



**João Pedro Monteiro Serafim**

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

**Métodos simplificados para o  
pré-dimensionamento de Pontes  
Suspensas**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Civil – Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Mário Arruda

Júri:

Presidente: Professor Doutor Corneliu Cismasiu

Arguente: Professor Doutor Eduardo Cavaco

Vogal: Professor Doutor Mário Arruda



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Julho de 2014**



**2014**

**Métodos Simplificados para o pré-dimensionamento de Pontes Suspensas**  
**João Serafim**





“Copyright” João Pedro Monteiro Serafim, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor



## Agradecimento

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Mário Arruda, pela constante presença e ajuda na execução deste trabalho, pela amizade, disponibilidade e apoio que sempre demonstrou durante o meu percurso académico. Sem a sua contribuição, este trabalho nunca poderia ter sido concretizado.

Aos meus amigos e colegas que me acompanharam neste percurso e que muito contribuíram para a minha formação académica, Ana Ferreira, Ana Guerra, Ana Romão, André Pereira, Carla Gil, Daniel Pereira, Gonçalo Palma, Hugo Rebelo, João Valente, Rafael Wong, Susana Sá e Vítor Antunes. Com eles partilhei as pequenas e as grandes vitórias que estes anos me trouxeram.

Aos meus amigos, Gonçalo Silva, João Guerreiro, Jonas Richter, Josué Jones, Micael Couto e Tiago Antunes, pela força, apoio e motivação que me transmitiram ao longo da minha vida, sem eles não seria a pessoa que sou hoje.

Um agradecimento especial ao Carlos Rodrigues e à Farah Alimagham, pelo contributo que me deram durante a realização deste trabalho, pelas correções e traduções que por vezes foram necessárias de serem feitas.

À Catarina Rodrigues, para além das constantes correções ortográficas, sintaxes, frásicas, estou-lhe grato por me ter dado a força de vontade e motivação que muitas vezes faltou durante todos estes anos e por partilhar as vitórias que alcancei.

Agradeço à minha família, principalmente aos meus pais, por todo o apoio e confiança depositados em mim, por me terem ajudado a encontrar o meu caminho e por me ensinarem os valores e ideias que hoje servem como bases da minha fundação.

Finalmente, agradeço ao Fernando, por ter sido um exemplo de força, trabalho e dedicação, por me ter ajudado no meu crescimento. Por tudo o que fez por mim não há nada que pague e por isso estou-lhe eternamente grato.



## Resumo

O presente trabalho tem como objetivo propor um novo método de cálculo para a obtenção de valores de pré-dimensionamento para pontes suspensas no cabo e tabuleiro quando estas são solicitadas por sobrecargas definidas no Regulamento de Segurança e Ações em Edifícios e Pontes.

O método é dividido em duas partes: uma primeira que define a metodologia necessária de ser aplicada para a obtenção de esforços de pré-dimensionamento devido a sobrecargas uniformes e uma segunda onde se pretende apresentar um método que permita a obtenção de esforços devido a sobrecargas pontuais aplicadas a meio vão.

O primeiro Método irá recorrer à teoria dos deslocamentos de pontes suspensas, ao passo que o segundo à teoria da viga elástica de forma a definir os parâmetros materiais e geométricos que serão utilizados nos modelos matemáticos propostos.

As cargas obtidas irão ser comparadas às cargas determinadas pelos métodos analíticos já existentes, sobretudo ao método definido pela teoria dos deslocamentos de pontes suspensas, bem como aos modelos computacionais realizados pelo *software SAP2000* recorrendo a modelos geometricamente não lineares.

Neste trabalho são realizadas análises de sensibilidade, onde serão variados os parâmetros geométricos: área do cabo, inércia da viga, flecha e vão central longitudinal. Esta análise servirá para comprovar os resultados obtidos pelo método simplificado e de que forma as expressões utilizadas evoluem.

Finalmente, será analisado um caso de estudo referente à Ponte 25 de Abril, onde será mostrada a utilização do método proposto num caso real, de forma a mostrar a fiabilidade dos resultados obtidos. Este caso de estudo terá uma análise analítica, recorrendo ao método proposto, e uma análise não linear, recorrendo a modelos computacionais provenientes do *software SAP2000*.

**Termos Chave:** Pontes Suspensas; Análise Iterativa de Cabos, Teoria dos Deslocamentos de Pontes Suspensas; Análises Paramétricas; Cargas Uniformes e Pontuais.



## Abstract

The present dissertation is devoted to the proposal of a new calculation method to obtain the pre-design values on the cable and girder for suspension bridges when subjected to live loads defined in the *Regulamento de Segurança e Ações em Edifícios e Pontes*.

This method is divided into two parts. The first part defines the necessary method to be applied for obtaining pre-dimensioning strains due to uniform live loads, and the second part aims at presenting a method that enables the attainment of strains due to a point live load applied at mid-span.

The first method will resort to the deflection theory of the suspension bridge, while the second method resorts to the beams on elastic foundation theory in order to define the material and geometrical parameters that will be used in the proposed mathematical models.

The obtained loads will be compared to the loads determined by the existent analytical methods, especially the method defined by the deflection theory of the suspension bridge, as well as the computational methods carried out by the *software SAP2000* resorting to geometrically non-linear models.

In this study, sensitivity analyses are performed, in which the geometric parameters will be varied. These geometric parameters include the cable area, beam inertia, sag and longitudinal mid-span. This analysis will be used to prove the results obtained through the simplified method and to understand in which way the used expressions behave.

Finally, a case study concerning the 25 de Abril bridge will be analyzed. This analysis will demonstrate a real-case use of the proposed method in order to reveal the reliability of the obtained results.

This case study will require an analytical analysis, resorting to the proposed method and a non-linear analysis using the computational methods from the *software SAP2000*.

**Keywords:** Suspension bridges; Iterative analysis of cables; Deflection Theory of the Suspension Bridge; Parametric Analysis; Uniform and Point loads.



# Índice

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação e Objetivos.....	1
1.2	Contributo inovador.....	1
1.3	Organização da Tese.....	1
<b>2</b>	<b>ESTADO DE ARTE.....</b>	<b>3</b>
2.1	Evolução das Pontes Suspensas.....	3
2.2	Sistema Estrutural.....	7
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DE CABOS.....</b>	<b>13</b>
3.1	Cabos .....	13
3.2	Arco .....	16
3.3	Generalidades de um cabo parabólico .....	19
3.4	Resposta de um cabo quando sujeito a uma carga pontual.....	20
3.5	Resposta de um cabo a uma carga uniformemente distribuída:.....	24
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS .....</b>	<b>27</b>
4.1	Análise estática de pontes suspensas .....	27
4.2	Análise estática: Teoria dos deslocamentos de pontes suspensas com tabuleiros rígidos.....	28
4.3	Análise estática: Teoria dos deslocamentos de pontes suspensas com tabuleiros flexíveis. ....	34
4.4	Pré-dimensionamento de estruturas pelo processo de Steinman-Baker .....	42
4.5	Pré-dimensionamento de estruturas pelo processo de Hardesty-Wessman .....	43
4.6	Sobrecargas.....	45
4.7	Pré-dimensionamento de elementos estruturais.....	47
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA.....</b>	<b>52</b>
5.1	Sobrecargas Distribuídas .....	53
5.2	Sobrecarga Pontual.....	58
5.3	Melhoramento da solução proposta.....	63
<b>6</b>	<b>ANÁLISE GEOMETRICAMENTE NÃO LINEAR .....</b>	<b>65</b>
6.1	Descrição da análise P-Delta .....	65
<b>7</b>	<b>RESULTADOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>69</b>

7.1 Sobrecarga Distribuída Ao Longo do vão .....	70
7.1.1 Impulso.....	70
7.1.2 Momento Fletor.....	79
7.1.3 Consideração e conclusões para o caso da carga uniforme.....	87
7.2 Carga Pontual Aplicada a Meio vão .....	89
7.2.1 Momento Fletor.....	89
7.2.2 Impulso Horizontal .....	106
7.2.3 Considerações e conclusões para o caso de carga pontual.....	116
7.3 Comparação do Método Iterativo .....	117
7.4 Caso de estudo – Aplicação do método simplificado à Ponte 25 de Abril.....	122
<b>8 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....</b>	<b>131</b>
8.1 Conclusões.....	131
8.2 Desenvolvimentos Futuros .....	134
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>135</b>

## Índice de Quadros

Quadro 2.1 - Tipos mais usuais de secções transversais de cabos adaptado de [3].....	9
Quadro 2.2 – Diâmetros dos cabos de algumas pontes suspensas [2].....	10
Quadro 2.3 - Altura de torre, adaptado de [2]. .....	11
Quadro 4.1 - Valores numéricos de n, adaptado de [10]. .....	31
Quadro 4.2 – Variação dos parâmetros da equação (4.16). .....	32
Quadro 7.1 - Valores de controlo utilizados nas análises de sensibilidade. ....	69
Quadro 7.2 - Módulo de elasticidade utilizado para cada elemento estrutural.....	69
Quadro 7.3 – Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal. ....	70
Quadro 7.4 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal. ....	72
Quadro 7.5 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal. ....	75
Quadro 7.6 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal. ....	77
Quadro 7.7 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor. ....	79
Quadro 7.8 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor. ....	81
Quadro 7.9 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor. ....	83
Quadro 7.10 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor. ....	86
Quadro 7.11 – Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I. ....	89
Quadro 7.12 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo.....	91
Quadro 7.13 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II.....	92
Quadro 7.14 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I. ....	93
Quadro 7.15 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo. ....	94

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Quadro 7.16 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II.....	95
Quadro 7.17 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.....	97
Quadro 7.18 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo. ....	99
Quadro 7.19 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II. ....	100
Quadro 7.20 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.....	102
Quadro 7.21 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo. ..	104
Quadro 7.22 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II .....	105
Quadro 7.23 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.....	107
Quadro 7.24 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II.....	108
Quadro 7.25 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.....	109
Quadro 7.26 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II. ....	110
Quadro 7.27 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.....	111
Quadro 7.28 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II. ....	112
Quadro 7.29 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.....	114
Quadro 7.30 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II. ....	115
Quadro 7.31 – Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal.....	117
Quadro 7.32 - Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal. ....	119
Quadro 7.33 - Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal. ....	120
Quadro 7.34 - Geometria Adotada na Ponte 25 de Abril .....	123

Quadro 7.35 - Propriedades geométricas da estrutura.....	125
Quadro 7.36 - Sobrecargas a aplicar no modelo simplificado da ponte 25 de Abril.....	125
Quadro 7.37 - Valores obtidos do momento fletor e impulso para a ponte 25 de Abril pelo método simplificado e pelo <i>software</i> de cálculo bem como erro relativo para uma sobrecarga uniforme. ....	128
Quadro 7.38 - Valores obtidos do momento fletor e impulso para a ponte 25 de Abril pelo Método I e pelo <i>software</i> de cálculo bem como erro relativo para uma sobrecarga pontual.....	129

# Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

## Índice de Figuras

Figura 2.1 – Esboço original da ponte de <i>Saint Antoine</i> [5].....	3
Figura 2.2 - <i>Chain pin Eyebar</i> [5] .....	4
Figura 2.3 - Desenho original de Thomas Telford, da ponte de <i>Menai</i> [6] .....	4
Figura 2.4 - <i>Aerial Spinning Method</i> [4]. .....	5
Figura 2.5 - Tabuleiro da ponte de Brooklyn em 1898 [7].....	5
Figura 2.6 - Evolução de tabuleiros de pontes suspensas [4]. .....	6
Figura 2.7 - Evolução do vão central de uma ponte suspensa por cabos ao longo do tempo [2]. .....	7
Figura 2.8 – Elementos estruturais de uma ponte suspensa, adaptado de [3].....	8
Figura 2.9 - Tipos básicos de tabuleiros [4]. .....	9
Figura 2.10 – Torres; Direção Longitudinal [3]. .....	11
Figura 2.11 – Torres; Direção Transversal adaptado de [3]. .....	11
Figura 3.1 – Cabo sujeito ao seu peso próprio; Catenária [2]. .....	13
Figura 3.2 – Cabo sujeito a uma carga distribuída ao longo da projeção horizontal; Parábola [2]. .....	14
Figura 3.3 - Equilíbrio de esforços num elemento isolado de um cabo [8].....	14
Figura 3.4 – Representação do perfil de um arco [8]. .....	16
Figura 3.5 – Representação de um arco Romano [8]. .....	17
Figura 3.6 - Mecanismo de colapso de um arco [8]. .....	17
Figura 3.7 - Aplicação de uma sobrecarga pontual num cabo [8]. .....	20
Figura 3.8 - Deslocamentos presentes num elemento infinitesimal de cabo [8]. .....	22
Figura 3.9 – Aplicação de uma sobrecarga uniformemente distribuída num cabo [8].....	24
Figura 4.1 - Ponte suspensa unicamente com vão central carregado [2].....	27
Figura 4.2 - Sobrecargas aplicadas num sistema viga-cabo [10]. .....	29
Figura 4.3 – Modelo de regressão para o cálculo dos valores de $z$ .....	32
Figura 4.4 – Deslocamentos de uma ponte constituída por um tabuleiro flexível [10].....	35
Figura 4.5 - Secção infinitesimal de um cabo [10].....	37
Figura 4.6 – Sobrecarga $P$ aplicada numa viga bi-apoiada [10]. .....	39
Figura 4.7 - Linha de influência para o impulso devido a Sobrecarga [10]. .....	40
Figura 4.8 - Deslocamento produzido pela sobrecarga $P_{sc}$ aplicada a $0,75L$ vão [10]. .....	40
Figura 4.9 - Diagrama de momentos fletores [10]. .....	41
Figura 4.10 - Distribuição da sobrecarga uniforme $p_{sc}$ sobre a viga [10]. .....	41
Figura 4.11 - <i>Steinman-Baker charts</i> . a) vão central b) vão lateral [2]. .....	43
Figura 4.12 - Ábacos que levam à obtenção dos deslocamentos de um cabo flexível devido a uma carga parcial, a) Máximo deslocamento a um quarto de vão; b) Deslocamento a meio vão [2]. .....	44
Figura 4.13 – Veículo Tipo apresentado no RSA, adaptado de [13].....	46

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Figura 4.14 – Distribuição de forças no tabuleiro para o pré-dimensionamento da geometria do pendural [4]. .....	48
Figura 4.15 – Equilíbrio de forças presente no cabo no topo da torre [4]. .....	49
Figura 4.16 - Modelo de carregamento utilizado na obtenção dos esforços apresentados [4]. .....	49
Figura 5.1 - Modelo de cálculo de uma ponte suspensa. ....	52
Figura 5.2 - Modelo bidimensional atuando uma sobrecarga uniforme <b><i>ptotal</i></b> . ....	54
Figura 5.3 - Modelo estrutural do cabo sujeito a uma sobrecarga uniformemente distribuída <b><i>pc</i></b> . ....	55
Figura 5.4 - Modelo estrutural da viga bi-apoiada sujeita a uma sobrecarga uniformemente distribuída <b><i>pv</i></b> . ....	55
Figura 5.5 - Modelo Simétrico do cabo carregado [15]. .....	55
Figura 5.6 - Modelo de cálculo de uma viga bi-apoiada com uma libertação a meio vão. ....	56
Figura 5.7 - Viga fundada em meio elástico sujeita a uma sobrecarga concentrada a meio vão [16]. ..	59
Figura 5.8 - Deformada do cabo quando sujeito a uma sobrecarga pontual <b><i>P</i></b> . ....	60
Figura 5.9 - Geometria do cabo deformado. ....	60
Figura 5.10 - Equilíbrio estático de uma barra bi-apoiada carregada por uma sobrecarga pontual de valor <b><i>Pv</i></b> . ....	61
Figura 5.11 - Carga Pontual aplicada no cabo. ....	62
Figura 5.12 - Modelo utilizado na obtenção da rigidez do cabo pelo Método II. ....	62
Figura 6.1 - Viga sujeita a uma carga pontual. ....	65
Figura 6.2 - Forças a atuar num elemento de cabo [14]. ....	66
Figura 6.3 - Deformação cúbica da viga. ....	66
Figura 7.1 - Variação de Erro relativo com aumento de vão central para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme. ....	71
Figura 7.2 - Variação do deslocamento com a variação do vão central devido a uma sobrecarga uniforme. ....	72
Figura 7.3 - Variação de Erro relativo com aumento da flecha para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme. ....	73
Figura 7.4 - Variação do deslocamento com a variação da flecha devido a uma sobrecarga uniforme. ....	74
Figura 7.5 - Variação de Erro relativo com aumento da área do cabo para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme. ....	75
Figura 7.6 - Variação dos deslocamentos com a variação da área do cabo devido a uma sobrecarga uniforme. ....	76
Figura 7.7 - Variação do erro relativo com o aumento da inércia da viga para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme. ....	77
Figura 7.8 – Variação do erro relativo com o aumento de vão central para Momento Fletor devido a uma sobrecarga uniforme. ....	79

Figura 7.9 – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento do vão central.....	80
Figura 7.10 - Variação do erro relativo com o aumento da flecha para momento fletor devido a uma sobrecarga uniforme. ....	81
Figura 7.11 – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento da flecha. ....	82
Figura 7.12 - Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo para Momento Fletor, devido a uma sobrecarga uniforme. ....	84
Figura 7.13 – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento da área do cabo.....	84
Figura 7.14 – Variação do erro relativo com o aumento de inercia da viga para Momento Fletor devido a uma sobrecarga uniforme. ....	86
Figura 7.15 – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento da inércia da viga. ....	87
Figura 7.16 - Variação do erro relativo com o aumento do vão, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.....	90
Figura 7.17 - Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento do vão central pelo Método I.....	90
Figura 7.18 – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor corretivo. ....	91
Figura 7.19 - Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação do vão central. ....	92
<b>Figura 7.20</b> - Variação do erro relativo com o aumento da flecha, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.....	93
Figura 7.21 – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento da flecha pelo Método I. ....	94
Figura 7.22 - Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor corretivo.....	95
Figura 7.23 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da flecha. ....	96
Figura 7.24 – Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.....	97
Figura 7.25 – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo <i>software</i> de cálculo <i>SAP2000</i> com o aumento da área do cabo.....	98
Figura 7.26 – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem factor corretivo. ....	99
Figura 7.27 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da área do cabo.....	101
Figura 7.28 – Variação do erro relativo com o aumento da Inércia da viga, para o Método I da obtenção do Momento Fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.....	102

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Figura 7.29 – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo <i>software</i> de calculo <i>SAP2000</i> com o aumento da Inércia da viga. ....	103
Figura 7.30 – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor correctivo. ....	104
Figura 7.31 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação de inercia da viga. ....	106
Figura 7.32 – Variação do erro relativo com o aumento do vão central, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão. ....	107
Figura 7.33 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação do vão central. ....	108
Figura 7.34 - Variação do erro relativo com o aumento da flecha, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão. ....	109
Figura 7.35 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da flecha. ....	110
Figura 7.36 - Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão. ....	111
Figura 7.37 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da área do cabo. ....	113
Figura 7.38 - Variação do erro relativo com o aumento da inércia da viga, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão. ....	114
Figura 7.39 – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da inércia da viga. ....	115
Figura 7.40 - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação do vão do tabuleiro. ....	118
Figura 7.41 - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação da flecha. ....	119
Figura 7.42 - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação da inércia da viga. ....	120
Figura 7.43 - Ponte 25 de Abril, vista para Lisboa. ....	122
Figura 7.44 - Corte Longitudinal da Ponte 25 de Abril com os parâmetros geométricos obtidos pela consulta do projeto. ....	123
Figura 7.45 - Secção transversal dos pendurais e diagonais constituintes do tabuleiro [23]. ....	123
Figura 7.46 - Secção transversal das cordas constituintes do tabuleiro da ponte 25 de Abril [23]. ....	124
Figura 7.47 - Secção longitudinal do tabuleiro com a altura e localização dos perfis ....	124
Figura 7.48 - Corte Transversal do tabuleiro da ponte 25 de Abril [23]. ....	125
Figura 7.49 – Cabo e Pendural da modelação estrutural da ponte 25 de Abril. ....	126
Figura 7.50 - Ligação dos pendurais, diagonais e cordas da ponte 25 de Abril [23]. ....	126
Figura 7.51 - Ligação dos pendurais, diagonais e cordas na modelação da ponte 25 de Abril. ....	127

Figura 7.52 - Condições de apoio da ponte 25 de Abril.....	127
Figura 7.53 - Modelo Estrutural Total da Ponte 25 de Abril.....	127

# Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

# LISTA DE ABREVIATURAS SIGLAS E SÍMBOLOS

## Símbolos

### Letras romanas

Símbolos	Significado
$a$	Relação flecha/vão
$A_a$	Área da secção transversal do cabo lateral
$A_c$	Área da secção transversal do cabo principal
$c$	Recobrimento de um arco
$d$	Flecha do Arco
$D_c$	Diâmetro do cabo
$D_h$	Diâmetro do pendural
$e$	Espessura de um tabuleiro
$E$	Módulo de Young
$E_c$	Módulo de Young do material constituinte do cabo
$E_v$	Módulo de Young do material constituinte da viga
$f$	Flexibilidade
$f_{cbd}$	Tensão de cedência do aço
$F_g$	Vetor de forças adicionais
$F_i$	Forças adicionais
$f_{sc}$	Flecha devido a sobrecarga
$f_{total}$	Flecha total quando todas as cargas aplicadas
$f_w$	Flecha de um cabo devido a carga permanente da estrutura
$g$	Aceleração Gravítica
$g_{cb}$	Peso próprio do cabo
$h$	Altura de uma secção

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

$H$	Impulso
$H_{cp}$	Impulso horizontal produzido pela carga permanente
$H_{\text{não linear}}$	Impulso horizontal no cabo obtido pelo <i>software SAP2000</i>
$H_{sc}$	Impulso horizontal produzido por uma Sobrecarga
$H_{sc}^{psc}$	Impulso horizontal produzido por uma sobrecarga Uniforme
$H_{sc}^{psc}$	Impulso horizontal produzido por uma sobrecarga Pontual
$H_{total}$	Impulso horizontal total
$I$	Inércia
$I_v$	Inércia da viga/tabuleiro
$K$	Matriz de rigidez lateral
$K_c$	Rigidez do cabo
$K_{fundação}$	Rigidez de fundação
$K_g$	Matriz de rigidez geométrica
$K_t$	Matriz de rigidez total
$K_v$	Rigidez da viga
$L'$	Comprimento de uma parcela de cabo quando atuando uma carga pontual a meio vão
$L_{arco}$	Comprimento longitudinal do arco
$L_c$	Comprimento total do cabo
$L_t$	Largura do tabuleiro
$L_{vão}$	Comprimento Longitudinal do vão central
$L_x$	Comprimento de um cabo até ao ponto $x$
$m$	Massa
$M_0$	Momento Fletor devido a cargas aplicadas para análise estática de pontes suspensas
$M_{\frac{1}{2}}^{psc}$	Momento fletor a meio vão devido a uma carga uniforme
$M_a$	Momento fletor devido a uma carga pontual horizontal aplicada a meio vão, pela análise Estática de pontes suspensas
$M_{\text{não linear}}$	Momento fletor a meio vão obtido pelo <i>software SAP2000</i>

$M_{sc}$	Momento fletor produzido por uma sobrecarga
$M_t$	Momento fletor obtido pelo método Hardesty-Wessman
$M_{total}$	Momento Total
$M_w$	Momento fletor produzido por uma carga permanente
$M_x$	Momento fletor produzido no ponto $x$
$N_0$	Esforço axial devido à aplicação de cargas, pela análise estática de pontes suspensas
$N_a$	Esforço axial devido a aplicação da carga unitária
$\bar{P}$	Sobrecarga pontual unitária
$\bar{p}$	Sobrecarga uniforme unitária
$P_{cp}$	Carga pontual derivada da carga permanente
$P_{cr}$	Carga Critica
$P_{sc}$	Sobrecarga Pontual
$p_{sc}$	Sobrecarga uniforme
$P_{total}$	Sobrecarga Pontual Total
$Q$	Sobrecarga pontual presente no RSA
$q_1$	Sobrecarga uniforme presente no RSA por unidade de área
$q_2$	Sobrecarga uniforme presente no RSA por metro
$R$	Raio
$s$	Comprimento de um cabo
$S$	Factor de flexibilidade
$s^*$	Comprimento do cabo simplificado
$SC_c$	Sobrecarga uniforme presente no cabo
$SC_{total}$	Sobrecarga uniforme total
$SC_v$	Sobrecarga uniforme presente na viga
$S_u$	Sobrecarga uniforme distribuída ao longo do tabuleiro
$t$	Espessura
$T$	Tensão máxima no cabo

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

$T_a$	Impulso horizontal presente num cabo lateral
$T_h$	Força instalada num pendural
$u$	Deslocamento longitudinal num apoio
$v$	Vetor de deslocamentos
$v_i$	Deslocamento lateral
$w$	Carga Permanente
$W_0$	Carregamento Vertical total aplicado sobre um Arco

### Letras Gregas

<b>Símbolos</b>	<b>Significado</b>
$\alpha$	Angulo do cabo
$\beta$	“ <i>Characteristic of the system</i> ” Factor Característico do Sistema
$\gamma$	Peso Volúmico
$\gamma_{cb}$	Peso Volúmico do material constituinte do cabo
$\Delta$	Espaçamento entre pendurais
$\delta_c^{p_{sc}}$	Deslocamento vertical num cabo devido a uma sobrecarga pontual
$\delta_c^{u_{sc}}$	Deslocamento vertical num cabo devido a uma sobrecarga uniforme
$\Delta f$	Deslocamento a meio vão devido a uma sobrecarga uniforme
$\delta_v^{u_{sc}}$	Deslocamento vertical na viga devido a uma sobrecarga uniforme
$\eta$	Deslocamento produzido na teoria dos deslocamentos de pontes suspensas
$\theta$	Angulo presente num arco
$\lambda$	Parâmetro que têm em conta os parâmetros geométricos e elásticos presentes num cabo
$\xi$	Deslocamento horizontal produzido num cabo
$\sigma$	Tensão
$\varphi$	Rotações impostas
$\chi$	Factor corretivo

## Abreviaturas

---

<b>Abreviaturas</b>	<b>Significado</b>
---------------------	--------------------

---

CP	Carga Permanente
----	------------------

EC	Eurocódigo
----	------------

RSA	Regulamento de segurança e ações em edifícios e pontes
-----	--

SC	Sobrecarga
----	------------

# Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

*"I discover that the success in our profession as civil engineers, is obtain not with science, but with some kind of intuition."* Eng. Steinman  
Projetista da ponte 25 de Abril

# Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação e Objetivos

Os métodos de obtenção de esforços de pré-dimensionamento hoje em dia utilizados em pontes suspensas são geralmente morosos, de difícil utilização e perceção por parte do utilizador. Muitos deles recorrem a parâmetros pouco perceptíveis, de difícil obtenção e requerem, em maior parte das vezes, um esforço iterativo com o objetivo de serem determinados resultados fiáveis. Em alternativa, pode recorrer-se a uma via computacional, o que leva a um trabalho demorado de introdução de dados da estrutura num *software* de cálculo e por vezes varias tentativas até que esta esteja definida com a exatidão pretendida.

O facto de haverem poucas alternativas para o estudo e calculo deste tipo de estruturas, cria uma grande lacuna no ramo da Engenharia Civil. A documentação existente é por vezes antiga quando comparada com a existente para outro tipo de pontes como por exemplo as atirantadas [1]. Assim, este ramo tem um potencial ainda a ser explorado por via analítica.

## 1.2 Contributo inovador

Neste trabalho, pretende-se apresentar uma nova metodologia de cálculo de esforços de pré-dimensionamento, quando uma ponte suspensa por cabos é sujeita a dois tipos de sobrecarga, pontual e uniforme. Este método é prático quando comparado com os existentes, de fácil obtenção, com variáveis rápidas de serem obtidas e não iterativo, aliando a simplicidade de utilização com a fiabilidade dos resultados a nível de pré-dimensionamento. As teorias envolvidas embora clássicas levam a uma fiabilidade de resultados elevada, o que é extremamente importante quando analisadas e pré-dimensionadas estruturas deste tipo.

## 1.3 Organização da Tese

Esta dissertação está dividida em 8 capítulos, sendo que estes podem ser considerados em 3 partes. A primeira parte, referente ao capítulo 1 e 2, têm como objetivo apresentar o tema e mostrar a evolução que este tipo de estruturas teve ao longo do tempo, bem como a apresentação do sistema estrutural e dos vãos correntes utilizados. Os capítulos 3 e 4 têm como objetivo uma introdução teórica dos métodos e teorias que estão adjacentes deste tipo de estruturas. O capítulo 3, é onde é efetuada uma análise de cabos e arcos, bem como as respostas que um cabo tem quando sujeito a dois tipos de carregamentos, pontual e uniforme. O capítulo 4 tem como objetivo efetuar uma análise de pontes suspensas, onde são apresentadas as teorias utilizadas para a obtenção de esforços, desde a análise estática à teoria dos deslocamentos para os vários tipos de tabuleiros. São também

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

apresentados os pré-dimensionamentos que são efetuados, desde o processo de Steinman-Baker e o processo de Hardesty-Wessman, bem como apresentadas as sobrecargas regulamentares e os pré-dimensionamentos de alguns elementos estruturais.

O capítulo 5, 6, 7 e 8 é onde é desenvolvido o trabalho efetuado. No capítulo 5 é efetuada a apresentação da metodologia apresentada, mostrando as diversas abordagens de cálculo admitidas, tanto para sobrecargas uniformes como para pontuais, bem como um melhoramento da solução proposta para sobrecargas uniformes. O capítulo 6 é efetuada uma breve análise geometricamente não linear, de forma a descrever sucintamente os efeitos *P-Delta plus Large Displacements*. No capítulo 7 estão apresentadas as diversas análises de sensibilidade efetuadas, bem como a comparação do método proposto com o método numérico e iterativo, culminando com a apresentação de um caso de estudo. Finalmente, no capítulo 8 estão resumidas as conclusões obtidas nesta dissertação bem como sugestões para desenvolvimentos futuros deste trabalho.

## 2 ESTADO DE ARTE

“Few structures are as universally appealing as cable-supported bridges. The origin of the concept of bridging large spans with cables, exerting their strength in tension, is lost in antiquity and undoubtedly dates back to a time before recorded history. Perhaps primitive humans, wanting to cross natural obstructions such as deep gorges and large streams, observed a spider spinning a web or monkeys traveling along hanging vines.” [2]

### 2.1 Evolução das Pontes Suspensas

As pontes suspensas são das estruturas mais antigas de que há registo na História. A sua utilidade nasceu muito provavelmente da observação do meio natural e da experimentação, levando assim a que o seu desenvolvimento nos dias de hoje seja de grande importância.

Embora muitas destas estruturas tenham sido erguidas de uma forma trabalhosa e sem grande conhecimento científico, foi no século XVIII que se deu o maior desenvolvimento destas, “...the development of the bridge structure and the production of iron started on a full scale” [3]. A necessidade crescente de ultrapassar obstáculos de forma a criar vias de comunicação, encurtando a distância entre dois pontos, levou a que, neste século, tenham ocorrido as maiores mudanças e descobertas relativamente a este tipo de estruturas.

Os sistemas de suspensão eram básicos e precários, levando a que estas estruturas assumissem um papel de estruturas temporárias contrariamente ao que era pretendido. Tal facto levou a uma crescente procura de formas e materiais que permitissem obter estruturas consideradas definitivas e não temporárias. Em 1823, Marc Seguin, ergueu a primeira ponte suspensa permanente, a ponte de Saint Antoine em Genebra (Suíça) [4] Figura 2.1.

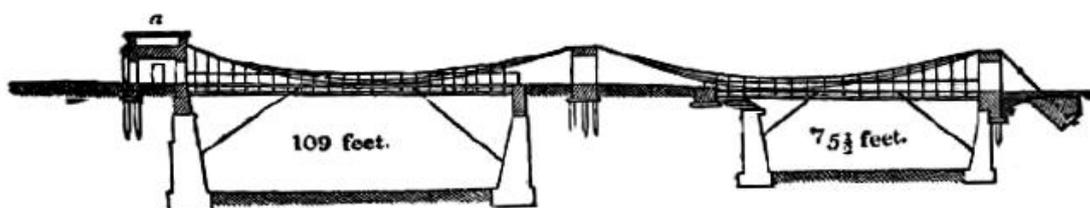


Figura 2.1 – Esboço original da ponte de Saint Antoine [5].

Esta ponte era muito simples comparada com as pontes suspensas construídas nos dias de hoje.

A crescente construção de pontes suspensas levada a cabo por Marc Seguin e pelos seus cinco irmãos levou à generalização deste tipo de estruturas, sendo que em vinte anos foram erguidas centenas de pontes suspensas [4]. Não obstante, foi devido a todas estas estruturas de dimensão moderada, que foi possível construir estruturas cada vez mais ousadas em vão e altura.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

As pontes contemporâneas desta altura sofriam de um grande problema inicial, o uso de cabos com fios muito finos. Isto levava a que muitas destas estruturas sofressem de problemas de corrosão, diminuindo em muito a sua durabilidade. Por não existirem nessa altura sistemas de corrosão, tornava-se necessário substituir os cabos por elementos metálicos, denominados por *chain pin eyebars* como o apresentado na Figura 2.2.

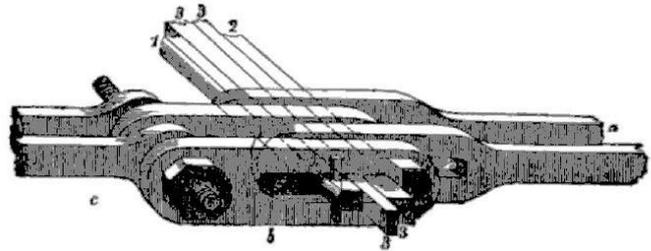


Figura 2.2 - Chain pin Eyebar [5]

Assim, para tornar a estrutura mais duradoura, o elemento anterior foi inicialmente adotado, em detrimento aos cabos, pois são elementos mais maciços.

Uma das pontes que utilizava estes elementos foi erguida por Thomas Telford em 1826, dez anos após a construção das pontes de *Galashiels* (Escócia) e de *Schuylkill River* (Filadélfia), ambas com cabos constituídos por fios [2]. Thomas Telford construiu a primeira ponte sobre um estreito marinho, a ponte de *Menai* (Figura 2.3). Esta ponte é a que liga a ilha de Anglesey com Gales (Grã-Bretanha), sendo constituída por um vão central de 176 metros e perfis de 2,9 metros cada [4].

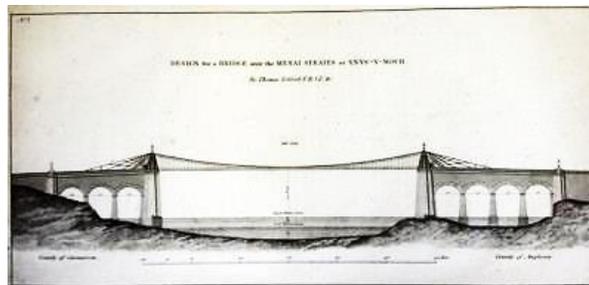
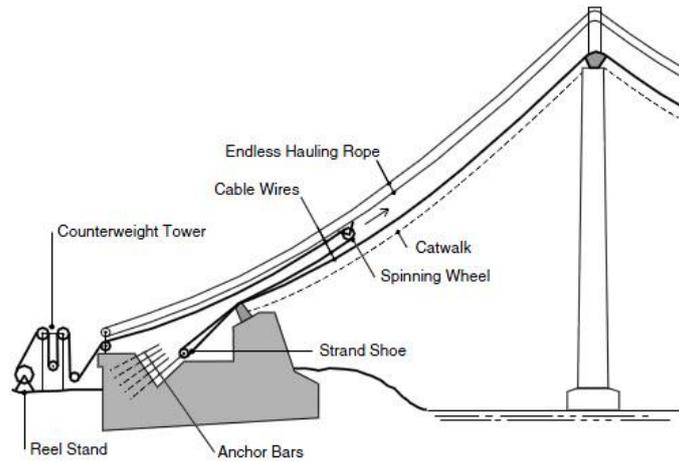


Figura 2.3 - Desenho original de Thomas Telford, da ponte de Menai [6]

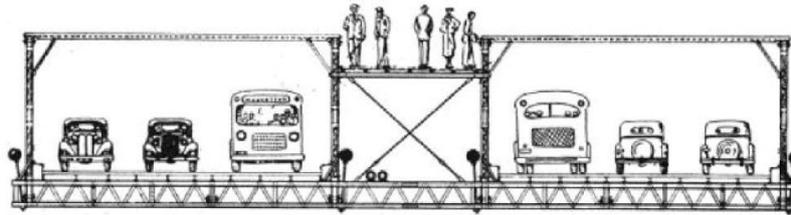
Aquando a construção da ponte *Niágara Falls Bridge* (1855), surgiu um método extremamente popular e importante de construção de pontes suspensas, o *Aerial Spinning Method* ou *AS Method*, (Figura 2.4), desenvolvido por Roebling [3] que visava a construção dos cabos de uma ponte suspensa com o auxílio de uma roldana.

## ESTADO DE ARTE



**Figura 2.4 - Aerial Spinning Method [4].**

Esta tecnologia foi também utilizada na construção da ponte de *Brooklyn* (Nova Iorque), considerada como a primeira ponte suspensa moderna. Nela foram implementadas numerosas técnicas, aperfeiçoadas pelo próprio Roebling [4].



**Figura 2.5 - Tabuleiro da ponte de Brooklyn em 1898 [7].**

Esta ponte, com um vão principal de 500 metros e vãos exteriores de 286 metros, é suportada por um cabo com um comprimento total de 1058 metros [4]. É também a ponte onde foram usados os primeiros cabos de aço [3]. Contudo, esta ponte não é apenas constituída por pendurais verticais, tendo na sua constituição pendurais diagonais, também designados por pendurais em harpa. Esta opção foi tomada por Roebling após o colapso da ponte de Whelling construída em 1854 devido a ventos fortes [4]. Este acontecimento levou a que Roebling tomasse consciência da necessidade da implantação de um *design* aerodinâmico numa ponte suspensa, sendo que ao ignorar tal facto poderia levar a consequências muito graves numa ponte suspensa. Tal facto pode ser observado na descrição dada ao conceito da ponte de Brooklyn:

*“But my system of construction differs radically from that formerly practiced, and I have planned the East River Bridge with a special view of fully meet the destructive forces of a severe gale. It is the same reason that, in my calculation of the requisite supporting strength so large a proportion has been assigned to the stays in place of cables.”* [4]

A afirmação demonstra que Roebling tinha noção de como um sistema de cabos e pendurais levavam a uma estrutura mais rígida ao invés da suspensão devida apenas a um cabo. Isto é surpreendente, visto que Roebling surgiu numa época em que a análise de pontes suspensas era muito diminuta, deste modo todo o conhecimento sobre este tipo de estruturas provinha da experiência.

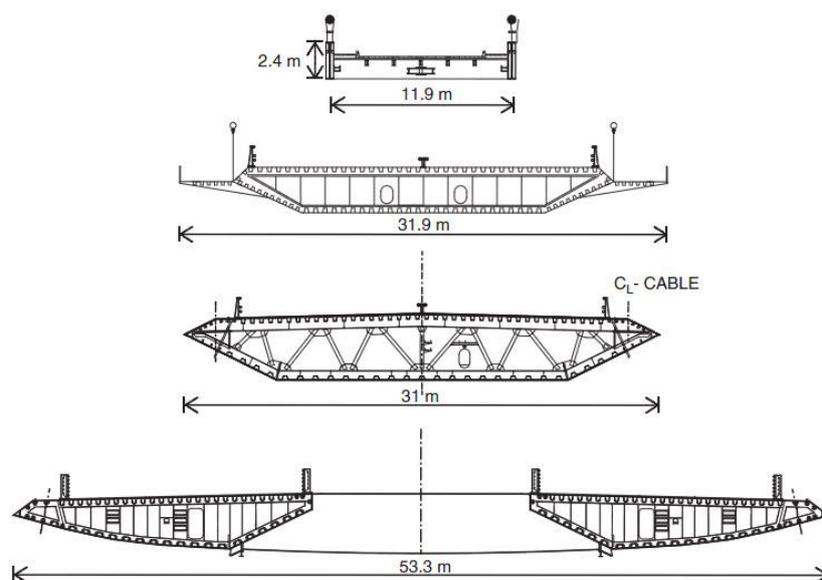
## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Contudo, a falta de estudos levou a que a implantação deste tipo de estruturas no século XIX e no início do século XX tenha sido baixa bem como a inexistência de materiais que permitissem conceber este tipo de pontes.

*“The Failure to understand the behavior of the stayed system and the lack of methods for controlling the equilibrium and compatibility of the various highly indeterminate structural components appear to have been the major drawback to further development of the concept.”* [2].

Foi então necessário que surgisse uma nova geração de Engenheiros, sucessores a Roeblingg, que pudessem criar métodos que permitissem a análise de pontes suspensas de forma a viabilizar a sua construção com segurança. Foram as teorias de Rankine, baseadas em modelos linearmente elásticos (1858), que levaram ao aparecimento de soluções arrojadas. Estas teorias deram origem ao aparecimento de métodos que aproximavam os valores obtidos, de forma manual, aos valores reais [4]. Desta forma, deixou de imperar unicamente a experiência profissional de cada projetista, começando a ser aliada ao conhecimento científico. Contudo, e embora grandes avanços tivessem sido feitos, havia ainda muitos aspetos que eram necessários analisar. Em 1940, a ponte de *Tacoma Narrows*, a terceira ponte mais longa do mundo colapsou. Os ventos fortes de 19 m/s levaram a oscilações de até 8,5 metros gerando modos torsores [3]. Isto foi causado pelo mau dimensionamento do tabuleiro que primeiramente era constituído por um tabuleiro *I-Shape*, (Figura 2.6), quando a sua reconstrução, este tenha sido substituído por um tabuleiro treliçado.

Após a segunda Guerra Mundial, houve um grande crescimento na construção de pontes suspensas na Europa, apesar dos seus vãos não serem longos [3]. Entre estas pontes estão a Ponte de *Forth Road* (Grã-Bretanha) que continha um tabuleiro treliçado e a *Severn Bridge* contendo um tabuleiro em caixão, (Figura 2.6), e pendurais diagonais (1966). Em Portugal foi construída em 1966 a Ponte 25 de Abril, dimensionada para suportar tráfego rodoviário e ferroviário.

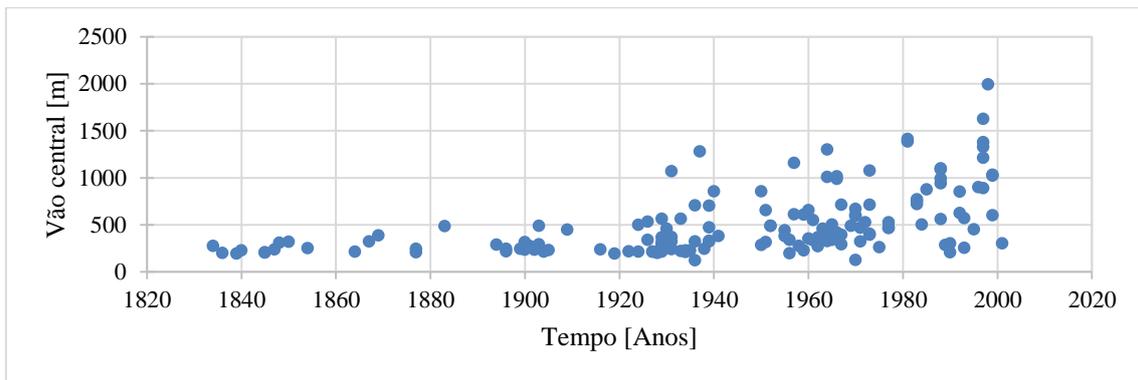


**Figura 2.6** - Evolução de tabuleiros de pontes suspensas [4].

## ESTADO DE ARTE

Na segunda metade do século XX os maiores desenvolvimentos surgiram no continente Asiático. Em 1961, a sociedade de engenheiros civis japoneses iniciou a pesquisa para a construção da ponte *Honshu-Shikoku*. Este projeto levou ao desenvolvimento de tecnologias que permitiriam a concretização de pontes suspensas de longo vão, sendo aplicadas em diversas estruturas tais como a ponte *Kanmon* em 1973, a ponte de *Namhae* (1973 - República da Coreia) e a ponte de *Hirado*. [3].

Esta rápida evolução e interesse pelo desenvolvimento tecnológico permitiu a construção da ponte *Akashi Kaikyo* (1998 - Japão), com um vão de 1991 metros, que é ainda hoje a ponte suspensa com maior vão no mundo. Tudo isto não seria possível se não tivessem sido aplicadas as técnicas mais atuais na construção de pontes suspensas.



**Figura 2.7** - Evolução do vão central de uma ponte suspensa por cabos ao longo do tempo [2].

Na Figura 2.7 é possível observar a evolução do vão central ao longo dos anos. Desta forma, conclui-se que a evolução deste tipo de estruturas foi linear. À medida que a tecnologia e o conhecimento foram avançando, obtiveram-se vãos cada vez maiores, levando a que tenha sido possível encontrar soluções cada vez mais arrojadas e de encontro às necessidades atuais.

Tal facto não se deveu apenas aos avanços construtivos e tecnológicos. A existência de materiais cada vez mais leves e resistentes, bem como a sua aplicação no ramo da engenharia civil foi crucial para a obtenção de estruturas cada vez mais eficientes.

## 2.2 Sistema Estrutural

As pontes suspensas são geralmente constituídas por diversos tipos de componentes estruturais. Os seguintes elementos, muito comuns entre outros tipos de estruturas, são igualmente importantes para a estabilidade e funcionalidade das pontes:

- **Vigas treliçadas** – Elementos longitudinais contraventados transversalmente que servem como suporte e distribuem as cargas provenientes de veículos. Servem como elementos integrantes do sistema lateral, assegurando a estabilidade aerodinâmica da estrutura;
- **Cabos principais** – Um grupo de fios paralelos que suportam as vigas treliçadas, transferindo as suas cargas para as torres principais, servindo também como elementos estabilizadores da estrutura;

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

- **Torres principais** – Elementos intermediários entre a Superestrutura e a fundação. Suportam os cabos e transferem os seus carregamentos para a fundação;
- **Pendurais** – Elementos intermediários entre a viga treliçada e o cabo. Fazem a passagem entre a carga que é absorvida pelas vigas e a carga que é absorvida pelo cabo;
- **Ancoragens** – Blocos de betão, que ancoram os cabos principais. Servindo por isso como apoios finais de uma ponte;

Estes elementos podem ser observados na Figura 2.8, onde é possível perceber a sua distribuição e localização.

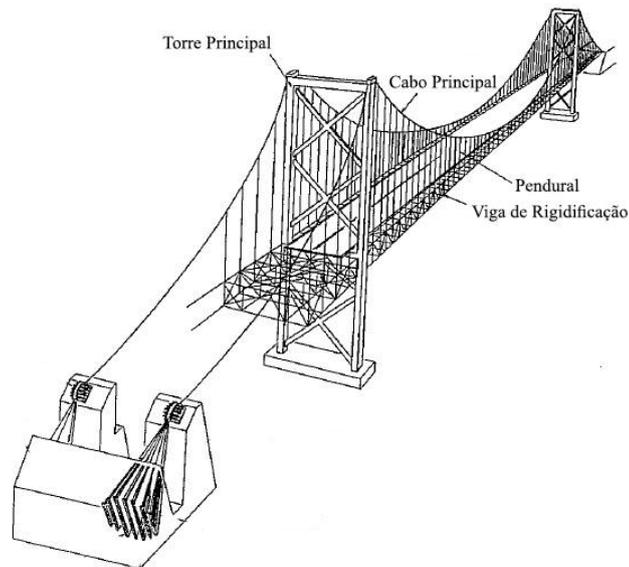


Figura 2.8 – Elementos estruturais de uma ponte suspensa, adaptado de [3].

- **Vigas Treliçadas:**

As vigas treliçadas são, como anteriormente referido, elementos longitudinais ou contraventados transversalmente que distribuem as cargas entre os cabos e as torres. Eram os tipos de tabuleiro mais aplicados em pontes suspensas, pois revelaram-se soluções cujas rigidezes de flexão e torção se adequavam mais a suspensão por cabos. Hoje em dia, este tipo de solução ainda é utilizado nas pontes que contêm dois níveis de tráfego [4].

Normalmente, esta secção é constituída por quatro barras que formam um caixão. As barras são então unidas por diagonais como apresentado na Figura 2.9. O facto deste tipo de solução estrutural ser mais vantajoso quando se trata de uma ponte suspensa deve-se à contribuição no aerodinamismo dos elementos, levando a que ventos fortes possam atravessar toda a secção da estrutura, sem que esta seja excitada. Se não fossem adotadas estas soluções, a estrutura poderia sofrer a excitação do vento, levando-a a deformar-se e atingindo modos de vibração que podem causar danos estruturais graves ou mesmo o colapso.

## ESTADO DE ARTE

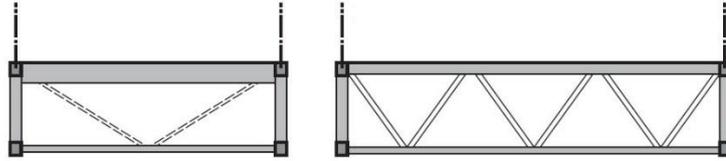


Figura 2.9 - Tipos básicos de tabuleiros [4].

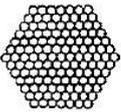
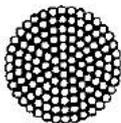
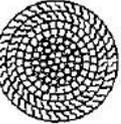
### • Cabos Principais:

Os cabos de metal são utilizados desde os tempos antigos, constituídos por cobre ou bronze, “*A short length of copper cable discovered in the ruins of Ninevah, near Babylon, is estimated to have been made in about 685 B.C*” [2]. Assim, pode-se assumir que há muito tempo que são reconhecidas as capacidades que um cabo pode ter na transmissão de forças. Contudo, hoje em dia, um cabo é considerado qualquer membro flexível [2], ou seja qualquer elemento que apenas funcione à tração.

A maioria dos cabos utilizados em pontes suspensas até ao século XIX consistiam em perfis metálicos ligados por cavilhas (Figura 2.2). A partir do século XIX estes foram substituídos por fios galvanizados e fabricados a frio [3]. Estes são os que hoje em dia são os mais utilizados no mundo, sendo que os fios são geralmente agrupados paralelamente de forma a formarem cabos. Estes fios também têm uma variante, introduzida em 1990, designada de ‘*New PWS Cable*’. A grande diferença entre o *PWS* e o *New PWS Cable* é que no último método os fios são dispostos para que, quando o cabo é sujeito a tensões axiais este fique compactado [4], levando a uma menor deformação do cabo.

Os tipos de cabos mais utilizados podem ser encontrados no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Tipos mais usuais de secções transversais de cabos adaptado de [3].

Nome	Forma da Secção	Estrutura
<i>Parallel Wire Strand</i>		Os fios estão juntos de forma hexagonal e de forma paralela
<i>Strand Rope</i>		Seis grupos formados por grupos de fios circundam um grupo central
<i>Spiral Rope</i>		Fios estão aplicados em várias camadas
<i>Locked Coil Rope</i>		Fios deformados são utilizados para as camadas exteriores da corda espiral

Os diâmetros dos cabos mais utilizados em pontes suspensas podem ser consultados no Quadro 2.2. Estes irão representar os valores máximos e mínimos para que seja possível enquadrar os valores obtidos no capítulo 7.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 2.2** – Diâmetros dos cabos de algumas pontes suspensas [2].

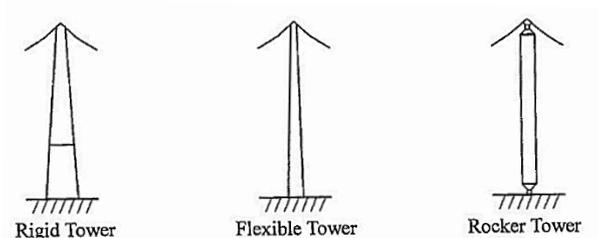
<b>Ponte</b>	<b>nº Cabos</b>	<b>Diâmetro [m]</b>
<i>Brooklyn Bridge</i>	4	0,39
<i>Williamsburg</i>	4	0,47
<i>Manhattan</i>	4	0,52
<i>George Washington</i>	4	0,66
<i>San Francisco Oakland Bay</i>	2	0,73
<i>Bronx Whitestone</i>	2	0,54
<i>Mackinac Straits</i>	2	0,61
<i>Walt Whitman</i>	2	0,58
<i>Throgs Neck</i>	2	0,58
<i>Bidwell bar</i>	2	0,27
<i>Verrazano Narrows</i>	4	0,91
<i>Forth Road</i>	2	0,61
<i>Tagus – 25 de Abril</i>	2	0,58
<i>Severn River</i>	2	0,51
<i>Newport</i>	2	0,38
<i>Bosporus</i>	2	0,58
<i>Humber</i>	2	0,69
<i>Gen U.S.</i>	2	0,18
<i>Grant</i>	2	0,19
<i>Hennepin</i>	4	0,39

### • **Torres:**

Geralmente, a configuração das torres assume a forma de portais. Para que elas sejam económicas, a sua dimensão em altura tem que ser reduzida, sendo definida pela mínima largura que mantenha a estabilidade da estrutura. Por sua vez, a altura é influenciada pela deformação que o cabo irá sofrer devido ao seu peso próprio [2], ou seja, a configuração que o cabo irá assumir quando sujeito a toda a carga permanente.

Na direção longitudinal as torres podem ser classificadas como rígidas, flexíveis ou *locking Towers* (Figura 2.10).

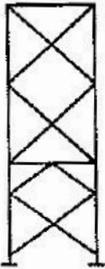
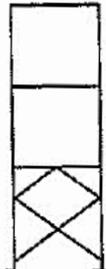
## ESTADO DE ARTE



**Figura 2.10** – Torres; Direção Longitudinal [3].

As torres flexíveis são geralmente associadas a pontes com vãos muito longos. Já as torres rígidas são as mais comuns em pontes com vários tramos e as *locking Towers* em pontes com pequenos vãos [3]

Na direção transversal as torres são geralmente classificadas como portais ou torres treliçadas diagonalmente, podendo também existir uma combinação entre os dois tipos de torre (Figura 2.11).

Treliça	Portal	Treliça + Portal
		

**Figura 2.11** – Torres; Direção Transversal adaptado de [3].

Alguns exemplos da altura destas torres mais correntes podem ser observados no Quadro 2.3. Estas irão ser posteriormente utilizadas no enquadramento dos valores obtidos.

**Quadro 2.3** - Altura de torre, adaptado de [2].

Ponte	Altura [m]
<i>Golden Gate</i>	213,96
<i>Mackinac</i>	162,30
<i>San Francisco Oakland Bay</i>	126,03
<i>First Tacoma Narrows</i>	129,54
<i>Walt Whitman</i>	107,22
<i>Tagus – 25 de Abril</i>	103,00



## 3 ANÁLISE DE CABOS

### 3.1 Cabos

Dependendo do tipo de carregamento uniforme que é aplicado sobre um cabo, este pode assumir uma de duas configurações. Quando o carregamento no cabo se dá ao longo de todo o comprimento, o perfil por este adotado assume a forma de uma catenária. Por outro lado, quando o carregamento se dá na projeção horizontal, este assume a forma de uma parábola.

Embora pareça irrelevante o perfil que um cabo possa adotar, este assume grande importância quando é necessário obter os esforços que permitem o pré-dimensionamento do mesmo. É seguro dizer que a geometria influencia diretamente a obtenção de esforços e deslocamentos.

Quando um cabo é sujeito a uma carga uniforme distribuída ao longo do seu vão, o perfil por este adotado é de uma catenária (Figura 3.1). Este carregamento manifesta-se quando uma carga uniforme é aplicada sobre o cabo. Geralmente, este é o perfil adotado quando o cabo está sujeito unicamente ao seu peso próprio.

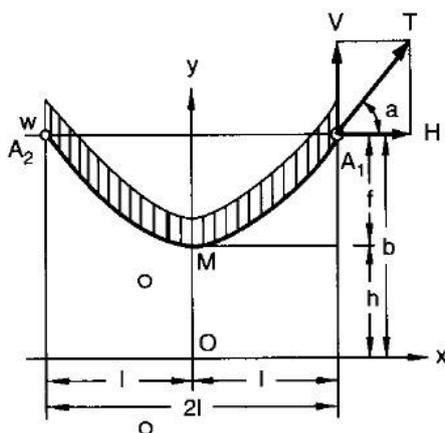


Figura 3.1 – Cabo sujeito ao seu peso próprio; Catenária [2].

Quando um cabo tem que suportar uma estrutura, constante e homogênea, ao longo de todo o eixo longitudinal, este deixa de assumir um perfil catenário e passa a assumir um perfil parabólico (Figura 3.2). Esta mudança de perfil é geralmente provocada pela carga permanente que a estrutura que o cabo suporta contém, levando assim, a que no caso das estruturas como as pontes suspensas, este seja o perfil que irá ser assumido.

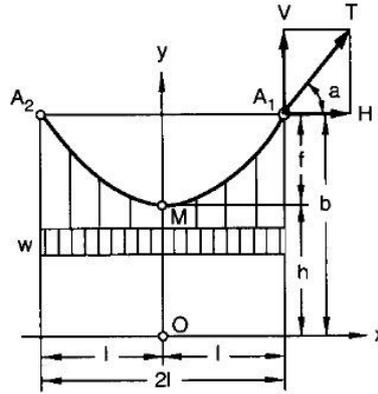


Figura 3.2 – Cabo sujeito a uma carga distribuída ao longo da projeção horizontal; Parábola [2].

É possível obter a equação fundamental da geometria do cabo assumindo que este é flexível, inextensível e fixo nos pontos  $A_2$  e  $A_1$ , incluindo apenas correções devido à deformação elástica [2]. Desta forma, isolando um elemento de um cabo e efetuando o equilíbrio de forças horizontais como mostrado na Figura 3.3, é possível encontrar várias relações que permitam obter as reações do cabo.

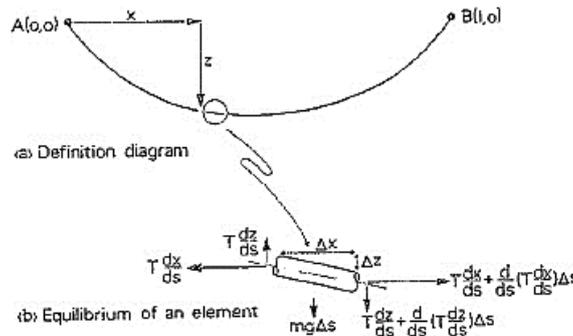


Figura 3.3 - Equilíbrio de esforços num elemento isolado de um cabo [8].

Na Figura 3.3, é possível observar que o comportamento do cabo pode ser traduzido pelo comportamento de um elemento infinitesimal. Efetuando o equilíbrio horizontal das forças presentes neste elemento obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dx}{ds} \right) = 0 \quad (3.1)$$

onde  $T$  representa a tensão máxima em qualquer ponto no cabo e  $dx/ds$  é o coseno da inclinação do cabo [7]. Esta equação pode ser imediatamente derivada levando à seguinte expressão:

$$T \frac{dx}{ds} = H_{cp} \quad (3.2)$$

Nesta equação,  $H_{cp}$  representa o valor da força horizontal presente no cabo, denominada por impulso horizontal. Esta é então a componente horizontal da tensão máxima em qualquer ponto no cabo. Efetuando agora o equilíbrio vertical das forças presentes neste, é possível obter a seguinte equação:

## ANÁLISE DE CABOS E ARCOS

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dz}{ds} \right) = -w \quad (3.3)$$

onde  $dz/ds$  é o seno que o ângulo da inclinação do cabo faz com a horizontal e  $w$  é a carga permanente presente no cabo, que representa  $w = mg$ , onde  $m$  é a massa do elemento e  $g$  é a aceleração gravítica.

A equação (3.3) pode então ser simplificada, substituindo a equação (3.1):

$$H_{cp} \frac{d^2z}{dx^2} = -mg \frac{ds}{dx} \quad (3.4)$$

A equação (3.4) é importante, pois nela é que se irá verificar a diferença entre o perfil catenário e o perfil parabólico do cabo. Como anteriormente referido, o perfil catenário é obtido quando a carga distribuída é presente sobre o cabo, algo que pode ser obtido quando a parcela  $mg \frac{ds}{dx}$  não assume um valor constante. Quando a parcela  $mg \frac{ds}{dx}$  é constante, o perfil resultante da equação é parabólico [8].

Desta forma, a equação governativa do perfil parabólico pode ser rapidamente obtida tendo em consideração o facto de  $mg \frac{ds}{dx}$  ser constante. Assim, é obtida a seguinte expressão para o perfil parabólico:

$$z(x) = \frac{1}{2} x^2 H_{cp}^{-1} + C_2 x + C_1 \quad (3.5)$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são incógnitas que podem ser obtidas pelas condições de fronteira impostas na zona dos apoios e no ponto de valor de tangente nulo, sendo que variam dependendo das propriedades geométricas de cada cabo.

De forma a ser obtida a equação governativa da catenária, é no entanto necessário ter em consideração a seguinte restrição geométrica devido às leis fundamentais da trigonometria:

$$\left( \frac{dx}{ds} \right)^2 + \left( \frac{dz}{ds} \right)^2 = 1 \quad (3.6)$$

A equação governativa da catenária toma a seguinte forma:

$$H_{cp} \frac{d^2z}{dx^2} = -mg \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Embora ambas as equações acima descritas assumam formas muito gerais, são de extrema importância na execução deste trabalho, pois elas são a base de todas as outras expressões analíticas referentes a cabos utilizadas, como irá ser observado mais à frente.

Para o cálculo do incremento do deslocamento vertical de um cabo devido a uma sobrecarga uniforme, aplica-se a seguinte expressão:

$$\Delta f = \frac{3}{16} \frac{H_{cp} L_{v\tilde{a}o}}{A_c E_c} \frac{f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \left( \frac{H_{sc}}{H_{cp}} - 1 \right) \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) \quad (3.8)$$

### 3.2 Arco

A importância que o estudo de arcos assume no contexto desta dissertação é mais abrangente do que ao que à primeira vista se pode julgar. Embora um cabo seja um elemento estrutural completamente diferente de um arco, a análise que é efetuada em cada um destes elementos é o inverso da outra. Assim sendo, é importante salientar alguns aspetos da análise de arcos no contexto deste trabalho “*as hangs a flexible cable so, inverted, stand the touching pieces of an arch*” [8].

Num arco, o perfil adotado por este irá ser sobretudo influenciado pelo carregamento que ele irá sofrer (situação análoga à dos cabos). Desta forma podem ser desenvolvidos perfis para o arco, dependendo sobretudo do carregamento aplicado sobre ele [8]. O cálculo do perfil de um arco foi formulado pela primeira vez por Ignlis [9], que recorreu à seguinte equação para definir o perfil como na Figura 3.4.

$$H_{cp} \frac{d^2 z}{dx^2} = -\gamma(c + d - z) \quad (3.9)$$

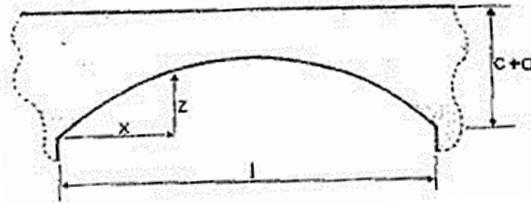


Figura 3.4 – Representação do perfil de um arco [8].

Nesta situação, a parcela  $H_{cp}$  representa a tensão horizontal da viga no arco devido à carga permanente,  $\gamma$  é o peso específico dos materiais constituintes do arco,  $c$  é o recobrimento e  $d$  é a flecha do arco.

A equação (3.9) pode ser manipulada levando à seguinte expressão:

$$z = d + c \left[ 1 - \cosh \left\{ \left( 1 - \frac{2x}{L_{v\tilde{a}o}} \right) \cosh^{-1} \left( \frac{c + d}{c} \right) \right\} \right] \quad (3.10)$$

Onde  $L_{v\tilde{a}o}$  é o comprimento do vão longitudinal do arco. Desta forma, a tensão horizontal presente na viga pode ser dada pela seguinte equação:

$$H_{cp} = \frac{\gamma L_{v\tilde{a}o}^2}{4} \frac{1}{\left\{ \cosh^{-1} \left( \frac{c + d}{c} \right) \right\}^2} \quad (3.11)$$

Esta solução é considerada exata para o perfil da Figura 3.4. Contudo, podem ser obtidas soluções para os mais diversos perfis, como ocorre na prática.

Um dos problemas mais recorrentes numa estrutura em arco constituída por peças individuais era saber a espessura das aduelas de forma a que não ocorresse o colapso da estrutura.

## ANÁLISE DE CABOS E ARCOS

Esta questão foi muitas vezes contornada ao longo dos tempos. Os Romanos, conhecidos por construírem grandes estruturas onde incluíam estes elementos, baseavam o conhecimento que tinham sobre arcos na experiência, sendo que tinham uma grande noção da proporção geométrica que cada um dos elementos deveria conter [8]. Contudo, este conhecimento era desprovido de rigor científico, sendo necessário encontrar métodos de dimensionamento de arcos de forma rigorosa e sem hipótese para falhas.

Foi então assumido, passados vários anos, que, para prevenir o colapso de um arco, as suas propriedades geométricas devem ser tais que se evitem o deslizamento entre aduelas sucessivas, que as ligações devem transmitir forças de compressão e as aduelas deverão ser tanto incompressíveis como de força compressiva ilimitada [8]. Na Figura 3.5, encontra-se o diagrama de um arco romano habitual, que poderia servir para a construção de uma ponte ou aqueduto.

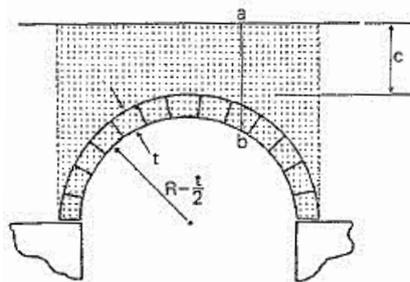


Figura 3.5 – Representação de um arco Romano [8].

Se o carregamento sobre o arco for assumido como sendo uma carga uniformemente distribuída de peso específico  $\gamma$  e raio do arco dado por  $R = d$ , é possível obter a espessura das aduelas  $t$  em função do recobrimento do arco.

Esta função pode ser obtida tendo em conta que a linha de rotura passa pelos pontos A e E, toca na coroa do arco em C e atravessa os pontos B e D como apresentado na Figura 3.6.

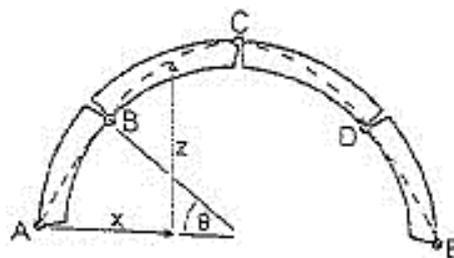


Figura 3.6 - Mecanismo de colapso de um arco [8].

Estes pontos podem ser considerados como sendo rótulas, pois pode haver deslocamentos relativos entre cada uma das aduelas. Nestas condições, o arco está a beira de colapso, sendo então considerado o mecanismo de colapso do arco romano o apresentado na figura.

Considerando o carregamento devido ao peso próprio como constante (pois o recobrimento é muito elevado), a linha da viga a traço interrompido pode ser obtida pela seguinte equação:

$$z = \frac{W_0 L_{v\tilde{a}o}}{2H_{total}} \left\{ \frac{x}{L_{v\tilde{a}o}} - \left( \frac{x}{L_{v\tilde{a}o}} \right)^2 \right\} \quad (3.12)$$

onde  $W_0$  é o carregamento vertical total aplicado e  $H_{total}$  é o impulso total apresentado na estrutura.

Se a linha da viga é para estar contida sobre o arco, o vão pode ser obtido pela seguinte expressão  $L_{v\tilde{a}o} = 2R + t$  e a elevação do arco  $R + t/2$ . Desta forma, a expressão que permite obter o perfil da linha da viga pode ser obtida pela seguinte equação [8]:

$$z = 4 \left( R + \frac{t}{2} \right) \left\{ \frac{x}{2R + t} - \left( \frac{x}{2R + t} \right)^2 \right\} \quad (3.13)$$

Neste caso, o impulso pode ser obtido pela seguinte equação:

$$H_{total} = \frac{W_0}{4} \quad (3.14)$$

É possível também escrever duas relações geométricas relativas ao ponto B. A primeira estipula que as coordenadas deste ponto são de  $(R + t/2) - (R - t/2) \cos \theta$  e  $(R - t/2) \sin \theta$ . Substituindo estas equações na equação (3.13) obtém-se a seguinte expressão:

$$\left( R - \frac{t}{2} \right) \sin \theta = \left\{ \left( R + \frac{t}{2} \right) - \left( R - \frac{t}{2} \right) \cos \theta \right\} \left\{ 1 + \left( \frac{R - t/2}{R + t/2} \right) \cos \theta \right\} \quad (3.15)$$

A segunda relação geométrica é que no ponto B a linha da viga deve ser tangente à linha do arco, desta forma, diferenciando a equação (3.13) e executando as substituições necessárias obtém-se a seguinte equação:

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \left( \frac{R + \frac{t}{2}}{R - \frac{t}{2}} \right) \quad (3.16)$$

Manipulando as equações (3.15) e (3.16) é possível obter os seguintes resultados numéricos  $\theta = 35.3^\circ$  e  $\frac{t}{R} = 0,144$ , o que leva a que o rácio entre o vão e a flecha de um arco seja  $2R/t \cong 14$ , sendo então este o resultado numérico para um arco Romano.

### 3.3 Generalidades de um cabo parabólico

Considerou-se o perfil parabólico de um cabo uniforme, contido entre dois apoios e suportando apenas o seu peso próprio. A equação diferencial governativa do equilíbrio vertical do cabo é:

$$H_{cp} \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \quad (3.17)$$

Esta equação tem como solução a expressão:

$$z = \frac{1}{2} x(1 - x) \quad (3.18)$$

Estas equações têm como variáveis adimensionais de  $x = x/s$ , onde  $s$  é o vão do cabo e  $z = \frac{z}{\frac{mg l^2}{H_{cp}}}$ . Como anteriormente referido, a parcela de  $mg$  é representativa do peso próprio do cabo por unidade de comprimento e  $H_{cp}$  refere-se à componente horizontal da tensão do cabo devido à carga permanente.

A equação (3.17) não é, contudo, a equação exata do equilíbrio vertical de um elemento de cabo, sendo a equação real dada por:

$$H_{cp} \left( \frac{d^2 z}{dx^2} \right) = -mg \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

Esta equação não é usada, pois admitindo que o perfil do cabo é plano, a parcela de  $\left( \frac{dz}{dx} \right)^2$  é muito inferior quando comparada com a parcela referente a unidade do peso próprio. Desta forma a equação (3.17) pode ser utilizada como uma simplificação aceitável da equação (3.19).

Nesta secção, considera-se rácios entre vãos e flechas de cerca de 1:8, o que é benéfico pois como afirmado por Max Irvine:

*“... the cutoff in the ratio of sag to span at 1:8 is largely one of conveniences for  $H_{cp} \geq mgl$ . In fact independent finite analyses have shown that the theory in this chapter retains its accuracy even with profiles as deep as 1:5 or 1:4.”* [8].

Pode ser observado que os resultados obtidos por estas expressões têm resultados validos mesmo para quando as relações entre flechas e vãos são menores. Assim, para a obtenção do impulso horizontal devido a carga permanente é utilizada a seguinte expressão:

$$H_{cp} = \frac{mg L_{vão}^2}{8 f_w} \quad (3.20)$$

onde  $f_w$  é a flecha do cabo devido à carga permanente. Note-se que, no decorrer desta dissertação, esta será também a expressão que irá ser utilizada na obtenção do impulso devido a sobrecarga uniforme, sendo tal facto abordado mais a frente.

O comprimento do cabo pode ser também obtido por:

$$s = \int_0^l \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} dx = l \left\{ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left( \frac{d}{l} \right)^4 + \dots \right\} \quad (3.21)$$

onde é assumido que a extensão do cabo já está incluída. Tal assunção pode ser observada na seguinte citação:

*“In these calculations the effects of cable stretch can be assumed to have been accounted for, but it is necessary to investigate at least in part the probable influence on response of the finite flexural rigidity of the cable.”* [8]

### 3.4 Resposta de um cabo quando sujeito a uma carga pontual

Durante o século XIX, foram apresentadas várias publicações propondo diversas soluções de análise de cabos quando sujeitos a situações de carga diferentes. Nessa altura, percebeu-se que a resposta de um cabo a um carregamento não era linear:

*“Successive equal increments of load were seen to cause successive increments in the corresponding deflection, each smaller than the last”* [8]

Embora os incrementos de carga aplicados ao cabo sejam iguais, os deslocamentos obtidos por cada incremento são cada vez menores, levando assim a que não houvesse uma relação direta entre a carga aplicada e o deslocamento obtido, ou seja a rigidez do material não era linear. Este tema foi discutido por vários autores, por Pugley [8] e por Thimoshenko que abordam a problemática da resposta estática de um cabo de uma forma prática [8].

Neste capítulo abordar-se-á o problema de um cabo suspenso da forma normalmente usada para um cabo simples. Embora os resultados num cabo possam ser determinados de forma manual, podem também ser obtidos por métodos numéricos complexos.

As equações de equilíbrio que são apresentadas para estes métodos, estão na forma simplificada. No entanto, os termos que necessitam de estar retidos na equação do cabo estão presentes. Assim, as soluções obtidas podem ser linearizadas ou adaptadas a cabos que são inicialmente planos.

Considerando agora a Figura 3.7 onde se encontra um esquema onde uma carga pontual  $P_{sc}$  está aplicada num cabo a uma distância  $x_1$ .

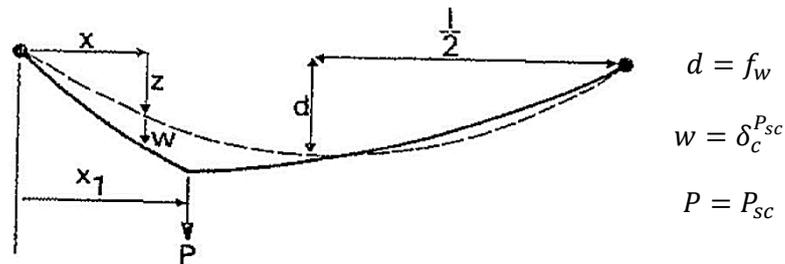


Figura 3.7 - Aplicação de uma sobrecarga pontual num cabo [8].

## ANÁLISE DE CABOS E ARCOS

Tendo em conta que os movimentos de um cabo são ligeiramente pequenos de forma a que o cabo se mantenha com o mesmo grau de deformação o equilíbrio vertical de um cabo numa secção transversal requer a seguinte condição:

$$(H_{cp} + H_{sc}^{P_{sc}}) \frac{d}{dx} (z + \delta_c^{P_{sc}}) = P_{sc} \left(1 - \frac{x_1}{L_{v\tilde{a}o}}\right) + \frac{mgL_{v\tilde{a}o}}{2} \left(1 - \frac{2x}{L_{v\tilde{a}o}}\right) \quad (3.22)$$

Nesta equação,  $H_{sc}^{P_{sc}}$  é o impulso produzido pela sobrecarga  $P_{sc}$  e  $\delta_c^{P_{sc}}$  é o deslocamento provocado pela sobrecarga pontual no cabo. Esta equação é válida para o quando a força  $P_{sc}$  é aplicada entre  $0 \leq x < x_1$ .

A segunda parcela da equação (3.22) é análoga à expressão para a obtenção do esforço transversal de uma barra simplesmente apoiada com peso uniforme, onde atua uma carga pontual. Expandindo a equação (3.22) e removendo os membros referentes ao peso próprio obtém-se a seguinte expressão:

$$(H_{cp} + H_{sc}^{P_{sc}}) \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} = P_{sc} \left(1 - \frac{x_1}{L_{v\tilde{a}o}}\right) - H_{sc}^{P_{sc}} \frac{dz}{dx} \quad (3.23)$$

De forma semelhante pode ser obtida a equação para quando a carga está aplicada entre  $x_1 < x \leq L_{v\tilde{a}o}$ :

$$(H_{cp} + H_{sc}^{P_{sc}}) \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} = -\frac{P_{sc}x_1}{L_{v\tilde{a}o}} - H_{sc}^{P_{sc}} \frac{dz}{dx} \quad (3.24)$$

As equações (3.23) e (3.24) podem ser integradas diretamente e quando as equações de fronteira forem satisfeitas, podem ser obtidas as equações dimensionais para a determinação do deslocamento adicional devido a carga pontual:

$$\delta_c^{P_{sc}} = \frac{1}{(1 + H_{sc}^{P_{sc}})} \left\{ (1 - x_1)x - \frac{H_{sc}^{P_{sc}}}{2P_{sc}} x(1 - x) \right\} \text{ para } 0 \leq x < x_1 \quad (3.25)$$

$$\delta_c^{P_{sc}} = \frac{1}{(1 + H_{sc}^{P_{sc}})} \left\{ (1 - x)x_1 - \frac{H_{sc}^{P_{sc}}}{2P_{sc}} x(1 - x) \right\} \text{ para } x_1 < x \leq L_{v\tilde{a}o} \quad (3.26)$$

Onde  $\delta_c^{P_{sc}} = \delta_c^{P_{sc}} / (P_{sc}L_{v\tilde{a}o}/H_{cp})$ ,  $H_{sc}^{P_{sc}} = H_{sc}^{P_{sc}}/H_{cp}$  e  $P_{sc} = P_{sc}/mgL_{v\tilde{a}o}$ .

De forma a ser obtida a solução,  $H_{sc}^{P_{sc}}$  têm que ser deduzido. Para isso é então usada uma equação de cabo que incorpore a Lei de Hooke, de forma a providenciar uma relação próxima das alterações na tensão do cabo e nas alterações da sua geometria, quando o cabo é retirado da sua posição de equilíbrio.

A geometria de um elemento infinitesimal de cabo está presente na Figura 3.8:

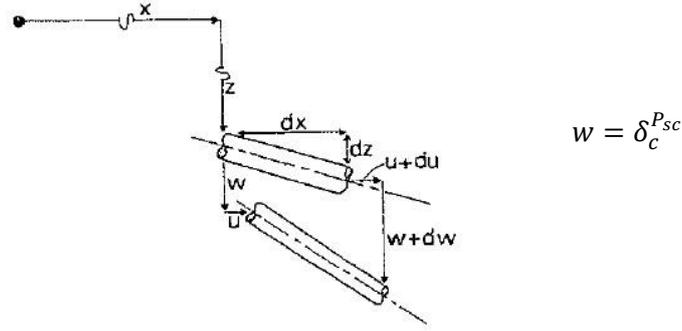


Figura 3.8 - Deslocamentos presentes num elemento infinitesimal de cabo [8].

Se  $ds$  é o comprimento original de um elemento e  $ds'$  é o comprimento após ocorrer a deformação, então podem ser obtidas as seguintes relações:

$$ds^2 = dx^2 + dz^2 \quad (3.27)$$

$$ds'^2 = (dx + du)^2 + (dz + d\delta_c^{Psc})^2 \quad (3.28)$$

Nestas equações,  $u$  e  $\delta_c^{Psc}$  são as componentes longitudinais e verticais dos deslocamentos. Para um cabo plano a mudança fracional no comprimento quando corrigida a segunda ordem para pequenas quantidades é:

$$\frac{ds' - ds}{ds} = \frac{du}{ds} \frac{dx}{ds} + \frac{dz}{ds} \frac{d\delta_c^{Psc}}{ds} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\delta_c^{Psc}}{ds} \right)^2 \quad (3.29)$$

A lei de Hooke estipula que:

$$\frac{\sigma}{E_c A_c} = \frac{ds' - ds}{ds} \quad (3.30)$$

Na equação (3.30)  $\sigma$  representa o incremento na tensão exercida no elemento,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do material constituinte do cabo e  $A_c$  é a área da secção transversal do cabo [8]. Contudo, para que sejam aplicados os efeitos de segunda ordem é necessário tomar  $\sigma$  como:

$$\frac{\sigma \left( \frac{ds}{dx} \right)^3}{E_c A_c} = \frac{du}{dx} + \frac{dz}{dx} \frac{d\delta_c^{Psc}}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\delta_c^{Psc}}{dx} \right)^2 \quad (3.31)$$

Relativamente à equação do cabo, é mais conveniente utilizá-la na sua forma integrada, pois assegura-se que  $H_{sc}^{Psc}$  é um valor constante. Esta situação é assegurada por não existir qualquer carregamento longitudinal atuando sobre o cabo, pelo que este valor não pode variar. Desta forma, a equação do cabo pode ser obtida como:

$$\frac{H_{sc}^{Psc} s^*}{E_c A_c} = u(L) - u(0) + \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \frac{dz}{dx} \frac{d\delta_c^{Psc}}{dx} + \frac{1}{2} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \left( \frac{d\delta_c^{Psc}}{dx} \right)^2 \quad (3.32)$$

Nesta equação o valor de  $s^*$ , é o comprimento do cabo simplificado que pode ser determinado através da seguinte equação:

$$s^* = \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \cong L_{v\tilde{a}o} \left( 1 + 8 \left( \frac{f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \right)^2 \right) \quad (3.33)$$

## ANÁLISE DE CABOS E ARCOS

Este valor é usualmente um pouco maior que o comprimento do vão. Na equação (3.32) as parcelas de  $u(L_{\text{vão}})$  e de  $u(0)$  representam os deslocamentos longitudinais dos apoios.

Se o movimento longitudinal é devido a um acréscimo de tensão e é linear a redução na tensão adicional devido a esta flexibilidade pode ser obtida. Por outro lado, se a flexibilidade horizontal de  $f_1$  e  $f_2$  ocorrer a cada extremidade, uma destas flexibilidades pode substituir a rigidez axial de um cabo em  $E_c A_c / \{1 + (f_1 + f_2) E_c A_c / s^*\}$ , e depois proceder com o cálculo tendo em consideração que os apoios são inflexíveis. Desta forma, se o valor de  $\delta_c^{P_{sc}}$  e de  $u$  for considerado nulo nos apoios, e visto que  $dz/dx$  é contínuo ao longo do vão, a equação (3.32) pode ser integrada em:

$$\frac{H_{sc}^{P_{sc}} s^*}{E_c A_c} = \frac{mg}{H_{cp}} \int_0^{L_{\text{vão}}} \delta_c^{P_{sc}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_{\text{vão}}} \left( \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} \right)^2 dx \quad (3.34)$$

Esta equação é então a equação final do cabo. Os movimentos longitudinais do cabo podem então ser estimados deixando os integrais na sua forma indefinida:

$$u(x) = \frac{H_{sc}^{P_{sc}} L_x}{E_c A_c} - \frac{mg}{H_{cp}} \int_0^x \delta_c^{P_{sc}} dx - \frac{1}{2} \int_0^x \left( \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} \right)^2 dx \quad (3.35)$$

onde  $L_x$  é o comprimento do cabo até certa distância  $x$ , pelo que este pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$L_x = \int_0^x \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \quad (3.36)$$

No ponto de aplicação da carga  $P_{sc}$ ,  $dw/dz$  é descontínuo, sendo que também é descontínuo no último integral presente na equação (3.34). Quando esta equação é integrada por partes é obtida a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^{L_{\text{vão}}} \left( \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} \right)^2 &= -\frac{1}{2} \frac{d\delta_c^{P_{sc}}}{dx} \delta_c^{P_{sc}} \Big|_{x_1^-}^{x_1^+} + \frac{d\delta_c^{P_{sc}^2}}{dx^2} \int_0^{x_1} \delta_c^{P_{sc}} dx \\ &+ \frac{d^2 \delta_c^{P_{sc}}}{dx^2} \int_{x_1}^{L_{\text{vão}}} \delta_c^{P_{sc}} dx \} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Substituindo então esta última expressão na equação (3.34), e integrando-a utilizando as expressões (3.25) e (3.26) obtemos a seguinte equação cúbica para a determinação do parâmetro  $H_{sc}^{P_{sc}}$ .

$$H_{sc}^{P_{sc}^3} + \left( 2 + \frac{\lambda^2}{24} \right) H_{sc}^{P_{sc}^2} + \left( 1 + \frac{\lambda^2}{12} \right) H_{sc}^{P_{sc}} - \frac{\lambda^2 x_1 (1 - x_1) P_{sc} (1 + P_{sc})}{2} = 0 \quad (3.38)$$

O parâmetro  $\lambda^2$  pode ser calculado recorrendo à seguinte expressão:

$$\lambda^2 = \frac{\left( \frac{mg L_{\text{vão}}}{H_{cp}} \right)^2 L_{\text{vão}}}{\frac{H_{cp} s^*}{E_c A_c}} \quad (3.39)$$

Este parâmetro independente é importante na análise estática de cabos suspensos, pois tem em consideração os efeitos geométricos e elásticos presentes num cabo. Uma forma de perceber este parâmetro é considerar que na estrutura estão presentes duas molas em serie. Admitindo que o cabo

está ancorado em ambos os lados e havendo um afastamento entre eles, existe alguma resistência que irá ser fornecida a este elemento devido à existência das molas. Assim, a rigidez que é atribuída é geométrica, devido à redução da flecha. Esta rigidez tem como valor  $12H_{cp}/\left\{L_{v\tilde{a}o}\left(\frac{mgL_{v\tilde{a}o}}{H_{cp}}\right)^2\right\}$  e a restante rigidez axial pode ser obtida efetuando  $E_c A_c/L_{v\tilde{a}o}$ .

Estes dois efeitos combinados estão implícitos no parâmetro  $\lambda^2$ . Geralmente a descrição do perfil  $mgL_{v\tilde{a}o}/H_{cp}$  determina o valor de  $\lambda^2$ . Quanto mais flexível for o material constituinte do cabo menor é esse valor ( $\lambda^2$ ).

Um cabo extensível tem que sofrer deformações para resistir a uma carga aplicada, mas estas deformações são de segunda ordem na deformação adicional, levando então que as mudanças de primeira ordem na tensão sejam nulas. Por outro lado, quando o valor de  $\lambda^2$  é elevado e próximo da unidade, o cabo da ponte suspensa é tipicamente rígido, levando a que a tensão adicional seja normalmente gerada logo nos efeitos de primeira ordem. Isto acontece porque o cabo carregado adota um novo perfil que não implica uma mudança no comprimento do cabo. Considera-se que o valor de  $H_{sc}^{P_{sc}}$  é obtido de uma forma estática, sendo que não serão consideradas as expressões utilizadas nesta secção, servindo apenas para demonstrar a complexidade que envolve a obtenção de impulsos pela forma exata.

Desta forma, a expressão que irá ser usada para a obtenção do impulso devido a uma sobrecarga pontual é:

$$H_{sc}^{P_{sc}} = \frac{P_{sc}L_{v\tilde{a}o}}{4f_w} \quad (3.40)$$

### 3.5 Resposta de um cabo a uma carga uniformemente distribuída:

Tendo em conta um cabo onde se encontra aplicada uma carga uniforme distribuída por unidade de vão  $p_{sc}$ , contida entre os pontos  $x_2$  e  $x_3$  (Figura 3.9).

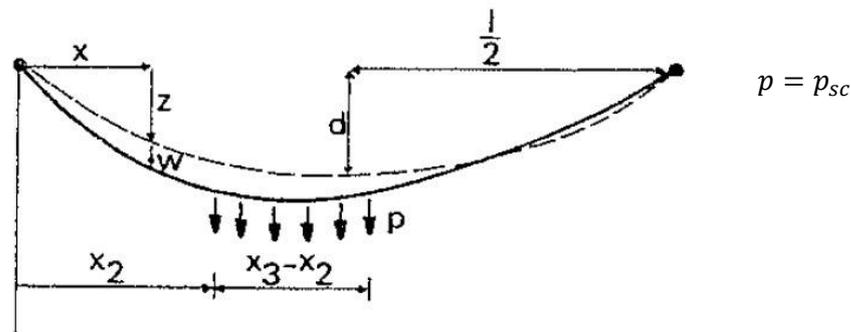


Figura 3.9 – Aplicação de uma sobrecarga uniformemente distribuída num cabo [8].

Utilizando novamente a analogia com uma barra bi-apoiada, podem ser encontradas expressões que permitem escrever o equilíbrio vertical em três regiões particulares deste cabo. Após a integração

## ANÁLISE DE CABOS E ARCOS

e ajustamento das equações com as condições de fronteira adequadas, as equações adimensionais para o deslocamento adicional vertical  $\delta_{sc}^{p_{sc}}$  são:

Para  $0 \leq x \leq x_2$

$$\delta_{sc}^{p_{sc}} = \frac{L_{v\tilde{a}o}}{(1 + H_{sc}^{p_{sc}})} \left[ \left\{ (x_3 - x_2) - \frac{L_{v\tilde{a}o}}{2} (x_3^2 - x_2^2) \right\} x - \frac{H_{sc}^{p_{sc}}}{2p_{sc}} x(1 - x) \right] \quad (3.41)$$

Para  $x_2 \leq x \leq x_3$

$$\delta_{sc}^{p_{sc}} = \frac{L_{v\tilde{a}o}}{(1 + H_{sc}^{p_{sc}})} \left[ \left\{ -\frac{1}{2} x_2^2 + x_3 x - \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} (x_3^2 - x_2^2) x \right\} - \frac{H_{sc}^{p_{sc}}}{2p_{sc}} x(1 - x) \right] \quad (3.42)$$

Para  $x_3 \leq x \leq L_{v\tilde{a}o}$

$$\delta_{sc}^{p_{sc}} = \frac{L_{v\tilde{a}o}}{(1 + H_{sc}^{p_{sc}})} \left[ \frac{1}{2} (x_3^2 - x_2^2) (1 - x) - \frac{H_{sc}^{p_{sc}}}{2p_{sc}} x(1 - x) \right] \quad (3.43)$$

Nestas equações, o valor de  $\delta_{sc}^{p_{sc}} = \delta_{sc}^{p_{sc}} / \left( \frac{p_{sc} L_{v\tilde{a}o}}{H_{cp}} \right)$ ,  $H_{sc}^{p_{sc}} = H_{sc}^{p_{sc}} / H_{cp} \cdot x = x / L_{v\tilde{a}o}$  e  $p_{sc} = p_{sc} / mg$ , onde  $H_{sc}^{p_{sc}}$  é o impulso originado pela sobrecarga uniforme.

O incremento na componente horizontal devido à carga  $p_{sc}$  pode ser obtido pela equação do cabo, a qual, devido a  $d\delta_{sc}^{p_{sc}}/dz$  é agora contínua ao longo de todo o vão e pode ser escrita como:

$$\frac{H_{sc}^{p_{sc}} S^*}{E_c A_c} = - \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \left( \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 \delta_{sc}^{p_{sc}}}{dx^2} \right) H_{sc}^{p_{sc}} dx \quad (3.44)$$

Substituindo as equações (3.41), (3.42) e (3.43) na equação (3.44), integrando esta última e rearranjando as equações, a função cúbica para a obtenção do valor de  $H_{sc}^{p_{sc}}$  é obtida:

$$\begin{aligned} H_{sc}^{p_{sc}3} + \left( 2 + \frac{\lambda^2}{24} \right) H_{sc}^{p_{sc}2} + \left( 1 + \frac{\lambda^2}{12} \right) H_{sc}^{p_{sc}} - \frac{\lambda^2}{2} \left\{ \frac{1}{2} (x_3^2 - x_2^2) - \frac{1}{3} (x_3^3 - x_2^3) \right\} p_{sc} \\ - \frac{\lambda^2}{2} \left\{ \frac{1}{3} (x_3^3 - x_2^3) - x_2^2 (x_3 - x_2) - \frac{1}{4} (x_3^2 - x_2^2)^2 \right\} p_{sc}^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Quando  $p_{sc}$  assume valores positivos, só existe uma solução positiva real, solução essa que é a solução requerida.

Existe uma simetria entre os coeficientes  $x_2$  e  $x_3$ , pelo que se obtém uma solução igual seja  $x_3 = 1$  e  $x_2 = 0,9$  ou  $x_3 = 0,1$  e  $x_2 = 0$ , por exemplo. Se a carga distribuída está contida num espaço muito pequeno em que  $p_{sc}(x_3 - x_2)$  seja finito, a equação (3.45) torna-se semelhante à equação anteriormente obtida para o caso da aplicação de uma carga pontual.

Pode também ser observado que quando  $p_{sc}$  e  $\lambda^2$  são dados, o valor de  $H_{sc}^{p_{sc}}$  é maior quando o carregamento é colocado simetricamente a meio vão.

Existe uma grande variedade de combinações que os carregamentos podem assumir dentro destes resultados. Por outro lado, assumindo o caso em que o carregamento está distribuído ao longo de todo o vão (o mais interessante e normalmente estudado em situação de projeto) obtém-se as seguintes expressões:

$$\delta_{sc}^{p_{sc}} = \frac{1}{2(1 + H_{sc}^{p_{sc}})} \left( 1 - \frac{H_{sc}^{p_{sc}}}{p_{sc}} \right) x(1 - x) \quad (3.46)$$

$$H_{sc}^{p_{sc}^3} + \left( 2 + \frac{\lambda^2}{24} \right) H_{sc}^{p_{sc}^2} + \left( 1 + \frac{\lambda^2}{12} \right) H_{sc}^{p_{sc}} - \frac{\lambda^2}{12} p_{sc} \left( 1 + \frac{p_{sc}}{2} \right) = 0 \quad (3.47)$$

Nestas equações, é necessário garantir que  $H_{sc}^{p_{sc}} < p_{sc}$ , sendo que esta condição é garantida pela equação cúbica. De facto, o limite superior existente nestas equações, leva a que quando  $\lambda^2$  assume valores muito elevados, a solução resultante da equação quadrática é de  $H_{sc}^{p_{sc}} = p_{sc}$ . Em contraste, quando uma carga de faca é aplicada a meio vão ao mesmo tempo que existe uma carga distribuída, o deslocamento obtido por esta carga é zero, sendo que a tensão é linear à carga aplicada. Deste modo, as relações entre as cargas aplicadas posteriormente e as introduzidas são lineares.

## 4 ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

A teoria dos deslocamentos de pontes suspensas, proposta por Josef Melan em 1888 [11] é um método muito utilizado na análise de pontes suspensas, este método, é mais prático face aos métodos seus contemporâneos pois é extremamente eficiente quando se analisam pontes suspensas com tabuleiros flexíveis.

É importante perceber a funcionalidade do método proposto pelo autor, sendo que este levou à execução da maior parte das pontes suspensas hoje erguidas. Assim, vão ser apresentadas as teorias que levaram a execução deste tipo de estruturas.

### 4.1 Análise estática de pontes suspensas

Antes da construção da ponte de *Manhattan*, projetada em 1907, as pontes suspensas eram analisadas pela teoria clássica de estruturas, conhecida como a teoria elástica de primeira ordem ou teoria da análise indeterminada [2]. Esta teoria negligencia as deformações devidas a geometria da estrutura, tendo em consideração apenas as equações de equilíbrio. A vantagem desta teoria face à apresentada anteriormente é que as equações por ela obtidas são lineares. Contudo, as distorções geradas pela aplicação de sobrecargas podem causar más aproximações dos valores quando se procura encontrar o valor das ações.

Esta teoria é então utilizada para situações em que as estruturas são de pequeno vão ou quando a imposição de deformações devido à introdução de sobrecargas não são permitidas [2]. Desta forma, os valores de pré-dimensionamento de uma estrutura como a apresentada na Figura 4.1 são de fácil determinação já que o único valor que pode originar uma incógnita é o parâmetro  $H$ .

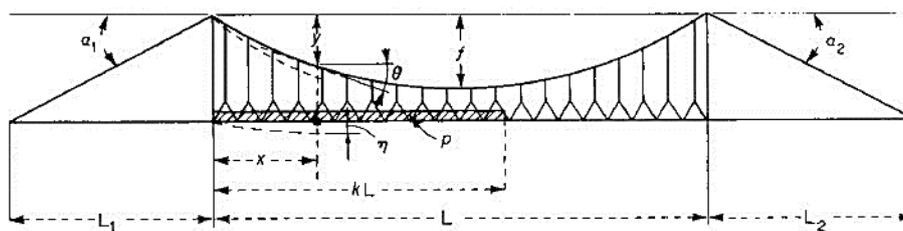


Figura 4.1 - Ponte suspensa unicamente com vão central carregado [2].

Este parâmetro pode ser obtido transformando a estrutura numa estrutura isostática, sendo desta forma unicamente necessário efetuar uma libertação axial no ponto mais baixo do cabo e introduzindo a força  $H$  nesse ponto [2]. A equação que permite obter o valor do impulso nesta estrutura pode ser obtida por:

$$H_{total} = \frac{\delta_{ao}}{\delta_{aa}} \quad (4.1)$$

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Esta expressão é obtida pelo método dos trabalhos virtuais, onde  $\delta_{aa}$  assume o valor de  $\int \frac{M_a^2}{EI} ds + \int \frac{N_a^2}{AE} ds$  e  $\delta_{ao}$  o valor de  $\int \frac{M_a M_o}{EI} ds + \int \frac{N_a N_o}{AE} ds$ . Nesta expressão,  $M_a$  é o momento devido a uma carga pontual horizontal aplicada no ponto onde a flecha do cabo é  $f$ ,  $M_o$  é o momento fletor devido às cargas aplicadas,  $N_a$  é o esforço axial devido a aplicação da carga unitária,  $N_o$  é o esforço axial devido às cargas aplicadas na estrutura,  $E_V$  é o módulo de elasticidade do aço constituinte da viga,  $I_V$  é o momento de inércia da viga e  $A$  é a área da secção transversal do membro que se encontra sujeito a aplicação da carga horizontal. [2]

Esta equação, para ser válida, recorre às seguintes condições:

- O cabo toma a forma de uma parábola quando carregado por uma carga permanente  $w$ ;
- O alongamento dos pendurais e a diminuição das torres é tão pequeno que pode ser negligenciado;
- O espaçamento dos pendurais é tão pequeno quando comparado com o vão que pode ser considerado como se for uma superfície continua;
- A componente horizontal do cabo nos vãos laterais é igual à existente no cabo do vão principal. Esta mantém-se quer os cabos estejam fixos no topo de torres flexíveis ou possam admitir deslocamentos;
- O tabuleiro rígido atua como uma viga de momento de inércia constante simplesmente apoiado nas extremidades. Quando sujeito a carga permanente, esta é horizontal e indeformada e normalmente erguida para que não suporte a carga permanente. Assim, esta só é deformada por sobrecargas ou por mudanças de temperatura;

Desta forma, o impulso horizontal de um cabo devido a aplicação de uma sobrecarga uniforme, contida numa distância  $kL$  é determinada recorrendo à expressão:

$$H_{sc}^{p_{sc}} = \frac{p_{sc} L_{v\tilde{a}o}}{5Na} \left( \frac{5}{2} k^2 - \frac{5}{2} k^4 + k^5 \right) \quad (4.2)$$

Nesta equação,  $N = \frac{8}{5} + \frac{3EI}{A_c E_c f_w^2} (1 + 8a^2) + \frac{3EIL_t}{A_c E_c L_{v\tilde{a}o} f_w^2} \sec^3 \alpha$ , onde  $\alpha$  é o ângulo entre o cabo e uma recta horizontal e  $a$  é o rácio entre a flecha e o vão  $a = \frac{f_w}{L_{v\tilde{a}o}}$ .

Para que o cabo atinja o impulso máximo, é arbitrado que  $k = 1$ . Resulta a expressão:

$$H_{sc}^{p_{sc}} = \frac{p_{sc} L_{v\tilde{a}o}}{5Na} \quad (4.3)$$

### 4.2 Análise estática: Teoria dos deslocamentos de pontes suspensas com tabuleiros rígidos.

Quando se analisa uma ponte suspensa de grande vão, a carga permanente uniformemente distribuída no plano horizontal é geralmente superior na viga face ao peso uniforme distribuído presente no cabo. Quando se encontra esta situação, é possível prever que o perfil que o cabo irá

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

adotar irá ser uma parábola [9]. Assim, é possível obter a equação que permita a obtenção da cota  $y$  em qualquer ponto da estrutura, esta pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$M_x + H_{sc}^h x - H_{cp} y = 0 \quad (4.4)$$

Onde  $M_x$  é o momento fletor no ponto  $x$ ,  $H_{sc}$  é o impulso devido a sobrecarga e  $H_{cp}$  o impulso devido a carga permanente. Quando a carga é distribuída ao longo de uma projeção horizontal, caso em que a carga permanente da viga é superior ao peso próprio do cabo, o momento fletor é dado por:

$$M_x = -\frac{wx}{2}(L_{v\tilde{a}o} - x) \quad (4.5)$$

A equação que dá a cota  $y$  em qualquer ponto do cabo é obtida efetuando a substituição da equação (4.5) na equação (4.4):

$$y = \frac{wx}{2H_{cp}}(L_{v\tilde{a}o} - x) + \frac{H_{sc}}{L_{v\tilde{a}o}}x \quad (4.6)$$

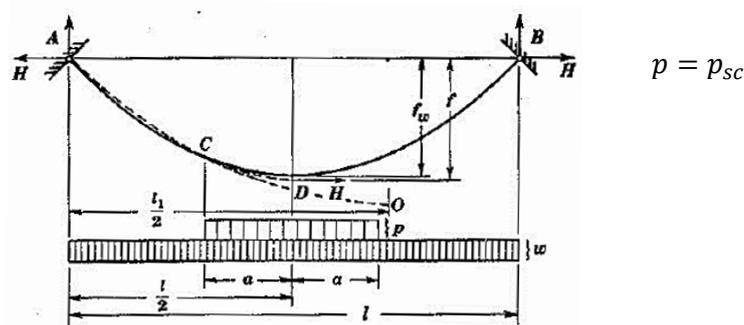
É assim mostrado que a equação do cabo que irá ser utilizada é parabólica, sendo esta equação importante na análise efetuada mais adiante.

O deslocamento a meio vão quando uma carga se encontra sujeito a uma sobrecarga pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$\Delta f = \frac{3}{16} \frac{H + L_{v\tilde{a}o}}{A_c E_c} \frac{f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) \quad (4.7)$$

### • Carga Distribuída

A deformação que um cabo sofre quando este é submetido a uma sobrecarga simétrica de intensidade  $p_{sc}$ , distribuída ao longo de uma qualquer distância de valor  $2a$  sobre o vão, é a que está apresentada a traço interrompido na Figura 4.2, a linha a cheio representa a geometria que o cabo assume quando carregada unicamente pelo peso próprio  $w$ .



**Figura 4.2** - Sobrecargas aplicadas num sistema viga-cabo [10].

Note-se que neste caso  $f_w$  corresponde à flecha originada pela carga permanente, sendo que o comprimento do cabo pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$s = L_{v\tilde{a}o} \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) = L_{v\tilde{a}o} \left( 1 + \frac{1}{24} \frac{w^2 L_{v\tilde{a}o}^2}{H_{cp}^2} \right) \quad (4.8)$$

A curva CD, apresentada na Figura 4.2, é originada pelo carregamento permanente e pela sobrecarga. Desta forma, no âmbito deste trabalho, esta será a que toma o papel mais preponderante na execução deste trabalho. A curva AC, corresponde ao perfil adotado pelo cabo unicamente quando sujeito a carga permanente tal como visto anteriormente. É então possível relacionar a distribuição da sobrecarga, o carregamento permanente, o vão total e a distância do ponto A ao ponto O na direção horizontal. Esta relação origina a seguinte expressão:

$$\frac{l_1}{2} = \frac{L_{v\tilde{a}o}}{2} + a \frac{p_{sc}}{w} \quad (4.9)$$

A expressão que leva a obtenção da flecha  $f_w$ , é então obtida aplicando o somatório de momentos no ponto D:

$$f_w = \frac{1}{H_{total}} \left[ \frac{w L_{v\tilde{a}o}^2}{8} + \frac{p_{sc} a}{2} (L_{v\tilde{a}o} - a) \right] \quad (4.10)$$

A equação (4.10) pode ser obtida assumindo que o comprimento do cabo não se altera durante a aplicação da sobrecarga. Utilizando a equação (4.8) e os comprimentos das curvas AO e CO a equação do cabo inextensível é:

$$\begin{aligned} & \frac{L_{v\tilde{a}o}}{2} \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) \\ &= \frac{l_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{24} \frac{w^2 l_1^2}{H_{total}^2} \right) - \frac{a(w + p_{sc})}{w} \left[ 1 + \frac{a^2 (w + p_{sc})^2}{6H_{total}^2} \right] \\ &+ a \left[ 1 + \frac{a^2 (w + p_{sc})^2}{6H_{total}^2} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

De forma a simplificar as equações futuras introduzem-se algumas notações onde se relaciona a carga permanente com a sobrecarga, bem como a distribuição da sobrecarga com o comprimento total do vão. Surgindo assim as seguintes notações:

$$\frac{p_{sc}}{w} = n \quad (4.12)$$

$$\frac{2a}{L_{v\tilde{a}o}} = z \quad (4.13)$$

Onde  $n$  é a relação entre a sobrecarga e a carga permanente e  $z$  é a relação entre o comprimento onde atua a sobrecarga e o comprimento total do vão.

Assim, a equação (4.11) reduz-se à seguinte expressão:

$$H_{total} = H_{cp} \sqrt{1 + 3nz + 3n^2 z^2 - (2n^2 + n)z^3} \quad (4.14)$$

Onde  $H_{total}$  representa o valor do impulso no cabo, devido a aplicação da carga permanente e a sobrecarga. Substituindo a equação (4.14) na equação (4.10) obtém-se o valor máximo da flecha quando a estrutura está sujeita a ambos os carregamentos.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

$$f_{total} = f_w \frac{1 + n(2z - z^2)}{\sqrt{1 + 3nz + 3n^2z^2 - (2n^2 + n)z^3}} \quad (4.15)$$

Derivando a expressão (4.15) e igualando-a a zero, é determinada a porção do vão que deve ser carregada de forma a obter o deslocamento máximo a meio da ponte:

$$(2n^2 + n)z^4 - 2n(n - 1)z^3 - 3(n - 1)z^2 - 4z + 1 = 0 \quad (4.16)$$

**Quadro 4.1** - Valores numéricos de  $n$ , adaptado de [10].

	n				
	0	0,1	0,25	0,5	1
$z$ [-]	0,333	0,322	0,306	0,289	0,253
$f_{total} - f_w$ [m]	0	0,0069	0,0151	0,0281	0,0456
$\frac{H_{sc}}{H_w}$ [-]	1	1,047	1,112	1,213	1,379

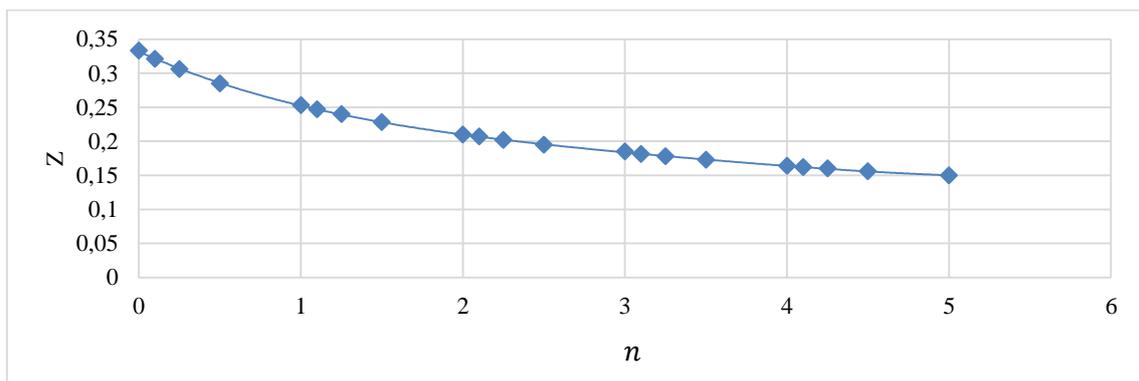
Neste quadro, estão apresentados na primeira linha os valores do parâmetro  $z$  em função dos vários valores de  $n$ , na segunda linha a variação da flecha devido à aplicação de sobrecarga e na última linha está apresentada a taxa de impulso, de forma a perceber o andamento dos parâmetros quando existe um aumento de sobrecarga. Foram executadas varias iterações relativas à carga permanente, de forma a perceber o andamento da equação (4.16). Estas iterações estão apresentadas no Quadro 4.2.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 4.2** – Variação dos parâmetros da equação (4.16).

n [-]	z [-]	$f_w$ [m]	$L_{vão}$ [m]	$a$ [-]	$f_{total}$ [m]	$f_{sc}$ [m]	$H_{sc}/H_{cp}$ [-]
0	0,33	200	1000	333,3333	200	0	1
0,1	0,32	200	1000	321	210,29	10,29	1,04
0,25	0,30	200	1000	306	223,30	23,309	1,11
0,5	0,28	200	1000	285	240,37	40,37	1,21
1	0,25	200	1000	253	264,08	64,08	1,37
1,1	0,24	200	1000	247	267,63	67,63	1,40
1,25	0,24	200	1000	240	272,70	72,70	1,45
1,5	0,22	200	1000	228	279,81	79,81	1,51
2	0,21	200	1000	210	291,56	91,56	1,64
2,1	0,21	200	1000	207	293,59	93,59	1,66
2,25	0,20	200	1000	202	296,28	96,28	1,69
2,5	0,19	200	1000	195	300,53	100,53	1,75
3	0,18	200	1000	185	308,36	108,36	1,85
3,1	0,18	200	1000	181	309,18	109,18	1,86
3,25	0,17	200	1000	178	311,07	111,07	1,89
3,5	0,17	200	1000	173	313,92	113,92	1,94
4	0,16	200	1000	164	318,96	118,96	2,02
4,1	0,16	200	1000	162	319,77	119,77	2,03
4,25	0,16	200	1000	160	321,21	121,21	2,06
4,5	0,15	200	1000	156	323,23	123,23	2,10
5	0,15	200	1000	150	327,30	127,30	2,17

Desta forma, a equação quártica que rege o parâmetro z foi obtida através do traçado do gráfico representativo dos valores de z, como pode ser observado na Figura 4.3.



**Figura 4.3** – Modelo de regressão para o cálculo dos valores de z.

A equação que rege a linha de tendência é a seguinte:

$$z = 0,0004n^4 - 0,006n^3 + 0,0336n^2 - 0,1076n + 0,3319 \quad (4.17)$$

Com estes dados é possível avaliar que, à medida que a intensidade da sobrecarga aumenta face a intensidade da carga permanente, a distância de aplicação da sobrecarga torna-se conseqüentemente menor. Assim, para uma sobrecarga de, por exemplo, cerca de duas vezes maior que a carga

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

permanente o ponto de aplicação é reduzido em 4,76% do comprimento total do vão [10]. Tal facto leva a que se possa concluir que, quando a sobrecarga aplicada na estrutura é muito elevada, a magnitude da carga permanente torna-se muito reduzida quando comparada à sobrecarga.

No caso de pontes com vãos muito grandes, o rácio de  $\frac{p_{sc}}{w}$  é muito pequeno, por vezes mais pequeno que o rácio 1:4 [10]. Desta forma, pode ser observado no Quadro 4.1 que o deslocamento a meio vão é muito pequeno, cerca de 15,1 milímetros. Assim sendo, quando se obtêm deslocamentos desta ordem de grandeza, não é considerada uma viga treliçada pois assim o tabuleiro é considerado como sendo rígido.

Para o cálculo do deslocamento a meio vão devido a uma deformação elástica do cabo, produzida por uma sobrecarga, é necessário recorrer à expressão (4.7). Contudo, se for preciso entrar em consideração com a contribuição que a carga permanente irá ter no aumento da flecha é essencial recorrer à equação (3.8).

Nesta situação, é considerado tanto o impulso presente no cabo devido à carga permanente, como à sobrecarga, sendo possível obter o deslocamento quando existe uma sobrecarga uniforme aplicada sobre a estrutura.

Como pode ser observado neste capítulo, a obtenção de esforços e de deslocamentos relaciona sempre a quantidade de carga permanente e de sobrecarga presente na estrutura.

### • Sobrecarga Linear/Faca

Uma sobrecarga linear pode ser assumida como sendo uma carga uniforme distribuída num comprimento muito curto, a equação (4.15) é válida também neste caso. Contudo, a notação que é geralmente usada neste caso é a seguinte:

$$nz = \frac{2p_{sc}a}{wL_{vão}} = \frac{P_{sc}}{P_{cp}} = \Psi \quad (4.18)$$

onde  $\Psi$  é o rácio entre a sobrecarga  $P_{sc}$  e a carga permanente  $P_{cp}$ . Efetuando a substituição dos parâmetros na equação (4.15) e igualando a zero os elementos  $z$ , obtém-se a seguinte expressão:

$$f_{total} = f_w \frac{1 + 2\Psi}{\sqrt{1 + 3\Psi + 3\Psi^2}} \quad (4.19)$$

No caso de pontes de grande vão, a sobrecarga aplicada  $P_{sc}$  é muito inferior à carga permanente  $P_{cp}$ , levando a que o parâmetro  $\Psi$  seja muito pequeno. Desenvolvendo o dividendo na expressão (4.19) numa série e considerando apenas os três primeiros elementos dessa série, é possível obter a seguinte expressão:

$$\sqrt{1 + 3\Psi + 3\Psi^2} \approx 1 + \frac{3}{2}\Psi + \frac{3}{8}\Psi^2 \quad (4.20)$$

Desta forma, substituindo-a na equação (4.19), leva à seguinte expressão simplificada:

$$f_{total} = f_w \left( 1 + \frac{3}{2}\Psi - \frac{3}{8}\Psi^2 \right) \quad (4.21)$$

O deslocamento devido a sobrecarga pode então ser calculado através da seguinte expressão:

$$\Delta f = f_{total} - f_w = f_w \frac{\Psi}{2} \left( 1 - \frac{9}{4}\Psi \right) \quad (4.22)$$

As deformações obtidas por esta expressão são sempre de ordens muito baixas. De forma a obter o deslocamento devido ao alongamento elástico do cabo quando aplicada uma carga pontual é necessário, numa primeira fase, determinar o impulso devido a sobrecarga  $H_{total} - H_w$ . Este pode ser obtido aplicando a expressão:

$$H_{total} = H_w \sqrt{1 + 3\Psi + 3\Psi^2} \approx H_w \left( 1 + \frac{3}{2}\Psi + \frac{3}{8}\Psi^2 \right) \quad (4.23)$$

Substituindo o valor de impulso na equação (3.8) tem-se a seguinte expressão para a determinação do deslocamento elástico.

$$\Delta f = \frac{9}{32} \frac{H_{cp}}{A_c E_c} \frac{L_{v\tilde{a}o}}{f_w} \Psi \left( 1 + \frac{1}{4}\Psi \right) \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) L_{v\tilde{a}o} \quad (4.24)$$

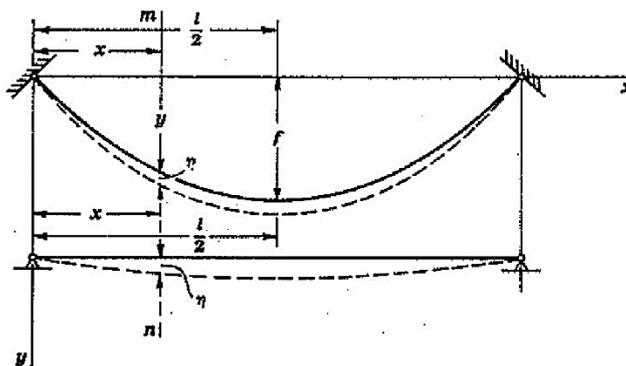
Os deslocamentos obtidos por este método são muito pequenos.

### 4.3 Análise estática: Teoria dos deslocamentos de pontes suspensas com tabuleiros flexíveis.

Quando está aplicada uma sobrecarga numa estrutura onde o tabuleiro é de grande massa, de comprimento longitudinal elevado e secção transversal constante, o deslocamento que o cabo sofre é relativamente pequeno. Por outro lado, se os tabuleiros forem flexíveis os deslocamentos verticais podem tornar-se bastante significativos. Desta forma, é necessário encontrar métodos que contabilizem este aumento de deslocamentos que os cabos possam sofrer.

Uma forma de diminuir estes deslocamentos é aplicar um tabuleiro treliçado na ponte. O esquema dos deslocamentos pode ser observado na Figura 4.4.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS



**Figura 4.4** – Deslocamentos de uma ponte constituída por um tabuleiro flexível [10].

Neste modelo, considera-se que a ponte é a combinação de um cabo e de uma viga, embora o deslocamento da viga possa ser considerado pequeno, o deslocamento do cabo têm que ser de valor finito e de valor igual ao valor do deslocamento na viga. Assume-se também que, o peso próprio do cabo, dos pendurais e da viga é suportado inteiramente pelo cabo, sem que este provoque momento fletor na viga. Desta forma, todas as deformações adicionais que o cabo pode sofrer devido a sobrecarga são de pequena magnitude e podem ser calculadas por equações lineares [12]

Na Figura 4.4, o deslocamento provocado pela sobrecarga está apresentado a linha a traço interrompido tanto no caso do cabo como no caso da viga. Numa primeira fase, considera-se que a estrutura suporta apenas a carga permanente, assim, a viga não sofre qualquer tipo de deformação. Desta forma, a equação de momentos fletores para a secção  $mn$  pode ser escrita como:

$$M_w - H_{cp}y = 0 \quad (4.25)$$

Visto que os deslocamentos só são obtidos quando introduzida uma sobrecarga sobre a estrutura, irão gerar-se momentos fletores na viga. Desta forma, os esforços gerados ( $M_{sc}$ ) que atuam na secção  $mn$  levam a que a equação de momentos devido a essa carga possa ser escrita como:

$$M_w + M_{sc} - (H_{cp} + H_{sc})(y - \eta) = M_{total} \quad (4.26)$$

Subtraindo a equação (4.25) na equação (4.26) obtém-se a equação de momentos fletores que permite calcular o valor do momento para qualquer ponto da secção quando conhecido o deslocamento na viga e a força de impulso:

$$M_x = M_{sc} - (H_{cp} + H_{sc})\eta - H_{sc}y \quad (4.27)$$

O valor de  $M_{sc}$  pode ser obtido pela distribuição que a sobrecarga pode ter sobre o vão, sendo possível calcula-lo sem grande dificuldade [10]

Quando a viga tem uma rigidez muito elevada, a aplicação de uma sobrecarga não origina um deslocamento. Nesse caso, a parcela de  $\eta$  pode ser negligenciada e a equação de momento fletor assume a forma:

$$M_x = M_{sc} - H_{sc}y \quad (4.28)$$

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

As vigas treliçadas aplicadas em ponte suspensas são geralmente muito flexíveis, sendo que a equação que permite obter o valor do momento fletor é a equação (4.27) e não a usada no caso de vigas muito rígidas. Contudo, para aplicar esta equação é necessário conhecer o deslocamento que a viga sofre quando aplicada a sobrecarga. Pode então recorrer-se à equação diferencial do deslocamento de uma viga:

$$E_v I_v \frac{d^2 \eta}{dx^2} = -M_x \quad (4.29)$$

Substituindo  $M_x$  pela expressão (4.27) a equação acima assume a seguinte forma:

$$EI \frac{d^2 \eta}{dx^2} - (H_w + H_{sc}) \eta = H_{sc} y - M_{sc} \quad (4.30)$$

O valor do momento devido à sobrecarga pode ser facilmente calculado quando se conhece a distribuição da sobrecarga ao longo do vão. O impulso horizontal devido à carga permanente bem como a localização  $y$ , podem ser obtidos pelas expressões estáticas. A única parcela que não tem um valor direto é o impulso a que é sujeito o cabo quando aplicada a sobrecarga  $H_{sc}$ . Este valor é determinado de forma iterativa, pois  $H_{sc}$  depende do deslocamento  $\eta$  que é obtido na estrutura.

De forma a ser calculado o deslocamento, é necessário ter uma equação que relacione o impulso devido à sobrecarga com o deslocamento que a produz. Para obter essa equação é necessário, numa primeira fase, conhecer a distribuição assimétrica que a sobrecarga pode ter na estrutura. Considerando uma carga vertical aplicada sobre o cabo onde ambos os suportes estão ao mesmo nível, as coordenadas iniciais da curva funicular podem ser obtidas pela expressão de momentos:

$$y = \frac{M_w}{H_{cp}} \quad (4.31)$$

onde  $M_w$  é o momento devido à carga permanente e  $H_{cp}$  é o impulso do cabo produzido pela carga permanente, calculados considerando um modelo de viga bi-apoiada. Se a sobrecarga for agora aplicada à estrutura, o valor do momento fletor pode ser obtido considerando  $M_w + M_{sc}$ , ocorrendo o mesmo para o impulso  $H_{cp} + H_{sc}$ . Considerando que  $\eta$  é o deslocamento provocado pela sobrecarga, a equação (4.31) pode ser rescrita como:

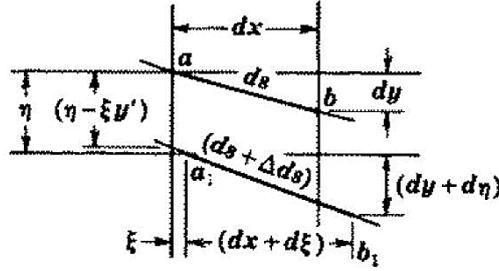
$$y + \eta = \frac{M_w + M_{sc}}{H_{cp} + H_{sc}} \quad (4.32)$$

De forma a determinar o deslocamento apenas devido a sobrecarga, subtrai-se a equação (4.32) à equação (4.31), deduz-se a equação do deslocamento no cabo e na viga:

$$\eta = \frac{M_{sc} - H_{sc} y}{H_{cp} + H_{sc}} \quad (4.33)$$

Se for conhecido o valor de  $H_{sc}$  calcula-se o deslocamento que o cabo sofre devido à sobrecarga. Este pode ser também obtido por considerações geométricas como ilustrado na Figura 4.5.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS



**Figura 4.5** - Secção infinitesimal de um cabo [10].

Esta secção, representativa de um cabo, quando sujeita a uma sobrecarga, irá alongar assumindo uma nova posição  $a_1b_1$ . Considerando  $\xi$  como o deslocamento horizontal que o cabo toma devido à introdução da sobrecarga e  $\eta$  o deslocamento vertical, o alongamento inicial do cabo pode ser obtido por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (4.34)$$

E o alongamento final do cabo é dado pela seguinte expressão:

$$(ds + \Delta ds)^2 = (dx + d\xi)^2 + (dy + d\eta)^2 \quad (4.35)$$

onde  $\Delta ds$  é o alongamento que a sobrecarga produz no cabo dado por:

$$\Delta ds = \frac{ds H_{sc}}{A_c E_c} \frac{ds}{dx} \quad (4.36)$$

Considerando que o impulso devido a sobrecarga é muito pequeno e que o alongamento é também de ordem muito reduzida, a equação (4.25) pode ser ignorada. Se a curva produzida pelo cabo for plana,  $(\Delta \xi)^2$  pode também ser ignorado. Desta forma, as equações (4.34) e (4.35) dão origem à seguinte expressão:

$$ds \Delta ds = dx d\xi + dy d\eta + \frac{1}{2} (d\eta)^2 \quad (4.37)$$

O que dá a seguinte equação:

$$d\xi = \frac{ds}{dx} \Delta ds - \frac{dy}{dx} d\eta - \frac{1}{2} \frac{d\eta}{dx} d\eta \quad (4.38)$$

Substituindo a equação (4.36) nesta última equação e integrando-a obtém-se a seguinte expressão:

$$\xi = \frac{H_{sc}}{A_c E_c} \int_0^x \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx - \int_0^x y' \eta' dx - \frac{1}{2} \int_0^x \eta'^2 \quad (4.39)$$

Sendo que as plicas indicam as derivadas da equação segundo  $x$ . Visto que, para pontes de grande vão, os valores de  $\xi$  desaparecem nos apoios do cabo a equação dá origem ao seguinte:

$$\frac{H_{sc}}{A_c E_c} \int_0^x \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx = \int_0^x y' \eta' dx + \frac{1}{2} \int_0^x \eta'^2 \quad (4.40)$$

Para o caso de um cabo parabólico, o integral presente no lado esquerdo da equação pode ser assumido como:

$$\begin{aligned}
 \int_0^x \left(\frac{ds}{dx}\right)^3 dx &= \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} (1 + y'^2) dx \\
 &= L_{v\tilde{a}o} \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{5}{2} + \frac{16f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right) \left( 1 + \frac{16f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right)^4 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3L_{v\tilde{a}o}}{32f_w} \ln \left[ \frac{4f_w}{L_{v\tilde{a}o}} + \left( 1 + \frac{16f_w^2}{L_{v\tilde{a}o}^2} \right)^3 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Do lado direito a equação (4.40) tem que ser resolvida com uma integração por partes. Notando que o deslocamento vertical desaparece na zona dos apoios do cabo, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 \int_0^x y'\eta' dx &= |y'\eta|_0^x - \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} y''\eta dx = \frac{w}{H_{cp}} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta dx \\
 \frac{1}{2} \int_0^x \eta'^2 dx &= \frac{1}{2} |\eta'\eta|_0^{L_{v\tilde{a}o}} - \frac{1}{2} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta''\eta dx = -\frac{1}{2} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta''\eta dx
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

Substituindo as expressões (4.41) e (4.42) na equação (4.40) deduz-se a seguinte expressão:

$$\frac{H_{sc}}{A_c E_c} L = \frac{w}{H_{cp}} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta dx - \frac{1}{2} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta''\eta dx \tag{4.43}$$

A equação (4.30) em conjunto com a (4.43) definem os deslocamentos de uma viga flexível. A solução desta equação é determinada por via analítica, assumindo para primeira iteração que o valor de  $H_{sc}$  é o valor do impulso obtido se a viga não fosse treliçada. Com esse valor é resolvida a equação (4.30), substituindo o valor de  $H_{sc}$  e de  $\eta$  na equação (4.43) para que a equação esteja completa é necessário que ambos os lados se anulem. Contudo, visto que o valor de  $H_{sc}$  foi arbitrado esta situação não irá ocorrer. Será ser necessário repetir o cálculo com um novo valor de  $H_{sc}$ , sendo que o Método Iterativo irá ocorrer para tantos quantos forem os  $H_{sc}$  obtidos de forma a que a equação convirja.

Esta não é a expressão exata para a obtenção dos valores. As equações que originam a expressão (4.43) contêm várias simplificações, tais como a omissão do deslocamento horizontal que pode ser produzido no cabo. Esta simplificação leva a que não seja considerado o momento fletor produzido por este deslocamento.

#### • Análise da viga Treliçada

Considerando a uma sobrecarga  $P_{sc}$ , aplicada sobre uma viga simplesmente apoiada (Figura 4.6), as deformações provocadas por esta carga pontual podem ser obtidas utilizando a equação (4.30). Desta forma, os deslocamentos presentes nesta viga podem ser obtidos tendo em conta a combinação da ação axial das forças  $H_{cp} + H_{sc}$ , de uma carga uniforme distribuída com o valor de  $H_{sc}w/H_{cp}$  e de uma força concentrada  $P_{sc}$ .

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

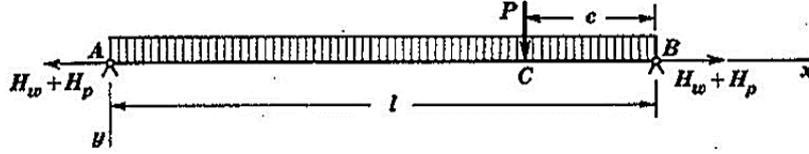


Figura 4.6 – Sobrecarga  $P$  aplicada numa viga bi-apoiada [10].

Assim, os deslocamentos resultantes destas forças podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

Deslocamentos devidos a carga  $P_{sc}$  na zona da viga entre  $x < l - c$ :

$$\eta_1 = -\frac{P_{sc}}{H_{cp} + H_{sc}} \frac{\sinh kc}{k \sinh kL_{v\tilde{a}o}} \sinh kx + \frac{P_{sc} cx}{(H_{cp} + H_{sc})L_{v\tilde{a}o}} \quad (4.44)$$

Deslocamentos devidos a carga  $P_{sc}$  na zona  $x > L_{v\tilde{a}o} - c$ :

$$\eta_1 = -\frac{P_{sc}}{H_{cp} + H_{sc}} \frac{\sinh k(L_{v\tilde{a}o} - c)}{k \sinh kL_{v\tilde{a}o}} \sinh k(L_{v\tilde{a}o} - x) + \frac{P_{sc}(L_{v\tilde{a}o} - c)(L_{v\tilde{a}o} - x)}{(H_{cp} + H_{sc})L_{v\tilde{a}o}} \quad (4.45)$$

Deslocamentos devidos a sobrecargas:

$$\eta_2 = -\frac{H_{sc}^{P_{sc}}}{H_{cp}} \frac{wL_{v\tilde{a}o}^2}{H_{cp} + H_{sc}^{P_{sc}}} \left[ \frac{\cosh\left(\frac{kL_{v\tilde{a}o}}{2} - kx\right)}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2 \cosh\left(\frac{kL_{v\tilde{a}o}}{2}\right)} - \frac{1}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2} + \frac{x(L_{v\tilde{a}o} - x)}{2L_{v\tilde{a}o}^2} \right] \quad (4.46)$$

Onde  $k$  é  $\frac{H_{cp} + H_{sc}}{EI} = k^2$ . O deslocamento total da viga e pode ser determinado utilizando a sobreposição de efeitos, somando os deslocamentos  $\eta_1 + \eta_2$ . O valor do impulso  $H_{sc}^{P_{sc}}$  é obtido pela expressão originada pela junção das equações (4.44) e (4.46) na seguinte expressão:

$$\frac{H_{sc}^{P_{sc}}}{A_c E_c} L_{v\tilde{a}o} = \frac{w}{H_{cp}} \int_0^{L_{v\tilde{a}o}} \eta \, dx \quad (4.47)$$

Estas equações dão origem à expressão que permite o cálculo de  $H_{sc}$ :

$$\begin{aligned} H_{sc}^{P_{sc}} & \left[ \frac{H_{cp} + H_{sc}^{P_{sc}}}{A_c E_c} \frac{s^*}{L_{v\tilde{a}o}} + \frac{1}{12} \left( \frac{8f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \right)^2 \left( 1 - \frac{12}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2} + \frac{24}{k^3 L_{v\tilde{a}o}^3} \tanh \frac{kL_{v\tilde{a}o}}{2} \right) \right] \\ & = P_{sc} \frac{8f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \left\{ \frac{1}{2} \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \left( 1 - \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \right) - \frac{1}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2 \sinh kL_{v\tilde{a}o}} \right. \\ & \quad \left. \times [\sinh kL_{v\tilde{a}o} - \sinh kc - \sinh k(L_{v\tilde{a}o} - c)] \right\} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Geralmente, para pontes de grandes vãos, a parcela  $kL_{v\tilde{a}o}$  assume valores bastante elevados, sendo que todos os valores que contêm esta parcela serão muito pequenos podendo, assim, numa primeira iteração ser negligenciados. Desta forma, a expressão simplifica-se assumindo a seguinte forma:

$$H_{sc}^{P_{sc}} = \frac{3}{4} P_{sc} \frac{1}{f_w} \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \left( 1 - \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \right) \quad (4.49)$$

No caso de que a carga  $P_{sc}$  estar aplicada a meio vão, a expressão acima descrita assume a seguinte forma:

$$H_{sc}^{P_{sc}} = \frac{3}{2} P_{sc} \frac{1}{8f_w} \quad (4.50)$$

O mesmo resultado é obtido para os valores de  $\Psi$  na equação (4.14), levando a que, quando omitidos todas as parcelas que contêm o parâmetro  $k$ , se obtenha a equação (4.48). Esta equação pode ser utilizada para determinar a linha de influência para  $H_{sc}^{P_{sc}}$ , só que é assumido que a carga  $P_{sc}$  é uma carga móvel que pode mover-se por toda a viga. Esta carga é assumida também com um valor muito reduzido o que leva a que  $H_{sc}^{P_{sc}}$  seja muito pequeno em comparação com  $H_{cp}$ , levando a que  $kl \approx \sqrt{H_{cp}/EI}$ , obtendo assim a seguinte expressão:

$$H_{sc} = P_{sc} \frac{8f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \frac{\frac{L_{v\tilde{a}o}}{2} \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \left( L_{v\tilde{a}o} - \frac{c}{L_{v\tilde{a}o}} \right) - \frac{\sinh kL_{v\tilde{a}o} - \sinh kc - \sinh k(L_{v\tilde{a}o} - c)}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2 L_{v\tilde{a}o}}}{\frac{H_{cp}}{A_c E_c} \frac{L}{L_{v\tilde{a}o}} + \frac{1}{12} \left( \frac{8f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \right)^2 \left( 1 - \frac{12}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2} + \frac{24}{k^3 L_{v\tilde{a}o}^3} \tanh \frac{kL_{v\tilde{a}o}}{2} \right)} \quad (4.51)$$

Desta equação, é possível perceber que o valor de  $H_{sc}^{P_{sc}}$  só é influenciado pela posição da carga  $P_{sc}$ , do parâmetro  $kL_{v\tilde{a}o}$ , de  $H_{cp}/A_c E_c$  e de  $f_w/L_{v\tilde{a}o}$ .

A linha de influência apresentada na Figura 4.7, foi obtida assumindo os valores de  $kL_{v\tilde{a}o} = 10$ ,  $H_{cp}/A_c E_c = 0,02$  e  $f_w/L_{v\tilde{a}o} = 0,1$  [9], esta linha de influência é para o caso de um cabo não flexível (traço interrompido) e para um cabo flexível (traço a cheio).

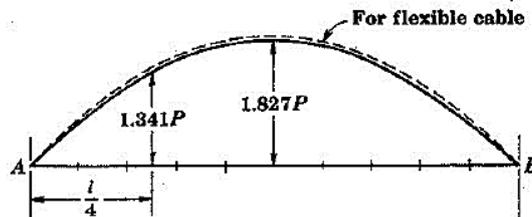


Figura 4.7 - Linha de influência para o impulso devido a Sobrecarga [10].

Após o cálculo do valor de  $H_{sc}^{P_{sc}}$ , é possível obter o deslocamento que esta carga produz (Figura 4.8)

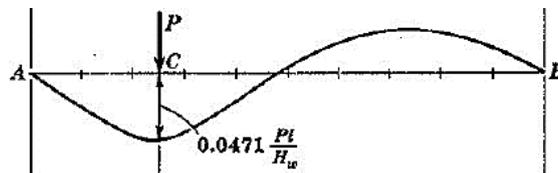


Figura 4.8 - Deslocamento produzido pela sobrecarga  $P_{sc}$  aplicada a  $0,75L_{v\tilde{a}o}$  [10].

Este deslocamento é obtido quando a carga é aplicada em  $0,75L_{v\tilde{a}o}$ . Visto que  $H_{sc}^{P_{sc}}$  pode ser ignorado quando comparado a  $H_{cp}$ , os deslocamentos tornam-se proporcionais à carga  $P_{sc}$ , sendo que o princípio da sobreposição se mantem. Da Figura 4.8 resulta o diagrama de momentos fletores, tal como é apresentado na Figura 4.9.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

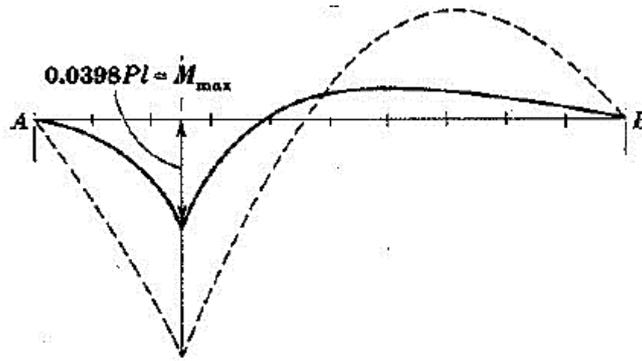


Figura 4.9 - Diagrama de momentos fletores [10].

Se for ignorada a parcela  $H_{sc}^{P_{sc}}$ , quando comparada com a carga  $H_{cp}$  a expressão (4.27) assume a forma:

$$M = M_{sc} - H_{sc}y - H_{cp}\eta \quad (4.52)$$

Os primeiros dois termos presentes no lado direito da equação representam o valor do momento fletor se não for considerada a introdução dos deslocamentos  $\eta$ , e a linha de influência destes termos é dada a traço interrompido na Figura 4.9. Assim, conclui-se que os deslocamentos devido a sobrecarga têm grande influência na obtenção dos momentos fletores na viga, pelo que não podem ser ignorados.

Há que notar que, na linha de influência usada para o cálculo do momento fletor, o aumento da tensão no cabo devido a sobrecarga não foi assumido. Desta forma, esta linha de influência apenas terá resultados admissíveis se a sobrecarga aplicada sobre a viga for muito reduzida. Quando esta carga não é pequena, a linha de influência só conduz a resultados satisfatórios para a localização onde a sobrecarga terá que se situar de forma a obterem-se os máximos valores de momento fletor.

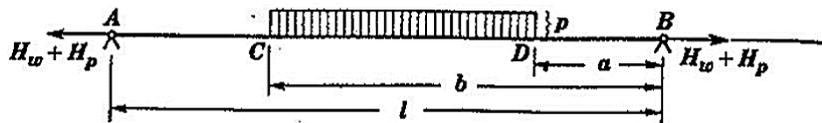


Figura 4.10 - Distribuição da sobrecarga uniforme  $p_{sc}$  sobre a viga [10].

Assumindo que a sobrecarga está distribuída de acordo com a Figura 4.10, a equação que permite o cálculo de  $H_{sc}^{P_{sc}}$  é semelhante àquela que era utilizada quando se encontrava uma carga pontual  $P_{sc}$ . Contudo, desta vez, a equação têm como elemento  $p_{sc}$  em vez de  $P_{sc}$  (Figura 4.6). Integrando a equação de  $c = a$  e de  $c = b$  obtém-se:

$$\begin{aligned}
 H_{sc}^{psc} & \left[ \frac{H_{cp} + H_{sc}^{psc}}{A_c E_c} \frac{s^*}{L_{v\tilde{a}o}} + \frac{1}{12} \left( \frac{8f_w}{L_{v\tilde{a}o}} \right)^2 \left( 1 - \frac{12}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2} + \frac{24}{k^3 L_{v\tilde{a}o}^3} \tanh \frac{kL_{v\tilde{a}o}}{2} \right) \right] \\
 & = 8f_w p_{sc} \left\{ \frac{3L_{v\tilde{a}o}(b^2 - a^2) - 2(b^3 - a^3)}{12L_{v\tilde{a}o}^3} \right. \\
 & \quad - \frac{1}{k^2 L_{v\tilde{a}o}^2} \left[ \frac{b - a}{L_{v\tilde{a}o}} \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{\cosh kb - \cosh ka + \cosh k(L_{v\tilde{a}o} - a) - \cosh k(L_{v\tilde{a}o} - b)}{kL_{v\tilde{a}o} \sinh kL_{v\tilde{a}o}} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

O valor de  $H_{sc}^{psc}$  pode então ser calculado utilizando várias aproximações desta equação. Estas aproximações fazem-se omitindo, numa primeira iteração, todos os termos que contêm  $k$ , bem como negligenciando a parcela  $H_{cp} + H_{sc}^{psc}/A_c E_c$ . Após a determinação deste primeiro valor de  $H_{sc}^{psc}$ , este é utilizado na obtenção do parâmetro  $k$  e assim sucessivamente, até que a precisão do valor de  $H_{sc}^{psc}$  seja a pretendida.

#### 4.4 Pré-dimensionamento de estruturas pelo processo de Steinman-Baker

Os resultados obtidos pela teoria elástica são eficientes para pontes com vãos pequenos e para estruturas com tabuleiros rígidos que limitam os deslocamentos. Os cálculos simples provenientes da teoria elástica são também mais rápidos e eficientes para um pré-dimensionamento. Contudo, existem formas e métodos que permitem obter valores mais próximos dos reais desde que utilizadas algumas correções nos valores obtidos. Tais correções dependem sobretudo da magnitude da carga permanente e da flexibilidade que a estrutura apresenta [2]. Estas correções irão aumentar com a componente horizontal  $H_{cp}$  e com o deslocamento originado na estrutura. Aumentam então com o tamanho do vão, com a carga permanente, e diminuem à medida que se aumenta a rigidez da estrutura  $EI$  e a flecha do cabo. Desta forma, D.B. Steinman definiu um parâmetro  $S$  que permite obter o factor de rigidez [2]. Este parâmetro é dado por:

$$S = \frac{1}{L_{v\tilde{a}o}} \sqrt{\frac{EI}{H_{cp}}} \tag{4.54}$$

Aliadas a esta expressão encontram-se os ábacos de Steinman-Baker (*Steinman-Baker Charts*) (Figura 4.11), que possibilitam obter a percentagem  $C$  que terá que ser aplicada aos esforços obtidos na teoria elástica. Este parâmetro irá dar a redução dos esforços para que estes estejam em conformidade com os esforços reais. Pode também ser denominado como *Flexibility factor* ou factor de flexibilidade, sendo que a redução irá aumentar para vãos longos e para carregamentos permanentes de grande magnitude.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

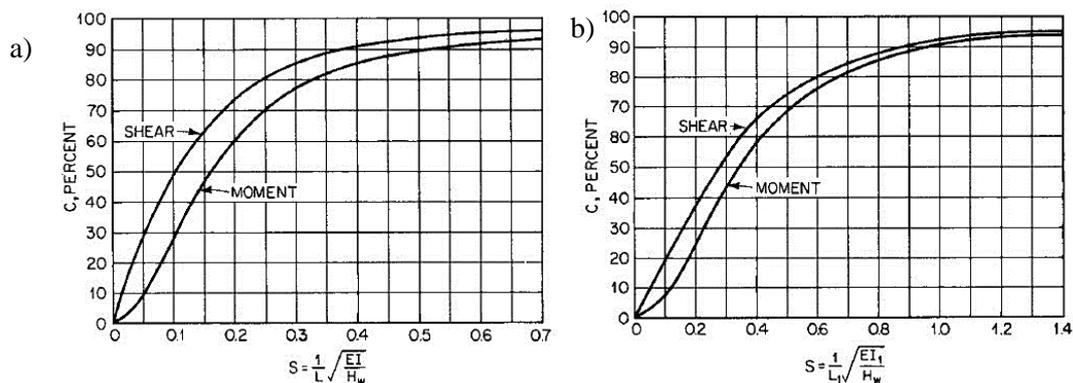


Figura 4.11 - Steinman-Baker charts. a) vão central b) vão lateral [2].

Estes ábacos têm como base as seguintes proporções: vão lateral cerca de metade do vão central, rácio de vão-flecha 0,1, momento de inércia  $I$  constante ao longo de todo o tabuleiro, tensão de dimensionamento do cabo de 552 MPa, módulo de elasticidade  $E$  de 200 GPa, rácio de carga permanente-sobrecarga de 3. Nesta análise não são considerados os efeitos de torção no tabuleiro, pelo que estes são analisados numa fase posterior do dimensionamento da ponte.

### 4.5 Pré-dimensionamento de estruturas pelo processo de Hardesty-Wessman

Hardesty e Wessman apresentaram uma forma, aproximada e praticamente empírica, para obter os valores de pré-dimensionamento de um cabo flexível baseando-se na distorção da estrutura.

Este método leva a obtenção dos momentos máximos a um quarto de vão e a meio vão da estrutura, a uma temperatura constante e serão baseados em dois passos importantes [2]:

- O Deslocamento  $\eta'$  de um cabo devido a uma sobrecarga para vários rácios de sobrecarga-carga permanente ou seja  $\frac{p_{sc}}{w}$  são obtidos pela Figura 4.12. Estes ábacos foram obtidas, para uma vasta gama de sobrecargas, sendo que para a sua obtenção foi assumido que o cabo não iria aumentar de tamanho e os topos das torres não iriam sofrer deslocamentos.

- As correções são então efetuadas adicionando a rigidez da viga (que irá reduzir o deslocamento  $\eta'$ ). O momento de inércia irá ser arbitrado sendo que irá ser corrigido mais tarde se necessário. Da equação (4.55) à equação (4.58) são utilizadas para estimar a força horizontal máxima presente no cabo  $H_{cp} + H_{sc}$ . Da equação (4.59) à equação (4.62) são utilizadas para determinar o momento fletor  $M_{total}$  induzido na viga, quando este é sujeito ao deslocamento  $\eta'$ .

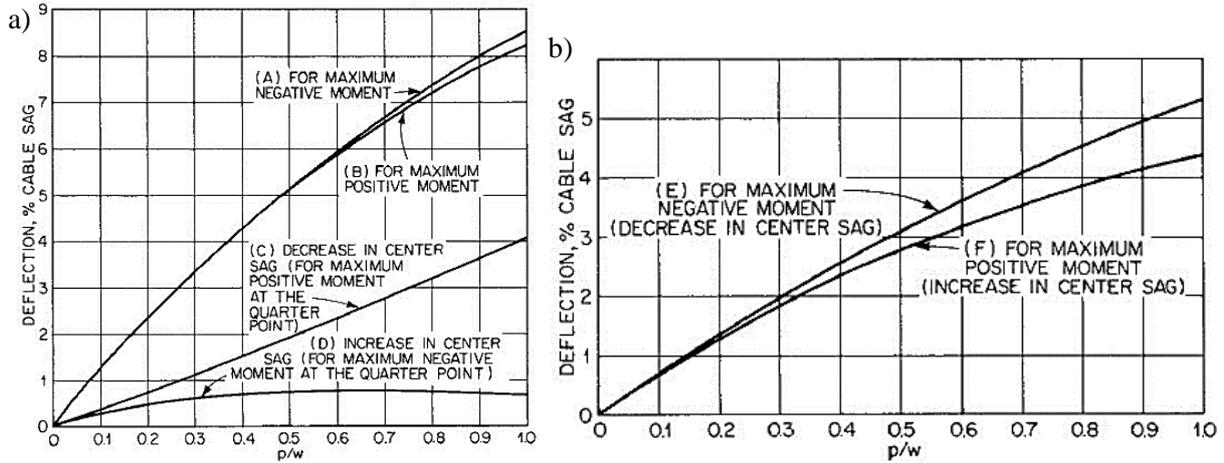


Figura 4.12 - Ábacos que levam à obtenção dos deslocamentos de um cabo flexível devido a uma carga parcial, a) Máximo deslocamento a um quarto de vão; b) Deslocamento a meio vão [2].

O momento máximo positivo a um quarto de vão, com a atuação de uma sobrecarga distribuída uniforme, a uma distância dos apoios de  $0,4L_{vão}$  onde  $L_{vão}$  é o vão central é obtido pela seguinte equação

$$H_{cp} + H_{sc} = \frac{1}{f_w + n_c} (0,125wL_{vão}^2 + 0,040p_{sc}L_{vão}^2) \quad (4.55)$$

O momento máximo negativo a um quarto de vão quando a sobrecarga distribuída uniforme está aplicada na direção contrária a gravidade distribuída ao longo de uma distância  $0,6L$  é obtida pela seguinte expressão.

$$H_{cp} + H_{sc} = \frac{1}{f_w + n_c} (0,125wL_{vão}^2 + 0,085p_{sc}L_{vão}^2) \quad (4.56)$$

O momento máximo positivo no centro do vão com a carga permanente distribuída ao longo de uma distancia de  $0,3L$  é dado pela seguinte expressão.

$$H_{cp} + H_{sc} = \frac{1}{f_w + n_c} (0,125wL_{vão}^2 + 0,0638p_{sc}L_{vão}^2) \quad (4.57)$$

Momento máximo negativo no centro devido a uma sobrecarga distribuída numa distância  $0,35L$  de cada apoio.

$$H_{cp} + H_{sc} = \frac{1}{f_w + n_c} (0,125wL_{vão}^2 + 0,0613p_{sc}L_{vão}^2) \quad (4.58)$$

Em cada uma das equações, a parcela que está contida entre parenteses corresponde ao momento fletor no centro de uma barra bi-apoiada devido a carga permanente, e uma sobrecarga distribuída em parte do vão. Os deslocamentos são positivos quando esta carga é aplicada no sentido da gravidade e negativos quando contrário.

Visto que  $H_{cp} = wL_{vão}^2/8f_w$  é conhecido, estas equações levam a que seja necessário efetuar várias iterações de forma a ser possível obter o valor de  $H_{sc}$ . Deste modo o máximo momento fletor positivo a quarto de pontos é obtido pela seguinte equação.

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

$$M_{total} = 47 \frac{EI\eta'}{L_{vão}^2} \quad (4.59)$$

O máximo momento negativo a um quarto de vão é dado pela seguinte equação

$$M_{total} = 43 \frac{EI\eta'}{L_{vão}^2} \quad (4.60)$$

O máximo momento positivo a meio do vão é dado pela seguinte equação.

$$M_{total} = 65,8 \frac{EI\eta'}{L_{vão}^2} \quad (4.61)$$

O máximo momento negativo no centro é dado pela seguinte equação

$$M_{total} = 59,2 \frac{EI\eta'}{L_{vão}^2} \quad (4.62)$$

Como existe alguma interação entre o cabo e a viga, e como a viga não é de rigidez infinita nem flexibilidade infinita, a introdução da viga irá provocar uma redução no deslocamento que a viga terá.

Deste modo o momento fletor é reduzido para:

$$M = M_{total} \frac{(H_{cp} + H_{sc})\eta'}{M_{total} + (H_{cp} + H_{sc})\eta'} \quad (4.63)$$

Sendo que o deslocamento é então reduzido a:

$$\eta = \eta' \frac{(H_{cp} + H_{sc})\eta'}{M_{total} + (H_{cp} + H_{sc})\eta'} \quad (4.64)$$

Podem também ser introduzidas melhorias neste método, devido ao aumento do comprimento do cabo e de introdução de temperatura, contudo tais melhorias não serão abordadas nesta dissertação.

### 4.6 Sobrecargas

Para definir as sobrecargas a utilizar no dimensionamento de uma ponte suspensa, é necessário consultar o Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes (RSA). Para uma estrutura como uma ponte suspensa, o artigo 42 ° define as sobrecargas. Neste artigo encontram-se descritos dois tipos de sobrecargas, estando cada uma delas subdivididas em duas classes. A escolha da classe a que a estrutura pertence é de grande importância, pois é esta que define o tipo de carga que irá solicitar a estrutura. Deste modo, as classes podem ser definidas da seguinte forma:

- Classe I – Classe referente a tráfego pesado;
- Classe II – Classe referente a tráfego ligeiro;

Dentro de cada classe, irá gerar-se dois grupos de sobrecargas distintos, o primeiro, é referente a uma sobrecarga provocada por um veículo tipo (Figura 4.13), que será constituído por três eixos equidistantes, cada um contendo duas rodas. A sobrecarga que este veículo produz, traduz-se numa

carga pontual  $Q$  aplicada por cada roda à estrutura, sendo que a disposição geométrica deste veículo é a apresentada na seguinte figura.

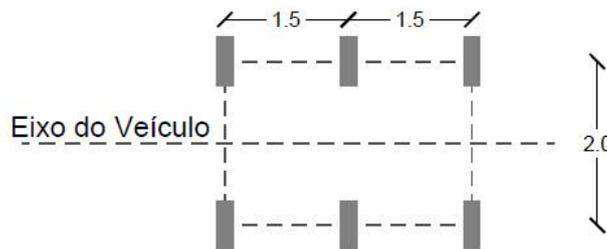


Figura 4.13 – Veículo Tipo apresentado no RSA, adaptado de [13].

A sobrecarga transmitida ao tabuleiro da ponte por este veículo tipo é efetuada através da superfície de contacto das rodas de dimensões  $a \times b$ . Desta forma e, dependendo do tipo de classe ao qual a estrutura está inserida, a carga  $Q$  e os parâmetros geométricos das rodas  $a$  e  $b$  tomam os seguintes valores:

- Para Classe I:  $Q = 100 \text{ kN}$ ;  $a = 0.20 \text{ m}$  e  $b = 0.60 \text{ m}$
- Para Classe II:  $q_1 = 3 \text{ kN/m}^2$ ;  $q_2 = 30 \text{ kN/m}$

Neste grupo é possível notar que, aquando a utilização de uma estrutura de Classe II, as cargas a utilizar são denominadas como sendo  $q_1$  e  $q_2$ . Estas cargas são referentes a uma carga distribuída e uma carga linear, sendo correspondentes às sobrecargas provocadas pelo veículo tipo.

O segundo conjunto de sobrecargas assume que a estrutura é solicitada por duas cargas distintas, mas com atuação simultânea. Estas são referentes a uma carga distribuída  $q_1$  e uma carga linear  $q_2$ . As cargas aplicadas podem assumir valores diferentes dependendo do tipo de classe a que a estrutura está inserida. Deste modo, as cargas a aplicar dependendo da classe são:

- Para Classe I:  $q_1 = 4 \text{ kN/m}^2$ ;  $q_2 = 50 \text{ kN/m}$ ;
- Para Classe II:  $q_1 = 3 \text{ kN/m}^2$ ;  $q_2 = 30 \text{ kN/m}$ ;

De forma a determinar a classe à qual as estruturas que irão ser abordadas nesta dissertação pertencem, é necessário analisar atentamente a alínea 41.4 do artigo 41.º.

*“Para efeitos de aplicação do estipulado em 41.1, devem ser consideradas como pertencentes à classe I as pontes que servem vias de comunicação suscetíveis de terem tráfego intenso ou pesado, nomeadamente estradas nacionais, vias urbanas e certas estradas municipais e florestais; na classe II devem incluir-se as pontes situadas em vias de comunicação com tráfego ligeiro e pouco intenso, que é o caso dos caminhos e passagens agrícolas e de certas estradas municipais e florestais.” [13]*

Sendo uma ponte suspensa uma estrutura geralmente dotada de características especiais, onde o custo e o propósito que serve é na grande maioria dos casos de extrema importância, consideram-se

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

então, aplicadas todas as sobrecargas pertencentes à Classe I corresponde ao carregamento mais gravoso que poderá estar presente na estrutura.

No regulamento encontram-se também definidas outros tipos de ações, tais como a força centrífuga (Artigo 42.º), forças de frenagem (Artigo 43.º), ações em passeios, guardas e guarda-rodas (Artigo 44.º) e ação do vento sobre os veículos (Artigo 45.º), estas não serão aqui consideradas.

### 4.7 Pré-dimensionamento de elementos estruturais

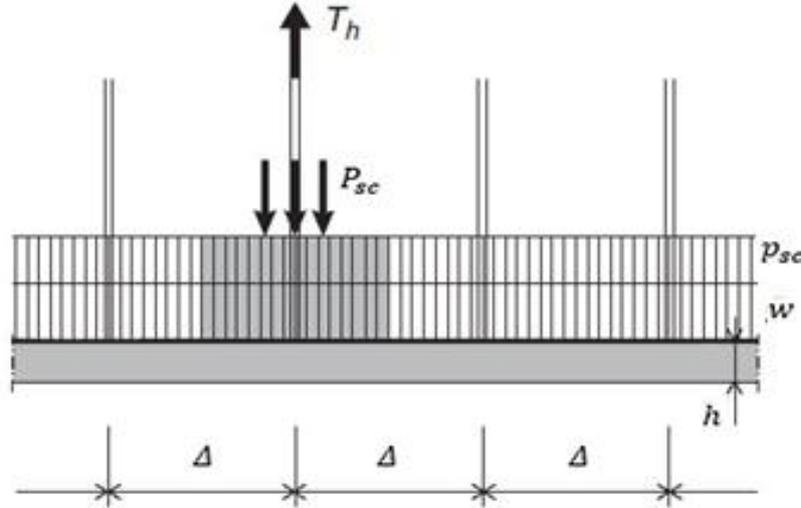
Para serem obtidas as ações provocadas pelas sobrecargas no pré-dimensionamento, é preciso numa primeira fase proceder-se ao dimensionamento dos elementos estruturais presentes numa ponte suspensa. Este dimensionamento recai sobre os parâmetros geométricos que cada elemento estrutural irá conter, podendo mais tarde serem utilizados no pré-dimensionamento das ações provocadas pela sobrecarga. Deste modo, esta secção irá abordar os pendurais e os cabos.

#### • Pendural

O dimensionamento dos pendurais, requer numa fase inicial, a determinação de uma estimativa preliminar da força que transita do tabuleiro para o cabo. Sendo o pendural o elemento intermédio de ligação entre estes dois elementos, a sua geometria assume grande importância. Um dimensionamento inadequado deste elemento poderá levar à rotura, retirando assim estabilidade à estrutura podendo provocar colapso.

Se esta força for provocada por uma carga distribuída, esta irá ser a que está contida no espaçamento entre pendurais  $\Delta$ . Se a carga aplicada for uma carga pontual  $P_{sc}$ , esta pode ser transformada numa carga uniforme, distribuída ao longo de uma distância trinta vezes superior à altura do tabuleiro (Figura 4.14).

As aproximações aqui apresentadas são muito grosseiras face aos valores que no final de projeto se esperam obter. Contudo, são as aproximações necessárias à obtenção de uma primeira geometria para o pendural.



**Figura 4.14** – Distribuição de forças no tabuleiro para o pré-dimensionamento da geometria do pendural [4].

Assim, é possível perceber que a força absorvida pelo pendural, assumindo a ação de todas as cargas sobre o tabuleiro, pode ser obtida recorrendo à equação:

$$T_h = (w + p_{sc})\Delta + P_{sc} \frac{\Delta}{30h} \quad (4.65)$$

onde  $T_h$  é a força instalada no pendural devido ao conjunto de cargas contidas no tabuleiro. Esta expressão pode posteriormente ser simplificada se alguma destas cargas não estiver a ser implementada sobre a estrutura, sendo que, quando a única carga atuante é uma carga distribuída seja ela sobrecarga ou carga permanente, a equação acima reduz-se à expressão:

$$T_h = (w + p_{sc})\Delta \quad (4.66)$$

Considerando uma carga unitária pontual, a equação (4.65) assume a forma:

$$T_h = P_{sc} \frac{\Delta}{30h} \quad (4.67)$$

Admitindo que a tensão de cedência do pendural é a tensão de cedência do aço ( $f_{cbd}$ ), obtém-se a área da secção transversal do pendural ( $A_h$ ). Esta resulta da divisão da força presente no pendural ( $T_h$ ) pela tensão de cedência do aço ( $f_{cbd}$ ) e determina-se a equação que permite obter a área da secção transversal de um pendural:

$$A_h = \frac{T_h}{f_{cbd}} = \frac{(w + p_{sc} + \frac{P_{sc}}{30h})\Delta}{f_{cbd}} \quad (4.68)$$

Admitindo que os pendurais têm uma secção circular, o diâmetro desta secção pode ser obtido recorrendo à expressão:

$$D_h = \sqrt{\frac{4A_h}{\pi}} \quad (4.69)$$

O diâmetro do pendural ( $D_h$ ) é então determinado, tendo em conta o conjunto de cargas atuantes presentes na estrutura. Contudo, pode também proceder-se ao dimensionamento inverso do cabo,

## ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS

escolhendo a secção do mesmo e calculando a ação ( $T_h$ ), obtendo a tensão de cedência, ou seja, efetua-se um pré-dimensionamento condicionado à escolha do material constituinte.

### • Cabo

O pré-dimensionamento da secção transversal do cabo principal é efetuado em duas fases. Uma primeira, onde se obtêm as reações provenientes de elementos estruturais devidas às cargas atuantes e sobrecargas (presentes no tabuleiro e peso próprio do mesmo, ignorando o peso próprio dos pendurais, por ser muito inferior ao dos restantes elementos) e uma segunda fase onde estas reações são usadas para se obter a área ideal do cabo de forma a resistir às ações atuantes. Há que ter em conta que de forma a evitar problemas de fadiga, a tensão máxima que é utilizada nos cabos é de 200 MPa.

Na primeira fase é necessário determinar duas forças: a força axial máxima presente no cabo ( $T_m$ ) e o impulso horizontal ( $H_m$ ) (Figura 4.15).

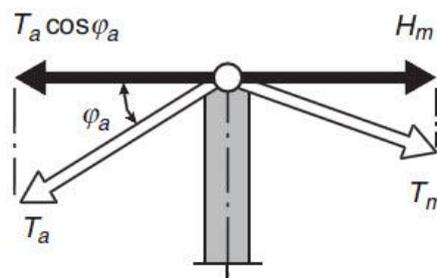


Figura 4.15 – Equilíbrio de forças presente no cabo no topo da torre [4].

A força  $H_{cp}$  é calculada considerando que, tanto as cargas permanentes  $w$  devido ao peso próprio dos elementos estruturais, como as sobrecargas  $p_{sc}$  e  $P_{sc}$  devidas ao tráfego, são aplicadas ao tabuleiro.

Para a obtenção da tensão máxima presente no cabo ( $T_m$ ) é necessário considerar o peso próprio do cabo principal (Figura 4.16). Esta parcela denominada por  $g_{cb}$  está apresentada no modelo de carregamento utilizado para a determinação das parcelas  $T_h$  e  $T_m$ .

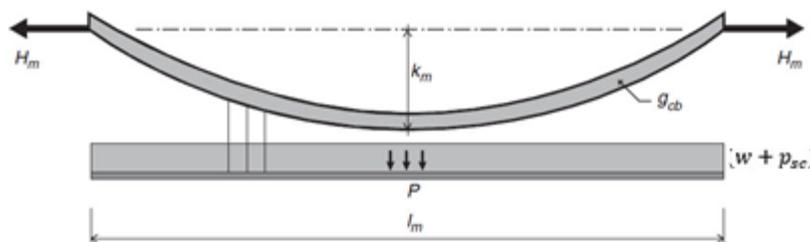


Figura 4.16 - Modelo de carregamento utilizado na obtenção dos esforços apresentados [4].

Nesta figura estão representados todos os esforços atuantes necessários para a obtenção do pré-dimensionamento da área do cabo. A partir das equações de equilíbrio é possível então determinar a equação que permite calcular a força horizontal presente no cabo principal:

$$H_{total} = \frac{(w + p_{sc})L_{v\tilde{a}o}^2 + 2P_{sc}L_{v\tilde{a}o}}{8f_w} + \frac{g_{cb}l_m^2}{8k_m} \quad (4.70)$$

Segundo [4], a força máxima de um cabo principal pode ser obtida por:

$$T_m = H_{total} \frac{\sqrt{(L_{v\tilde{a}o}^2 + 16f_w^2)}}{L_{v\tilde{a}o}} \quad (4.71)$$

Introduzindo a equação (4.70) na equação (4.71) e resolvendo-a, deduz-se a expressão simplificada para a obtenção da força máxima de tensão atuante no cabo:

$$T_m = [(w + p_{sc})L_{v\tilde{a}o} + 2P_{sc} + g_{cb}L_{v\tilde{a}o}] \frac{\sqrt{L_{v\tilde{a}o}^2 + 16f_w^2}}{8f_w} \quad (4.72)$$

A equação (4.72) considera que o perfil existente no cabo é parabólico, sendo que não consideram-se as deformações que a estrutura sofre devido à atuação de sobrecargas.

Transformando a força máxima no cabo  $T_m$  em  $A_c f_{cbd}$  e o peso próprio do cabo em  $g_{cb}$  em  $A_c \gamma_{cb}$ , onde  $A_c$  representa a área do cabo e  $\gamma_{cb}$  a densidade do material constituinte do cabo, obtém-se a expressão que permite calcular a área do cabo que resista às ações atuantes:

$$A_c = \frac{[(w + p_{sc})L_{v\tilde{a}o} + 2P_{sc}] \sqrt{L_{v\tilde{a}o}^2 + 16f_w^2}}{8f_{cbd}f_w - \gamma_{cb}L_{v\tilde{a}o} \sqrt{L_{v\tilde{a}o}^2 + 16f_w^2}} \quad (4.73)$$

e o diâmetro correspondente a esta área, este diâmetro  $D_c$ , é obtido pela expressão:

$$D_c = \sqrt{\frac{4A_c}{\pi}} \quad (4.74)$$

O diâmetro dos cabos laterais, recorre à máxima tensão  $T_a$  no vão lateral como mostrado na Figura 4.15, calculado por:

$$T_a = \frac{H_{total}}{\cos \varphi_a} \quad (4.75)$$

onde  $\varphi_a$  é o ângulo que o cabo faz com uma reta tangente ao ponto onde este se situa, desta forma a área do cabo lateral é obtida através da expressão:

$$A_a = \frac{T_a}{f_{cbd}} \quad (4.76)$$

Aplicando a equação (4.75) na equação (4.76) determina-se a seguinte expressão:

$$A_a = \frac{H_m}{f_{cbd} \cos \varphi_a} \quad (4.77)$$

Nesta situação pode também encontrar-se o diâmetro do cabo à qual corresponde esta área, efetuando uma expressão análoga à equação (4.74).

A área que irá ser adotada para o cabo, terá que ser a maior área obtida entre a equação (4.73) e (4.77) para que seja possível uniformizar toda a secção do cabo.

## **ANÁLISE DE PONTES SUSPENSAS**

Relembra-se que a secção que é obtida desta forma é sobredimensionada, pois é admitido que todo o carregamento (cargas permanentes + sobrecargas) são transmitidas na totalidade para o cabo. Tal facto não se comprova sendo que existe uma parte da sobrecarga que é transmitida para a viga.

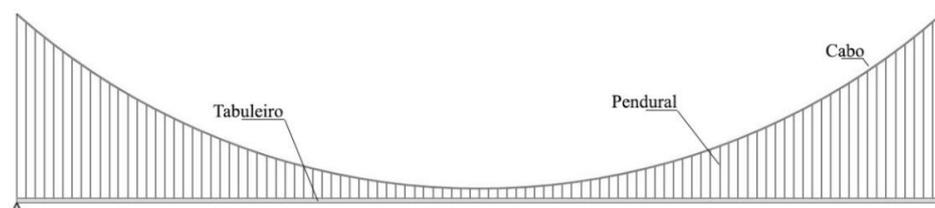
## 5 METODOLOGIA PROPOSTA

Os métodos de pré-dimensionamento apresentados anteriormente são morosos se forem executados com o intuito de um pré-dimensionamento rápido. Estes, para além de exigirem uma especial atenção por parte do engenheiro projetista, são muitas vezes pouco intuitivos, levando à ocorrência de erros. A tendência imposta durante o último século com a implementação de recursos computacionais, levou a que as teorias clássicas tenham perdido a importância que outrora tinham. Contudo estas continuam a ser importantes quando é necessário perceber com mais facilidade o comportamento da estrutura [14]. Deste modo, é proposto uma nova metodologia simplificada de obtenção de esforços de pré-dimensionamento.

Os esforços que são obtidos por este método são o momento fletor na viga a meio vão e o impulso horizontal no cabo. Geralmente, é considerado que o cabo é o meio que absorve toda a carga presente na estrutura. Este facto não é verdade, sendo que é necessário prever a carga que estará presente na viga para que se possam dimensionar os elementos (cordas, diagonais etc...) tendo em conta a rotura ou deformação que a existência desta carga leva. Desta forma, é importante obter o momento fletor existente na viga. O impulso horizontal no cabo permite o dimensionamento do mesmo, tanto na ligação ao topo da torre, como na secção transversal. Este impulso, não é sobredimensionado, desta forma, os resultados obtidos, pretendem estar mais próximos dos resultados reais obtidos por via numérica.

A metodologia proposta pode ser dividida em duas partes: uma onde serão obtidos os esforços de pré-dimensionamento devidos à atuação de cargas distribuídas e outra onde serão determinados os esforços devido às sobrecargas pontuais. Nesta análise, consideram-se as seguintes propriedades geométricas: o comprimento do vão central  $L_{vão}$ , a altura da deformação provocada pelo carregamento permanente, ou seja a flecha  $f_w$ , a área da secção transversal do cabo principal  $A_c$  e a inércia da viga constituinte do tabuleiro  $I_v$ .

Admite-se ainda que a atuação das cargas permanentes já está presente na estrutura, ou seja, esta apresenta a deformação relativa ao carregamento permanente. Deste modo a estrutura assume o perfil apresentado na Figura 5.1. Onde o cabo principal já assume o perfil parabólico, refletindo que o carregamento permanente por ele suportado é superior ao seu peso próprio.



**Figura 5.1** - Modelo de cálculo de uma ponte suspensa.

Assume-se também que os pendurais são elementos rígidos e sem peso, logo, a sua contribuição não está presente de uma forma direta na análise. Indiretamente, estes elementos ao serem demasiado

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

rígidos, (indeformáveis), levam a que a deformação que irá ser causada pela atuação das diferentes sobrecargas venha a ter um impacto semelhante tanto no cabo como na viga. São também considerados os parâmetros materiais dos elementos estruturais, estes são representados pelos módulos de elasticidade de cada material respetivamente para o cabo e para a viga,  $E_c$  e  $E_v$

A estrutura é considerada como sendo bi-apoiada, tanto a nível da viga como a nível do cabo, estas serão as condições de apoio presentes na estrutura. Ambos os métodos irão permitir a determinação de alguns esforços de dimensionamento, esses são o impulso no cabo ( $H$ ) e o momento fletor a meio vão ( $M$ ), determinadas recorrendo a diversas expressões.

Cada parte desta metodologia irá centrar-se numa teoria específica, assim, cada secção deste capítulo irá ser constituída por uma breve introdução teórica seguida da formulação da abordagem que terá que ser utilizada.

### 5.1 Sobrecargas Distribuídas

De forma a serem obtidas as ações presentes na estrutura quando submetida uma carga distribuída  $q_1$  sobre todo o vão, o método simplificado sugere que seja determinada a quantidade de sobrecarga que é realmente transmitida a cada um dos elementos estruturais, cabo e viga. Este método poderia ser denominado como método do Rácio de Cargas, pois baseia-se na quantidade de carga que cada elemento absorve, onde a quantidade é medida pela rigidificação de cada elemento estrutural. Esta metodologia de rácio de cargas, procura uma solução equilibrada tal que o deslocamento do cabo e da viga a meio vão sejam idênticos.

O método considera três fases. A primeira fase necessita que seja determinado o deslocamento em cada um dos elementos principais da estrutura, o deslocamento a meio vão do cabo e o deslocamento a meio vão da viga. A segunda fase requer a obtenção da rigidez de cada um destes elementos, sendo que esta irá ser posteriormente relacionada de forma a ser definida a quantidade de carga que cada elemento irá absorver. Na terceira fase são obtidos os valores dos esforços de pré-dimensionamento recorrendo a expressões analíticas.

Este método recorre ao modelo apresentado na Figura 5.1, considerando-se que sobre este modelo atuará uma sobrecarga uniforme distribuída ao longo de todo o vão  $S_u$ . Esta carga é calculada efetuando a transformação da carga  $q_1$  numa carga uniforme distribuída ao longo da viga:

$$S_u = q_1 \times L_t \quad (5.1)$$

em que  $L_t$  representa a largura do tabuleiro, onde atua a sobrecarga uniforme.

O modelo assumido na utilização deste método é clássico, como pode ser observado pela seguinte citação.

*“The so-called deflection theory of the suspension bridge considers the bridge structure as a combination of a string (the suspension cable) and a beam (the bridge truss)” [10].*

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Esta afirmação demonstra que o modelo utilizado tem em conta a teoria de deslocamentos de pontes suspensas. Desta forma, é possível determinarem-se os deslocamentos das estruturas tendo em conta esta teoria, algo que irá ser útil quando a realização deste método, pois é possível utilizar as expressões analíticas para a obtenção dos deslocamentos do cabo num qualquer ponto da estrutura.

O deslocamento da viga a meio vão, pode ser obtido pelas expressões que irão ser apresentadas mais a frente.

Com estes deslocamentos será possível calcular a rigidez dos elementos. Considerando que os deslocamentos são obtidos pela introdução de uma carga unitária sobre a estrutura, estes deslocamentos são de valor igual à flexibilidade do elemento. Desta forma, o cálculo da rigidez torna-se direto, sendo unicamente necessário proceder à inversão da flexibilidade obtida por este método.

Finalmente, a terceira etapa prende-se com a determinação do rácio de carga que vai para cada elemento. Esta carga é unicamente efetuada seguindo as seguintes expressões:

$$SC_c = \frac{K_c SC_{total}}{K_c + K_v} \quad (5.2)$$

$$SC_v = \frac{K_v SC_{total}}{K_c + K_v} \quad (5.3)$$

As expressões (5.2) e (5.3) têm embutidos diversos parâmetros,  $SC_c$  que representa o valor da sobrecarga uniforme que é transmitida para o cabo.  $SC_v$  a sobrecarga uniforme que é transmitida para a viga,  $K_c$  a rigidez do cabo,  $K_v$  a rigidez da viga e  $SC_{total}$  é a sobrecarga total aplicada na estrutura.

Conhecidos os valores das cargas atuantes em cada elemento, serão então aplicadas as equações para a obtenção dos esforços de pré-dimensionamento. Assim, na análise de cargas distribuídas, é assumido numa primeira fase que a carga uniforme é aplicada na sua totalidade sobre o tabuleiro. No entanto tal facto não é verdade, pois este tipo de cargas são geralmente absorvidas na sua quase totalidade pelos cabos principais, sendo que é então pretendido perceber, quanto da carga é que atua em cada elemento.

Visto que se pretendem calcular as ações de pré-dimensionamento da estrutura, a sobrecarga uniforme é então considerada aplicada sobre todo o vão central (Figura 5.2).

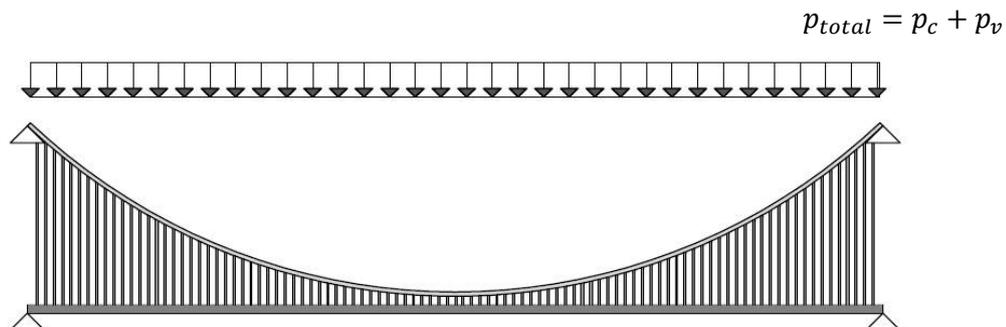
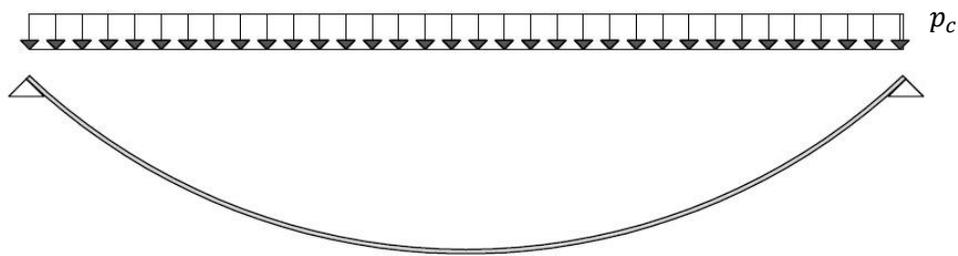


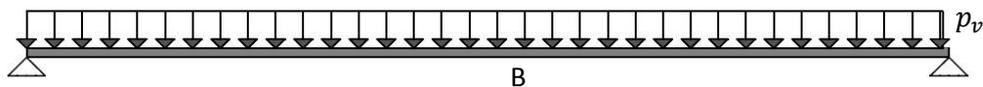
Figura 5.2 - Modelo bidimensional atuando uma sobrecarga uniforme  $p_{total}$ .

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

Neste modelo a carga presente é a carga total  $p_{total}$  equivale à carga  $S_u$ , que irá ser distribuída em toda a estrutura. Contudo, para a obtenção dos deslocamentos/rigidezes de cada elemento estrutural é necessário dividir-se a estrutura em dois submodelos. Esta divisão torna-se possível devido ao facto de que, quando carregada, os deslocamentos no cabo serão iguais aos deslocamentos que serão originados na viga. Desta forma partindo a estrutura e considerando que os modelos se comportam de forma independente, a estrutura pode então ser dividida: um modelo de um cabo bi-apoiado sujeito a uma sobrecarga uniforme  $p_c$  (Figura 5.3) e um modelo de uma viga bi-apoiada também esta sujeita a uma sobrecarga uniforme  $p_v$  (Figura 5.4).

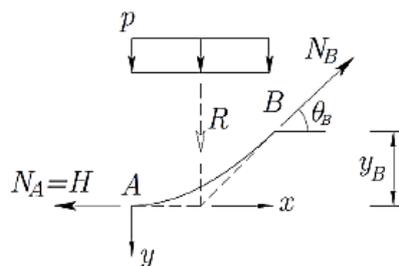


**Figura 5.3** - Modelo estrutural do cabo sujeito a uma sobrecarga uniformemente distribuída  $p_c$ .



**Figura 5.4** - Modelo estrutural da viga bi-apoiada sujeita a uma sobrecarga uniformemente distribuída  $p_v$ .

Observando a Figura 5.3 e a Figura 5.4 é possível deduzir diretamente os esforços de pré-dimensionamento de cada uma destas secções, através do equilíbrio estático destes elementos. Desta forma, o valor do impulso máximo no cabo  $H_{sc}^p$ , é possível ser obtido simplificando a Figura 5.3 recorrendo então à simetria da estrutura.



**Figura 5.5** - Modelo Simétrico do cabo carregado [15].

A partir da Figura 5.5, é possível obter o impulso horizontal máximo presente no cabo, relacionando o equilíbrio dos esforços horizontais e o somatório de momentos fletores no ponto B:

$$H_{sc}^p = \frac{pL_{vão}^2}{8f_w} \quad (5.4)$$

Onde  $H_{sc}^p$  representa a tensão máxima horizontal no cabo,  $p$  o carregamento distribuído por unidade de comprimento,  $L_{vão}$  o comprimento total do vão e  $f_w$  a flecha do cabo. Há que notar que,

esta expressão não considera ainda a quantidade de sobrecarga transmitida para o cabo, sendo que é apenas a demonstração da equação que irá ser utilizada mais a frente para a obtenção do impulso.

O momento máximo a meio vão pode ser obtido, utilizando o equilíbrio de forças. Tendo em conta o modelo de viga bi-apoiada apresentado na Figura 5.4 e quebrando este modelo no ponto B, é obtido então o conjunto de forças apresentado na Figura 5.6.

Num primeiro cálculo, é possível observar que a reação vertical presente no apoio irá ser metade da carga distribuída ao longo do vão. Desta forma, e efetuando o somatório de forças verticais, rapidamente se obtém o valor das cargas verticais no apoio:  $R_{\text{apoi}}^v = pL_{\text{vão}}/2$ .

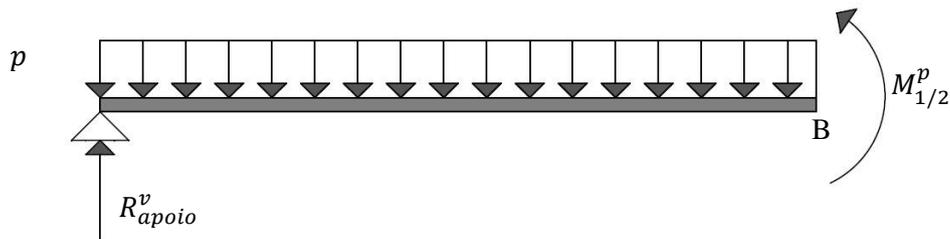


Figura 5.6 - Modelo de cálculo de uma viga bi-apoiada com uma libertação a meio vão.

Tendo o valor dos esforços verticais aplicados nos apoios, e efetuando a quebra da estrutura no ponto B, é possível então, identificar o aparecimento do valor do momento fletor a meio vão  $M_{1/2}^p$ , considerando agora a Figura 5.6, e efetuando o somatório de momentos fletores no ponto B, é obtida a expressão que permite o cálculo do valor do momento fletor a meio vão:

$$M_B = \frac{pL_{\text{vão}}^2}{8} \quad (5.5)$$

As equações anteriores são utilizadas para obter os valores de pré-dimensionamento dos esforços quando a estrutura é sujeita a uma sobrecarga uniforme.

O objetivo deste método é quantificar a quantidade de carga que é transmitida para o cabo e a quantidade desta carga que é transmitida para a viga. Assim sendo é necessário proceder-se à obtenção destes carregamentos.

Tendo em conta que serão obtidos dois valores de pré-dimensionamento, impulso horizontal presente no cabo e o momento fletor presente na viga, os carregamentos que estarão presentes em cada um destes elementos serão os seguintes:

- Cabo – Impulso horizontal no cabo, determinado pela carga presente no cabo  $p_c$ ;
- Viga – Momento máximo a meio vão, obtido pela carga presente na viga  $p_v$ ;

De forma a serem calculados estes carregamentos, é então necessário determinar o valor dos deslocamentos de cada um destes elementos quando carregados por uma carga unitária distribuída ao longo de todo o vão  $\bar{p}$ .

Para a obtenção do deslocamento a meio vão no cabo devido a uma sobrecarga, recorre-se à equação (3.8), em que a parcela  $H_{sc}/H_{cp}$  irá ser considerada como sendo nula (como anteriormente

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

explicado no capítulo 4) e o parâmetro  $H$  irá ser o valor do impulso presente no cabo devido a uma carga unitária, dando origem à seguinte equação:

$$\delta_c^p = \frac{(16f_w^2 + 3L_{v\tilde{a}o}^2)L_{v\tilde{a}o}^2\bar{p}}{128A_cE_c f_w^2} \quad (5.6)$$

em que  $\delta_c^p$  é o deslocamento a meio vão do cabo, devido a uma sobrecarga unitária uniforme. Observando-se o parâmetro  $\bar{p}$  têm que ser considerado como unitário, pois, só assim o deslocamento é equivalente à flexibilidade.

De forma a ser calculada a rigidez do cabo, é necessário inverter a flexibilidade. Tendo em conta que a flexibilidade do cabo é igual ao deslocamento do mesmo quando sujeito a uma sobrecarga unitária uniforme. A rigidez do cabo  $K_c^p$  pode ser assim obtida através da seguinte expressão:

$$K_c^p = \frac{1}{\delta_c^p} \quad (5.7)$$

Quando na equação (5.7) é introduzida a equação (5.6), é obtida então a seguinte expressão para a determinação da rigidez do cabo devido a uma sobrecarga uniforme unitária:

$$K_c^p = \frac{8A_cE_c f_w^2}{(f_w^2 + 0.1875L_{v\tilde{a}o}^2)L_{v\tilde{a}o}^2\bar{p}} \quad (5.8)$$

Para a obtenção da rigidez da viga, é necessário recorrer à equação (5.9), que permite obter o deslocamento a meio vão, de uma viga bi-apoiada, quando carregada por uma carga uniforme distribuída unitária:

$$\delta_v^p = \frac{5}{384} \times \frac{\bar{p}L_{v\tilde{a}o}^4}{E_v I_v} \quad (5.9)$$

Desta equação, considerando novamente que o parâmetro  $\bar{p}$  é unitário, obtém-se a flexibilidade da viga, cujo seu inverso dá a rigidez da viga  $K_v^p$ :

$$K_v^p = \frac{1}{\delta_v^p} \quad (5.10)$$

Analogamente ao efetuado no cabo, a rigidez da viga pode ser obtida invertendo o deslocamento:

$$K_v^p = \frac{384E_v I_v}{5L_{v\tilde{a}o}^4\bar{p}} \quad (5.11)$$

A obtenção de ambas as rigidezes dos elementos, possibilita a determinação do rácio de carga, ou seja o valor real da carga que é transmitida para cada elemento e recorrendo as equações (5.2) e (5.3).

Realizando uma simplificação destas equações, inserindo sobre elas as equações obtidas durante a realização deste trabalho, resultam as seguintes expressões para a determinação da sobrecarga

uniforme distribuída que vai ser transmitida para o cabo  $p_c$  e a quantidade de sobrecarga que vai ser transmitida para a viga  $p_v$ :

$$p_c = \frac{5f_w^2 L_{v\grave{a}o}^2 A_c E_c}{f_w^2 (5L_{v\grave{a}o}^2 A_c E_c + 48E_v I_v) + 9.375 \times 10^{-14} L_{v\grave{a}o}^2 (L_{v\grave{a}o}^2 A_c E_c + 9.6 \times 10^{13} E_v I_v)} \times p_{total} \quad (5.12)$$

$$p_v = \frac{0.125(f_w^2 + 0.1875L_{v\grave{a}o}^2)(284E_v + I_v)}{f_w^2 (5L_{v\grave{a}o}^2 A_c E_c + 48E_v I_v) + 9.375 \times 10^{-14} L_{v\grave{a}o}^2 (L_{v\grave{a}o}^2 A_c E_c + 9.6 \times 10^{13} E_v I_v)} \times p_{total} \quad (5.13)$$

Nestas expressões,  $p_c$  é a sobrecarga uniformemente distribuída que é absorvida pelo cabo e  $p_v$  a sobrecarga uniformemente distribuída que é absorvida pela viga. Deste modo é possível obter-se os esforços de pré-dimensionamento, sendo que estes são calculados recorrendo às equações (5.4) e (5.5), onde o valor da carga unitária é substituído pelo valor da carga em cada elemento.

Os valores dos parâmetros de pré-dimensionamento de uma ponte suspensa devido a cargas distribuídas são obtidos pelas seguintes equações:

$$H^{m\acute{e}todo\ simplif\icativo} = \frac{p_c L_{v\grave{a}o}^2}{8f_w} \quad (5.14)$$

$$M_{\frac{1}{2}v\grave{a}o}^{m\acute{e}todo\ simplif\icativo} = \frac{p_v L_{v\grave{a}o}^2}{8} \quad (5.15)$$

Há que ter em atenção que a quantidade de carga que é transmitida para cada um destes elementos é tanto maior quanto maior for a sua rigidez.

## 5.2 Sobrecarga Pontual

O método para a determinação dos esforços devidos a atuação de uma sobrecarga pontual, tem como base a teoria da viga elástica que terá que ser seguida de forma a poderem ser obtidos os esforços de dimensionamento.

### • Teoria da Viga Elástica

“...the concept of beam and foundation is more of an abstract nature. Such conditions we find in networks of beams and in thin-walled tubes, shells and domes, where the elastic foundation for the beam part is supplied by the resilience of the adjoining portions of a continuous elastic structure.” [16]

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

Na conceção de um método que permita o cálculo do momento fletor a meio vão de uma ponte suspensa, foi procurado uma solução onde se poderia descrever a rigidez do tabuleiro como sendo um problema equivalente ao problema da viga elástica. Embora existam muitas soluções para diferentes casos da viga elástica, a solução que irá ser adotada neste trabalho é a referente a uma viga elástica contida entre dois apoios. Desta forma, não se irá estender muito na teoria que leva a obtenção das expressões que irão aqui ser apresentadas.

Considerando o modelo apresentado na Figura 5.7, onde se encontra apresentada uma viga bi-apoiada sobre um meio elástico sujeita a uma carga pontual, pode ser observada a deformação que esta carga provoca na estrutura.

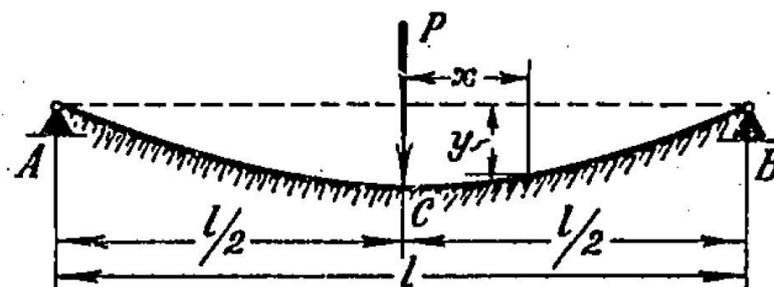


Figura 5.7 - Viga fundada em meio elástico sujeita a uma sobrecarga concentrada a meio vão [16].

A equação regente da deformação provocada por uma carga pontual resulta da equação da viga elástica. Esta pode ser obtida pela expressão:

$$y = \frac{P_{total}\beta}{2k(\cosh \beta L_{v\tilde{a}o} + \cos \beta L_{v\tilde{a}o})} (\cos \beta x \sinh \beta(L_{v\tilde{a}o} - x) - \cosh \beta x \sin \beta(L_{v\tilde{a}o} - x) + \sin \beta x \cos \beta(L_{v\tilde{a}o} - x) - \sinh \beta x \cos \beta(L_{v\tilde{a}o} - x)) \quad (5.16)$$

O momento fletor no ponto C (momento fletor a meio vão) pode ser obtido pela expressão:

$$M_c = \frac{P_{total}}{4\beta} \frac{\sinh \beta L_{v\tilde{a}o} + \sin \beta L_{v\tilde{a}o}}{\cosh \beta L_{v\tilde{a}o} + \cos \beta L_{v\tilde{a}o}} \quad (5.17)$$

Esta é a expressão que irá ser utilizada de forma a serem obtidos os valores dos momentos flectores, nela o factor característico do sistema  $\beta$  que assume o seguinte valor forma:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_{fundação}}{4EI_z}} \quad (5.18)$$

e relaciona as propriedades materiais e geométricas da viga presente na fundação, com a rigidez de fundação  $K_{fundação}$  da estrutura.

O parâmetro da rigidez de fundação da estrutura  $K_{fundação}$  assume uma importância elevada no desenvolvimento deste capítulo. Este, contrariamente do que seria natural, não é obtido analisando a rigidez do terreno, este irá ter em conta a rigidez do elemento estrutural do cabo. Assim, irá ser preconizado por dois métodos distintos de obtenção da rigidez, logo será necessário numa primeira fase caracterizar a rigidez que terá que ser aplicada como sendo a rigidez de fundação.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Uma vez que a viga não se encontra em meio elástico mas suportada entre dois apoios sem estar assente sobre o terreno, a rigidez que poderá ser utilizada é a rigidez proveniente do cabo.

O facto de que a rigidez proveniente do cabo possa ser usada como sendo a rigidez de fundação, é devido à interação que os pendurais têm com a viga. O pequeno distanciamento entre eles leva a que possam ser considerados como uma superfície contínua, superfície essa considerada como inextensível, assim, o cabo pode ser considerado o meio de fundação onde está inserida a viga.

Foram avaliadas duas formas de ser determinar a rigidez de fundação a ser utilizada na expressão da viga elástica. Estas formas são denominadas de:

1. Método I – Rigidez do cabo devido a uma carga pontual aplicada.
2. Método II – Rigidez do cabo devido a uma carga uniforme aplicada.

### • Método I - Rigidez do cabo devido a uma carga pontual aplicada

Neste método, considera-se que a rigidez de fundação possa ser obtida a partir da rigidez do cabo quando carregado por uma carga pontual de valor unitário como mostrado na Figura 5.8.

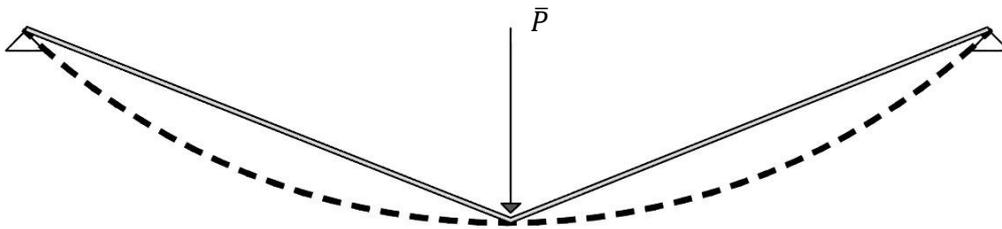


Figura 5.8 - Deformada do cabo quando sujeito a uma sobrecarga pontual  $P$ .

A rigidez do cabo pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$K_c = \frac{2E_c A_c}{L'} \cos^2 \alpha \quad (5.19)$$

onde  $E_c$  é o módulo de elasticidade do cabo,  $A_c$  a área transversal do cabo e os parâmetros de  $L'$  e de  $\alpha$  são parâmetros que provem da geometria que o cabo adquire quando é deformado. Estes valores são obtidos por razões trigonométricas simples como mostrado na Figura 5.9.

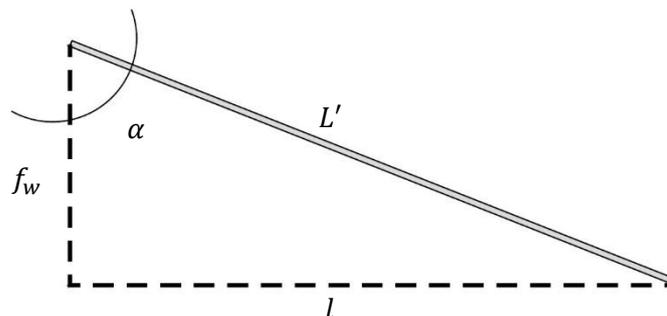


Figura 5.9 - Geometria do cabo deformado.

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

Estes valores podem então ser calculados efetuando relações trigonométricas e relações geométricas como apresentado nas seguintes expressões:

$$L' = \sqrt{l^2 + f_w^2} \quad (5.20)$$

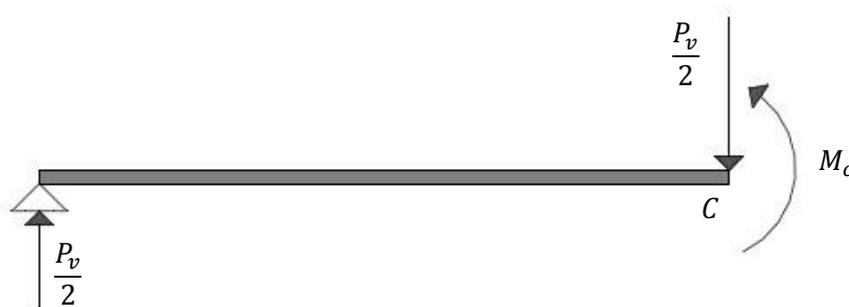
$$\cos \alpha = \frac{f_w}{L'} \quad (5.21)$$

Aplicando uma carga pontual de  $\bar{P} = 1 \text{ kN}$  é obtida então a rigidez do cabo. A rigidez do cabo não pode ser assumida diretamente como a rigidez da fundação. Esta têm que ser obtida em  $\text{kN/m}$ , a rigidez da fundação é necessária ser uma rigidez distribuída por  $\text{m}^2$ . Desta forma, a rigidez obtida é assumida como sendo uma rigidez distribuída ao longo de toda a viga. Esta simplificação é bastante grosseira. Assim sendo a rigidez de fundação pode ser obtida a partir da seguinte expressão.

$$K_{\text{fundação}} = \frac{K_c}{L_{\text{vão}}} \quad (5.22)$$

Conhecida a rigidez de fundação, o valor do parâmetro  $\beta$ , fica definido pela equação (5.18) e consequentemente o valor do momento fletor a meio da viga pela equação (5.17). Saliente-se que o valor da carga pontual considerado na expressão para a obtenção do momento é  $P_{\text{total}}$  ou seja, é a carga  $S_l$  determinada, como referido nos capítulos anteriores.

O impulso no cabo devido a uma carga pontual obtém-se recorrendo a expressões analíticas de forma a obter a quantidade de carga pontual que é transmitida para o cabo. Assim sendo, é numa primeira fase necessário obter o valor do momento fletor por fórmulas analíticas, considerando que a viga não se encontra em meio elástico (Figura 5.10).



**Figura 5.10** - Equilíbrio estático de uma barra bi-apoiada carregada por uma sobrecarga pontual de valor  $P_v$ .

Após efetuar o somatório de momentos fletores no ponto C, rapidamente se encontra que o valor do momento fletor é obtido pela seguinte expressão.

$$M_c = \frac{P_v L_{\text{vão}}}{4} \quad (5.23)$$

Considerando agora, que o valor do momento  $M_c$  é igual ao valor do momento obtido quando considerada a teoria da viga elástica, é possível obter o valor de  $P_v$ , sendo este correspondente ao valor da carga pontual que está presente na viga.

À semelhança do que tinha sido anteriormente mostrado,  $P_{total} = P_v + P_c$ , ou seja, é possível obter a quantidade de carga pontual presente no cabo efetuando este cálculo.

Analisando agora a expressão empírica que permite obter o impulso no cabo devido a uma carga pontual, esta é calculada novamente pelo equilíbrio de forças como apresentado na Figura 5.11.

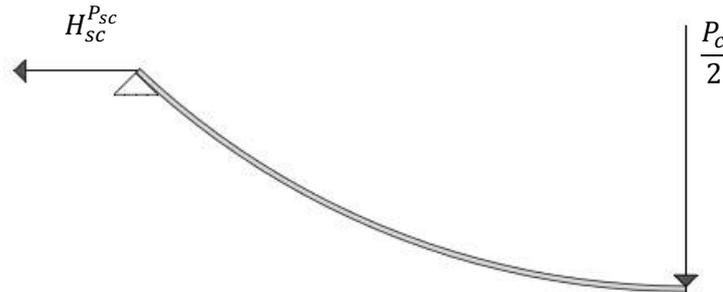


Figura 5.11 - Carga Pontual aplicada no cabo.

A partir do somatório de momentos fletores no ponto C, é então possível obter o valor de  $H_{sc}^P$ :

$$H_{sc}^P = \frac{P_c L_{vão}}{4f_w} \quad (5.24)$$

Com isto, são então obtidas todas as ações de pré-dimensionamento da estrutura quando esta é sujeita a uma sobrecarga pontual, considerando que, a rigidez de fundação é igual, aquela que é originada pela introdução de uma carga pontual unitária sobre o cabo.

#### • Método II - Rigidez do cabo devido a uma carga uniforme aplicada

De forma análoga à que foi usada no método anterior, o valor de cálculo do momento fletor na viga pode ser obtida através das equações da viga elástica. Contudo, desta vez a rigidez que foi utilizada para a obtenção do cálculo foi a rigidez do cabo obtido aplicando uma carga distribuída como mostrado na Figura 5.12.

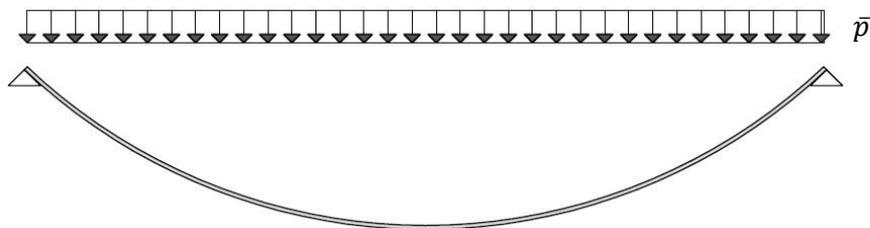


Figura 5.12 - Modelo utilizado na obtenção da rigidez do cabo pelo Método II.

De uma forma análoga àquela que foi utilizada anteriormente a estrutura estava sujeita a uma sobrecarga uniforme e a rigidez do cabo foi obtida com o recurso a equação (5.8) é considerando que a carga aplicada sobre a estrutura é uma carga uniforme unitária.

## MÉTODOLOGIA PROPOSTA

Ao contrário do que aconteceu no Método I, esta rigidez já vem nas unidades necessárias, sendo que pode ser diretamente assumida como sendo a rigidez de fundação  $K_c = K_{fundação}$ . Assim, o parâmetro  $\beta$  pode ser diretamente obtido devido a esta consideração.

A obtenção dos esforços neste método é análoga à obtenção de esforços aplicada no método anterior onde mais uma vez são utilizadas as equações (5.17) e (5.24).

### 5.3 Melhoramento da solução proposta

#### • Aumento da secção geométrica do cabo

De forma a aumentar a fiabilidade dos resultados obtidos, é necessário encontrar formas de reduzir as deformações excessivas que as equações presentes neste capítulo produzem. A redução das deformações leva a que haja um aumento da rigidez do cabo. Tal pode ser conseguido aumentando a secção transversal do cabo.

Uma das formas de contornar esse problema é observando as equações presentes no capítulo 4, sobretudo a equação (4.73). Tendo em conta que no cabo, os carregamentos aplicados pelo método simplificado são as sobrecargas aplicadas, estas serão então as que irão ser consideradas no melhoramento da solução.

O método aplicado é apresentado no capítulo 4, sendo que a sua aplicação no método proposto requer que se considere unicamente a sobrecarga uniforme presente na estrutura. Assim, a equação anteriormente referida é simplificada na seguinte expressão:

$$A_c^* = \frac{H_{total} \sqrt{(L_{vão}^2 + 16f_w^2)}}{f_{cbd} \times L_{vão}} \quad (5.25)$$

A área obtida pela equação acima pode ser comparada à área do cabo arbitrada  $A_c$  esta área pode ser considerada igual se a área do cabo for multiplicado um factor corretivo  $\chi$ . De forma a obter este factor corretivo há que efetuar a seguinte igualdade:

$$\chi \times A_c = A_c^* \quad (5.26)$$

Desenvolvendo esta igualdade, obtém-se então a equação final que dá o factor corretivo:

$$\chi = \frac{R_c^{*2}}{R_c^2} \quad (5.27)$$

onde  $R_c^*$  é o raio do cabo obtido pela equação (5.25) e  $R_c$  é o raio referente a área do cabo arbitrada. Este factor corretivo só é valido para situações em que  $\chi > 1$ , caso contrario, este critério não apresenta uma boa melhoria na solução.

Se o factor corretivo cumprir a única condição imposta, ele pode então ser introduzido na equação (5.6) levando-a a assumir a seguinte forma.

$$\delta_c^p = \frac{(16f_w^2 + 3L_{v\grave{a}o}^2)L_{v\grave{a}o}^2 p}{128\chi A_c E_c f_w^2} \quad (5.28)$$

O restante cálculo é então análogo ao apresentado neste capítulo.

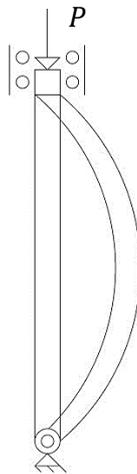
## 6 ANÁLISE GEOMETRICAMENTE NÃO LINEAR

### 6.1 Descrição da análise P-Delta

- **Rigidez Geométrica:**

Um cabo, quando sujeito a um esforço de grande magnitude, tem um aumento da sua rigidez lateral. Por sua vez, se um elemento estrutural como uma viga ou um pilar, como mostrado na Figura 6.1, está sujeito a uma grande força de compressão levando ao elemento a encontrar-se no limite de flexão deste modo a sua rigidez lateral será reduzida em comparação com a rigidez anteriormente obtida [18].

Esta deformação é obtida após a introdução de uma carga lateral  $P$  no sistema.



**Figura 6.1** - Viga sujeita a uma carga pontual.

Este comportamento acima descrito é causado por uma mudança na rigidez geométrica da estrutura [19]. É então implícito que esta é uma função do carregamento no elemento estrutural e pode ter um contributo positivo ou negativo dependendo do efeito estrutural que provoca. As equações fundamentais para a rigidez geométrica de um cabo ou de uma viga são simples de serem obtidas.

Considerando então o cabo apresenta na Figura 6.2 com um comprimento  $L$  e com uma tensão inicial  $T$ . Se o cabo for sujeito a deslocamentos laterais nas extremidades,  $v_i$  e  $v_j$ , então as forças adicionais  $F_i$  e  $F_j$  terão que surgir de forma a que o elemento de cabo se encontre em equilíbrio na sua posição deformada.

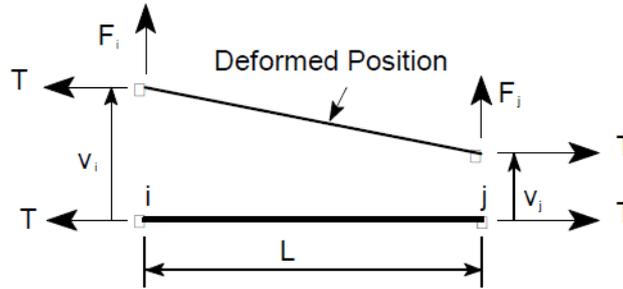


Figura 6.2 - Forças a atuar num elemento de cabo [14].

Efetuando o somatório de momentos no ponto  $j$  na posição deformada, obtém-se a seguinte equação de equilíbrio:

$$F_i = \frac{T}{L}(v_i - v_j) \quad (6.1)$$

Consequentemente o equilíbrio vertical leva à seguinte equação:

$$F_j = -F_i \quad (6.2)$$

Combinando as duas equações, as forças laterais podem ser expressas em deslocamentos laterais pela equação.

$$\begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Ou simbolicamente por:

$$F_g = K_g v \quad (6.4)$$

onde  $F_g$  é o vetor de forças adicionais  $K_g$  é a matriz de rigidez geométrica e  $v$  é o vetor de deslocamentos. Há que ter em consideração que, a matriz de rigidez  $K_g$ , não está em função das propriedades mecânicas do cabo e é apenas uma função do comprimento e da força do elemento. É daqui que o termo “rigidez geométrica” provem, pois é necessário diferenciar a matriz  $K_g$  da matriz de rigidez mecânica, a qual é baseada nas propriedades dos elementos.

A rigidez geométrica existe em todas as estruturas, mas esta só se torna importante se for maior que a rigidez mecânica do sistema estrutural. No caso de uma viga com propriedades de flexão, onde a sua deformada é uma função cúbica devido a rotações  $\phi_i$  e  $\phi_j$  nas extremidades, é então necessário que se desenvolvam momentos  $M_i$  e  $M_j$  de forma a que a viga se encontra em equilíbrio na sua posição deformada [20].

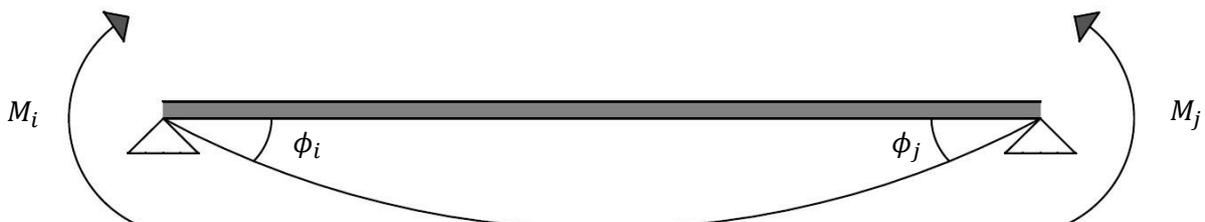


Figura 6.3 - Deformação cúbica da viga.

De [14] pode ser obtida a relação entre força e deslocamentos pela seguinte equação:

## ANÁLISE GEOMETRICAMENTE NÃO LINEAR

$$\begin{bmatrix} F_i \\ M_i \\ F_j \\ M_j \end{bmatrix} = \frac{T}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ -3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ v_j \\ \phi_j \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Ou simbolicamente por:

$$F_g = K_g v \quad (6.6)$$

A relação da deformação elástica de uma viga prismática sem deformação por corte é:

$$\begin{bmatrix} F_i \\ M_i \\ F_j \\ M_j \end{bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & -2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ -6L & -2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ v_j \\ \phi_j \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Ou simbolicamente por:

$$F_E = K_E v \quad (6.8)$$

Desta forma o total de forças a atuar nos elementos de viga será:

$$F_T = F_E + F_g = [K_E + K_g]v = K_T v \quad (6.9)$$

Assim, se uma força axial de grande magnitude presente no elemento se mantém constante é então unicamente necessário formar a matriz de rigidez total  $K_T$  para ter em conta esta majoração do esforço ou a suavização do mesmo devido a Rigidez Geométrica [21]

### • Efeitos *P-Delta*

A inclusão de efeitos secundários na análise estática e dinâmica de todos os sistemas estruturais é conhecida no ramo de Engenharia como análise *P-Delta*. Este é um comportamento de segunda ordem e é assim denominado pois, têm em conta os momentos adicionais que estão presentes num edifício, obtidos pelos pesos de cada piso “*P*” multiplicados pelo deslocamento lateral “*Delta*” [17].

Visto que o problema é não linear, a abordagem que há que ser considerada é iterativa. Esta pode ser numericamente ineficiente e não apropriada para análises dinâmicas “... *iterative methods are not appropriate for dynamic analysis where the P-Delta effect causes lengthening of the periods of vibration*” [17]. Contudo, na realização deste trabalho, os efeitos que são considerados são estáticos, assim, a análise *P-Delta* torna-se apropriada na resolução do problema.

Comparando duas análises, uma com e outra sem os efeitos provenientes da análise de segunda ordem, é possível observar como os efeitos afetam a estrutura. Para um edifício bem concebido, com as massas e rigidezes bem planeadas, os efeitos têm uma contribuição pequena, sendo que as mudanças nos deslocamentos e nos esforços são menos de 10% [17].

No entanto, se o peso da estrutura for elevado em comparação com a rigidez lateral, as contribuições dos efeitos *P-Delta* são amplificadas, e sob algumas circunstâncias, mudam deslocamentos e forças em 25% [17]. Estes esforços podem provocar singularidades na estrutura, indicando então a sua instabilidade.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

No decorrer deste trabalho, são considerados os efeitos *P-Delta* na modelação estrutural, a análise irá ser realizada no *software SAP2000* e será aplicada a toda a estrutura.

Quando são realizados os modelos no *software* de calculo, a modelação dos cabos irá recorrer a elementos de *frame* e não de cabos, tal opção foi tomada pois de [20], é possível concluir que os elementos de cabo quando modelados por elementos de catenária, são automaticamente calculados internamente tendo em conta os efeitos *P-Delta*. Contudo, a utilização dos elementos *frame* na modelação estrutural é mais apropriada na análise de grandes deslocamentos, como referido em [22] “*Large-deflection geometrically nonlinear analysis of the entire structure will be needed to capture full cable behavior.*” Assim, é possível perceber que a esta seria a forma de simular corretamente o comportamento do cabo na estrutura.

## 7 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo serão demonstrados os resultados numéricos obtidos quando aplicado o método proposto em estruturas bidimensionais. Irá estar dividido em quatro partes: a primeira parte irá demonstrar os resultados simplificados e numéricos (com *SAP2000*) obtidos quando a carga aplicada sobre a estrutura é uniforme ao longo de todo o vão, para esta situação irão ser analisados os valores de momento fletor e de impulso horizontal, numa segunda parte, irá ser avaliado o momento fletor e o impulso horizontal simplificado e numérico (com *SAP2000*) presente no tabuleiro quando à estrutura é aplicada uma sobrecarga pontual, a terceira irá mostrar a comparação dos resultados obtidos por via analítica e os resultados obtidos pelo método simplificado quando comparados com os valores obtidos pelo *software* de cálculo e por fim irá ser aplicado um caso de estudo real de forma a apresentar os resultados obtidos pelo método numérico.

Para ambos os casos foram efetuados as seguintes análises de sensibilidade:

- Variação do vão
- Variação da flecha
- Variação de secção do cabo
- Variação de secção do tabuleiro

Estas análises permitiram demonstrar a utilidade do método proposto, variando assim os diversos parâmetros geométricos e observar de que forma a variação destes parâmetros interfere nos resultados, quando estes comparados com os resultados obtidos por modelos numéricos executados em programas de cálculo numérico, tal como o *SAP2000*.

Os valores de controlo que irão ser assumidos na realização desta análise numérica são os apresentados no quadro seguinte:

**Quadro 7.1** - Valores de controlo utilizados nas análises de sensibilidade.

Vão [m]	Flecha [m]	Inércia [m <sup>4</sup> ]	Área do cabo [m <sup>2</sup> ]
1000	200	13,84	0,1963

Os parâmetros relativos à rigidez dos materiais utilizados foram os demonstrados no Quadro 7.2.

**Quadro 7.2** - Módulo de elasticidade utilizado para cada elemento estrutural.

Módulo de elasticidade do cabo [GPa]	Módulo de elasticidade da viga [GPa]
210	210

A comparação dos resultados irá ser sempre efetuada em relação aos valores obtidos pelo *software* de cálculo, desta forma o erro relativo é obtido pela expressão:

$$Erro\ Relativo = \left| \frac{V_{n\grave{a}o\ linear} - V_{simplificado}}{V_{n\grave{a}o\ linear}} \right| \quad (7.1)$$

onde  $V_{n\grave{a}o\ linear}$  corresponde aos valores obtidos pelo *software* de cálculo,  $V_{obtido}$  os valores obtidos pelo método simplificado ou pelo método numérico.

## 7.1 Sobrecarga Distribuída Ao Longo do vão

### 7.1.1 Impulso

- **Variação de vão**

Para perceber o comportamento do método simplificado, foi efetuado um teste de sensibilidade onde se iria aumentar o vão da ponte suspensa, esta análise, levará a apresentação das diferenças de valores obtidos entre o programa de cálculo utilizado, e o método apresentado.

Numa primeira fase, foram então aplicados os cálculos para a obtenção dos valores de impulso devido a sobrecargas uniformes pelo método apresentado sendo que estes foram comparados com os resultados obtidos pelo *software* SAP2000 pela equação (7.1). Aplicando os cálculos numéricos para obtenção de impulso pelo método apresentado, são então comparados e apresentados os resultados no Quadro 7.3.

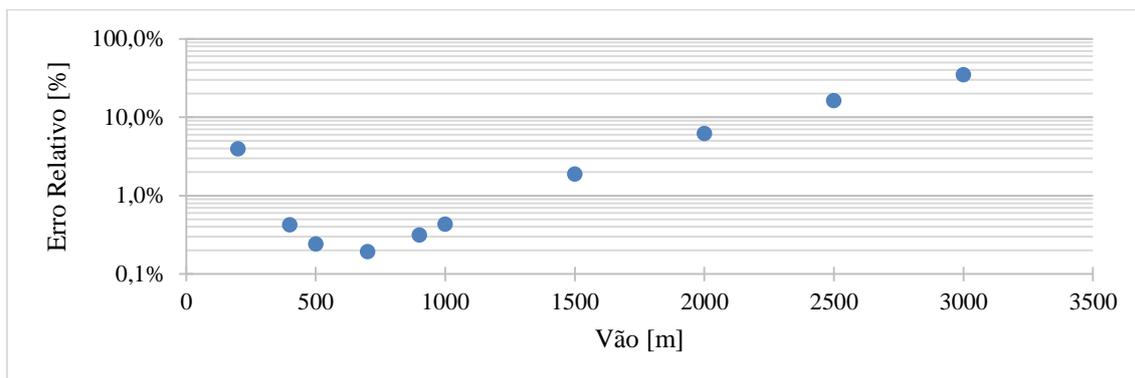
**Quadro 7.3** – Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal.

$L_{v\grave{a}o}$ [m]	$H_{simplificado}$ [kN]	$H_{n\grave{a}o\ linear}$ [kN]	Erro Relativo [%]
200	979,28	942,2	3,94%
400	3969,05	3952,38	0,42%
500	6211,53	6196,59	0,24%
700	12191,53	12168,16	0,19%
900	20164,87	20101,68	0,31%
<b>1000</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>
1500	56044,97	55014,66	1,87%
2000	99649,26	93854,54	6,17%
2500	155711,93	133913,2	16,28%
3000	224232,97	166429,21	34,73%

Apresentados os valores de comprimento do vão na primeira coluna que foram utilizados na realização deste teste de sensibilidade, os valores obtidos pelo método simplificado estão apresentados como  $H_{simplificado}$ , os valores obtidos pelo *software* de cálculo são designados por  $H_{n\grave{a}o\ linear}$  e na última coluna encontra-se apresentado o erro relativo obtido quando comparado os dois métodos.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Foi realizada a representação gráfica dos erros relativos obtidos no Quadro 7.3. Estes resultados estão apresentados na Figura 7.1.



**Figura 7.1** - Variação de Erro relativo com aumento de vão central para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme.

É possível observar a evolução do erro relativo obtido, entre os resultados determinados pelo método simplificado e os resultados do *software* de cálculo.

Embora os valores iniciais, apresentem erros relativos ligeiramente elevados, levando a concluir que os resultados obtidos pelo método simplificado não são satisfatórios, observa-se uma evolução favorável dos valores. Esta evolução leva a valores posteriores de 3,94%, sendo um erro relativo que se encontra abaixo da percentagem que é tomada como referência (5%). Contudo, a partir do ponto situado nos 700 metros, este irá aumentar levando a que para vãos superiores a 2000 metros, os erros sejam de natureza muito elevada podendo invalidar a boa utilização do método proposto. Contudo, nos dias correntes, o valor destes vãos não são muito comuns para este tipo de estruturas, sendo que o intervalo para os vãos correntes se encontre entre os [500; 2000] metros, traduzindo-se assim em erros relativos da ordem dos [0,24%;6,17%]. Assim, pode concluir-se que os erros relativos para os vãos correntes são extremamente baixos, deste modo, os valores de impulso obtidos pelo método simplificado, podem ser considerados como precisos quando comparados com os valores determinados pelo *software*.

É possível a partir desta análise, perceber as limitações da expressão utilizada. Assim, pode concluir-se que, quanto maior o vão central, maior será o deslocamento que irá ser provocado pela sobrecarga na estrutura (Figura 7.2). Este facto pode ser observado quando analisada a expressão (5.8). O aumento do deslocamento de forma abrupta leva a que o cabo tenha uma diminuição na rigidez ( $K_c$ ).

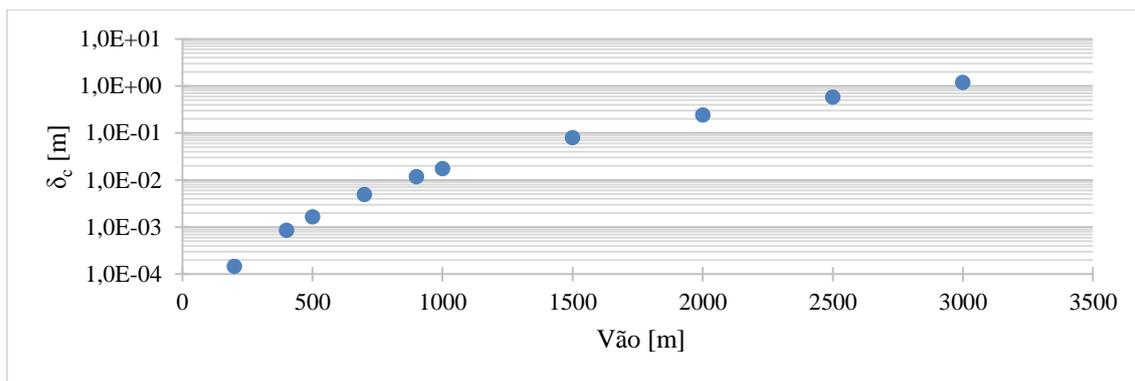


Figura 7.2 - Variação do deslocamento com a variação do vão central devido a uma sobrecarga uniforme.

A diminuição de rigidez irá levar a que uma menor percentagem de sobrecarga uniforme seja considerada como sendo suportada pelo cabo. Assim, a configuração adotada pelo cabo deixa de ser parabólica e o perfil assume funções de graus superiores, o que em termos físicos não corresponde à realidade do modelo simplificado.

Pode afirmar-se que uma primeira limitação da expressão utilizada no método simplificado é quando existe uma diminuição na rigidez do cabo, este assume configurações diferentes da configuração parabólica, assim, os resultados distanciam-se dos reais, levando a uma menor fiabilidade dos valores obtidos.

• **Aumento da Flecha**

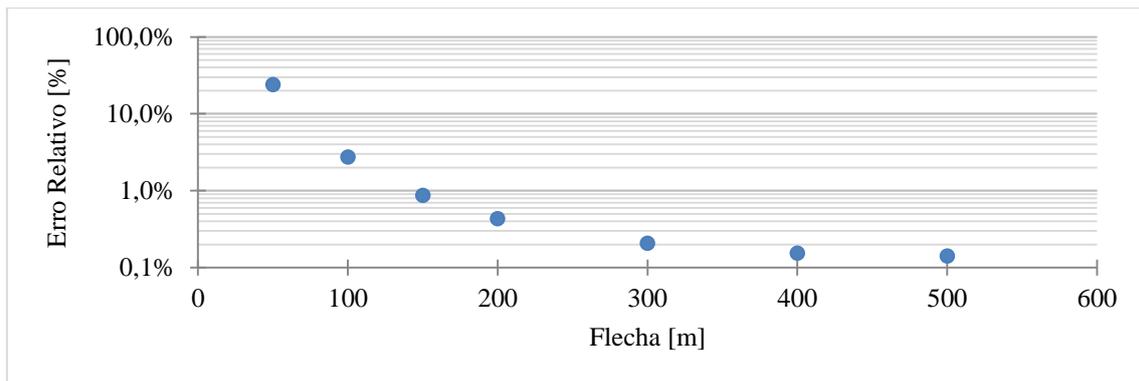
O teste de sensibilidade onde o parâmetro que é variado é a flecha  $f_w$ , leva a resultados diferentes dos resultados apresentados na análise anterior. Estes foram comparados com os obtidos pelo *software* de cálculo estando apresentados no Quadro 7.4.

Quadro 7.4 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal.

$f_w$ [m]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo [%]
50	94860,76	76515,2	23,98%
100	49305,83	47994,79	2,73%
150	33113,02	32828,55	0,87%
<b>200</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>
300	16630,11	16595,93	0,21%
400	12480,68	12461,51	0,15%
500	9987,54	9973,5	0,14%

De forma a observar o desenvolvimento do erro com o aumento da flecha, foi realizada uma representação gráfica dos erros obtidos (Figura 7.3).

## RESULTADOS NUMÉRICOS



**Figura 7.3** - Variação de Erro relativo com aumento da flecha para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme.

É possível observar como o erro relativo decresce à medida que o valor da flecha ( $f_w$ ) aumenta. Numa primeira análise, pode observar-se que para valores baixos, o erro relativo obtido é elevado (23,89%) e para valores mais elevados este irá diminuir até estar abaixo da unidade percentual. Assim, em casos práticos pode-se afirmar que a diferença que existe entre os valores obtidos pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo são inexistentes. Como pode ser observado no Quadro 2.1, a altura média de uma torre está contida entre 107,2 metros e 213,9 metros, traduzindo num erro relativo contido entre 2,73% e 0,43%.

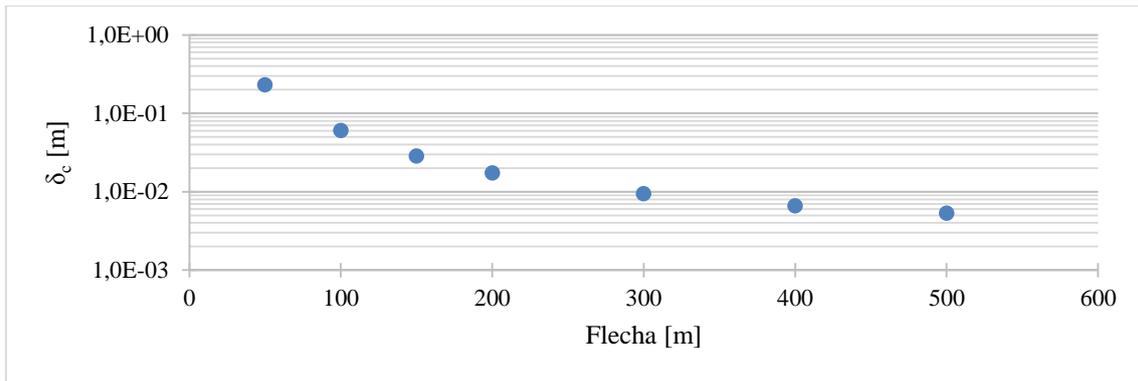
Estes erros são em situações práticas bastante baixos, podendo então afirmar-se que para situações de projeto, os valores obtidos apresentam uma fiabilidade bastante elevada.

Para perceber o que leva à diminuição do erro, é necessário observar atentamente a equação (5.6). Esta estabelece o valor do deslocamento do cabo e pode ser dividida em duas parcelas:

$$\delta_c = \frac{3}{16} \times \frac{PL_{vão}^4}{8A_c E_c f_w} + \frac{PL_{vão}^2}{8A_c E_c} \quad (7.2)$$

A primeira parcela têm em conta os vários parâmetros geométricos do cabo, sendo que, é influenciada por todas as variações que podem ocorrer, a segunda, não entra com a flecha, sendo então possível arbitrar neste teste de sensibilidade que o seu valor é constante.

Assim, é possível concluir que o aumento da flecha irá diminuir o deslocamento (Figura 7.4). Desta forma a rigidez do cabo  $K_c$  terá um valor cada vez maior, levando assim a uma maior capacidade de absorção de esforços por parte do cabo, sem que este sofra deformações.



**Figura 7.4** - Variação do deslocamento com a variação da flecha devido a uma sobrecarga uniforme.

Este facto vai ser preponderante na análise efetuada, sendo que o aumento da rigidez torna-se um fator benéfico no caso em estudo. Vai então levar a uma maior aproximação entre o modelo simplificado e o modelo real, onde o cabo é o elemento que absorve as cargas uniformes distribuídas da estrutura. A existência de um aumento da rigidez irá também causar a uma maior dificuldade no perfil do cabo deixar de assumir uma forma parabólica. Assim, para o cabo assumir graus superiores, a quantidade de carga que teria que ser aplicada na estrutura teria que ser muito superior àquela que realmente esta implementada.

Desta forma, é possível assumir que as expressões utilizadas são boas representações quando o cabo assume perfis próximos do parabólico, para perfis de graus superiores estas expressões não levam a resultados eficientes.

### • Variação da área do cabo

O teste de sensibilidade efetuado, quando o parâmetro afetado é a área do cabo, foi efetuado com incrementos de 10% do valor de controlo. Este teste foi iniciado a 5% da área de controlo, sendo que após essa área foram aplicados incrementos de 10% até que fosse alcançada uma área duas vezes superior a área de controlo.

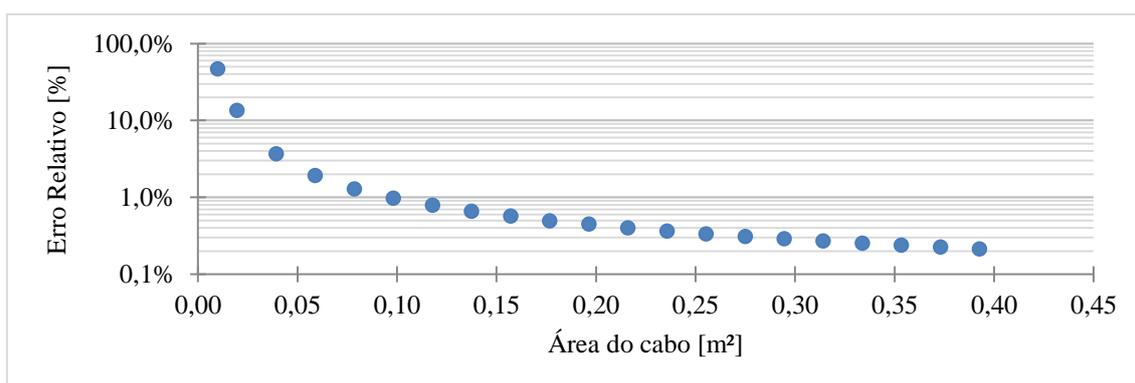
Os valores obtidos por este teste, tanto determinados pelo método simplificado como pelo *software* de cálculo estão apresentados no Quadro 7.5.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

**Quadro 7.5** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal.

Caso	Área [m <sup>2</sup> ]	H <sub>simplificado</sub> [kN]	H <sub>não linear</sub> [kN]	Erro Relativo [%]
5%	0,01	23124,88	15763,63	46,70%
10%	0,02	24025,91	21167,46	13,50%
20%	0,04	24503,28	23641,53	3,65%
30%	0,06	24666,64	24204,86	1,91%
40%	0,08	24749,15	24435,44	1,28%
50%	0,10	24798,91	24560,45	0,97%
60%	0,12	24832,20	24639,25	0,78%
70%	0,14	24856,04	24693,68	0,66%
80%	0,16	24873,94	24733,65	0,57%
90%	0,18	24887,88	24765,81	0,49%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>
110%	0,22	24908,19	24809,55	0,40%
120%	0,24	24915,82	24825,79	0,36%
130%	0,26	24922,27	24839,49	0,33%
140%	0,27	24927,81	24851,19	0,31%
150%	0,29	24932,61	24861,31	0,29%
160%	0,31	24936,81	24870,15	0,27%
170%	0,33	24940,52	24877,94	0,25%
180%	0,35	24943,82	24884,85	0,24%
190%	0,37	24946,77	24891,04	0,22%
200%	0,39	24949,42	24896,59	0,21%

A representação gráfica destes resultados está apresentada na Figura 7.5, onde está apresentado o andamento do erro relativo com o aumento da área do cabo.

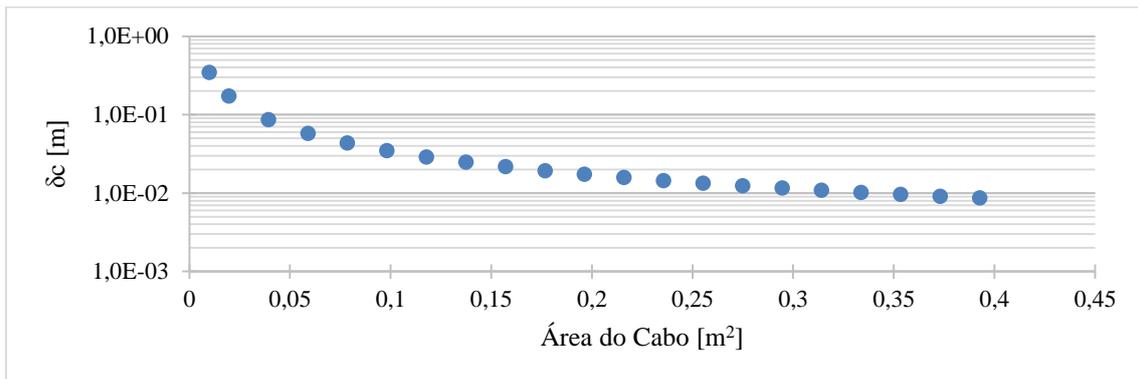


**Figura 7.5** - Variação de Erro relativo com aumento da área do cabo para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme.

Desta representação, é possível concluir que a diminuição do erro relativo foi gradual. À medida que a área do cabo aumenta, o erro relativo irá diminuir. De forma a poder inserir os dados obtidos com os valores correntes de área de cabo utilizados nos dias de hoje, é necessário observar o Quadro 2.2, deste, pode observar-se que os diâmetros correntes dos cabos utilizados rondam os [0,18; 0,91]

metros, o que corresponde a erros relativos da ordem dos [3,65%; <0,21%]. Assim, considera-se que cabos com diâmetros muito pequenos sejam ignorados, validando assim os resultados obtidos por este teste de sensibilidade.

Efetuada uma análise matemática, recorre-se novamente à equação (7.2). Desta é possível concluir que o parâmetro geométrico referente à área do cabo ( $A_c$ ) está presente em ambas as parcelas da equação. Esta presença irá refletir-se na “velocidade” que leva à diminuição do deslocamento que o cabo (Figura 7.6) irá tomar e conseqüentemente ao aumento da rigidez do cabo ( $K_c$ ).



**Figura 7.6** - Variação dos deslocamentos com a variação da área do cabo devido a uma sobrecarga uniforme.

Como foi concluído anteriormente, o aumento da rigidez do cabo é benéfico quando analisado o método para cargas uniformes, pois, o aumento da rigidez irá levar a uma maior absorção das cargas presentes no cabo. Esta maior absorção leva a uma aproximação do modelo simplificado ao modelo real, dando assim validade aos valores obtidos pelo método simplificado.

Desta forma, o perfil que o cabo assume, parabólico, irá ser mantido graças ao aumento de rigidez que se materializa por parte do cabo, corroborando com a realidade física, maiores secções têm menores tendências para sofrer deformações.

### • Variação da inércia da viga

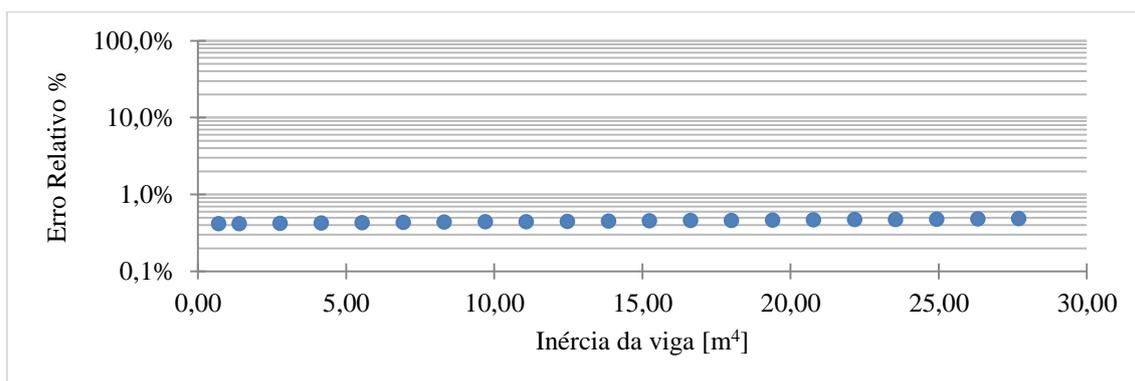
O teste de sensibilidade que leva a variação da inércia da viga, tem o objetivo de mostrar o impacto que a geometria que os diversos tabuleiros têm nos resultados obtidos pelo método simplificado. Este teste é iniciado com uma inércia cerca de 5% da inércia de controlo, sendo que irá levar a incrementos de 10% até que esta atinja cerca de duas vezes o valor da inércia de controlo. Os valores obtidos pelo método simplificado bem como os valores obtidos pelo *software* de cálculo e os erros relativos referentes a cada inércia estão apresentados no Quadro 7.6.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

**Quadro 7.6** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do impulso horizontal.

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	H <sub>simplificado</sub> [kN]	H <sub>não linear</sub> [kN]	Erro Relativo [%]
5%	0,69	24995,19	24891,25	0,42%
10%	1,38	24990,38	24886	0,42%
20%	2,77	24980,76	24875,54	0,42%
30%	4,15	24971,15	24865,09	0,43%
40%	5,54	24961,55	24854,65	0,43%
50%	6,92	24951,95	24844,23	0,43%
60%	8,31	24942,36	24833,81	0,44%
70%	9,69	24932,78	24823,41	0,44%
80%	11,08	24923,21	24813,01	0,44%
90%	12,46	24913,64	24802,62	0,45%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>
110%	15,23	24894,54	24781,87	0,45%
120%	16,62	24884,99	24771,51	0,46%
130%	18,00	24875,46	24761,16	0,46%
140%	19,39	24865,93	24750,82	0,47%
150%	20,77	24856,41	24740,49	0,47%
160%	22,16	24846,89	24730,17	0,47%
170%	23,54	24837,38	24719,86	0,48%
180%	24,93	24827,88	24709,55	0,48%
190%	26,31	24818,39	24699,26	0,48%
200%	27,70	24808,91	24688,98	0,49%

A representação gráfica destes valores pode ser observado na Figura 7.7, onde está apresentada a evolução do erro relativo com o aumento da inércia do tabuleiro.



**Figura 7.7** - Variação do erro relativo com o aumento da inércia da viga para impulso horizontal devido a uma sobrecarga uniforme.

É possível concluir que a variação do erro relativo é praticamente constante à medida que a inércia da viga aumenta. Assim, é possível afirmar que o aumento das geometrias do tabuleiro não influenciam a obtenção do valor do impulso, contudo, é necessário aprofundar a razão pela qual o erro se mantém quase constante.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Observando de que forma é que é obtida a rigidez da viga  $K_v$ , recorre-se à equação (5.11). Esta tem como parâmetro geométrico a inércia da viga  $I_v$  e ao aumenta-la o deslocamento que se irá desenvolver na viga irá ser cada vez menor, conseqüentemente, e como já afirmado anteriormente, esta diminuição de deslocamento irá provocar um aumento de rigidez deste elemento estrutural. Este aumento esperar-se-ia que levasse a uma maior absorção de esforços por parte da viga, algo que parece não ocorrer. É aqui que a parcela de rigidez do cabo  $K_c$  tem interferência direta, como esta parcela na situação de controlo é sempre superior à parcela referente à viga, a carga que irá transitar para a viga não é preponderante.

Este facto verifica a situação real, pois as cargas distribuídas são geralmente absorvidas pelo cabo, sendo que estas são pouco ou nada transmitem ao tabuleiro independentemente das dimensões que este possa ter.

Existe contudo outra conclusão que pode ser retirada na análise deste teste de sensibilidade, o facto de que os valores obtidos se encontrem sempre próximos do valor de 0,45%, valor esse que é o valor corrente da situação de controlo. Leva a que, o aumento ou diminuição da rigidez da viga tenha pouca preponderância nesta análise. Assim, os erros obtidos serão sempre influenciados pelos três outros parâmetros e não pelas dimensões do tabuleiro.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

### 7.1.2 Momento Fletor

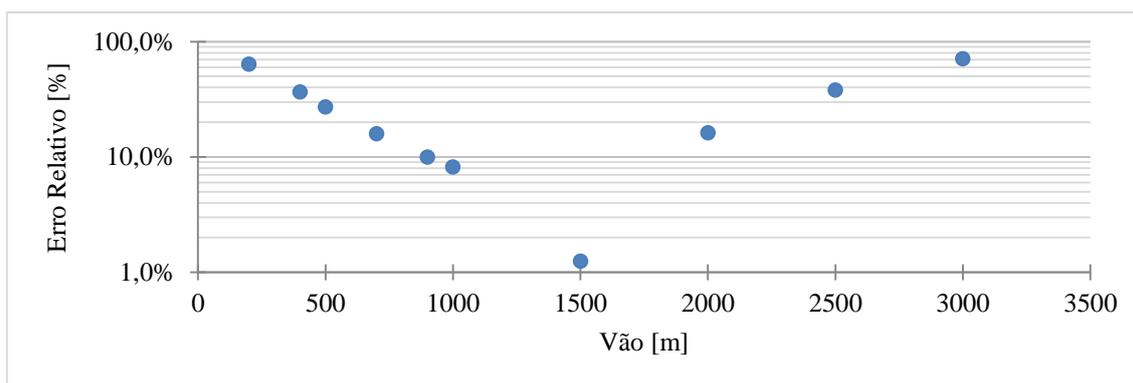
#### • Variação do vão

Efetuada uma análise de sensibilidade, novamente com a variação do vão longitudinal de uma ponte suspensa, onde se procura obter o valor do momento fletor a meio vão pelo método simplificado variando este parâmetro geométrico e comparando-o com o valor de momento fletor obtido pelo *software* de cálculo, são obtidos os valores apresentados no Quadro 7.7.

**Quadro 7.7** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor.

$L_{vão}$ [m]	$M_{n\grave{a}o\ linear}$ [kN.m]	$M_{simplificado}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
200	10839,65	3941,37	63,64%
400	9260,60	5881,54	36,49%
500	10032,25	7310,47	27,13%
700	13202,04	11111,84	15,83%
900	17963,68	16176,26	9,95%
<b>1000</b>	<b>20887,66</b>	<b>19182,71</b>	<b>8,16%</b>
1500	38479,49	38959,72	1,25%
2000	57385,86	66646,20	16,14%
2500	74037,720	102242,75	38,10%
3000	85368,61	145749,51	70,73%

Traduzindo os valores obtidos para a forma gráfica onde é comparado a evolução do erro relativo com o aumento do vão é obtida a Figura 7.8.



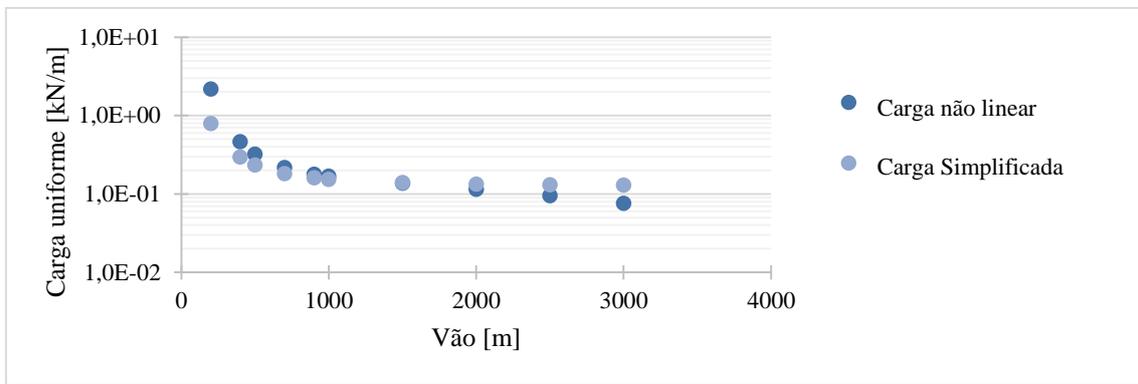
**Figura 7.8** – Variação do erro relativo com o aumento de vão central para Momento Fletor devido a uma sobrecarga uniforme.

Pode então observar-se que, a variação do momento fletor começa numa primeira fase a decrescer até ao ponto referente aos 1500 metros, após esse ponto o erro relativo aumenta. Este teste apresenta um valor máximo de 70,73% e um valor mínimo de 1,25%. Os valores correntes de vãos centrais de pontes suspensas encontram-se entre os 500 e os 2000 metros, sendo que esses valores

traduzem-se num intervalo de erros relativos entre 16,14% e os 27,13%, onde durante este intervalo existe uma diminuição do erro até ao valor de 1,25%.

Pode-se concluir que, na obtenção do momento fletor neste tipo de estruturas, o método não é preciso. Assim, apenas para vãos próximos dos 1000 metros os valores têm erros relativos próximos de 5%. Assume-se que, embora não seja a melhor aproximação que possa ser efetuada para a obtenção de momento fletor, este método é próximo o suficiente para a obtenção de um valor de pré-dimensionamento.

Para perceber o que leva a grande variação de valor de momentos fletores, foi traduzido em forma gráfica o andamento da sobrecarga uniforme presente devido à variação do vão (Figura 7.9). Nela estão apresentados os valores de carga uniforme presentes no *software* de cálculo e os valores de carga obtidos pelo método simplificado.



**Figura 7.9** – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento do vão central.

Assim, é possível observar que os vãos que dão erros relativos mais baixos são aqueles onde os pontos da carga são próximos, contudo, a carga uniforme que é obtida pelo método é numa primeira fase muito inferior àquela que é realmente transmitida para o tabuleiro. Este facto leva a que se obtenham erros relativos entre cargas muito superiores, assim, existe uma grande discrepância no valor dos momentos fletores obtidos entre o método simplificado e os obtidos pelo *software* de cálculo.

Pode observar-se também que, a certa altura, o andamento do gráfico muda de sentido descendente para ascendente, sendo que existe um ponto de inflexão que leva a que as cargas obtidas pelo método simplificado, outrora inferiores, passem a superiores quando comparadas com as cargas provenientes do *software*.

Este ponto de inflexão demonstra então uma propriedade da equação (5.13), nela se todas as constantes geométricas, exceto o parâmetro utilizado na análise de sensibilidade  $L$  foram consideradas como constantes ( $A$ ), a equação irá assumir a seguinte forma:

$$P_{viga}^* = A \frac{1}{L_{vão}^2 + 1} \quad (7.3)$$

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Esta função apresenta um máximo, que é equivalente ao ponto de inflexão, após este máximo a função irá decrescer, simulando o comportamento dos pontos obtidos na Figura 7.9.

Conclui-se então que a função regente da carga que é transmitida à viga, têm inicialmente um andamento mais lento do que a diminuição de carga que ocorre na realidade, mas, visto que a gama de valores que refletem os vãos correntes de pontes suspensas, estão entre os valores referidos anteriormente, é possível considerar que as cargas obtidas pelo método simplificado, são suficientemente fiáveis para serem utilizadas no tipo de análise que é sugerido.

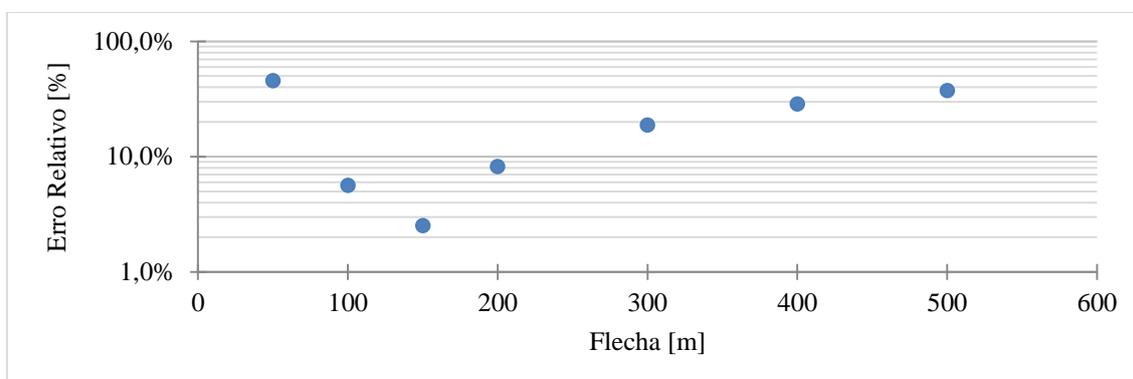
### • Variação da flecha

Os testes de sensibilidade que têm como parâmetro a variação da flecha, foram realizados à semelhança dos efetuados para a obtenção do valor do impulso, este têm como objetivo a obtenção do momento fletor. Os resultados estão presentes no Quadro 7.8, onde estão apresentados os valores dos momentos fletores obtidos pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo.

**Quadro 7.8** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor.

$f_w$ [m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
50	168253,16	244724,39	45,45%
100	62471,90	65986,54	5,63%
150	32210,53	31402,09	2,51%
<b>200</b>	<b>20887,66</b>	<b>19182,71</b>	<b>8,16%</b>
300	12808,64	10417,71	18,67%
400	10281,30	7342,67	28,58%
500	9441,74	5918,09	37,32%

Os resultados foram traduzidos em forma gráfica (Figura 7.10) onde é apresentado o andamento do erro relativo com o aumento do valor da flecha do cabo.

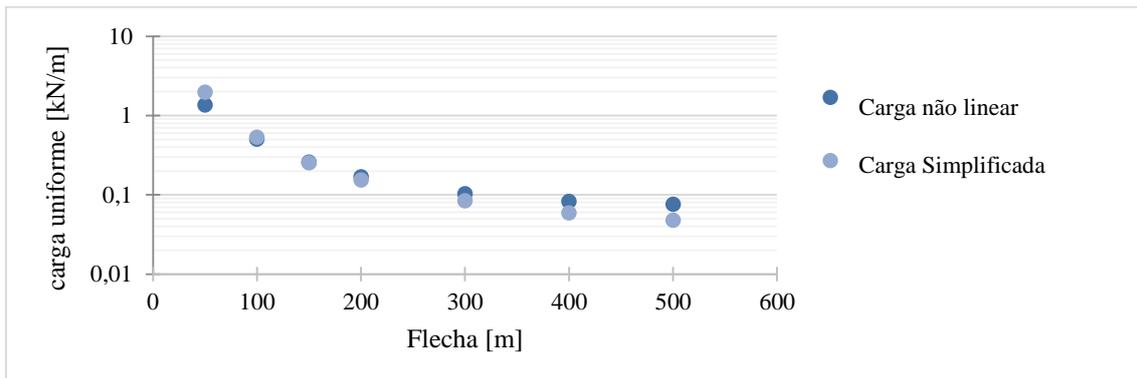


**Figura 7.10** - Variação do erro relativo com o aumento da flecha para momento fletor devido a uma sobrecarga uniforme.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Observa-se um certo paralelismo à análise de sensibilidade anterior. O erro relativo inicialmente obtido assume valores elevados, (45,45%), levando depois decréscimos sucessivos, chegando ao valor mínimo de 2,51%. A partir desse valor irá novamente sofrer um aumento até alcançar o valor de 37,32%. Anteriormente, foi referido que o intervalo de altura de torres correntes assume valores entre 107,2 metros e 213,96 metros, o que traduz em erros relativos de ordem dos 5,63% a 8,16%. Estes erros relativos assumem valores baixos e podem ser considerados como adequados na utilização do método simplificado.

É possível verificar que a carga que é transmitida para a viga não reflete a carga que deveria estar presente. Tal facto pode ser observado na Figura 7.11



**Figura 7.11** – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da flecha.

Conclui-se que os valores da sobrecarga uniforme que é obtida tanto pelo método simplificado como pelo *software* de cálculo, assumem valores sucessivamente decrescentes. Contudo, os valores obtidos pelo método simplificado apresentam um decréscimo superior aos valores obtidos pela via computacional. Pode então concluir-se que, a diferença entre o valor dos momentos fletores provém desta discrepância de cargas.

Para perceber o porquê do decréscimo dos valores obtidos pelo método, retoma-se a análise da equação (5.13). Nela e considerando que os outros parâmetros geométricos presentes na equação assumem os valores constantes de  $A$  e  $B$  observa-se que o parametro da flecha  $f_w$  está presente no dividendo e no divisor da equação, como apresentado na expressão (7.4):

$$P_{viga}^* = A \frac{f_w^2}{f_w^2 + B} \quad (7.4)$$

Esta função contém também um mínimo correspondente ao ponto de inflexão, até esse ponto irá ocorrer uma diminuição do valor da carga e após esse ponto irá ocorrer um aumento da carga. Deste modo, visto que, a carga que é absorvida pela viga é cada vez menor, leva a que, exista sempre uma diferença entre as cargas obtidas pelo método simplificado e pela via computacional.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

### • Variação da área do cabo

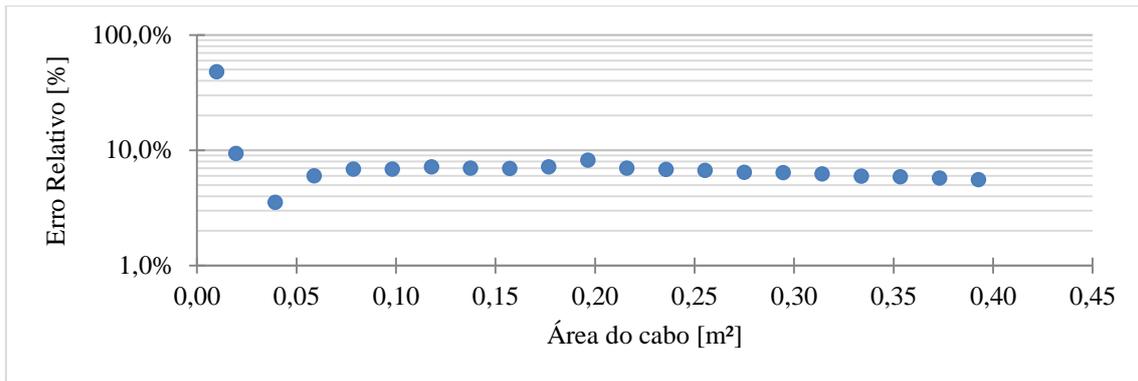
O teste de sensibilidade onde o parâmetro a estudar é a área do cabo, é realizado de forma análoga a que foi utilizada quando o objetivo era a obtenção do valor de impulso. Desta forma, foram obtidos os valores do momento fletor do método simplificado e do *software* de cálculo. Estes valores foram também traduzidos em incrementos de 10%, iniciando o teste nos 5% do valor de controlo e terminando quando a área do cabo é duas vezes superior à área de controlo. Os valores estão apresentados no Quadro 7.9.

**Quadro 7.9** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro relativo [%]
5%	0,010	357588,10	241993,16	47,77%
10%	0,020	185424,61	169586,51	9,34%
20%	0,039	94463,90	97913,09	3,52%
30%	0,059	63375,04	67417,72	6,00%
40%	0,079	47682,38	51170,52	6,82%
50%	0,098	38218,80	41022,16	6,83%
60%	0,118	31889,62	34343,24	7,14%
70%	0,137	27358,89	29408,04	6,97%
80%	0,157	23955,41	25737,88	6,93%
90%	0,177	21305,04	22947,80	7,16%
<b>100%</b>	<b>0,196</b>	<b>19182,71</b>	<b>20887,67</b>	<b>8,16%</b>
110%	0,216	17444,91	18753,99	6,98%
120%	0,236	15995,82	17164,78	6,81%
130%	0,255	14769,01	15824,53	6,67%
140%	0,275	13716,97	14655,57	6,40%
150%	0,295	12804,85	13675,56	6,37%
160%	0,314	12006,47	12801,37	6,21%
170%	0,334	11301,80	12014,07	5,93%
180%	0,353	10675,26	11342,51	5,88%
190%	0,373	10114,55	10727,58	5,71%
200%	0,393	9609,79	10173,79	5,54%

Realizada a representação gráfica dos dados obtidos no Quadro 7.9, observa-se o andamento do erro relativo com a variação da área do cabo (Figura 7.12).

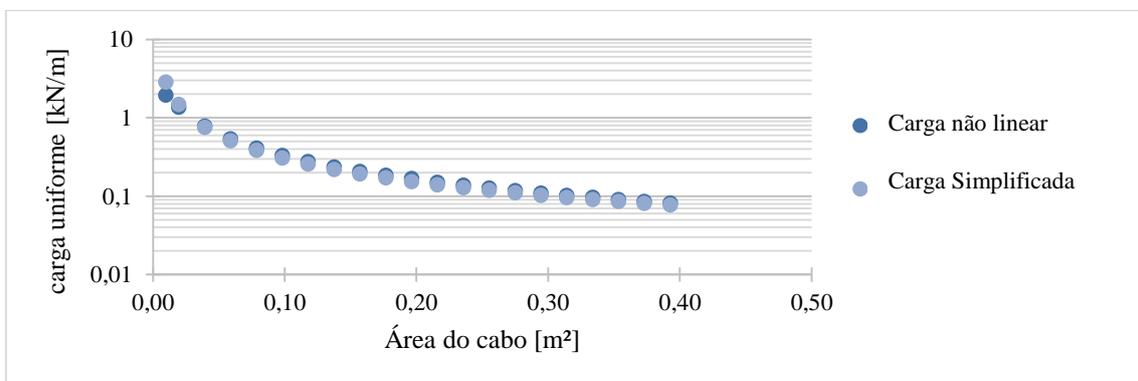
## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias



**Figura 7.12** - Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo para Momento Fletor, devido a uma sobrecarga uniforme.

É possível observar que o erro relativo obtido inicialmente é elevado, cerca de 47,77%, este irá eventualmente estabilizar à medida que aumenta a área do cabo. Pode-se então concluir que, para as áreas transversais de cabos muito elevadas, o erro relativo obtido torna-se constante, sendo que neste caso mantem-se em cerca de 6%, pode também concluir-se que, sendo o erro relativo da situação de controlo de 8,16%, a área do cabo pouco ou nada influencia na absorção de carga por parte da viga. Assim este parâmetro tem um papel menos preponderante quando comparado com os outros factores geométricos.

Traçando a relação de cargas que deveria existir entre o método analítico e a carga obtida pelo *software* de cálculo é possível corroborar esta informação.



**Figura 7.13** – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da área do cabo.

Na Figura 7.13 observa-se que tanto a carga uniforme obtida pelo método simplificado, bem como a carga uniforme presente na viga obtida pelo *software* de cálculo, assumem valores próximos. Este facto leva a erros relativos baixos. Assim é possível afirmar que o aumento da secção transversal do cabo é benéfica quando utilizada a metodologia proposta.

Observando a equação (5.13) e efetuando os mesmos artifícios que foram utilizados anteriormente, isto é, considerar constante todas as parcelas presentes na equação como  $A$ ,  $B$  e  $C$  e permanecendo a área do cabo como variável, obtém-se uma função do tipo:

## RESULTADOS NUMÉRICOS

$$P_{viga}^* = \frac{A}{BA_c + C + DA_c + E} \quad (7.5)$$

Pode observar-se que, apenas levando a área do cabo a assumir valores pequenos, irá influenciar o carregamento que está presente na viga. Se a área do cabo for superior, a sobrecarga uniforme irá ter uma presença cada vez menor neste elemento, facto que corrobora a situação real pois o cabo irá ter uma maior absorção da carga do que a viga.

Conclui-se então que, a variação da área do cabo na obtenção do valor de momento fletor têm pouco impacto, sendo que só se torna significativa se, em comparação com a dimensão dos outros elementos, este parâmetro seja de dimensão reduzida.

### • Variação da inércia do tabuleiro

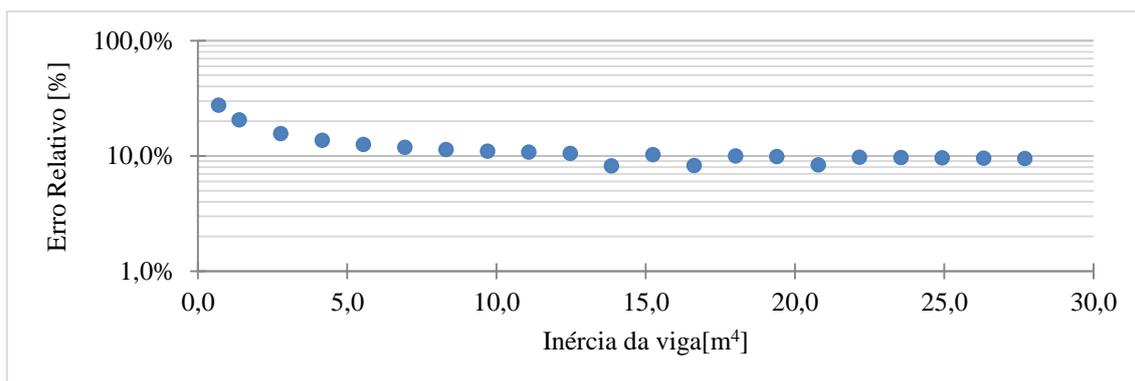
O teste de sensibilidade onde existe uma variação de inércia é realizado de forma análoga à que foi realizada na obtenção do valor de impulso do cabo. Assim este teste inicia-se com um valor a 5% do valor de controlo, sendo que após esse valor iram ocorrer incrementos de 10% até chegar ao valor de duas vezes o valor parâmetro de controlo. Desta forma, serão obtidos os valores de momento fletor do método simplificado e do momento fletor obtido pelo *software* de cálculo, bem como o erro relativo, estes valores estão apresentados no Quadro 7.10.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 7.10** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Momento Fletor.

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo [%]
5%	0,69	962,64	1327,49	27,48%
10%	1,38	1924,92	2419,11	20,43%
20%	2,77	3848,35	4558,49	15,58%
30%	4,15	5770,31	6678,79	13,60%
40%	5,54	7690,79	8791,13	12,52%
50%	6,92	9609,79	10898,73	11,83%
60%	8,31	11527,32	13002,81	11,35%
70%	9,69	13443,37	15103,63	10,99%
80%	11,08	15357,95	17202,35	10,72%
90%	12,46	17271,07	19298,73	10,51%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>19182,71</b>	<b>20887,66</b>	<b>8,16%</b>
110%	15,23	21092,89	23484,90	10,19%
120%	16,62	23001,60	25068,78	8,25%
130%	18,00	24908,86	27662,75	9,96%
140%	19,39	26814,65	29748,65	9,86%
150%	20,77	28718,98	31325,25	8,32%
160%	22,16	30621,85	33914,53	9,71%
170%	23,54	32523,27	35994,54	9,64%
180%	24,93	34423,23	38072,62	9,59%
190%	26,31	36321,74	40148,77	9,53%
200%	27,70	38218,80	42223,02	9,48%

Efetuada a representação gráfica dos dados obtidos é obtido então o gráfico que apresenta o andamento do erro relativo com o aumento da inércia da viga (Figura 7.14).



**Figura 7.14** – Variação do erro relativo com o aumento de inércia da viga para Momento Fletor devido a uma sobrecarga uniforme.

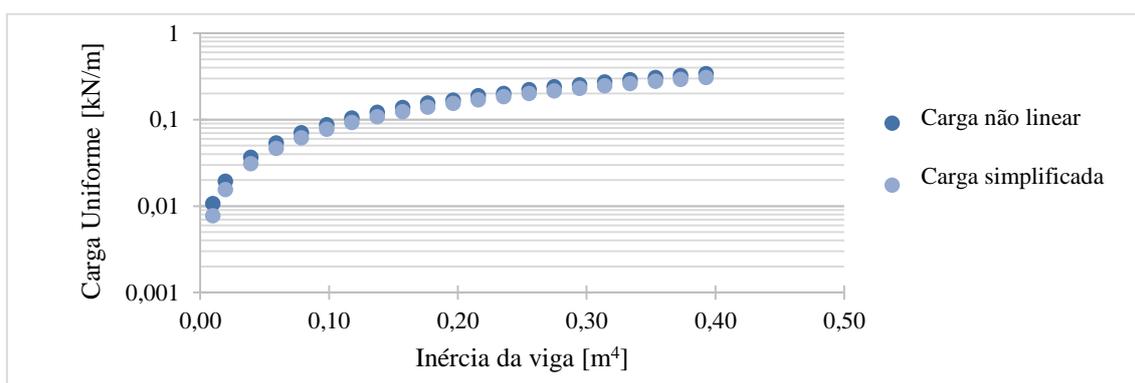
A Figura 7.14 apresenta a variação do erro relativo com o aumento da inércia. Pode perceber-se que a variação de inércia têm pouca influência nos valores do momento fletor. Assim, para valores de inércia pequenos ou seja, tabuleiros de geometria diminuta, o erro relativo obtido é de 27,49%. Este erro relativo é obtido pois, ao haver uma menor inércia na viga, esta irá ter uma rigidez mais baixa

## RESULTADOS NUMÉRICOS

quando comparada com o cabo, deste modo, a absorção de esforços por parte do cabo irá ser muito elevada.

Após estes valores iniciais, o erro relativo torna-se praticamente constante com o aumento da inércia, levando a concluir que, este parâmetro não influencia a variação do erro relativo, pois os valores são semelhantes aos obtidos pelos parâmetros de controlo.

Observando a equação (5.13) e traçando o andamento do carregamento uniforme aplicado à viga comparativamente ao andamento do carregamento obtido pelo *software* de cálculo, é possível observar-se o andamento do carregamento.



**Figura 7.15** – Variação da sobrecarga uniforme obtida pelo método simplificado e a sobrecarga obtida pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da inércia da viga.

Na Figura 7.15 é possível concluir que tanto o aumento exponencial da sobrecarga obtida pelo método simplificado como o da sobrecarga obtida pelo *software* de cálculo são praticamente coincidentes. Traduzindo então o facto de que o valor do erro relativo dos métodos ser baixo.

Conclui-se que, a par do que ocorre quando existe uma variação da área do cabo, o aumento da inércia da viga, não irá alterar o erro relativo que pode ser esperado, desta forma, o erro que está presente na estrutura é influenciado pelos parâmetros geométricos referentes à flecha e ao vão central da estrutura.

### 7.1.3 Consideração e conclusões para o caso da carga uniforme

#### • Impulso

A partir dos testes de sensibilidade utilizados, foi possível observar que a obtenção do impulso horizontal do cabo pelo método simplificado leva a valores bastante viáveis quando comparados aos valores obtidos por via numérica.

Quando observados os valores obtidos pela variação do vão, é possível perceber que, para vãos pequenos o erro é elevado, tal é devido ao perfil que o cabo assume, assumindo um perfil semelhante ao de um cosseno hiperbólico. Esta deformação distancia-se da deformação da viga (4º Grau), levando

assim a que haja uma incompatibilização das rigidezes a meio vão. Para vãos elevados, o deslocamento do cabo é elevado (Figura 7.2), levando o cabo a assumir funções de graus superiores afastando a deformação da deformação da viga.

O aumento da flecha, leva a resultados cada vez mais próximos dos valores numéricos obtidos, tal facto advém da diminuição do deslocamento que ocorre à medida que aumenta a altura da torre. Este aumento, tem consequência direta na rigidez do cabo, pois um aumento da flecha leva ao aumento deste parâmetro, o que beneficia a estrutura.

O aumento da secção transversal do cabo é benéfica pois, este aumento leva a um aumento da rigidez do elemento estrutural. Tal facto leva a uma maior absorção da sobrecarga presente na estrutura, levando então a uma aproximação da situação real.

O aumento da inercia no tabuleiro não é preponderante na análise. Esta tem consequência direta na rigidez da viga, contudo, a rigidez do cabo apresenta valores muito superiores à da viga, levando assim a um peso muito menor na obtenção dos esforços quando é necessário obter o impulso horizontal.

### • **Momento fletor**

O momento fletor obtido na análise de sensibilidade leva a resultados inconstantes, contudo, dentro da gama de valores utilizados nos dias de hoje, os valores obtidos apresentam resultados baixos. Assim o método utilizado pode ser considerado como uma boa aproximação dos valores obtidos.

Quando analisados os resultados obtidos no teste de sensibilidade da variação do vão central, pode-se observar que os valores obtidos representam todos um minorante face aos obtidos pelo método numérico.

Os valores obtidos pela variação de flecha contêm as mesmas conclusões que foram possíveis de serem retiradas quando analisados os esforços da variação de vão. Contudo, estes não apresentam todos um minorante, sendo que para flechas baixas, os valores obtidos apresentam-se como majorante face aos obtidos por via numérica. Não obstante, os valores correntes encontram-se num intervalo onde os valores são minorantes.

Os valores obtidos pelo aumento da área do cabo e pelo aumento da inercia da viga, levam a conclusões semelhantes. Estes apresentam variações muito reduzidas podendo considerar-se que não afetam o método quando é necessário obter valores de momento fletor. Tal facto provem do peso que a inercia apresenta quando comparada com o cabo, para a obtenção do momento fletor, a rigidez do cabo tem pouca interferência, sendo que apenas a rigidez da viga dita o peso da carga que está presente. Como a dimensão das rigidezes é elevada, estes dois factores pouco têm em conta os valores obtidos.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

### 7.2 Carga Pontual Aplicada a Meio vão

Visto que o método apresentado é dividido em suas partes, neste subcapítulo são abordados os testes de sensibilidade utilizados na obtenção dos valores de momento fletor e de impulso para sobrecargas pontuais. Este subcapítulo irá ter duas divisões, sendo que, a primeira refere-se ao Método I e a segunda ao Método II, onde irão ser descritos todos os resultados obtidos.

#### 7.2.1 Momento Fletor

##### • Variação do vão – Método I

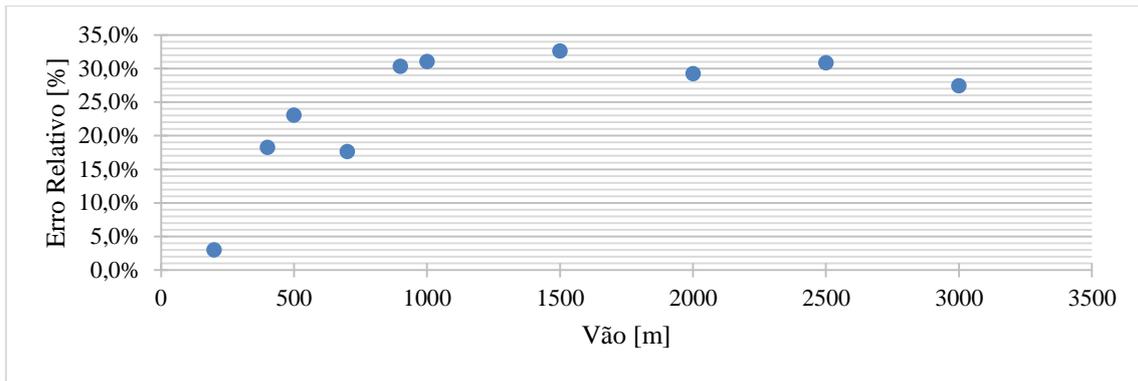
O teste de sensibilidade, onde é variado o vão central da estrutura para a obtenção dos momentos fletores para o Método I, é realizado em conformidade com o que foi apresentado nesta dissertação, assim, no Quadro 7.11 encontram-se apresentados os valores dos momentos fletores, obtidos pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo bem como o erro relativo.

**Quadro 7.11** – Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.

$L_{vão}$ [m]	$M_{simplificado}$ [kN.m]	$M_{não\ linear}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
200	6346,52	6540,42	2,96%
400	9313,19	11388,44	18,22%
500	10839,33	14085,29	23,05%
700	14045,93	17048,38	17,61%
900	17392,99	24960,5	30,32%
<b>1000</b>	<b>19100,21</b>	<b>27696,04</b>	<b>31,04%</b>
1500	27819,57	41267,67	32,59%
2000	36690,70	51823,21	29,20%
2500	45627,38	65954,78	30,82%
3000	54597,92	75222,65	27,42%

Traduzindo estes valores para uma forma gráfica, onde é possível observar o andamento do erro relativo calculado com a variação de vão, é obtida a Figura 7.16.

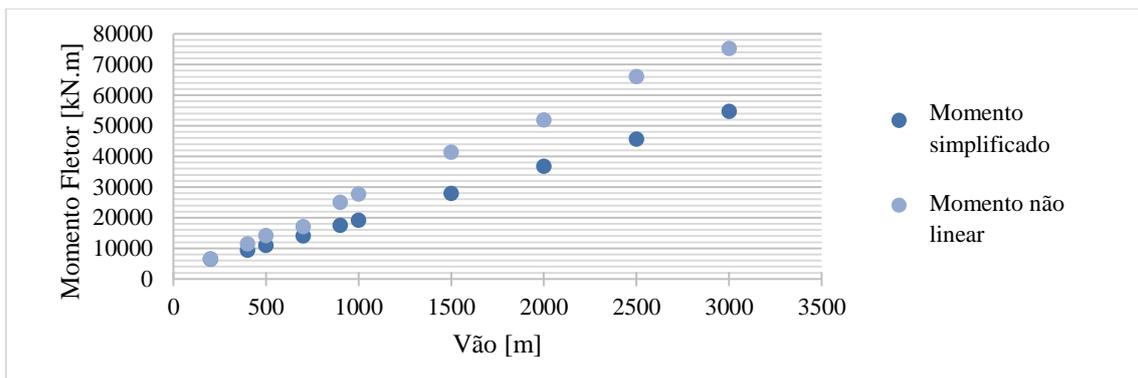
## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias



**Figura 7.16** - Variação do erro relativo com o aumento do vão, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

É possível concluir que o erro relativo obtido por este método é inconstante, quando o vão assume o valor de 700 metros, observa-se uma diminuição súbita do gradiente do erro relativo. Esta grande variação de erro relativo provem da rigidez de fundação que é considerada no Método I ser obtida de uma forma muito simplificada. Esta é considerada proveniente da aplicação de uma sobrecarga unitária no cabo, levando a que a rigidez de fundação não seja bem descrita. Contudo o erro obtido por este método, não apresenta valores elevados.

Para perceber o impacto que a rigidez tem no método, sobretudo no valor do momento fletor é necessário relembrar a expressão que leva à obtenção do valor deste esforço. O vão têm influência no factor característico do sistema  $\beta$ , parametro esse que irá definir a percentagem de momento que irá estar presente na estrutura. Como o vão neste teste aumenta, este parametro assume valores cada vez maiores, assim sendo,  $\beta$  assume valores cada vez menores. Desta forma, o valor dos momentos fletores é cada vez maior em contraste com os valores obtidos pelo *software* de cálculo (Quadro 7.11).



**Figura 7.17** - Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo SAP2000 com o aumento do vão central pelo Método I.

A Figura 7.17 mostra como os momentos obtidos pelo método simplificado são sempre inferiores aos obtidos pelo *software* de cálculo. Assim, é possível afirmar que os valores de momento fletor obtidos pelo método representam um minorante. Pode também ser observado que o distanciamento entre os momentos fletores leva ao aumento do erro relativo. Logo este pode ser contornado aplicando um coeficiente multiplicativo que permita aproximar os valores de ambos os

## RESULTADOS NUMÉRICOS

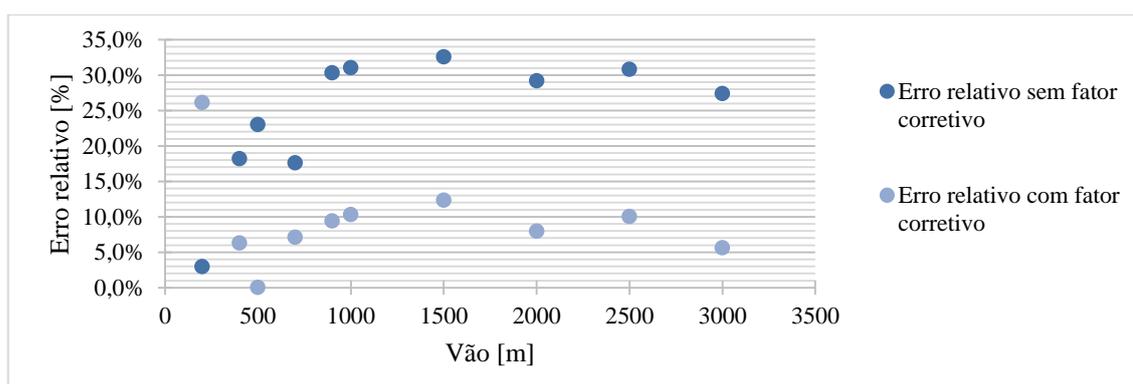
momentos. Este coeficiente multiplicativo pode ser obtido ao observar o Quadro 7.11, nele pode-se concluir que a variação do erro relativo ronda os 30%. Deste modo e visto que os momentos fletores representam um minorante este factor multiplicativo pode ser considerado como sendo 1,3. A importância deste factor multiplicativo é elevada, pois, no caso de uma carga pontual, a rigidez tem um efeito muito superior quando comparada com a rigidez obtida por uma sobrecarga uniforme.

Assim, foram apresentados os resultados, quando o momento fletor é obtido pelo método simplificado foi multiplicado pelo factor multiplicativo, sendo apresentados no Quadro 7.12.

**Quadro 7.12** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo.

$L_{vão}$ [m]	$M_{simplificado}$ [kN.m]	$M_{não\ linear}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
200	8250,48	6540,42	26,15%
400	12107,15	11388,44	6,31%
500	14091,14	14085,29	0,04%
700	18259,72	17048,38	7,11%
900	22610,9	24960,5	9,41%
<b>1000</b>	<b>24830,28</b>	<b>27696,04</b>	<b>10,35%</b>
1500	36165,45	41267,67	12,36%
2000	47697,91	51823,21	7,96%
2500	59315,59	65954,78	10,07%
3000	70977,3	75222,65	5,64%

Da comparação das duas tabelas pode conclui-se que o valor do erro relativo desceu, não obstante, a variação de erro manteve-se inconstante, o que já era esperado. Traçado o gráfico comparativo entre o valor do erro relativo com e sem o factor corretivo é então possível observar a grande diminuição do erro obtido.



**Figura 7.18** – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor corretivo.

Da Figura 7.18, é possível concluir que o erro relativo diminui consideravelmente quando aplicado o factor corretivo. Assim sendo, pode-se concluir que este factor funciona bem para os vãos correntes ([500; 2000] metros), onde se pode observar uma redução do erro relativo de cerca de 20%.

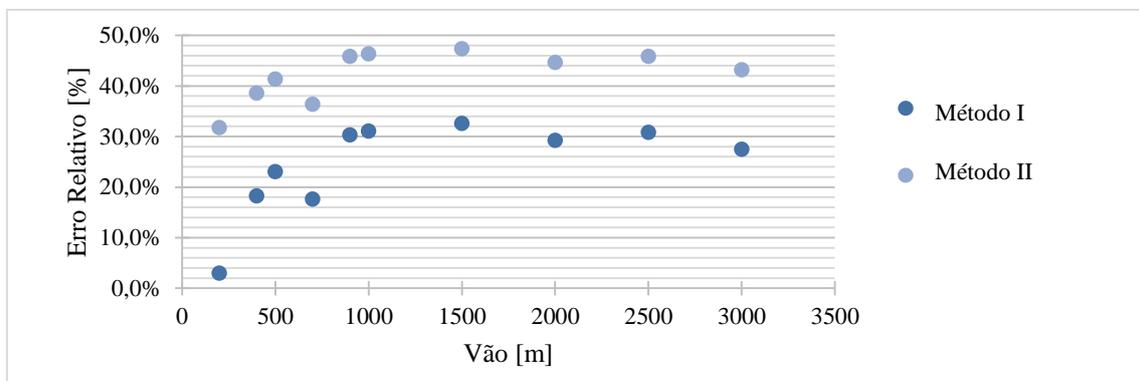
• **Variação do vão – Método II**

Da mesma forma que foi efetuado o teste de sensibilidade do Método I, foi efetuado um para o Método II, assim foram obtidos os valores dos momentos fletores pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo bem como o erro relativo sendo que estão apresentados no Quadro 7.13.

**Quadro 7.13** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II.

$L_{vão}$ [m]	$M_{simplificado}$ [kN.m]	$M_{não\ linear}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
200	4466,053	6540,42	31,72%
400	6997,54	11388,44	38,56%
500	8261,53	14085,29	41,35%
700	10854,18	17048,38	36,33%
900	13518,81	24960,5	45,84%
<b>1000</b>	<b>14870,40</b>	<b>27696,04</b>	<b>46,31%</b>
1500	21741,38	41267,67	47,32%
2000	28710,64	51823,21	44,60%
2500	35724,035	65954,78	45,84%
3000	42760,59	75222,65	43,15%

Traduzindo os valores para a forma gráfica (Figura 7.19), foi obtido o gráfico que reflete o andamento do erro relativo com o aumento do vão. Contudo, no mesmo gráfico estão também apresentados os valores obtidos pelo Método I de forma a poderem ser comparados ambos os métodos.



**Figura 7.19** - Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação do vão central.

Pode observar-se que o método que utiliza a rigidez uniforme (Método II) leva a resultados insatisfatórios quando comparado com o Método I.

Este erro relativo é muito superior ao obtido pelo Método I, devido à configuração física que o cabo assume. Neste caso de estudo é apresentado uma estrutura sujeita a um carregamento pontual, sendo que desse carregamento a estrutura assume uma configuração. Quando utilizada uma rigidez uniforme, a configuração que o cabo assume é diferente daquela que é a real. Assim, o comportamento que a viga tem é diferente, pois, quando se considera esta rigidez como sendo a rigidez de fundação, o modelo simplificado dista do modelo real.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Desta forma, a rigidez devida à carga pontual, apresenta resultados muito mais satisfatórios face a rigidez obtida por uma carga uniforme, esta é aquela que aproxima com maior rigor o modelo simplificado ao modelo físico.

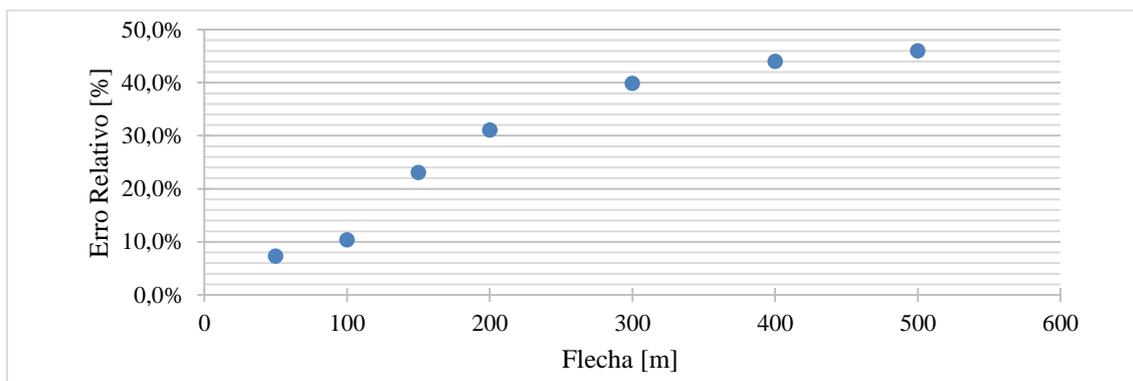
### • Variação da flecha – Método I

O teste de sensibilidade que varia o parâmetro geométrico da flecha  $f_w$ , é utilizado de forma a obter o valor do momento fletor para o Método I. Este, leva aos resultados no Quadro 7.14, onde é possível observar o valor do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo.

**Quadro 7.14** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.

$f_w$ [m]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
50	34231,9	31917,02	7,25%
100	25610,5	28560,09	10,33%
150	21483,51	27917,85	23,05%
<b>200</b>	<b>19100,21</b>	<b>27696,04</b>	<b>31,04%</b>
300	16581,17	27545,43	39,80%
400	15410,38	27501,06	43,96%
500	14850,39	27487,78	45,97%

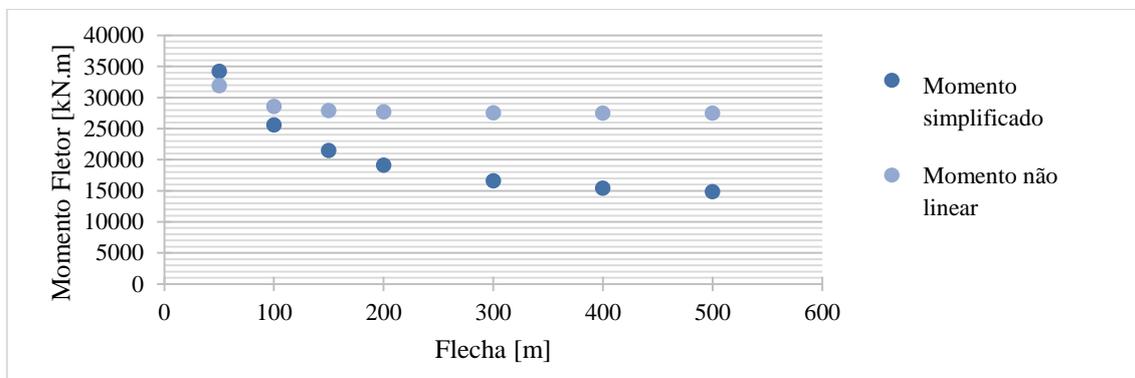
Estes valores foram então traduzidos para a forma gráfica (Figura 7.20), onde é possível observar o andamento do erro relativo com o aumento do valor da flecha.



**Figura 7.20** - Variação do erro relativo com o aumento da flecha, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão

Da Figura 7.20 conclui-se que o erro relativo tem um crescimento à medida que aumenta a flecha, pode também ser observado no Quadro 7.14 que os valores obtidos pelo método simplificado nem sempre representam um minorante quando comparados aos valores obtidos pela via computacional.

Conclui-se então que não é possível encontrar uma relação direta entre o aumento da flecha e o erro relativo, pois a grande variação deve-se a uma grande aproximação que é efetuada pelo método. Assim sendo, foi necessário apresentar graficamente o valor dos momentos fletores comparando os obtidos pelo método simplificado e os obtidos pelo *software* de cálculo de forma a ser possível perceber o andamento que estes valores têm, sendo obtida a Figura 7.21.



**Figura 7.21** – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da flecha pelo Método I.

Assim, é possível concluir que o primeiro valor obtido pelo método simplificado representa um majorante. Desta forma, para os valores de controlo apresentados, uma flecha relativamente baixa irá sempre apresentar valores majorantes face a flechas mais elevadas. Pode também concluir-se que o momento fletor assume valores muito menores com o aumento da flecha, o que é contraditório com o que acontece quando comparados com os valores obtidos pelo *software*. Estes parecem a determinado ponto estabilizar, levando então à conclusão de que, para os valores de controlo o aumento da flecha deveria ter um papel menor do que aquele que o método lhe dá, contudo o método não consegue contornar esse facto.

Relembrando o factor multiplicativo utilizado na análise anterior, (1,3) os valores do momento fletor nesta análise quando aplicado este factor são os apresentados no Quadro 7.15

**Quadro 7.15** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo.

$f_w$ [m]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
50	44501,47	31917,02	39,43%
100	33293,65	28560,09	16,57%
150	27928,57	27917,85	0,04%
<b>200</b>	<b>24830,28</b>	<b>27696,04</b>	<b>10,35%</b>
300	21555,53	27545,43	21,75%
400	20033,5	27501,06	27,15%
500	19305,52	27487,78	29,77%

Estes valores foram então traduzidos para forma gráfica e apresentados em conjunto com os resultados obtidos sem o factor multiplicativo.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

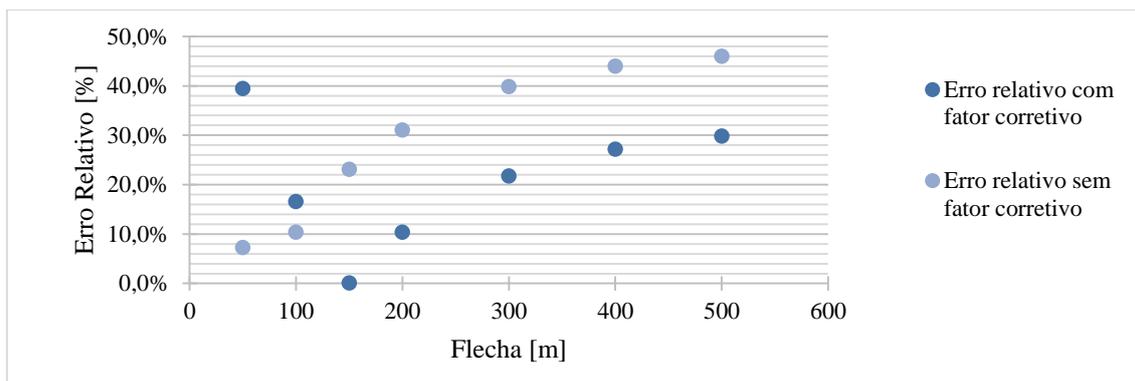


Figura 7.22 - Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor corretivo.

Pode então concluir-se que, a utilização do fator corretivo assume valores mais conservativos do que os obtidos sem a sua utilização. O aumento do valor do erro relativo nos dois primeiros elementos deve-se sobretudo ao facto de que, visto que o primeiro representava um majorante, ao aplicar o factor corretivo, leva a que o valor tenha uma majoração ainda maior face ao valor obtido pelo *software* de cálculo. O segundo elemento têm um aumento pois a sua proximidade dos valores do momento obtido por via computacional, aumenta ainda mais a disparidade entre valores.

A utilização deste método com o factor corretivo é no entanto fiável, tendo em conta que os valores de torres correntes variam entre os 107,2 metros e os 213,96 metros, o erro relativo obtido representa um minorante, levando a que, os valores obtidos com o factor corretivo se situem entre os 16,57% e os 10,35%. Assim, pode-se considerar que a nível de pré-dimensionamento, os valores são aceitáveis e passíveis de serem utilizados.

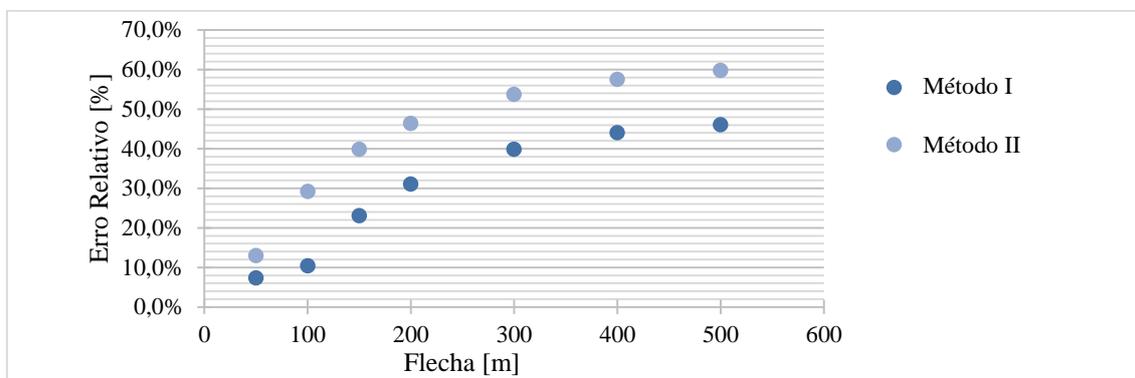
### • Variação da flecha – Método II

Efetuada uma análise de sensibilidade para os valores obtidos pelo Método II, para quando existe uma variação da flecha, são obtidos os valores apresentados no Quadro 7.16. Nele estão apresentados os momentos fletores obtidos pelo método simplificado e os momentos fletores obtidos pelo *software* de cálculo bem como o erro relativo.

Quadro 7.16 - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II.

$f_w$ [m]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
50	27803,061	31917,02	12,89%
100	20230,82	28560,09	29,16%
150	16819,72	27917,85	39,75%
<b>200</b>	<b>14870,4</b>	<b>27696,04</b>	<b>46,31%</b>
300	12763,57	27545,43	53,66%
400	11693,63	27501,06	57,48%
500	11079,18	27487,78	59,69%

Traduzindo os valores obtidos para a forma gráfica (Figura 7.23) onde estão apresentados os pontos referentes aos erros relativos pelo Método I e pelo Método II (de forma a poder serem comparados).



**Figura 7.23** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da flecha.

Pode concluir-se que o erro relativo obtido pelo Método II é superior ao obtido pelo Método I, pode também concluir-se, por observação do Quadro 7.16 que os valores obtidos pelo Método II representam sempre um minorante quando comparados aos obtidos pelo *software* de cálculo.

Conclui-se que o Método I apresenta erros relativos sempre inferiores quando comparado ao Método II, assim é possível afirmar que, o teste de sensibilidade da variação da flecha apresenta resultados suficientes quando utilizada a rigidez de fundação referente à carga pontual.

### • Variação da área do cabo – Método I

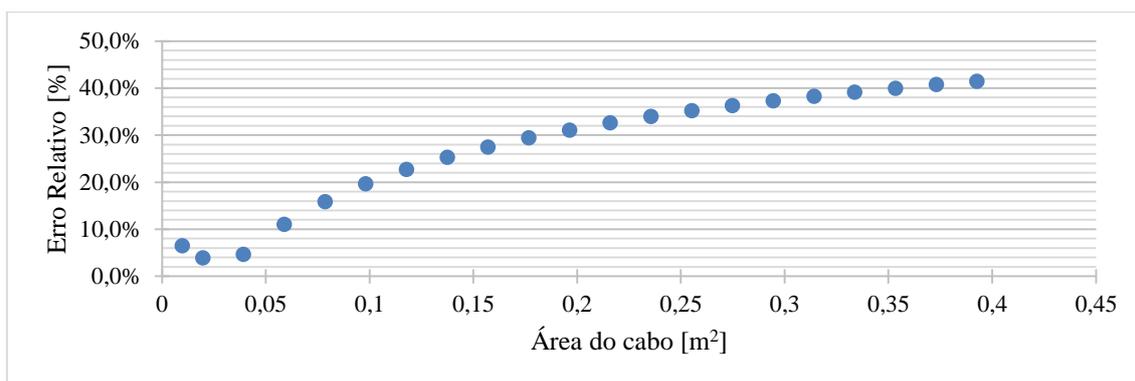
O teste de sensibilidade onde é efetuada uma variação de área do cabo foi realizado para a obtenção do momento fletor quando é utilizada uma rigidez de fundação proveniente de uma carga pontual. Este teste é efetuado de forma semelhante à que já foi efetuada, onde o primeiro valor representa 5% do valor de controlo, sendo que serão impostos incrementos de 10% até que o valor final tome cerca de 2 vezes o valor de controlo. Os resultados referentes ao momento fletor obtido pelo método simplificado, os obtidos por via computacional e os erros relativos determinados, são os apresentados no Quadro 7.17

## RESULTADOS NUMÉRICOS

**Quadro 7.17** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,01	37146,71	34909,32	6,41%
10%	0,02	32471,06	31262,28	3,87%
20%	0,04	27972,29	29318,96	4,59%
30%	0,06	25500,74	28652,03	11,00%
40%	0,08	23837,67	28314,59	15,81%
50%	0,10	22603,94	28110,62	19,59%
60%	0,12	21633,74	27973,79	22,66%
70%	0,14	20840,45	27875,46	25,24%
80%	0,16	20173,36	27801,21	27,44%
90%	0,18	19600,45	27743,02	29,35%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>19100,21</b>	<b>27696,04</b>	<b>31,04%</b>
110%	0,22	18657,62	27657,19	32,54%
120%	0,24	18261,72	27624,41	33,89%
130%	0,26	17904,37	27596,28	35,12%
140%	0,27	17579,30	27571,77	36,24%
150%	0,29	17281,63	27550,13	37,27%
160%	0,31	17007,46	27530,81	38,22%
170%	0,33	16753,67	27513,36	39,11%
180%	0,35	16517,69	27497,45	39,93%
190%	0,37	16297,38	27482,83	40,70%
200%	0,39	16090,97	27469,27	41,42%

Traduzindo os valores obtidos para uma representação gráfica, é obtido o andamento do erro relativo com o aumento da área do cabo (Figura 7.24).

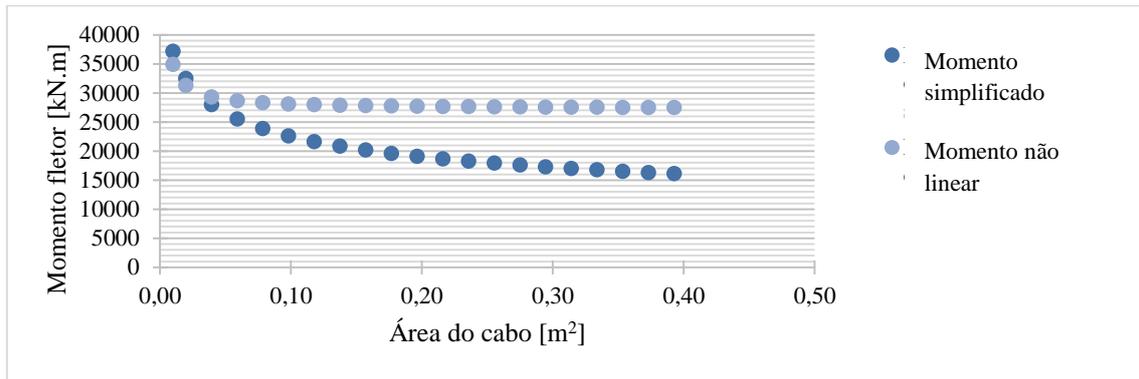


**Figura 7.24** – Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo, para o Método I da obtenção do momento fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

É possível concluir que, os erros relativos obtidos são elevados, sendo que existem variações de 6,41% até aos 41,42%, sendo que os erros aumentam à medida que a área do cabo aumenta.

É possível concluir que o aumento do erro relativo parece ter uma variação linear, demonstrando que o aumento da área do cabo irá levar a um maior distanciamento dos valores do

momento fletor. Assim, é possível afirmar que este parâmetro geométrico tem uma grande influência na obtenção do momento fletor.



**Figura 7.25** – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da área do cabo.

A Figura 7.25 representa a variação do valor do momento fletor obtido pelo método simplificado com a variação do valor obtido pelo método computacional. Assim é possível concluir que o valor do momento fletor obtido pelo *software* tem uma variação muito pequena, à medida que ocorre o aumento da área do cabo. Em contraste, o momento obtido pelo método simplificado apresenta uma variação muito elevada, levando a uma variação cada vez menor. Desta forma, pode concluir-se que, para que o método levasse a resultados mais fiáveis, seria necessário que o parâmetro geométrico representativo do cabo não tivesse tanto peso no método.

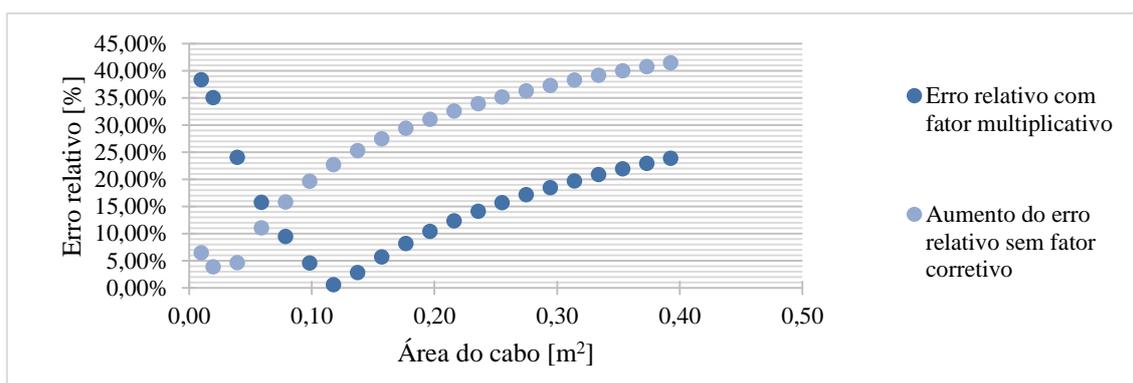
O peso do parâmetro encontra-se embutido na equação que dá a rigidez de fundação devido ao carregamento do cabo (5.19). Nela, é possível perceber que o aumento da área leva a um aumento da rigidez, sendo que esta leva a um sucessivo aumento do parâmetro  $\beta$ . Ocorrendo a diminuição progressiva do momento fletor. Relembrando o coeficiente corretivo que foi sugerido na primeira análise de sensibilidade (1,3), este foi aplicado aos resultados obtidos no Quadro 7.17 sendo que foram determinados os valores presentes no Quadro 7.18.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

**Quadro 7.18** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,01	48290,72	34909,32	38,33%
10%	0,02	42212,38	31262,28	35,03%
20%	0,04	36363,98	29318,96	24,03%
30%	0,06	33150,96	28652,03	15,70%
40%	0,08	30988,97	28314,59	9,45%
50%	0,10	29385,12	28110,62	4,53%
60%	0,12	28123,87	27973,79	0,54%
70%	0,14	27092,58	27875,46	2,81%
80%	0,16	26225,37	27801,21	5,67%
90%	0,18	25480,58	27743,02	8,15%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>24830,28</b>	<b>27696,04</b>	<b>10,35%</b>
110%	0,22	24254,9	27657,19	12,30%
120%	0,24	23740,24	27624,41	14,06%
130%	0,26	23275,68	27596,28	15,66%
140%	0,27	22853,09	27571,77	17,11%
150%	0,29	22466,12	27550,13	18,45%
160%	0,31	22109,7	27530,81	19,69%
170%	0,33	21779,77	27513,36	20,84%
180%	0,35	21472,99	27497,45	21,91%
190%	0,37	21186,59	27482,83	22,91%
200%	0,39	20918,26	27469,27	23,85%

Traduzindo estes valores para forma gráfica, e comparando-os com os erros relativos obtidos sem a presença deste factor corretivo, foi obtida a Figura 7.26.



**Figura 7.26** – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem factor corretivo.

É possível concluir-se que o valor do erro relativo é variável quando introduzido o factor multiplicativo, observando-se que, ao aplicar este factor, o valor do erro relativo aumenta para cabos com área pequena, pois o valor do momento fletor calculado pelo método simplificado e pelo *software* é muito próximo e diminui para áreas superiores onde ocorre a distanciação de momentos.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

Para valores de cabos correntes, os erros relativos existentes representam cerca de 24,03% a 20,84%, embora estes erros sejam elevados, podem ser considerados como aceitáveis a nível de pré-dimensionamento.

### • Variação da área do cabo – Método II

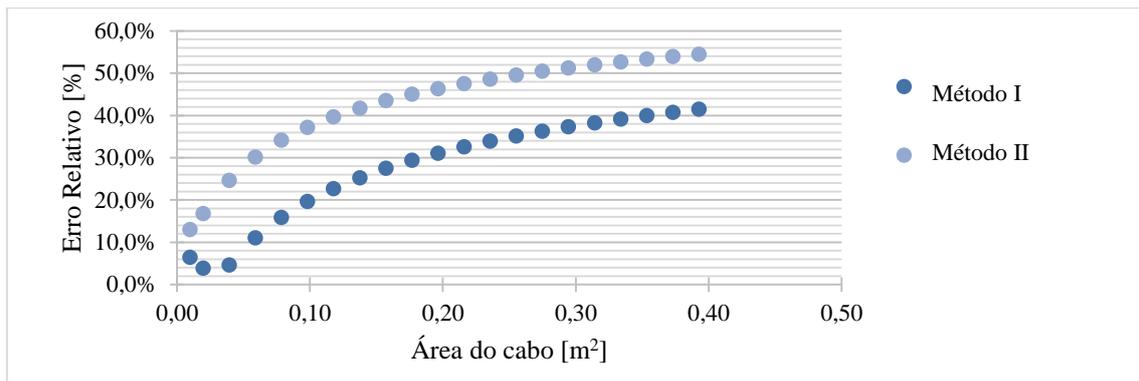
O teste de sensibilidade foi também efetuado para o Método II, sendo aplicado de forma análoga ao anteriormente e tendo os resultados apresentados no Quadro 7.19.

**Quadro 7.19** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,01	30379,05	34909,32	12,98%
10%	0,02	26028,16	31262,28	16,74%
20%	0,04	22100,51	29318,96	24,62%
30%	0,06	20029,69	28652,03	30,09%
40%	0,08	18664,56	28314,59	34,08%
50%	0,10	17664,43	28110,62	37,16%
60%	0,12	16884,52	27973,79	39,64%
70%	0,14	16250,64	27875,46	41,70%
80%	0,16	15720,0058	27801,21	43,46%
90%	0,18	15265,85	27743,02	44,97%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>14870,4</b>	<b>27696,04</b>	<b>46,31%</b>
110%	0,22	14521,29	27657,19	47,50%
120%	0,24	14209,59	27624,41	48,56%
130%	0,26	13928,66	27596,28	49,53%
140%	0,27	13673,44	27571,77	50,41%
150%	0,29	13439,98	27550,13	51,22%
160%	0,31	13225,15	27530,81	51,96%
170%	0,33	13026,45	27513,36	52,65%
180%	0,35	12841,82	27497,45	53,30%
190%	0,37	12669,57	27482,83	53,90%
200%	0,39	12508,27	27469,27	54,46%

Traduzindo os valores obtidos para a forma gráfica, onde estão também apresentados os resultados referentes ao Método I de forma a poderem ser comparados obtém-se a Figura 7.27.

## RESULTADOS NUMÉRICOS



**Figura 7.27** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da área do cabo.

É possível concluir que o valor dos momentos fletores obtidos pelo método simplificado nesta situação constitui um minorante, mas, como pode ser observado, o erro relativo obtido pelo Método I apresenta valores mais baixos. Assim pode considerar-se que o método obtém melhores valores.

A diferença de fiabilidade de resultados, provem do tipo de rigidez que é utilizada no Método II, esta, sendo considerada uma rigidez devido a uma carga uniforme, leva a resultados piores do que os resultados utilizados quando considerado o comportamento real da estrutura.

### • Variação da inércia da viga – Método I

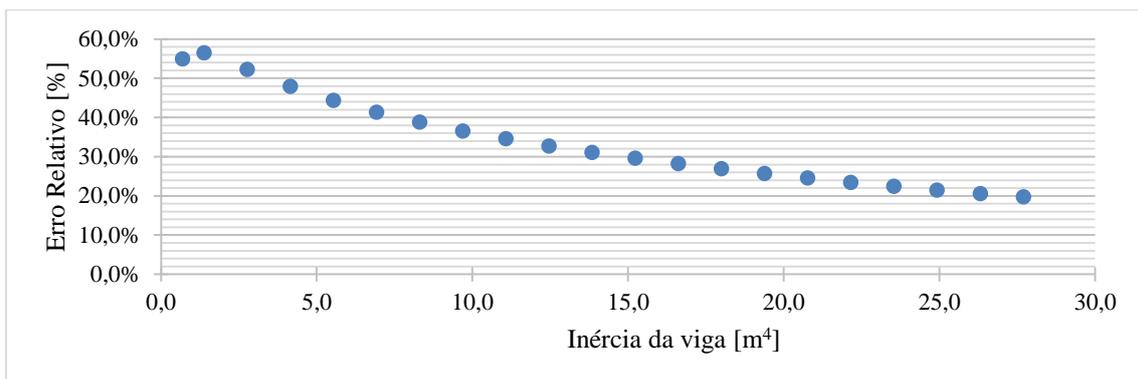
A análise de sensibilidade que têm como objetivo estudar como a variação da geometria da viga afeta o método proposto é realizada tendo como primeiro valor, 5% do valor da inércia de controlo e após esse valor serão levados incrementos de 10% até que atinga o valor final de duas vezes o valor de controlo. Os resultados obtidos por este método, momento fletor obtido pelo método simplificado, pelo *software* de cálculo e erro relativo, estão apresentados no Quadro 7.20.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 7.20** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I.

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,69	9055,19	20080,21	54,90%
10%	1,38	10768,36	24702,9	56,41%
20%	2,77	12804,79	26773,34	52,17%
30%	4,15	14168,67	27169,26	47,85%
40%	5,54	15221,95	27323,41	44,29%
50%	6,92	16090,97	27415,67	41,31%
60%	8,31	16836,17	27485,21	38,74%
70%	9,69	17491,64	27544,31	36,50%
80%	11,08	18078,65	27597,82	34,49%
90%	12,46	18611,49	27648,01	32,68%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>19100,21</b>	<b>27696,04</b>	<b>31,04%</b>
110%	15,23	19552,23	27742,62	29,52%
120%	16,62	19973,15	27788,11	28,12%
130%	18,00	20367,36	27832,58	26,82%
140%	19,39	20738,32	27876,99	25,61%
150%	20,77	21088,84	27920,64	24,47%
160%	22,16	21421,24	27963,9	23,40%
170%	23,54	21737,45	28006,84	22,39%
180%	24,93	22039,08	28049,52	21,43%
190%	26,31	22327,51	28091,96	20,52%
200%	27,70	22603,93	28134,15	19,66%

Traduzindo os valores obtidos para a representação gráfica, onde se apresenta a evolução do erro relativo com o aumento da inércia.



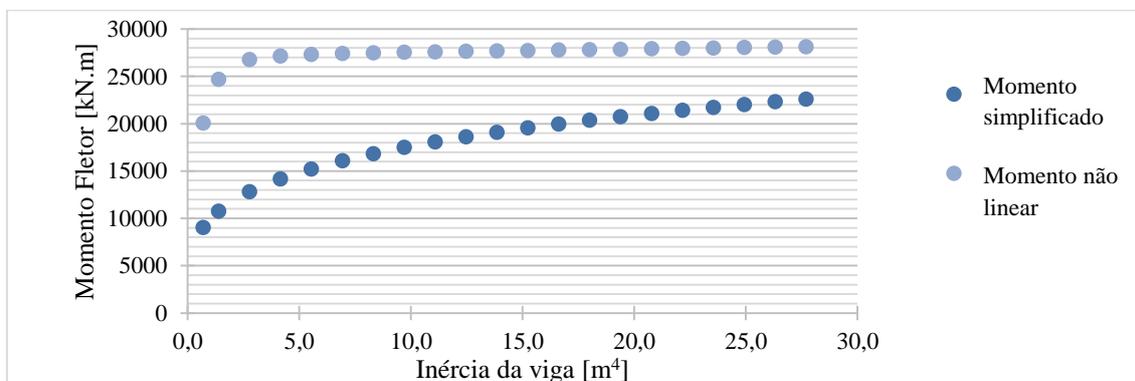
**Figura 7.28** – Variação do erro relativo com o aumento da Inércia da viga, para o Método I da obtenção do Momento Fletor devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão

Pode concluir-se que os valores de momento fletor obtidos pelo método simplificado constituem um valor minorante, algo que pode ser observado como sendo quase constante na apresentação deste método, excetuando alguns casos pontuais.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Assim, observa-se que à medida que a inércia da viga assume valores superiores, o erro relativo diminui. Esta variação deve-se ao parâmetro  $\beta$  assumir valores cada vez menores à medida que a inércia aumenta originando o aumento dos momentos fletores.

O valor dos momentos fletores é então aproximado ao valor dos momentos fletores obtidos por via computacional, levando assim a um decréscimo do erro relativo.



**Figura 7.29** – Variação do momento fletor obtido pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo *SAP2000* com o aumento da Inércia da viga.

Observando o valor dos momentos fletores em forma gráfica, é possível verificar o aumento gradual que o momento fletor obtido pelo método simplificado apresenta.

Concluem-se duas coisas, o aumento de inércia não interfere com o valor do momento fletor quando observados os valores obtidos pelo *SAP2000*, mas o aumento de inércia interfere com os momentos fletores obtidos pelo método simplificado, assim a expressão utilizada não se encontra em concordância com a realidade. A segunda conclusão que se pode obter é que o aumento da inércia leva a um aumento do valor do momento fletor, sendo que, para o caso apresentado, quando a inércia assume valores muito elevados este valor deixa de representar um minorante e passa a representar um majorante.

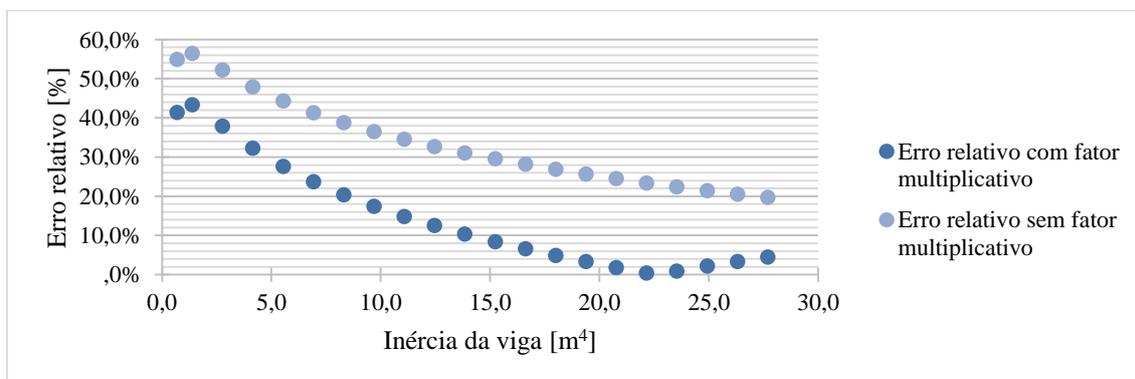
Aplicando o coeficiente multiplicativo (1,3), são obtidos os valores de momento fletor pelo método simplificado apresentados no Quadro 7.21.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 7.21** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método I com factor multiplicativo.

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,69	11771,75	20080,21	41,38%
10%	1,38	13998,88	24702,9	43,33%
20%	2,77	16646,23	26773,34	37,83%
30%	4,15	18419,27	27169,26	32,21%
40%	5,54	19788,54	27323,41	27,58%
50%	6,92	20918,26	27415,67	23,70%
60%	8,31	21887,03	27485,21	20,37%
70%	9,69	22739,14	27544,31	17,45%
80%	11,08	23502,26	27597,82	14,84%
90%	12,46	24194,94	27648,01	12,49%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>24830,28</b>	<b>27696,04</b>	<b>10,35%</b>
110%	15,23	25417,9	27742,62	8,38%
120%	16,62	25965,1	27788,11	6,56%
130%	18,00	26477,57	27832,58	4,87%
140%	19,39	26959,82	27876,99	3,29%
150%	20,77	27415,5	27920,64	1,81%
160%	22,16	27847,62	27963,9	0,42%
170%	23,54	28258,69	28006,84	0,90%
180%	24,93	28650,8	28049,52	2,14%
190%	26,31	29025,77	28091,96	3,32%
200%	27,70	29385,12	28134,15	4,45%

Traduzindo os valores obtidos em forma gráfica, comparando-os com os valores obtidos sem coeficiente multiplicativo é obtido a Figura 7.30.



**Figura 7.30** – Comparação do erro relativo obtido por valores com e sem o factor correctivo.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Pode concluir-se que a diminuição do erro relativo quando aplicado o factor multiplicativo é decrescente, sendo que esta mantém-se linear e assume valores minorantes.

O ponto de inflexão a partir do qual os valores deixam de ser descendentes para ascendentes está localizado no ponto que representa 160% da inércia de controlo, ou seja, existe uma grande variedade de parâmetros que, mesmo com o aumento do momento fletor possam ser considerados como boas aproximações ao valor obtido pelo *software* de cálculo.

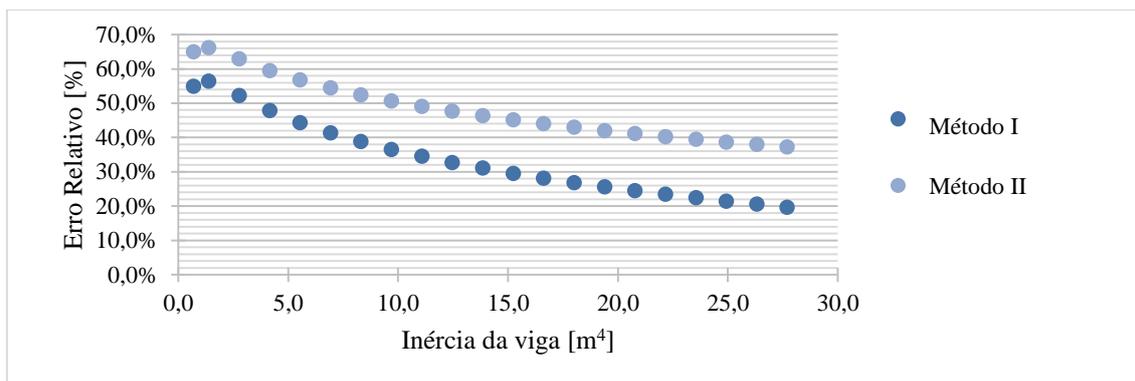
### • Variação da inércia da viga – Método II

Aplicando de forma análoga, a mesma metodologia mas desta vez utilizando o Método II, foram obtidos os valores de momento fletor pelo método simplificado bem como os pelo *software* de cálculo, estando apresentados no Quadro 7.22.

**Quadro 7.22** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inercia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Momento Fletor pelo Método II

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
5%	0,69	7034,44	20080,21	64,97%
10%	1,38	8365,4	24702,9	66,14%
20%	2,77	9948,14	26773,34	62,84%
30%	4,15	11009,29	27169,26	59,48%
40%	5,54	11829,98	27323,41	56,70%
50%	6,92	12508,27	27415,67	54,38%
60%	8,31	13091,03	27485,21	52,37%
70%	9,69	13604,66	27544,31	50,61%
80%	11,08	14065,63	27597,82	49,03%
90%	12,46	14484,95	27648,01	47,61%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>14870,4</b>	<b>27696,04</b>	<b>46,31%</b>
110%	15,23	15227,69	27742,62	45,11%
120%	16,62	15561,14	27788,11	44,00%
130%	18,00	15874,11	27832,58	42,97%
140%	19,39	16169,27	27876,99	42,00%
150%	20,77	16448,78	27920,64	41,09%
160%	22,16	16714,41	27963,9	40,23%
170%	23,54	16967,64	28006,84	39,42%
180%	24,93	17209,7	28049,52	38,65%
190%	26,31	17441,67	28091,96	37,91%
200%	27,70	17664,43	28134,15	37,21%

Traduzindo os valores para uma representação gráfica, obtém-se a Figura 7.31, onde está apresentada a variação do erro relativo de ambos os resultados determinados pelo Método I e pelo Método II. É possível observar a variação do erro relativo com o aumento da inércia do tabuleiro.



**Figura 7.31** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação de inércia da viga.

Os valores determinados são novamente minorantes face aos resultados obtidos pela via computacional. Da Figura 7.31, conclui-se também que os valores calculados pelo Método I apresentam resultados mais fiáveis quando comparados aos valores obtidos pelo Método II, levando a concluir que a obtenção da rigidez pelo modelo real, leva a valores mais satisfatórios que o modelo que considera a obtenção desta por via de uma carga pontual unitária.

### 7.2.2 Impulso Horizontal

O impulso no cabo quando aplicada uma carga pontual é obtido recorrendo as expressões apresentadas no capítulo 6. Esta secção está dividida em duas partes, onde são apresentadas as análises de sensibilidade que foram efetuadas para a obtenção do impulso pelo Método I bem como as análises de sensibilidade que foram obtidas quando aplicado o Método II.

#### • Variação do vão – Método I

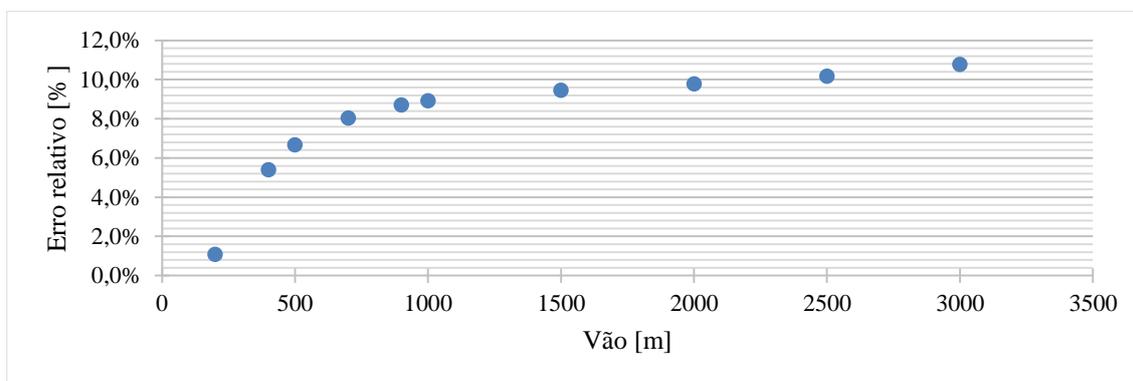
Realizado o teste de sensibilidade para a variação do vão central longitudinal, foram obtidos os impulsos pelo método de cálculo bem como os impulsos pela forma computacional e o erro relativo entre esforços. Os valores estão representados no Quadro 7.23

## RESULTADOS NUMÉRICOS

**Quadro 7.23** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.

$L_{\text{vão}}$ [m]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
200	92,29	93,27	1,06%
400	193,03	203,43	5,39%
500	242,17	258,30	6,66%
700	339,95	367,27	8,04%
900	437,49	475,54	8,70%
<b>1000</b>	<b>486,22</b>	<b>529,50</b>	<b>8,90%</b>
1500	729,45	798,40	9,45%
2000	971,62	1066,55	9,77%
2500	1211,26	1334,36	10,16%
3000	1446,38	1602,01	10,76%

A representação gráfica destes valores pode ser observada na Figura 7.32 onde está apresentada a variação do erro relativo com o aumento do vão.



**Figura 7.32** – Variação do erro relativo com o aumento do vão central, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

Na Figura 7.32, é possível concluir à partida que o erro relativo obtido pelo método é crescente ao longo do vão, não obstante, se forem observados os valores de vãos correntes [500; 2000] metros, os erros relativos encontram-se então entre os 6,66% e os 9,77%. Estes erros são então considerados baixos tendo em conta as simplificações consideradas no método.

Observando o Quadro 7.23 conclui-se que, os valores obtidos pelo método simplificado representam minorantes, desta e com valores muito próximos aos valores obtidos por via computacional.

Assim, pode-se admitir que os valores obtidos representam uma boa aproximação aos valores de cálculo a nível do pré-dimensionamento.

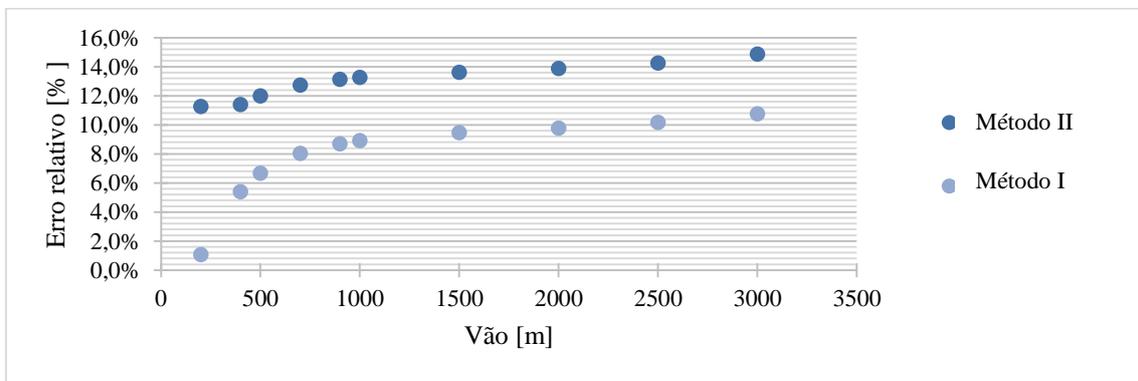
• **Variação do vão – Método II**

A análise de sensibilidade que utiliza o Método II foi efetuada de forma análoga àquela que foi aplicada para a obtenção dos valores do Método I, os resultados por esta obtidos estão apresentados no Quadro 7.24.

**Quadro 7.24** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação do vão devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II.

$L_{vão}$ [m]	$H_{não\ linear}$ [kN]	$H_{simplificado}$ [kN]	Erro relativo [%]
200	92,29	102,67	11,25%
400	193,03	215,01	11,39%
500	242,17	271,19	11,98%
700	339,95	383,23	12,73%
900	437,49	494,91	13,12%
<b>1000</b>	<b>486,22</b>	<b>550,65</b>	<b>13,25%</b>
1500	729,45	828,79	13,62%
2000	971,62	1106,45	13,88%
2500	1211,26	1383,88	14,25%
3000	1446,38	1661,20	14,85%

Convertendo os valores de erro relativo em representação gráfica, é obtida a Figura 7.33, onde é possível observar os valores determinados no Método I bem como os valores obtidos pelo Método II à medida que existe a variação do vão.



**Figura 7.33** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação do vão central.

Observa-se que os valores obtidos pelo Método II levam a erros relativos muito superiores àqueles que são obtidos pelo Método I. Assim, é possível concluir que o Método I leva a resultados muito mais precisos do que o Método II.

Esta melhoria de resultados é causada pelo modelo simplificado que é utilizado para a obtenção do valor da rigidez de fundação. Assim é possível concluir numa primeira fase que o Método I apresenta resultados mais satisfatórios.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

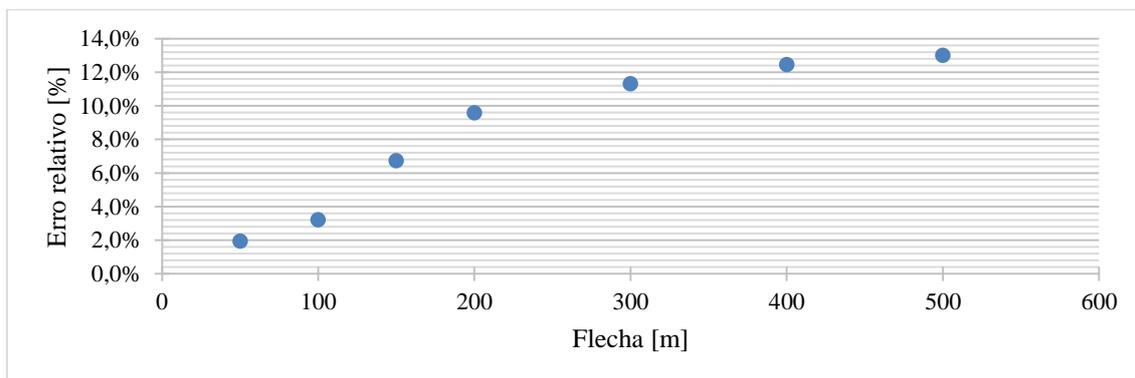
### • Variação da flecha – Método I

A análise de sensibilidade onde o parâmetro a estudar é a variação da flecha foi realizada nos mesmos moldes que as análises anteriores. Assim, os valores dos impulsos determinados pelo método simplificado bem como os valores obtidos de forma computacional e os erros relativos encontram-se apresentados no Quadro 7.25.

**Quadro 7.25** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.

$f_w$ [m]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
50	1851,08	1815,36	1,93%
100	962,93	993,89	3,22%
150	646,65	690,11	6,72%
<b>200</b>	<b>483,22</b>	<b>529,50</b>	<b>9,58%</b>
300	324,71	361,40	11,30%
400	243,66	273,97	12,44%
500	194,97	220,30	12,99%

Traduzindo os valores obtidos para a representação gráfica, é obtida a Figura 7.34 onde é possível observar-se a evolução do erro relativo com o aumento da flecha.



**Figura 7.34** - Variação do erro relativo com o aumento da flecha, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

Pode concluir-se que os erros relativos aumentam à medida que existe o aumento da flecha. Contudo, para o valor de torres correntes [107,2; 213,96] metros o erro obtido por este método é relativamente baixo [3,32%; 9,58%] o que em situações de projeto pode ser considerado como sendo um valor aceitável.

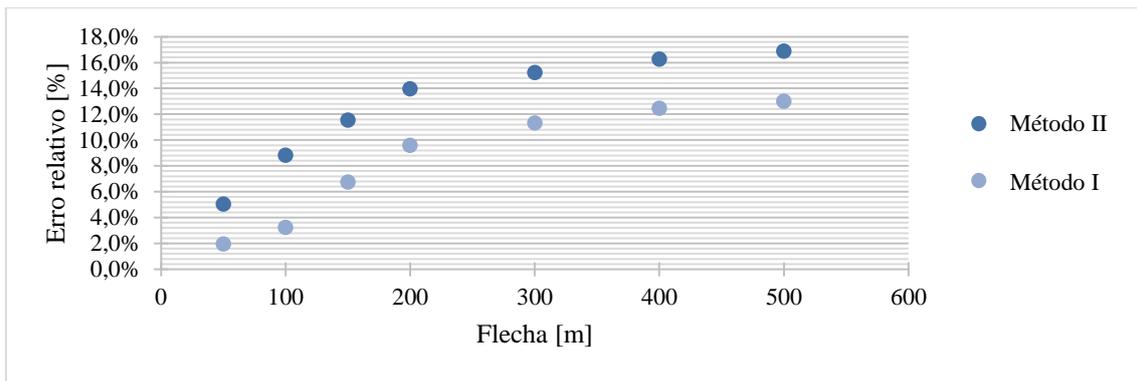
• **Variação da flecha – Método II**

A análise de sensibilidade utilizada para a obtenção dos valores pelo Método II, têm como resultado os valores apresentados no Quadro 7.26.

**Quadro 7.26** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II.

$f_w$ [m]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
50	1851,08	1943,94	5,02%
100	962,93	1047,69	8,80%
150	646,65	721,20	11,53%
<b>200</b>	<b>483,22</b>	<b>550,65</b>	<b>13,95%</b>
300	324,71	374,12	15,22%
400	243,66	283,27	16,25%
500	194,97	227,84	16,86%

Convertendo os valores obtidos para a representação gráfica (Figura 7.35), onde é possível observar a evolução do erro relativo com o aumento da flecha, bem como a comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e pelo Método II.



**Figura 7.35** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da flecha.

Pode rapidamente concluir-se que a evolução dos erros relativos é semelhante. Contudo, o erro relativo obtido pelo Método II é superior ao obtido pelo Método I. Levando mais uma vez a conclusão que o Método I apresenta resultados superiores aos resultados apresentados pelo Método II.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

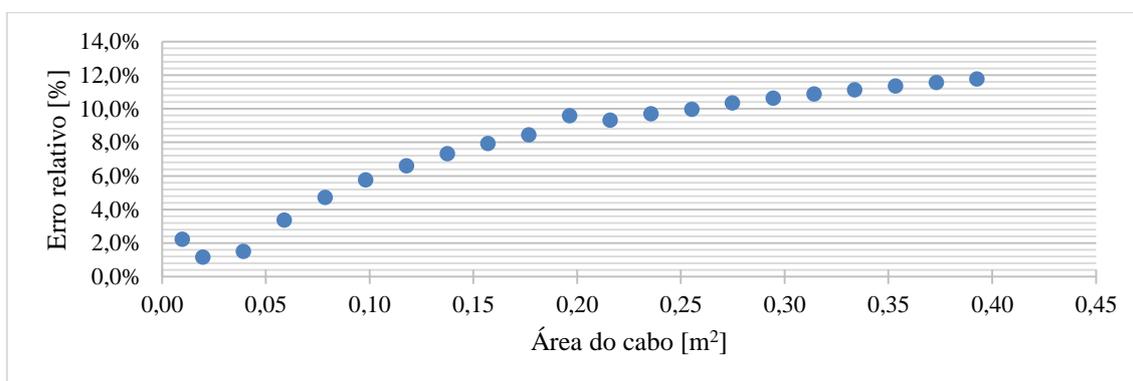
### • Variação da área do cabo – Método I

A análise de sensibilidade onde o parâmetro a variar é a área do cabo foi efetuada da mesma forma que anteriormente, assim, os valores obtidos pelo Método I estão apresentados no Quadro 7.27.

**Quadro 7.27** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
5%	0,01	449,26	439,27	2,22%
10%	0,02	468,02	462,64	1,15%
20%	0,04	477,96	485,14	1,50%
30%	0,06	481,36	497,50	3,35%
40%	0,08	483,08	505,81	4,70%
50%	0,10	484,12	511,98	5,75%
60%	0,12	484,85	516,83	6,60%
70%	0,14	485,31	520,80	7,31%
80%	0,16	485,69	524,13	7,92%
90%	0,18	485,98	527,00	8,44%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>483,22</b>	<b>529,50</b>	<b>9,58%</b>
110%	0,22	486,40	531,71	9,32%
120%	0,24	486,56	533,69	9,69%
130%	0,26	486,96	535,48	9,96%
140%	0,27	486,81	537,10	10,33%
150%	0,29	486,91	538,59	10,61%
160%	0,31	487,00	539,96	10,88%
170%	0,33	487,07	541,23	11,12%
180%	0,35	487,14	542,41	11,35%
190%	0,37	487,20	543,51	11,56%
200%	0,39	487,26	544,55	11,76%

Efetuada a representação gráfica dos valores obtidos foi obtida a Figura 7.36, nela encontra-se apresentado a evolução do erro relativo com o aumento da área do cabo.



**Figura 7.36** - Variação do erro relativo com o aumento da área do cabo, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

Conclui-se que o aumento da área do cabo leva a um aumento do erro relativo obtido, não obstante, os valores correntes dos diâmetros levam a erros relativos da ordem dos 1,50% e os 11,76%,

sendo que estes erros podem ser considerados como relativamente baixos quando utilizados em situação de pré-dimensionamento.

• **Variação da área do cabo – Método II**

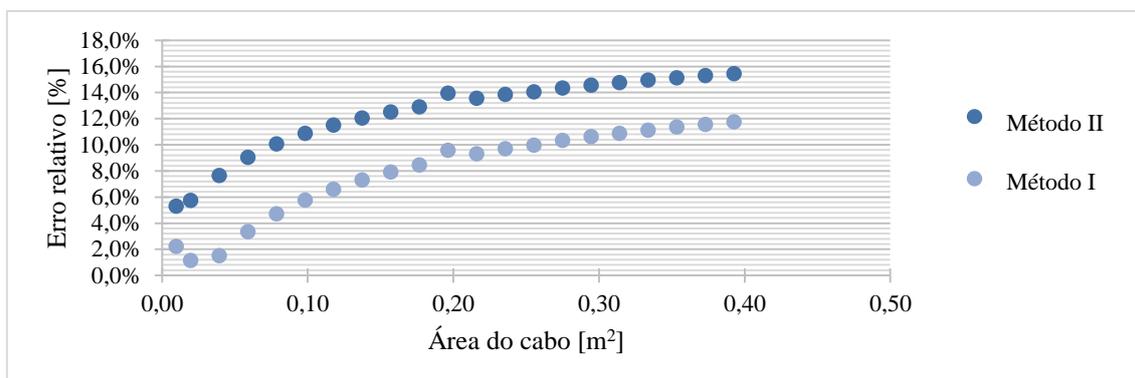
A análise de sensibilidade para a variação da área do cabo pelo Método II foi obtida de forma análoga à que foi utilizada anteriormente. Assim sendo, os valores obtidos são os apresentados no Quadro 7.28.

**Quadro 7.28** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II.

Caso	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
5%	0,01	449,26	473,10	5,31%
10%	0,02	468,02	494,86	5,73%
20%	0,04	477,96	514,50	7,64%
30%	0,06	481,36	524,85	9,03%
40%	0,08	483,08	531,68	10,06%
50%	0,10	484,12	536,68	10,86%
60%	0,12	484,85	540,58	11,49%
70%	0,14	485,31	543,75	12,04%
80%	0,16	485,69	546,40	12,50%
90%	0,18	485,98	548,67	12,90%
<b>100%</b>	<b>0,20</b>	<b>483,22</b>	<b>550,65</b>	<b>13,95%</b>
110%	0,22	486,40	552,39	13,57%
120%	0,24	486,56	553,95	13,85%
130%	0,26	486,96	555,36	14,05%
140%	0,27	486,81	556,63	14,34%
150%	0,29	486,91	557,80	14,56%
160%	0,31	487,00	558,87	14,76%
170%	0,33	487,07	559,87	14,95%
180%	0,35	487,14	560,79	15,12%
190%	0,37	487,20	561,65	15,28%
200%	0,39	487,26	562,46	15,43%

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Traduzindo os valores para uma representação gráfica, é obtida a Figura 7.37 onde é apresentada a evolução do erro relativo com o aumento da área do cabo dos valores obtidos pelo Método I e pelo Método II.



**Figura 7.37** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da área do cabo.

Podem concluir-se novamente que os valores obtidos pelo Método II apresentam aproximações mais grosseiras do que os valores obtidos pelo Método I. Desta forma, conclui-se que a utilização do Método I é mais benéfica na utilização de resultados.

### • Variação da inércia da viga – Método I

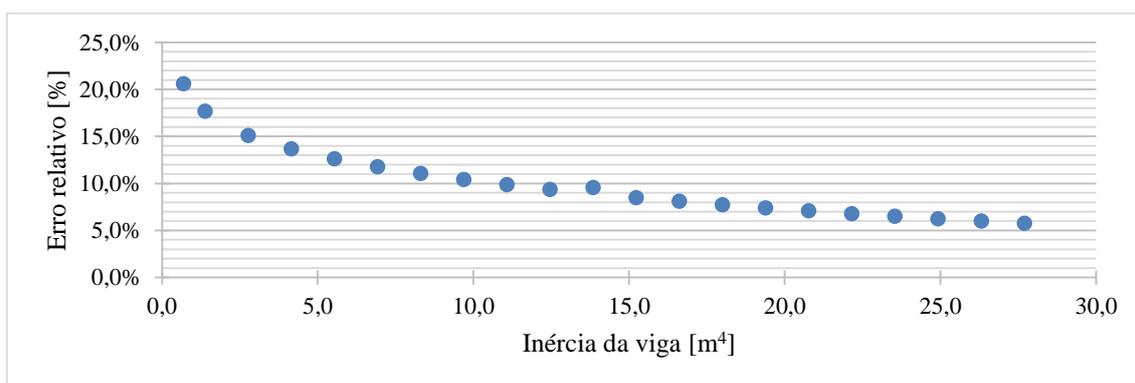
A análise de sensibilidade que tem o objetivo de mostrar a evolução do erro relativo com o aumento da inércia da viga, é efetuada de forma análoga a já utilizada. Assim, os valores obtidos nesta análise estão apresentados no Quadro 7.29.

## Análise Estrutural de Pontes Suspensas para Cargas Rodoviárias

**Quadro 7.29** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método I.

Caso	$I_p$ [m <sup>4</sup> ]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
5%	0,69	480,78	579,72	20,58%
10%	1,38	485,37	571,16	17,68%
20%	2,77	487,34	560,98	15,11%
30%	4,15	487,49	554,16	13,68%
40%	5,54	487,37	548,89	12,62%
50%	6,92	487,21	544,55	11,77%
60%	8,31	487,02	540,82	11,05%
70%	9,69	486,82	537,54	10,42%
80%	11,08	486,62	534,61	9,86%
90%	12,46	486,41	531,94	9,36%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>483,22</b>	<b>529,50</b>	<b>9,58%</b>
110%	15,23	486,00	527,24	8,49%
120%	16,62	485,80	525,13	8,10%
130%	18,00	485,60	523,16	7,74%
140%	19,39	485,39	521,31	7,40%
150%	20,77	485,19	519,56	7,08%
160%	22,16	484,98	517,89	6,79%
170%	23,54	484,79	516,31	6,50%
180%	24,93	484,57	514,80	6,24%
190%	26,31	484,37	513,36	5,99%
200%	27,70	484,16	511,98	5,75%

Convertendo os valores obtidos para a sua representação gráfica, é obtido a Figura 7.38, onde se encontra apresentado o andamento do erro relativo com o aumento da inércia da secção.



**Figura 7.38** - Variação do erro relativo com o aumento da inércia da viga, para o Método I da obtenção do Impulso Horizontal devido a cargas pontuais aplicadas a meio vão.

Conclui-se que o aumento de inércia aumenta bastante os resultados obtidos, levando assim a que o aumento da geometria da secção seja benéfica na obtenção dos valores do impulso pelo Método I. Conclui-se também que os valores obtidos pelo impulso representam um minorante face aos valores obtidos pela via computacional.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

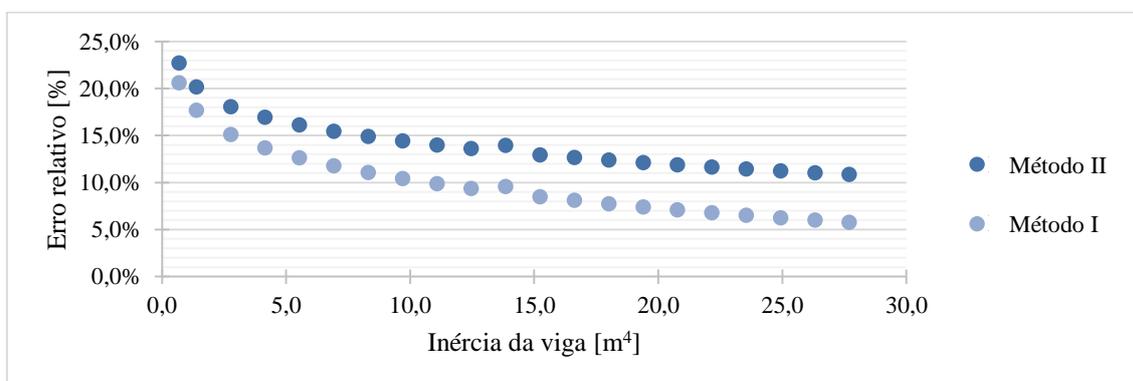
### • Variação da inércia da viga – Método II

A análise de sensibilidade efetuada para a variação da inércia da viga, foi efetuada de forma análoga às análises anteriormente realizadas. Desta forma, foram obtidos os valores apresentados no Quadro 7.30.

**Quadro 7.30** - Resultados da análise de sensibilidade para a variação da inércia da viga devidos a uma sobrecarga Pontual para a obtenção do Impulso Horizontal pelo Método II.

Caso	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	Erro relativo [%]
5%	0,69	480,78	589,83	22,68%
10%	1,38	485,37	583,17	20,15%
20%	2,77	487,34	575,26	18,04%
30%	4,15	487,49	569,95	16,92%
40%	5,54	487,37	565,85	16,10%
50%	6,92	487,21	562,46	15,44%
60%	8,31	487,02	559,54	14,89%
70%	9,69	486,82	556,98	14,41%
80%	11,08	486,62	554,67	13,99%
90%	12,46	486,41	552,58	13,60%
<b>100%</b>	<b>13,85</b>	<b>483,22</b>	<b>550,65</b>	<b>13,95%</b>
110%	15,23	486,00	548,86	12,93%
120%	16,62	485,80	547,19	12,64%
130%	18,00	485,60	545,63	12,36%
140%	19,39	485,39	544,15	12,11%
150%	20,77	485,19	542,76	11,87%
160%	22,16	484,98	541,43	11,64%
170%	23,54	484,79	540,16	11,42%
180%	24,93	484,57	538,95	11,22%
190%	26,31	484,37	537,79	11,03%
200%	27,70	484,16	536,68	10,85%

Os valores obtidos foram traduzidos em forma gráfica (Figura 7.39), onde está apresentado o andamento do erro relativo com o aumento da inércia. Estão apresentados os valores referentes ao Método I e ao Método II.



**Figura 7.39** – Comparação dos erros relativos obtidos pelo Método I e Método II para a variação da inércia da viga.

É possível observar-se que, à semelhança do que já havia sido referido anteriormente, os valores obtidos pelo Método I, levam a erros relativos menores que os valores obtidos pelo Método II.

### 7.2.3 Considerações e conclusões para o caso de carga pontual

#### • Momento Fletor

Quando o caso de se considerar uma carga pontual sobre a estrutura, está visto que, o facto de ser utilizada a rigidez do cabo devido a uma carga pontual leva a obtenção de valores mais satisfatórios face há utilização de uma rigidez obtida pelo carregamento uniforme.

Desta forma, é seguro dizer que o método usado leva a valores mais plausíveis quando os momentos são obtidos considerando a situação real.

Pode também observar-se a partida que embora haja variações entre os valores de momentos fletores obtidos pelo método linear e pelo *software* de cálculo, estes valores são na sua grande maioria minorantes face aos valores do programa de cálculo automático, tendo ainda a benefício de que para os valores correntes, estes momentos têm valores sempre minorantes face aos do programa de cálculo automático, levando então a possibilidade de se assumir um parâmetro multiplicativo.

O parâmetro multiplicativo escolhido, 1,3, é uma aproximação suficiente na estimativa destes momentos fletores, visto que os erros obtidos rondam em muitas vezes os 30%, sendo que nada impede a utilização de outros factores corretivos sempre que se ache correto, aconselhando sempre valores acima de 1,3.

#### • Impulso

Os valores obtidos pelas análises de sensibilidade, levam a que se possam observar valores de impulso bastante próximos dos obtidos por forma numérica. Contudo, estes valores têm ligação directa com os resultados obtidos pelo momento fletor, desta forma, pode-se apenas concluir que os esforços obtidos levam a resultados próximos dos resultados obtidos por via analítica.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

### 7.3 Comparação do Método Iterativo

De forma a perceber se o método proposto nesta dissertação têm resultados satisfatórios face a outros métodos, foi comparado o método simplificado com o método numérico apresentado no capítulo 4. Este foi efetuado para o caso de uma carga distribuída ao longo do vão central com uma carga de  $40 \text{ kN/m}$ . Foram efetuados três testes paramétricos: variação do comprimento do vão central, variação da flecha e variação da área do cabo. A variação de inércia não foi utilizada pois este método tinha a finalidade de observar se os valores do impulso do cabo estariam em concordância com os obtidos pelo método simplificado.

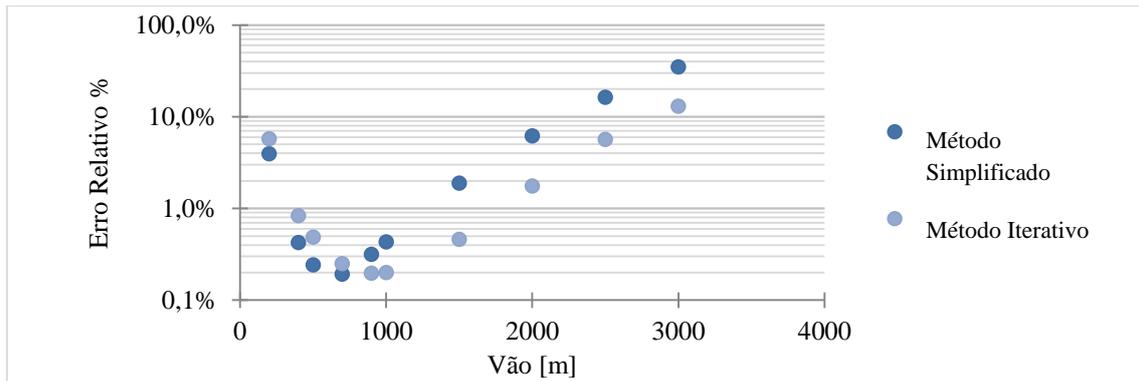
#### • Variação do comprimento do vão

À semelhança do que foi efetuado anteriormente, foram efetuados testes paramétricos de comparação dos valores obtidos pelo método simplificado e os valores obtidos pelo Método Iterativo. Estes valores foram comparados com os impulsos não lineares obtidos pelo *software* de cálculo, levando então aos resultados apresentados no quadro abaixo.

**Quadro 7.31** – Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação do vão devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal.

$L_{\text{vão}}$ [m]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo Simplificado [%]	$H_{\text{iterativo}}$ [kN]	Erro Relativo Iterativo [%]
200	979,27	942,2	3,94%	996,02	5,71%
400	3969,05	3952,38	0,42%	3985,27	0,83%
500	6211,53	6196,59	0,24%	6226,62	0,48%
700	12191,53	12168,16	0,19%	12198,47	0,25%
900	20164,87	20101,68	0,31%	20141,23	0,20%
<b>1000</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>	<b>24841,56</b>	<b>0,20%</b>
1500	56044,97	55014,66	1,87%	55266,76	0,46%
2000	99649,26	93854,54	6,17%	95490,58	1,74%
2500	155711,9	133913,2	16,28%	141472,51	5,64%
3000	224233	166429,21	34,73%	188056,05	12,99%

Foram convertidos os valores para a forma gráfica, para que seja possível observar-se com maior facilidade a diferença entre os valores obtidos por um método ou por outro. Assim, foram obtidos os valores apresentados na Figura 7.40.



**Figura 7.40** - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação do vão do tabuleiro.

Observa-se que o erro relativo obtido pelo método simplificado, é ligeiramente superior ao erro relativo obtido quando utilizado o Método Iterativo. Contudo, o facto de que o Método Iterativo é mais trabalhoso, leva a que a diferença entre os valores obtidos não seja tão importante como era suposto.

Pode notar-se que o método simplificado leva a erros mais baixos para vãos pequenos  $< 700 m$ , algo que já era esperado. Como foi mencionado anteriormente, modelos analíticos levam a boas aproximações de carga para vãos mais pequenos. Pode também concluir-se que o andamento do erro relativo entre o método simplificado e iterativo é semelhante. Ou seja, o aumento do erro relativo é cada vez superior à medida que o vão aumenta. Contudo, pode-se assumir que, para uma variação de vão, o método simplificado assume uma aproximação plausível, mesmo quando comparado aos métodos iterativos existentes.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

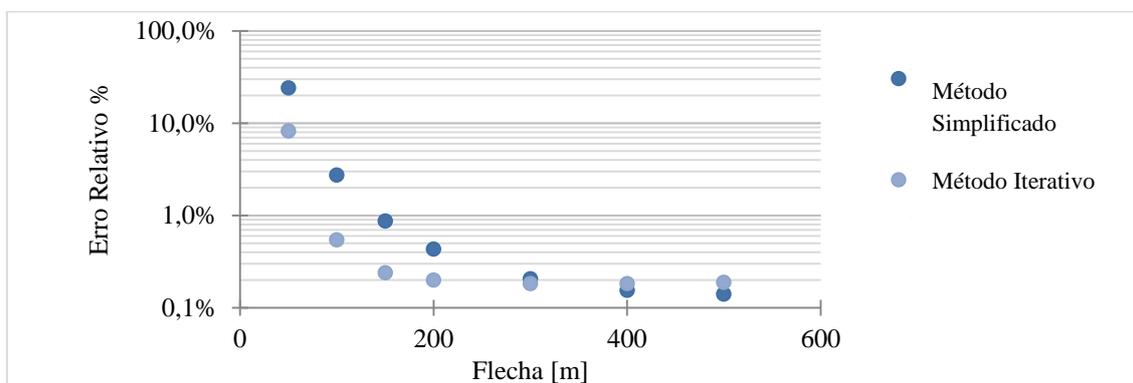
### • Variação da flecha

Realizada uma análise de sensibilidade com a variação das flechas de cada elemento, onde foram obtidos os valores dos vários impulsos no cabo para as diversas flechas existentes, estes valores estão apresentados no Quadro 7.32.

**Quadro 7.32** - Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação da flecha devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal.

$f_w$ [m]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo Simplificado [%]	$H_{\text{iterativo}}$ [kN]	Erro Relativo Iterativo [%]
50	94860,76	76515,2	23,98%	82795,38	8,21%
100	49305,83	47994,79	2,73%	48255,44	0,54%
150	33113,02	32828,55	0,87%	32906,91	0,24%
<b>200</b>	<b>24899,05</b>	<b>24792,24</b>	<b>0,43%</b>	<b>24841,56</b>	<b>0,20%</b>
300	16630,11	16595,93	0,21%	16626,23	0,18%
400	12480,68	12461,51	0,15%	12484,25	0,18%
500	9987,541	9973,5	0,14%	9992,29	0,19%

Estes valores foram comparados com os valores não lineares obtidos pelo *software* de cálculo, assim foram traduzidos para a Figura 7.41, para que seja possível uma melhor perceção dos resultados obtidos.



**Figura 7.41** - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação da flecha

Pode concluir-se que, os valores obtidos pelo método simplificado têm valores mais elevados que os valores obtidos pelo Método Iterativo. Este facto prende-se à complexidade que o Método Iterativo tem em conta, algo que não é considerado no método simplificado. Contudo, os valores apresentam erros muito baixos quando comparados com os métodos iterativos, assim sendo, é possível admitir que os valores obtidos pelo método simplificado representam valores fiáveis de serem utilizados em pré-dimensionamento.

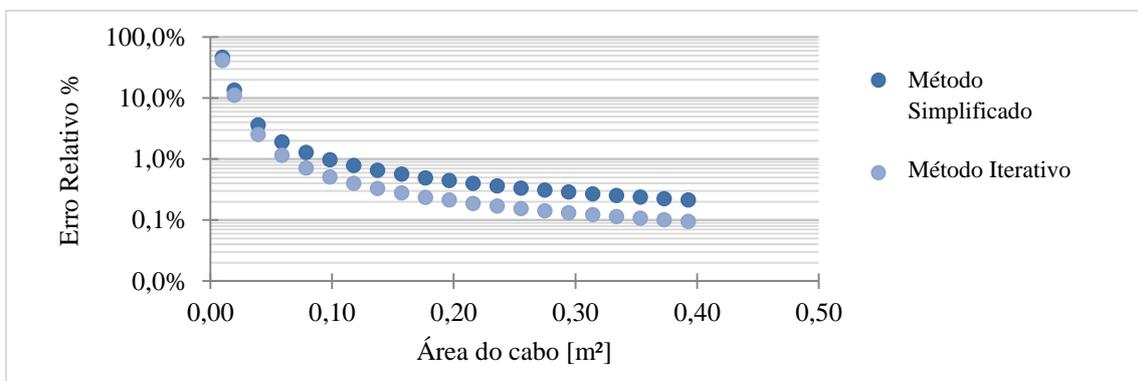
• **Variação da área do cabo**

Realizado a análise de sensibilidade onde há uma variação de área do cabo, são apresentados os valores obtidos do impulso no cabo pelos diversos métodos utilizados, sendo que os valores estão apresentados no Quadro 7.33

**Quadro 7.33** - Comparação dos métodos simplificados, analíticos e numéricos para a variação da área do cabo devidos a uma sobrecarga uniforme para a obtenção do Impulso Horizontal.

Caso	$A_c$ [m]	$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo Simplificado [%]	$H_{\text{iterativo}}$ [kN]	Erro Relativo Iterativo [%]
5%	0,009	23124,88	15763,63	46,70%	22288,51	41,39%
10%	0,019	24025,91	21167,46	13,50%	23534,55	11,18%
20%	0,039	24503,28	23641,53	3,65%	24235,63	2,51%
30%	0,058	24666,64	24204,86	1,91%	24482,89	1,15%
40%	0,078	24749,15	24435,44	1,28%	24609,26	0,71%
50%	0,098	24798,91	24560,45	0,97%	24686,00	0,51%
60%	0,117	24832,20	24639,25	0,78%	24737,54	0,40%
70%	0,137	24856,04	24693,68	0,66%	24774,55	0,33%
80%	0,157	24873,94	24733,65	0,57%	24802,41	0,28%
90%	0,176	24887,88	24765,81	0,49%	24824,14	0,24%
<b>100%</b>	<b>0,196</b>	<b>24899,05</b>	<b>24788,58</b>	<b>0,45%</b>	<b>24841,56</b>	<b>0,21%</b>
110%	0,215	24908,19	24809,55	0,40%	24855,85	0,19%
120%	0,235	24915,82	24825,79	0,36%	24867,77	0,17%
130%	0,255	24922,27	24839,49	0,33%	24877,87	0,15%
140%	0,274	24927,81	24851,19	0,31%	24886,53	0,14%
150%	0,294	24932,61	24861,31	0,29%	24894,05	0,13%
160%	0,314	24936,81	24870,15	0,27%	24900,63	0,12%
170%	0,334	24940,52	24877,94	0,25%	24906,45	0,11%
180%	0,353	24943,82	24884,85	0,24%	24911,62	0,11%
190%	0,373	24946,77	24891,04	0,22%	24916,25	0,10%
200%	0,392	24949,42	24896,59	0,21%	24920,42	0,10%

Traduzindo os valores em forma gráfica, é obtida a Figura 7.42 onde se encontra apresentada a evolução do erro relativo do método simplificado e do Método Iterativo.



**Figura 7.42** - Comparação do erro relativo do Método Iterativo e do método simplificado com a variação da inércia da viga.

## **RESULTADOS NUMÉRICOS**

Pode concluir-se que, os erros obtidos por ambos os métodos são muito próximos, podendo referir-se que os valores obtidos pelo Método Iterativo são ligeiramente inferiores aos erros relativos obtidos pelo método simplificado. Contudo, o facto de que a simplicidade que o método proposto têm em contraste ao Método Iterativo é de salientar que são valores muito satisfatórios. Assim pode-se considerar que o método leva a resultados validos quando comparado com os métodos existentes.

## 7.4 Caso de estudo – Aplicação do método simplificado à Ponte 25 de Abril

### • Introdução

O caso de estudo que irá ser analisado é referente à Ponte 25 de Abril. Situada em Lisboa sobre o rio Tejo (Figura 7.43), esta ponte, foi aberta ao público em 1966, sendo que em 1962 a obra foi adjudicada a empresa líder do consórcio a *United States Steel International*.



Figura 7.43 - Ponte 25 de Abril, vista para Lisboa.

A autoria do projeto da ponte sobre o Tejo [23] foi do Gabinete de Engenharia de Nova Iorque, *Steinman, Boynton, Gronquist&London* sendo que neste houve a intervenção do gabinete da ponte sobre o Tejo e do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC). [24]

O gabinete da Ponte sobre o Tejo foi criado de forma a conduzir o estudo, lançamento, condução e fiscalização da construção da ponte.

Esta ponte embora tenha sido programada para receber tráfego ferroviário, tal só iria ser introduzido em 1999, onde para além de ter sido instalada a linha ferroviária de ferro, foi também efetuado o alargamento do tabuleiro rodoviário. Desde essa altura que a ponte assegura uma ligação ferroviária entre as duas margens do rio Tejo [24].

### • Materiais e elementos estruturais

De forma a aplicar o método de cálculo apresentado nesta dissertação à ponte 25 de Abril, foi necessário obter as características físicas dos elementos constituintes bem como as características geométricas dos elementos e da estrutura em si. Para tal, foi necessário consultar o Projeto de Estabilidade da Ponte Sobre o Tejo [23] de onde foi possível encontrar as diversas geometrias dos elementos por ela constituídos.

Olhando numa primeira vista para os materiais constituintes, de forma a uniformizar o cálculo, admitiu-se que a estrutura iria ser toda constituída por Aço, sendo que iria ter um módulo de elasticidade de 210 GPa. Este foi o material aplicado tanto no método simplificado, como no *software* de cálculo utilizado.

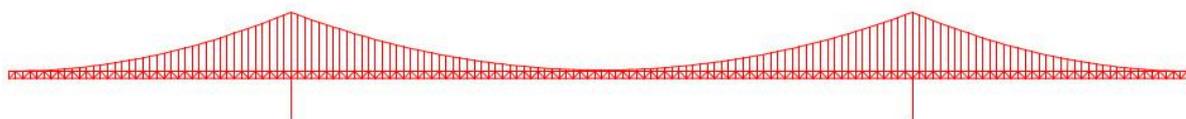
## RESULTADOS NUMÉRICOS

Relativamente aos elementos estruturais, após consulta do projeto, foi possível observar as dimensões dos diversos elementos constituintes do mesmo. Deste modo, e iniciando pelas dimensões estruturais, foram obtidos os seguintes valores.

**Quadro 7.34** - Geometria Adotada na Ponte 25 de Abril

$f_w$ [m]	$L_{vão}$ [m]	$L_{vão lateral}$ [m]
103	1035	460

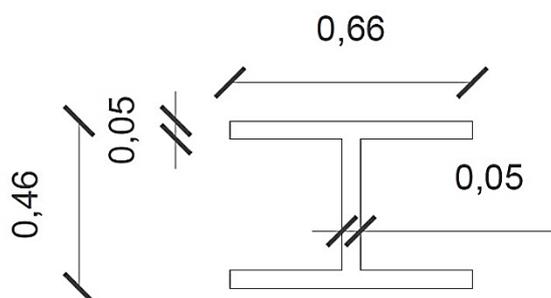
Estes valores, embora não correspondam aos valores reais da estrutura, foram os valores considerados tanto na modelação como no cálculo dos valores de pré dimensionamento pelo método simplificado, sendo que foram recolhidos após consulta do projeto.



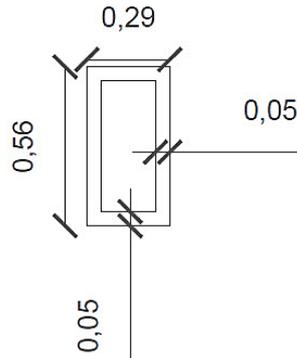
**Figura 7.44** - Corte Longitudinal da Ponte 25 de Abril com os parâmetros geométricos obtidos pela consulta do projeto.

Seguidamente, para o bom dimensionamento da estrutura, era necessário perceber a disposição de cada pendural. Desta forma, foi consultado novamente o projeto onde se chegou a conclusão que cada pendural iria ter um espaçamento  $\lambda$  de doze metros. Embora este possa não corresponder ao valor real, pouco irá interferir tanto no modelo como no cálculo pelo método simplificado, pois como já observado, os pendurais funcionam como elementos distribuidores de cargas entre o tabuleiro e os cabos, assim o seu peso não tem grande impacto na estrutura. As dimensões destes elementos foram então adotados como sendo varões com diâmetros de 64 mm. Contudo, esta é uma simplificação face ao projeto estrutural, pois neste trabalho é considerado como a existência de um pendural por secção, na estrutura real existem quatro pendurais por secção.

Para a obtenção dos perfis constituintes do tabuleiro, foi mais uma vez consultado o projeto, desta forma, foi possível observar que o tabuleiro era constituído por 3 elementos distintos, cordas, diagonais e pendurais ou montantes, dependendo estes últimos se estiverem a compressão ou à tração (Figura 7.47). Assim foram obtidas as secções apresentadas na Figura 7.45 e Figura 7.46 [23].

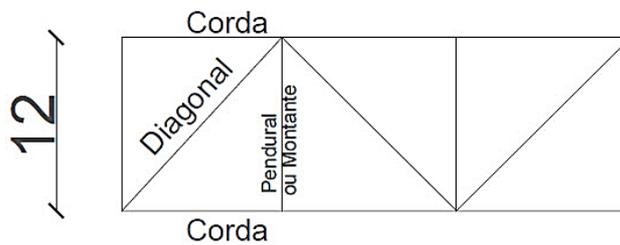


**Figura 7.45** - Secção transversal dos pendurais e diagonais constituintes do tabuleiro [23].



**Figura 7.46** - Secção transversal das cordas constituintes do tabuleiro da ponte 25 de Abril [23].

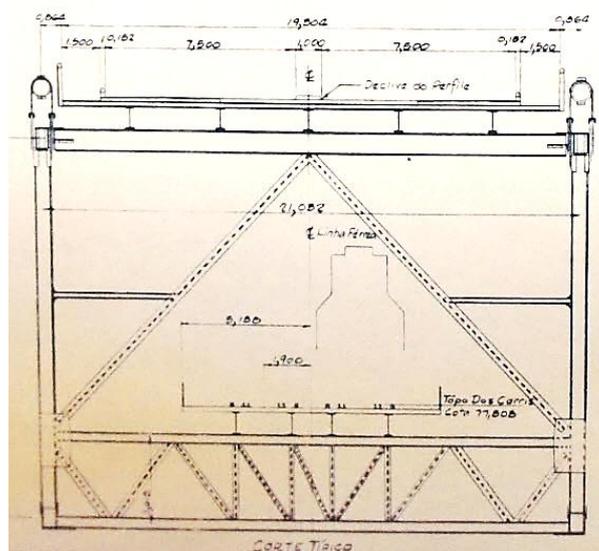
A localização destes elementos bem como a altura do tabuleiro é conforme a apresentada na Figura 7.47.



**Figura 7.47** - Secção longitudinal do tabuleiro com a altura e localização dos perfis

De forma a ser obtida a inércia da secção transversal do tabuleiro, foi necessário ter em consideração novamente o projeto da estrutura. Assim na secção transversal a inércia apresentada tinha um valor de  $34,17 \text{ m}^4$ , sendo então a inércia utilizada no cálculo do método simplificado. A secção transversal do tabuleiro poder ser observada na Figura 7.48, onde é possível perceber que, a largura do tabuleiro seria de sensivelmente  $\cong 21,028 \text{ m}$  sendo que, neste caso de estudo adotou-se uma largura de 21 metros.

## RESULTADOS NUMÉRICOS



**Figura 7.48** - Corte Transversal do tabuleiro da ponte 25 de Abril [23].

Para a modelação do cabo, foi necessário perceber qual a área que estaria presente, deste modo, consultando o projeto, foi possível obter o diâmetro que o cabo teria, sendo então determinado um diâmetro de  $0,586\text{ m}$  prefazendo assim uma área de  $0,27\text{ m}^2$ .

Em suma, os parâmetros obtidos perfazem os mostrados no seguinte quadro

**Quadro 7.35** - Propriedades geométricas da estrutura.

$L_{\text{vão}}$ [m]	$L_{\text{vão lateral}}$ [m]	$f_w$ [m]	$L_t$ [m]	$D_p$ [m]	$D_c$ [m]	nº de cabos	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$A_{c\text{total}}$ [m <sup>2</sup> ]	$I_v$ [m <sup>4</sup> ]
1035,00	469,00	103,00	21,00	0,064	0,586	2,00	0,27	0,54	34.117

### • Sobrecargas Aplicadas

Novamente, e relembrando considerações presentes no RSA, foram definidas as sobrecargas a aplicar na estrutura. Deste modo, para o caso da estrutura tridimensional, as sobrecargas presentes no RSA foram aplicadas tal e qual como apresentadas, ou seja, a carga distribuída iria estar distribuída sobre todo o tabuleiro, e a carga linear iria estar distribuída ao longo da secção transversal a meio vão da ponte.

No caso do modelo simplificado tal não foi efetuado, para que as cargas fossem bem distribuídas, foi considerado que a carga uniforme seria aplicada linearmente ao longo de uma viga, bem como a carga linear. Deste modo foi obtida uma carga uniforme distribuída unicamente ao longo de toda a direção longitudinal do tabuleiro e uma carga pontual aplicada a meio vão, sendo que os valores são os apresentados no seguinte quadro:

**Quadro 7.36** - Sobrecargas a aplicar no modelo simplificado da ponte 25 de Abril.

$S_u$ [kN/m]	84
--------------	----

$S_l$ [kN]	1050
------------	------

### • Modelação Estrutural

Na modelação estrutural, foram incluídas todas as propriedades geométricas e materiais dos elementos estruturais constituintes da estrutura, sendo que, foi possível obter a estrutura o mais próximo da realidade possível. Foi efetuada uma análise *P-delta plus large displacements* em 3D de forma a ser possível obter os esforços da estrutura mais próximos da realidade. Foram também materializados os pendurais como *frames* circulares com o diâmetro anteriormente referido bem como os cabos materializados por uma frame com o diâmetro calculado.

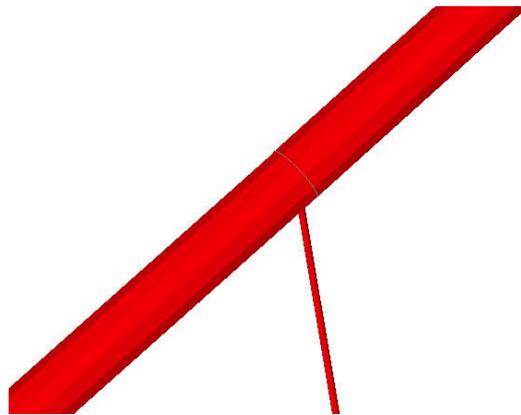


Figura 7.49 – Cabo e Pendural da modelação estrutural da ponte 25 de Abril.

A ligação entre os pendurais e o cabo foram considerados como sendo uma ligação rígida, esta foi uma simplificação que foi efetuada de forma a poder ser materializada a ligação entre os dois elementos. Olhando agora para a ligação na modelação dos elementos no tabuleiro (Figura 7.50) pode ser observado que esta ligação é materializada como rígida. Assim a ligação que irá ser aplicada no modelo computacional irá ser também rígida. A modelação irá também ter em consideração a disposição geométrica dos elementos (Figura 7.51). Desta forma, irá ser obtido um modelo que irá de encontro com a realidade estrutural.

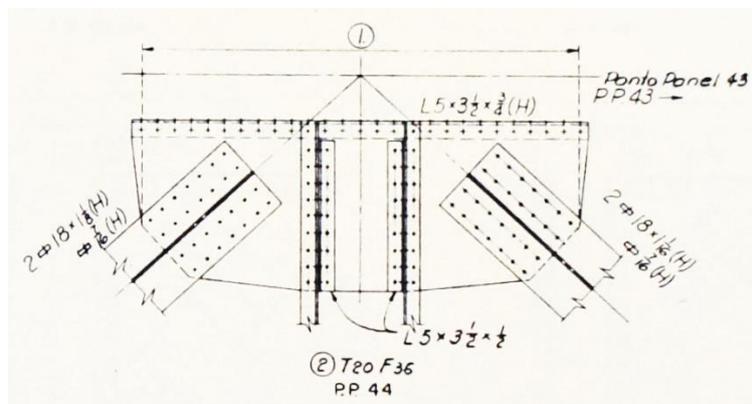


Figura 7.50 - Ligação dos pendurais, diagonais e cordas da ponte 25 de Abril [23].

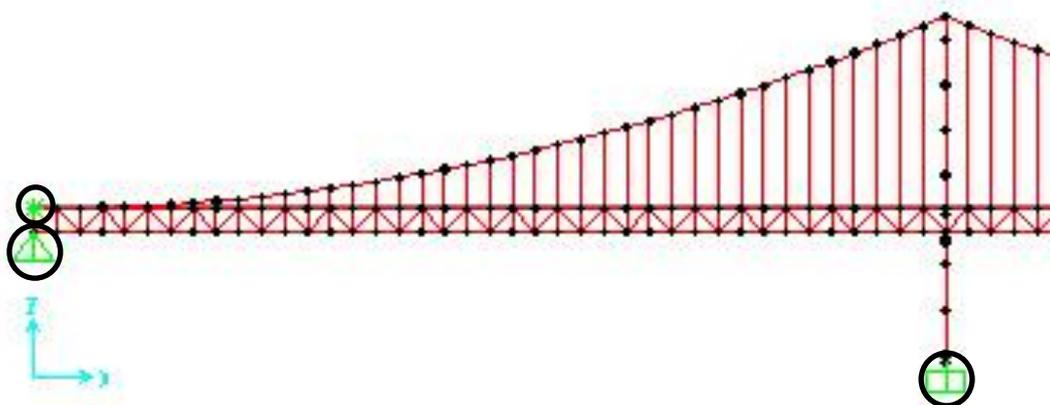
## RESULTADOS NUMÉRICOS



**Figura 7.51** - Ligação dos pendurais, diagonais e cordas na modelação da ponte 25 de Abril.

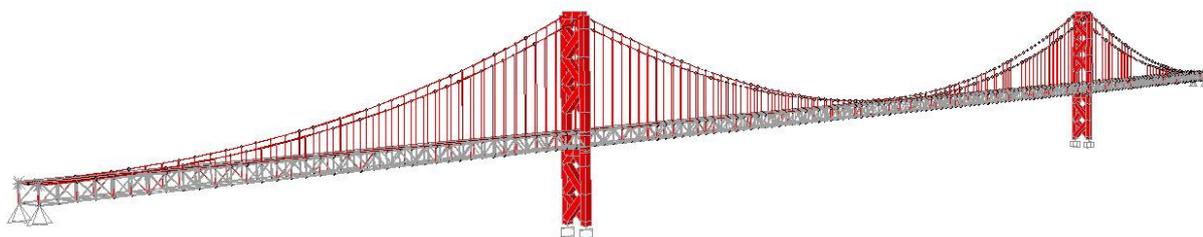
O tabuleiro irá conter uma espessura de  $0,875\text{ m}$  como a apresentada no projeto. Contudo, este não irá absorver esforços, assim ele irá estar introduzido no modelo unicamente como elemento distribuidor dos esforços aplicados.

As condições de apoio aplicadas no modelo são aquelas que permitam uma maior aproximação do modelo estrutural com o modelo real. Assim, irão ser encastrados os portais no ponto de interação entre o elemento metálico e sapatas de betão armado (Figura 7.52). Relativamente ao encastramento dos cabos, este irá sofrer uma alteração face ao projeto original, pois será considerado que o cabo está encastrado junto ao tabuleiro, estes apoios irão ser unicamente restritivos na direção transversal e longitudinal. O tabuleiro irá estar apoiado unicamente sobre apoios simples.



**Figura 7.52** - Condições de apoio da ponte 25 de Abril.

Desta forma o modelo obtido é o apresentado na figura seguidamente apresentada.



**Figura 7.53** - Modelo Estrutural Total da Ponte 25 de Abril.

• **Resultados Obtidos**

Os resultados obtidos na modelação tridimensional são variados, numa primeira análise irá analisar-se os resultados obtidos pelo método simplificado.

Na análise bidimensional, foi admitido que a estrutura tridimensional poderia ser substituída por um modelo bidimensional viga cabo, apenas analisado na secção a meio vão. Desta forma, os parâmetros necessários de serem introduzidos nas equações referentes ao método simplificado teriam que ser tais que pudessem simular eficazmente o modelo tridimensional. Assim, foi assumido que a área do cabo do modelo bidimensional seria duas vezes a área de um cabo, desta forma, estes poderiam então simular o impulso total obtido nos dois cabos.

Observando agora o modelo tridimensional, após os carregamentos foram retirados os esforços de momento fletor a meio vão e o impulso total nos cabos. O momento fletor sai de forma direta do modelo *SAP2000* utilizando a função *section cut* na viga de treliça, ao passo que, o impulso terá que ser transformado na sua componente horizontal, para tal, foi calculado o ângulo que perfazia a torre com o cabo, sendo que foi obtido um valor de 18 °. Assim, foram obtidos os seguintes resultados bem como os valores dos erros relativos obtidos.

**Quadro 7.37** - Valores obtidos do momento fletor e impulso para a ponte 25 de Abril pelo método simplificado e pelo *software* de cálculo bem como erro relativo para uma sobrecarga uniforme.

$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo [%]
107980,67	105408,65	2,44%
$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
125853,41	131402,3	4,22%

Deste quadro, pode-se observar que os valores obtidos têm erros relativos muito baixos, levando assim, a que se possa considerar que o método é bastante preciso quando comparando os valores dos esforços de dimensionamento. Estes erros vêm de encontro com os erros obtidos anteriormente quando observadas as análises de sensibilidade. O facto de que, se conjugue uma área de cabo muito superior, com uma flecha “mediana” e um grande vão leva para a obtenção de um erro bastante pequeno quando olhando para os resultados. Assim pode-se admitir que quando se compara uma estrutura real, os resultados obtidos são extremamente fiáveis.

Olhando para os resultados obtidos pelos momentos fletores, foi possível observar que os erros relativos são baixos. Estes resultados vêm de encontro ao valor dos momentos obtidos quando efetuadas as análises de sensibilidade, pode-se concluir que, no pré dimensionamento de uma ponte suspensa, os resultados obtidos pelo método simplificado são extremamente próximos dos resultados reais. Desta forma para uma fase inicial de projeto, a utilização deste método como método de pré-dimensionamento, leva a valores muito próximos daqueles que são obtidos pelo *software* de cálculo.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Efetuada agora uma análise pelo Método I da sobrecarga linear de faca aplicada no cabo, onde mais uma vez a área do cabo que é utilizada é duas vezes a área de um cabo no caso do modelo tridimensional, é possível obter os valores de pré-dimensionamento dos momentos. Estes valores são os apresentados no Quadro 7.38.

**Quadro 7.38** - Valores obtidos do momento fletor e impulso para a ponte 25 de Abril pelo Método I e pelo *software* de cálculo bem como erro relativo para uma sobrecarga pontual.

$H_{\text{simplificado}}$ [kN]	$H_{\text{não linear}}$ [kN]	Erro Relativo [%]
2117,97	2426,73	12,72%
$M_{\text{simplificado}}$ [kN.m]	$M_{\text{não linear}}$ [kN.m]	Erro Relativo [%]
53536,46	56216,71	4,77%

É possível observar que os valores obtidos pelo Método I são bastante baixos quando comparados com os obtidos pelo *software* de cálculo. Assim é possível perceber que os valores obtidos estão em conformidade com os valores obtidos pelas análises de sensibilidade. Contudo, o valor do impulso apresenta um valor mais elevado do que os parâmetros anteriores, isto leva a que quando é analisado o valor do impulso tem que se ter um especial cuidado quando se obtém este valor. Não obstante, os valores obtidos são bastante plausíveis e passíveis de serem utilizados na fase de pré-dimensionamento de uma estrutura como uma ponte suspensa.

Pode-se então rapidamente concluir que o método estudado nesta dissertação apresenta bons resultados, quando comparado com os métodos numéricos e iterativos utilizados. Este método apresenta uma vantagem, alia a grande precisão com a facilidade de aplicação, tal facto não é tão visível com os métodos analíticos, pois estes exigem por vezes iterações. Desta forma algumas delas tornam-se confusas por parte de vista do utilizador. Assim o método proposto apresenta uma grande vantagem, pois a sua grande facilidade de utilização bem como de perceção aliada a grande qualidade de resultados por este obtidos, leva a que se possa afirmar como um bom método de pré-dimensionamento quando analisadas pontes suspensas.



# 8 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

## 8.1 Conclusões

Após o desenvolvimento deste trabalho, é possível concluir diversos aspetos relativos ao método proposto. De forma a abranger todos os casos estudados neste trabalho, este capítulo é dividido em quatro partes; uma primeira onde são apresentadas as conclusões referentes à estrutura sujeita a uma sobrecarga uniforme, uma segunda onde são apresentadas as conclusões devido à aplicação de uma sobrecarga pontual. A terceira terá em conta as conclusões obtidas quando comparados os métodos analíticos e métodos numéricos e finalmente uma quarta parte onde estão apresentadas as conclusões obtidas pelo caso de estudo.

### • Carga uniforme

Quando se encontra aplicada uma sobrecarga uniforme ao longo de todo o vão, a obtenção dos esforços de pré-dimensionamento, tais como o impulso horizontal e momento fletor é efetuada de forma semelhante.

O método simplificado tem em conta que a rigidez dos elementos cabo e viga a meio da estrutura é igual, assim, é possível correlacionar a rigidez dos elementos determinada de forma independente, para que, seja obtida a distribuição dos esforços que cada elemento irá conter.

De acordo com o que pode ser observado no capítulo 7, nomeadamente na secção 7.1, é possível observar que os valores obtidos pelo método simplificado para geometrias correntes, representam um minorante quando comparados com os valores obtidos por via numérica. Desta forma, é possível concluir que os esforços de pré-dimensionamento levam a um subdimensionamento dos elementos estruturais.

Relativamente aos erros obtidos quando comparados os métodos, simplificado e numérico, é possível concluir 7 factores:

- 1) O método simplificado dá resultados satisfatórios para a obtenção do impulso horizontal para situações em que a deformada do cabo e da viga é semelhante. Quando o grau da deformada de cada elemento é próximo, os resultados obtidos levam a erros relativos baixos;
- 2) Para vãos pequenos, o elevado erro relativo do impulso horizontal é devido à distanciação dos resultados, nesta situação, a deformação que o cabo obtém é próxima de um cosseno hiperbólico levando assim ao afastamento da deformação quartica da viga;
- 3) Para vãos longitudinais elevados, o deslocamento obtido no cabo é elevado, tal facto, leva a que haja um distanciamento do perfil parabólico, levando o cabo a obter deformações regidas

por funções diferentes das que regem o perfil deformado da viga, deste modo, o erro relativo obtido é mais elevado;

- 4) O aumento da flecha leva a uma diminuição dos deslocamentos no cabo, levando ao aumento da rigidez deste elemento. Este aumento, leva a uma maior aproximação dos resultados, desta forma, o erro relativo diminui gradualmente, levando assim a uma maior proximidade dos valores obtidos pelo método simplificado e dos valores numéricos;
- 5) O aumento da área do cabo leva a um aumento da rigidez deste elemento. Assim, leva a uma variação de erro relativo cada vez menor;
- 6) A diminuição ou aumento da rigidez da viga, não leva a uma grande variação do erro relativo, tal facto deve-se ao peso que a rigidez do cabo tem face a rigidez da viga. O peso da rigidez da viga é inferior à do cabo, deste modo, o aumento não é preponderante quando se pretende obter o Impulso horizontal no cabo;
- 7) Embora os erros relativos obtidos pelo método simplificado para a obtenção de momentos flectores apresentam erros bastante variáveis, eles são precisos para geometrias correntes;

### • Sobrecarga Pontual

Quando se encontra aplicada uma sobrecarga pontual a meio vão, são apresentadas duas soluções para a obtenção dos esforços de pré-dimensionamento, ambas baseadas na teoria da viga fundada em meio elástico; uma, onde é considerada que a rigidez de fundação é obtida pela rigidez de um cabo quando carregado por uma carga pontual unitária, outra onde é considerada a rigidez do cabo quando carregado por uma carga uniforme unitária.

Deste modo, o método simplificado obtém de forma direta o momento fletor de pré-dimensionamento, tendo em conta a teoria da viga fundada em meio elástico, após a obtenção deste momento fletor, é possível obter a quantidade de carga que é transmitida para o cabo e assim é possível determinar o impulso horizontal.

Após observar os resultados obtidos no capítulo 7, nomeadamente no capítulo 7.2, é possível concluir que os esforços obtidos por este método levam a resultados elevados, desta forma é possível concluir 5 factores:

- 1) O Método I leva a valores mais próximos dos valores numéricos do que o Método II. Tal deve-se à aproximação do modelo simplificado ao modelo real, sendo que a rigidez do cabo é obtida pela presença de uma sobrecarga pontual e não pela presença de uma sobrecarga uniforme;
- 2) Embora os valores obtidos levam a erros relativos consideravelmente altos, ao aplicar um factor corretivo de 1,3, leva a reduções deste mesmo erro em até 30% do erro inicial;
- 3) Uma forma de obter esforços pelo método simplificado mais próximos dos obtidos pelo método numérico, é necessário caracterizar a rigidez da viga de uma forma mais apurada. É

## CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

então uma simplificação muito grosseira considerar a rigidez obtida pela Sobrecarga pontual, como sendo a rigidez deste elemento;

- 4) Os valores de momento fletor obtidos quando aplicado o método corretivo, representam minorantes quando comparados aos obtidos pelo método numérico. Estes valores também apresentam resultados baixos para valores correntes;
- 5) Quando obtidos os valores de impulso horizontal, é possível observar que existe linearidade no crescimento do erro relativo. Esta linearidade deve-se ao facto de que a obtenção do impulso horizontal pode ser correlacionada com a obtenção do valor do momento fletor. O erro relativo obtido para este método é baixo quando comparado com os erros obtidos pelo momento fletor, levando assim a que se possa considerar uma boa aproximação o método utilizado;

### • Métodos analíticos

Quando comparado o método simplificado, com o método analítico, é possível concluir que este método leva a erros relativos muito próximos dos erros obtidos pelo método analítico. Embora os valores obtidos pelo método analítico sejam mais próximos do que os valores obtidos pelo método simplificado, estes, são de obtenção mais morosa, recorrendo a processos iterativos.

Os métodos analíticos recorrem também a varias variáveis, sendo que muitas delas são complicadas de serem obtidas, sendo métodos mais complexos, a nível de pré-dimensionamento, do que o método proposto. Desta forma, quando se pretende pré-dimensionar os elementos, o método proposto apresenta uma solução mais viável do que a utilização de métodos analíticos. A simplicidade do método e a fiabilidade dos resultados apresentados levam a uma conjuntura de factores que beneficia o método proposto face aos métodos analíticos clássicos.

### • Caso de estudo

Quando comparados os valores de pré-dimensionamento obtidos pelo método simplificado e os valores numéricos, determinados na resolução do caso de estudo, foi possível verificar que os erros obtidos pelo método simplificado levaram a valores bastante fiáveis. Desta forma, é possível concluir que, numa situação de projeto real, o método proposto leva a valores fiáveis de pré-dimensionamento quando comparados aos valores obtidos em análises computacionais.

Esta situação vai de encontro ao já anteriormente concluído, para geometrias correntes, os valores obtidos pelo método simplificado levam a resultados fiáveis quando comparados com os valores obtidos pelo cálculo numérico.

## 8.2 Desenvolvimentos Futuros

Quando estudado este método de pré-dimensionamento, foram estudadas apenas duas sobrecargas, as sobrecargas uniformes e as sobrecargas pontuais, de forma a poderem ser abrangidas mais condições, é sugerido que se encontrem métodos simplificados para todas as outras sobrecargas que podem estar aplicadas na estrutura. Deste modo, é sugerido que se encontrem formas de obter valores de pré-dimensionamento, quando estas estruturas estão sujeitas a variações de temperatura, vento, sismo, bem como as restantes sobrecargas presentes no RSA e EC1.

As expressões utilizadas podem também evoluir, neste sentido é proposto que se encontrem formas mais apuradas da determinação da rigidez do cabo quando solicitado a uma carga pontual, sendo que desta forma possa ser melhorado o Método I apresentado nesta dissertação.

São também necessários métodos simplificados para o estudo do encurtamento e deslocamento das torres, visto a deformação destas aumentar moderadamente a parcela de carga transmitida para o tabuleiro. Este estudo é de grande importância, pois de [25] é possível observar que desde 1967 que se tenta simular corretamente o efeito que este comportamento tem numa ponte suspensa.

Também é necessário estudar a distribuição de cargas para diferentes condições de apoio no tabuleiro, neste caso para pontes suspensas com continuidade nas torres (modelo de viga encastrada para meio vão e apoiada-encastada para vãos extremos).

É também sugerido que seja explorado um método simplificativo para a obtenção do corte bem como o estudo dos esforços de pré-dimensionamento para uma estrutura sujeita a alternância de sobrecargas. Por fim, de forma análoga à que foi utilizada para a obtenção dos esforços de pré-dimensionamento para o vão central de uma ponte, é sugerido que se encontrem métodos simplificativos de pré-dimensionamento para os vãos exteriores de forma a que estes sejam possíveis de serem pré-dimensionados de uma forma simples.

Sem esquecer que se está perante um método simplificado destinado ao pré-dimensionamento, nunca se poderá esquecer que este método pretende simplificar numa fase inicial de projeto o cálculo de valores de dimensionamento. Deste modo, as expressões que poderão advir deste método terão que ter em conta tal facto nunca podendo ser demasiado complexas face às existentes

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Svensson, Holger. *Cable-stayed Bridges: 40 Years of Experience Worldwide*. John Wiley & Sons, 2013.
- [2] Brockenbrough, Roger L.; Merritt, Frederick S. *Structural steel designer's handbook*. New York: McGraw-Hill, 1999.
- [3] Chen, Wai-Fah; Duan, Lian (ed.). *Bridge Engineering Handbook: Construction and Maintenance*. CRC press, 2014.
- [4] Gimsing, Niels J.; Georgakis, Christos T. *Cable supported bridges: concept and design*. John Wiley & Sons, 2011.
- [5] Drewry, Charles Stewart. *A memoir on suspension bridges*. 1832.
- [6] Thomas Telford Center. *Menai Bridges*. s/d. <http://menaibridges.co.uk/mbhistory.php> (29/01/2014).
- [7] Kawada, Tadaki. *History of the modern suspension bridge: solving the dilemma between economy and stiffness*. ASCE Publications, 2010.
- [8] Irvine, H. Max. *Cable structures*. Cambridge: MIT press, 1981.
- [9] Inglis, Charles Edward. *Applied mechanics for engineers*. Dover, 1963.
- [10] Timoshenko, Stephen P.; Young, Donovan Harold. *Theory of structures*. New York: McGraw-Hill, 1965, 1965, 1.
- [11] Melan, Josef. *Theory of arches and suspension bridges*. Clark Publishing Company, 1913.
- [12] Von Karman, Theodore; Biot, Maurice A. *Mathematical methods in engineering*. 1940.
- [13] DE SEGURANÇA, Regulamento. Acções para Estruturas de edifícios e Pontes. *Decreto-lei n°235/83, de*, 1983, 31.
- [14] Jennings, A. *Deflection theory analysis of different cable profiles for suspension bridges*. Engineering Structures, 1987, 9.2: 84-94.
- [15] *Apontamentos de Resistência de Materiais I*. Cabos. Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa 2011.
- [16] Hetenyi, Miklós. *Beams on elastic foundation: theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering*. University of Michigan, 1971.
- [17] Wilson, Edward L. *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, CA, 1996.
- [18] Wang, C. M.; Wang, Chang Yi. *Exact solutions for buckling of structural members*. CRC press, 2004.
- [19] Crisfield, Mike A., et al. *Nonlinear finite element analysis of solids and structures*. John Wiley & Sons, 2012.
- [20] Ghali, Amin; Neville, Adam M. *Structural analysis: a unified classical and matrix approach*. CRC Press, 1997.

- [21] Reddy, J. N. *An introduction to nonlinear finite element analysis*. 2004.
- [22] *SAP2000: Integrated finite element analysis and desing of structures. Analysis reference*. Computers and Structures, 1997.
- [23] Steinman, D. B. *Projeto da Ponte sobre o Tejo*. 1962
- [24] LUSOPONTE - *Ponte 25 de Abril*. <http://www.lusoponte.pt/> s/d (29/01/2014)
- [25] West, Henry Hiram; Robinson, Arthur Richard. *A re-examination of the theory of suspension bridges*. University of Illinois Engineering Experiment Station. College of Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign., 1967.