

Vera Lúcia Pinheiro Mota

Mestre em Economia e Gestão da Inovação

Licenciada em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário



**A MATEMÁTICA NOS CURSOS PROFISSIONAIS  
COM RECURSO A TAREFAS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre no  
Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Orientador: António Manuel Dias Domingos,  
Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da  
Universidade Nova de Lisboa

**Júri:**

Presidente: Prof.<sup>a</sup> Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos

Vogal: Prof. Doutor António Manuel Dias Domingos

Arguente: Prof.<sup>a</sup> Doutora Ana Elisa Esteves Santiago

Vera Lúcia Pinheiro Mota

Mestre em Economia e Gestão da Inovação

Licenciada em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário



**A MATEMÁTICA NOS CURSOS PROFISSIONAIS  
COM RECURSO A TAREFAS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre no  
Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

**Orientador:** António Manuel Dias Domingos,  
Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia  
da Universidade Nova de Lisboa

**Júri:**

Presidente: Prof.<sup>a</sup> Doutora Maria Helena Coutinho Gomes Almeida Santos

Vogal: Prof. Doutor António Manuel Dias Domingos

Arguente: Prof.<sup>a</sup> Doutora Ana Elisa Esteves Santiago

Copyright ©

VERA LÚCIA PINHEIRO MOTA  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade Nova de Lisboa

Autorizo os direitos de copyright da presente dissertação de mestrado “A matemática nos cursos profissionais com recurso a tarefas de educação financeira”.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Doutor António Manuel Dias Domingos, meu orientador.  
Por ter sido incansável no apoio prestado.  
Obrigada.

Ao meu pai e à minha amiga Maria.  
Por estarem sempre presentes, apesar da distância.  
Saudades.

## RESUMO

Este estudo pretende analisar o desempenho de um grupo de alunos na aplicação de conceitos matemáticos a tarefas contextualizadas no âmbito da educação financeira. Visa, ainda, refletir sobre a introdução do estudo da estatística, no mesmo âmbito e, também, caracterizar o nível de literacia financeira dos alunos. O estudo realizou-se na disciplina de matemática, com uma turma do 10º ano do ensino profissional de nível secundário. No enquadramento teórico, é feita uma abordagem ao contributo da educação financeira para a inclusão social. É descrito o que tem vindo a ser feito no sentido da sua promoção em Portugal, em particular, no sistema de ensino. Identificam-se estudos que reconhecem a importância do pensamento matemático para o bom comportamento dos cidadãos a nível financeiro. No âmbito da matemática, é apresentada uma abordagem do conceito de percentagem e uma perspetiva didática para o estudo da estatística. A metodologia de investigação é de natureza qualitativa e interpretativa. A recolha de dados baseia-se na observação direta do trabalho desenvolvido pelos alunos, nos diálogos e discussões em sala de aula registados em diário de bordo e nas produções escritas dos alunos. A investigadora assumiu o papel de observadora participante, assim como a titularidade da turma enquanto professora de matemática. Para este estudo, formularam-se as questões: (i) Como se caracteriza a destreza dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos, enquadrados em temas da educação financeira? (ii) Como se caracteriza a aprendizagem de conceitos da estatística, integrados em temas da educação financeira? (iii) Como se caracteriza a literacia financeira dos alunos?

Os resultados do estudo revelaram lacunas na aplicação e compreensão de conceitos matemáticos. A introdução do estudo da estatística aplicada a situações de natureza financeira gerou níveis de envolvimento, empenho e motivação significativos. Os alunos revelaram poucos conhecimentos de natureza financeira, contudo, registaram-se níveis significativos de envolvimento na construção do saber.

As conclusões apontam, sobretudo, para o forte potencial de a educação financeira constituir pano de fundo para a educação matemática, dando contexto e significado a conceitos matemáticos abstratos.

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Estatística; Situações de Aprendizagem; Matemática.

## **ABSTRACT**

This study aims to analyze the performance of a group of students in the application of mathematical concepts to tasks in the scope of financial education. It is also intended to reflect on the introduction of the study of statistics in the same scope and also characterize the level of financial literacy of students. The study was carried out in the subject of mathematics, with a group of the 10th year of vocational secondary education. In the theoretical framework, an approach is made to the contribution of financial education to social inclusion. It is described what has been done in the direction of its promotion in Portugal, in particular, in the education system. We identify studies that recognize the importance of mathematical thinking for the good behavior of citizens in financial terms. In the scope of mathematics, an approach of the concept of percentage and a didactic perspective for the study of statistics is presented. The research methodology is qualitative and interpretive. Data collection is based on the direct observation of the work realized by the students, in the dialogues and discussions in the classroom recorded in the logbook and in the written productions of the students. The researcher assumed the role of participant observer, as well as the title of the class as a mathematics teacher. For this study, the following questions were formulated: (i) How is the student's ability to apply mathematical concepts framed in financial education themes characterized? (ii) How is defined the learning of statistical concepts, integrated in financial education subjects? (iii) How is the financial literacy of students characterized? The results of the study reveal gaps in the application and understanding of mathematical concepts. The introduction of the study of statistics applied to situations of a financial nature increased knowledge, having generated involvement, commitment and motivation. The students revealed little knowledge of a financial nature, however, there were significant levels of involvement in the construction of knowledge.

The conclusions point, above all, to the strong potential of financial education as a background for mathematics education, giving context and meaning to abstract mathematical concepts.

**Keywords:** Financial Education; Statistics; Learning Scenarios; Mathematics.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	III
RESUMO .....	IV
ABSTRACT .....	V
ÍNDICE .....	VI
ÍNDICE DE FIGURAS .....	VIII
ÍNDICE DE TABELAS .....	VIII
ÍNDICE DE GRÁFICOS .....	VIII
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	IX
CAPÍTULO 1 .....	1
1.1. INTRODUÇÃO.....	1
1.2. OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO .....	3
1.3. ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO .....	4
CAPÍTULO 2 .....	5
2.1 ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	5
2.1.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA E INCLUSÃO SOCIAL.....	5
2.1.2 A IMPLEMENTAÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM PORTUGAL .....	7
2.1.3 TAREFAS MATEMÁTICAS E SUA COMPREENSÃO .....	10
2.1.4 ANÁLISE DO ERRO EM SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM.....	11
2.1.5 A PERCENTAGEM NA SUA DIMENSÃO CONCEPTUAL E SOCIAL.....	12
2.1.6 DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA.....	13
CAPÍTULO 3 .....	15
3.1 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO .....	15
3.2 PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO .....	16
3.3 OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO .....	17
3.4 CONTEXTO EDUCATIVO .....	18
3.5 RECURSOS A UTILIZAR .....	19
CAPÍTULO 4 .....	21
4.1 RESULTADOS DO ESTUDO.....	21
4.2 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DOS ALUNOS NA PRIMEIRA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM .....	21
4.2.1 Análise da resposta e do processo de resolução da Isabel.....	24
4.2.2 Análise da resposta e do processo de resolução do João.....	26
4.2.3 Análise da resposta e do processo de resolução do Pedro.....	27
4.2.4 Análise da resposta e do processo de resolução do Nuno.....	27
4.2.5 Análise da resposta e do processo de resolução do Diogo.....	28
4.2.6 Análise da resposta e do processo de resolução do André.....	29
4.2.7 Análise da resposta e do processo de resolução do Ricardo.....	29
4.2.8 Análise da resposta e do processo de resolução do Cláudio.....	30
4.2.9 Análise da resposta e do processo de resolução do Miguel.....	31
4.2.10 Análise da resposta e do processo de resolução do Paulo.....	31
4.2.11 Análise da resposta e do processo de resolução do Fábio.....	32
4.2.12 Análise da resposta e do processo de resolução do Henrique.....	33
4.2.13 SÍNTESE.....	34

4.3 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DOS ALUNOS NA 2ª SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM .....	35
4.3.1 Análise da resposta e do processo de resolução da Isabel.....	37
4.3.2 Análise da resposta e do processo de resolução do João.....	38
4.3.3 Análise da resposta e do processo de resolução do Nuno. ....	39
4.3.4 Análise da resposta e do processo de resolução do Pedro.....	39
4.3.5 Análise da resposta e do processo de resolução do Diogo. ....	40
4.3.6 Análise da resposta e do processo de resolução do André.....	41
4.3.7 Análise da resposta e do processo de resolução do Ricardo.....	42
4.3.8 Análise da resposta e do processo de resolução do Miguel.....	42
4.3.9 Análise da resposta e do processo de resolução do Paulo. ....	43
4.3.10 Análise da resposta e do processo de resolução do Henrique. ....	44
4.3.11 SÍNTESE.....	44
4.4 ANÁLISE DA 3ª SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM .....	45
4.4.1 Atividade proposta .....	45
4.4.2 Construção de gráficos em Excel .....	51
4.4.3 SÍNTESE.....	55
5. CONCLUSÃO .....	57
LIMITAÇÕES DO ESTUDO .....	59
RECOMENDAÇÕES PARA FUTURA PESQUISA.....	60
BIBLIOGRAFIA.....	61
LEGISLAÇÃO CONSULTADA.....	65
WEBGRAFIA .....	66
ANEXO.....	67
Literacia Financeira e Finanças Pessoais .....	67



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Implementação da educação financeira em ambiente escolar. Produção de autor.....	3
Figura 1.2. Resolução da Isabel na 1ª situação de aprendizagem.....	24
Figura 1.3. Resolução do João na 1ª situação de aprendizagem.....	26
Figura 1.4. Resolução do Pedro na 1ª situação de aprendizagem.....	27
Figura 1.5. Resolução do Nuno na 1ª situação de aprendizagem. ....	28
Figura 1.6. Resposta do Diogo na 1ª situação de aprendizagem. ....	28
Figura 1.7. Resolução do André na 1ª situação de aprendizagem. ....	29
Figura 1.8. Resolução do Ricardo na 1ª situação de aprendizagem. ....	29
Figura 1.9. Resolução do Cláudio na 1ª situação de aprendizagem. ....	30
Figura 1.10. Resolução do Miguel na 1ª situação de aprendizagem. ....	31
Figura 1.11. Resolução do Paulo na 1ª situação de aprendizagem.....	31
Figura 1.12. Resolução do Fábio na 1ª situação de aprendizagem.....	32
Figura 1.13. Resolução do Henrique na 1ª situação de aprendizagem. ....	33
Figura 1.14. Resolução da Isabel na 2ª situação de aprendizagem.....	37
Figura 1.15. Resolução do João na 2ª situação de aprendizagem.....	38
Figura 1.16. Resolução do Nuno na 2ª situação de aprendizagem. ....	39
Figura 1.17. Resolução do Pedro na 2ª situação de aprendizagem.....	39
Figura 1.18. Resolução do Diogo na 2ª situação de aprendizagem.....	40
Figura 1.19. Resolução do André na 2ª situação de aprendizagem. ....	41
Figura 1.20. Resolução do Ricardo na 2ª situação de aprendizagem. ....	42
Figura 1.21. Resolução do Miguel na 2ª situação de aprendizagem. ....	42
Figura 1.22. Resolução do Paulo na 2ª situação de aprendizagem.....	43
Figura 1.23. Resolução do Henrique na 2ª situação de aprendizagem. ....	44

## ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 1.</b> Respostas dos alunos à questão proposta na 1ª situação de aprendizagem.....	23
<b>Tabela 2.</b> Respostas dos alunos à questão proposta na 2ª situação de aprendizagem.....	37
<b>Tabela 3.</b> Enquadramento do questionário no Referencial de Educação Financeira. ....	47
<b>Tabela 4.</b> Tabela elaborada em Excel pela Isabel e pelo Nuno. ....	48

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Elaborado pelo Nuno e pelo Henrique. ....	52
Gráfico 2. Elaborado pelo André e pelo Diogo. ....	53
Gráfico 3. Elaborado pela Isabel e pelo João. ....	54

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**ANQEP** - Agência Nacional para a Qualificação e o Ensino Profissional.

**BdP** - Banco de Portugal.

**CNSF** - Conselho Nacional de Supervisores Financeiros.

**CMVM** - Comissão de Mercados de Valores Mobiliários.

**DGE** - Direção Geral de Educação.

**DGFV** - Direção-Geral de Formação Vocacional (Programa de matemática)

**INFE** - International Network for Financial Education.

**LBSE** - Lei de Bases do Sistema Educativo.

**MEC** - Ministério da Educação e Ciência.

**NCTM** - National Council of Teachers of Mathematics.

**OCDE** - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico.

**PNFF** - Plano Nacional de Formação Financeira.

**PMEB** – Programa de Matemática do Ensino Básico

**REF** - Referencial de Educação Financeira.

## CAPÍTULO 1

### 1.1. INTRODUÇÃO

Ensinar é continuar a aprender.  
Maria João Reynaud

A nível internacional, a educação financeira é, ainda, um tema recente. Tendo em conta que o mundo atual se caracteriza por mudanças rápidas e constantes a nível social, político e económico, torna-se imperativo dotar os cidadãos de conhecimentos e competências que lhes permitam adquirir um comportamento financeiro responsável e salutar.

Nos países onde foram realizados inquéritos de literacia financeira junto da população, os resultados evidenciaram a necessidade de intervir neste âmbito. A este propósito, as autoridades de regulação e os bancos centrais têm-se empenhado na criação de planos nacionais de formação financeira. A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), de cariz internacional e constituída por 34 países membros, entre os quais Portugal, lançou, em 2002, o seu programa internacional de formação financeira. Reconhece a necessidade de os decisores políticos e de outros intervenientes cumprirem o objetivo de melhorar a formação das populações neste campo. Este programa realizou-se através da *International Network on Financial Education* (INFE) cuja rede foi criada, em 2008, pela OCDE, com o objetivo de promover princípios e boas práticas no âmbito da formação financeira. Funciona como plataforma de recolha de dados sobre literacia financeira, elabora relatórios analíticos e comparativos e desenvolve investigação e instrumentos de política. Fazem parte desta rede entidades reguladoras, bancos centrais, ministérios das finanças e agências de educação financeira de países membros e não membros da OCDE. No caso de Portugal, são membros da INFE o Banco de Portugal (BdP) e a Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões. A OCDE e a INFE tornaram-se líderes internacionais na definição de princípios orientadores e recomendações sobre formação financeira. Têm promovido a partilha de experiências de educação financeira entre os vários países, divulgando as boas práticas e promovido a reflexão sobre temas associados à literacia financeira. Nas estratégias de educação financeira de vários países, entre eles, Portugal, encontram-se elementos comuns, tais como: os objetivos gerais; os conteúdos prioritários; as entidades públicas e privadas envolvidas e a divulgação da estratégia adotada junto da população. O público-alvo é constituído pelos estudantes do ensino básico e secundário; os estudantes universitários; os trabalhadores; os grupos vulneráveis e a população em geral. Para o presente estudo interessa-nos a implementação da educação financeira em Portugal, mais concretamente, no sistema de ensino.

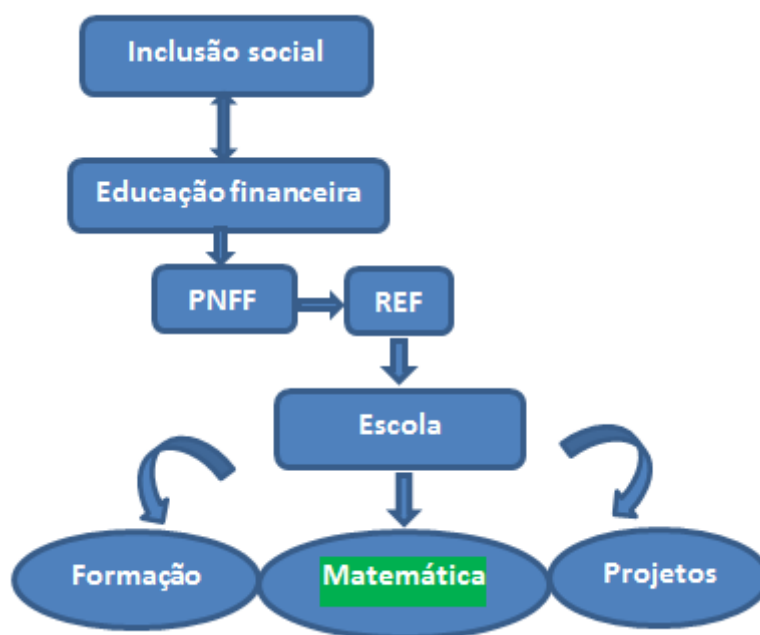
Em 2011, foi criado em Portugal o Plano Nacional de Formação Financeira (PNFF) pelo Conselho Nacional de Supervisores Financeiros<sup>1</sup> (CNSF) e definidas linhas de orientação para o período 2011-2015. O plano previa uma ação perante os vários segmentos da população, tendo em conta as necessidades e especificidades de cada um dos segmentos. Para além de outras vias, o plano referia-se à escola como um local privilegiado para a promoção da educação financeira. A OCDE (2005b) reconhece que esta deve começar, desde cedo, nas escolas. O CNSF, juntamente com o Ministério da Educação e Ciência (MEC), publicaram, em julho de 2013, um documento intitulado “Referencial de Educação Financeira” (REF) que aponta para uma variedade de formas da sua implementação nas escolas. Refere-se à possibilidade de ser integrada em disciplinas já existentes; como disciplina autónoma; em atividades extracurriculares ou nos currículos obrigatórios. O documento salienta, ainda, que as práticas internacionais apontam para a utilização dos recursos já existentes, introduzindo conteúdos obrigatórios em disciplinas como a matemática ou a educação cívica. No referencial apresentam-se os objetivos e os conteúdos que devem ser lecionados em cada nível de ensino. Estudos relevantes, apresentados na revisão de literatura, apontam evidências entre níveis mais elevados de literacia matemática e o bom comportamento financeiro. Assim sendo, a aula de matemática surge, nesta área, como um dos possíveis palcos de atuação.

Esta investigação tem por base um estudo qualitativo, de natureza interpretativa. Debruça-se sobre uma experiência realizada na disciplina de matemática com alunos de uma turma do 10º ano, do ensino profissional de nível secundário, do curso Técnico de Gestão Desportiva. Constituem objeto de estudo três situações de aprendizagem. Pretende-se refletir sobre o desempenho dos alunos na aplicação da matemática, enquadrada em contextos de natureza financeira. Visa, também, caracterizar a aprendizagem de conteúdos de estatística, inseridos em temas da educação financeira, assim como as aprendizagens no âmbito da literacia financeira. A aula de matemática, para além de estar centrada na aprendizagem desta disciplina, poderá dar o seu contributo para educar financeiramente os alunos, quer pelo tratamento de temas previstos no REF, quer aumentando os níveis de literacia matemática dos alunos e, conseqüentemente, melhorar o modo como poderão vir a lidar com as suas vidas financeiras. Em conclusão, a educação financeira poderá servir de pano de fundo para a aprendizagem da matemática, beneficiando ambas as áreas do saber.

---

<sup>1</sup> O Plano Nacional de Formação Financeira (PNFF) foi elaborado por um grupo de trabalho criado para o efeito pelo Conselho Nacional de Supervisores Financeiros (CNSF), com representantes dos três reguladores financeiros: o Banco de Portugal (BdP), a Comissão do Mercado de Valores Mobiliários (CMVM) e Instituto de Seguros de Portugal (ISP).

A figura que se segue sintetiza, portanto, o contexto em que este estudo se insere.



**Figura 1.1.** Implementação da educação financeira em ambiente escolar. Produção de autor.

A escola, no âmbito da disciplina de formação cívica, do desenvolvimento de projetos extracurriculares e da disciplina de matemática, poderá dar o seu contributo para a formação dos cidadãos no âmbito das questões de natureza financeira. Neste sentido, a aula de matemática contribui para a inclusão social, através da aplicação da matemática a temas previstos no referencial de educação financeira. O desafio centra-se, portanto, na forma como ambas as áreas do saber se podem articular de modo a que possam beneficiar desta nova proposta de abordagem em contexto escolar.

## 1.2. OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

A investigação centra-se no estudo da estatística, enquadrada em temas da educação financeira. Para tal, pretende-se analisar o desempenho dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos que constituem pré-requisitos para o estudo da estatística; refletir sobre a estratégia de aprendizagem da estatística através de temas previstos no referencial de educação financeira e caracterizar o nível de literacia financeira dos alunos. Para atingir estes objetivos, propõe-se discutir as seguintes questões:

- (i) Como se caracteriza a destreza dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos, enquadrados em temas da educação financeira?
- (ii) Como se caracteriza a aprendizagem de conceitos da estatística, integrados em temas da educação financeira?
- (iii) Como se caracteriza a literacia financeira dos alunos?

### **1.3. ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO**

Este estudo está organizado em cinco capítulos. O primeiro diz respeito à introdução. Segue-se o capítulo dois, onde é feito o enquadramento teórico que o sustenta. Começa por ser apresentada uma perspetiva da educação financeira, enquanto agente de inclusão social

Seguem-se os passos que têm vindo a ser dados, no sentido de implementar um plano nacional de educação financeira em Portugal, com especial destaque no contexto escolar. Fundamenta-se, através de estudos, a relação existente entre os níveis de literacia matemática e a tendência para a tomada de melhores decisões de natureza financeira. Neste sentido, é apresentada uma perspetiva da didática da matemática, tendo como pano de fundo conteúdos previstos no REF. Em termos de conceitos matemáticos, destaca-se o de percentagem, pelo seu carácter transversal no currículo da matemática e pela sua relevância em termos de aplicações práticas, em particular, em contextos financeiros.

A revisão da literatura termina com a apresentação de uma perspetiva da didática da estatística, sendo um dos temas explorados, neste estudo, numa das situações de aprendizagem.

O capítulo três diz respeito à metodologia de investigação utilizada neste estudo, o problema, os objetivos e a questão da investigação. Apresenta o contexto educativo do estudo, bem como os recursos utilizados.

No capítulo quatro, são analisados e interpretados os resultados obtidos nas três situações de aprendizagem.

No capítulo cinco, encontra-se a conclusão geral do estudo. Seguem-se as limitações encontradas na realização do trabalho de investigação, assim como propostas para investigação futura.

## CAPÍTULO 2

### **2.1 ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

#### **2.1.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA E INCLUSÃO SOCIAL**

O sistema educativo organiza-se de forma a contribuir para a realização do educando, através do pleno desenvolvimento da personalidade, da formação do carácter e da cidadania.  
In Lei de Bases do Sistema Educativo, artigo 3º, alínea b)

A escola deverá criar mecanismos de aprendizagem para que os alunos adquiram todas as competências, no saber, no ser e no saber fazer, para facilitarem a sua integração plena na sociedade. Assim sendo, educar visa o desenvolvimento integral do indivíduo e, por conseguinte, a escola surge como uma instituição social que tem como objetivo preparar cidadãos para cooperar, defender, transformar e desenvolver a sociedade a que pertencem (Lopes, 1997). O sistema de ensino deverá dar a cada um os meios para que, de acordo com as suas potencialidades, alcance a capacidade de adaptação, a lucidez (Ambrósio, 1981). A escola surge, portanto, como um local de promoção da educação para a cidadania, assumindo-se como um agente de inclusão social.

De acordo com Roldão (1999) é através da instrução, do acesso à cultura letrada, da disciplina e hierarquização de funções, do ensino explícito e implícito de valores, e de muitos outros modos, que a escola forma para a inserção na sociedade.

A Direção Geral de Educação <sup>2</sup> definiu, em 2013, as linhas orientadoras da educação para a cidadania. Refere que, enquanto processo educativo, visa contribuir para a formação de pessoas responsáveis, autónomas e solidárias, que conhecem e exercem os seus direitos e deveres em diálogo e no respeito pelos outros, com espírito democrático, pluralista, crítico e criativo. Afirma, ainda, que na escola se refletem preocupações transversais à sociedade, que envolvem diferentes dimensões da educação para a cidadania, tais como: educação para os direitos humanos, educação ambiental e desenvolvimento sustentável, educação rodoviária, educação do consumidor, educação para o empreendedorismo, educação para a igualdade de género, educação intercultural, educação para o desenvolvimento, educação para a defesa e segurança, educação para a paz, voluntariado, educação para os media, dimensão europeia da educação, educação para a saúde e sexualidade e, também, educação financeira. De acordo com os princípios orientadores consagrados no Decreto-Lei nº 139/2012, de 5 de julho, a educação financeira é, portanto, um dos domínios da educação para a cidadania. Os educadores acreditam que a educação financeira melhora os níveis de literacia financeira e a segurança económica das famílias (Garman et al., 1999). Pretende-se, assim, que os cidadãos sejam capazes de adotar um

---

<sup>2</sup> <http://www.dge.mec.pt/educacao-para-cidadania-linhas-orientadoras-0>, acedido em 28 de junho de 2016.

comportamento financeiro que promova o seu bem-estar e a sua autonomia. Neste sentido, constitui uma das formas de inclusão social.

Neste ponto, procuraremos definir literacia financeira e educação financeira. São diversas as definições apresentadas por diferentes autores, mais ou menos equivalentes. Antes de mais, literacia é a detenção de conhecimentos e competências básicas e a educação é o meio para lá chegar (McCormick, 2009).

De acordo com Schagen (1997), a literacia financeira é a capacidade de fazer julgamentos informados e tomar decisões concretas, tendo em vista a gestão do dinheiro. Segundo Moore (2003), trata-se da competência e aptidão para utilizar os conhecimentos adquiridos na área financeira. Em termos gerais, a literacia financeira pode ser entendida como a capacidade de tomar decisões informadas do ponto de vista financeiro.

Desde 2003 que a OCDE se tem debruçado sobre esta temática. Esta entidade refere-se à literacia financeira como sendo a combinação entre consciência, conhecimento, habilidade, atitude e comportamento, necessários para tomar decisões financeiras consistentes e alcançar o almejado bem-estar financeiro individual (OCDE, 2005a).

Autores como Parrish e Servon (2006) definem literacia financeira pessoal como a capacidade de ler, analisar, gerir e escrever acerca das condições financeiras pessoais que afetam o bem-estar material. Inclui a capacidade de discutir sobre dinheiro e questões financeiras sem (ou apesar do) desconforto, fazer planos para o futuro e responder, de forma competente, aos acontecimentos da vida que afetam diariamente as decisões financeiras. De uma forma mais sucinta e, no mesmo sentido, Orton (2007) define literacia financeira como sendo os conhecimentos específicos relacionados com assuntos monetários, económicos ou financeiros, assim como as decisões que o indivíduo é capaz de tomar sobre esses assuntos.

No que diz respeito à educação financeira, a OCDE (2006) definiu-a como:

o processo pelo qual os consumidores melhoram a sua compreensão acerca dos conceitos e produtos financeiros e desenvolvem capacidades e confiança para tomar consciência dos riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas conscientes, saber onde procurar ajuda e adotar medidas eficazes para melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro.

A mesma organização defende que a educação financeira deve começar na escola e que as pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível (OCDE, 2005b).

Segundo McCormick (2009), a educação financeira para as crianças deve ser prescritiva, preventiva e deverá ocorrer em grande escala. Segundo Saito (2008), pode ser entendida como um processo de transmissão de conhecimento que permite o aprimoramento da capacidade financeira dos indivíduos, de modo a que estes possam tomar decisões fundamentadas e seguras, integrando-se melhor na sociedade, com uma postura pró-ativa na busca do seu bem-estar.



Para Mundy (2008), a educação financeira tem como objetivo levar as pessoas a fazer uma boa gestão do seu dinheiro ao longo das suas vidas. Assim, ela deve abranger conhecimentos, atitudes e comportamentos. A DGE<sup>3</sup> refere que permite aos jovens a aquisição e desenvolvimento de conhecimentos e capacidades fundamentais para as decisões que, no futuro, terão que tomar sobre as suas finanças pessoais.

## 2.1.2 A IMPLEMENTAÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM PORTUGAL

A atualidade internacional, em particular, a europeia, caracteriza-se por um cenário de crise financeira e incerteza perante o futuro, o que se reflete no modo de vida dos cidadãos. Tal facto justifica a necessidade de os munir de formação adequada que lhes permita lidar melhor com as situações de natureza financeira com que se vão deparando ao longo das suas vidas.

Em 2005, a OCDE publicou dois documentos com o intuito de fornecer linhas orientadoras de atuação ao nível da educação financeira aos seus 34 países membros, incluindo Portugal. Os documentos, *“Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies e Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness”* argumentam a necessidade de educar financeiramente os cidadãos. Referem os baixos níveis de literacia financeira encontrados nas populações, onde foram aplicados inquéritos com o objetivo de testar esses mesmos níveis e também alertam para a complexidade dos produtos financeiros existentes na atualidade. Alegam que, compreendendo melhor estes produtos, os cidadãos poderão tomar decisões mais fundamentadas e seguras.

Para além da OCDE, esta questão também está na agenda das entidades não-governamentais de vários países, tais como bancos centrais, supervisores financeiros e ministérios da educação. Constituem, portanto, agentes de educação financeira as instituições financeiras e reguladoras, o Estado, o sistema de ensino, as famílias e até as empresas. No caso português, o Banco de Portugal assumiu, desde 2008, um papel relevante na sua promoção. Em 2010, levou a cabo um inquérito<sup>4</sup> à população portuguesa, estruturado de modo a obter resultados que permitissem conhecer atitudes e comportamentos financeiros, assim como o seu nível de compreensão sobre esta matéria. Tratou-se de um importante meio de diagnóstico do grau de literacia financeira da população e um primeiro passo indispensável para a definição de prioridades neste âmbito. As questões colocadas aos entrevistados incidiram sobre um vasto conjunto de temas, a saber: poupança e planeamento de despesas, gestão da conta bancária,

---

<sup>3</sup> <http://www.dge.mec.pt/educacao-para-cidadania-linhas-orientadoras-0>, acedido em 28 de junho de 2016.

<sup>4</sup> <http://cliente bancario.bportugal.pt/>, acedido a 28 de junho de 2016.

inclusão financeira, escolha de produtos bancários e conhecimento das fontes de informação e compreensão financeira. No que diz respeito à população em geral, os resultados revelaram a necessidade de sensibilizar para a importância da poupança. Verificaram-se lacunas relevantes relativamente à avaliação de produtos financeiros e serviços financeiros bancários. O nível de compreensão da informação financeira revelou-se insuficiente, mesmo de conceitos básicos indispensáveis para a tomada de decisões financeiras ao passo que o nível de compreensão dos entrevistados, segundo os dados obtidos no inquérito, é, em geral, adequado, quer na importância atribuída ao planeamento do orçamento familiar quer perante o consumo. No entanto, não tem uma correspondência direta na maioria dos comportamentos adotados, nomeadamente na acumulação de poupança e na adequada avaliação e comparação das características dos produtos bancários antes da sua aquisição. Segundo o BdP, em Portugal, verificam-se níveis significativos de endividamento das famílias. Para tal, contribuiu o acesso fácil ao crédito, tendo em conta a pouca capacidade para lhe fazer face. O forte apelo ao consumo de produtos em geral e, em particular, de produtos financeiros cada vez mais complexos, contribuiu para aumentar ainda mais a exposição ao risco. Um cenário de crise requer o acautelar dos cidadãos perante situações imprevisíveis, através da criação de uma poupança ou de um fundo de emergência para colmatar ou minimizar situações inesperadas, por exemplo, uma situação de desemprego, doença ou um aumento dos juros de um empréstimo.

Tendo em conta os aspetos acima referidos, justifica-se, também, a necessidade de Portugal investir na formação financeira dos cidadãos. Em 2011, foi criado o Plano Nacional de Formação Financeira (PNFF) pelo Conselho Nacional de Supervisores Financeiros (CNSF) que integra representantes dos três reguladores financeiros: o Banco de Portugal (BdP), a Comissão de Mercados de Valores Mobiliários (CMVM) e o Instituto de Seguros de Portugal (ISP). O PNFF foi executado no período 2011-2015 e visava o enquadramento, a dinamização e a difusão de projetos de formação financeira. Em termos de público-alvo, abrangeu a população em geral, grupos vulneráveis, trabalhadores, estudantes universitários e estudantes do ensino básico e secundário. Do PNFF consta a introdução da educação financeira nas escolas, considerada prioritária, uma área nuclear a desenvolver no âmbito da educação para a cidadania. Neste sentido, foi estabelecida uma parceria com o Ministério da Educação e Ciência (MEC), representado pela Direção Geral de Educação (DGE) e a Agência Nacional para a Qualificação e o Ensino Profissional (ANQEP) de onde resultou, em 2013, a criação de um Referencial de Educação Financeira, com o firme propósito de:

Contribuir para elevar o nível de conhecimentos financeiros da população e promover a adoção de comportamentos financeiros adequados, prevenindo-se o início da educação financeira nas escolas desde a educação pré- escolar até ao ensino superior, com conteúdos adaptados aos vários públicos e níveis de escolaridade” (REF, p.6).

O referencial define as linhas orientadoras que deverão ser adaptadas na criação da autonomia de cada estabelecimento de ensino. Os seus descritores contemplam um conjunto de conhecimentos, capacidades, atitudes, valores e comportamentos, no âmbito da educação financeira. Apresenta uma proposta da sua abordagem para cada nível de ensino, temas, subtemas, objetivos e descritores de desempenho. No referencial, justifica-se a pertinência da sua intervenção junto da população jovem:

A aprendizagem por crianças e jovens de tópicos relacionados com o dinheiro e finanças pessoais, e o consequente desenvolvimento de capacidades técnicas comportamentais, contribui para uma atuação esclarecida no presente e acautela, no futuro, problemas de natureza financeira ou afins (REF, p.5)

No âmbito do PNFF foi criado um portal de formação financeira na web, com o nome “TODOS CONTAM<sup>5</sup>,” onde é disponibilizada informação e ferramentas úteis para a gestão de finanças pessoais e apresentada informação de apoio às decisões financeiras inerentes a diferentes etapas da vida. Funciona, também, como plataforma de divulgação das iniciativas, projetos e materiais de formação financeira desenvolvidos pelos supervisores financeiros e pelas várias entidades que participam no plano. Tendo em conta esta perspetiva de implementação da educação financeira nas escolas, coloca-se a questão: como é que esta deve ser feita? A este propósito, o PNFF apresenta algumas possibilidades:

Existem várias formas de implementar a formação financeira nas escolas: como disciplina autónoma ou em disciplinas já existentes; nos currículos obrigatórios ou em atividades extracurriculares. Em relação a estes aspetos, as práticas internacionais apontam para a introdução de conteúdos obrigatórios em disciplinas já existentes, como a matemática ou a educação cívica. Esta solução não exige a criação de disciplinas adicionais, utilizando os recursos já existentes (PNFF, p. 13).

Tal como já fora referido, o presente trabalho de investigação assenta na perspetiva de introduzir a questão da educação financeira na aula de matemática. A literacia matemática, segundo a OCDE (1999), define-se como sendo a capacidade que cada indivíduo possui para identificar e compreender o papel da matemática no seu mundo, de modo a que consiga realizar juízos matemáticos bem fundamentados e participar na matemática, procurando responder aos desafios e necessidades que possam aparecer ao longo da sua vida, tornando-se um cidadão reflexivo. A educação matemática pode ter um papel sociopolítico, no sentido de educar os alunos numa postura crítica, pró-ativa, evitando uma cultura de submissão, desprovida de espírito crítico.

---

<sup>5</sup> <http://www.todoscontam.pt/>. Acesso em: 20 de junho, 2016.

Os resultados de pesquisas sobre educação financeira nas escolas do ensino médio nos EUA enfatizaram a ideia de que o pensamento matemático ajuda na tomada de decisões financeiras (Walstad, Rebeck, & MacDonald, 2010). O *Council for Economic Education: The National Standards for Financial Literacy* (2013) refere que os investigadores concluíram que o bom comportamento financeiro pode ser ensinado na escola não através de cursos de finanças pessoais, mas através de formações adicionais em matemática. Os resultados mostraram que os cursos de finanças pessoais não revelaram a eficácia desejada. Contudo, foram encontradas evidências entre um maior nível de literacia matemática e melhores resultados em termos de comportamento financeiro. É importante referir, a este respeito, que três investigadores de Harward, Shawn Cole, Anna Paulson e Gauri Kartini Shastry (2014) revelaram, através de um estudo, existir uma relação positiva entre os níveis de literacia matemática e o bom comportamento financeiro. É com base nos resultados destas investigações que o presente trabalho de investigação é sustentado.

Assim sendo, a educação matemática surge como uma ferramenta importante para a educação financeira e, por outro lado, a educação financeira, ao dar significado e um carácter prático à matemática, poderá beneficiar a sua aprendizagem.

### **2.1.3 TAREFAS MATEMÁTICAS E SUA COMPREENSÃO**

Existem vários tipos de tarefas na matemática, umas mais direcionadas para a memória e treino e outras para processos mais complexos de pensamento. Segundo Ponte (2005) existem quatro tipos de tarefas: os exercícios (tarefa fechada de desafio reduzido), os problemas (tarefa fechada de desafio elevado), a exploração (tarefa aberta de desafio reduzido) e a investigação (tarefa aberta de desafio elevado). Referindo-se aos vários tipos de problemas matemáticos, Vale & Pimentel (2004), categorizam-nos em problemas de cálculo, de processo e abertos. Os problemas abertos ou investigações possuem mais do que um processo de resolução e as explorações englobam a procura de regularidades e a formulação de conjecturas e apelam ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão. Os problemas de processo resolvem-se através da seleção da(s) operação(ões) apropriada(s) e inserem-se num contexto mais complexo, necessitam de um maior esforço para compreender a matemática. Requerem persistência, pensamento flexível e organização. O sucesso na resolução destes problemas depende da capacidade de cada indivíduo compreender e identificar a estrutura matemática do problema. Os mesmos autores fazem uma descrição mais concreta dos problemas de cálculo. São os que, nos manuais escolares, normalmente aparecem no fim de um tema. Têm algumas potencialidades, ao proporcionar aos alunos a oportunidade de aplicar conceitos previamente aprendidos, desenvolvendo a destreza na sua aplicação. No entanto, o risco de lhes propor exclusivamente estes problemas pode desencadear leituras demasiado rápidas, análises superficiais ou respostas sem qualquernexo (Boavida *et al.*, 2008). A natureza das tarefas matemáticas

foi, também, objeto de estudo de Skovsmose (2001), que as distingue em duas grandes categorias: os “exercícios” e os “cenários para investigação”. Esta distinção prende-se com o facto de o aluno conhecer ou não um processo imediato de resolução e com a complexidade das tarefas. O mesmo autor apresenta, também, uma outra dimensão, relacionada com o contexto, onde identifica situações “reais”, “semirreais” e “matemáticas”. Este autor entende que as situações reais surgem diretamente do dia a dia do aluno; as questões e atividades matemáticas fazem referência apenas à matemática e as questões semirreais, não existem na vida quotidiana, mas são construídas com fins educativos. O contexto em que se inserem as tarefas propostas apresenta-se como um suporte para a aprendizagem da matemática. O contexto das tarefas assume um papel especial, segundo a corrente da “educação matemática realística”, que teve início em estudos realizados por Freudenthal (1973). Esta perspetiva entende que as situações que são ponto de partida para a aprendizagem da matemática devem fazer parte da realidade. Parte-se de uma situação contextualizada na realidade, expressa no enunciado do problema, traduz-se essa situação numa representação matemática, resolve-se, e procura-se interpretar o resultado à luz da situação de partida.

O autor Palm (2009) propõe a criação de um contexto favorável à aprendizagem, que favoreça a interação entre os alunos, tendo o professor como função orientar as aprendizagens. Sugere, ainda, que o contexto deverá ser rico em materiais e tecnologias, que proporcione aos alunos um ambiente favorável para emitir opiniões e apresentar argumentos.

No que diz respeito ao modo de apreensão dos conteúdos, Skemp (1978) refere que existem dois tipos de compreensão, designadamente a instrumental e a relacional. A primeira caracteriza-se pelo “saber como, sem saber porquê” e tem como objetivo encontrar uma regra que permita dar uma resposta satisfatória a um determinado problema. Portanto, a compreensão instrumental visa a aquisição de regras e métodos, bem como a capacidade de fazer uso delas na resolução de problemas. Por outro lado, a compreensão relacional baseia-se em princípios com uma aplicação mais geral, assente no princípio de saber como e saber porquê. Permite saber qual o método que funciona, relacioná-lo com o problema e adaptá-lo à resolução de outros problemas.

#### **2.1.4 ANÁLISE DO ERRO EM SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM**

O erro pode ser visto como objeto de conhecimento por permitir a exploração das dificuldades dos alunos de modo a superá-las. Segundo Cury (2007), a análise do erro poderá constituir uma metodologia de ensino se tiver como intuito fazer com que os alunos questionem os seus próprios resultados. A autora utiliza mesmo a expressão “aproveitamento didático do erro”. Interessa-se pelo tema e apresenta uma obra intitulada “Análise de erros: O que podemos aprender com as respostas dos alunos”, baseando-se na ideia de que o erro se constitui como forma de conhecimento. Segundo esta perspetiva, o erro assume-se como objeto de investigação em sala de aula.

A este propósito, Borasi (1985) refere que o erro, além de metodologia de pesquisa, poderá constituir uma metodologia de ensino, um “trampolim” para a aprendizagem. De acordo com Barichello (2008), o erro é uma parte de um produto final que não está de acordo com aquilo que se esperava que o aluno apresentasse do ponto de vista matemático. A propósito das causas dos erros nas operações aritméticas, Rico (1995) faz referência a dois trabalhos. O trabalho de Kuzmitskaya aponta quatro causas para o erro: a insuficiência da memória de curto prazo, a compreensão insuficiente das condições do problema, a ausência de regras verbais para a realização dos cálculos e o uso incorreto das quatro operações. O trabalho de Menchinskaya apresenta, também, quatro causas: a realização incorreta de uma operação, a compreensão conceptual insuficiente, a distração que está na origem de erros mecânicos e a aplicação indevida de regras algorítmicas.

Estas perspetivas são relevantes para este estudo, uma vez que é feita uma análise das produções escritas dos alunos em duas situações de aprendizagem, procurando-se analisar a sua destreza na aplicação de ferramentas matemáticas a situações de natureza financeira.

### **2.1.5 A PERCENTAGEM NA SUA DIMENSÃO CONCEPTUAL E SOCIAL**

A palavra percentagem traduz-se, no latim, por *per centum*. Significa *por cada centena* ou *por cento*. No entendimento de Damm (1998), a percentagem é a proporção de uma quantidade, de uma grandeza em relação a outra, avaliada sobre a centena. Segundo Buisson (1981) a noção de percentagem abrange diversos conceitos matemáticos, tais como: variável, número real e, também, a resolução de equações (citado em Maia, 2000). Implícitos ao conceito de percentagem, encontram-se outros conceitos e relações, como por exemplo: a multiplicação, a divisão, a razão, a fração, a comparação. Autores como Maia (1997) referem que o conceito de percentagem está associado, do ponto de vista conceptual, ao campo da proporcionalidade. À definição de percentagem estão associados conceitos matemáticos, nomeadamente a fração, o número decimal, as operações aritméticas; a proporcionalidade e a regra de três simples. É muito frequente constatar dificuldades dos alunos no cálculo de percentagens. Para explicar tal facto, um dos argumentos utilizados é de que a percentagem envolve os conceitos de razão e proporção, que são pouco compreendidos pelos alunos por não se encontrarem no nível das operações formais (Schmalz, 1977).

O PMEB<sup>6</sup> propõe o tratamento da noção de percentagem, pela primeira vez, no 4º ano, inserida no tema “tratamento de dados”. Dentro deste tema, são também trabalhados a noção de frequência relativa e problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas. No 5º ano, no âmbito do tema “números racionais não negativos”, são trabalhados problemas de vários passos envolvendo números racionais representados na forma de fração, dízimas e percentagens. O conceito de percentagem é transversal no currículo de matemática. Do ponto de vista didático, pode ser abordado de uma forma exclusivamente numérica ou de uma forma contextualizada, através de uma situação

que lhe atribua um sentido. Situações como a percentagem dos votos obtidos em determinadas eleições, a composição de determinados alimentos, as taxas de juro de um empréstimo ou de um depósito a prazo, o desconto na compra de um produto, entre outras situações, exemplificam a forte conotação social que o conceito assume na nossa sociedade.

### 2.1.6 DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA

A estatística tem tido uma expansão significativa, dada a sua importância para a análise e interpretação de dados do mundo atual, em crescente mudança. No final do século XIX, verificou-se a emergência de problemas de natureza estatística nos vários ramos da ciência, na indústria e em atividades governamentais, provocando um aumento do interesse por esta ciência (Branco, 2000). Assumiu particular destaque no século XX, ao apoiar outros ramos do saber e constituindo a base do método científico experimental. É uma área da matemática que tem evoluído de forma significativa, não só no próprio tema, mas também nas suas aplicações na sociedade, afirma o *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM], 1994. Contudo, à didática da estatística, durante muito tempo, não foram dedicados muitos estudos de investigação. Batanero (2000) referiu que o número de investigações acerca do ensino da estatística era escasso e os primeiros passos, no sentido de obter conhecimento das dificuldades dos alunos em relação a conceitos estatísticos importantes, ainda estavam numa fase muito incipiente. Mais tarde, o mesmo autor sugeriu que os professores pudessem acompanhar a evolução da educação estatística, ao aceitar a rápida mudança tecnológica que lhes permite libertar de cálculos enfadonhos, rotineiros e descontextualizados (idem, 2002). Deste modo, a estatística foi-se afastando cada vez mais da matemática pura e assumindo, cada vez mais, a sua vertente de tratamento e análise de dados. A recolha de dados promove a aprendizagem através da experiência, relacionando o processo de aprendizagem com a realidade (Snee, 1993). Muitos investigadores colocam as seguintes questões, com o intuito de melhorar o ensino-aprendizagem da estatística: o que devemos ensinar e com que objetivo; a quem devemos ensinar o quê; como devemos ensinar; como é que se aprende para poder ensinar com mais eficiência e quem deve ensinar (Branco, 2000b). Autores como Ponte & Fonseca (2000) sugeriram a revisão do currículo, no sentido de integrar de uma forma plena o ensino da estatística com a análise de dados, de modo a orientar o desenvolvimento dos conceitos mais para a compreensão. Outros autores como Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) afirmam que o ensino da estatística e das probabilidades deve assumir um carácter fortemente experimental, contudo, deve apelar às capacidades de raciocínio e comunicação, devendo o(a) professor(a) promover discussões e reflexões, estimulando um diálogo aberto.

No programa de matemática para o ensino profissional de nível secundário, no módulo A3-Estatística, pode ler-se: “se é legítimo ensinar a manejar as ferramentas de cálculo, o essencial da matemática deve ser procurado ao nível das ideias para a resolução de problemas e para as aplicações da

matemática” (DGFV, 2004-2005, p.2). Fim de citação. Refere, ainda, que o módulo de estatística fornece uma excelente oportunidade para o desenvolvimento de atividades interdisciplinares, individualmente ou em grupo. No âmbito das competências, propõe que os alunos devem desenvolver a capacidade de usar a matemática, combinada com outros saberes, para compreender situações da realidade, e desenvolver o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos (DGFV, 2004-2005, p.22). Afirma que este módulo tem um papel relevante em todos os campos do conhecimento e utilidade na vida moderna, ou seja, as aplicações e os problemas extraídos do mundo real e das profissões assumem, portanto, um valor central. O aluno deverá ficar a saber organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados) para daí tirar conclusões. Será relevante citar o programa a este propósito: “uma fase importante para o trabalho escolar é a aquisição dos próprios dados, que deve ser significativo até ao ponto de realçar que, no início de qualquer estudo estatístico, é imperioso proceder ao planeamento da experiência” (DGFV, 2004-2005, p.24).. No final, os estudantes devem interpretar e comunicar os resultados à turma, fazendo a análise crítica.

Atualmente, as novas tecnologias são utilizadas com alguma frequência no ensino da estatística. A introdução do *software* e de ferramentas tecnológicas alteram o modo como trabalhar a estatística. O planeamento do estudo, a análise de dados e a sua interpretação deverão ser valorizados em detrimento do cálculo e de aspetos técnicos. A terceira situação de aprendizagem apresentada, neste estudo, pretende analisar criticamente os ganhos dos alunos, em termos de aprendizagem, resultantes do trabalho desenvolvido na sala de aula, entre a estatística e a educação financeira, apoiada pela utilização da tecnologia.



## CAPÍTULO 3

### **3.1 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO**

Neste capítulo são descritas as opções metodológicas para este estudo. Sendo o estudo de natureza qualitativa, numa primeira fase, é feita referência a estudos desta natureza. Apresenta-se o problema, os objetivos e a questão de investigação. Numa segunda fase, é apresentado o contexto educativo em que este estudo se realiza, assim como os recursos a utilizar.

Uma investigação de natureza qualitativa centra-se no modo como as pessoas interpretam e atribuem sentido a uma realidade subjetiva. Autores como Bogdan e Biklen (1994) referem-se a cinco características principais inerentes a um estudo desta natureza. A primeira refere-se à fonte de dados, o ambiente natural, onde o investigador é a principal fonte de recolha e um participante ativo no processo. A segunda caracteriza a investigação como sendo descritiva. Os dados recolhidos são tratados de forma minuciosa, integral, sendo respeitada a forma como foram registados. São analisados, tendo em conta todos os detalhes e tudo pode vir a constituir uma pista para uma maior compreensão do objeto de estudo. A terceira característica refere-se aos investigadores qualitativos, que se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados e produtos. A quarta característica relaciona-se com a forma como os dados são analisados neste tipo de investigação. Tendencialmente, este tipo de análise é feito de forma indutiva. A recolha de dados não é feita com o intuito de provar hipóteses estabelecidas, mas visa construir abstrações a partir do agrupamento de dados particulares. O argumento é, assim, construído com base nas várias peças individuais da informação recolhida e que se vão inter-relacionando. O investigador usa parte do estudo para perceber quais são as questões importantes, em vez de partir do pressuposto de que já as conhece antes de efetuar a investigação. Por fim, a quinta característica prende-se com o significado, que é fundamental para a abordagem qualitativa. Os investigadores qualitativos têm como principal preocupação certificarem-se que estão a apreender as diferentes perspetivas adequadamente. Por vezes, os dados recolhidos são de novo mostrados aos indivíduos sobre os quais incide a investigação, de forma a poder proporcionar ao investigador a segurança de que os registos são rigorosos e refletem, de forma clara, os significados que os sujeitos lhe atribuíram. Trata-se de um método interativo de recolha de informação que requer uma implicação do investigador nos acontecimentos e fenómenos que está a observar.

Este estudo, de natureza qualitativa interpretativa, segue como opção metodológica o estudo de caso. Esta opção está alicerçada nas potencialidades que este tipo de estudo oferece. Dá a possibilidade ao investigador de explorar, descrever e compreender acontecimentos ou fenómenos *in loco* e participar, de certa forma, neles.

Segundo Ponte (2006), um estudo de caso é uma investigação que se assume como particularística, ou seja, debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica considerada única ou especial, pelo

menos em certos aspetos. Procura descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a sua compreensão global. O mesmo autor afirma que o estudo de caso pode ser utilizado em situações que incidam sobre uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa ou uma unidade social. Refere (Cohen et al., 2000) que um estudo de caso diz respeito a um caso específico que é utilizado para retratar algo mais geral. O investigador, envolvida no caso, centra-se em atores, individuais ou em grupos e procura compreender suas perceções. O estudo de caso analisa e destaca, portanto, as situações específicas que são relevantes para o caso.

O estudo de caso da presente investigação assenta num grupo de alunos de uma turma do 10º ano de um curso profissional de nível secundário. A investigação ocorreu no 3º período do ano letivo 2014/2015. As situações de aprendizagem em análise enquadram-se no âmbito do módulo A3-Estatística. Pretendia-se a abordagem dos conteúdos do módulo, enquadrados em temas de educação financeira. Numa primeira fase, identificaram-se lacunas significativas na aplicação de conceitos matemáticos elementares, nomeadamente, no conceito de percentagem. Sendo este de importância relevante para contextos de natureza financeira e para o estudo da estatística, a investigadora considerou oportuno visitar o conceito e, deste modo, decidiu integrar neste estudo a análise do desempenho dos alunos na realização de tarefas matemáticas que envolviam a sua aplicação no conceito de percentagem. A aplicação de um questionário de natureza financeira e os debates de ideias sobre assuntos da mesma natureza tinham como propósito, também, compreender qual o nível de conhecimentos e de compreensão dos alunos sobre as questões de natureza financeira. Os dados foram obtidos por observação direta, ao longo do desenvolvimento das atividades, através de registos no diário de bordo (dos diálogos e discussões de ideias) e através das produções escritas dos alunos. A investigadora assumiu o papel de observadora participante, tendo dinamizado as estratégias na qualidade de professora de matemática da turma.

### **3.2 PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO**

O cenário de crise económica tem suscitado no seio da sociedade portuguesa a necessidade de dotar os cidadãos de conhecimentos e competências que ajudem a gerir eficazmente as suas finanças pessoais. A necessidade de tomar decisões acertadas do ponto de vista financeiro constitui um desafio importante para a sociedade atual. Somos, então, levados a questionar quando e como intervir no sentido de contribuir para uma sociedade mais educada do ponto de vista financeiro. A OCDE (2005b) faz recomendações, no sentido de a educação financeira começar, desde cedo, nas escolas. O PNFF refere que as práticas internacionais apontam no sentido da introdução de conteúdos obrigatórios em disciplinas já existentes, nomeadamente a matemática ou a educação cívica. Estudos relevantes (referidos na página dez da presente investigação) encontraram evidências da existência de uma

correlação positiva entre o nível de literacia matemática e o bom comportamento a nível financeiro. Deste contexto, surge o potencial da aula de matemática como de pano de fundo para a educação financeira. A estatística, pela sua natureza, poderá constituir um dos temas estudados na disciplina de matemática com forte potencial para a abordagem de conteúdos de natureza financeira. Neste sentido, realizou-se uma experiência com um grupo de alunos e, neste estudo, pretende-se analisar os resultados obtidos em três situações de aprendizagem. Nas duas primeiras situações a questão centra-se, essencialmente, no desempenho matemático dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos elementares, com relevância em termos de aplicação a situações de natureza financeira. A terceira situação prende-se com a introdução do módulo da estatística, tendo a educação financeira, também, como pano de fundo.

### **3.3 OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO**

O presente estudo centra-se no estudo da estatística, enquadrado em temas da educação financeira. Tal como já referido, identificaram-se dificuldades na aplicação de conceitos matemáticos elementares que constituem pré-requisitos para o estudo da estatística e são também relevantes para a interpretação e análise de situações de natureza financeira. Destes conceitos, destaca-se o de percentagem. O desempenho dos alunos na sua aplicação é objeto de estudo, assim como o modo como decorreram as atividades de introdução do módulo A3-Estatística, assente em temas da educação financeira. Constitui, também, objeto de estudo os níveis de literacia financeira identificados através dos debates de ideias e dos resultados do inquérito. Pretende-se que as situações de aprendizagem permitam observar e compreender os processos e modos de pensar dos alunos. A análise de dados, na primeira situação de aprendizagem, incide sobre os resultados das produções escritas dos alunos e dos registos dos diálogos e discussões no diário de bordo, numa tarefa que envolve o cálculo da percentagem de lucro obtido com a venda de ações. A situação envolve, também, uma discussão em torno de conceitos e ideias associada às ações, enquanto produtos financeiros.

A recolha de dados, na segunda situação de aprendizagem, pretende, também, ser feita através das produções escritas dos alunos e dos registos dos diálogos e discussões no diário de bordo. Pretende-se que os alunos, à semelhança da primeira situação, produzam individualmente uma resposta a uma questão matemática simples, acompanhada de um processo de resolução que a fundamente.

A última situação de aprendizagem enquadra-se na introdução do módulo A3-Estatística. A partir das respostas dadas pelos alunos a um questionário sobre literacia financeira e organização de finanças pessoais, pretende-se partir para a organização dos dados numa tabela de Excel e para a construção de gráficos. Para além da atividade do ponto de vista matemático, o estudo visa, também, analisar os níveis de literacia financeira dos alunos, através das ideias apresentadas em debate e dos resultados do inquérito.

As três situações apontam para a aprendizagem da matemática e, sendo as tarefas contextualizadas em conteúdos de educação financeira, pretende-se, também, contribuir para o aumento dos níveis de literacia financeira dos alunos e sensibilizá-los para questões associadas à capacidade de organizar as suas finanças pessoais.

Do ponto de vista matemático, enumeram-se as competências visadas: o uso da matemática, em combinação com outros saberes na compreensão de situações da realidade; o uso do sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos; a recolha e organização de dados através de tabelas e gráficos, utilizando as novas tecnologias; a leitura, e interpretação de tabelas e de gráficos, a análise dos resultados e a elaboração das conclusões.

Partindo do enquadramento conceptual efetuado no capítulo dois, apresentam-se as seguintes questões de partida:

- Como se caracteriza a destreza dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos a questões de natureza financeira?
- Como resultou a experiência da introdução da estatística através de temas previstos no Referencial de Educação Financeira, mais concretamente a recolha, a organização e o tratamento de dados?
- Como se caracteriza a literacia financeira dos alunos?

### **3.4 CONTEXTO EDUCATIVO**

Tal como já referido, o estudo incidiu sobre uma turma do 10º ano do ensino profissional de nível secundário. Neste tipo de ensino, os conteúdos da disciplina de matemática estão organizados por módulos. O estudo realizou-se no 3º período do ano letivo 2014/2015. As atividades de investigação decorreram no mês de julho, período em que se concluiu o último módulo da disciplina de matemática, designado por módulo A3-Estatística. A investigação realizou-se na Escola Secundária D. Pedro V, sede do Agrupamento de Escolas das Laranjeiras. O Agrupamento é constituído por cinco escolas: Escola Secundária D. Pedro V; Escola Básica 2,3 Professor Delfim Santos; Escola Básica António Nobre; Escola Básica Frei Luís de Sousa e a Escola Básica das Laranjeiras. Está inserido num ambiente marcadamente urbano, a cidade de Lisboa. A escola secundária D. Pedro V funciona em regime diurno e noturno. Em regime diurno, a oferta é ao nível do 3º ciclo, secundário e cursos profissionais.

A turma era constituída por trinta alunos, vinte e três rapazes e sete raparigas, com idades compreendidas entre os quinze e os dezassete anos. Dois alunos da turma não estavam a frequentar as aulas por terem ultrapassado o limite de faltas permitido à disciplina. A assiduidade dos alunos foi irregular. A tendência dos alunos para o absentismo e o período em que decorreram as atividades são apontados pela investigadora como as principais causas para este facto. A maior parte dos alunos referiu que não gostavam de estudar, que estudavam pouco e sentiam dificuldades de aprendizagem,

de um modo geral, e a disciplina de matemática não era exceção, o que significa que possuíam baixos níveis de literacia matemática.

### **3.5 RECURSOS A UTILIZAR**

O laboratório de matemática foi o lugar escolhido para a realização das atividades. A sala dispunha de mesas de trabalho individual e mesas redondas que permitiam o desenvolvimento de trabalhos de grupo. Possuía, também, dez computadores com acesso à internet, disponíveis para os alunos, e um computador para a professora ligado a um projetor. As atividades a propor implicavam a utilização do Excel e da internet, sendo o Excel utilizado para a organização de dados numa tabela e para a construção de gráficos correspondentes aos dados apresentados na tabela e a internet para a pesquisa de informação de natureza financeira. Note-se que o programa de matemática para os cursos profissionais de nível secundário refere que o uso da tecnologia é fundamental. A este propósito, recomenda que:

Os estudantes devem ter a oportunidade de trabalhar diretamente com um computador, com a frequência possível, de acordo com o material disponível. Nesse sentido, as escolas são incentivadas a equipar-se com o material necessário para que tal tipo de trabalhos se possa realizar com a regularidade que o professor julgar aconselhável, recomendando-se que se constituam laboratórios de matemática (DGFV, 2004-2005, p.7).

Transversal às três atividades é o recurso à internet, tendo como objetivo pesquisar informação, de natureza financeira, de modo a procurar argumentos e enriquecer a discussão de ideias, uma vez que o processo de aprendizagem visa não apenas a disciplina de matemática mas, também o cumprimento de objetivos previstos no Referencial de Educação Financeira. O programa de matemática para os cursos profissionais de nível secundário refere, a este propósito, que:

Sendo hoje acessível a todas as escolas portuguesas a ligação à Internet o professor não deve deixar de tirar todo o partido deste novo meio de comunicação, seja como fonte de informação, seja como fonte de recolha de dados realistas (DGFV, 2004-2005, p.8).

Para as duas primeiras situações de aprendizagem, pretende-se utilizar, também, fichas de trabalho individual, onde constam as questões a que cada aluno deve responder individualmente, assim como um espaço próprio para a produção de respostas.

A professora, na qualidade de investigadora, pretende fazer uso de um diário de bordo de modo a registar dados relevantes para o trabalho de investigação, resultantes dos diálogos e discussões inerentes ao desenrolar das atividades.

A discussão de ideias assume, também, um papel central neste estudo. Ela revela-se importante na formação do indivíduo, tendo o professor um papel importante, tanto na sua condução, como na

introdução do vocabulário específico e adequado aos alunos. Durante a condução das situações de aprendizagem, a professora pretende colocar questões centradas em conhecimentos matemáticos de nível elementar e em conhecimentos e comportamentos de natureza financeira. O papel da professora centra-se, portanto, na organização, orientação e regulação das aprendizagens dos alunos.

## **CAPÍTULO 4**

### **4.1 RESULTADOS DO ESTUDO**

Neste capítulo, é feita a apresentação e análise dos dados empíricos recolhidos durante o desenvolvimento do estudo. Constituíram objeto de investigação três situações de aprendizagem, que envolveram duas áreas do conhecimento: a educação matemática e a educação financeira.

A primeira situação de aprendizagem, em análise, resultou da apresentação de uma tarefa matemática aos alunos que envolveu o cálculo da percentagem do lucro obtido com a venda de ações. Desta intervenção, surgiu uma análise reflexiva do desempenho matemático dos alunos, a partir das suas produções escritas. Anterior à produção das respostas dos alunos, ocorreu um breve momento de discussão acerca de conceitos de natureza financeira relacionados com ações.

A segunda situação de aprendizagem seguiu a mesma metodologia de abordagem que a anterior. Do ponto de vista matemático, pretendia-se que os alunos utilizassem conceitos matemáticos elementares, de modo a produzir uma resposta válida para a questão que lhes tinha sido colocada. É objeto de análise, à semelhança da primeira situação, o desempenho matemático dos alunos. Sendo a questão enquadrada em temas de natureza financeira, foram inicialmente abordados conceitos como rendimento fixo, rendimento variável e comissões de venda.

A última situação de aprendizagem ocorreu no âmbito da introdução do módulo A3-Estatística. A professora aplicou um questionário aos alunos cujo conteúdo das questões se centrou em temas previstos no Referencial de Educação Financeira. O Excel foi utilizado como ferramenta para a organização dos dados obtidos numa tabela de frequências e para a construção de gráficos.

Na primeira situação de aprendizagem participaram no estudo 12 alunos; na segunda situação 10 e na terceira vinte e um, fruto da assiduidade irregular dos alunos na frequência das aulas, pela tendência do grupo para o absentismo, que se acentuou pelo facto de as atividades terem decorrido entre o final do mês de junho e o início do mês de julho

### **4.2 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DOS ALUNOS NA PRIMEIRA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM**

Após a apresentação da discussão introdutória no âmbito da educação financeira, pretende-se analisar o desempenho matemático dos alunos na resposta à questão:

- Se comprares 100 ações de um clube de futebol por 10,13 euros cada e venderes cada uma delas por 15,16 euros cada, qual é a percentagem de lucro que obténs?

**Nota:** não estão a ser consideradas taxas e impostos.

Tal como abordado na revisão de literatura, o conceito de percentagem possui um vasto leque de aplicações na vida corrente. Interessa-nos, para este contexto, a sua aplicação a situações de natureza financeira. À luz do REF, a tarefa enquadra-se no tema sistema financeiro, mais concretamente, aquisição de produtos financeiros. Pretendia-se que os alunos tivessem uma noção do que são produtos financeiros e reconhecessem as ações como tal. Deveriam, também, ser capazes de reconhecer vantagens e desvantagens da aquisição de ações e saber em que consiste a bolsa de valores.

Num primeiro momento, antes de ser proposta a tarefa matemática, a professora estimulou a discussão, no âmbito da educação financeira. Discutiu-se o seu conceito, desmistificando-se a ideia de alguns alunos, que a restringiam apenas a aspetos relacionados com a poupança. Permaneceu o entendimento de que a educação financeira visa a aquisição de conhecimentos e competências que permitam fazer uma gestão da vida financeira mais consciente, fundamentada e segura, de modo a facilitar a integração dos indivíduos na sociedade. De seguida, com o intuito de ir ao encontro dos aspetos de natureza financeira diretamente relacionados com a questão, a professora desafiou os alunos a responder à questão: *o que são ações?* À medida que os alunos foram apresentando as suas conceções e ideias, a professora foi registando os comentários numa folha de *word* projetada no quadro: *“não sei bem o que é, mas já ouvi falar”*; *“são coisas que dão dinheiro”*; *“dá para comprar e para vender na internet”*; *“sei lá... acho que é uma coisa das empresas”*; *“há clubes de futebol que tem isso... e as empresas”*; *“pode-se ganhar dinheiro com isso, mas é preciso ter sorte e saber”*. Constata-se, assim, o fraco desempenho destes alunos no que se refere aos conhecimentos sobre os produtos financeiros que são propostos no REF. Após a apresentação de ideias por parte dos alunos, a professora sugeriu que efetuassem uma pesquisa na internet usando os computadores que tinham à disposição na sala, de modo a poder fundamentar melhor as suas ideias. Organizados em grupos de dois, recorreram a motores de busca e digitaram no campo de pesquisa: *ações; o que são ações e ações do clube de futebol*. Acederam a *websites* com o objetivo de encontrar uma definição para ações, para que a pudessem apresentar à turma. Integrando os vários contributos dos alunos, propôs-se que as ações constituem um produto financeiro e que se definem como papéis comerciais que representam parte do capital social de uma empresa. Um grupo de alunos acrescentou que o investidor, ao comprar ações de uma empresa, passa a ser sócio e, deste modo, participa nos seus lucros e prejuízos. A professora questionou os alunos sobre o que é a bolsa de valores, tendo um aluno respondido que *“é onde se compram e se vendem as ações”*. De seguida, a docente propôs aos alunos a identificação das vantagens e desvantagens do investimento em ações. Um aluno afirmou: *“tanto se pode ganhar, como perder”*. As pesquisas efetuadas pelos discentes permitiram, também, acrescentar que: *“se precisar de as vender e, nessa altura, estiverem a um preço muito baixo, perco dinheiro”*; *“é uma vantagem poder comprar e vender as ações sem sair de casa”*; *“se ganhar, posso ganhar muito mais do que se tivesse o dinheiro no banco”*. A professora validou as ideias apresentadas pelos alunos e considerou cumprido o propósito de trabalhar conceitos e ideias relacionados com ações.



Num segundo momento, a professora entregou aos alunos uma folha com a tarefa apresentada acima e um espaço livre para a produção de uma resposta escrita individual. Na eventualidade de necessitarem de efetuar cálculos, estavam autorizados a utilizar uma ferramenta de cálculo. Relativamente a eventuais arredondamentos, não foi dada qualquer indicação, ficando ao critério de cada aluno.

Finda a produção individual de respostas, a professora perguntou a cada um dos alunos a resposta final dada, e registou-a num esquema-síntese no quadro. Nesta situação de aprendizagem, estiveram presentes doze alunos, cujo desempenho irá ser analisado. De modo a não expor a identidade de cada aluno(a), optou-se pela utilização de nomes fictícios.

**Tabela 1. Respostas dos alunos à questão proposta na 1ª situação de aprendizagem.**

<b>Aluno(a)</b>	<b>Resposta</b>
<b>Isabel</b>	50%
<b>João</b>	49,65%
<b>Pedro</b>	33,18%
<b>Nuno</b>	33,17%
<b>Diogo</b>	33%
<b>André</b>	66,8%
<b>Ricardo</b>	5%
<b>Cláudio</b>	486 euros
<b>Miguel</b>	10%
<b>Paulo</b>	15%
<b>Fábio</b>	99,784%
<b>Henrique</b>	1,013 euros

Observando a tabela, é de destacar o facto de todos os alunos terem respondido um valor diferente e de apenas dois apresentarem um resultado válido. Após a projeção dos resultados, as primeiras reações verbalizadas manifestaram admiração perante a diversidade de respostas. Eis alguns dos comentários espontâneos de alunos perante os resultados: “há apenas duas respostas iguais!”; “vai de 5% até quase 100%”; “quase 100?!... Tanto?! 99,784% não pode ser!”; “algumas são parecidas”; “há duas que estão mal! Pede a percentagem, não pede os euros”.

Nesta sequência, travou-se uma conversa entre alunos.

**Pedro:** Como não dizia as casas, eu fiz duas. A minha é 33,17 % que é para estar mais próximo, com um arredondamento mais pequeno. [De seguida, o Pedro dirigiu-se ao Nuno].

**Pedro afirmou, ainda:** Nuno, a tua está mal arredondada. A duas casas, o sete passa para oito.

**João:** Cinco por cento?! Não pode ser! Nem 10! Onde é que foste buscar isto, Ricardo?!

[O Ricardo manteve-se em silêncio e ficou a observar o que tinha escrito na folha de respostas].

**Pedro:** Há três certas. A minha, a do Diogo e a do Nuno está quase certa. Agora, também pode ser 33%, está bem arredondado. Fica sem casas decimais.

Nesta fase, a professora limitou-se a ouvir todos os comentários, sem intervir. De seguida, pediu um voluntário para que, no quadro, apresentasse o seu processo de resolução e explicasse aos colegas o modo como tinha pensado. O Pedro voluntariou-se e, a partir da sua resolução e argumentação, partiu-se para um debate de ideias, orientado pela professora. O aluno começou por transcrever para o quadro a sua resolução. **O Nuno** fez um comentário, dizendo que o colega poderia, à semelhança do que ele fizera, trabalhar com o valor correspondente ao total da compra e da venda, em vez de ter utilizado o valor unitário de cada ação. Na explanação da sua resolução, **o Pedro afirmou que** “*uma percentagem calcula-se através de uma regra de três simples e, neste caso, cem por cento representa o todo e corresponde ao valor da venda das ações*”.

A professora perguntou ao aluno qual o significado do resultado obtido através da diferença que começou por efetuar, tendo o aluno respondido que o valor corresponde ao lucro.

**O João respondeu:** “eu não usei esse valor; não fiz assim. Fiquei um bocado confuso...”.

**A Isabel afirmou:** “Eu acho que o meu está certo. O dele também podia estar, mas ele faz uma coisa mal. Tinha que comparar o lucro com o que lhe custaram as ações e ele compara com o preço da venda”. A professora perguntou ao Pedro, que estava no quadro, o que pensava acerca da argumentação da colega, à qual este respondeu: “eu penso que cem por cento era o todo e que o todo queria dizer o dinheiro com que fiquei. Pensei assim”. Numa perspetiva didática, analisaram-se erros identificados em processos de resolução dos alunos e, tomando como ponto de partida os seus argumentos e contributos, procedeu-se à apresentação de uma proposta de resolução no quadro. Foi revisitado o conceito de percentagem e de outros como a regra de três simples, razão e proporcionalidade.

Seguem-se a apresentação e a análise das produções escritas dos alunos.

#### 4.2.1 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DA ISABEL.

100 Ações Futebol = 10,13 € cada

$$\text{gastou} = 100 \times 10,13 = 1013 \text{ €}$$
$$\text{ganhau} = 100 \times 15,16 = 1516 \text{ €}$$

Margem de 503 €

$$\begin{array}{r} 100\% \text{ — } 1013 \\ x \text{ — } 503 \\ \hline x = \frac{100 \times 503}{1013} = 49,65 \approx 50\% \end{array}$$

Figura 1.2. Resolução da Isabel.

A Isabel apresenta como resposta, aproximadamente, cinquenta por cento. O processo de resolução é considerado válido. Identifica, através da multiplicação do preço de custo de cada ação por 100, o valor total gasto na compra das ações. Usa o mesmo procedimento para identificar o valor total obtido com a venda. Comete uma imprecisão ao identificar como ganho 1516 euros, pois não assume que este valor inclui, para além da margem de lucro, o custo das ações. No entanto, efetuou corretamente a diferença entre 1516 e 1013, o que lhe permitiu obter aquilo que identifica como sendo a margem de lucro. Ao identificá-la como tal, depreende-se que a aluna compreende o significado do valor 1516 euros. Do lado direito, pode observar-se um esquema que enuncia a regra de três simples, um processo que lhe permite efetuar o cálculo da percentagem. Aplica-a, corretamente, e obtém cinquenta por cento, que se identifica como a resposta à questão. Não tendo sido transmitidas orientações quanto ao tipo de arredondamento a efetuar, a aluna começa por fazer um arredondamento a duas casas decimais e, na resposta final, arredonda o valor às unidades. Após ter sido questionada acerca desta opção, referiu que a sua decisão foi motivada pela necessidade que sentiu de apresentar um valor percentual que facilitasse o cálculo mental de uma estimativa, pois o valor aproximado para o lucro correspondente a metade (ou seja, cinquenta por cento) de 1013, que se obtém facilmente através do cálculo mental da divisão deste valor por dois. Referiu que, caso tivesse optado pela apresentação de 49,65% como resposta, iria obter um valor mais próximo do valor exato do lucro, o que não seria de tão fácil leitura. Concluiu que a diferença entre as duas percentagens é inferior a 1% e, por isso, não é significativa no contexto do problema. A opção da aluna revela espírito crítico, capacidade de análise e simplificação da resposta. A aluna interpretou o significado do resultado obtido, do ponto de vista financeiro. A operação correspondente à venda das cem ações resultou numa rentabilidade correspondente a cerca de metade do valor investido, ou seja, aproximadamente 503 euros. Esta foi a interpretação feita pela aluna.

Em jeito de conclusão, pode dizer-se que a Isabel fez uma correta interpretação dos dados do problema e revelou destreza na utilização das ferramentas matemáticas adequadas à sua resolução. Mostrou ter presente o conceito matemático de percentagem, revelando possuir um nível de literacia matemática que lhe permitiu obter um resultado matemático válido e dar-lhe significado no contexto da situação apresentada.

#### 4.2.2 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO JOÃO.

$$\begin{array}{l} 100 \text{ — } 1013 \text{ €} \\ x \text{ — } 1516 \text{ €} \end{array} \quad \frac{1516 \times 100}{1013} = 149,65\%$$
$$100\% - 149,65\% = 49,65\%$$

R: A percentagem de lucro obtido foi de 49,65%

**Figura 1.3.** Resolução do João.

O João apresentou uma resposta final válida à questão. No que diz respeito ao seu processo de resolução apresentado, começa por enunciar a regra de três simples, sendo este um método válido para o cálculo de uma percentagem. Efetua a multiplicação e a divisão associadas à aplicação da regra. Contudo, quando enunciou a regra de três simples, não identificou corretamente o valor, em euros, correspondente à variável que identifica com a letra  $x$ , ou seja, o valor que pretende traduzir em percentagem. Não identificou, portanto, o valor correspondente ao lucro obtido com a venda das ações, ou seja, 503 euros. E, no lugar correspondente a este valor, quando enuncia a regra de três simples, coloca 1516 euros e apresenta como resultado 149,65%. Por não estar satisfeito com o resultado, avançou na procura de outro resultado, que lhe parecesse o mais razoável. Quando questionado, referiu que lhe parecera estranho a obtenção de um valor percentual superior a 100 e decidiu efetuar a subtração que enuncia de modo a obter um valor aceitável como resposta, ou seja, 49,65%, optando por um arredondamento a zero casas decimais. Note-se que a Isabel tinha optado por um arredondamento a zero casas decimais. Ao comparar os valores obtidos para o lucro por cada um dos alunos através das operações:  $1013 \times 0,5 = 506,5$  e  $1013 \times 0,4965 = 502,9545$  verifica-se uma diferença de 3,5455 euros. A Isabel desprezou esta diferença por não a considerar significativa e valorizou a vantagem da leitura e interpretação da percentagem correspondente, ou seja, cinquenta por cento, que corresponde a metade do investimento. O João justificou a sua opção por um valor mais próximo do valor exato, ou seja, por um arredondamento às centésimas. Afirmou que se deveria aproximar o mais possível do valor exato, daí ter apresentado como resposta 49,65%.

Em suma, poder-se-á afirmar que o aluno revela conhecer um algoritmo válido para o cálculo de uma percentagem e, apesar das dificuldades evidenciadas, acaba por conseguir apresentar um resultado final válido à questão.

#### 4.2.3 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO PEDRO.

$$\begin{aligned} 15,16 - 10,13 &= 5,03 \\ 15,16 & \text{---} 100\% \\ 5,03 & \text{---} x \\ x &= \frac{5,03 \times 100}{15,16} \quad \text{ou} \quad x = 33,18\% \end{aligned}$$

R: A percentagem de lucro obtida é 33,18%.

Figura 1.4. Resolução do Pedro.

O aluno começa por efetuar a diferença correspondente ao valor do lucro da venda de cada ação, o valor que pretende traduzir numa percentagem. Tal como a Isabel e o João, aplica a regra de três simples. Contudo, faz corresponder a 100% o preço de venda de cada ação, ao invés de utilizar o preço de custo. Verifica-se que o aluno tem em mente um processo de cálculo válido para determinar o valor de uma percentagem, contudo, neste contexto, revelou dificuldades na identificação de um dos valores a utilizar no algoritmo. Traduz o esquema correspondente à regra de três simples para uma equação e resolve-a corretamente. Quando questionado acerca da sua resposta, o aluno referiu que estava convicto de que o processo de resolução que apresentou estava correto. O resultado 33,18% pareceu-lhe razoável e fazer sentido neste contexto. Compreendeu que 5,03 corresponde a “uma parte de um todo”, contudo, interpretou o “todo” como sendo 15,16 euros, correspondente ao preço de venda. Não considerou, portanto, que este valor inclui a margem de lucro.

Tal como os colegas anteriores, o Pedro revela conhecer um processo de cálculo de uma percentagem válido, contudo, revelou compreensão insuficiente na tradução e interpretação do significado matemático dos valores.

#### 4.2.4 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO NUNO.

$$\begin{aligned} 100 \times 10,13 &= 1013 \quad \text{preço ações compradas} \\ 100 \times 15,16 &= 1516 \quad \text{preço ações vendidas} \\ 1516 - 1013 &= 503 \\ \text{Lucro } 503 & \\ \frac{100 \times 503}{1516} &= 33,17 \approx 33,14\% \quad \text{R:} \\ 503 \times 0,3314 &= 1516 \end{aligned}$$

1516 — 100  
503 — x

**Figura 1.5.** Resolução do Nuno.

O Nuno opta por trabalhar com os valores correspondentes ao preço total de custo e da venda das ações, começando por apresentar os cálculos efetuados e identifica, por palavras, o significado de cada um dos valores. Numa segunda fase, à semelhança dos colegas anteriores, enuncia a aplicação da regra de três simples e aplica-a, de um modo semelhante ao Pedro. Revela, também, conhecer os procedimentos para o cálculo de uma percentagem, porém, manifesta as mesmas dificuldades que foram evidenciadas pelo Pedro. Efetuou um arredondamento por defeito, pouco adequado neste contexto. Finalmente, efetua uma multiplicação que, segundo o aluno, se tratou de uma tentativa de fazer a verificação do resultado. Esta ação coloca o aluno num patamar de concretização da tarefa diferente do colega anterior pela postura crítica, associada à procura da verificação do resultado. Contudo, não identificou o valor correto pelo qual deveria multiplicar o valor correspondente à percentagem. O aluno referiu ter ficado confuso e pouco seguro, acabando por não apresentar formalmente uma resposta e por apresentar como resultado da multiplicação um valor que não corresponde ao produto que enuncia. O nível de compreensão das condições do problema revela-se, portanto, pouco satisfatório.

#### 4.2.5 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO DIOGO.

Handwritten work by Diogo showing calculations for profit percentage:

$$10,13 \times 100 = 1013 \text{ €}$$
$$15,16 \times 100 = 1516 \text{ €}$$
$$1516 - 1013 = 503$$
$$\frac{1516 - 100}{503 - x}$$
$$x = 33\%$$

R. A percentagem de lucro obtida é de 33%.

**Figura 1.6.** Resposta do Diogo.

O Diogo apresenta um processo de resolução similar ao do Pedro e ao do Nuno, diferindo apenas no arredondamento, por ter optado por arredondar às unidades. Tal como os colegas, revela conhecer um método de cálculo válido para determinar uma percentagem. Identifica o valor, em euros, correspondente ao lucro e utiliza-o corretamente na regra de três simples. A sua resolução apresenta o

mesmo problema que os colegas, revelando dificuldade quanto ao significado do valor 1516 que utiliza na regra de três simples.

#### 4.2.6 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO ANDRÉ.

$$\frac{10,13 \times 100}{15,16} = 66,8\%$$

R: A percentagem de lucro obtido foi de 66,8%

Figura 1.7. Resolução do André.

O André apresenta uma resposta não válida neste contexto. Os cálculos que enuncia evidenciam conhecimento de um algoritmo matemático que lhe permite efetuar o cálculo de uma percentagem. É de considerar, também, a hipótese de o aluno ter decorado e automatizado o processo sem ter compreendido os conceitos matemáticos implicados. Apresenta dificuldades na interpretação e utilização dos valores no algoritmo. Em suma, podemos dizer que o desempenho do André evidencia uma compreensão conceptual de percentagem insuficiente, que não lhe permitiu chegar a uma resposta adequada.

#### 4.2.7 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO RICARDO.

$$\begin{aligned} 100 \text{ ações} - 10,13 \text{ € (cada)} & \quad 100 \times 10,13 = 1013 \text{ €} \\ \text{Vendeu por } 15,16 \text{ € (cada)} & \quad 100 \times 15,16 = 1516 \text{ €} \\ 1516 - 1013 = 503 \text{ €} & \quad \rightarrow 503 : 100 = 5,03\% = 5\% \text{ (arredondado)} \end{aligned}$$

R: A percentagem de lucro obtida foi 5,03% ou arredondadamente 5%.

Figura 1.8. Resolução do Ricardo.

O aluno começa por apresentar os dados do enunciado e, a partir deles, obtém o preço total de custo e de venda das ações através da multiplicação por 100. Identifica o valor do lucro obtido com a venda

das ações através da diferença entre os dois valores anteriores. No entanto, revela dificuldades na utilização deste valor, situando-se ao nível da compreensão conceptual de uma percentagem. No processo de cálculo que utiliza, não se identifica a utilização de um algoritmo válido para o cálculo de uma percentagem. Divide o valor do lucro por 100 e aceita o resultado como resposta. O aluno assumiu não se recordar como efetuar o cálculo de uma percentagem, todavia, tinha em mente que deveria efetuar uma operação por 100 e, de uma forma aleatória, opta pela divisão. Apesar de, numa primeira fase, manifestar compreensão dos dados do problema, revela desconhecer um processo de cálculo válido da percentagem.

#### 4.2.8 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO CLÁUDIO.

$100 \times 10,13 = 1,030€$   
 $1,916 - 1,030 = 486$   
~~100 x 19,16 = 1,916~~  
 $100 \times 19,16 = 1,916$   
 O lucro será de 486€

**Figura 1.9.** Resolução do Cláudio.

O Cláudio começa por calcular o produto de modo a obter o valor correspondente ao total do custo e da venda das ações. Apresenta o resultado das operações com a vírgula que, neste contexto, lhe atribui o significado de separador dos milhares. Quando enuncia as operações, a vírgula surge com um significado diferente, ou seja, como separador da parte inteira da parte decimal. Comete, assim, uma imprecisão ao utilizar o mesmo símbolo matemático na mesma operação, embora com significados diferentes. Quando questionado acerca do porquê da apresentação dos resultados das operações com a vírgula, o aluno referiu que foi o valor que obteve na calculadora do seu telemóvel e efetuou a diferença entre os valores utilizando o mesmo recurso. A necessidade de utilizar um instrumento de cálculo para multiplicar por 100 números decimais, revela dificuldades no cálculo elementar e o modo como utilizou a vírgula evidencia dificuldades na interpretação do seu significado. Note-se, também, que o aluno cometeu um erro, provavelmente por distração, ao multiplicar 10,13 por 100, pois apresenta 1,030€ como resultado, em vez de 1013€. Este facto teve como consequência a não identificação do valor correto correspondente ao lucro. O aluno identifica o lucro que obteve como resultado e apresenta-o como resposta final à questão. Não calcula a percentagem e, deste modo, não



responde ao que é solicitado no enunciado. O Cláudio revela uma compreensão insuficiente da questão. Uma leitura menos atenta do enunciado ou o desconhecimento quanto ao modo de calcular uma percentagem poderão estar na origem da resposta que apresenta.

#### 4.2.9 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO MIGUEL.

Handwritten work by Miguel:

$$100 \times 10,13 = 1,013$$
$$100 \times 15,16 = 1,516$$
$$15,16 : 1,516 = 10$$

R: A percentagem de lucro obtida é de 10%.

**Figura 1.10.** Resolução do Miguel.

O Miguel decidiu começar por efetuar os cálculos que lhe permitissem trabalhar com os valores totais correspondentes ao preço de custo e de venda das ações. Tal como o Cláudio, na mesma operação, utiliza a vírgula duas vezes com significados diferentes. Numa segunda fase, apresenta a operação que justifica a resposta que deu, ou seja, divide dois valores cujo resultado é igual a 10. Note-se que, para a obtenção deste valor, assumiu a vírgula como separador da parte inteira da parte decimal. Constata-se uma clara dificuldade em lidar com a vírgula e na interpretação do seu significado. O processo que utiliza para o cálculo da percentagem não é válido.

Conclui-se que o Miguel revela uma compreensão conceptual de percentagem insuficiente, acompanhada de dificuldades no cálculo e na interpretação do significado da vírgula que não lhe permitem apresentar uma resposta válida para a questão.

#### 4.2.10 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO PAULO.

Handwritten work by Paulo:

$$100 \times 10,13 = 1,013 \rightarrow$$
$$100 \times 15,16 = 1,516 \rightarrow$$
$$1,533 \times 100 = 0,015$$

A percentagem é de 15%.

**Figura 1.11.** Resolução do Paulo.

O aluno opta por trabalhar com o preço total de custo e de venda das cem ações. Utiliza, à semelhança de outros colegas, a vírgula na mesma operação com significados distintos, refletindo as mesmas dificuldades em lidar com este símbolo matemático. Não apresenta registros que evidenciem a origem e o significado do valor 1,535. Neste contexto, a vírgula assume o papel de separador da parte inteira da parte decimal, pois o aluno divide o valor por 100 e apresenta o resultado arredondado às milésimas. O discente justificou a operação, referindo que, para o cálculo de uma percentagem, tinha a ideia de que deveria efetuar uma operação por 100. Não estando seguro de se tratar de uma divisão ou multiplicação, opta pela divisão. Revelou, assim, fragilidades no domínio do conceito de percentagem e na sua aplicação. As dificuldades refletem-se, também, através da tradução do valor 0,015 por 15%, que o aluno aceita como resposta final.

Em suma, o Paulo revelou um domínio insuficiente do conceito de percentagem, acompanhado de dificuldades na interpretação e utilização da vírgula enquanto separador das casas decimais.

#### 4.2.11 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO FÁBIO.

100 ações / 1 ação - 70,13€  
vendeu cada ação por 75,16€

$$100 \times 70,13 = 7.013€$$

$$7.013 - 75,16 = 997,84$$

$$99,784 \times 100 = 99,784\%$$

R: A percentagem de lucro obtido é de 99,784%

**Figura 1.12.** Resolução do Fábio.

O Fábio começa por apresentar a informação retirada do enunciado, ou seja, o número de ações compradas, o preço de compra e de venda de cada ação. De seguida, efetua a multiplicação do número de ações pelo preço de cada uma de modo a obter o custo total das 100 ações. À semelhança de outros colegas, faz uso da vírgula na mesma operação como separador da parte inteira da parte decimal e como separador dos milhares. Seria esperado que, para manter a coerência com a operação anterior, efetuasse também o produto  $100 \times 15,16$  de modo a trabalhar com os valores totais da compra e da venda. Segundo o aluno, a confusão na interpretação do significado da vírgula fez com que os valores tivessem perdido para si o seu verdadeiro significado e está na origem da apresentação da operação  $1,013 - 15,16$  que não produz um significado válido neste contexto. O Fábio perdeu-se, portanto, no

seu raciocínio. Tratou a vírgula para o valor 1,013 como separador dos milhares e para o valor 15,16 como separador da parte inteira da parte decimal, tendo obtido como resultado 997,84. A operação reflete uma tentativa de procurar identificar o valor correspondente ao lucro total. Seria aceitável ter colocado, em primeiro lugar, o valor correspondente ao preço de venda das ações, porém, a dificuldade em lidar com o significado da vírgula fez com que o aluno assumisse 1,013 como um valor da ordem dos milhares e, por isso, superior a 15,16. Logo, na diferença coloca, em primeiro lugar, o valor que considera superior de modo a obter como resultado um número positivo. No passo seguinte, apresenta uma multiplicação por 100 do resultado 997,84 com a vírgula deslocada uma casa decimal para a esquerda. Note-se que, após a multiplicação, a vírgula se mantém, obtendo o mesmo valor, que assume como resposta.

Em síntese, poder-se-á afirmar que o aluno revela pouca compreensão do problema e desconhecimento quanto à utilização das ferramentas matemáticas adequadas ao cálculo da percentagem. Revela lacunas ao nível da aplicação de regras algorítmicas elementares, na multiplicação de números decimais por 100. A utilização da vírgula é feita de forma abusiva e incoerente. O Fábio aceita como resposta um valor próximo dos 100% e não questiona o facto de o valor ser tão elevado, evidenciando, também, dificuldades na interpretação do significado do resultado obtido no contexto do problema.

#### 4.2.12 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO HENRIQUE.

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there is a crossed-out calculation:  $\cancel{15,16 \times 0}$  with a small '1' written below it. To the right, there are two calculations:  $15,16 \times 100 = 1,516 \text{ euros}$  and  $10,13 \times 100 = 1,013 \text{ euros}$ . The commas in these calculations are used as decimal separators.

**Figura 1.13.** Resolução do Henrique.

O Henrique começou por apresentar, através do cálculo, os valores correspondentes ao preço total de custo e da venda das ações. À semelhança de outros colegas, na mesma operação, utiliza a vírgula como separador dos milhares e como separador da parte inteira da parte decimal do número. As dificuldades no tratamento da vírgula estão, também, associadas a dificuldades na multiplicação de números decimais por 100, visto que o aluno afirmou ter tido a necessidade de recorrer a um instrumento de cálculo para efetuar a operação. Quando a professora questionou o porquê de não ter resolvido o exercício até ao final, o aluno argumentou ter ficado confuso com os resultados por não ter compreendido o significado da vírgula, e não ter conseguido, a partir daí, encontrar uma estratégia que lhe permitisse chegar a uma resposta. O aluno não arriscou, tendo decidido não responder efetivamente à questão.

#### 4.2.13 SÍNTESE

No âmbito da presente investigação, esta tarefa assumiu um duplo objetivo. Do ponto de vista da matemática, pretendia-se analisar a destreza dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos no cálculo de uma percentagem e, do ponto de vista da educação financeira, pretendia-se verificar os conhecimentos dos alunos relacionados com produtos financeiros, mais concretamente, as ações.

Através das produções escritas dos alunos e da dinâmica de aprendizagem estabelecida em sala de aula, identificaram-se dificuldades consideráveis no cálculo da percentagem. Tendo em conta o facto de se tratar de alunos do ensino secundário e de a questão colocada ser elementar (por envolver conceitos matemáticos de complexidade baixa e já abordados em anos anteriores), seria expectável a obtenção de níveis de desempenho superiores, comparativamente com os que, na realidade, se verificaram. É de destacar a diversidade de respostas dadas e de apenas dois alunos, de entre doze, terem apresentado um resultado final válido à questão. Destes dois, apenas a Isabel fez acompanhar a sua resposta de um processo de resolução totalmente válido. Quer dizer, a aluna identificou corretamente o valor, em euros, correspondente à margem de lucro; enunciou a regra de três simples, aplicou-a e obteve o valor correspondente à percentagem de lucro correspondente à venda das ações.

Note-se que, nas respostas, verifica-se uma amplitude significativa entre o valor mais alto e o valor mais baixo, ou seja, os resultados variam entre 99,784% e 5%. No desempenho matemático dos alunos, identificaram-se lacunas no cálculo elementar. Verificou-se que um número considerável de alunos recorreu a ferramentas de cálculo para multiplicar um número decimal por 100, não revelando, assim, autonomia e confiança na concretização das operações. Da utilização da ferramenta, resultou a vírgula como separador dos milhares, contudo, nem todos os alunos interpretaram o seu significado como tal e assumiram-na como separador da parte inteira da parte decimal do número. Significa que o efeito na deslocação da vírgula em operações do tipo  $100 \times 10,13 = 1,013\text{€}$  não é evidente para todos os alunos e, na mesma operação, a vírgula é utilizada duas vezes. A regra de três simples foi o processo utilizado por vários alunos para o cálculo da percentagem. Verificou-se que apenas alguns deles identificaram o valor correspondente ao lucro obtido com a venda das ações, de modo a utilizá-lo no processo de resolução e, de entre os que o apresentaram, nem todos conseguiram utilizá-lo devidamente. Identificaram-se, também, dificuldades na interpretação do significado matemático dos dados do enunciado, que, por sua vez, se refletiu no modo como foram utilizados na regra de três simples. É disso exemplo a resolução apresentada pelo Pedro. No que diz respeito à resposta final apresentada, tal como já referido, verificam-se valores bastante díspares de um valor aceitável como resposta, o que revelou falta de espírito crítico perante os resultados obtidos. Constatou-se que apenas um aluno procurou efetuar a verificação do resultado que obteve e não foi bem-sucedido nessa mesma verificação.

Os resultados obtidos evidenciaram a necessidade de reinvestir no conceito de percentagem, na sua dimensão conceptual. Do ponto de vista da didática da matemática, a identificação e análise do erro tornou-se útil para a reconstrução do conhecimento dos alunos, funcionando como forma de diagnóstico das dificuldades e como ferramenta necessária para a reconstrução do saber. Pensar sobre o erro permitiu identificar a sua origem e utilizar estratégias para a sua superação, através da análise da diversidade de respostas e da discussão de ideias. Foi revisto o conceito de percentagem e os processos de cálculo, constituindo este conteúdo um dos pré-requisitos para o módulo da estatística que iria ser lecionado a seguir. Poder-se-á afirmar que as dificuldades na execução matemática da tarefa foram superadas.

Antes da concretização da tarefa matemática, foi promovida uma discussão de ideias, acompanhada de pesquisas na internet sobre temas de natureza financeira. Os alunos compreenderam o que são mercados financeiros e que estes estão expostos a vários fatores conjunturais e, portanto, caracterizam-se pelo risco, instabilidade e incerteza. A discussão foi suportada por ideias lançadas pelos alunos que serviram de ponto de partida para exploração e debate, tendo sido acompanhada de pesquisas na internet.

Após a discussão dos resultados do ponto de vista matemático, a professora perguntou aos alunos o que tinham a dizer sobre a rentabilidade das ações a que se referia o enunciado da tarefa proposta. Um aluno manifestou-se, referindo considerar o investimento interessante visto ter tido uma rentabilidade de cerca de metade do valor investido. A partir deste ponto, a professora orientou a discussão de modo a acentuar o carácter imprevisível da rentabilidade deste tipo de produtos financeiros. Compreenderam que, apesar da possibilidade de obter uma grande rentabilidade, há também o risco de perder dinheiro, no caso de terem que ser vendidas em baixa. Ficaram, portanto, conscientes da volatilidade deste tipo de investimento, pois o valor das ações pode subir e descer drasticamente a qualquer momento. Concluiu-se que, como em qualquer investimento, negociar em ações tem vantagens e desvantagens, sendo aconselhável que os investidores estejam conscientes de todos os riscos que correm e invistam com moderação e consciência.

### **4.3 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DOS ALUNOS NA 2ª SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM**

Do ponto de vista matemático, a segunda situação de aprendizagem teve como objetivo analisar o desempenho dos alunos na produção de uma resposta à tarefa:

- O Pedro trabalha numa loja de produtos para a prática de desportos radicais que, entre outros artigos, vende pranchas de surf. A marca SurfPT acaba de lançar o modelo MyWave. Cada prancha deste modelo custa ao cliente 350 euros. Por mês, o Pedro recebe a quantia fixa de 600 euros. Para além deste valor, pode receber, ainda, por cada prancha que vender deste modelo,

uma comissão de 14% sobre o preço de custo para o cliente. Qual é o número mínimo de pranchas que o Pedro deve vender por mês de modo a receber mais do que 1600 euros?

Apresenta o teu raciocínio e os cálculos que efetuares.

À semelhança da primeira situação de aprendizagem, numa fase inicial, procurou-se atingir objetivos no âmbito da educação financeira. Discutiu-se o conceito de rendimento fixo e de rendimento variável e abordou-se a noção de comissão de venda como incentivo a trabalhadores da área comercial. A discussão centrou-se, também, na diversificação das fontes de rendimento como forma de aumentar os recursos financeiros para fazer face às despesas do dia a dia, poupar e investir. Foi desmistificada a ideia, assumida por alguns alunos, de que a educação financeira se cinge apenas a assuntos relacionados com a poupança. A importância da adoção de uma atitude pró-ativa e do fomento de uma cultura empreendedora foram, também, assuntos em discussão. A professora, à semelhança da primeira situação de aprendizagem, lançou questões às quais os alunos responderam, expondo as suas ideias à turma. Começou por perguntar o que entendiam por fontes de rendimento e solicitou alguns exemplos. Ouviram-se respostas do tipo: “*são formas de ganhar dinheiro*”; “*são os ordenados*”; “*se eu arrendar um quarto da minha casa, passo a ter um rendimento*” e “*ganhar dinheiro a vender ações, também faz parte do rendimento*”. Debateram as ideias apresentadas, efetuaram pesquisas na internet e, no final, os alunos compreenderam que existem várias definições para rendimento, no contexto financeiro.

A partir dos vários contributos, definiu-se rendimento como sendo a(s) remuneração(ões) que um agente económico recebe como contrapartida pela cedência de um fator produtivo. Constituem disso exemplo: o salário, os juros recebidos pela cedência de meios financeiros, os lucros pela cedência de capital produtivo e as rendas obtidas pela cedência de instalações. Tal como já foi referido, frisou-se a ideia de que, para além da poupança, o aumento e diversificação das fontes de rendimento é importante como forma de aumentar o rendimento disponível para colmatarem as despesas, os níveis de poupança e de investimento. Explorou-se, de uma forma simplificada, a noção de empreendedorismo. A professora perguntou aos alunos o que entendiam por “*ser empreendedor*”, tendo obtido como respostas: “*não sei*”; “*são pessoas dinâmicas*”; “*fala-se muito disso na televisão*”; “*são pessoas que criam o seu emprego*”; “*eu quero criar uma empresa*”. Como forma de dar resposta à questão, optou-se por adjetivar o conceito. As pesquisas realizadas pelos alunos permitiram compreender que um empreendedor é alguém que tem uma ideia, acredita nela e concretiza-a. É também alguém que não tem medo de criar algo novo, assumindo riscos calculados. É, também, dinâmico, otimista e persistente.

Numa segunda fase, os alunos responderam individualmente à tarefa matemática que lhes tinha sido apresentada, numa folha onde constava a questão, assim como um espaço para a apresentação do processo de resolução. Após este momento, e à semelhança da situação de aprendizagem anterior, a professora projetou um quadro-síntese com as respostas dos alunos.

**Tabela 2. Respostas dos alunos à questão proposta na 2ª situação de aprendizagem.**

Aluno(a)	Resposta
Isabel	21
João	21
Nuno	21
Pedro	33
Diogo	33
André	33
Ricardo	21
Miguel	3
Paulo	21
Henrique	49

Observando a tabela, verifica-se que apenas metade dos alunos apresentou uma resposta válida. Num total de dez alunos, verificam-se quatro respostas diferentes: 21; 33; 3 e 49 pranchas. A Isabel e o João apresentaram uma resposta válida, tal como na 1ª situação de aprendizagem.

Após a observação da tabela, o João comentou: “Três?! Quarenta e nove?! Até sem estar a fazer contas dá para ver que é impossível! E 33 também não. Ao fazer  $49 \times 33$  vai ultrapassar os 1600 e diz no exercício que queremos saber o número mínimo para ele ganhar mais do que 1600. Já tem 600 garantidos, não precisa de vender tantos!”.

De modo similar à primeira situação de aprendizagem, a professora incentivou os alunos a apresentarem as suas propostas de resolução, que constituíram o ponto de partida para o esclarecimento de dúvidas e para a reconstrução do conhecimento.

#### 4.3.1 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DA ISABEL.

$$350 \times 0,14 = 49$$

$$600 + 49x = 1600 \Leftrightarrow 49x = 1600 - 600 \Leftrightarrow x = \frac{1000}{49} \Leftrightarrow$$

$$x = 20,4$$

R: O Pedro deve vender um mínimo de 21 pranchas.

**Figura 1.14. Resolução da Isabel.**

A Isabel apresenta uma resposta e uma estratégia de resolução válidas. Demonstra uma compreensão clara dos dados do problema e a utilização das ferramentas adequadas para a produção da resposta. Opta por equacionar os dados do problema, revela compreensão do significado da solução da equação que resolveu e assume o valor inteiro imediatamente a seguir a 20,4 como resposta à questão, ou seja, 21 pranchas. Revela, assim, um bom domínio na resolução do problema, mobilizando conhecimentos algébricos que mostram uma reificação dos processos aritméticos anteriormente abordados.

#### 4.3.2 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO JOÃO.

$350 \times 0,14 = 49$   
 $600 + 49 \times 21 = 1609 \text{ €}$

R: 21 pranchas no mínimo  
~~se~~ o Pedro recebe 600€ mais 49€, ou seja 649.  
Vai-se multiplicando por vários números de pranchas até chegar a um valor maior que 1600€.

Figura 1.15. Resolução do João.

O João opta por mostrar, através de cálculos, o motivo pelo qual considerou necessário vender 21 pranchas para obter um rendimento superior a 1600 euros. Explica por palavras a estratégia que utilizou, ou seja, por tentativas “vai-se multiplicando por vários números de pranchas até chegar a um valor maior do que 1600€”. Comete uma imprecisão quando afirma que “O Pedro recebe 600€ mais 49€, ou seja, 649€”. Contudo, tal não afeta o seu raciocínio nem a produção de uma resposta válida à questão. Note-se que a Isabel optou por uma estratégia diferente, equacionado o problema. Ao não equacionar o problema, o João aparenta estar num processo de transição entre a aritmética e a álgebra.



#### 4.3.3 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO NUNO.

~~350 x 14%~~  
~~600 € fixo + 350 por 14%~~  

$$\begin{array}{r} 350 - 100 \\ x - 14\% \end{array} \quad 350 \times 14\% = \frac{4900}{100} = 49 \text{ €} \text{ ~~pranchas~~$$

Ele ganha 49 € por cada prancha vendida e necessita de 1600 mas como já ganha 600 fixo  $1600 - 600 = 1000$  ~~1000 = 49 = 20.4~~ como não dá para dividir ao meio e ele vender só 20 dá  $20 \times 49 + 600 = 1520$  logo não chega precisa de vender  $\textcircled{31}$  pranchas para ultrapassar os 1600.

Figura 1.16. Resolução do Nuno.

O Nuno apresenta uma resposta válida à questão, acompanhada de uma justificação por palavras e por cálculos. O modo detalhado como justifica a resposta situa o aluno ao nível da transição entre a aritmética e a álgebra, ao utilizar preferencialmente a escrita como forma de justificar o seu raciocínio. Este processo de representação é usado com eficácia, mas não se revela suficientemente desenvolvido para promover a escrita simbólica.

#### 4.3.4 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO PEDRO.

$$\begin{array}{r} 350 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 14\% \end{array}$$

$$x = \frac{350 \times 14}{100} \Rightarrow x = 49$$

$$1600 : 49 = 32,65$$

R: Para receber mais do que 1600 tem que vender, no mínimo 33 pranchas.

Figura 1.17. Resolução do Pedro.

O Pedro não apresenta uma resposta final válida à questão. À semelhança dos colegas, efetua corretamente o cálculo da percentagem que lhe permite obter o valor da comissão correspondente à venda de cada prancha. A divisão, operação que apresenta a seguir, faz sentido neste contexto. Contudo, dificuldades de interpretação dos dados ou uma leitura menos atenta do enunciado poderão ter estado na origem do erro que cometeu ao dividir 1600 por 49 em vez de 1000 por 49. Aceita o resultado que obteve, sem efetuar a verificação. O Pedro revela, assim, conhecer um processo matemático que permitia obter uma resposta válida à questão, todavia, não conseguiu transpor para a divisão os valores adequados. Note-se que, na primeira situação de aprendizagem, revelou, também, conhecer um processo matemático válido para responder, mas as dificuldades na interpretação e transposição dos valores corretos foram, também, notórias.

#### 4.3.5 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO DIOGO.

$1 \rightarrow 350 \text{€}$   
 sensibilidade  $\rightarrow 1600 \text{€}$   
 $350 - 100$   
 $x = 14$   
 $x = 49 \text{€}$   
 $1000 : 49 = 32,65$   
 $49 \times 33 = 1617$   
 R: Terá que vender pelo menos 33 pranchas num mês.

**Figura 1.18.** Resolução do Diogo.

O Diogo comete a mesma imprecisão que o Pedro ao dividir 1600 euros por 49. Note-se que, na primeira situação de aprendizagem, revelou, também, conhecimento sobre os conceitos matemáticos a utilizar, porém, transpareceram dificuldades na interpretação e utilização dos valores. À semelhança do colega anterior, um erro por distração ou dificuldades na interpretação dos dados poderão estar na base das dificuldades manifestadas no desempenho do aluno.

#### 4.3.6 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO ANDRÉ.

$350 \times 0,14\% = 49$

~~1600 - 600 = 1000~~

$1000 : 49 = 20,4$

pois:

$20 \times 49 = 980$        $25 \times 49 = 1225$        $35 \times 49 = 1715$

~~1600 - 600 = 1000~~       $30 \times 49 = 1470$        $33 \times 49 = 1617$

logo, terá que vender, no mínimo, <sup>33</sup> pranchas. ~~21~~

Figura 1.19. Resolução do André.

O André começa por efetuar corretamente o cálculo da percentagem que lhe permite obter o valor da comissão por cada prancha vendida. Apresenta a diferença correspondente ao valor que o comercial deverá conseguir obter em comissões de venda de modo a obter um rendimento mensal superior a 1600 euros, ou seja, 1000 euros. Efetua a divisão de 1000 por 49, cujo resultado arredondado por excesso corresponde ao número de pranchas que o Pedro precisa de vender, ou seja, 21 pranchas. No entanto, não apresenta o valor como tal e decide mostrar que é necessário vender mais do que vinte pranchas, pois  $20 \times 49 = 980$ , ou seja, inferior a 1000 euros. Experimenta a multiplicação de 49 por vários valores, onde revela se ter perdido no raciocínio, pois ao invés de procurar um valor cuja multiplicação por 49 seja superior a 1000, procura para um valor superior a 1600. A distração poderá ter estado na origem do erro, uma vez que, numa fase inicial, o André revelou compreensão dos dados do problema.

#### 4.3.7 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO RICARDO.

Prancha - 350€  
Recebe por mês - 600€  
Por cada prancha que vender, ele recebe 14% do seu preço.  
 $14\% = 49€ \rightarrow 0,14 \times 350 = 49$   
 $49 \times 21 = 1029 \rightarrow 1029 + 600 = 1629€$   
↓ ↓  
Número de pranchas      salário por mês  
R: Ele precisa de vender 21 pranchas de surf.

Figura 1.20. Resolução do Ricardo.

O Ricardo apresenta um processo de resolução válido, justificando com clareza, através de palavras e cálculos, a sua resposta. Começa por apresentar os dados do enunciado, calcula o valor correspondente à percentagem que o Pedro recebe por cada prancha vendida e justifica, através de cálculos, a razão pela qual é necessário vender 21 pranchas de maneira a que o vencimento mensal ultrapasse os 1600 euros. A sua resposta revela, portanto, compreensão do problema, sendo a aritmética o processo utilizado para a sua fundamentação.

#### 4.3.8 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO MIGUEL.

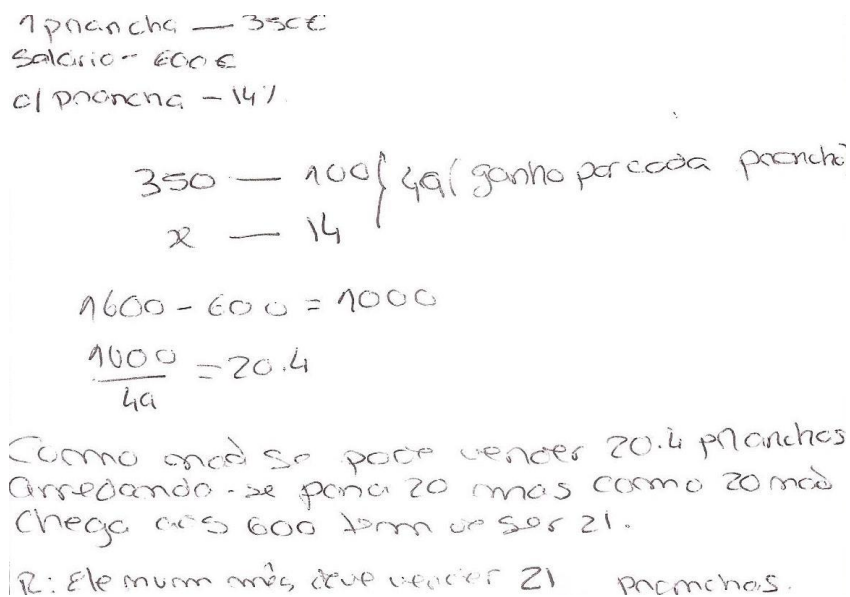
$350 \times 0,14 = 49$        $1600 - 684 = 916$   
 $600 \times 0,14 = 84$        $916 : 350 = 3$   
Num mês o Pedro tem que vender no mínimo 3 pranchas  
Para receber mais do que 1600 euros.

Figura 1.21. Resolução do Miguel.

O Miguel começa por calcular o valor correspondente à comissão por cada prancha vendida. Contudo, efetua, também, um cálculo que corresponde a 14% do valor do ordenado fixo do Pedro, não produzindo um significado válido neste contexto. Efetua uma diferença e uma divisão que também

não traduzem um sentido válido. À semelhança da tarefa anterior, o Miguel manifestou dificuldades na compreensão dos dados do problema e na apresentação de um raciocínio coerente e fundamentado. A resposta que apresenta, ou seja, três pranchas, não é válida e revela falta de espírito crítico perante esse resultado, uma vez que é bastante díspar do valor correto, ou seja, 21 pranchas.

#### 4.3.9 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO PAULO.



1 prancha — 350€  
 Salário — 600€  
 c/ prancha — 14%

350	—	100	}	ganho por cada prancha
x	—	14		

1600 — 600 = 1000  
 $\frac{1000}{14} = 20.4$

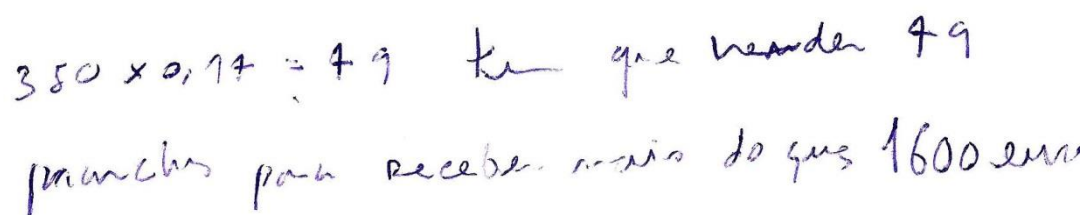
Como não se pode vender 20.4 pranchas arredando - se para 20 mas como 20 não chega aos 600 tem de ser 21.

R: Ele num mês deve vender 21 pranchas.

**Figura 1.22.** Resolução do Paulo.

O Paulo utiliza como estratégia para o cálculo da percentagem a regra de três simples. Identifica corretamente o valor mínimo que o Pedro deverá conseguir em comissões, ou seja, 1000 euros. E, através da sua divisão pelo valor da comissão obtida em cada prancha, obtém o valor decimal 20,4. Mostra saber lidar com este valor, ao justificar, por palavras, a razão pela qual o Pedro necessita de vender 21 pranchas.

#### 4.3.10 ANÁLISE DA RESPOSTA E DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DO HENRIQUE.



$350 \times 0,14 = 49$  km que vender 49 pranchas para receber mais do que 1600 euros

**Figura 1.23.** Resolução do Henrique.

Tal como os restantes colegas, o Henrique calcula o valor correspondente à comissão por cada prancha vendida. Contudo, não interpreta o valor como tal e assume-o como resultado correspondente ao número de pranchas que o comercial deverá vender para atingir o seu objetivo. Apesar de ter efetuado corretamente o cálculo, revelou, portanto, não compreender o seu significado. Esta resposta traduz uma compreensão insuficiente do problema, pois o valor quarenta e nove euros é interpretado pelo Henrique com outro significado, ou seja, como sendo correspondente a 49 pranchas.

#### 4.3.11 SÍNTESE

À semelhança da primeira situação de aprendizagem, pretendia-se, com a atividade proposta aos alunos, analisar o desempenho matemático dos alunos, assim como os níveis de literacia financeira relacionados com a questão colocada.

Ao conceito de percentagem, tal como abordado na revisão de literatura, atribui-se um caráter social importante, na medida em que são várias as situações do quotidiano em que o cidadão se confronta com a necessidade de o aplicar, em particular, situações de natureza financeira. Na primeira situação de aprendizagem, verificou-se que vários alunos não possuíam uma noção clara deste conceito, o que justificou a necessidade de o rever. Constatou-se que, nesta situação de aprendizagem, nenhum aluno apresentou dificuldades no cálculo da percentagem correspondente à comissão do vendedor por cada prancha vendida, embora um dos alunos não tenha interpretado o seu significado como tal.

Apesar de, à tarefa matemática proposta se atribuir um grau de dificuldade elementar, constatou-se que apenas metade dos alunos apresentaram uma resposta válida, o que evidencia lacunas significativas destes alunos a nível de conhecimento e utilização de ferramentas matemáticas. Identificaram-se, também, dificuldades na interpretação dos dados do enunciado, erros por distração e falta de espírito crítico perante os resultados obtidos.

É ainda de destacar que vários alunos se encontram numa zona de transição, da abordagem aritmética para a abordagem algébrica, privilegiando a representação numérica dos cálculos efetuados e explicitando-os em termos de linguagem corrente. É menos representativa a capacidade de manipulação algébrica do problema, como é o caso da Isabel, que o equaciona e resolve através de uma equação, sendo posteriormente capaz de explicitar o resultado encontrado em termos da solução do problema proposto.

À semelhança da situação anterior, os erros identificados na produção de respostas dos alunos constituíram o ponto de partida para a reconstrução do conhecimento. Conhecer o erro e analisá-lo ajudou a professora e os alunos a colocar o foco no processo utilizado para chegar a determinado resultado e, a partir deste, perceber onde estão as dificuldades, tendo em linha de conta as características individuais dos alunos e o seu desenvolvimento intelectual.

Ainda a propósito da matemática, deve dizer-se que a sua associação à educação financeira desencadeou nos alunos, à semelhança da primeira situação de aprendizagem, o reconhecimento da sua importância enquanto ferramenta útil para a resolução de situações práticas da vida em sociedade. A matemática assumiu-se, assim, para os alunos, na sua vertente mais social, como instrumento facilitador da integração social.

Do ponto de vista da educação financeira, a atividade permitiu enriquecer o conhecimento dos alunos em conceitos como rendimento e comissão de venda. Permitiu, também, explorar a ideia, embora de forma simplificada, do que é ser empreendedor. Sublinhou-se a importância de desenvolver uma atitude pró-ativa perante o trabalho de modo a que o seu retorno, do ponto de vista financeiro, constitua um elemento facilitador e promotor do bem-estar no dia a dia dos cidadãos.

#### **4.4 ANÁLISE DA 3ª SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM**

##### **4.4.1 ATIVIDADE PROPOSTA**

O terceiro momento de aprendizagem ocorreu com a introdução do módulo A3-Estatística. À semelhança das duas situações de aprendizagem anteriores, pretendia-se atingir objetivos no âmbito da estatística e da educação financeira. Apresentam-se dados e evidências recolhidas, acompanhados de uma análise crítica sobre o modo como decorreu a experiência em termos de ganhos de aprendizagem para os alunos em ambas as áreas do saber.

Revisitaram-se conceitos abordados em anos anteriores, nomeadamente população, unidade estatística, amostra, frequência absoluta e frequência relativa. A esta última associou-se a noção de percentagem. Foi feita referência a métodos de recolha de dados, tendo sido destacado o inquérito por questionário, uma vez que este foi o método de recolha utilizado na atividade que se seguiu.

A professora começou por lançar a questão: “O que é a estatística?”. Alguns alunos tomaram a iniciativa e apresentaram respostas como: “é uma área da matemática”; “é uma forma de mostrar

conclusões de estudos”; “serve para perceber, por exemplo, quem é que vai ganhar as eleições”. As respostas dadas por estes três alunos constituíram o suporte para a apresentação da ideia de que a estatística é a ciência que se dedica à recolha, análise e interpretação de dados. De seguida, a professora perguntou o que significa, em estatística, população, amostra e unidade estatística. Um aluno respondeu, apresentando um exemplo: “se estivermos a fazer um estudo na escola para saber, por exemplo, quem vai ganhar as eleições para a associação de estudantes, a população são os alunos todos e a amostra é, por exemplo, perguntar a 5 alunos de todas as turmas da escola”. A partir deste exemplo, concluiu-se que a população consiste no conjunto de todos os elementos que estão a ser estudados e a amostra corresponde a um subconjunto da população. Recordou-se, também, que se entende por unidade estatística cada elemento da população.

Com o intuito de recordar o conceito de frequência absoluta, de frequência relativa e de dar um significado concreto aos conceitos de população e unidade estatística, a professora exemplificou: *suponhamos que pretendemos fazer um estudo sobre o número de calçado dos alunos(as) cá da turma. A população é constituída pelos alunos da turma, sendo cada um dos alunos(as) da turma uma unidade estatística.* A professora perguntou: “quando falamos em frequência absoluta, a que é que nos estamos a referir?” Ouviram-se respostas como: “é o número que cada um calça”; “tem que se contar. Por exemplo, quantos calçam o 39, 40 e por aí fora”. A partir destes dois comentários, ficou a ideia de que a frequência absoluta é o número de vezes que uma determinada variável assume esse valor. Neste caso, referiu a professora que a frequência absoluta é o número de alunos que calça o 40, por exemplo. Decidiu, então, perguntar aos alunos quantos calçavam o 40. Dos 21 alunos presentes, 6 afirmaram calçar 40. Então, disse a professora, “6 corresponde à frequência absoluta do número 40”. Prosseguiu, perguntando o que entendiam por frequência relativa. Um aluno respondeu que, apesar de não ter uma noção muito clara, sabia que tinha a ver com as percentagens. A partir do exemplo anterior, a professora referiu que seis alunos, num total de vinte e um, calçam o 40. Então, a frequência relativa é dada por  $\frac{6}{21}$ . Perguntou aos alunos o que deveriam fazer de modo a obter esta frequência em percentagem, ao que um aluno respondeu que basta multiplicar por 100. A partir daqui, fez-se o cálculo:  $\frac{6}{21} \times 100 \cong 0,29 \times 100 = 29\%$ . Deste modo, deu-se por terminada a primeira fase de revisão de conceitos para passar a uma nova fase, de resposta a um questionário.

Note-se que o programa de matemática para os cursos profissionais de nível secundário refere que os alunos deverão ficar a saber organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados) para daí tirar conclusões e alertar para a importância de tratarem dados que eles próprios recolheram. Tendo em conta estas orientações, pretendia-se o maior envolvimento possível dos alunos no processo de construção do seu saber. Neste sentido, foi proposta uma atividade, enquadrada em assuntos de natureza financeira, que se desenvolveu em cinco momentos: preenchimento de um inquérito elaborado pela professora sobre literacia financeira e organização das finanças pessoais; organização dos dados obtidos numa tabela; construção de gráficos e análise e interpretação da informação obtida.



Assim sendo, as competências visadas citadas no programa de matemática, foram o uso da matemática em combinação com outros saberes; a recolha e organização de dados relativos a uma situação ou fenómeno e sua representação de modo adequado (através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias); a leitura e interpretação de tabelas e gráficos à luz de situações a que dizem respeito e o desenvolvimento do sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

Como já foi referido neste estudo, a introdução da educação financeira no sistema de ensino português e, em particular, na disciplina de matemática, está a dar os primeiros passos. Assim sendo, as experiências realizadas em sala de aula envolvendo estas duas áreas do saber são, ainda, pontuais. Este estudo incide, portanto, sobre uma experiência de implementação de atividades de educação matemática aplicada à educação financeira.

O questionário aplicado aos alunos, apresentado no anexo 1 (*Vide ANEXO*), era constituído por dez questões, enquadradas em temas, subtemas e objetivos previstos no REF, que são apresentados na tabela que se segue. Abordaram-se assuntos como a gestão do orçamento mensal; fundo de emergência; plano poupança reforma (PPR); lucro de uma empresa; imposto de valor acrescentado (IVA); imposto sobre rendimentos singulares (IRS), entre outros. Colocou-se, também, uma questão de natureza comportamental do indivíduo perante o consumo, a poupança e o investimento.

**Tabela 3.** Enquadramento do questionário no Referencial de Educação Financeira.

TEMAS	SUBTEMAS	OBJETIVOS
Planeamento e gestão do orçamento	Despesas e rendimentos	Relacionar despesas e rendimentos
	Riscos e incerteza	Avaliar os riscos e incerteza no plano financeiro
	Planeamento	Evidenciar a relevância do planeamento a médio e a longo prazo
Sistema e produtos financeiros básicos	Meios de pagamento	Caracterizar meios de pagamento
	Contas bancárias	Compreender o funcionamento da conta de depósito à ordem
	Sistema financeiro	Indicar características do sistema financeiro; compreender o funcionamento do sistema financeiro.
Poupança	Objetivos da poupança	Saber o que é a poupança e quais os seus objetivos
	Aplicações da Poupança	Compreender formas de aplicação e de remuneração da poupança
Crédito	Responsabilidades do crédito	Entender as responsabilidades decorrentes do recurso ao crédito
Direitos e deveres	Informação financeira	Saber que existem direitos e deveres relativamente à informação financeira

Após os vinte e um alunos presentes na aula terem respondido individualmente, a professora recolheu os questionários, de modo a proceder à organização da informação. Os alunos organizaram-se em grupos de dois e procedeu-se ao tratamento dos dados obtidos, organizando-os numa tabela de Excel. Na tabela 4 (*Vide infra*), pode observar-se a tabela construída pela Isabel e pelo Nuno, onde consta a frequência absoluta e a frequência relativa, correspondentes ao número de respostas certas e ao número de respostas erradas. O preenchimento das frequências absolutas foi feito em conjunto com a turma. A professora leu cada uma das questões, indicou para cada uma delas a resposta que mais se adequava, e solicitou aos alunos que a selecionaram que colocassem o dedo no ar. Contaram-se o número de respostas certas e o número de respostas erradas e, cada grupo foi preenchendo as primeiras colunas da tabela. No diário de bordo, registaram-se alguns comentários dos alunos, no momento em que preenchiam nas tabelas de Excel a frequência relativa, que se transcrevem:

**Miguel:** Eu acho que tem que se dividir as certas pelas erradas.

**Isabel:** Não é assim. É, por exemplo, 5 em 20 acertaram na primeira e divides o 5 pelo 20! E podes escrever, também, em percentagem. Multiplicas por 100.

Com a ajuda entre pares e da professora, os grupos foram preenchendo as tabelas. Terminada esta fase, a professora projetou no quadro uma das tabelas preenchida por um grupo de alunos. A partir desta, foi feita uma interpretação dos resultados obtidos.

**Tabela 4.** Tabela elaborada em Excel pela Isabel e pelo Nuno.

Resultados obtidos no inquérito:						
Questão	Nº certas	Nº erradas	% certas (zero c.d.)	% (zero c.d.)	% erradas (zero c.d.)	% (zero c.d.)
1	6	15	28,571	29	71,429	71
2	20	1	95,238	95	4,762	5
3.1	12	9	57,143	57	42,857	43
3.2	6	15	28,571	29	71,429	71
3.3	14	7	66,667	67	33,333	33
3.4	8	13	38,095	38	61,905	62
3.5	10	11	47,619	48	52,381	52
4	11	10	52,381	52	47,619	48
5	12	9	57,143	57	42,857	43
6	8	13	38,095	38	61,905	62
7.1	16	5	76,190	76	23,810	24
7.2	9	12	42,857	43	57,143	57
7.3	13	8	61,905	62	38,095	38
7.4	8	13	38,095	38	61,905	62
8	12	9	57,143	57	42,857	43
9	3	18	14,286	14	85,714	86
10.1	13	8	61,905	62	38,095	38
10.2	14	7	66,667	67	33,333	33
10.3	11	10	52,381	52	47,619	48
10.4	5	16	23,810	24	76,190	76

A professora comentou: “Vamos, então, interpretar a informação apresentada na tabela. Quem quer começar por dizer alguma coisa?”. O Nuno respondeu, afirmando que “quase todos acertaram na segunda pergunta”. Seguiu-se a intervenção do Paulo: “e na 9 só não erraram três!”.

Em conjunto, analisaram-se os resultados obtidos para cada uma das questões e, a partir de um debate de ideias, procurou-se obter a resposta que mais se adequava a cada uma das questões.

A primeira questão enquadra-se, à luz do REF, no tema Planeamento e Gestão do Orçamento. Pretendia-se verificar o que os inquiridos entendiam por gestão do orçamento mensal. Para tal, deveriam escolher uma das três opções: é uma planificação dos rendimentos que obtemos e do destino que lhe vamos dar; consiste em procurar formas de aumentar o valor total das receitas para o mês; é o controlo das despesas previstas até ao final do mês. De um total de vinte e um alunos, seis assinalaram a resposta considerada mais plausível, ou seja, é uma planificação dos rendimentos que obtemos e do destino que lhe vamos dar. A professora estimulou a participação dos alunos, desafiando-os a apresentar a sua resposta, de forma justificada. Alguns alunos fizeram-no, através de afirmações como: “é quanto recebe por mês”; “é saber o que vou fazer com o ordenado”; “é quanto vai custar as despesas do mês”; “é o que sobra para poupar”; “é o que tenho para gastar”.

Ainda neste contexto, a professora procurou verificar o que os alunos entendiam por receitas e por despesas. Ouviram-se comentários do tipo: “as receitas são o que eu ganho e as despesas as coisas que eu tenho que pagar”; “há meses em que há mais despesas e outros menos”; “e também há profissões em que não se ganha todos os meses o mesmo. Pode-se receber, por exemplo, as comissões. Já falamos disso”. Dos vários contributos dados pelos alunos e das pesquisas realizadas na internet, resultou que por rendimentos entende-se o total da receita, nomeadamente os salários, as rendas, as pensões, os investimentos e as prestações sociais. Surgiram exemplos de vários tipos de despesas familiares, tais como a habitação, a alimentação, os transportes, os seguros, a formação, a saúde; o vestuário; o desporto; a estética e o lazer. Concluiu-se, portanto, que a gestão do orçamento mensal consiste na planificação dos rendimentos e do destino que lhe damos, através das despesas.

Na segunda questão, constatou-se que quase todos os alunos responderam corretamente. Serviu de base para alertar para a importância da poupança. De entre as opções apresentadas, a resposta mais plausível seria que um fundo de emergência correspondesse a uma quantia de dinheiro poupada de modo a fazer face a despesas inesperadas. Neste sentido, ficou a ideia de que, mensalmente, deve ser integrado no conjunto das despesas que constituem o orçamento familiar uma determinada quantia para ser depositada num fundo de emergência que poderá ser utilizado para uma situação de despesa atípica.

A terceira questão envolvia conceitos como *homebanking*, conta corrente; cartões de débito e de crédito. Os alunos deveriam escolher, entre quatro afirmações, as verdadeiras, ou seja, o débito direto permite pagar serviços através do débito automático na conta do utilizador do serviço e a conta corrente permite o acesso rápido e seguro à conta bancária para fazer levantamentos, depósitos e

outras operações. Este contexto permitiu explorar alguns termos e conceitos associados a serviços bancários. Os alunos utilizaram a internet para explorar os conceitos referidos em cada uma das afirmações, expondo ideias à turma de modo a concluir, em conjunto, que as afirmações verdadeiras seriam as supracitadas.

Noutras questões que se seguiram, exploraram-se conceitos como o plano de poupança reforma (PPR); imposto de valor acrescentado (IVA); imposto sobre rendimentos singulares (IRS); imposto sobre rendimentos coletivos (IRC); imposto municipal sobre imóveis (IMI) e lucro de uma empresa. Procurou-se, numa primeira fase, que todos os alunos identificassem o significado de cada uma das siglas. Neste sentido, a professora questionou os alunos no sentido de perceber se reconheciam o seu significado. No caso do IVA, embora não soubessem identificar o significado de cada uma das letras, alguns alunos referiram, através de exemplos, que se tratava de um imposto aplicado diretamente sobre os produtos.

A este propósito, o João afirmou: *“quando compro coisas no supermercado, pago IVA”*. Questionado no sentido de perceber a quem se destina o imposto, o aluno referiu ser, neste caso, ao dono do supermercado. As pesquisas realizadas na internet, sob a orientação da professora, permitiram clarificar que o IVA é o imposto de valor acrescentado que incide sobre o consumo de bens e serviços e é pago pelo consumidor final. No caso do IRS e do IRC, alguns alunos argumentaram que o IRS é um imposto que as pessoas que trabalham têm que pagar, isto é, incide sobre o rendimento. O IRC não era do conhecimento de uma parte considerável dos alunos. Traduziu-se, também, o significado da sigla IRC como sendo o imposto sobre rendimentos de pessoas coletivas, assim como o seu significado. Relativamente ao IMI, uma parte significativa de alunos da turma desconhecia a existência deste imposto. As pesquisas na internet e o diálogo permitiram compreender que a sigla IMI significa Imposto Municipal sobre Imóveis, sendo um imposto que incide sobre o valor patrimonial dos prédios.

A capitalização dos juros num depósito a prazo foi testada na questão oito, tendo mais de metade dos alunos acertado. Na questão seguinte, abordou-se o conceito de ativo financeiro, na qual apenas três alunos revelaram compreender o seu significado. Permaneceu a ideia de que um ativo corresponde a valores, direitos, bens e créditos que constituem o património de uma pessoa, individual ou coletiva. A clarificação do conceito foi acompanhada de exemplos, designadamente o caso das ações que já haviam sido referidas numa atividade realizada anteriormente.

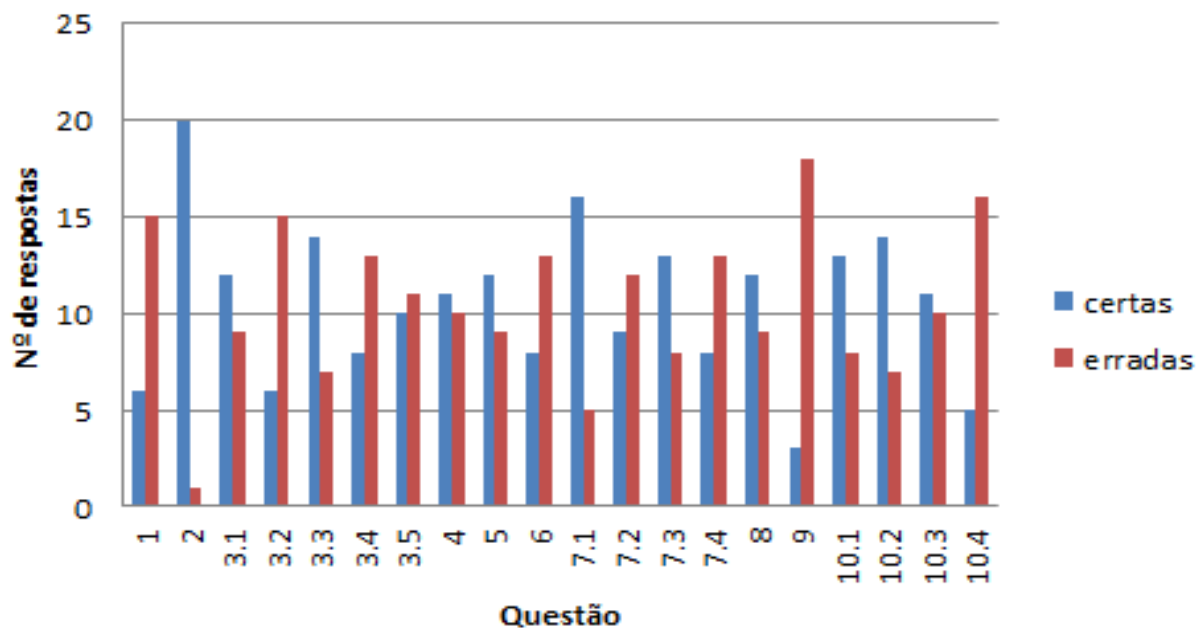
A última questão assumiu uma vertente de natureza comportamental. Das quatro afirmações apresentadas, os alunos deveriam selecionar apenas as verdadeiras. Deste modo, seguem-se as opções apresentadas: só no final do mês devo verificar se sobrou algum dinheiro e, em caso afirmativo, devo colocá-lo numa poupança; devo evitar fazer compras em momentos em que sinto alguma descompensação emocional; ao investir, devo diversificar os investimentos, não colocando “todos os ovos no mesmo cesto” e, finalmente, a opção: ao investir em ações e obrigações, devo basear-me em sugestões dadas pelo gerente da conta, caso eu não possua conhecimento e experiência nesta área.

Nas três primeiras afirmações, mais de metade dos alunos responderam de acordo com o que se pretendia. À ideia de poupança alertou-se para a importância de colocar de lado, logo após a obtenção de rendimentos, uma parte para realizar poupança. Justificou-se esta ideia com o facto de, caso esta tarefa seja deixada para o final do mês, o consumidor pode tender a ceder à tentação de efetuar gastos supérfluos, motivado pelo facto de ter dinheiro disponível para o poder fazer. A tendência para comprar mais, fruto de uma descompensação emocional foi reconhecida por uma parte considerável de alunos, ficando a ideia de que estes momentos serão mais propícios para a realização de gastos supérfluos. Relativamente à afirmação seguinte, a professora questionou os alunos acerca do significado de *“diversificar os investimentos, não colocando todos os ovos no mesmo cesto”*. A primeira resposta que obteve foi que *“não se deve colocar o dinheiro todo na mesma conta porque o banco pode ir à falência”*. Esta afirmação serviu de mote para a exploração do que se entende por investimentos, acompanhado de exemplos. A sua diversificação poderá constituir uma forma de diminuir o risco na medida em que, no caso de perda num investimento, outros poderão vir a ser rentáveis, o que permite assegurar uma parte do capital investido. A última afirmação exigiu mais debate, uma vez que um número significativo de alunos mostrou-se convencido de que o gerente da conta deveria assumir um papel de conselheiro perante um investidor menos informado. Após alguma troca de ideias, permaneceu a ideia de que se deve ter muita cautela quando se trata de investir em produtos financeiros, principalmente quando se tem pouco conhecimento sobre os produtos e as condições em que o investimento é feito. Ouviram-se comentários, como: *“o gerente serve para ajudar a fazer investimentos e tem experiência”*; *“eles podem-me querer vender coisas que interessa ao banco mas não a mim”*. Ficou a ideia de que, seguir exclusivamente conselhos de representantes da entidade bancária, quando se trata de investir, não define um comportamento adequado por parte do consumidor. Foi também referido que nem sempre os produtos mais rentáveis constituem um melhor investimento. É necessário, também, ter em linha de conta vários fatores, entre outros, se o risco associado justifica o investimento. Enfim, a falta de conhecimento e experiência nesta área deverá ser motivo para evitar investir.

#### 4.4.2 CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS EM EXCEL

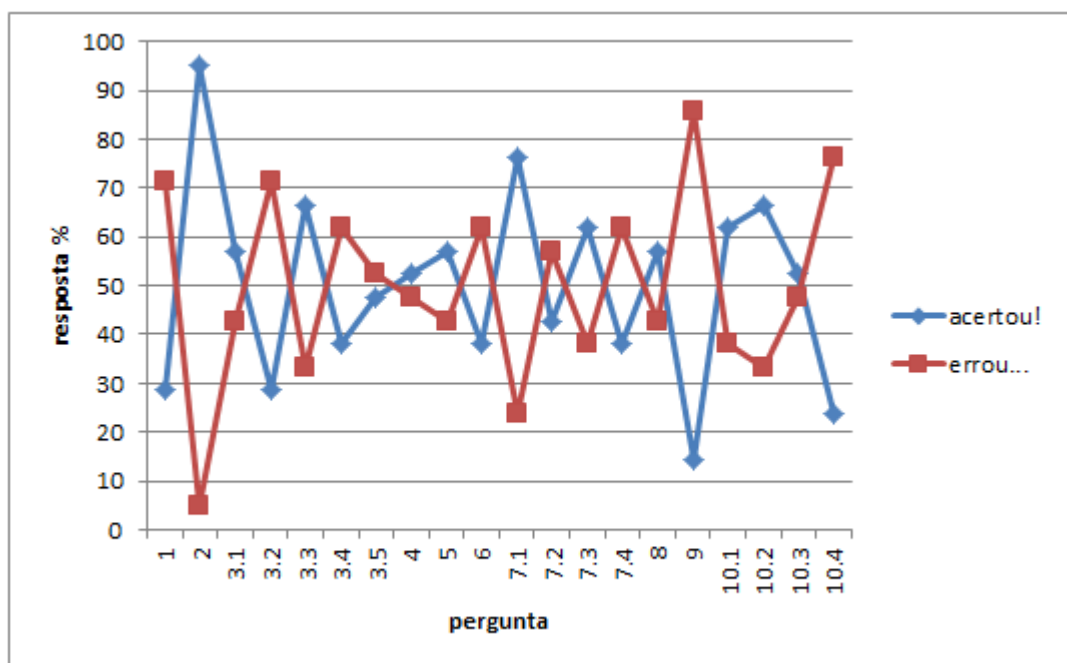
Após a conclusão da correção do inquérito e do debate de ideias centrado em aspetos de natureza financeira, a professora solicitou a cada grupo que construísse um gráfico que melhor se adequasse aos dados apresentados na tabela que tinham elaborado. Começou por ser feita referência ao gráfico como forma de expressar visualmente a informação. A professora perguntou aos alunos que tipos de gráficos conheciam. Ouviram-se respostas como: *“gráfico de barras, circular, de linhas, e aqueles com desenhos”*, pelo que a professora acrescentou que esses gráficos têm o nome de pictogramas. Alertou, também, para a importância do gráfico se adequar à informação de modo a facilitar a sua interpretação. Os alunos, mantendo a mesma organização, em grupos de dois, deram início à construção dos gráficos, com a liberdade de poder escolher o tipo de gráfico a apresentar. A professora

apenas apoiou os alunos, quando solicitada. Pontualmente, alguns alunos recorreram à ajuda da professora e ao apoio entre pares para o esclarecimento de dúvidas quanto ao manuseamento do Excel. Terminada a construção de gráficos, cada grupo procedeu à sua apresentação (através de uma projeção no quadro), acompanhada de uma fundamentação da opção realizada. Seguiu-se um debate, com o intuito de reconhecer vantagens e desvantagens de cada um dos gráficos apresentados, acompanhada, também, de uma análise comparativa entre eles. Os gráficos que se seguem foram selecionados de modo a elucidar como decorreu este momento da aula.



**Gráfico 1.** Elaborado pelo Nuno e pelo Henrique.

O Nuno e o Henrique construíram um gráfico de barras com duas cores, sendo as colunas azuis referentes às respostas certas e as vermelhas às respostas erradas. Os colegas reconheceram aspetos positivos no gráfico, nomeadamente a diferença de cores das colunas facilitou a sua comparação e o facto de, para cada questão, estarem juntas, pois permitiu uma comparação visual mais rápida, entre o número de respostas certas e erradas. Registaram-se, também, alguns comentários no sentido de o poder melhorar, tais como a ausência de título, a largura das colunas (por serem muito estreitas) e o facto de não ser possível quantificar, com rigor, para todas as colunas, quantos alunos efetivamente deram determinada resposta.



**Gráfico 2.** Elaborado pelo André e pelo Diogo.

O André e o Diogo optaram por um gráfico de linhas e pela apresentação das percentagens correspondentes ao número de respostas certas e erradas. A sua observação mereceu, também, alguns comentários por parte dos colegas no sentido de o poder melhorar. O gráfico foi considerado não muito adequado para a tradução da informação apresentada em tabela, visto não ser de fácil leitura e as linhas não fazerem sentido neste contexto, pois não existe significado para os pontos intermédios. Para além disso, não foi considerado fácil perceber a que valor percentual corresponde exatamente a cada um dos quadradinhos assinalados no gráfico. A ausência de título também foi notada por alguns colegas.

### Literacia financeira: resultados do inquérito

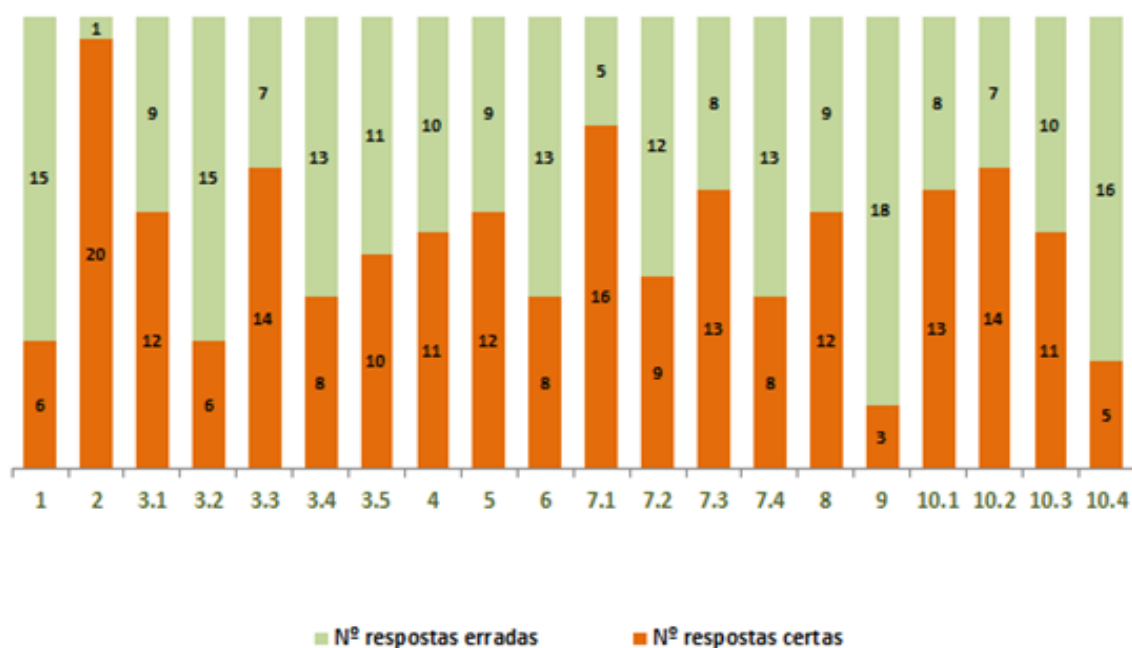


Gráfico 3. Elaborado pela Isabel e pelo João.

O gráfico 3, elaborado pela Isabel e pelo João, foi considerado pelos colegas, de entre todos os apresentados, o mais adequado. Foi reconhecida a vantagem de, na mesma coluna, se poder visualizar a cores diferentes o número de respostas certas e o número de respostas erradas, o que facilita a leitura e a interpretação da informação. Um dos colegas afirmou “*é melhor pôr tudo na mesma coluna do que em duas separadas. Ocupa menos espaço e percebe-se melhor*”. Outro colega reconheceu que o facto de o número de respostas dadas estar inserido dentro de cada uma das colunas facilita a visualização e, consequentemente, a leitura da informação. Um dos colegas referiu que talvez fosse melhor ter optado pelas percentagens. A Isabel argumentou, não reconhecendo vantagens na apresentação das percentagens: “*somos só 21, para quê as percentagens?! Escreves quantos alunos responderam certo e errado e já está. É melhor assim, porque sabes quantos são. Ao pões a percentagem, tu vais querer saber quantos foram e, assim, já sabes*”. A justificação da aluna foi aceite por todos os colegas. Finda a análise dos gráficos, a atividade encerrou com a elaboração, em conjunto, de um relatório da aula, que se passa a transcrever.



Na primeira aula de estatística e educação financeira, a turma do 10º ano do curso profissional Técnico de Gestão Desportiva da Escola Secundário D. Pedro V, respondeu a um questionário de literacia financeira e finanças pessoais. Individualmente, os vinte e um alunos presentes na sala, seis raparigas e quinze rapazes, responderam às questões. Posteriormente, foi feita a correção do questionário. Colocaram dúvidas, debateram-se ideias e, posteriormente, organizaram-se os dados obtidos numa tabela. A tarefa terminou com a construção e a análise dos gráficos construídos pelos alunos. Interpretou-se a informação obtida, tendo-se constatado que a questão em que um maior número de alunos tinha acertado fora a segunda. De entre as opções apresentadas, vinte alunos identificaram o que é um fundo de emergência. Verificou-se que, na questão nove, houve um maior número de alunos a errar, ou seja, dezoito, num total de 21. De entre as opções dadas, a mais plausível seria que um empréstimo à habitação não constitui um ativo financeiro. Relembrou-se qual o processo matemático para o cálculo de percentagens e para efetuar arredondamentos, assim como o modo como tais processos se executam no Excel.

#### 4.4.3 SÍNTESE

A terceira situação de aprendizagem desenvolveu-se a partir da convicção de que a estatística poderia constituir um tema que, pela sua dimensão prática e aplicação a situações reais, se poderia revelar interessante para a abordagem de conteúdos da educação financeira. Finda a experiência, constatou-se que, de facto, os alunos se envolveram de forma significativa nas tarefas, pelo que se concluiu que a estatística poderá beneficiar de uma abordagem no âmbito da educação financeira. A possibilidade de realizar pesquisas na internet e de discutir ideias gerou níveis de empenho e motivação consideráveis. O trabalho desenvolvido em Excel contribuiu para o envolvimento dos alunos, visto já terem adquirido algumas competências para trabalhar com o programa na disciplina de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). O Excel permitiu, também, a libertação do cálculo puro, direcionando o foco para os aspetos de natureza conceptual da matemática e para a análise e interpretação dos dados recolhidos. O recurso à internet revelou-se fundamental para a pesquisa de informação sobre conceitos de natureza financeira e, conseqüentemente, para o enriquecimento da discussão. O facto de os dados recolhidos através do inquérito revelarem o conhecimento dos alunos sobre assuntos de natureza financeira, facilitou o seu envolvimento na tarefa, ao suscitar a curiosidade de verificar se tinham respondido corretamente e comparar as suas respostas com as dos colegas.

Do ponto de vista da educação financeira, constatou-se que os temas eram pouco familiares aos alunos, pois revelaram possuir apenas algumas ideias intuitivas sobre os assuntos abordados. Esta experiência constituiu, assim, um primeiro contacto dos alunos com a educação financeira em sala de aula. No final das atividades, procurou-se obter *feedback* dos alunos acerca dos ganhos conseguidos em termos de aprendizagem. Foram feitos registos no diário de bordo, resultante da conversa com os alunos, onde se pode ler: “*aprendi que se deve poupar porque não se sabe do futuro e estamos em*

*crise”; “eu gostei de dar a minha opinião sobre as coisas que achava que sabia”; “eu gosto de estatística, é fácil. Também já sabia trabalhar um bocado com o Excel”; “ouvia falar de PPR mas não sabia muito bem o que era, nem as ações. Agora, já tenho uma ideia melhor”.*

Relativamente à estatística, revisitaram-se conceitos como população, amostra, unidade estatística, frequência absoluta e frequência relativa. De um modo geral, os alunos não manifestaram dificuldades consideráveis na concretização das atividades propostas. As tarefas seguiram as orientações do programa de matemática para os cursos profissionais de nível secundário, ao procurar associar a estatística a contextos relacionados com a vida quotidiana, ao procurar envolver os alunos na recolha e organização de dados e ao fazer uso do computador, em particular, o Excel, para o tratamento de dados.

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho de investigação tinha como propósito dar resposta a três questões: (i) Como se caracteriza a destreza dos alunos na aplicação de conceitos matemáticos, enquadrados em temas da educação financeira? (ii) Como se caracteriza a aprendizagem de conceitos da estatística, contextualizados na educação financeira? (iii) Como se caracteriza a literacia financeira dos alunos?

De modo a responder às questões de investigação, o trabalho empírico assentou em três situações de aprendizagem.

Relativamente à primeira questão de investigação, os resultados evidenciaram, numa primeira fase, lacunas consideráveis na compreensão do conceito matemático de percentagem e, conseqüentemente, na sua aplicação. Apesar de o processo de resolução de alguns alunos revelar conhecer um algoritmo válido para o cálculo de uma percentagem, o modo como fizeram uso dos valores apresentados no enunciado não lhes permitiu chegar a uma resposta válida à questão. De salientar, também, dificuldades no cálculo elementar, tendo-se verificado o recurso frequente a instrumentos de cálculo para a concretização de operações como  $100 \times 10,13$ . A interpretação do significado da vírgula suscitou, também, dificuldades, tendo-se constatado o seu uso quer como separador da parte inteira da parte decimal de um número, quer como separador dos milhares sem, contudo, se verificar que o seu significado, em diferentes contextos, era claro para os alunos.

De um modo geral, os resultados revelaram que, tendo em conta a faixa etária dos alunos e o facto de estarem num nível de ensino secundário, seria expectável que o desempenho matemático fosse superior ao que efetivamente se verificou. Identificaram-se dificuldades no tratamento dos dados do enunciado, no cálculo de percentagens, na aplicação de algoritmos matemáticos, na realização de cálculos elementares e na interpretação do significado da vírgula.

A segunda questão de investigação diz respeito à abordagem de conteúdos da estatística no âmbito da educação financeira. Os resultados destacaram, sobretudo, que o processo de ensino-aprendizagem da estatística poderá beneficiar significativamente com a sua aplicação a conteúdos de natureza financeira. Note-se que a estatística era do agrado da maior parte dos alunos, o que permitiu, também, um maior empenho nas atividades.

Ao aplicar a estatística a esta temática, utilizando o Excel como ferramenta, e como estratégia de aprendizagem o trabalho de grupo, as pesquisas na internet e os debates de ideias, os alunos denotaram níveis significativos de envolvimento no processo de construção da aprendizagem.

O enquadramento da estatística, no âmbito da educação financeira, também contribuiu para um ambiente de aprendizagem mais positivo, na medida em que os alunos conseguiram atribuir significados a conceitos matemáticos e compreender o potencial da matemática em contextos do mundo real. A este propósito, alguns alunos afirmaram que, deste modo, era mais fácil aprender porque *“está relacionada com outras coisas”* e *“se eu souber matemática percebo melhor as coisas da economia, dos gráficos, tenho mais cultura, sou mais capaz...”*.

A utilização do Excel revelou-se um fator de motivação por se tratar de uma ferramenta tecnológica que já conheciam, permitindo-lhes, mais facilmente, a concentração apenas nas questões matemáticas e na interpretação da informação. Note-se que o estudo seguiu as orientações do programa para o módulo A3-Estatística, que salienta que este fornece uma excelente oportunidade para atividades interdisciplinares, individualmente ou em grupo, devendo o professor, ao definir o plano de trabalho com os estudantes, incentivá-los a recorrer ao computador. Sugere também que, no final, os estudantes devem interpretar e comunicar os resultados à turma, fazendo uma análise crítica.

A terceira questão da investigação refere-se aos níveis de literacia dos alunos. Os resultados apresentaram que, de um modo geral, os alunos possuíam poucos conhecimentos sobre os temas abordados, tendo sido esta a sua primeira experiência de contacto com a educação financeira. Numa primeira fase, revelaram estar pouco sensibilizados para a sua importância, contudo, o contacto com os temas estimulou o interesse e o envolvimento dos alunos, envolvendo-se em pesquisas e debates com os colegas sobre vários temas previstos no referencial de educação financeira.

O debate de ideias, quer em relação às questões matemáticas quer em relação às de natureza financeira, contribuiu para aumentar os níveis de confiança dos alunos, estimulando a sua capacidade de argumentar e de ouvir os colegas. Ora, tendo em conta o facto de se tratar de um grupo de alunos provenientes de um contexto sociocultural baixo e, conseqüentemente, com expectativas inferiores ao que seria desejado, com pouco interesse pela escola e dificuldades à disciplina de matemática, a realização de atividades que estimulassem a sua confiança e motivação apresentou-se de suma importância.

Note-se, também, que, do ponto de vista da didática da matemática, a identificação e análise do erro se tornou útil para a reconstrução do conhecimento dos alunos, já que ele assumiu o papel de diagnóstico das dificuldades, constituindo uma ferramenta profícua na evolução das aprendizagens. Refletir sobre o erro permitiu identificar a sua origem e, a partir daí, utilizar estratégias e ferramentas didáticas adequadas à sua superação.

Em jeito de conclusão, este estudo revela-nos, sobretudo, o elevado potencial da disciplina de matemática para a promoção da educação financeira. Para tal, há que refletir, experimentar e pensar em ajustes do ponto de vista curricular e em metodologias de ensino que sirvam ambos os propósitos.

Vários alunos reconheceram ter ficado mais conscientes das dificuldades que possuem ao aplicar a matemática, em particular, a contextos que envolvam o seu bem-estar do ponto de vista financeiro. Esta consciência revelou-se, assim, vantajosa, constituindo um alerta para os alunos, dado que puderam verificar a importância da matemática, enquanto ferramenta imprescindível, na sua aplicação prática. Além disso, tomaram consciência da extrema necessidade em investir numa sociedade mais preparada do ponto de vista da educação financeira.

## **LIMITAÇÕES DO ESTUDO**

Findo o estudo, de entre várias limitações, destacam-se:

A primeira limitação prende-se com a estratégia de pesquisa utilizada, que é o estudo de caso. As conclusões apresentadas representam apenas um contexto de sala de aula e um grupo de alunos em particular, que restringe a amplitude dos resultados. Contudo, não limita a sua validade, visto que se trata de um estudo de natureza exploratória que tem como objetivo analisar e caracterizar uma realidade específica. Destaca-se como fator positivo a possibilidade de concretização de outros estudos sobre o tema, alargando a investigação a alunos de outros níveis de ensino.

A segunda limitação diz respeito à fase embrionária em que se encontra o processo de implementação da educação financeira em Portugal e, em particular, a sua introdução em disciplinas como a matemática.

## **RECOMENDAÇÕES PARA FUTURA PESQUISA**

Dada a importância e atualidade do tema da educação financeira, considera-se que ainda há muito a percorrer no campo da investigação nesta área e, em particular, a sua contextualização no âmbito da matemática. Assim sendo, como sugestões para pesquisas futuras, apontam-se três possibilidades:

- ✓ O alargamento do campo de estudo a alunos do ensino básico e do ensino secundário regular, numa perspetiva de investigação, através da implementação de atividades de educação financeira na aula de matemática.
- ✓ A análise dos projetos que têm vindo a ser implementados, no âmbito da educação financeira em contexto escolar, em Portugal.
- ✓ E, por fim, a análise do que tem vindo a ser desenvolvido no âmbito da formação de professores da educação financeira em Portugal.

## **BIBLIOGRAFIA**

Ambrósio, T. (1981). *Democratização do Ensino, Sistema de Ensino em Portugal*, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Abrantes, P., L. Serrazina, e I. Oliveira (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB. Associação de Professores de Matemática.

Barichello, L. (2008). *Análise de resolução de problemas de cálculo diferencial em um ambiente de interação escrita*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista/IGCE.

Batanero, C. (2000). Hacia donde va la educación estadística? *Blaix*15, 2-13.

Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, O. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp.31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Batanero, C. (2002). Los Retos De La Cultura Estadística.

Branco, J. *Estatística no secundário: o ensino e seus problemas*. In: LOUREIRO, C., OLIVEIRA, F.; BRUNHEIRA, L. (Eds.) *Ensino e aprendizagem da estatística*. Lisboa: SPE e APM, 2000, p. 11-30.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico-Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan. R. & Biklen. S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Borasi, R. (1985). Using errors as springboards for the learning of mathematics; an introduction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 7 (3-4), 1-14.

Cazorla, I. M. e Santana, E. R. dos S. (2006a). *Tratamento da informação para o ensino fundamental e médio*. Itabuna: Via Litterarum.

Cazorla, I. M. e Santana, E. R. dos S. (2006b). *The uncertain walks of Mônica*. In *Anais do 7<sup>th</sup> International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Bahia.

Cohen, L. et al. (2000). *Research Methods in Education*. Routledge.

Cole, S., Paulson, A., Shastry, G. High (2014). *School Curriculum and Financial Outcomes: The Impact of Mandated Personal Finance and Mathematics Courses*, Harvard Business School.

Council for Economic Education (2013). *The National Standards for Financial Literacy*.

Curi, E. (2005). *A Matemática e os Professores dos anos iniciais*. São Paulo: Musa Editora.

Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: O que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Editora Autêntica.

Damm W. L. (1998). *Les problèmes de pourcentage: une application des problèmes de conversion proportion-quantité*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM, 6, pp.197-212.

Freire, Paulo. (1996). *Pedagogia da autonomia : saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Freudenthal, H. (1973). *The Number Concept—Objective Accesses*. In *Mathematics as an Educational Task* (pp. 170-241). Springer Netherlands.

Garman, E. T., Kim, J., Kratzer, C. Y., Brunson, B. H., & Joo, S. H. (1999). *Workplace financial education improves personal financial wellness*. *Journal of Financial Counseling and Planning*, 10(1), 81.

Lopes, M. C. de Sousa (1997). *A Educação Especial em Portugal*. Edições APPACDM Distrital de Braga.

Maia, L., (1997). *Les représentations des mathématiques et de leur enseignement : exemple des pourcentages*. Tese de doutorado. Université René Descartes - Sorbonne, Paris V.

Maia, L. D. S. L. (2000). *Um estudo sobre o ensino da percentagem*. Anais da 22<sup>a</sup> Reunião Anual da ANPED. GT.



Mccormick, Martha Henn (2009). *The Effectiveness of Youth Financial Education: A Review of the Literature*. Journal of Financial Counseling and Planning Volume 20, Issue 1 2009, pp. 70-83.

Ministério da Educação e Ciência (2004-2005). Cursos profissionais de nível secundário. Programa: componente de formação científica da disciplina de matemática. Direção-Geral de Formação Vocacional.

Ministério da Educação, Direção-Geral de Formação Vocacional (2004/2005). Programa: Componente de Formação Científica da Disciplina de Matemática para os Cursos Profissionais de Nível Secundário.

Moore, Danna (2003). Survey of financial literacy in Washington State: knowledge, behavior, attitudes and experiences, technical report 03-39, social and economic Science research Center, Washington State University.

Mundy, S. (2008). Financial education programmes in school: Analysis of selected current programmes and literature draft - Recommendations for best practices. OCDE Journal: General papers, volume 2008/3. OCDE.

National Council of teachers of Mathematics [NCTM], 1994.

OECD (2005a). *Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies*. OECD. Disponível em: <http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf>. Acesso em: 20 de junho de 2016.

OECD (2005b). *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. Jul. Disponível em: <http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf> . Acesso em: 20 de junho de 2016.

Orton, L. (2007). *Financial literacy: Lessons from international experience*. Canadá: Canadian Policy Research Networks Inc.

Palm, T. (2009). *Theory of authentic task situations*. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Rotterdam: Sense.

Parrish, L. & Servon, L. Policy (2006). *Options to Improve Financial Education*. New America Foundation, Asset Building Program.

Plano Nacional de Formação Financeira (2011-2015). Conselho Nacional de Supervisores Financeiros. Editores: Banco de Portugal; Comissão de Mercado de Valores Mobiliários e Instituto de Seguros de Portugal.

Ponte, J. P. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. Grupo de Investigação DIFMAT-Didática e Formação de Professores de Matemática Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 93-115.

Relatório do inquérito de literacia financeira da população portuguesa (2011), Departamento de Supervisão Comportamental.

Rico, L. (1995). *Errores Y dificultades em el aprendizaje de las matemática*. In: Kipatrick J.; Gomes, P. e Rico, L. L. *Educación matemática*. Colômbia: Grupo editorial iberoamérica, pp. 69-108.

Roldão, M. C. (1999). *Cidadania e Currículo*. In *Inovação*, vol. 12.

Santana, E. R. dos S. e Cazorla, I. M. (2006). *Teaching Statistics at elementary and secondary schools*. In *Anais do 7<sup>th</sup> International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Bahia.

Schmalz, R.S.P. (1997). *The teaching of percent*. *Mathematics Teacher*, vol. 70, n. 4.

Schagen, S. (1997). *The evaluation of Natwest Face 2 Face with Finance*. National Foundation for Educational Research.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.

Skovsmose, O. (2001). *Landscapes of investigation*. *ZDM*, 33(4), 123-132.

Snee, R. D. (1993). What's missing in statistical education?. *The American Statistician*, 47(2), 149-154.

The National Standards for financial literacy (2013) - Council for Economic Education, New York  
Vale,I.,& Pimentel,T. *Resolução de problemas*. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: Lidel.

Walstad, W., Rebeck, K., and R. MacDonald. (2010). *The effects of financial education on the financial knowledge of high school students*. *Journal of Consumer Affairs* 44(2): 336-357.

### **LEGISLAÇÃO CONSULTADA**

LBSE (1986), Artigo 2º, Princípios Gerais.

Decreto-Lei nº 139/2012 de 5 de julho

## **WEBGRAFIA**

<https://www.bportugal.pt/>. Acesso em: 29 de junho, 2016.

<http://cliente bancario.bportugal.pt/>, acessido a 26 de junho de 2016.

<http://www.conheceracrise.com/>. Acesso em: 20 de junho, 2016.

[http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/protocolo\\_mec\\_bp.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/protocolo_mec_bp.pdf). Acesso em: 20 de junho, 2016.

<http://www.dge.mec.pt/educacao-financeira>. Acesso em: 20 de junho, 2016.

[http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/protocolo\\_mec\\_bp.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/protocolo_mec_bp.pdf). Acesso em: 28 de junho, 2016.

<http://dge.mec.pt/educacao-para-cidadania-linhas-orientadoras-0>. Acesso em: 28 de junho, 2016.

[http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf). Acesso em: 28 de junho, 2016.

[https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ECidadania/Referenciais/referencial\\_de\\_educacao\\_financeira\\_final\\_versao\\_port.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ECidadania/Referenciais/referencial_de_educacao_financeira_final_versao_port.pdf). Acesso em: 30 de junho, 2016.

<http://www.nctm.org/Publications/mathematics-teaching-in-middle-school/1994/Vo11/Issue1/?ref=1>. Acesso em: 30 de junho, 2016.

<http://www.todoscontam.pt/>. Acesso em: 20 de junho, 2016.

## ANEXO

### INQUÉRITO

#### Literacia Financeira e Finanças Pessoais

##### **Instruções de preenchimento:**

Seleciona a afirmação mais adequada, de entre as opções apresentadas, para as questões: 1, 2, 4, 5, 6, 8 e 9.  
Indica se as afirmações são verdadeiras ou falsas, para as questões: 3, 7 e 10.

- 1. A gestão do orçamento mensal consiste:**
  - A. Numa planificação dos rendimentos que obtenho no mês e do destino que lhe vou dar.
  - B. Na procura de formas de aumentar o valor total das receitas no mês.
  - C. No controlo das despesas previstas até ao final do mês.
  
- 2. Um fundo de emergência é:**
  - A. Uma quantia de dinheiro que poupo de modo a fazer face a despesas futuras inesperadas.
  - B. Um crédito que realizei num período em que não consegui fazer face às despesas.
  - C. Um investimento que realizei, num período de crise, num ativo financeiro.
  
- 3. Assinala as afirmações verdadeiras:**
  - A. O cartão de débito permite-me o adiantamento de uma determinada quantia mediante o pagamento de uma taxa de juro.
  - B. O cartão de crédito permite-me deduzir o valor de uma compra diretamente na minha conta corrente.
  - C. O débito direto permite-me pagar serviços através do débito automático na conta.
  - D. O *Homebanking* é o crédito realizado para habitação.
  
- 4. Um PPR consiste num:**
  - A. Plano – Para – Reformados.
  - B. Plano – Poupança – Reforma.
  - C. Plano – Poupança – Rendimentos.
  
- 5. O Lucro é:**
  - A. O valor do ordenado ilíquido mensal.
  - B. Os juros obtidos por uma poupança no banco.
  - C. O retorno positivo de um investimento.
  
- 6. As ações representam:**
  - A. Um título de crédito que me conferem, enquanto titular, o direito de receber o valor investido e os juros.
  - B. Uma parte do capital social de uma empresa.
  
- 7. Assinala as afirmações verdadeiras:**
  - A. IVA é um imposto indireto que se aplica sobre o consumo e é pago pelo consumidor final.
  - B. IMI é um imposto anual suportado pelos proprietários de bens imóveis.
  - C. IRC é um imposto que recai sobre os bens das pessoas singulares.
  - D. IRS é um imposto que recai sobre os rendimentos das empresas e das pessoas singulares.

**8. Num depósito a prazo, a uma taxa de juro fixo:**

- A. O valor dos juros é definido no momento da constituição do depósito.
- B. O valor dos juros é calculado sobre o valor do depósito inicial, somado com os juros acumulados.

**9. Não constitui um ativo financeiro:**

- A. Um depósito bancário à ordem.
- B. Um depósito bancário a prazo
- C. Os juros de ações e obrigações.
- D. Um empréstimo à habitação.

**10. Assinala as afirmações verdadeiras:**

- A. Só no final do mês devo verificar se sobrou algum dinheiro e, em caso afirmativo, devo colocá-lo numa poupança.
- B. Devo evitar fazer compras em momentos em que sinto alguma descompensação emocional.
- C. Ao investir, devo diversificar os investimentos, não colocando “todos os ovos no mesmo cesto”.
- D. Ao investir em ações e obrigações, devo basear-me em sugestões dadas pelo gerente da conta, caso eu não possua conhecimento e experiência nesta área.

