



**Ricardo Jorge da Conceição Silva**

Licenciado em Matemática

## **Modelos em redes de fluxos para o problema de afetação de veículos ferroviários**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Matemática e Aplicações

Orientador: **Maria Isabel Azevedo Rodrigues Gomes, Professor Auxiliar,  
Universidade Nova de Lisboa**

Júri:

Presidente: **Doutor Jorge Orestes Lasbarrères Cerdeira**

Arguente: **Doutora Isabel Cristina Silva Correia**

Vogais: **Doutora Isabel Cristina Silva Correia  
Doutora Maria Isabel Azevedo Rodrigues Gomes**



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Outubro, 2016**

# LOMBADA



Modelos em redes de fluxos para o problema de afetação de veículos ferroviários  
Ricardo Silva

2016

## **Modelos em redes de fluxos para o problema de afetação de veículos ferroviários**

Copyright © Ricardo Jorge da Conceição Silva, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

# Resumo

---

O problema de afetação de veículos consiste em dado um conjunto de viagens, determinar o conjunto de veículos a realizar cada uma delas. Na grande maioria dos operadores ferroviários a operação é planeada em três fases: o planeamento dos horários, dos veículos e das tripulações. Alguns dos operadores (aqui designados como operadores de tipo I) calculam os padrões de reutilização de veículos na primeira fase, ou seja, conjuntamente com o planeamento dos horários, enquanto outros (aqui designados como operadores do tipo II) o fazem na segunda, durante o planeamento dos veículos.

O objetivo desta dissertação é desenvolver modelos em redes de fluxos para solucionar o problema da afetação de veículos para ambos os tipos de operadores, satisfazendo adicionalmente restrições sobre manobras de veículos. Os modelos a desenvolver surgirão como uma generalização do modelo de fluxos da SISCOG, empresa na qual o projeto está inserido, tentando ultrapassar duas das suas grandes limitações: não ter em conta os padrões de reutilização de veículos e não satisfazer quaisquer restrições sobre manobras de veículos.

O trabalho será dividido em duas fases, sendo que a primeira visa a solucionar o problema relativo aos operadores do tipo I e a segunda o problema relativo aos operadores de tipo II.

**Palavras-chave:** operadores ferroviários, afetação veículos, planeamento de veículos, redes de fluxos

# Abstract

---

The vehicle assignment problem consists in given a set of trips, figure out the best set of vehicles to assign to each of them. Most rail operators plan their operation in three phases: schedules, vehicles and crews. Some operators (designated here as type I operators) define vehicle reuse patterns in the first stage, that is, along with schedules, while others (designated here as type II operators) do it along with the vehicle planning.

The aim of this work is to develop flow network models to solve the vehicle assignment problem for both types of operators, satisfying constraints over vehicle maneuvers. The models will be a generalization of the model used by SISCOG, company in which this work was developed, trying to overcome two of its major limitations: do not take into consideration the vehicle reuse patterns and do not meet any constraints on vehicle maneuvers.

This work will be divided in two phases, the first aims to solve problems relating to type I operators and the second one aims to solve problems related to type II operators.

**Keywords:** rail operators, vehicle assignment, vehicle assignment, flow networks

# Conteúdo

<b>LEGENDA.....</b>	<b>X</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>3</b>
<b>DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....</b>	<b>6</b>
<b>MODELAÇÃO ORIGINAL.....</b>	<b>13</b>
4.1. Rede espaço-tempo .....	13
4.2. Eventos.....	14
4.3. Formulação da Rede Original.....	15
4.3.1. Nós .....	15
4.3.2. Arcos .....	16
4.4. Modelo Original .....	20
<b>MODELAÇÃO FASEADA .....</b>	<b>23</b>
5.1. Eventos.....	24
5.2. Formulação da Rede Faseada .....	24
5.2.1. Plataformas.....	25
5.2.2. Parques.....	25
5.2.3. Transições .....	27
5.2.4. Viagens.....	30

5.3. Modelo Faseado .....	31
<b>MODELAÇÃO INTEGRADA.....</b>	<b>34</b>
6.1. Formulação da Rede Integrada .....	35
6.1.1. Plataformas.....	35
6.1.2. Transições .....	37
6.2. Modelo Integrado .....	40
<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....</b>	<b>43</b>
7.1. Caracterização das instâncias .....	44
7.2. Métricas de comparação .....	45
7.3. Resultados.....	46
7.3.1. Modelação Faseada .....	46
7.3.2. Modelação Integrada .....	48
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>53</b>

## Lista de Figuras

Figura 1 - Composições .....	7
Figura 2 – Viagens normais .....	8
Figura 3 - Viagens sequenciadas.....	9
Figura 4 - Splits.....	9
Figura 5 - Combines .....	10
Figura 6 - Acoplamentos.....	11
Figura 7- Desacoplamentos .....	11
Figura 8 - Transições totais.....	12
Figura 9 - Nós relativos a eventos de chegadas e partidas de viagens normais e em vazio .....	15
Figura 10 - Nós fictícios de estação.....	15
Figura 11 - Nós da Rede Original.....	16
Figura 12 - Arcos de estacionamento.....	16
Figura 13 - Arco de viagem normal.....	17
Figura 14 - Arcos de viagens em vazio: a) tipo I, b) tipo II e c) tipo III.....	17
Figura 15 - Arcos de viagem da Rede Original .....	18
Figura 16 - Estação sujeita a condições de circularidade.....	18
Figura 17 - Estação sujeita condições de fronteira .....	19

Figura 18 - Rede Original .....	20
Figura 19 - Plataformas da Rede Faseada.....	25
Figura 20 - Parques da Rede Faseada .....	26
Figura 21 - Parques e plataformas da Rede Faseada.....	27
Figura 22 - Transições de sequência da Rede Faseada .....	28
Figura 23 - Transições totais da Rede Faseada.....	29
Figura 24 - Rede Faseada.....	31
Figura 25 - Plataformas da Rede Integrada.....	36
Figura 26 - Parques e plataformas da Rede Integrada .....	36
Figura 27 - Possibilidades de sequenciação.....	37
Figura 28 - Rede Integrada .....	38

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Resultados computacionais da Modelação Faseada .....	47
Tabela 2 - Resultados computacionais da Modelação Integrada .....	49

# Legenda

	Nó agregador fictício inicial/final
	Nó fictício inicial/final
	Partida de viagem normal
	Chegada de viagem normal
	Partida de viagem em vazio
	Chegada de viagem em vazio
	Arco de estacionamento
	Arco fictício
	Arco de retorno fictício
	Arco de viagem normal
	Arco de viagem em vazio

 Início/Fim de transição de sequência

 Início/Fim de transição total

 Arco de sequenciação

 Arco de possibilidade de sequenciação

 Arco de transição de sequência

 Arco de transição total



# Introdução

Comparativamente aos outros tipos de transportes, como a aviação, os operadores ferroviários são, em grande parte, ineficientes, existindo um déficit do uso de ferramentas matemáticas que otimizem o seu planeamento e que permitam maximizar os lucros ou minimizar os custos da sua operação. Isto pode ser explicado por os problemas ferroviários serem de elevada dimensão e complexidade, o que muitas vezes faz com que não sejam solúveis em tempo útil. Um exemplo disto é a possibilidade de agrupar diferentes veículos ferroviários em diferentes quantidades e ordem, enquanto que outros tipos de transporte, como a aviação, se caracterizam por unidades de veículos independentes.

Existem diferentes formas de abordar o problema supracitado, uma delas é dividir o problema original em problemas mais pequenos e, conseqüentemente, de menor complexidade e dimensão, esperando-se que estes sejam mais fáceis de resolver. Quanto maior a exigência da adequabilidade da solução à realidade, i.e., quanto maior o grau de complexidade e quantidade de restrições a considerar, maior a quantidade de recursos necessários para a obter e que são, para abordagens demasiado ambiciosas, muitas vezes, impossíveis de comportar.

Esta dissertação foi desenvolvida em âmbito empresarial na SISCOG – Sistemas Cognitivos, S.A., existindo, portanto, uma aplicabilidade efetiva do trabalho desenvolvido, e insere-se na temática da resolução de problemas de afetação de veículos de sistemas ferroviários. Estes problemas consistem em dado um conjunto de viagens, de veículos e de restrições, definir com que veículos é que cada viagem será efetuada de modo a minimizar o custo da operação (ou maximizar os lucros) e satisfazer as restrições de operação. As restrições podem diferir bastante,

sendo que algumas das transversais a qualquer operador são assegurar o transporte dos passageiros (ou carga), não utilizar mais veículos do que os que o operador dispõe, garantir que não são efetuados movimentos de veículos que não sejam permitidos e satisfazer fases do planeamento da operação previamente resolvidas.

O trabalho desenvolvido propõe superar as limitações da abordagem da SISCOG à resolução dos problemas supramencionados e que derivam de esta considerar indistintamente os parques e as plataformas de cada estação. Pretende-se, com a superação das suas limitações, que as soluções obtidas se apresentem mais perto das realidades enfrentadas pelos seus clientes, nomeadamente no que diz respeito à violação de condições sobre movimentação de veículos e à satisfação de fases do planeamento previamente solucionadas. Por existirem dois diferentes tipos de operadores ferroviários na abordagem ao planeamento da operação, foram desenvolvidos dois modelos que serão aplicados a problemas reais dos operadores ferroviários *Nederlandse Spoorwegen*, *Washington Metropolitan Area Transit Authority* e *VIA RAIL Canada*. A tese apresenta a seguinte estrutura:

- No capítulo 2, Estado da Arte, faz-se um enquadramento da temática abordada no que está a ser estudado atualmente bem como os avanços que se têm conseguido na área,
- No capítulo 3, Descrição do Problema, apresenta-se com detalhe o problema estudado nesta dissertação e introduzem-se os conceitos chave para a sua compreensão,
- No capítulo 4, Modelação Original, começa-se por fazer uma introdução associada aos tipos de modelos utilizados e caracteriza-se o modelo utilizado pela SISCOG à data de início do desenvolvimento deste trabalho,
- No capítulo 5, Modelação Faseada, e 6, Modelação Integrada, apresentam-se os modelos desenvolvidos com o intuito de melhorar o modelo apresentado no capítulo 4,
- Finalmente, no capítulo 7, Resultados Computacionais, apresentam-se e analisam-se os resultados comparativos entre a Modelação Original e a Modelação Faseada e Integrada.



## Revisão bibliográfica

Existe muita literatura relativa ao problema de afetação de veículos ferroviários tendo-se verificado ao longo dos anos o desenvolvimento de modelos capazes de abordar o problema de uma forma bastante completa, ainda que quase sempre condicionados a especificidades das realidades a que se aplicam. Em (Schrijver, 1993) o autor aborda o problema de um operador ferroviário holandês com a minimização do número de veículos necessários para satisfazer a procura das viagens. Para resolver o problema o autor propõe um modelo de programação linear inteira sobre um grafo orientado que não tem em conta a ordem dos veículos, tendo-se obtido resultados bastante satisfatórios, mas indicativos de que seria uma mais-valia conseguir controlar a ordem dos veículos, o que é sugerido como trabalho futuro. (Ben-Khedher et al, 1998) propõe um sistema para otimizar a afetação de veículos TGV na French High Speed Trains representando-o como um problema de multi-commodity com capacidade de ajustamento, em que os nós da rede de fluxos subjacente representam acontecimentos (de viagens ou manutenções) e os arcos representam movimentos de veículos no espaço e no tempo. O método de resolução utilizado baseia-se em *branch-and-bound* e geração de colunas, tendo-se conseguido aumentar a competitividade da empresa que é capaz de mensurar o impacto das decisões numa perspetiva global invés de local, como até então. Ainda em 1998, (Brucker, et al., 1998) utilizam a meta-heurística *Simulated Annealing* para reposicionar veículos entre diferentes estações, considerando um único tipo de veículo e com resultados positivos.

Em (Lingaya, et al., 2002) modela-se pela primeira vez o problema considerando a ordenação dos veículos e as necessárias manutenções. Como método de resolução os autores

desenvolveram uma heurística baseada no *branch-and-bound*, cujas relaxações lineares são resolvidas utilizando geração de colunas e uma extensão da decomposição de Dantzig-Wolfe, tendo-se obtido soluções admissíveis para o problema em pouco tempo de computação, que era o principal objetivo do trabalho desenvolvido.

Em (Abbink, et al., 2004) tenta-se superar a problemática da utilização adequada da capacidade de transporte de cada veículo de modo a que seja providenciado aos passageiros, mesmo em horas de maior afluência, todas as condições necessárias para o seu transporte. O modelo de programação linear inteira proposto foi aplicado à NS Reizigers, tendo os autores conseguido melhorar, de forma significativa, o planeamento dos veículos que até então era realizado manualmente. Poucos anos mais tarde em (Fioole, et al., 2006) é feita uma abordagem utilizando um modelo programação linear inteira sobre uma rede de fluxos que caracteriza cada viagem pelos conjuntos de veículos possíveis de lhe atribuir e possibilita dessa forma modelar qualquer tipo de movimento entre viagens. Este trabalho foi aplicado também ele à NS Reizigers, o principal operador ferroviário de passageiros holandês, tendo-se obtido resultados que comprovam a robustez do modelo à dimensão das instâncias do problema e a qualidade das soluções obtidas comparativamente às obtidas até então, manualmente.

Mais recentemente, em (Borndörfer, et al., 2012), propõe-se um modelo de programação linear inteira misto para a otimização da utilização de veículos em operadores de longa distância. O modelo proposto tem subjacente um hipergrafo, o que permite resolver integradamente diversas fases do planeamento do operador ferroviário, satisfazer restrições de manutenção, de movimentação de veículos e de capacidade da infraestrutura e ser aplicável a problemas de grande dimensão. Em (Thorlacius, et al., 2015) aborda-se o problema transversal aos operadores ferroviários de tentar minimizar os custos da operação providenciando um transporte adequado aos seus passageiros e garantindo que todas as restrições de operação sejam satisfeitas. Para o resolver aplica-se um algoritmo de caminho mais curto com restrições sobre os recursos a uma rede de fluxos, conceptualmente semelhante à apresentada em (Ben-Khedher et al, 1998), auxiliado de uma heurística de avaliação da qualidade dos caminhos e de uma heurística de *Hill Climbing* para efetuar as devidas mutações à rede. Aplicou-se esta abordagem à DSB S-tog, o operador ferroviário suburbano do transporte de passageiros na cidade de Copenhaga, podendo concluir-se dos resultados obtidos que o modelo apresenta uma boa taxa de convergência e consegue, com poucos minutos de computação, tornar admissíveis soluções produzidas manualmente e ainda apresentar uma melhoria económica média de 2%.

Se por um lado o problema de afetação de veículos é amplamente estudado, por outro muito poucas contribuições foram dadas no que diz respeito ao tipo de modelos utilizados e à abordagem ao problema apresentada neste documento, sendo as mais relevantes as apresentadas em (Ben-

Khedher et al, 1998) e (Borndörfer, et al., 2012). O problema é, nesta dissertação, representado como um problema de *multi-commodity*, tal como descrito genericamente em (Ahuja, et al., 1994), considerando-se restrições adicionais, que se fundamenta na modelação de uma rede de fluxos representativa de todas as características do problema que se pretende resolver, subjacente a um modelo de programação linear inteira.

# 3

## Descrição do problema

Na grande maioria dos operadores ferroviários o planeamento da operação para um dado intervalo de tempo (por exemplo, dia ou semana) - **período de planeamento** - é efetuado em três fases: o planeamento dos horários, o planeamento dos veículos, aqui designado por afetação de veículos, e o planeamento das tripulações.

Nas realidades com as quais a SISCOG tem contacto, os veículos são ferroviários e apenas transportam passageiros, sendo estes dois pressupostos deste trabalho.

As **estações** são instalações ferroviárias caracterizadas por um conjunto de **plataformas**, onde ocorre a entrada e saída de passageiros dos veículos, e um conjunto de **parques**, onde estes se podem parquear quando não são necessários.

Os recursos cuja utilização se pretende otimizar são **veículos**. Cada problema pode admitir diferentes tipos de veículos capazes de transportar um determinado número de passageiros de cada classe (primeira, segunda, business, entre outras). Um conjunto ordenado de veículos designa-se por **composição** enquanto o conjunto de todos os veículos disponíveis para a resolução de cada problema se designa por **frota**. Estão representadas na Figura 1 duas composições apresentando ambas o mesmo número de veículos de cada tipo, um cinzento e um verde, mas ordenados de forma distinta pelo que estamos perante composições diferentes.



Figura 1 - Composições

A quantidade de cada tipo de veículo (designado por **inventário**) nas estações no início e no fim do período de planeamento, são definidas por dois tipos de condições: as de **circularidade** e as de **fronteira**. As condições de circularidade surgem quando se pretende que a solução de afetação para uma determinada estação seja balanceada, isto é, que o inventário no início e no fim do período de planeamento seja o mesmo, permitindo a repetição da solução obtida indefinidamente. Considere-se como exemplo um período de planeamento de uma semana (de segunda-feira a domingo). É natural que se pretenda que a semana seja repetível e para tal, que o inventário final de cada estação no domingo seja igual ao inventário inicial de segunda-feira, de modo a que a semana seguinte seja exequível.

Por outro lado, as condições de fronteira são necessárias para definir à priori qual o inventário no início e no fim do período de planeamento. Suponha-se o caso em que o operador ferroviário planeia a sua operação semanalmente e que pretende que o planeamento efetuado seja igual para todas as semanas de modo a facilitar a compreensão do mesmo por parte dos seus clientes. Suponha-se ainda que se espera um aumento significativo da procura das viagens nas sextas-feiras de um determinado mês. É natural que o planeamento destas sextas-feiras seja feito separadamente dos restantes dias da semana e que estes últimos, se mantenham, idealmente, iguais aos de qualquer outra semana. Para tal é necessário garantir através das condições de fronteira que, em cada estação, o inventário inicial nas referidas sextas-feiras seja igual ao inventário final no dia anterior, quinta-feira, e que o inventário final nas sextas-feiras seja igual ao inventário inicial no dia seguinte, sábado.

Existem dois tipos de viagens, as normais e as em vazio. As **viagens normais** consistem no transporte de passageiros entre diferentes estações. Cada viagem normal caracteriza-se por uma hora e estação de início, uma hora e estação de fim, pelo tamanho da plataforma de menor dimensão pertencente ao seu percurso, pelo número de passageiros a transportar, designado por **procura**, podendo esta estar dividida por classes de passageiros (por exemplo, executivo e económico), e ainda pelo tipo de veículos possíveis de serem utilizados para a realizar. É este tipo de viagens que retorna lucro aos operadores ferroviários através, essencialmente, da venda de

bilhetes. As viagens serão, neste capítulo, representadas por barras azuis e designadas por dois caracteres, XY, representando a estação de início, X, e a estação de fim, Y. Veja-se na Figura 2, o exemplo de uma viagem AB, com início às 10:00h na estação A e término às 12:00h na estação B.



Figura 2 – Viagens normais

Cada viagem normal é também caracterizada pelas composições que são admissíveis para a sua realização. Uma composição, ou seja, um conjunto ordenado de veículos, é admissível se o seu tamanho não exceder o da plataforma de menor dimensão pertencente ao percurso da viagem, se conseguir satisfazer a procura e se os seus veículos forem compatíveis entre si (isto é, se se poderem juntar). Os passageiros apenas poderão viajar sentados (viagens de longa duração, por exemplo) ou poderá existir a possibilidade de viajarem também em pé (viagens de curta duração, por exemplo) dependendo das especificações da viagem e do próprio operador ferroviário.

As **viagens em vazio** têm como único objetivo o reposicionamento de veículos entre estações, não havendo lugar ao transporte de passageiros, pelo que são caracterizadas por uma procura nula. São viagens que não retornam qualquer lucro, mas que são muitas vezes indispensáveis para a redução dos custos das soluções ou para a solubilidade dos problemas por permitirem uma melhor utilização dos veículos uma vez que possibilitam a sua colocação onde são necessários. Consideram-se três tipos de viagens em vazio:

- Tipo I – existentes para movimentar veículos para a estação onde ocorrerá a partida de uma viagem normal,
- Tipo II – existentes para movimentar veículos associados à chegada de uma viagem normal,
- Tipo III – independentes de qualquer viagem, existem para movimentar veículos entre estações potenciando o seu aproveitamento.

De modo a utilizar de forma mais eficiente os veículos disponíveis, é indispensável definir a sua reutilização entre viagens. Este processo designar-se-á por **sequenciação**. Dadas duas viagens, AB e BC, dizemos que AB está sequenciada com BC se existe reutilização de pelo menos um dos veículos utilizados em AB na realização de BC, permanecendo os mesmos em plataforma para esse efeito (note-se que a viagem AB termina na estação onde começa a viagem BC). As sequências podem ter apenas uma viagem sendo esta designada, simultaneamente, por primeira e última viagem da sequência. Na Figura 3 representa-se uma sequência de duas viagens, AB e BC, em que todos os três veículos da primeira (as duas barras azuis escuras e a verde) são reutilizados na segunda.

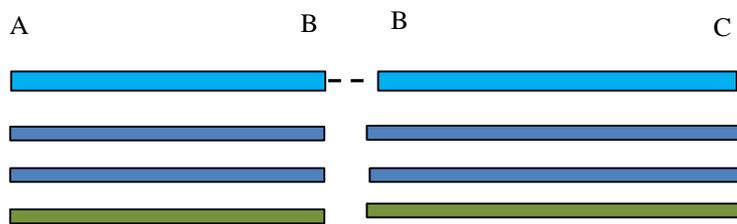


Figura 3 - Viagens sequenciadas

Quando uma viagem sequenciada apresenta mais do que uma sucessora, diz-se que existe um *split*. Veja-se na Figura 4, o exemplo de uma viagem AD e duas sucessoras, DB e DA. A composição com duas viaturas que efetua AD divide-se em tantas composições quanto o número de sucessoras ficando cada uma delas com um dos seus dois veículos, a viagem DB com o verde e a viagem DA com o cinzento.

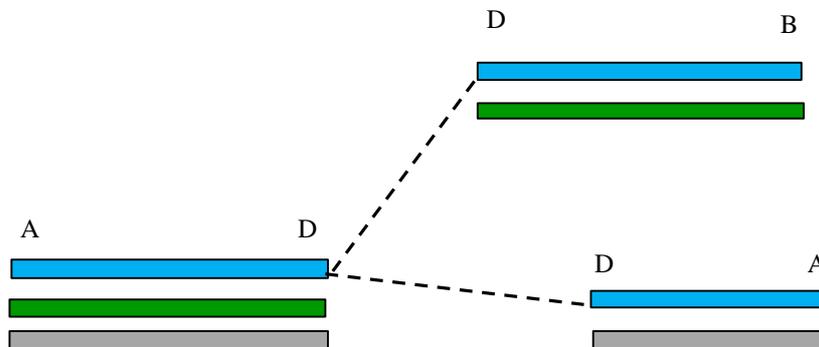


Figura 4 - Splits

Por outro lado, designa-se por *combine* quando uma viagem apresenta mais do que uma predecessora no que diz respeito à sequenciação. Na Figura 5 pode-se ver uma viagem DA que admite duas predecessoras, AD e BD. A composição a efetuar DA resulta da agregação das composições das suas duas predecessoras. Assim, dado que AD é efetuada com um veículo verde e BD com um veículo cinzento, DA será efetuada por um veículo verde e outro cinzento.

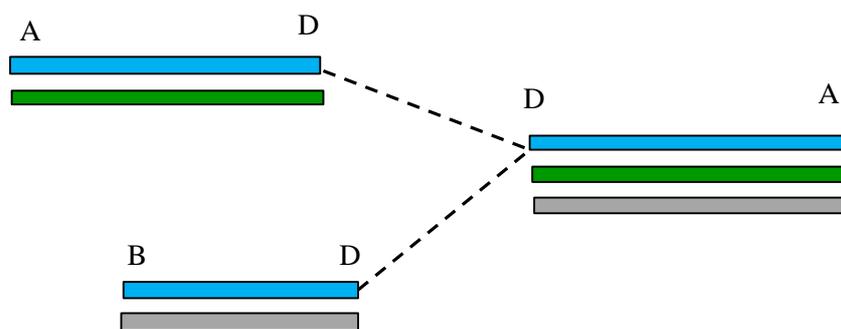


Figura 5 - Combines

As **transições** são manobras sobre composições de veículos em plataforma. Existem dois tipos de transições, as de sequência que são efetuadas entre duas viagens sequenciadas e as totais que são efetuadas no início ou no fim de uma sequência.

Dadas viagens AB e BC sequenciadas, uma **transição de sequência** consiste em alterar a composição de veículos em plataforma provenientes de AB e que será utilizada para a realização de BC. Este tipo de transição é de extrema importância por permitir sequenciar viagens com procura significativamente diferentes sem que existam implicações negativas na otimização da utilização dos veículos. As transições de sequência abordadas neste trabalho dividem-se em acoplamentos e desacoplamentos. Cada estação e/ou par de viagens deve conter informação relativa às transições de sequência permitidas (admissíveis).

Um **acoplamento** de veículos consiste em adicionar veículos a uma composição quando esta se encontra na plataforma. Pode ser feito à frente ou atrás da composição dependendo das especificações do problema. Um exemplo de acoplamento é o apresentado na Figura 6, onde se tem duas viagens sequenciadas AD e DB. Neste caso, à composição da viagem AD com apenas um veículo cinzento acoplou-se atrás (na estação D) um veículo verde de modo a que a viagem DB fosse efetuada por um veículo cinzento e outro verde. Este exemplo é representativo de uma situação em que duas viagens sequenciadas apresentam procuras diferentes, apresentando a viagem DB uma procura superior à viagem AD. Caso não fosse possível fazer uma transição de

sequência entre estas duas viagens, AD também teria de ser efetuada pelos dois veículos, o cinzento e o verde, conduzindo a maiores custos operacionais.



Figura 6 - Acoplamentos

Um **desacoplamento** de veículos consiste em remover veículos a uma composição em plataforma. Pode ser efetuado à frente ou atrás dependendo das especificações do problema. Na Figura 7 representa-se um exemplo de desacoplamento de veículos. Neste caso tem-se as viagens BD e DA sequenciadas tendo sido desacoplado, na estação D, um veículo verde à composição que efetuou a viagem BD, passando esta a ser composta por apenas um veículo cinzento.

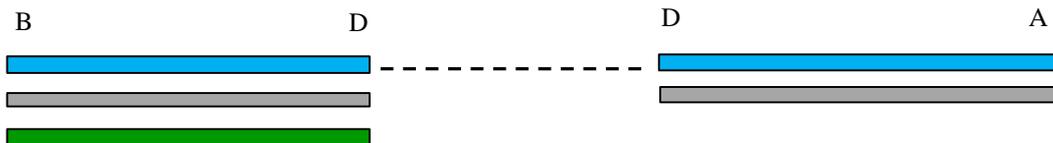


Figura 7- Desacoplamentos

As **transições totais** consistem em movimentar composições inteiras de veículos entre plataforma e parque, onde permanecem guardadas enquanto não são necessárias. Existem dois tipos de transições totais: a transição total para plataforma e a transição total para parque. Uma **transição total para a plataforma** consiste em movimentar do parque para a plataforma a composição de veículos a efetuar uma viagem que seja início de uma sequência e uma **transição total para o parque** consiste em movimentar da plataforma para o parque a composição de veículos que tenha efetuado uma viagem que seja fim de uma sequência.

Considere-se o exemplo da Figura 8 assumindo que a viagem AC é a primeira de uma sequência e viagem BD é a última de uma sequência. Ignorando a possível existência de viagens em vazio, para que se possa realizar a viagem AC é necessário efetuar uma transição total para plataforma, na estação A, antes da sua partida. Já após a chegada de BD é necessário efetuar uma

transição total para o parque, na estação D, de modo a que os veículos não fiquem em plataforma, impedindo a sua utilização.

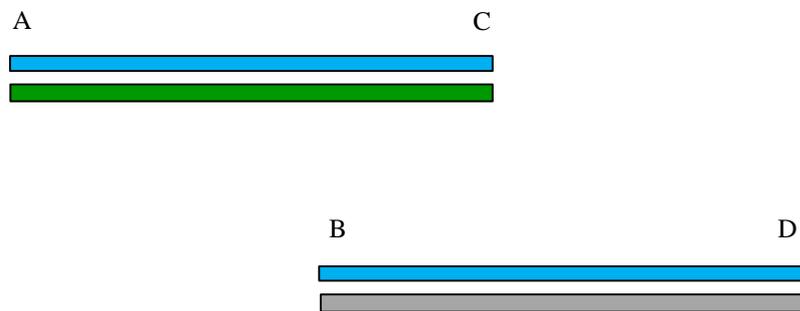


Figura 8 - Transições totais

No que se refere ao planeamento e definição da sequenciação existem, essencialmente, dois tipos de operadores ferroviários. Os operadores do tipo I que determinam a sequenciação das viagens durante o planeamento dos horários e os operadores do tipo II que o fazem em simultâneo com o planeamento dos veículos. Dada a diferença no planeamento das suas operações é necessária uma modelação distinta para os problemas de cada um dos tipos de operadores ferroviários. O modelo desenvolvido para resolver problemas de operadores de tipo I designar-se-á de Modelação Faseada e o modelo desenvolvido para resolver problemas de operadores de tipo II de Modelação Integrada.



## Modelação Original

Como referido anteriormente, a Modelação Original, modelo utilizado originalmente pela SISCOG, considera indistintamente as plataformas e os parques de cada estação, impossibilitando dessa forma a modelação da sequenciação e da satisfação de restrições sobre transições. O método de resolução utilizado define-se como um problema de *multi-commodity* com restrições adicionais e consiste na construção de uma rede espaço-tempo sobre a qual se desenvolve um modelo de programação linear inteira.

Neste capítulo começa-se por definir o conceito de rede espaço-tempo, procede-se à formulação da rede espaço-tempo da Modelação Original, designada Rede Original, e por fim formula-se o seu modelo de programação linear inteira, designado Modelo Original.

---

### 4.1. REDE ESPAÇO-TEMPO

Um grafo orientado é um par  $G = (N, E)$  com  $N$  conjunto finito e  $E \subseteq N \times N$ . Os elementos de  $N$  são designados por nós e os elementos de  $E$  são designados por arcos. Um arco de um grafo orientado é um par ordenado  $(u, v)$ , com  $u$  e  $v \in N$ , e em que  $u$  representa a cauda e  $v$  representa a cabeça.

Uma rede de fluxos é um grafo orientado em que cada arco pode deslocar diferentes tipos de fluxos, por exemplo, tipos de veículos. Cada arco caracteriza-se por um limite superior e inferior para cada tipo de fluxo, um limite superior e inferior para o fluxo total (agregado), o custo de deslocar cada unidade de cada tipo de fluxo e um custo fixo de utilização. Desta forma uma solução admissível para um problema formulado em redes de fluxos satisfaz necessariamente todos os limites, superiores e inferiores, por tipo de fluxo e totais, de todos os arcos da rede e apresenta um custo que reflete a soma dos custos, variáveis por fluxo e fixos, associados à utilização de cada arco.

A rede espaço tempo utilizada é uma rede de fluxos em que cada nó, designado evento, representa um acontecimento, por exemplo, partida de uma viagem normal ou chegada de uma viagem em vazio. Cada evento caracteriza-se por um local (espaço), na Modelação Original, pela estação, e pelo instante temporal (tempo) em que ocorre. Os arcos representam uma deslocação no tempo e/ou no espaço, podendo personificar, por exemplo, uma viagem normal. Existem ainda nós e arcos que não se caracterizam por qualquer acontecimento ou ação, sendo designados fictícios, e que estão associados ao controlo dos inventários. Por omissão, os arcos das redes espaço-tempo utilizadas nas três abordagens desta dissertação caracterizam-se por custos e limites inferiores nulos e limites superiores suficientemente grandes de modo a não serem restritivos.

Para se estar em condições de formular a rede espaço-tempo da Modelação Original é necessário começar-se por discriminar quais os eventos que a caracterizam.

---

## **4.2. EVENTOS**

Os eventos modelados são relativos a partidas e chegadas de viagens. As viagens normais e as viagens em vazio de tipo III (as que não estão diretamente relacionadas com viagens normais) caracterizam-se por dois eventos, o de partida e o de chegada, enquanto os restantes tipos de viagens em vazio apresentam apenas um evento próprio.

As viagens em vazio de tipo I (as que levam os veículos necessários até ao ponto de partida das viagens normais) têm apenas a partida como evento próprio, partilhando o evento de chegada com o evento de partida da viagem normal à qual estão associadas. Analogamente, as viagens de tipo II (as que levam os veículos das chegadas das viagens para o parque de outras estações) têm apenas a chegada como evento próprio.

---

### 4.3. FORMULAÇÃO DA REDE ORIGINAL

Nesta secção formula-se a rede espaço-tempo associada à Modelação Original. Começa-se pela caracterização dos nós, inicialmente os eventos e depois os fictícios, terminando-se com a concretização dos arcos.

#### 4.3.1. Nós

Existe um nó por evento e em cada estação (relembrando que neste modelo esta é a única distinção entre eventos) os nós estão ordenados por ordem crescente de instante de ocorrência. Na Figura 9 estão representados todos os diferentes tipos de nós, ocorrendo, por ordem, duas partidas, uma de viagem normal (pentágono com linha contínua) seguida de uma de viagem em vazio (pentágono a tracejado), e três chegadas, duas de viagens normais (quadrado com linha contínua) e uma de viagem em vazio (quadrado a tracejado) entre estas.

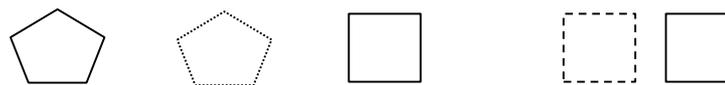


Figura 9 - Nós relativos a eventos de chegadas e partidas de viagens normais e em vazio

De modo a permitir o controlo do inventário inicial e final, cada estação tem ainda, para além dos nós relativos aos eventos que nesta tomam lugar, um nó fictício inicial e um nó fictício final que representam, respetivamente, o início e o fim do período de planeamento (quadrados azuis com a letra representativa da estação). Um exemplo de estação A apresentando os nós fictícios introduzidos está representado na Figura 10.

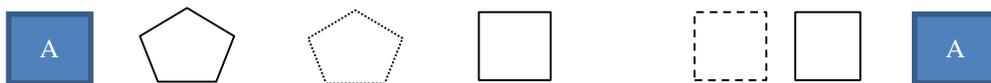


Figura 10 - Nós fictícios de estação

Existe ainda a possibilidade de se considerarem adicionalmente dois nós fictícios, o agregador fictício inicial e o agregador fictício final, no caso de existir pelo menos uma estação sujeita a condições de fronteira. Nestes casos é necessário ter nós que tenham informação dos inventários iniciais e finais do conjunto de todas as estações sujeitas a este tipo de condições.

Estão representados na Figura 11 todos os tipos de nós da rede de fluxos original, incluindo os nós agregadores fictícios (quadrados vermelhos), agora introduzidos.

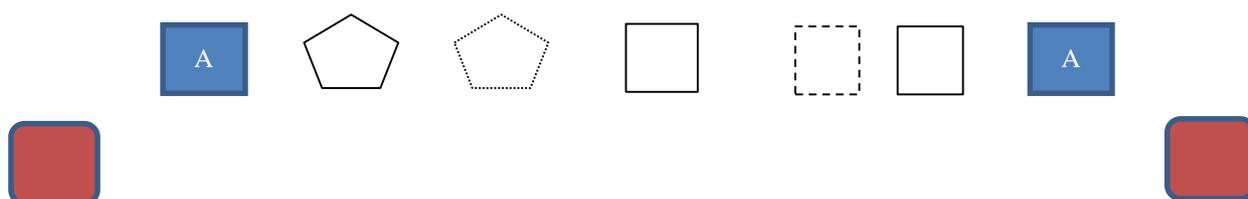


Figura 11 - Nós da Rede Original

### 4.3.2. ARCOS

Entre cada dois nós consecutivos de uma mesma estação, incluindo os fictícios inicial e final, existe um arco de estacionamento (arco azul escuro), Figura 12. Este tipo de arco permite modelar a capacidade de estacionamento e a continuidade do fluxo de veículos de cada estação e caracteriza-se por limites superiores (por tipo de veículo e agregado) que reflitam a capacidade de estacionamento no instante de ocorrência da sua cauda. O arco entre o nó fictício inicial e o primeiro evento de cada estação tem custos associados que traduzem o custo unitário de utilização de cada tipo veículo para a operação.

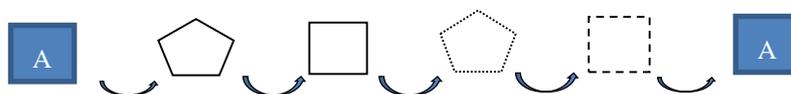


Figura 12 - Arcos de estacionamento

Entre o evento de partida e o evento de chegada de cada viagem normal existe um arco de viagem normal (arco de linha contínua preta), representado na Figura 13, e que se caracteriza por

um limite inferior agregado de acordo com a procura da viagem, um limite superior agregado de acordo com o tamanho da sua plataforma de menor dimensão e por custos que reflitam os custos para a operação de percorrer a sua distância com cada um dos diferentes tipos de veículos.

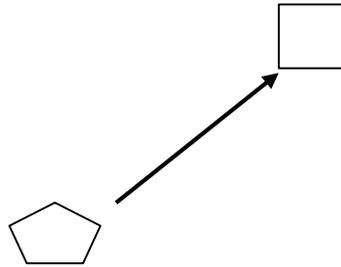


Figura 13 - Arco de viagem normal

Analogamente, também as viagens em vazio são representadas por um arco, arco de viagem em vazio (arco de linha descontinua preta), entre os seus eventos de partida e de chegada, ou os que os representam, no caso das viagens em vazio de tipo I e II, tal como ilustrado na Figura 14. Estes arcos não apresentam limitações quanto ao número de veículos de cada tipo possíveis de transportar, mas têm um custo fixo de utilização e um custo variável de percorrer a sua distância com cada unidade de cada tipo de veículo.

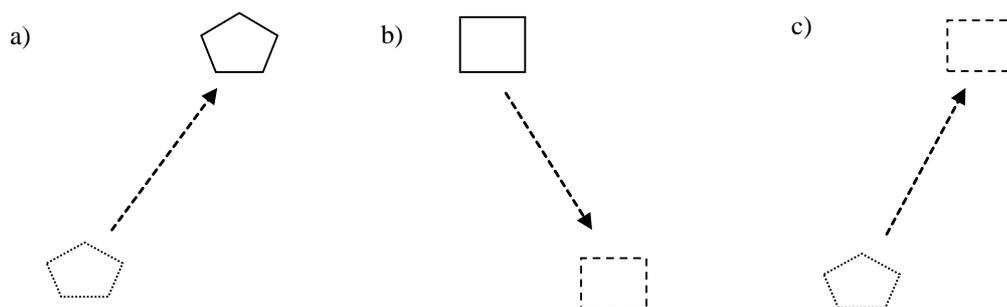


Figura 14 - Arcos de viagens em vazio: a) tipo I, b) tipo II e c) tipo III

Estão representados na Figura 15 dois arcos de viagens normal e três de viagens em vazio, uma de cada tipo, bem como os nós a estas associados e que tomam lugar nas estações A e B. Estão também representados os nós fictícios iniciais e finais de ambas as estações e os nós fictícios agregadores, supondo que pelo menos uma das estações está sujeita a condições de fronteira.

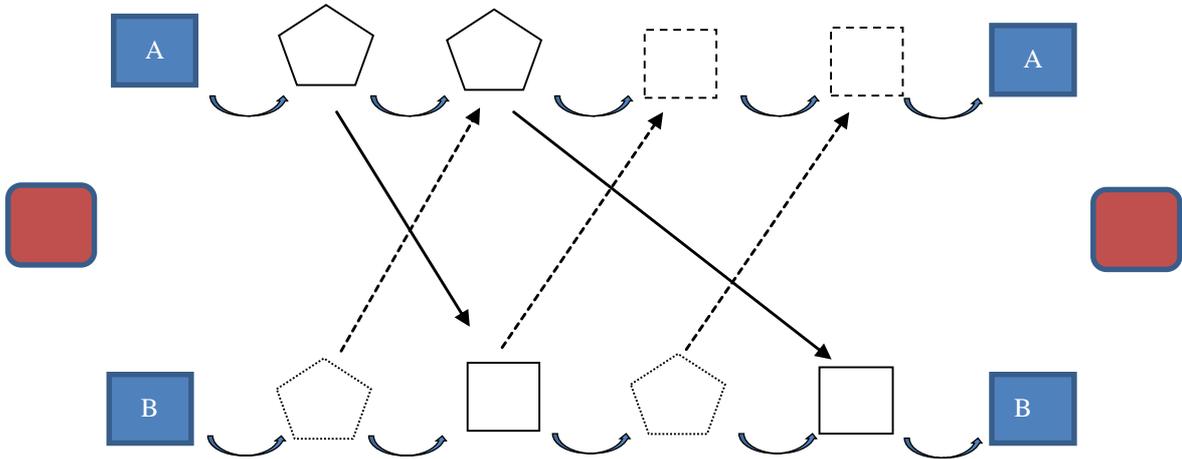


Figura 15 - Arcos de viagem da Rede Original

Existe também a necessidade de se introduzirem na rede arcos fictícios de modo a controlar condições sobre inventários iniciais e finais de cada estação. Diz-se que um arco é fictício se o seu nó de origem e de destino são ambos fictícios.

Em estações sujeitas a condições de circularidade, existe um arco fictício de retorno (arco azul claro) entre o nó fictício final e o nó fictício inicial, garantindo-se que o inventário no final do período de planeamento é igual ao inventário no início do período de planeamento. Está representada na Figura 16 o exemplo de uma estação A sujeita a condições de circularidade e, portanto, caracterizando-se pela existência do arco fictício de retorno supramencionado.

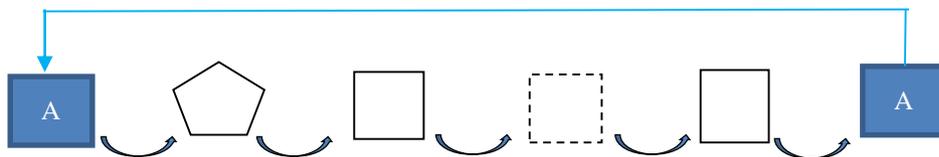


Figura 16 - Estação sujeita a condições de circularidade

Analogamente, existe um arco fictício de retorno entre o nó fictício agregador final e o nó fictício agregador inicial com intuito de garantir que o total dos inventários finais das estações sujeitas a condições de fronteira é igual ao agregado dos inventários iniciais dessas mesmas estações. Ainda relativamente a condições de fronteira, cada estação cujo inventário esteja sujeito a este tipo de condições admite um arco fictício entre o nó fictício agregador inicial (quadrado vermelho) e o seu nó fictício inicial (quadrado azul) e um arco fictício entre o seu nó fictício final e o nó fictício agregador final, que garantem a satisfação das condições de fronteira iniciais e finais, respetivamente. Estes arcos são caracterizados por limites superiores e inferiores por tipo de veículo que garantam a satisfação das condições de fronteira a que estão associados.

Na Figura 17 exemplifica-se uma estação B sujeita a restrições de fronteira onde se podem observar os arcos fictícios introduzidos.

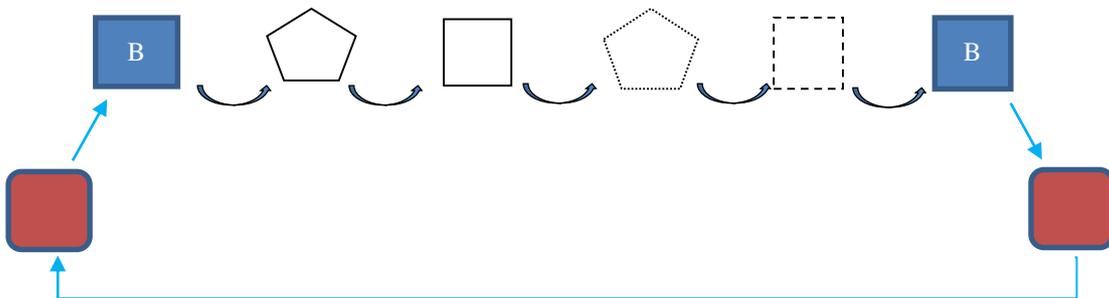


Figura 17 - Estação sujeita condições de fronteira

Um exemplo da rede espaço-tempo apresentando todas as características, nós e arcos, introduzidas nesta secção, está ilustrado na Figura 18. Neste exemplo pode observar-se a existência de uma estação A sujeita a condições de circularidade, uma estação B sujeita a condições de fronteira, duas viagens normais e três viagens em vazio, uma de cada tipo.

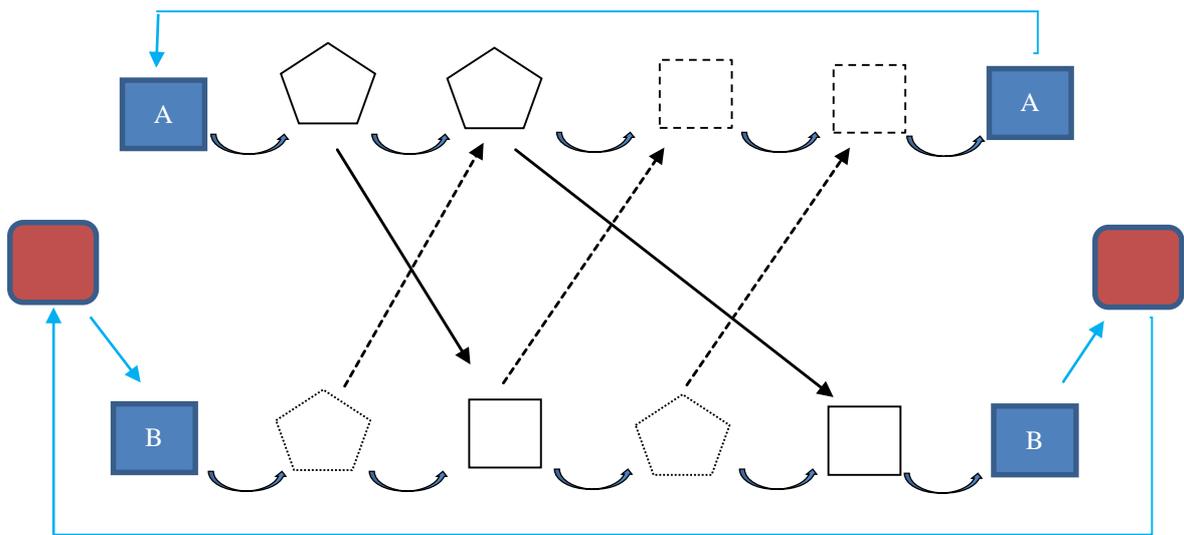


Figura 18 - Rede Original

#### 4.4. MODELO ORIGINAL

O Modelo Original para a resolução do problema de afetação de veículos formula-se como um modelo de programação linear inteiro sobre a rede espaço-tempo definida na secção anterior. Começa-se nesta secção por introduzir a notação utilizada, as variáveis de decisão do modelo e os coeficientes dos arcos.

Seja o grafo  $G = (N, E)$  a rede espaço-tempo, com  $N$  e  $E$  os seus conjuntos de nós e arcos, respetivamente. Considere-se ainda  $K$ , o conjunto formado pelos diferentes tipos de veículos do problema. De modo a facilitar a notação do modelo, considere-se:

- $F_k$  – número de veículos do tipo  $k \in K$  existentes na frota
- $E^+(n)$  – conjunto de arcos para os quais o nó  $n \in N$  representa a cabeça.
- $E^-(n)$  – conjunto de arcos para os quais o nó  $n \in N$  representa a cauda.
- $E_{fi}^-$  – conjunto de arcos com origem em um nó fictício inicial.

Os arcos  $e \in E$  caracterizam-se pelos coeficientes (concretizados nas secções anteriores):

- $c_e^k$  – custo de deslocar uma unidade de  $k \in K$  utilizando  $e$
- $f_e$  – custo fixo de utilização de  $e$
- $l_e^k$  – número mínimo de veículos do tipo  $k \in K$  a ser deslocado por  $e$
- $L_e$  – número mínimo de veículos a ser deslocado por  $e$
- $u_e^k$  – número máximo de veículos do tipo  $k \in K$  a ser deslocado por  $e$
- $U_e$  – número máximo de veículos a ser deslocado por  $e$

Cada problema pode apresentar diferentes tipos de veículos com diferentes características, pelo que é necessário considerar constantes, apresentadas em seguida, que normalizem a contribuição de cada tipo de veículo para a satisfação dos limites inferiores e superiores agregadores de cada arco, uma vez que estes podem caracterizar diferentes grandezas como o tamanho das composições e a procura de passageiros.

- $q^k$  – contribuição do tipo de veículo  $k \in K$  para a satisfação de  $L_e$ , com  $e \in E$
- $p^k$  – contribuição do tipo de veículo  $k \in K$  para a satisfação de  $U_e$ , com  $e \in E$

As variáveis de decisão do modelo são:

- $x_e^k$  – número de veículos do tipo  $k \in K$  deslocados pelo arco  $e \in E$
- $y_e$  – variável binária que toma o valor 1 se o arco  $e \in E$  é utilizado e 0 caso contrário.

### Função objetivo

$$\text{MIN } \sum_{k \in K} \sum_{e \in E} c_e^k x_e^k + \sum_{e \in E} f_e y_e \quad (1)$$

### Restrições

$$\sum_{e \in E^-(n)} x_e^k - \sum_{e \in E^+(n)} x_e^k = 0 \quad \forall n \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} p^k x_e^k \leq U_e y_e \quad \forall e \in E \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} q^k x_e^k \geq L_e \quad \forall e \in E \quad (4)$$

$$x_e^k \leq u_e^k \quad \forall e \in E, k \in K \quad (5)$$

$$x_e^k \geq l_e^k \quad \forall e \in E, k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{e \in E_{\bar{f}_i}^-} x_e^k \leq F_k \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$x_e^k \in \mathbb{N} \quad \forall e \in E, k \in K \quad (8)$$

$$y_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E \quad (9)$$

O objetivo (1) é a minimização dos custos da operação referentes à fase de afetação de veículos e contempla dois termos, o primeiro relativo aos custos variáveis por quantidade de cada tipo de veículo deslocado e o segundo relativo ao custo fixo de utilização de cada arco. As restrições (2) garantem a conservação de fluxo em todos os nós da rede e para cada tipo de veículo. As restrições (3) e (4) asseguram que os limites de fluxo agregados de cada aresta são respeitados. A restrição (3) garante também que o fluxo só existe em arcos selecionados para fazerem parte da solução. As restrições (5) e (6) modelam os limites de fluxo por tipo de veículo. Refira-se que nestas restrições não há necessidade de condicionar o valor de  $x_e^k$  à utilização ou não do respetivo arco,  $y_e$ , uma vez que se pretende que arcos com fluxos mínimos individuais ou agregados não nulos sejam utilizados e que o modelo decida quais dos restantes arcos utilizar. Finalmente, as restrições (7) garantem que não se usam mais veículos de cada tipo do que os disponíveis na frota do operador e as restrições (8) e (9) garantem que as variáveis de decisão tomam os valores dentro dos domínios pretendidos.



## Modelação Faseada

O objetivo das Modelações Faseada e Integrada é superar as limitações da Modelação Original na resolução de problemas associados a operadores ferroviários de tipo I e II, respetivamente, em particular superar a sua falta de sensibilidade à sequenciação e à admissibilidade de transições de sequência.

Os dois novos modelos baseiam-se na Modelação Original apresentada no capítulo anterior, no entanto, enquanto esta considera cada estação como um todo, os novos modelos consideram, separadamente, as plataformas e os parques de cada estação. Com esta mudança de abordagem é possível modelar por completo a sequenciação, quer garantindo que o modelo satisfaz a sequenciação previamente estabelecida, no caso da Modelação Faseada, quer resolvendo-a em simultâneo com a afetação de veículos, no caso da Modelação Integrada, e ainda satisfazer restrições sobre a admissibilidade de transições de sequência, nomeadamente as referentes a acoplamentos e desacoplamentos e que não dependam da ordem dos veículos na composição.

Começa-se, neste capítulo, por introduzir quais os eventos considerados nesta abordagem, seguido da formulação da sua rede espaço-tempo, Rede Faseada, e do seu modelo de programação linear inteira, Modelo Faseado.

---

## 5.1. EVENTOS

Para além dos eventos considerados na Rede Original, isto é, dos referentes a partidas e chegadas de viagens normais e em vazio, são agora considerados eventos relativos a transições, ou seja, a deslocações de veículos entre parques e plataformas de uma mesma estação e cujo intuito é tornar mais eficiente a utilização dos veículos.

Um dos pressupostos assumidos é de que se pretende minimizar o tempo dos veículos em plataforma pelo que, a existirem transições, estas ocorrerão imediatamente à data de chegada das viagens normais ou de modo que sejam concluídas à data da partida das viagens normais. À semelhança do que ocorre na Modelação Original para as viagens em vazio de tipo I e II, as transições estão associadas ao evento de uma viagem normal, caracterizando-se por um evento próprio e um evento partilhado com uma viagem normal. Nos acoplamentos e transições totais para a plataforma o evento próprio é referente ao início da transição e o evento partilhado é o de partida da viagem normal. Nos desacoplamentos e transições totais para o parque o evento próprio é referente ao fim da transição e o evento partilhado é o da chegada da viagem normal.

Por a Modelação Faseada diferenciar plataformas e parques de cada estação, os eventos de cada estação passam agora a distinguir-se, especialmente, entre si pela plataforma ou parque em que ocorrem. Dada a definição de plataforma, os eventos que aí ocorrem são a partida e a chegada de viagens normais, enquanto os restantes, partida e chegada de viagens em vazio e início e fim de transições, tomam lugar nos parques.

---

## 5.2. FORMULAÇÃO DA REDE FASEADA

Nesta secção abordam-se as características da rede de fluxos associada à modelação de problemas de operadores ferroviários que procedem primeiro à sequenciação da viagem, durante o planeamento dos horários, e só depois à afetação dos veículos às mesmas (operadores do tipo D). Como referido anteriormente esta modelação generaliza a anterior pelo que se irão referir apenas as alterações efetuadas. Os conceitos comuns manter-se-ão tal como definidos anteriormente.

Nesta secção começam-se por caracterizar as plataformas e os parques de cada estação, passando à movimentação de veículos dentro de uma mesma estação, i.e., às transições, onde se apresentarão as suas condições de existência. Finalmente aborda-se a movimentação de veículos entre diferentes estações, ou seja, as viagens normais e as viagens em vazio.

### 5.2.1. PLATAFORMAS

Cada plataforma é caracterizada por uma sequência de nós, um por cada evento de chegada ou partida de viagem normal, ordenados temporalmente por ordem crescente.

Com a distinção entre parques e plataformas de cada estação é possível satisfazer a sequenciação previamente estabelecida. Para tal, introduz-se um novo tipo de arcos no modelo, arcos de sequenciação, cujo intuito é garantir que entre viagens sequenciadas existe a partilha de pelo menos um veículo. Dadas duas viagens sequenciadas, existe um arco de sequenciação entre o evento de chegada da primeira e o evento de partida da segunda caracterizado por um fluxo mínimo agregado unitário, e que garante a partilha de pelo menos um veículo entre estas.

Na Figura 19 mostra-se uma plataforma com quatro eventos, dois de partida e dois de chegada de viagens normais. Neste exemplo está ainda representado um arco de sequenciação (arco roxo) entre o primeiro evento de chegada e o segundo evento de partida, refletindo uma prévia sequenciação das viagens a estes eventos associadas.



Figura 19 - Plataformas da Rede Faseada

### 5.2.2. PARQUES

Como referido anteriormente, os parques são constituídos pelos eventos de chegada e partida de viagens em vazio e início e fim de transições totais e de sequênciacão.

Cada parque é caracterizado, à semelhança das estações da Rede Original, pelos seus eventos ordenados temporalmente por ordem crescente, um nó fictício inicial e um nó fictício final e um arco de parqueamento entre cada dois nós consecutivos. Está representado na Figura

20 o exemplo de um parque da estação A, A1, constituído por um evento de início ou fim de transição de sequência (círculo laranja), um evento de início ou fim de transição total (círculo verde) e por uma chegada e uma partida de viagens em vazio, bem como os seus nós fictícios.

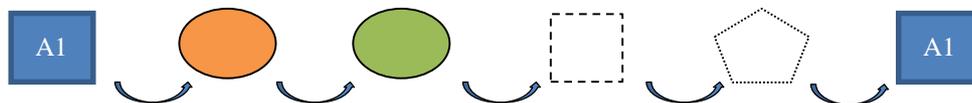


Figura 20 - Parques da Rede Faseada

As condições sobre inventários são agora aplicadas parque a parque, pelo que parques sujeitos a condições de circularidade contemplam um arco de retorno entre o seu nó fictício final e o seu nó fictício inicial e os parques sujeitos a condições de fronteira contemplam um arco entre o nó fictício agregador inicial e o seu nó fictício inicial e um arco entre o seu nó fictício final e o nó fictício agregador final, nós agregadores estes que só existem se existir pelo menos um parque sujeito a este tipo de condições.

Estão representadas na Figura 21 duas estações, A e B, constituídas por uma plataforma e um parque cada uma. A plataforma de A apresenta um evento de chegada e um evento de partida de viagens normais sequenciadas, enquanto a plataforma de B apresenta um evento de partida de uma viagem normal que é início de uma sequência e um evento de chegada de uma viagem normal que é fim de uma sequência, não estando, portanto, conectados. Relativamente aos parques, o parque de A, A1, está sujeito a condições de circularidade e é constituído por uma partida de viagem em vazio, um início ou fim de transição de sequência e duas chegadas de viagens em vazio e o parque de B, B1, está sujeito a condições de fronteira e é constituído por uma chegada e duas partidas de viagens em vazio e um início ou fim de transição total. Ignorando as plataformas, uma representação semelhante já tinha sido efetuada para as estações da Rede Original, na Figura 18, reforçando o facto dos parques da Rede Faseada e as estações da Rede Original apresentarem uma semelhante formulação (diferenciando-se no tipo de eventos apenas).

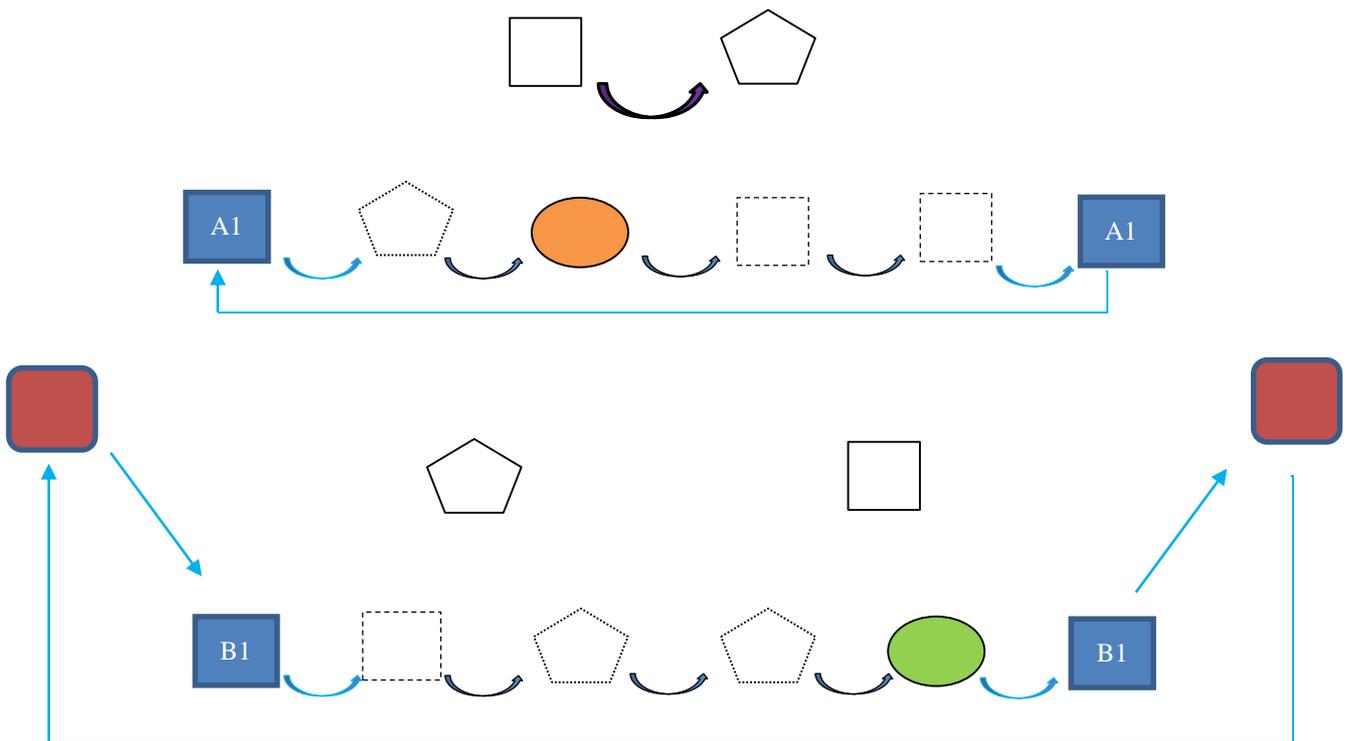


Figura 21 - Parques e plataformas da Rede Faseada

### 5.2.3. TRANSIÇÕES

Apesar de já se terem apresentado na secção anterior os nós relativos ao início e fim de transições, falta referir em que condições é que estes existem, isto é, em que condições é possível efetuar transições. Nesta secção introduzem-se também os arcos referentes às transições e que são responsáveis pela movimentação de veículos entre parques e plataformas de uma mesma estação. Comece-se por abordar as transições de sequência.

Considere-se o exemplo presente na Figura 22, de uma estação A constituída por um parque, A1, e por uma plataforma onde ocorrem dois eventos sequenciados, uma chegada, 1, e uma partida, 2, de viagens normais, cujos instantes de ocorrência são  $i$  e  $j$ , respetivamente.

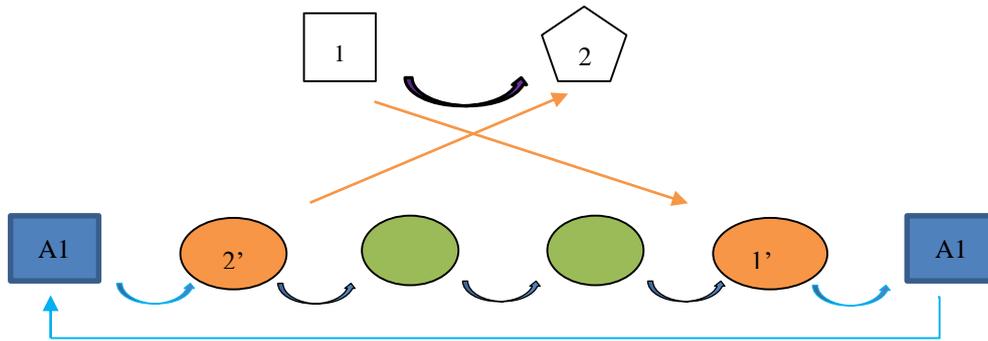


Figura 22 - Transições de sequência da Rede Faseada

Os desacoplamentos estão associados aos eventos de chegada de viagens normais sequenciadas,  $1$ , e ocorrem caso exista tempo suficiente entre a chegada e a partida das viagens sequenciadas. Se a condição de existência for satisfeita existe um nó,  $1'$ , em cada parque da estação, neste caso  $A1$ , representando o fim do desacoplamento e cujo instante de ocorrência corresponde à soma entre  $i$  e os tempos necessários para efetuar o desacoplamento, deslocar os veículos da plataforma para o parque e estes estarem prontos a ser reutilizados (tempo este que inclui possíveis manutenções e limpeza). Entre a chegada da viagem normal,  $1$ , e os nós de fim de desacoplamento,  $1'$ , existe um arco de transição de sequência (arco laranja) caracterizado por limites superiores por tipo de veículo e totais, que traduzem o número de veículos possíveis de desacoplar num único movimento e pelo custo unitário de desacoplar cada tipo de veículo.

Analogamente, os acoplamentos estão associados às partidas de viagens normais sequenciadas,  $2$ , e também são possíveis de realizar se existir tempo suficiente entre a chegada e a partida das viagens sequenciadas. Verificando-se a condição de existência existe um nó,  $2'$ , em cada parque da estação, neste caso  $A1$ , representando o início do acoplamento e cujo instante de ocorrência corresponde à diferença entre  $j$  e os tempos necessários para deslocar os veículos do parque para a plataforma e para efetuar o seu acoplamento. Entre os nós de início de acoplamento,  $2'$ , e a partida da viagem normal,  $2$ , existe um arco de transição de sequência caracterizado por limites superiores por tipo de veículo e totais, que refletem o número de veículos possíveis de acoplar num único movimento, e pelo custo unitário de acoplar cada tipo de veículo.

Considera-se que em eventos associados a *splits* (sequenciação de uma viagem normal com mais do que uma sucessora) e *combines* (sequenciação de uma viagem normal com mais do que uma predecessora) não existe a possibilidade de acoplar ou desacoplar veículos dada a

complexidade deste tipo de movimentos e de, nas realidades estudadas, os operadores procederem ao seu planeamento separadamente.

Abordem-se, por fim, as transições totais cuja existência, contrariamente às transições de sequência, não depende da satisfação de nenhum tipo de condições. Considere-se o exemplo da Figura 23, de uma estação B constituída por um parque, B1, e por uma plataforma onde ocorrem dois eventos isolados, uma chegada, 3, e uma partida, 4, de viagens normais, cujos instantes de ocorrência são  $k$  e  $l$ , respetivamente.

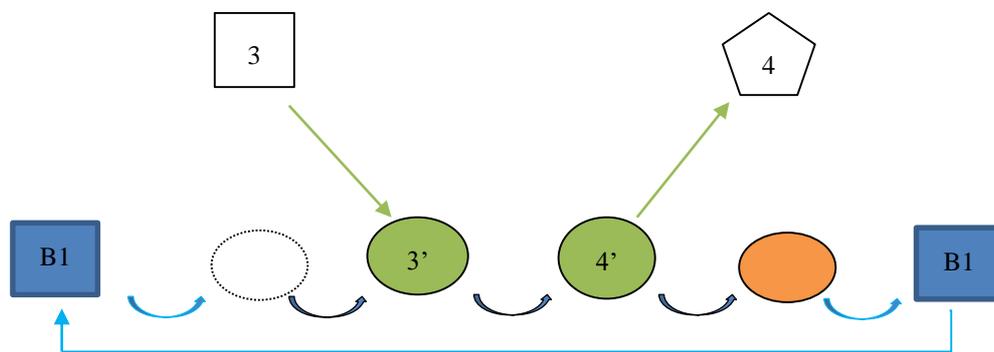


Figura 23 - Transições totais da Rede Faseada

Nos eventos de chegada de viagem normal que seja fim de uma sequência (e, portanto, não tenha um arco de sequenciação incidente), 3, é possível efetuar uma transição total para o parque, existindo um nó, 3', em cada parque da estação, neste caso B1, representando o fim da transição total para o parque e cujo instante de ocorrência corresponde à soma de  $k$  com os tempos necessários para deslocar os veículos entre a plataforma e o parque e para que estes possam ser reutilizados, caso seja necessário efetuar alguma manutenção ou serviço de limpeza, por exemplo. Entre a chegada da viagem normal, 3, e os nós de fim de transição total para o parque, 3', existe um arco de transição total (arco verde).

Analogamente, em cada evento de partida de viagem normal que seja início de uma sequência, 4, é possível efetuar uma transição total para a plataforma, existindo um nó, 4', em cada parque da estação representando o início da transição total para a plataforma e cujo instante de ocorrência corresponde à diferença entre  $l$  e o tempo necessário para deslocar os veículos entre o parque e a plataforma. Entre os nós de início de transição total para a plataforma, 4', e a partida da viagem normal, 4, existe um arco de transição total.

#### 5.2.4. VIAGENS

Os arcos de viagens normais e em vazio são em tudo iguais aos introduzidos na Modelação Original, de salientar apenas a diferença da caracterização local das suas caudas e cabeças, que passa agora a distinguir, dentro de uma mesma estação, em que plataforma ou parque ocorrem.

Na Figura 24 estão exemplificadas todas as características da Rede Faseada introduzidas considerando-se duas estações A e B, cada uma delas constituída por um parque, A1 e B1, e uma plataforma. O parque A1 está sujeito a condições de circularidade (como se pode observar pelo arco de retorno entre o nó fictício final e inicial) e na plataforma de A ocorrem dois eventos sequenciados, 1 e 2, conectados por um arco de sequenciação. Por outro lado, o parque B1 está sujeito a condições de fronteira (dada a ligação entre os seus nós fictícios e os nós agregadores fictícios) e na plataforma de B ocorrem dois eventos, a partida da primeira viagem de uma sequência, 3, e a chegada da última viagem de uma sequência, 4. Os eventos 3 e 1 caracterizam a mesma viagem e estão, portanto, ligados por um arco de viagem normal, o mesmo acontecendo para os eventos 2 e 4. Estão também representadas outras três viagens, em vazio, uma de tipo I entre A1 e o evento 3, uma em vazio de tipo II entre o evento 4 e A1 e uma de tipo III entre os parques A1 e B1. Finalmente, no que diz respeito às transições, na plataforma de A existem tempo suficiente para acoplar e desacoplar veículos entre os eventos 1 e 2, pelo que todas as características, arcos e nós, associadas a estas transições estão representadas. Na plataforma de B, associado ao evento 3 existe uma transição total para a plataforma, e associado ao evento 4 uma transição total para o parque, estando representados no exemplo todos os nós e arcos que caracterizam estes movimentos.

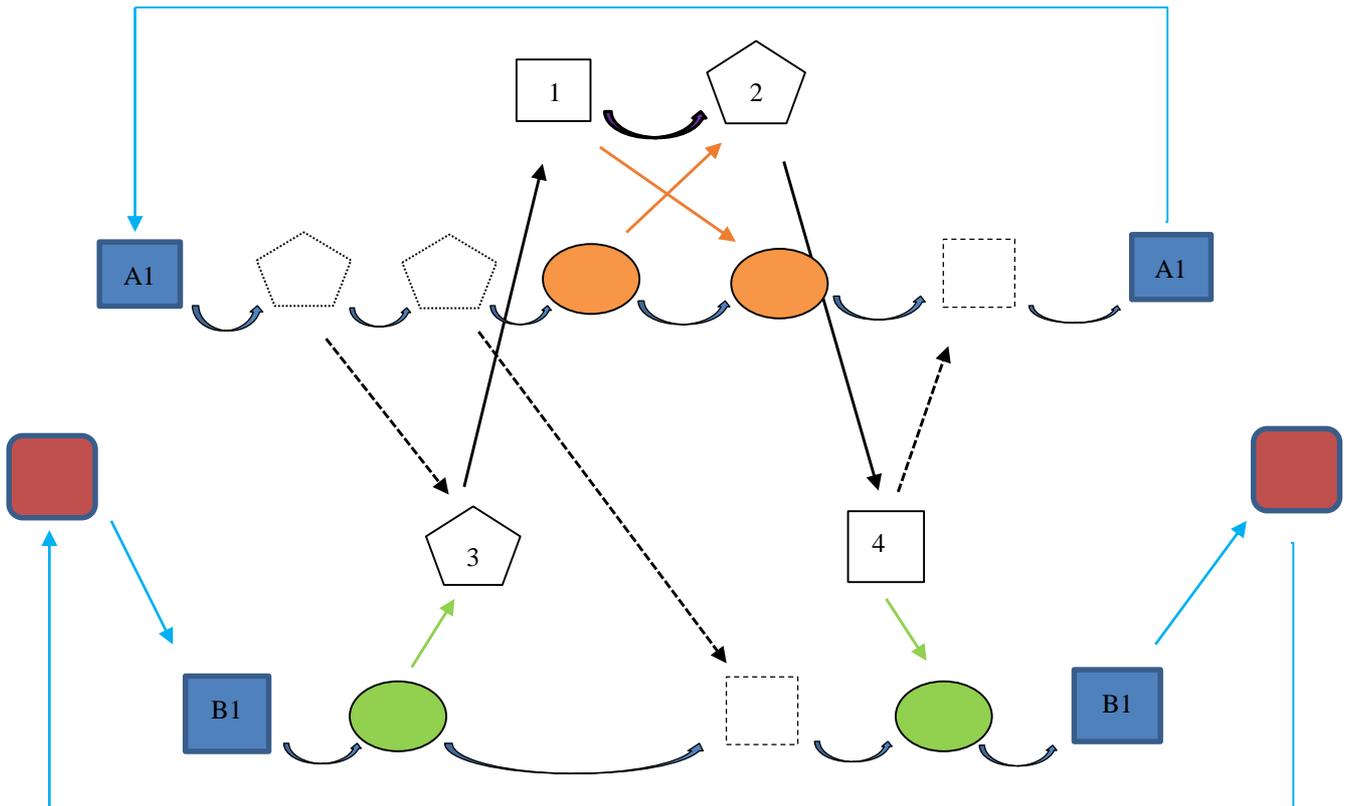


Figura 24 - Rede Faseada

### 5.3. MODELO FASEADO

O modelo é muito semelhante ao Modelo Original, apresentado no capítulo anterior, existindo apenas algumas restrições adicionais resultantes do aumento da complexidade da rede e que se relacionam com a necessidade de garantir que em cada início de sequência, i.e., partida de viagem normal que seja início de uma sequência, ou é utilizada uma transição total para a plataforma ou uma viagem em vazio de tipo I e analogamente para cada fim de sequência, garantindo que não se executam em simultâneo uma transição total para o parque e uma viagem em vazio de tipo II.

Seja então o grafo  $G = (N, E)$  a rede espaço-tempo, com  $N$  e  $E$  os seus conjuntos de nós e arcos, respetivamente. Considere-se ainda  $K$ , o conjunto formado pelos diferentes tipos de

veículos do problema e, para além dos conjuntos definidos no modelo anterior, os novos conjuntos:

- $E_R^+(n)$  – conjunto de arcos referentes a reposicionamento de veículos (transições e viagens em vazio) para as quais o nó  $n \in N$  representa a cabeça,
- $E_R^-(n)$  – conjunto de arcos referentes a reposicionamento de veículos (transições e viagens em vazio) para as quais o nó  $n \in N$  representa a cauda,
- $PI$  – conjunto de nós que representam a partida de uma viagem normal que seja início de uma sequência,
- $CF$  – conjunto de nós que representam a chegada de uma viagem normal que seja fim de uma sequência.

Apresenta-se agora o modelo de programação linear inteira desenvolvido e que, sobre uma rede espaço-tempo com as características apresentadas na secção anterior, permite solucionar problemas relativos a operadores ferroviários do tipo I.

### Função objetivo

$$\text{MIN } \sum_{k \in K} \sum_{e \in E} c_e^k x_e^k + \sum_{e \in E} f_e y_e \quad (10)$$

### Restrições

$$\sum_{e \in E^-(n)} x_e^k - \sum_{e \in E^+(n)} x_e^k = 0 \quad \forall n \in N \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} p^k x_e^k \leq U_e y_e \quad \forall e \in E \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K} q^k x_e^k \geq L_e \quad \forall e \in E \quad (13)$$

$$x_e^k \leq u_e^k \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (14)$$

$$x_e^k \geq l_e^k \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{e \in E_{fi}^-} x_e^k \leq F_k \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{e \in E_R^+(n)} y_e \leq 1 \quad \forall n \in PI \quad (17)$$

$$\sum_{e \in E_R^-(n)} y_e \leq 1 \quad \forall n \in CF \quad (18)$$

$$x_e^k \in \mathbb{N} \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (19)$$

$$y_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E \quad (20)$$

A função objetivo (10) e as restrições (11) a (16), (19) e (20) mantêm-se inalteradas do Modelo Original, onde foram formuladas inicialmente. As novas restrições permitem modelar de forma independente as plataformas e os parques assim como os acoplamentos, desacoplamentos, *splits* e *combines*. Em particular a restrição (17) garante que em cada partida de viagem normal início de uma sequência ou é utilizada uma transição total para a plataforma ou uma viagem em vazio de tipo I e (18) garante, de forma análoga, que em cada chegada de viagem normal fim de sequência não se pode efetuar simultaneamente uma transição total para o parque e uma viagem em vazio de tipo II.



## Modelação Integrada

Neste capítulo formaliza-se a rede e o modelo associados à resolução de problemas de operadores ferroviários de tipo II. Será uma extensão do modelo anterior uma vez que a sequenciação não está, pelo menos na sua totalidade, previamente determinada como no caso da Modelação Faseada, o que aumenta a complexidade da rede e consequentemente do modelo.

Assume-se que os *splits* e *combines* estão previamente definidos e que as possibilidades de sequenciação de cada viagem são conhecidas. Estes pressupostos vão de encontro às realidades dos operadores ferroviários de tipo II com os quais a SISCOG trabalha, não sendo, portanto, uma limitação, mas uma simplificação do problema.

A Modelação Integrada deve, para além de otimizar a afetação dos veículos às viagens, determinar a sequenciação das mesmas. Assim, dado um conjunto de possibilidades de sequenciação de uma viagem é escolhida, no máximo, uma, uma vez que os *splits* e *combines* estão previamente definidos.

Neste capítulo formula-se a rede espaço-tempo, Rede Integrada, e o modelo de programação linear inteira, Modelo Integrado, que caracterizam a Modelação Integrada.

---

## 6.1. FORMULAÇÃO DA REDE INTEGRADA

Nesta secção abordam-se as características da rede espaço-tempo associada à modelação de problemas de operadores ferroviários de tipo II, que são os que determinam a sequenciação das viagens em simultâneo com a afetação dos veículos. A diferença entre esta rede e a anterior reside no facto de agora não se saber para cada viagem normal qual o evento precedente e conseqüente, podendo existir múltiplas possibilidades de sequenciação para cada viagem. Assim, a formulação das plataformas e das transições sofre algumas alterações, mantendo-se inalterada tanto a formulação dos parques como das viagens.

Os eventos modelados nesta rede coincidem com os considerados na Rede Faseada e são eles a partida e chegada de viagens normais e em vazio (relembre-se que as viagens em vazio de tipo I e II têm apenas um evento próprio) e início e fim de transições de sequência e totais (relembrando que também as transições são caracterizadas por um único evento próprio).

### 6.1.1. PLATAFORMAS

Quando a sequenciação está previamente determinada, não existem alterações a efetuar ao modelo. Assim, dadas duas viagens sequenciadas existe um arco de sequenciação entre o evento de chegada da primeira e o evento de partida da segunda, caracterizado por um fluxo mínimo agregado unitário de modo a garantir a sua utilização e cujo exemplo está representado na Figura 25, pelos eventos 1 e 3.

Por outro lado, dadas duas viagens possíveis de sequenciar, existe um novo tipo de arco, arco de possibilidade de sequenciação (arco azul sem preenchimento), entre o evento de chegada da primeira e o evento de partida da segunda. Este tipo de arcos representando possibilidades de sequenciação caracteriza-se por um fluxo mínimo agregado nulo, cabendo ao modelo determinar quais os arcos de possibilidade de sequenciação a escolher para otimizar a utilização dos veículos. Um exemplo deste tipo de arcos está também ele representado na Figura 25, entre os eventos 2 e 4.

Para além deste tipo de eventos existem ainda, como anteriormente, eventos que não têm arcos de sequenciação e de possibilidade de sequenciação associados, representando chegadas da última viagem de uma sequência ou partida da primeira viagem de uma sequência, ilustrados na Figura 25 pelos nós 5 e 6, respetivamente, e que serão designados de eventos isolados

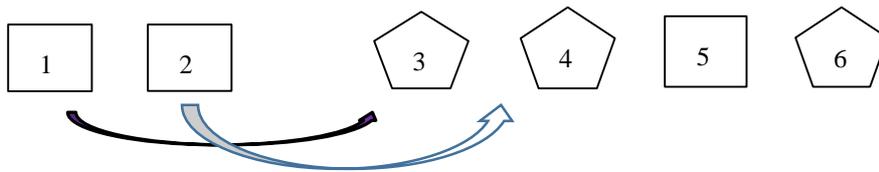


Figura 25 - Plataformas da Rede Integrada

Na Figura 26 ilustram-se duas estações, A e B, constituídas por uma plataforma e um parque cada uma. A plataforma de A apresenta um evento de chegada e um evento de partida de viagens normais sequenciadas, enquanto a plataforma de B apresenta um evento de partida de uma viagem normal que é início de uma sequência, um evento de chegada de uma viagem normal que é fim de uma sequência e um evento de chegada e um evento de partida de viagens normais possíveis de sequenciar. Relativamente aos parques, o parque de A, A1, está sujeito a condições de circularidade e é constituído por uma partida de viagem em vazio, um início ou fim de transição de sequência e duas chegadas de viagens em vazio e o parque de B, B1, está sujeito a condições de fronteira e é constituído por uma chegada e duas partidas de viagens em vazio e um início ou fim de transição total. Como se pode observar, os parques mantêm-se inalterados da Rede Faseada e não foram, portanto, abordados na formulação da rede em curso.

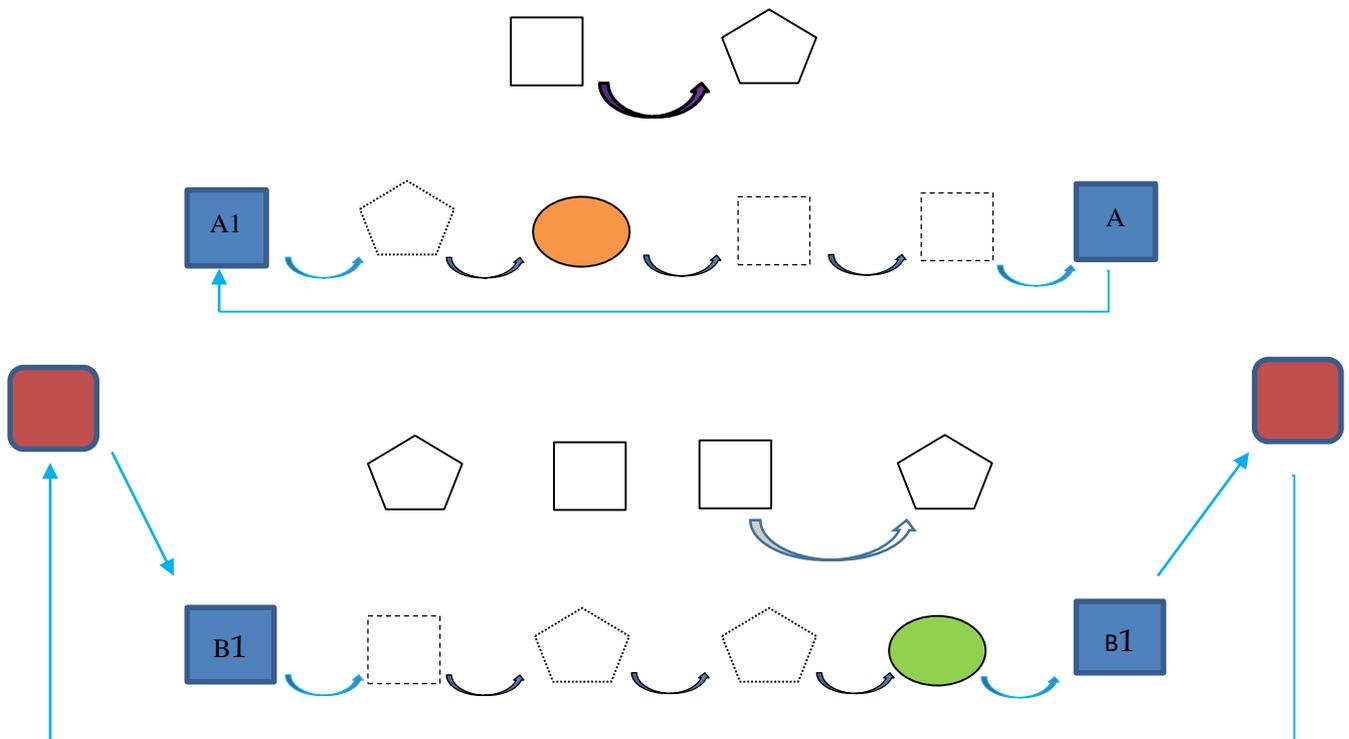


Figura 26 - Parques e plataformas da Rede Integrada

### 6.1.2. TRANSIÇÕES

A grande complexidade das transições desta rede reside nos eventos associados a possibilidades de sequenciação uma vez que os restantes eventos mantêm a formulação efetuada no capítulo anterior. Neste caso, os eventos tanto podem representar eventos sequenciados como eventos isolados (caracterizando o início ou fim de uma sequência), dependendo do modelo concretizar ou não as possibilidades de sequenciação a estes associadas. É necessário, para este tipo de eventos, formular todas as possibilidades de transição de sequência e de transição total, cabendo ao modelo, através de restrições adicionais, garantir que estas são utilizadas de forma adequada.

Considere-se o exemplo da Figura 27, de uma estação A constituída por um parque, A1, sujeito a condições de circularidade, e por uma plataforma onde ocorrem dois eventos possíveis de sequenciar, uma chegada, 1, e uma partida, 2, de viagens normais.

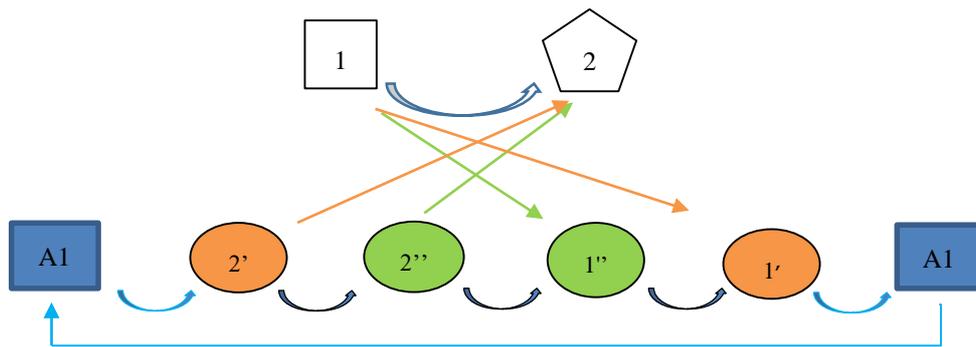


Figura 27 - Possibilidades de sequenciação

Em caso de eventos de chegada possíveis de sequenciar, 1, existem duas opções: 1) efetuar um desacoplamento, caracterizado pelo nó 1' e pelo arco (1, 1'), e 2) efetuar uma transição total para o parque, caracterizado pelo nó 1'' e pelo arco (1, 1''). Analogamente para o caso da partida de viagens possíveis de sequenciar, 2, existem também duas opções: 1) efetuar um acoplamento, caracterizado pelo nó 2' e o arco (2', 2), e 2) efetuar uma transição total para a plataforma, caracterizada pelo nó 2'' e pelo arco (2'', 2). As condições de existência dos acoplamentos e desacoplamentos, os instantes de ocorrência dos nós dos parques representando o início ou fim de transições e as características dos arcos a estes associados mantêm-se inalteradas relativamente à modelação anterior.

Está representado na Figura 28 o exemplo de uma Rede Integrada constituída por todas as características de rede, nós e arcos, que a definem.

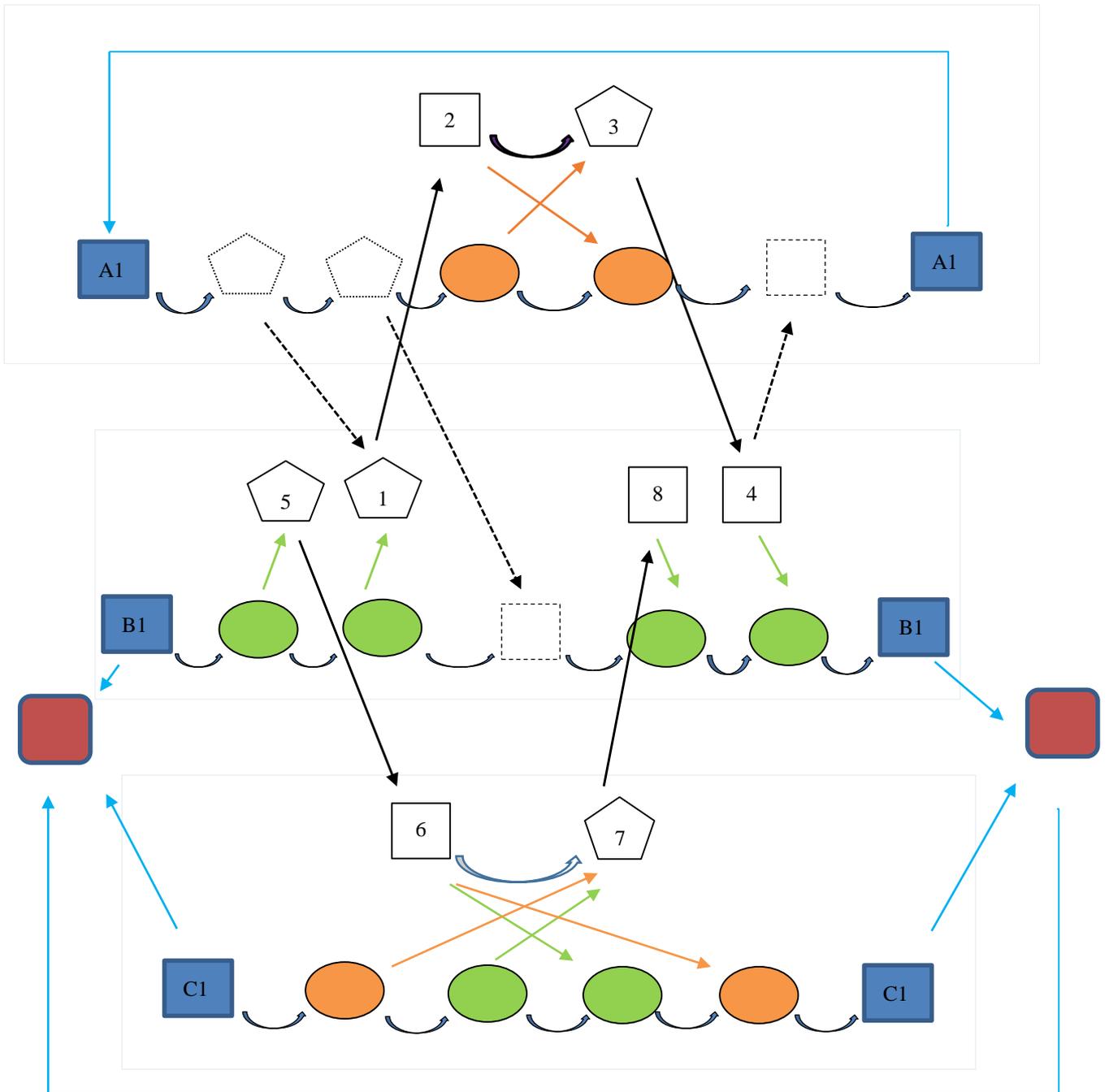


Figura 28 - Rede Integrada

O exemplo é constituído por três estações, A, B e C, devidamente delimitadas, cada uma delas constituída por uma plataforma e por um parque, A1, B1 e C1, respetivamente. A plataforma de A caracteriza-se pela ocorrência dois eventos sequenciados, 2 e 3, uma chegada e uma partida de viagem normal. O parque de A1 está sujeito a condições de circularidade. Em B ocorrem, em plataforma, duas partidas de viagens de início de sequência, 5 e 1, e duas chegadas de fim de sequência, 8 e 4. O seu parque, B1, está sujeito a condições de fronteira. Também C1, o parque de C, está sujeito a condições de fronteira. Na plataforma de C ocorre uma chegada, 6, e uma partida, 7, de viagens possíveis de sequenciar. Os pares de eventos 1 e 2, e 3 e 4 representam duas viagens sequenciadas, note-se que existe um arco de sequenciação entre a chegada da primeira, 2, e a partida da segunda, 3. Por outro lado os pares de eventos 5 e 6, e 7 e 8 representam duas viagens possíveis de sequenciar dado que existe um arco de possibilidade de sequenciação entre a chegada da primeira viagem, 6, e a partida da segunda, 7. Para além das viagens normais estão também representadas três viagens em vazio, uma de tipo I entre A1 e o evento de partida 1, uma de tipo II entre o evento de chegada 4 e o parque A1 e uma de tipo III entre os parques A1 e B1.

Relativamente às transições, na plataforma de A por se tratarem de eventos associados a viagens previamente sequenciadas, é possível efetuar transições de sequência (assumindo-se que existe tempo para tal). Na plataforma de B existem quatro eventos isolados (sem arcos de sequenciação e de possibilidade de sequenciação associados) e, portanto, quatro possibilidades de transição total, uma para cada um destes eventos. Finalmente, na plataforma de C, está representada a grande diferença entre a Rede Integrada e a Rede Faseada, dois eventos possíveis de sequenciar, podendo-se, em cada um deles, efetuar uma transição de sequência (caso exista tempo suficiente) ou uma transição total.

---

## 6.2. MODELO INTEGRADO

O Modelo Integrado surge também ele como uma extensão do Modelo Faseado, considerando-se algumas restrições adicionais e que visam garantir que a concretização das possibilidades de sequenciação e a boa modelação das transições de sequência e das transições totais.

Seja o grafo  $G = (N, E)$  a rede espaço-tempo subjacente ao modelo, com  $N$  e  $E$  os seus conjuntos de nós e arcos, respetivamente. Considere-se ainda  $K$ , o conjunto formado pelos diferentes tipos de veículos do problema.

Considerem-se, para além do introduzido anteriormente, os seguintes conjuntos.

- $E_S(n)$  – conjunto dos arcos referentes à sequenciação (arcos de sequenciação e de possibilidade de sequenciação) para as quais o nó  $n \in N$  representa a cauda ou a cabeça,
- $S$  – conjunto dos arcos de possibilidade de sequenciação,
- $E_{AD}(s)$  – conjunto dos arcos referentes a acoplamentos e desacoplamentos associados ao arco de possibilidade de sequenciação  $s \in S$ ,
- $P$  – conjunto de nós que representam a partida de uma viagem normal, não envolvida em *splits* e *combines*,
- $C$  – conjunto de nós que representam a chegada de uma viagem normal, não envolvida em *splits* e *combines*.

Apresenta-se agora o modelo de programação linear inteira construído para, sobre uma rede espaço-tempo com as características apresentadas anteriormente, solucionar problemas relativos a operadores ferroviários do tipo II.

## Função objetivo

$$\text{MIN } \sum_{k \in K} \sum_{e \in E} c_e^k x_e^k + \sum_{e \in E} f_e y_e \quad (21)$$

## Restrições

$$\sum_{e \in E^-(n)} x_e^k - \sum_{e \in E^+(n)} x_e^k = 0 \quad \forall n \in N \forall k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{k \in K} p^k x_e^k \leq U_e y_e \quad \forall e \in E \quad (23)$$

$$\sum_{k \in K} q^k x_e^k \geq L_e \quad \forall e \in E \quad (24)$$

$$x_e^k \leq u_e^k \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (25)$$

$$x_e^k \geq l_e^k \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (26)$$

$$\sum_{e \in E_{fi}^-} x_e^k \leq F_k \quad \forall k \in K \quad (27)$$

$$\sum_{e \in E_S} y_e \leq 1 \quad \forall n \in P \cup C \quad (28)$$

$$\sum_{e \in E_R^+(n) \cup E_R^-(n)} y_e \leq 1 - \sum_{e \in E_S} y_e \quad \forall n \in P \cup C \quad (29)$$

$$\sum_{e \in E_{AD}(s)} y_e \leq 2y_s \quad \forall s \in S \quad (30)$$

$$x_e^k \in \mathbb{N} \quad \forall e \in E \forall k \in K \quad (31)$$

$$y_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E \quad (32)$$

A função objetivo (21) e as restrições (22) a (27), (31) e (32) mantêm-se inalteradas do Modelo Faseado. Um dos pressupostos da Modelação Integrada é que os *splits* e os *combines* são previamente definidos pelos operadores. É por isso necessário garantir que cada viagem não envolvida neste tipo de movimentos tenha no máximo uma sucessora e uma predecessora, isto é, que cada evento de chegada ou partida de viagem normal só possa ter um arco de possibilidade de sequenciação incidente que seja parte integrante da solução do problema. Isto é assegurado pelas restrições (28).

De modo a garantir que as possibilidades de transições totais e de sequência são utilizadas de forma adequada, isto é, em concordância com a decisão do modelo por sequenciar ou isolar determinados eventos, introduziram-se os conjuntos de restrições (29) e (30). As restrições (29) garantem que se um evento possível de sequenciar acabar por não ter associado nenhum arco de possibilidade de sequenciação com fluxo não nulo, então poderá haver lugar a um

reposicionamento de veículos (ou transição total ou viagem em vazio). Esta restrição surge como uma extensão de duas restrições do Modelo Faseado, garantindo também que em eventos isolados só é possível efetuar um tipo de reposicionamento de veículos. Por outro lado, as restrições (30) garantem que os acoplamentos e desacoplamentos associados a um arco de possibilidade de sequenciação só são exequíveis se esse arco for parte integrante da solução do problema, isto é, se a possibilidade de sequenciação for concretizada (note-se que, existindo tempo para tal, cada arco de possibilidade de sequenciação tem, tal como acontece para os arcos de sequenciação, uma possibilidade de desacoplamento na cauda e uma possibilidade de acoplamento na cabeça).



## Resultados computacionais

Neste capítulo são apresentados os resultados computacionais comparando a Modelação Faseada e a Modelação Integrada com a Modelação Original, com o intuito de mostrar as potencialidades e adequabilidade do trabalho desenvolvido aos problemas em estudo. Os resultados computacionais foram obtidos utilizando dados reais das empresas Nederlandse Spoorwegen (NS), Washington Metropolitan Area Transit Authority (WMATA) e VIA RAIL Canada (VIA) cujas instâncias serão caracterizadas na próxima secção. Note-se que não se pretende abordar as suas especificidades, mas sim as suas dimensões e complexidades de modo a mostrar-se que foram utilizados três exemplos com características representativas do mundo dos operadores ferroviários. Assim sendo, as constantes utilizadas para os problemas de cada realidade (por exemplo, custos e tempos de movimentos) estão fixas e não vão ser abordadas dada a sua irrelevância para a comparação entre abordagens.

Os modelos foram implantados e resolvidos em C++ usando o otimizador comercial CPLEX 12.5. Os resultados apresentados nas próximas secções foram obtidos em computadores com processadores Intel i7 3770 com 3.4 GHz e 16 GB RAM.

---

## 7.1. CARACTERIZAÇÃO DAS INSTÂNCIAS

A NS é uma operadora ferroviária que detém a quase totalidade do transporte ferroviário de passageiros da Holanda. Enquadra-se como operadora ferroviária de tipo I e II, existindo tanto a possibilidade de resolver a sequenciação na fase de planeamento de horários como de o fazer na fase de afetação de veículos. A instância do problema da NS é caracterizada por 1030 viagens normais, 2 tipos de veículos compatíveis entre si e que transportam todas as classes de passageiros, 7 estações e a impossibilidade de entre cada par de viagens sequenciadas movimentar mais do que um veículo. A instância tem previamente definida uma sequenciação, que será considerada para a Modelação Faseada e ignorada para a Modelação Integrada.

A WMATA é designada em Washington como Metro e é uma operadora ferroviária de tipo I. A instância do problema caracteriza-se por 8106 viagens, três tipos de veículos compatíveis entre si e transportando todas as classes de passageiros, 21 estações e a impossibilidade de se efetuarem acoplamentos e desacoplamentos.

Por fim a VIA é também ela uma operadora ferroviária de tipo I responsável por administrar grande parte do transporte ferroviário de passageiros do Canadá. A instância estudada caracteriza-se por 393 viagens, 18 tipos de veículos que não são todos compatíveis entre si e que não transportam todas as classes de passageiros, 12 estações e a possibilidade de entre cada par de viagens sequenciadas acoplar ou desacoplar até dois veículos.

As transições admissíveis da VIA e da WMATA não são reais, mas permitem a construção de três casos de teste representativos dos operadores ferroviários em geral, tal como pretendido. Cada uma destas realidades situa-se em diferentes patamares de complexidade. A WMATA é constituída por um grande número de viagens, mas por um número reduzido de diferentes tipos de veículos e pela não existência de acoplamentos e desacoplamentos. No outro extremo tem-se a VIA, constituída por um reduzido número de viagens, mas por um elevado número de diferentes tipos de veículos, apresentando ainda algumas restrições relativamente à compatibilidade e ao transporte de passageiros. Esta instância apresenta ainda um elevado número de possibilidades de movimentação de veículos. A NS apresenta-se como uma instância intermédia, uma vez que conta com um número moderado tanto de viagens, como de diferentes tipos de veículos, possibilitando, no entanto, acoplamentos e desacoplamentos.

---

## 7.2. MÉTRICAS DE COMPARAÇÃO

Nesta secção introduzem-se as métricas que se utilizarão para comparar as soluções obtidas através das diferentes abordagens aplicadas às diferentes realidades.

- Nós – número de nós da rede,
- Arcos – número de arcos da rede,
- Tempo de execução – tempo (Horas: Minutos: Segundos) despendido para a resolução do problema, desde a leitura dos dados à obtenção da solução ótima,
- Custo – custo da solução,
- Distância por veículo – distância de viagem normal percorrida pelos veículos. Se uma viagem for executada por dois veículos, então a sua distância é contabilizada duas vezes nesta métrica,
- Viagens em vazio – número de viagens em vazio utilizadas,
- Distância em vazio por veículo – semelhante à distância por veículo, mas relativa às viagens em vazio,
- Capacidade excedida – diferença entre a capacidade disponibilizada em cada viagem normal e a sua procura (ou seja, número de lugares vazios) multiplicada pela sua distância,
- Veículos – número de veículos utilizados,
- Movimentos – número de acoplamentos e desacoplamentos efetuados (um mesmo movimento pode movimentar mais do que um veículo),
- Veículos movimentados – número de veículos acoplados e desacoplados,
- Transições não admissíveis – número de transições efetuadas que não são admissíveis para a realidade do problema. Por exemplo, se um operador ferroviário não admitir entre duas viagens sequenciadas acoplar ou desacoplar veículos, por cada acoplamento ou desacoplamento de veículos é contabilizada uma transição não admissível. Relembre-se que o controlo de admissibilidade de transições é uma limitação da Modelação Original.

---

## 7.3. RESULTADOS

Esta secção divide-se em: Modelação Faseada e Modelação Integrada. Em cada uma das subsecções são apresentados e discutidos os resultados referentes a cada uma das modelações desenvolvidas, sendo que na última sugere-se qual o melhor tipo de abordagem a adotar para o caso de operadores ferroviários que, à semelhança da NS, podem ser considerados de tipo I e II.

### 7.3.1. MODELAÇÃO FASEADA

Pretende-se inferir empiricamente as potencialidades da Modelação Faseada face à Modelação Original na resolução de problemas de operadores ferroviários de tipo I. Para tal utilizaram-se ambas as modelações para solucionar uma instância de cada uma das realidades consideradas, NS, WMATA e VIA, apresentando-se na Tabela 1 os resultados obtidos.

Dada a distinção entre parques e plataformas de cada estação na Modelação Faseada, a dimensão da Rede Faseada é, como seria de esperar, superior à da Rede Original, chegando a haver uma duplicação do número de nós e arcos, o que pode limitar a sua aplicação a problemas de operadores ferroviários de maior dimensão que os considerados. No entanto, os tempos de execução apresentam-se bastante interessantes e promissores. Apesar de para a VIA existir um ligeiro aumento no tempo, este é suplantado pelas melhorias obtidas para a NS e para a WMATA. No caso da WMATA consegue-se ainda inferir uma nova mais-valia da Modelação Faseada e que assenta em, para além de superar as limitações da Modelação Faseada, solucionar problemas até então insolúveis em tempo útil. Este facto é consequência do melhor controlo que existe nos acoplamentos e desacoplamentos e que retira ao modelo alguns graus de liberdade, tornando-o mais fácil de resolver. Da análise destes tempos de execução pode ainda concluir-se que a Modelação Faseada é bastante eficiente na resolução de instâncias de problemas com números de veículos e complexidade de movimentos reduzida (NS e WMATA) mas apresenta algumas fragilidades quando as instâncias têm associado um maior grau de combinatoriedade (VIA).

Tabela 1 - Resultados computacionais da Modelação Faseada

<i>Métricas / Modelação</i>	<b>NS</b>			<b>VIA</b>			<b>WMATA</b>		
	Original	Faseada	Faseada vs Original	Original	Faseada	Faseada vs Original	Original	Faseada	Faseada vs Original
Nós	2074	4134	+2060	1867	4076	+2209	16236	32448	+16212
Arcos	3115	6091	+2976	3338	6966	+3628	24363	48086	+23723
Tempo de execução	00:02:03	00:00:22	-00:01:41	01:18:08	02:06:53	+00:48:45	Interrompido ao fim de 35 horas	+02:49:51	-
Custo	1201436	1246200	+44764	4403906831	4404297646	+390815		64442750	
Distância por veículo	193676	197039	+3363	30825141	31312956	+487815		62322750	
Viagens em vazio	2	0	-2	14	16	+2		0	
Distância em vazio por veículo	2340	0	-2340	435310	437610	+2300		0	
Capacidade excedida	18841331	21323970	+2482639	4707339	5207103	+499764		9729300	
Veículos	31	32	+1	130	131	+1		205	
Movimentos	431	430	-1	101	101	0		0	
Veículos movimentados	448	430	-18	157	114	-43		0	
Transições não admissíveis	16	0	-16	15	0	-15		0	

Um dos objetivos da Modelação Faseada era garantir a não existência de transições não admissíveis em nenhuma das três instâncias. Como se pode observar na Tabela 1 em “Transições não admissíveis”, esse objetivo foi plenamente atingido, o que a juntar à garantia de satisfação da sequenciação previamente definida pela forma como foi construída a Rede Faseada, é prova de que ambas as limitações da Modelação Original foram superadas. Este aumento de controlo sobre a sequenciação e as transições tem como consequência o aumento do custo das soluções e que reflete uma maior limitação no aproveitamento dos veículos. Este pior aproveitamento pode ser observado através das métricas “Veículos”, “Distância por veículo” e “Capacidade excedida” que aumentaram de valores tanto para a NS como para a VIA. Realce-se também a redução do número de veículos movimentados em acoplamentos e desacoplamentos observado nestas duas instâncias.

Apesar da prevista pioria da solução no que diz respeito ao aproveitamento dos veículos e consequente aumento do custo, tem-se agora a possibilidade, utilizando a Modelação Faseada, de resolver problemas de operadores ferroviários de tipo I e obter soluções admissíveis que respeitam tanto a sequenciação previamente definida como as regras sobre as transições que não dependam da ordenação dos veículos nas composições, ficando demonstrado, empiricamente, a mais-valia do trabalho desenvolvido e o cumprimento dos objetivos propostos para esta primeira modelação.

### **7.3.2. MODELAÇÃO INTEGRADA**

Nesta secção pretende-se avaliar a qualidade da Modelação Integrada face à Modelação Original na resolução de problemas de operadores ferroviários de tipo II e face à Modelação Faseada na resolução de problemas de operadores de tipo I e II como a NS. Para tal utiliza-se uma instância da única realidade que se enquadra nos operadores ferroviários de tipo II, a NS, tomando a sequenciação por definir. A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos. As colunas “Original” e “Faseada” repetem os valores apresentados na Tabela 1 de modo a facilitar a comparação entre as três modelações.

Tabela 2 - Resultados computacionais da Modelação Integrada

<i>Métricas / Modelação</i>	<i>NS</i>				
	Original	Faseada	Integrada	Integrada vs Original	Integrada vs Faseada
Nós	2074	4134	5966	+3892	+1832
Arcos	3115	6091	9755	+6640	+3664
Tempo de execução	00:02:03	00:00:22	00:00:57	-00:01:06	+00:00:35
Custo	1201436	1246200	1202448	+1012	-43752
Distância por veículo	193676	197039	192826	-850	-4213
Viagens em vazio	2	0	0	-2	0
Distância em vazio por veículo	2340	0	0	-2340	0
Capacidade excedida	18841331	21323970	18842445	+1114	-2481525
Veículos	31	32	31	0	-1
Movimentos	431	430	315	-116	-115
Veículos movimentados	448	430	315	-133	-115
Transições não admissíveis	16	0	0	-16	0

A Modelação Integrada, tal como a Modelação Faseada, considera separadamente os parques e as plataformas de cada estação. A juntar a esse facto, tem-se ainda nesta modelação a complexidade adicional de se querer definir a sequenciação pelo que se esperava um aumento significativo nas dimensões da rede. Tal consequência pode ser observada na Tabela 2, onde as dimensões da rede triplicaram comparativamente à Rede Original, e pode inviabilizar a utilização da Modelação Integrada para algumas realidades. No entanto observa-se uma redução, na mesma proporção, no tempo de execução do modelo. Pode inferir-se ainda, pela semelhança entre a Modelação Faseada e Integrada, que esta modelação também deverá ser mais eficiente quanto menor o número de veículos e a complexidade dos seus movimentos.

Por se conseguirem controlar as restrições sobre transições, o aproveitamento dos veículos é mais limitado do que na Modelação Original e daí o custo da solução ter piorado. Apesar disso os objetivos para esta modelação foram também eles cumpridos, conseguindo a SISCOG resolver agora problemas de operadores ferroviários de tipo II e obter soluções admissíveis para as suas realidades que satisfaçam restrições sobre transições e definam a sequenciação, respeitando partes da mesma que possam ter sido previamente definidas.

Algo interessante de analisar é como se relacionam a Modelação Faseada e a Modelação Integrada na resolução de problemas de operadores ferroviários que à semelhança da NS não têm uma fase específica para definir a sequenciação. Por não estar condicionada à sequenciação previamente definida, a Modelação Integrada faz um melhor aproveitamento dos veículos, mas em contrapartida tem associada uma dimensão e um tempo de execução mais elevados. Assim, não existindo problemas de dimensão, a Modelação Integrada deverá ser a abordagem a utilizar para estes operadores ferroviários, evidenciando que a fase em que devem definir a sequenciação de modo a obter o melhor aproveitamento dos veículos é o planeamento dos veículos (como fazem os operadores tipo II) e não o planeamento dos horários (como fazem os operadores tipo I).



## Conclusão

O objetivo deste trabalho era superar as limitações da abordagem utilizada para a SISCOG na modelação de problemas de afetação de veículos, em particular a não satisfação de restrições sobre admissibilidade de transições e o facto de esta ignorar a sequenciação, tanto estando previamente definida como por definir. Nesse sentido foram desenvolvidas duas abordagens, a Modelação Faseada e a Modelação Integrada, para solucionar problemas relativos a operadores ferroviários de tipo I, cuja sequenciação está previamente definida, e de tipo II, para os quais é necessário definir a sequenciação, respetivamente. Ambas as abordagens superam as limitações relativas à admissibilidade de transições (sem ter em conta a ordem dos veículos) e ao tratamento da sequenciação.

A adequabilidade das modelações desenvolvidas foi demonstrada pelos testes computacionais realizados, cujas instâncias eram representativas da realidade dos clientes da SISCOG, ambas apresentando soluções de qualidade superior às da Modelação Original. Esta superioridade traduz-se na sua admissibilidade para as realidades dos operadores considerados e na garantia de que a SISCOG consegue agora fazer face a problemas de operadores ferroviários de tipo I e II. As modelações apresentam, no entanto, a limitação de terem associadas redes espaço-tempo de dimensão bastante superior à Rede Original o que pode limitar a sua aplicação a algumas realidades, ainda que nas instâncias consideradas o tempo de execução dos modelos não tenha piorado e tenha sido possível resolver uma instância para a qual a Modelação Original não produziu qualquer resultado ao fim de trinta e cinco horas.

Concluiu-se ainda da análise dos testes computacionais que operadores ferroviários sem uma fase específica para a definição da sequenciação devem fazê-lo juntamente com a fase da afetação de veículos, tal como os operadores de tipo II, aumentando os graus de liberdade ao modelo e minimizando dessa forma os custos associados à sua operação.

Com este trabalho atingiram-se todos os objetivos propostos. No entanto seria interessante em trabalho futuro estender a reformulação efetuada ao planeamento das operações a curto prazo, situações nas quais existem desvios na operação previamente planeada, como a avaria de um veículo ou impossibilidade de realizar uma viagem normal, e que requerem um replaneamento inteligente de modo a reduzir o seu impacto nos custos da operação e na satisfação dos clientes dos operadores.

# Bibliografia

Abbink, E., van den Berg, B., Kroon, L. & Salomon, M., 2004. ALLOCATION OF RAILWAY ROLLING STOCK FOR. *Transportation Science* 38, pp. 33-42.

Brucker, P., Hurink, J. & Rolfes, T., 1998. Routing of Railway Carriages: A Case Study. *Osnabrucker Schriften zur Mathematic, Reihe P, Heft 205*.

Fioole, P.-J., Kroon, L., Maróti, G. & Schrijver, A., 2006. A rolling stock circulation model for combining and splitting of passenger trains. *European Journal of Operational Research* 174, pp. 1281-1297.

Lingaya, N. et al., 2002. Operational car assignment at VIA rail Canada. *Transportation Research B* 36, pp. 755-778.

Schrijver, A., 1993. Minimum Circulation of Railway Stock. *CWI Quarterly*, pp. 205-217.

Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., Orlin, J. B., & Reddy, M. R. (1995). Applications of network optimization. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 7, 1-83.

Ben-Khedher, N., Kintanar, J., Queille, C., & Stripling, W. (1998). Schedule optimization at SNCF: From conception to day of departure. *Interfaces*, 28(1), 6-23.

Borndörfer, R., Reuther, M., Schlechte, T. & Weider, S., 2012 ??? 2016??. Integrated optimization of Rolling Stock Rotations for Intercity Railways, *Transportation Science* 50(3), 863-877.

THORLACIUS, Per; LARSEN, Jesper; LAUMANN, Marco. An integrated rolling stock planning model for the Copenhagen suburban passenger railway. *Journal of Rail Transport Planning & Management*, 2015, 5.4: 240-262.