation of Multiple Variables with a Markov-Type Coregionalization Model. *Mathematical Geology*, Vol. 26 (5), 565-588p. Kluwer Academic.
- Almeida, J.A. (1992) Modelos Geométricos para Caracterização de Recursos Minerais, Tese de Mestrado em Mineralurgia e Planeamento Mineiro, Instituto Superior Técnico, 129p.
- Almeida, J., Soares, A. e Reynaud, R. (1993). Modelling the Shape of Several Marble Types in a Quarry. XXIV International Symposium APCOM, Montreal, Vol. 3, 452-459p.
- Almeida, J. (1999). Use of geostatistical models to improve reservoir description and flow simulation in heterogeneous oil fields. Tese de doutoramento em Engenharia de Minas, Instituto Superior Técnico, 161p.
- Almeida, J. (2010^a). Stochastic simulation methods for characterization of lithoclasses in carbonate reservoirs, *Earth Science Reviews*, Vol. 101 (3-4), 250-270p.
- Almeida, J. (2010^b). Modelling of cement raw material compositional indices with direct sequential cosimulation. *Engineering Geology*, Vol. 114 (1), 26-33p.
- Baldé, G. C. (2012). Modelação de depósitos minerais amostrados por suportes irregulares. O caso de estudo do depósito de Farim-Saliquinhé na Guiné-Bissau. Tese de Doutoramento em Engenharia Geológica, Universidade Nova de Lisboa, 135 pp.
- Barriga, F. J. A. S. (1990). Metallogenesis in the Iberian Pyrite Belt. *Pre-Mesozoic Geology of Iberia*, 369-379p. Springer.
- Barriga, F. J. A. S., Carvalho, D. e Ribeiro, A. (1997). Introduction to the Iberian Pyrite Belt. *Geology and VMS Deposits of the Iberian Pyrite Belt, SEG Neves Corvo Field Conference 1997*, Vol. 27, 1-20p. Society of Economic Geologists, Inc.
- Barriga, F. J. A. S. & Fyfe W. S. (1998). Multi-phase water-rhyolite interaction and ore fluid generation at Aljustrel, Portugal. *Mineralium Deposita* Vol. 33, 188-207p. Springer.
- Barriga, F. J. A. S., Carvalho, D. e Munhá, J. (1999). Bimodal Siliciclastic Systems - The Case of The Iberian Pyrite Belt. *Volcanic-associated massive sulfide deposits: Processes and examples in modern and ancient settings*, Vol. 8, 375-408p. Society of Economic Geologists, Inc.
- Caers, J. (2000). Direct sequential indicator simulation. In: Kleingeld, W., Krige, D. (Eds.), *Geostats 2000: Cape Town, Proceedings of the Sixth International Geostatistics Congress*. Cape Town, South Africa, April 10–14, 39–48p.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Camus, J. P. (2002). Management of mineral resources: creating value in the mining business, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc., 111p.
- Candeias, C. M. L. (2008). Caracterização ambiental da zona envolvente à área mineira de Aljustrel. Tese de Mestrado em Engenharia Geológica, Universidade de Aveiro, Aveiro, 276p.
- Charifo, G., Almeida, J. e Ferreira, A. (2013). Managing borehole samples of unequal lengths to construct a high-resolution mining model of mineral grades zoned by geological units. Journal of Geochemical Exploration, Vol. 132, 209-223p.
- Charifo, G., Ferreira, A. M., Almeida, J. A. e Prian, J. (2014). Geochemical and statistical characterization of the phosphate facies of the Farim-Saliquinhé phosphate mineralization (Guinea-Bissau). Resource Geology, Vol. 64 (1), 58-75p.
- Ferreira, T. E. (2015). Geomecânica aplicada à estabilidade de explorações mineiras *bench and fill*: o caso do jazigo de Feitais, Minas de Aljustrel. Tese de Mestrado em Engenharia Geotécnica e Geoambiente, ISEP, 147p.
- Goovaerts, P. (1997). Geostatistics for Natural Resources Evaluation, Oxford University Press, 483p.
- Isaaks, E. H. & Srivastava, R. M. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, 561 p.
- Journel, A. G. (1989). Fundamentals of geostatistics in five lessons. Short Course in Geology, Vol. 8, 133p. American Geophysical Union, Washington.
- Journel, A.G. & Alabert, F.G. (1989). Non Gaussian data expansion in the earth sciences. Terra Nova Vol. 1 (2), 123-134p. John Wiley & Sons Ltd.
- Leistel, J. M., Marcoux, E., Thiéblemont, D., Quesada, C., Sánchez, A., Almodóvar, G.R., Pascual, E. e Sáez, R. (1997). The volcanic-hosted massive sulphide deposits of the Iberian Pyrite Belt. Mineralium Deposita Vol. 33, 2-30p. Springer
- Matheron, G. (1971). The Theory of Regionalized Variables and Its Applications. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Vol. 5, 211p. École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Nunes, R. & Almeida, J. A. (2010). Parallelization of Sequential Gaussian, Indicator and Direct Simulation Algorithms. Computers & Geosciences, Vol. 36(8): 1042–1052p.

- Oliveira, T. & Oliveira, V. (1996). Síntese da Geologia da Faixa Piritosa, em Portugal, e das Principais Mineralizações Associadas. *Mineração no Baixo Alentejo*, Vol 2., 8-27p. Município de Castro.
- Onézime, J., Charvet, J., Faure, M., Bourdier, J. L. e Chauvet, A. (2003). A new geodynamic interpretation for the South Portuguese Zone (SW Iberia) and the Iberian Pyrite Belt genesis. *Tectonics*, Vol. 22 (4), 1-17p. Institut des Sciences de la Terre d'Orléans, Université d'Orléans, Orléans, France.
- Pohl, W. L. (2005) *Economic Geology: Principles and Practice*, Wiley Blackwell, 678 p.
- Rodrigues, A. (2013). Modelação 3D de teores de depósitos minerais condicionados por tipos de mineralização. O caso de estudo do depósito mineral do Zambujal, Minas de Neves-Corvo. Tese de Mestrado em Engenharia Geológica, Universidade Nova de Lisboa, 70p.
- Rossi, M. E. & Deutsch, C. V. (2014). *Mineral resource estimation*. Springer Science & Business Media, New York, 331p.
- Roxo, S., Almeida, J.A., Matias, F.V., Mata-Lima, H. e Barbosa, S. (2016). The use of sensory perception indicators for improving the characterization and modelling of total petroleum hydrocarbon (TPH) grade in soils. *Environmental monitoring and assessment*, Vol. 188 (3), 129p. Springer.
- Sáez, R., Pascual, E., Toscano, M. e Almodóvar G. R. (1999). The Iberian type of volcano-sedimentary massive sulphide deposits. *Mineralium Deposita*, Vol. 34, 549-570p. Springer.
- Simões, T. (2014). Modelação automática 2D de mineralizações filonianas - aplicação às Minas da Panasqueira. Tese de Mestrado em Engenharia Geológica, Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica, 58p.
- Soares, A. (1998). Sequential Indicator Simulation with correction for local probabilities. *Mathematical Geology*, Vol, 30 (6), 761-765p. Springer.
- Soares, A. (2001). Direct Sequential Simulation and Cosimulation. *Mathematical Geology*, Vol. 33 (8), 911-926p. Springer.
- Soares, A. (2006). *Geostatística para as Ciências da Terra e do Ambiente*, 232p. IST Press, Lisboa.
- Yamamoto, J. K. (1991). Comparação de métodos computacionais para avaliação de reservas: Um estudo de caso na jazida de cobre de Chapada, Go. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 175p.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Sites consultados

<http://www.almina.pt/> Almina, acesso em Julho 2017

<http://www.mun-aljustrel.pt/> Município de Aljustrel, acesso em Julho 2017

http://petrowiki.org/Geostatistical_conditional_simulation#Realizations.2C_scenarios.2C_and_the_space_of_uncertainty SPE International, acesso em Julho 2017

<http://www.agais.com/simula.htm> Prof. Luís César Silva, acesso em Julho 2017