



José Miguel Martins de Carvalho

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Modelo de Prevenção de Vibrações Regenerativas em Maquinagem

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor Jorge Pamies Teixeira, Professor
Catedrático da Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNL

Co-orientadora: Doutora Raquel Albuquerque Almeida;
Professora Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNL

Presidente: Rosa Maria Mendes Miranda

Arguente: António Paulo Vale Urgueira

Arguente: Carla Maria Moreira Machado



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Maio 2014

Modelo de Prevenção de Vibrações Regenerativas em Maquinagem

Copyright © José Miguel Martins de Carvalho

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero expressar o meu mais sincero agradecimento ao meu orientador Professor Doutor Pamies Teixeira, pela sua disponibilidade, pela sua preciosa ajuda e pelos seus esclarecimentos às diversas dúvidas que surgiram durante a realização desta dissertação.

Um também especial agradecimento à minha co-orientadora Professora Doutora Raquel Almeida, por todo o acompanhamento que me proporcionou durante a realização deste trabalho.

Uma palavra de apreço à Professora Doutora Carla Machado pelo apoio prestado durante os ensaios experimentais e pela sua constante vontade de ajudar.

Ao Sr. António Campos e ao Sr. Paulo Magalhães agradeço toda a ajuda prestada na realização experimental desta dissertação, e na fabricação de peças necessárias para a sua realização.

Um agradecimento especial a toda a minha família que sempre me apoiou de todas as formas possíveis durante esta etapa da minha vida, em especial aos meus pais que sempre me apoiaram e me proporcionaram esta oportunidade.

Agradeço ainda a todos os meus colegas e amigos que me acompanharam e me ajudaram neste trajecto, e que contribuíram para o meu desenvolvimento como a pessoa que sou hoje.

Agradeço também de um modo especial à minha namorada Margarida pelo apoio e motivação que me deu sempre que foi preciso.

RESUMO

Com a evolução das técnicas de maquinagem e consequente evolução das velocidades de corte podem surgir vibrações harmónicas regenerativas (*chatter*). Na maquinagem convencional estas vibrações causam problemas no funcionamento das ferramentas, aumentando o seu desgaste e afectando a qualidade do produto final, (produzindo um acabamento superficial deficiente). No caso da maquinagem de alta velocidade, com a elevada energia actuante no processo, e devido à elevada dureza das ferramentas, estas vibrações podem levar à destruição das mesmas. Isto leva a um aumento dos custos, redução da produtividade e a um aumento do impacto ambiental.

Neste trabalho desenvolve-se um modelo que determina os domínios de estabilidade, permitindo a prevenção do aparecimento destas vibrações regenerativas em maquinagem, através de uma escolha de parâmetros de corte óptimos. Para obter estes parâmetros óptimos é criado um diagrama de lóbulos de estabilidade (DLE) através da combinação de uma modelação analítica das forças de corte com uma análise modal experimental de um sistema de múltiplos graus de liberdade e determinação dos limites de estabilidade do sistema.

PALAVRAS-CHAVE

Chatter

Vibração Regenerativa

Maquinagem

Análise Modal Experimental

Lóbulos de Estabilidade

Diagrama de Lóbulos de Estabilidade

ABSTRACT

The constant evolution of machining technologies and the resulting increase in machining speeds may result in harmonic regenerative vibrations (chatter). In conventional machining, these vibrations may cause tool malfunction, resulting in increased tool wear and a bad workpiece surface finish. In High Speed Machining (HSM), as result from the high cutting energies during the process due to low ductility of the tools, chatter usually results in its destruction. This phenomena increases production costs, lower productivity and have a higher environmental impact.

This thesis attempts to develop a theoretical model to prevent the occurrence of this mentioned regenerative vibrations.in machining, through a proper optimal choice in milling parameters. To obtain these parameters a Stability lobe diagram is created through the combination of an analytical cutting force model with multi degree of freedom modal analysis of the tool-workpiece system.

KEYWORDS

Chatter

Regenerative Vibrations

Machining

Experimental Modal Analysis

Stability Lobe

Stability Lobe Diagram

ÍNDICE DE MATÉRIAS:

Agradecimentos	III
Resumo	V
Palavras-Chave.....	V
Abstract.....	VII
Keywords.....	VII
Índice de matérias:	IX
Índice de Figuras:.....	XI
Índice de Tabelas	XV
Simbologia e acrónimos	XVII
1. Introdução	1
1.1. Motivação e Objectivos	1
1.2. Organização e Estrutura.....	3
2. Estado da Arte.....	5
2.1. Vibrações Regenerativas (<i>chatter</i>).....	5
2.2. Prevenção de <i>chatter</i>	7
3. Modelo de Prevenção de <i>Chatter</i>	11
3.1. Modelação das Forças Dinâmicas de Corte	11
3.2. Modelo Analítico de Vibrações Regenerativas	15
3.3. Análise Modal Experimental	18
3.3.1. Determinação experimental da FRF	20
3.3.2. Estimativa de Parâmetros modais de um sistema de múltiplos GDLs	21
3.3.3. <i>Peak-picking</i> e pontos de meia potência.....	22
3.4. Construção do Diagrama de Lóbulos de Estabilidade (DLE).....	24
4. Ensaio experimentais e tratamento de dados.....	29
4.1. Ensaio de Calibração	29
4.2. Ensaio de Impacto	32
4.3. Construção dos diagramas de lóbulos de Estabilidade	36
4.4. Detecção de <i>chatter</i>	38
5. Discussão de resultados.....	41
6. Conclusões e Desenvolvimentos futuros	53
7. Referências.....	55
8. ANEXOS	57
A1 Programa em MatLab de leitura de ficheiro de dados	57
A2 Função em Matlab do filtro butterworth.....	58
A3 Programa em Matlab de aplicação do filtro.....	58
A4 Programa em MatLab de criação da FRF	59
A5 Programa em MatLab para determinação dos coeficientes direccionais das forças de corte, valores próprios da equação das forças de corte e seu ângulo	63
A6 Programa em MatLab para determinação da profundidade limite de estabilidade 64	
A7 Transformadas de Fourier (FFTs) dos ensaios de detecção de vibrações regenerativas 65	

ÍNDICE DE FIGURAS:

Figura 1: Efeito do angulo de fase de marcas de vibração entre passagens consecutivas na espessura da apara (A: $\varepsilon=0$ rad; B: $\varepsilon=\pi/2$ rad; C: $\varepsilon=\pi$ rad)	5
Figura 2: Diagrama de blocos do comportamento dinâmico das vibrações regenerativas	6
Figura 3: Número de publicações sobre vibrações regenerativas por ano [1].....	7
Figura 4: Diagrama de prevenção activa de vibrações regenerativas [8].....	9
Figura 5: Modelo dinâmico de fresagem considerando 2 graus de liberdade [2].....	11
Figura 6: Diferença de fase das marcas de vibração entre passes de dentes consecutivos	17
Figura 7: Representação esquemática de um sistema de um grau de liberdade	18
Figura 8: Identificação dos pontos de meia potência no gráfico da FRF	22
Figura 9: Diagrama de Lóbulos de Estabilidade	27
Figura 10: Desenho da montagem do pêndulo bifilar.....	30
Figura 11: Sistema de 1 GDL	30
Figura12: Hardware utilizado (A: Módulo de aquisição de dados; B:chassis; C: Martelo; D: acelerómetro)	31
Figure 13: Ensaio de calibração	31
Figura14: FRF, ensaio de calibração	32
Figura 15: Montagem do acelerómetro na ferramenta.....	32
Figura 16: Registo do martelo.....	33
Figura 17: Coerência de resultados medidos experimentalmente	34
Figura 18: Representação da FRF medida.....	34
Figura 19: FRF antes e depois de filtrada.....	35
Figura 20: FRF antes e depois de filtrado (detalhe)	35
Figura 21: FRF medida e calculada com parâmetros modais	36
Figura22: Diagrama de lóbulos de estabilidade (completo), onde cada cor representa	37
os lóbulos associados a um modo de vibração.....	37
Figura23: Diagrama de lóbulos de Estabilidade.....	38
Figura 24: Centro de maquinagem do laboratório de tecnologia mecânica do DEMI (LEADWELL VMC15)	38
Figura25: Instrumentação utilizada para ensaios de detecção de vibrações regenerativas (A: Módulo de aquisição NI myDAQ; B: Microfone unidireccional)	39
Figura 26: Resultado da análise espectral através da transformada de Fourier (FFT)	40
Figura 27: Montagem do microfone para ensaio de detecção de vibrações regenerativas	40
Figura 28: Medições da acelerância na orientação XX	41
Figura 29: Medições da acelerância na orientação YY	41
Figura 30: Receptância na orientação XX.....	42
Figura 31: Receptância na orientação YY.....	42
Figura 32: Receptância medida e calculada pelos parâmetros modais determinados (orientação XX)	43
Figura 33: Receptância medida e calculada pelos parâmetros modais determinados (orientação XX)	44
Figura 34: Diagrama de lóbulos de estabilidade. 2mm de imersão	44
Figura35: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 5000 RPM, 2mm de imersão.	45
Figura36: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 3000 RPM, 1mm de imersão.	45
Figura 37: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 3000 RPM, 0,5mm de imersão.	45
Figura 38: Variação dos Lóbulos de estabilidade com a imersão da ferramenta	46
Figura 39: Primeira fresa danificada	50
Figura 40: Segunda fresa danificada	50
Figura 41: Acabamento superficial, ensaios 3600 RPM, 1mm de imersão	50
Figura 42: Acabamento superficial, ensaios 5000 RPM, 2mm de imersão	51
Figura 43: Análise espectral, ensaio de controlo 5000 RPM.....	65
Figura 44: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 1mm de profundidade.....	65
Figura 45: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 1,5mm de profundidade.....	66

- Figura 101:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade ...84
- Figura 102:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade ...85
- Figura 103:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade ...85
- Figura 104:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade ...85
- Figura 105:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade ...86
- Figura 106:** Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade ...86
- Figura 107:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade ...86
- Figura 108:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade ...87
- Figura 109:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade ...87
- Figura 110:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade ...87
- Figura 111:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade ...88
- Figura 112:** Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade ...88

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 : Formas de FRF	20
Tabela 2: Coeficientes de corte do alumínio Al7075 – T651 [9].....	39
Tabela 3: Parâmetros modais	43
Tabela 4: Profundidades ensaiadas a 5000RPM, e 2mm de imersão	47
Tabela 5: Profundidades ensaiadas a 3000RPM, e 1mm de imersão	47
Tabela 6: Profundidades ensaiadas a 3200RPM, e 1mm de imersão	47
Tabela 7: Profundidades ensaiadas a 3600RPM, e 1mm de imersão	47
Tabela 8: Profundidades ensaiadas a 2800RPM, e 0,5mm de imersão	48
Tabela 9: Profundidades ensaiadas a 3000RPM, e 0,5mm de imersão	48
Tabela 10: Profundidades ensaiadas a 3200RPM, e 0,5mm de imersão	48
Tabela 11: Profundidades ensaiadas a 3400RPM, e 0,5mm de imersão	48
Tabela12: Profundidades ensaiadas a 3600RPM, e 0,5mm de imersão	49

SIMBOLOGIA E ACRÓNIMOS

a_p	Profundidade axial de corte
a_d	Avanço por dente
a_e	Imersão radial da ferramenta
a_{lim}	Profundidade limite de estabilidade
A_r	Constante modal
c	Coefficiente de amortecimento
F_r	Componente radial da força de corte
F_t	Componente tangencial da força de corte
F_x	Componente x da força de corte
F_y	Componente y da força de corte
h	Espessura da apanha
k	Rigidez
K_r	Constante radial da força de corte
K_t	Energia específica de corte
m	Massa
n	Velocidade de rotação
N	Número de dentes da ferramenta
T	Período
v_c	Velocidade de corte
v_a	Velocidade de Avanço
α	Receptância
Λ	Valor próprio da equação das forças de corte
ε	Varição de fase entre marcas de vibração consecutivas
ζ	Factor de amortecimento viscoso

η	Factor de amortecimento hysterético
φ	Ângulo de fase da equação da força de corte
ϕ	Ângulo de imersão da ferramenta
ϕ_e	Ângulo de entrada
ϕ_s	Ângulo de saída
ϕ_p	Passo entre dentes
Φ	Função de transferência
ψ	Vector modal
Ψ	Matriz modal
ω_c	Frequência de excitação
ω_r	Frequência próprio
Ω	Velocidade de rotação da árvore
Ω_r	Frequência de ressonância
DLE	Diagrama de Lóbulos de Estabilidade
FCT	Faculdade de Ciências e Tecnologia
FFT	Transformada de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
FRF	Função resposta em frequência
GDL	Grau de liberdade
UNL	Universidade Nova de Lisboa

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação e Objectivos

A maquinagem é um processo tecnológico amplamente utilizado quer pelas grandes indústrias, nomeadamente a indústria automóvel e aeroespacial, quer pelas pequenas indústrias como a electrónica. Consequentemente, a evolução científica e tecnológica inerente a este processo tem sido um ponto de grande importância. A necessidade de reduzir custos e tempo de fabricação implica, nestes processos, um aumento das taxas de remoção de material. Esse aumento é conseguido com um aumento das velocidades e profundidades de corte.

Neste contexto surge a maquinagem de alta velocidade que veio trazer inúmeras vantagens em termos de eficiência, com velocidades de corte e consequentes taxas de remoção de material mais elevadas. Consequentemente, surgiram também novos problemas e novos desafios ao desenvolvimento tecnológico, isto porque estes processos são mais influenciados pelos aspectos dinâmicos e pela temperatura e menos pelos aspectos mecânicos da interacção da ferramenta com o material. Por esta razão a investigação científica tem-se focado na criação e estudo de modelos que nos permitam descrever quantitativamente os mecanismos intervenientes.

Um dos aspectos limitadores nestes processos é a vibração regenerativa (*chatter*), que é uma vibração auto-excitada resultante da variação dinâmica das forças de corte. Estas vibrações, além de prejudicarem a qualidade superficial das peças produzidas, aumentam o desgaste das ferramentas e podem causar a rotura repentina das mesmas. Os parâmetros de corte mais influentes no comportamento dinâmico são a profundidade e a velocidade de corte, que são também, a par do avanço, os parâmetros determinantes da taxa de remoção de material. De modo a evitar estas vibrações, é prática comum entre os fabricantes destes equipamentos recomendar parâmetros de corte abaixo da capacidade das ferramentas, que resultam em taxas de remoção de material muito aquém das possibilidades, reduzindo a eficiência destes processos.

A investigação científica já mostrou que é possível trabalhar em segurança com parâmetros menos conservadores, e aumentar assim bastante as taxas de remoção de material. No entanto ainda não existe nenhum modelo exacto que descreva parâmetros de maquinagem estáveis e seguros para as ferramentas. É neste contexto que, com esta tese, se procurou contribuir para desenvolvimento de um novo modelo, que permita a prevenção destas vibrações regenerativas, e para evolução tecnológica dos processos de corte por arranque de aparas. Um

dos objectivos centrais é o de validar experimentalmente um método inovador de que permita a selecção de parâmetros de corte que previnam a existência de vibrações regenerativas, através de uma combinação de um modelo analítico das forças de corte e uma análise modal experimental de um sistema de múltiplos graus de liberdade. Outro objectivo é obter um método simples para, com um ensaio preliminar, determinar parâmetros óptimos para o processo de maquinagem de alta velocidade, sem risco de falha das ferramentas.

Com os resultados desta tese será então possível maquinar a alta velocidade com maiores taxas de remoção de material, reduzindo o tempo de maquinagem e os seus custos sem risco de falha das ferramentas.

A validação experimental assentará na realização de ensaios de corte com parâmetros de corte estáveis e parâmetros que provoquem instabilidade, e compará-los os com os parâmetros previstos pelo modelo.

1.2. Organização e Estrutura

A presente dissertação está dividida em 6 Capítulos. No primeiro capítulo é referida a motivação para a realização desta tese, sendo também apresentada uma descrição sucinta da mesma e da sua relevância no contexto da evolução tecnológica actual.

No capítulo 2 são mencionados alguns autores e os seus trabalhos no contexto desta tese e do problema em questão. É feita também uma revisão dos seus resultados e do seu contributo para o desenvolvimento do tema. Entre estes autores e seus trabalhos, estão referidos também os que deram origem a esta tese e ao modelo nela proposto.

No capítulo 3 é feita a descrição completa do modelo de prevenção de vibrações regenerativas. Esta descrição é composta pela modelação das forças de corte, uma explicação dos conceitos de análise modal utilizados e a dedução e aplicação dos conceitos à criação dos diagramas de lóbulos de estabilidade.

No capítulo 4 estão descritos os ensaios experimentais necessários à aplicação deste modelo, desde os ensaios de calibração e ensaios de impacto para determinação dos modos de vibração do sistema, aos ensaios de corte para sua validação.

No 5º capítulo são apresentados e analisados os resultados dos ensaios realizados no decorrer deste trabalho, os quais são comparados com os resultados esperados analisando as suas diferenças e semelhanças.

No 6º e último capítulo é feita uma conclusão dos resultados obtidos. São também sugeridos desenvolvimentos que podem complementar e dar continuação a este trabalho.

2. ESTADO DA ARTE

2.1. Vibrações Regenerativas (*chatter*)

A expressão *Chatter* descreve as vibrações sofridas pela ferramenta, geradas pelas interações com a peça a maquinar. Estas interações estão geralmente classificadas em duas categorias [1]. A primeira destas categorias, chamada de *chatter* primário, é uma causa do próprio processo de corte. Pode por exemplo ser causado pelo atrito entre a ferramenta e o material a maquinar, ou pela excitação de um dos modos dominantes do sistema. A segunda categoria, chamada de *chatter* secundário, surge como consequência da regeneração do “perfil” deixado na superfície maquinada, entre dentes. Quando um dente atravessa o material a maquinar, devido às vibrações da árvore, este deixa uma superfície ondulada na peça maquinada. Vibrações regenerativas surgem quando a passagem de um dente é afectada por esta superfície resultante da passagem do dente anterior, uma vez que as ondulações deixadas pelo dente anterior provocam variação na espessura da apara subsequente, fazendo variar a força de corte.

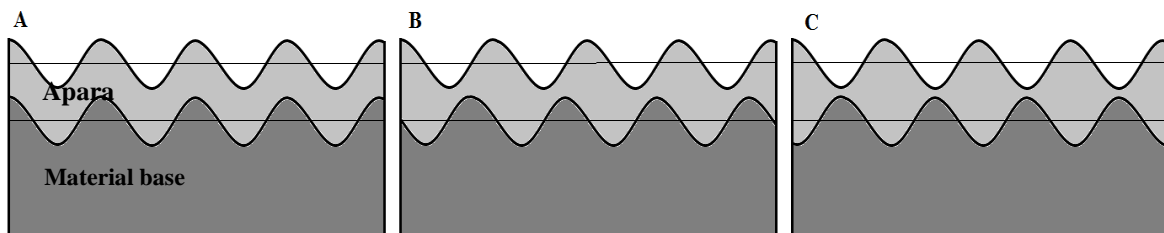


Figura 1: Efeito do ângulo de fase de marcas de vibração entre passagens consecutivas na espessura da apara (A: $\varepsilon=0$ rad; B: $\varepsilon=\pi/2$ rad; C: $\varepsilon=\pi$ rad).

Como as operações de maquinagem envolvem múltiplas passagens na mesma face, e a cada passagem é deixada uma nova superfície ondulada, estas vibrações podem sofrer um efeito amplificador devido à natureza de ciclo fechado (*closed-loop*) (figura 2) que quando não controlado pode gerar os efeitos negativos já referidos. Este efeito de amplificação e a variação da espessura da apara são influenciados pelo ângulo de fase entre passagens, como se pode ver na figura 1. Estas vibrações não ocorrem a frequências síncronas com a velocidade de rotação da árvore, mas a uma frequência ligeiramente superior aos modos naturais mais flexível do

sistema. Como se trata de uma vibração gerada por uma força variável, pode ser considerada uma vibração forçada. No entanto, como a força que gera esta vibração tem origem num fenómeno dinâmico do comportamento da ferramenta, e da sua interacção com o material base, é impossível identificar uma fonte vibração (ruído) e eliminá-la. Por ser a causa mais comum de *chatter*, já é prática comum utilizar a palavra *chatter* quando são referidas vibrações regenerativas geradas por este tipo de interacções e por essa razão, vários estudos foram feitos com o objectivo de evitar ou prevenir este fenómeno.

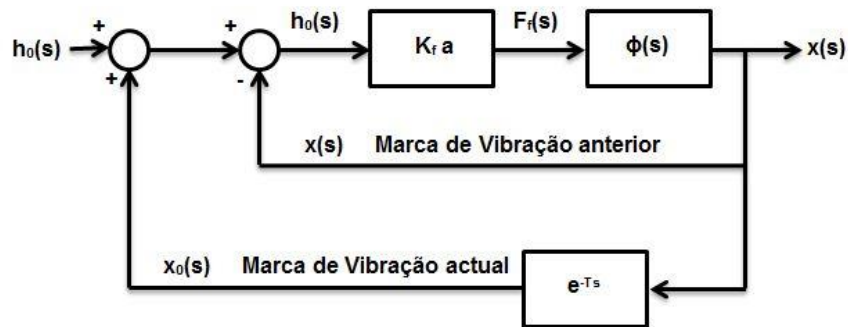


Figura 2: Diagrama de blocos do comportamento dinâmico das vibrações regenerativas

2.2. Prevenção de *chatter*

O conhecimento dos factores influentes na maquinagem tem sido nos últimos anos um foco de investigação por parte de vários autores. Em 2011, G. Quintana e J. Ciurana [1] fazem uma revisão dos estudos e publicações sobre este tema feitos no último século. Pode-se verificar neste estudo que, nos últimos 20 anos a investigação deste tema tem evoluído largamente, com o aumento constante do número de publicações em torno deste tema (figura3).

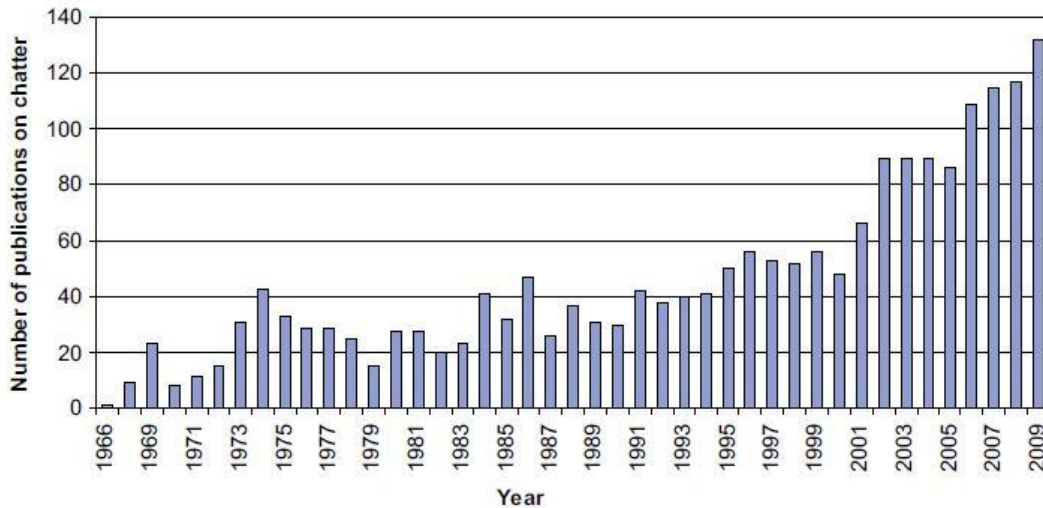


Figura 3: Número de publicações sobre vibrações regenerativas por ano [1]

De entre as várias estratégias e modelos para evitar/prevenir a ocorrência de vibrações regenerativas, podemos identificar dois tipos de abordagens distintos. O primeiro tipo de abordagem tem como objectivo uma escolha de parâmetros de maquinagem que originem um processo estável (sem *chatter*) com base nos diagramas de lóbulos de estabilidade (DLE), e nas suas regiões de estabilidade. O segundo tipo de abordagem engloba aquelas que tem como objectivo a alteração das condições de maquinagem durante o processo de maquinagem de forma a eliminar o *chatter* aquando da sua ocorrência. Para o primeiro tipo de abordagem, é necessária uma correcta identificação dos DLE e uma escolha de parâmetros dentro da região estável destes diagramas. Nos métodos onde a detecção de *chatter* é feita durante o processo de corte, e os parâmetros de corte são então alterados de forma a estabilizar o sistema, é crítico que as vibrações regenerativas sejam identificadas de forma muito incipiente para permitir a alteração dos parâmetros de corte antes do colapso da ferramenta

Em 1967 J.Tlusty [3] deduziu um modelo no domínio do tempo da variação da espessura da avara, e do aparecimento das vibrações regenerativas. Este foi um dos primeiros modelos a descrever o comportamento dinâmico de uma ferramenta de corte, em função da variação da espessura da avara, e foi pioneiro na descoberta da relação entre a profundidade

limite de estabilidade e a função resposta em frequência da máquina. O autor propõe uma análise da posição da ferramenta em cada passagem dos dentes para determinar as velocidades de rotação que produzem instabilidade e desenhar os diagramas de lóbulos de estabilidade. Com este trabalho, que apresenta uma forma mais rudimentar de determinação dos limites de estabilidade, o autor abriu as portas ao estudo e prevenção analítica das vibrações regenerativas em maquinagem.

Em 1995 Y. Altintas e E. Budak [4] propuseram um modelo puramente analítico de modelação das vibrações regenerativas, que serve de base a uma grande quantidade de modelos propostos até hoje. Este modelo foi apresentado como uma forte ferramenta para a prevenção de *chatter*, de rápida e fácil aplicação. Com base no modelo para corte ortogonal apresentado por Tlustý [3], o comportamento dinâmico determinado neste modelo tem origem numa determinação dos coeficientes direccionais de corte como uma série de Fourier. Os valores próprios da equação das forças dinâmicas de corte são calculados analiticamente, seleccionando uma gama de frequências próxima das frequências próprias da estrutura. As profundidades de corte e velocidades de rotação da árvore estáveis são então determinadas através da função transferência do sistema na zona de contacto da ferramenta, o número de dentes, a profundidade axial de corte e as constantes de corte.

E. Solis, et al [6] apresentaram em 2004 um modelo analítico-experimental para a determinação dos lóbulos de estabilidade em maquinagem de alta velocidade, recorrendo à análise modal, num modelo muito semelhante ao apresentado em [4]. Este modelo especifica a determinação da função de transferência do sistema por um modelo matemático. Aqui, os autores não recorrerem à análise modal para determinar o comportamento dinâmico da ferramenta, mas sim a um método de aproximação de PRONY para obter a função de transferência do sistema.

W.X. Tang, et al [7] propuseram outro modelo baseado numa análise modal de múltiplos graus de liberdade para prevenção de *chatter* em processos de acabamento com maquinagem de alta velocidade. Neste caso é proposto um ensaio com dois acelerómetros montados na base da árvore a um ângulo de 90° (direcções x e y). É também proposto um método de detecção activa de *chatter* durante ensaios de maquinagem utilizando dinamómetros na base da peça a maquinar para medir as forças nas direcções x, y e z, e dois sensores de posição (que não necessitam de contacto com a peça) alinhados com os acelerómetros nas direcções x e y.

Em 2009, N.C. Tsai, et al [8] propuseram um método para prevenção activa de vibrações regenerativa em maquinagem de alta velocidade, com uma medição do sinal acústico emitido durante o processo de maquinagem. Para tal, é determinado um limiar da potência espectral do sinal sonoro medido durante o corte em condições estáveis. Em seguida é aplicado um algoritmo que verifica a ocorrência de vibrações regenerativas. Caso se verifique *chatter* é aplicada uma compensação à velocidade de rotação da árvore de forma a migrar os parâmetros de corte para uma região estável no diagrama de lóbulos de estabilidade. Para aplicar esta compensação de forma mais eficiente são identificados dois limiares de estabilidade, uma para *chatter* ligeiro e um para *chatter* intenso. Os autores recorrem ao modelo proposto por Altintas [3] para a determinação dos limites de estabilidade. Um esquema do algoritmo utilizado para a detecção e compensação de *chatter* está demonstrado na figura 4.

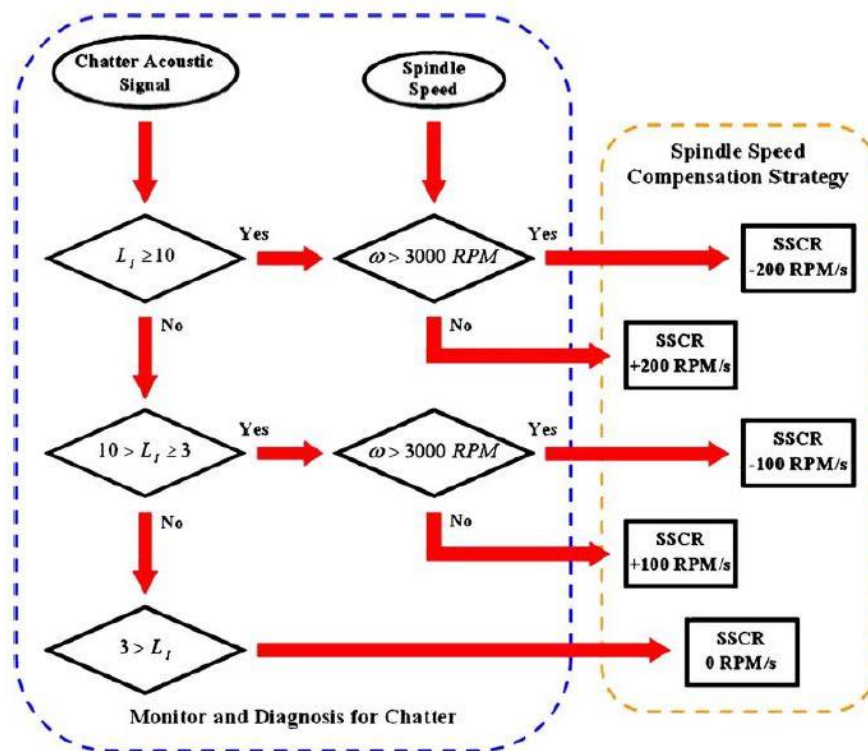


Figura 4: Diagrama de prevenção activa de vibrações regenerativas [8]

3. MODELO DE PREVENÇÃO DE CHATTER

3.1. Modelação das Forças Dinâmicas de Corte

A força de corte em fresagem na sua formulação mais simples é definida por uma componente tangencial à aresta de corte da ferramenta e uma componente radial (direcção radial da ferramenta) definida como função da componente tangencial da força, multiplicada por uma constante radial (K_r). A componente tangencial da força é definida em função de uma característica do material (energia específica de corte, K_t) e dos parâmetros de corte utilizados no processo (espessura da avara e imersão axial da ferramenta) [14, 15].

$$F_t = K_t a_p h, \quad F_r = K_r F_t \quad (1)$$

A energia específica de corte é uma constante definida como a energia necessária para remover uma unidade de volume de material (J/m^3). O quociente de uma energia por um deslocamento define uma força, pelo que esta constante pode também ser chamada de força específica de corte ($J/m^3=N/m^2$). Mas uma força por unidade de área define uma pressão ($N/m^2=Pa$), motivo pelo qual esta constante vem geralmente quantificada em Pascal, e pode ser também chamada de pressão específica de corte.

As forças de corte durante o processo de fresagem não são constantes. Embora a profundidade axial seja um parâmetro de corte constante durante o processo, a espessura da avara varia com o ângulo de imersão da ferramenta, e com a sua variação da posição (devido ao avanço e à vibração da ferramenta) conforme se pode ver na figura 5.

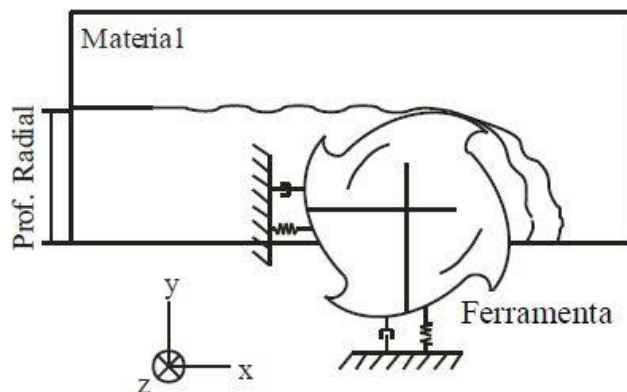


Figura 5: Modelo dinâmico de fresagem considerando 2 graus de liberdade [2]

A variação da espessura da apara pode no entanto ser definida como função do ângulo de imersão da ferramenta:

$$h(\phi) = \Delta_x \text{sen}(\phi) + \Delta_y \text{cos}(\phi) \quad (2)$$

onde Δ_x e Δ_y correspondem à variação de posição da ferramenta entre o período do dente actual e o dente anterior (avanço por dente). Para validar este modelo é preciso considerar também que os dentes não estão sempre em contacto e definir uma função do passo por dente (g_{ϕ_j}) que tem valor unitário quando o dente j está em corte e valor nulo quando este não está em corte.

$$\begin{aligned} g(\phi_j) &= 1, & \phi_e < \phi_j < \phi_s \\ g(\phi_j) &= 0, & \phi_j < \phi_e \text{ ou } \phi_j > \phi_s \end{aligned} \quad (3)$$

onde ϕ_e e ϕ_s são os ângulos de entrada e de saída da ferramenta. Ficamos então com a espessura da apara não deformada definida como:

$$h(\phi_j) = (\Delta_x \text{sen}(\phi_j) + \Delta_y \text{cos}(\phi_j)) \cdot g(\phi_j) \quad (4)$$

Considerando este modelo a duas dimensões das forças de corte temos uma componente radial (F_{rj}) e uma componente tangencial (F_{tj}) das forças de corte em cada dente que podem ser dadas da seguinte forma,

$$F_{tj} = K_t a_p h(\phi_j), \quad F_{rj} = K_r F_{tj} \quad (5)$$

onde os coeficientes de corte K_t e K_r são constantes e a_p representa a imersão axial da ferramenta (profundidade de corte). Convertendo estas equações para as coordenadas x e y obtemos

$$\begin{aligned} F_{xj} &= -F_{tj} \text{cos}(\phi_j) - F_{rj} \text{sen}(\phi_j) \\ F_{yj} &= F_{tj} \text{sen}(\phi_j) - F_{rj} \text{cos}(\phi_j) \end{aligned} \quad (6)$$

A soma das componentes da força em cada dente dá-nos então a força de corte total em função do ângulo de imersão da ferramenta. Substituindo a espessura da apara não deformada (eq. 4) e as equações das forças de corte (eq. 5) e reajustando as equações para a forma matricial obtemos,

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a_p K_t \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{Bmatrix} \quad (7)$$

onde os coeficientes direccionais da força de corte representam uma matriz $[A(\phi)]$ e são definidos como:

$$\begin{aligned}
a_{xx} &= \sum_{j=0}^{N-1} -g_j \left[\text{sen}(2\phi_j) + K_r (1 - \text{cos}(2\phi_j)) \right] \\
a_{xy} &= \sum_{j=0}^{N-1} -g_j \left[(1 + \text{cos}(2\phi_j)) + K_r \text{sen}(2\phi_j) \right] \\
a_{yx} &= \sum_{j=0}^{N-1} g_j \left[(1 - \text{cos}(2\phi_j)) - K_r \text{sen}(2\phi_j) \right] \\
a_{yy} &= \sum_{j=0}^{N-1} g_j \left[\text{sen}(2\phi_j) - K_r (1 + \text{cos}(2\phi_j)) \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

Sendo $\phi_j = \phi_p - j \cdot \phi$, onde o ângulo entre dentes (ϕ_p) é dado por $2\pi/N$. Também é sabido que a posição angular da ferramenta é uma função do tempo, o que permite obter a equação matricial das forças dinâmicas da ferramenta no tempo [5]

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} a_p K_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \tag{9}$$

As forças de corte variam com a rotação da ferramenta. No entanto estas são periódicas com frequência entre dentes ($\omega=N\Omega$) ou período de passe do dente. O mesmo se pode afirmar em relação aos coeficientes direccionais da força. Expressando-os sob a forma de uma serie de Fourier.

$$\begin{aligned}
[A(t)] &= \sum_{r=-\infty}^{\infty} [A_r] e^{i \cdot r \cdot \omega \cdot t} \\
[A_r] &= \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] e^{-i \cdot r \cdot \omega \cdot t} dt
\end{aligned} \tag{10}$$

A aproximação mais simples que se pode fazer é considerar apenas o primeiro termo da série de Fourier ($r=0$), e o seu valor médio é:

$$[A_0] = \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] \cdot dt \tag{11}$$

Este valor é válido apenas quando $g_j=1$ ($\phi_e < \phi < \phi_s$). Assim sendo, pode-se admitir que $[A_0]$ é igual ao valor médio de $[A(t)]$ para um angulo entre dentes $\phi_p = 2\pi/N$:

$$[A_0] = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_e}^{\phi_s} [A(\phi)] \cdot d\phi = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Integrando obtemos:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{xx} &= \frac{1}{2} [\cos(2\phi) - 2 K_r \phi + K_r \operatorname{sen}(2\phi)]_{\phi_e}^{\phi_s} \\
 \alpha_{xy} &= \frac{1}{2} [-\operatorname{sen}(2\phi) - 2\phi + K_r \cos(2\phi)]_{\phi_e}^{\phi_s} \\
 \alpha_{yx} &= \frac{1}{2} [-\operatorname{sen}(2\phi) + 2\phi + K_r \cos(2\phi)]_{\phi_e}^{\phi_s} \\
 \alpha_{yy} &= \frac{1}{2} [-\cos(2\phi) - 2 K_r \phi + K_r \operatorname{sen}(2\phi)]_{\phi_e}^{\phi_s}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Este é o valor médio dos coeficientes direccionais das forças de corte definido a partir dos ângulos de entrada e de saída da ferramenta, os quais são determinados da imersão radial da ferramenta (espessura de corte) e do diâmetro da mesma. Fica então definida a equação das forças dinâmicas de corte como

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} a_p K_t [A_0] \{\Delta(t)\} \tag{14}$$

onde $[A_0]$ não é mais uma variável no tempo, mas sim a matriz dos coeficientes direccionais da força de corte (constantes) definida em função dos parâmetros de corte e da geometria da ferramenta.

3.2. Modelo Analítico de Vibrações Regenerativas

Partindo da equação das forças no domínio do tempo, o objectivo neste momento é manipular essa equação para o domínio da frequência [5]. Para tal é necessário considerar a matriz transferência do sistema ($[\Phi(i\omega)]$) na zona de contacto da ferramenta.

$$[\Phi(i\omega)] = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(i\omega) & \Phi_{xy}(i\omega) \\ \Phi_{yx}(i\omega) & \Phi_{yy}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde Φ_{xx} e Φ_{yy} são as funções de transferência directas (determinadas experimentalmente) e Φ_{xy} e Φ_{yx} as funções de transferência cruzadas.

A posição da ferramenta num instante (t) bem como a sua posição no período passe do dente anterior ($t-T$) pode ser definida como um vector:

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} ; \quad \{r_0\} = \begin{Bmatrix} x(t-T) \\ y(t-T) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

A vibração regenerativa auto-excitada pode então ser descrita em função da frequência de excitação (ω_c) como:

$$\begin{aligned} \{r(i\omega_c)\} &= [\Phi(i\omega)]\{F\}.e^{i\omega_c t} \\ \{r_0(i\omega_c)\} &= e^{i\omega_c T}\{r(i\omega_c)\} \end{aligned} \quad (17)$$

e definimos também:

$$\begin{aligned} \{\Delta\} &= \begin{Bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\Delta(i\omega_c)\} = \{r(i\omega_c)\} - \{r_0(i\omega_c)\} \\ \{\Delta(i\omega_c)\} &= (1 - e^{i\omega_c T}) [\Phi(i\omega)]\{F\}.e^{i\omega_c t} \end{aligned} \quad (18)$$

onde $\omega_c T$ é a diferença de fase entre dois dentes sucessivos. Substituindo $\{\Delta(i\omega_c)\}$ na equação das forças de corte (eq. 14) definimos a equação das forças dinâmicas no corte em função de uma frequência de excitação (frequência de *chatter*).

$$\{F\}e^{i\omega_c t} = \frac{1}{2} a_p \cdot K_t [1 - e^{-i\omega_c T}] [A_0] [\Phi(i\omega_c)] \{F\} e^{i\omega_c t} \quad (19)$$

Esta equação tem uma solução geral determinada pela equação homogénea (sem excitação), e uma solução particular do tipo da excitação. A equação homogénea tem uma solução não trivial quando o seu determinante é diferente de zero, ou seja:

$$\det \left[[I] - \frac{1}{2} a_p \cdot K_t (1 - e^{-i\omega_c T}) [A_0] [\Phi(i\omega_c)] \right] = 0 \quad (20)$$

O que nos conduz aos valores próprios da equação:

$$\Lambda = \Lambda_R + \Lambda_I = -\frac{N}{4\pi} a_p \cdot K_t (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (21)$$

Onde N é o número de dentes da ferramenta.

A equação característica resultante é dada por:

$$\det[[I] + \Lambda[\Phi_0(i\omega_c)]] = 0 \quad (21)$$

em que $[\Phi_0(i\omega_c)]$ é a função transferência orientada na direcção das forças, dada por:

$$\begin{aligned} [\Phi_0(i\omega_c)] &= [A_0][\Phi(i\omega_c)] = \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_{xx} \cdot \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{xy} \cdot \Phi_{yx}(i\omega_c) & \alpha_{xx} \cdot \Phi_{xy}(i\omega_c) + \alpha_{xy} \cdot \Phi_{yy}(i\omega_c) \\ \alpha_{yx} \cdot \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{yy} \cdot \Phi_{yx}(i\omega_c) & \alpha_{yx} \cdot \Phi_{xy}(i\omega_c) + \alpha_{yy} \cdot \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

Sendo a direcção x a direcção do avanço, e y a direcção normal, as suas funções de transferência são ortogonais e os valores das funções de transferência cruzadas são nulos ($\Phi_{xy}(i\omega_c) = \Phi_{yx}(i\omega_c) = 0$). A equação característica torna-se uma função quadrática com a forma:

$$a_0 \Lambda^2 + a_1 \Lambda + 1 = 0 \quad (24)$$

e que as constantes a_0 e a_1 são dadas por:

$$\begin{aligned} a_0 &= \Phi_{xx}(i\omega_c) \Phi_{yy}(i\omega_c) (\alpha_{xx} \alpha_{yy} - \alpha_{xy} \alpha_{yx}) \\ a_1 &= \alpha_{xx}(i\omega_c) \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{yy}(i\omega_c) \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{aligned} \quad (25)$$

Os valores próprios podem então ser calculados aplicando a fórmula resolvente:

$$\Lambda = \frac{1}{2a_0} \left(a_1 \mp \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right) \quad (26)$$

Como a função transferência do sistema é complexa, o resultado do valor próprio será da forma $\Lambda = \Lambda_R + i\Lambda_I$ que substituído na equação do valor próprio (eq. 21) e $e^{-i\omega_c T} = \cos(\omega_c T) - i \cdot \text{sen}(\omega_c T)$ obtemos a profundidade de corte crítica:

$$\begin{aligned} a_{lim} &= \frac{2\pi}{N \cdot K_t \cdot (1 - \cos(\omega_c T))} \left(\left(\Lambda_R (1 - \cos(\omega_c T)) - \Lambda_I \text{sen}(\omega_c T) \right) \right. \\ &\quad \left. + i \left(\Lambda_R \text{sen}(\omega_c T) + \Lambda_I (1 - \cos(\omega_c T)) \right) \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Uma vez que a profundidade axial de corte é um valor real, a parte imaginária desta equação tem que ser nula. Obtemos então:

$$\left(\Lambda_R \text{sen}(\omega_c T) + \Lambda_I (1 - \cos(\omega_c T)) \right) = 0 \quad (28)$$

$$\kappa = \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} = \frac{\text{sen}(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} = \text{tg}(\varphi) \quad (29)$$

sendo φ o ângulo de fase do valor próprio. Substituindo κ na parte real da equação (27) obtemos a expressão analítica para a profundidade de corte estável:

$$a_{lim} = \frac{2\pi \cdot \Lambda_R}{N \cdot K_t} (1 + \kappa^2) \quad (30)$$

Sendo $\varepsilon = \pi - 2\varphi$ a variação de fase entre duas marcas de vibração consecutivas, podemos então calcular o período entre dentes (T) e a velocidade de rotação da árvore (n) e a respectiva velocidade de rotação da árvore.

$$T = \frac{1}{\omega_c} (\varepsilon + 2\kappa\pi) \quad (31)$$

$$n = \frac{60}{N \cdot T} \quad (32)$$

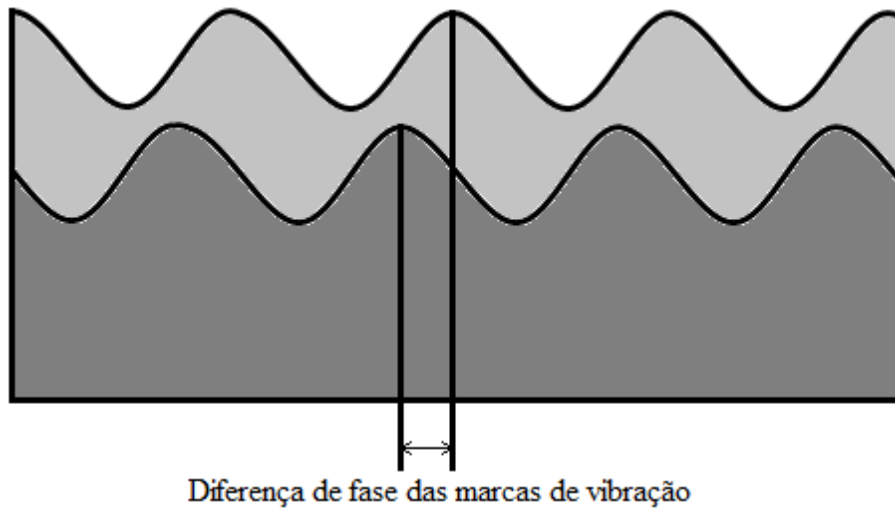


Figura 6: Diferença de fase das marcas de vibração entre passes de dentes consecutivos

3.3. Análise Modal Experimental

A análise de vibrações estuda o comportamento dinâmico de um sistema e pode ser utilizada em diversas aplicações desde a detecção de defeitos à prevenção de falha de um mecanismo ou a influência que um sistema mecânico pode ter na sua vizinhança. Este tipo de análise pode ser dividido em duas abordagens diferentes. Uma consiste na detecção das frequências e intensidade das vibrações geradas por um sistema em funcionamento (análise de sinais), geralmente utilizada para detectar desgaste e identificar a origem de ruído, ou apurar as causas de mau funcionamento do sistema em questão. A outra abordagem consiste na determinação e criação de modelos que prevêm do comportamento dinâmico do sistema (análise modal). Esta abordagem permite-nos generalizar o comportamento dinâmico e estimar a resposta do mesmo sistema em diferentes condições. Neste tipo de análise a estrutura em estudo é excitada em condições controladas (geralmente não em condições de funcionamento) e medida a sua resposta.

Na realização desta tese são utilizadas as duas abordagens. A análise modal é utilizada para determinar o comportamento dinâmico da ferramenta de corte, enquanto a análise de sinais é utilizada para validar os resultados teóricos obtidos.

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico com n graus de liberdade pode ser descrito de várias formas existindo três modelos diferentes para descrever o seu comportamento. No primeiro modelo dito espacial [13, 16], o comportamento do sistema é descrito com base nas equações de movimento. No caso de um sistema com um grau de liberdade (GDL) e um modo de vibração, considerando o amortecimento viscoso (figura 6) a equação do movimento correspondente ao sistema apresentado na figura abaixo é:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = f(t) \quad (33)$$

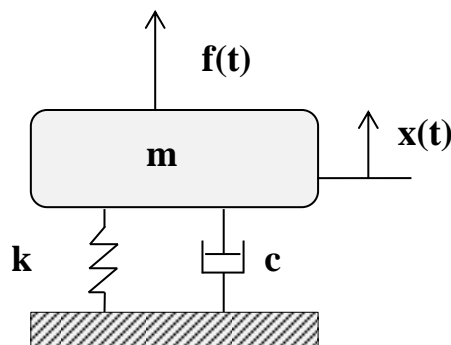


Figura 7: Representação esquemática de um sistema de um grau de liberdade

Este sistema é definido pelos seus elementos de massa, amortecimento e rigidez (m, c e k). Para o caso de um sistema com múltiplos modos de vibração, a equação de movimento apresenta uma forma semelhante:

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [C] \{\dot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (34)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez no sistema.

O segundo modelo para o estudo de vibrações é o modelo modal. Este modelo é semelhante ao modelo espacial, mas caracterizado por uma matriz diagonal das frequências próprias e uma matriz modal ($[\omega_r]$, $[\Phi]$). Considerando o modelo espacial para um sistema não amortecido a equação toma a forma:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (35)$$

Considerando uma vibração livre ($\{f\} = \{0\}$) e aplicando a transformada de Laplace à equação acima obtemos a forma:

$$[[M]s^2 + [K]]\{\bar{X}\}e^{s.t} = \{0\} \quad (36)$$

Substituindo $s=i\omega$ e sabendo que $e^{i\omega t} \neq 0$ para qualquer instante t ficamos que com:

$$[[K] - [M]\omega^2]\{\bar{X}\}e^{i.\omega.t} = \{0\} \quad (37)$$

Podemos identificar nesta equação um problema simples de valores e vectores próprios, para o qual existe uma solução não trivial quando $\{\bar{X}\} \neq 0$ e o determinante se anula:

$$\det[[K] - [M]\omega^2] = 0 \quad (38)$$

As soluções desta equação (os seus valores próprios) são os quadrados das frequências naturais do sistema. Resolvendo a equação (37) para $\{\bar{X}\}$ e substituindo os vários valores próprios calculados, obtemos os vectores próprios $\{\psi\}$ que representam os vectores modais do sistema. A matriz modal $\{\Psi\}$ será então a matriz formada pelos vectores modais.

$$\{\Psi\} = [\{\psi_1\} \{\psi_2\} \dots \{\psi_N\}] \quad (39)$$

O último modelo, é o modelo da resposta em frequência, onde o sistema é caracterizado por uma *função resposta em frequência* (FRF) que representa uma razão entre a excitação fornecida ao sistema [13], e a resposta do mesmo a essa excitação. Observando a equação (35) para uma situação de vibração forçada, e substituindo $\{x\} = Xe^{i\omega t}$:

$$(k - m \omega^2 + i \omega c)Xe^{i \omega t} = Fe^{i \omega t} \quad (40)$$

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{k - m \omega^2 + i \omega c} = \frac{1}{\sqrt{(k - m \omega^2)^2 + (\omega c)^2}} e^{i\theta}$$

onde θ é o ângulo de fase entre o deslocamento e a força.

A FRF pode ser apresentada de diferentes formas. Conforme o tipo de ensaios de medição, e a situação em análise pode ser preferencial utilizar diferentes formas da FRF.

Tabela 1 : Formas de FRF

Função Resposta em Frequência			
Parâmetro da resposta (r)	Forma normal $\left(\frac{r}{F}\right)$		FRF inversa $\left(\frac{F}{r}\right)$
Deslocamento X	Receptância	$\alpha(\omega)$	Rigidez dinâmica
Velocidade V	Mobilidade	$Y(\omega)$	Impedância Mecânica
Aceleração A	Acelerância		Massa Aparente
	Inertância	$A(\omega)$	

Definida a FRF para o deslocamento (receptância), é possível derivar para obter as restantes formas da FRF.

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i \cdot \omega \frac{X}{F} = i \cdot \omega \cdot \alpha(\omega) \quad (41)$$

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \cdot \alpha(\omega) \quad (42)$$

3.3.1. Determinação experimental da FRF

A função resposta em frequência do sistema pode ser determinada experimentalmente através de um ensaio de impacto com um martelo piezoelétrico e um acelerómetro. Este ensaio consiste em provocar um impulso (uma perturbação de curta duração) e medir a resposta do sistema a esta perturbação (secção 4.2). Para obter os resultados desejados é necessário garantir que o impacto gera energia suficiente para excitar uma gama de frequências que contenha todos os modos naturais do sistema. Para tal é necessário escolher um martelo e acelerómetros apropriados tendo em conta a elevada massa e a rigidez da estrutura.

A função resposta em frequência deste sistema com vários graus de liberdade pode ser estimada como a sobreposição de vários sistemas de 1 GDL, cujos parâmetros podem ser calculados observando a parte real e imaginária da FRF.

3.3.2. Estimativa de Parâmetros modais de um sistema de múltiplos GDLs

As funções de impulso e resposta contêm pouca informação relativamente aos parâmetros modais do sistema. Existem no entanto métodos para estimar os parâmetros modais de um sistema de múltiplos graus de liberdade a partir da sua FRF. Podem ser feitas abordagens considerando modelos de múltiplos graus de liberdade ou, partindo do princípio que na vizinhança da ressonância a resposta de um sistema é dominada pelo modo de vibração mais próximo, este problema pode ser abordado como se constasse de um conjunto de vários sistemas de um grau de liberdade. Para tal é necessário assumir que, numa região próxima da ressonância, a influência dos restantes modos de vibração pode ser desprezada, ou que a sua contribuição é dada por um valor residual.

Para a estimativa dos parâmetros modais, nesta tese, foi utilizado o método de estimativa dos parâmetros modais através dos pontos de meia potência (*peak-picking*). Este método assume que na vizinhança da ressonância, apenas um modo dominante tem influência na resposta de um sistema de múltiplos graus de liberdade. Para fazer esta simplificação é preciso verificar que dois modos de vibração adjacentes estão suficientemente afastados e que o seu amortecimento suficientemente baixo para que a sua influência possa ser ignorada. Esta condição é satisfeita se a separação de duas frequências naturais adjacentes (expressa como percentagem da sua média) for pelo menos uma ordem de grandeza superior ao factor de amortecimento de ambos os modos.

$$\frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{\frac{1}{2}(\omega_{i+1} + \omega_i)} \gg \zeta_i, \zeta_{i+1} \quad (43)$$

3.3.3. *Peak-picking* e pontos de meia potência

Para aplicar este método é necessário identificar no gráfico da FRF os diferentes picos associados às ressonâncias (figura 7), os quais são considerados como sendo as frequências próprias do sistema (Ω_r), e determinado o valor máximo da FRF nas ressonâncias ($|H|$). Em seguida é necessário identificar os pontos de meia potência, que são definidos como:

$$H_{halfpower} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_r \quad (44)$$

No caso da receptância apresentada numa escala logarítmica, estes pontos correspondem a uma banda de frequências com uma atenuação máxima de 3dB (figura 7).

$$\begin{aligned} \frac{H_r}{H_{halfpower}} &= \sqrt{2} & (45) \\ 20 \log H_r - 20 \log H_{halfpower} &= 20 \log \sqrt{2} \\ H_r - H_{halfpower} &= 3dB \end{aligned}$$

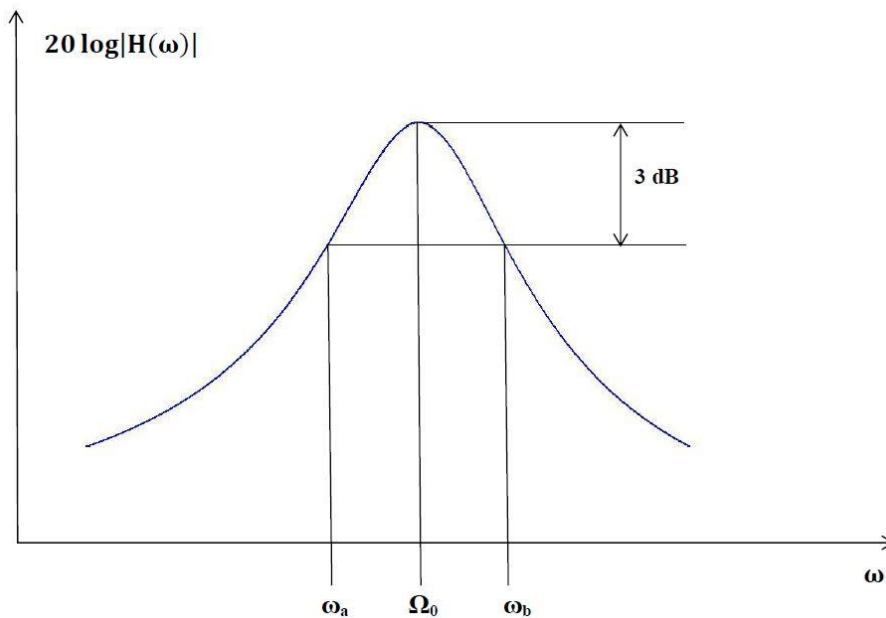


Figura 8: Identificação dos pontos de meia potência no gráfico da FRF

Determinados os pontos de meia potência ω_a e ω_b , calcula-se uma estimativa do amortecimento:

$$\eta_r = \frac{(\omega_a^2 - \omega_b^2)}{\Omega_r^2} \cong \frac{\Delta\omega}{\Omega_r} \qquad \eta_r = 2\zeta_r \quad (46)$$

Assumindo que só este modo de vibração tem influência na resposta do sistema e considerando o amortecimento como sendo do tipo viscoso, temos a receptância como

$$\alpha_r(\omega) = \frac{A_r}{\Omega_r^2 - \omega^2 + i \zeta_r \Omega_r^2} \quad (47)$$

Observando agora o valor desta equação na ressonância, onde $\omega = \Omega_r$, calculamos então a constante modal

$$A_r = |H| \cdot \Omega_r^2 \zeta_r \quad (48)$$

Com a receptância calculada para cada um dos N modos de vibração, sabemos que a receptância de todo o sistema é a soma das receptâncias dos vários modos de vibração.

$$\alpha(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_r}{\Omega_r^2 - \omega^2 + i \zeta_r \Omega_r^2} \quad (49)$$

e que as respectivas partes reais e imaginárias são dadas por:

$$\begin{aligned} Re(\alpha_r(\omega)) &= \frac{A_r \cdot (\Omega_r^2 - \omega^2)}{\Omega_r^4(1 + \zeta_r) + \omega^4 - 2\omega^2\Omega_r^2} \\ Img(\alpha_r(\omega)) &= -\frac{A_r \cdot \eta_r \Omega_r^2}{\Omega_r^4(1 + \zeta_r) + \omega^4 - 2\omega^2\Omega_r^2} \end{aligned} \quad (50)$$

3.4. Construção do Diagrama de Lóbulos de Estabilidade (DLE)

Partindo da equação das forças dinâmicas no corte (equação 19)

$$\{F\}e^{i\omega_c t} = \frac{1}{2}a_p \cdot K_t [1 - e^{-i\omega_c T}] [A_0] [\Phi(i\omega_c)] \{F\}e^{i\omega_c t}$$

Esta equação tem uma solução para o caso de uma excitação não nula, determinada da seguinte forma:

$$\frac{1}{2}a_p \cdot K_t [1 - e^{-i\omega_c T}] [A_0] [\Phi(i\omega_c)] + 1 = 0 \quad (51)$$

Expandindo a equação

$$\frac{1}{2}a_p \cdot K_t [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \left(\frac{N}{2\pi}\right) \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(i\omega_c) & \Phi_{xy}(i\omega_c) \\ \Phi_{yx}(i\omega_c) & \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} + 1 = 0 \quad (52)$$

Para simplificar os cálculos, não é necessário considerar a variável independente (constante) nesta parte da dedução. Vamos observar então a parte não constante da equação:

$$[1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(i\omega_c) & \Phi_{xy}(i\omega_c) \\ \Phi_{yx}(i\omega_c) & \Phi_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \quad (53)$$

Como as funções de transferência cruzadas, Φ_{xy} e Φ_{yx} , são nulas. Ficamos então com as equações das direcções das coordenadas como.

$$\begin{aligned} [\alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{xy} \Phi_{yx}(i\omega_c)] &= [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \\ &= (\alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c)) [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} [\alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c) + \alpha_{yx} \Phi_{xy}(i\omega_c)] &= [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \\ &= (\alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c)) [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] \end{aligned} \quad (55)$$

Como estas equações apresentam uma forma semelhante, podemos observar apenas a equação referente à coordenada XX, que a equação da coordenada YY terá o mesmo aspecto. Separando então a função transferência na sua parte real e imaginária, ficamos com

$$\Phi_{xx}(i\omega_c) = G(i\omega_c) + j H(i\omega_c)$$

$$\begin{aligned} &(\alpha_{xx} (G(i\omega_c) + j H(i\omega_c))) [1 - (\cos(\omega_c T) - j \cdot \text{sen}(\omega_c T))] = \\ &= (\alpha_{xx} (G(i\omega_c) + j H(i\omega_c))) - \cos(\omega_c T) (\alpha_{xx} (G(i\omega_c) + j H(i\omega_c))) + \\ &+ j \text{sen}(\omega_c T) (\alpha_{xx} (G(i\omega_c) + j H(i\omega_c))) \end{aligned} \quad (56)$$

Separando a parte real da parte imaginária desta equação obtemos:

$$\alpha_{xx} (G(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) - \text{sen}(\omega_c T) H(i\omega_c)) + \\ + j\alpha_{xx} (H(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) + \text{sen}(\omega_c T) G(i\omega_c))$$

Sendo

$$\frac{H(i\omega_c)}{G(i\omega_c)} = \text{tg}(\varphi) \quad (57)$$

Igualando a parte imaginária da equação a zero, determinamos:

$$\alpha_{xx} (H(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) + \text{sen}(\omega_c T) G(i\omega_c)) = 0 \Leftrightarrow \\ H(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) = -\text{sen}(\omega_c T) G(i\omega_c) \\ \frac{H(i\omega_c)}{G(i\omega_c)} = -\frac{\text{sen}(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} = \text{tg}(\varphi) \quad (58)$$

e concluímos que:

$$H(i\omega_c) = -\frac{\text{sen}(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} G(i\omega_c)$$

Observando agora a parte real da equação:

$$= \alpha_{xx} (G(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) - \text{sen}(\omega_c T) H(i\omega_c)) = \\ = \alpha_{xx} \left(G(i\omega_c)(1 - \cos(\omega_c T)) + \text{sen}(\omega_c T) \frac{\text{sen}(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} G(i\omega_c) \right) = \\ = \alpha_{xx} \left(G(i\omega_c) \frac{(1 - \cos(\omega_c T))^2 + (\text{sen}(\omega_c T))^2}{1 - \cos(\omega_c T)} \right) = \\ = \alpha_{xx} \left(G(i\omega_c) \frac{1 - 2\cos(\omega_c T) + (\cos(\omega_c T))^2 + (\text{sen}(\omega_c T))^2}{1 - \cos(\omega_c T)} \right) = \\ = \alpha_{xx} \left(G(i\omega_c) \frac{2 - 2\cos(\omega_c T)}{1 - \cos(\omega_c T)} \right) = 2 \alpha_{xx} G(i\omega_c) \quad (59)$$

Juntando este resultado com a parte constante da equação obtemos então:

$$\frac{1}{2} a_p \cdot K_t \left(\frac{N}{2\pi} \right) 2 \alpha_{xx} G(i\omega_c) + 1 = 0 \\ a_{lim} = -\frac{2\pi}{N \cdot K_t \cdot \alpha_{xx} \cdot G(i\omega_c)} \quad (60)$$

Para a determinação da velocidade de rotação da árvore, é necessário considerar as seguintes igualdades trigonométricas.

$$\begin{aligned}
 \operatorname{sen}(\omega_c T) &= 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \\
 \cos(\omega_c T) &= \cos^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \\
 \cos^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) &= 1
 \end{aligned} \tag{61}$$

Aplicando estas igualdades à equação do ângulo da FRF obtemos:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg}(\varphi) &= \frac{-2 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}{1 - \cos^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} = \frac{-2 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}{2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} = \\
 &= \frac{-\cos\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} = -\operatorname{cotg}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) = \operatorname{cotg}\left(-\frac{\omega_c T}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\omega_c T}{2} \mp n\pi\right)
 \end{aligned} \tag{62}$$

Igualando as tangentes das equações 57 e 62:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \frac{\pi}{2} + \frac{\omega_c T}{2} \mp n\pi \Leftrightarrow \\
 T &= \frac{2\varphi - \pi(1 \mp 2n\pi)}{\omega_c} \quad n = 1, 2, 3 \dots
 \end{aligned} \tag{63}$$

Substituindo na equação da velocidade de rotação:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{60}{N \cdot T} \\
 n &= \frac{60 \omega_c}{N \cdot (2\varphi - \pi(1 \mp 2n\pi))}
 \end{aligned} \tag{64}$$

Esta equação define assim a profundidade de corte no limite de estabilidade do sistema. Cruzando os resultados desta equação com os da equação da velocidade de rotação da árvore para uma dada frequência de excitação (eq. 32), obtemos um par velocidade de rotação, profundidade de corte limite de estabilidade. Repetindo este processo para uma gama de frequências de excitação próximas da ressonância obtemos um conjunto de pontos (Ω , a_{lim}) que nos dão os lóbulos de estabilidade para o modo de viração considerado. Aplicando este procedimento novamente para os outros modos de vibração, e sobrepondo os lóbulos de estabilidade gerados, obtemos o diagrama de lóbulos de estabilidade do sistema (figura 8).

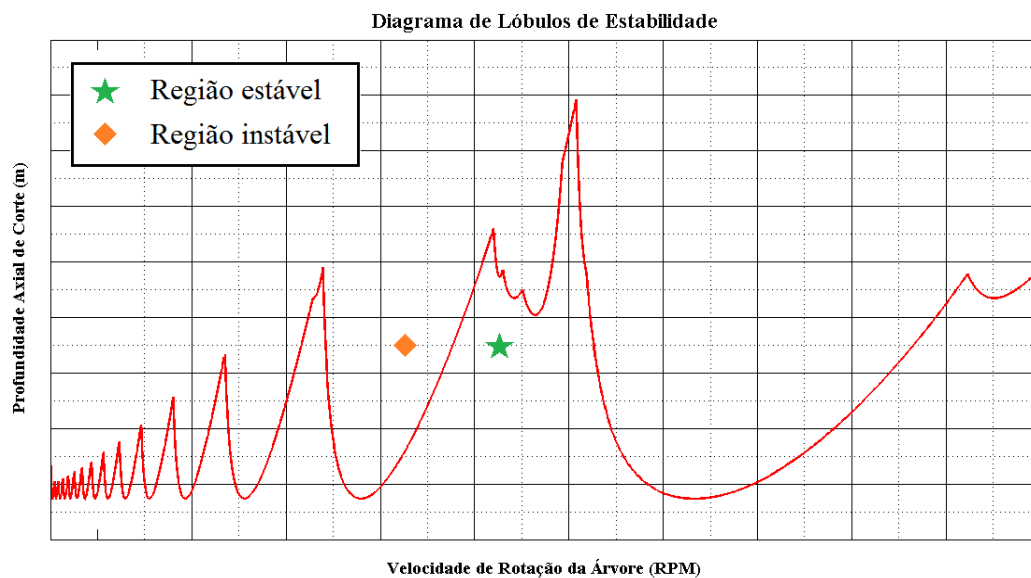


Figura 9: Diagrama de Lóbulos de Estabilidade

4. ENSAIOS EXPERIMENTAIS E TRATAMENTO DE DADOS

4.1. Ensaio de Calibração

Para garantir a validade dos valores medidos é necessário calibrar os instrumentos de medição utilizados. Para a sua calibração foram realizados ensaios de impacto num sistema cujo comportamento é conhecido e a sua calibração ajustada iterativamente até os valores medidos corresponderem ao real comportamento do sistema.

O sistema escolhido para estes ensaios foi uma massa livre (massa suspensa por fios de massa desprezável em relação a ela) Foi escolhido este sistema devido à sua simplicidade e facilidade de construção. Este sistema é constituído apenas por um elemento de massa e a equação do movimento que descreve a sua resposta é dada pela segunda lei de Newton:

$$m \cdot \ddot{x} = f \quad (65)$$

A função transferência deste sistema para a aceleração é:

$$A(\omega) = \frac{\ddot{x}}{f} = \frac{1}{m} \quad (66)$$

Os valores medidos pelo acelerómetro piezoeléctrico e pelo martelo não nos são apresentados sobre a forma de uma escala linear absoluta, mas sim numa escala logarítmica, relativa a um valor de referência. Esta escala apresenta nos valores em decibéis (dB). Em analogia com a escala dB acústica, os resultados medidos são apresentados da seguinte forma:

$$A(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{A}{A_{ref}} \right) \quad (67)$$

onde A_{ref} é o valor de referência que se assume como sendo a unidade [13]. Assim, para o sistema em causa verifica-se:

$$A(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{m} \right) \quad (68)$$

Com esta configuração, podem-se realizar ensaios de impacto com um martelo e um acelerómetro piezoeléctricos e afinar os parâmetros de leitura para obter resultados correctos.

Para este ensaio foi necessário desenhar e montar um pêndulo gravítico de massa conhecida (figura 9). Para garantir que este oscila num plano vertical, optou-se por um pêndulo bifilar, reduzindo assim a rotação do mesmo em torno de um eixo vertical.

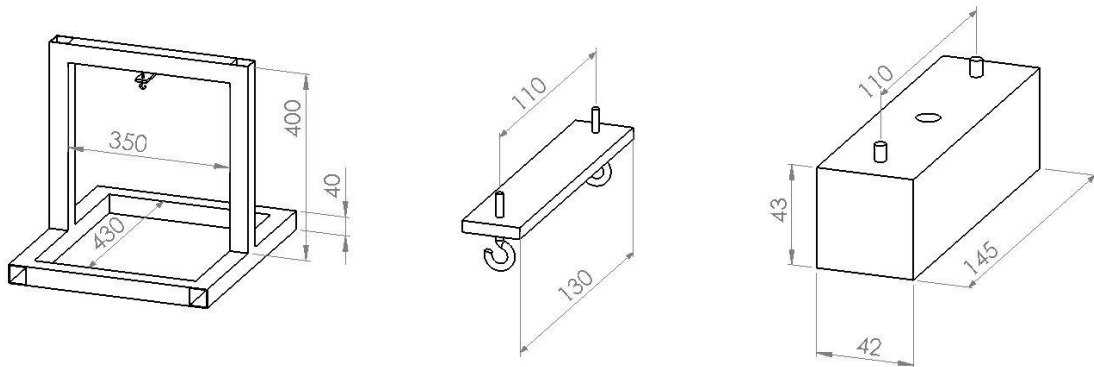


Figura 10: Desenho da montagem do pêndulo bifilar

O suporte foi feito em construção soldada, num perfil quadrado de aço com 40mm de lado e 1,5mm de espessura. A massa do pêndulo consiste de um paralelepípedo em aço, com 42x43x145mm, no qual, após colocados os apoios foi feito um furo no centro da face superior, de modo a aproximar a massa (m) do nosso objectivo ($\pm 2000g$). A massa final é de 2032g.

$$A(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2.032} \right) = -6.15847 \text{ dB} \quad (69)$$

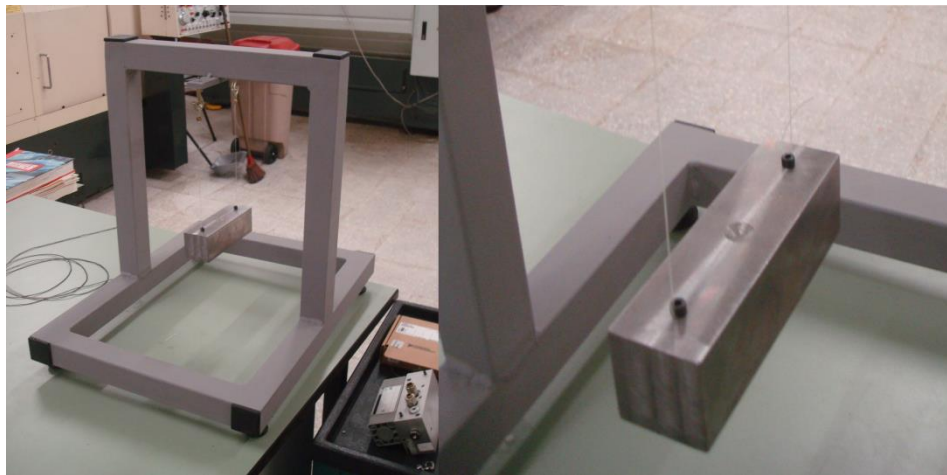


Figura 11: Sistema de 1 GDL

Estes ensaios foram então realizados para a calibração de um conjunto de equipamentos, nomeadamente um acelerómetro da *PCB Piezotronics* (modelo *352C23*) e um martelo da mesma marca (modelo *086C03*). Para a aquisição de dados foi utilizado *hardware* da *National Instruments*, nomeadamente um módulo de aquisição modelo *NI 9234* montado num chassis *NI cDAQ-9178*.

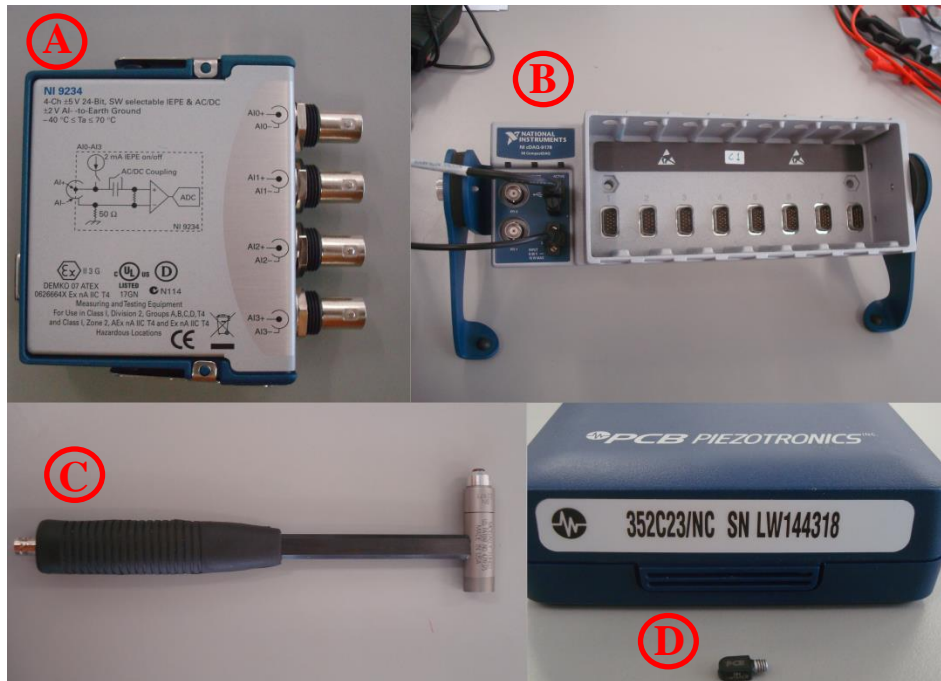


Figura12: Hardware utilizado (A: Módulo de aquisição de dados; B:chassis; C: Martelo; D: acelerómetro)

O acelerómetro é montado na massa, no centro de uma das bases do paralelepípedo. Em seguida, é dada uma série de impulsos com o martelo piezoeléctrico no centro da massa, no lado oposto ao do acelerómetro.

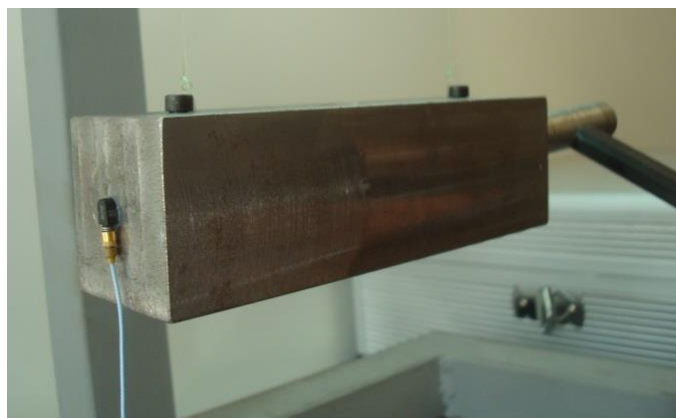


Figure 13: Ensaio de calibração

No computador, um programa desenvolvido pela Engenheira Raquel Almeida na plataforma LabView regista os dados dos dois instrumentos, eliminando à partida os resultados de impactos incoerentes, ou com duplo impacto. Sabendo à partida que a FRF deve tender para um valor constante ($A = -6.15847 \text{ dB}$) ajustamos os parâmetros do ganho até que a FRF tenda para este valor.

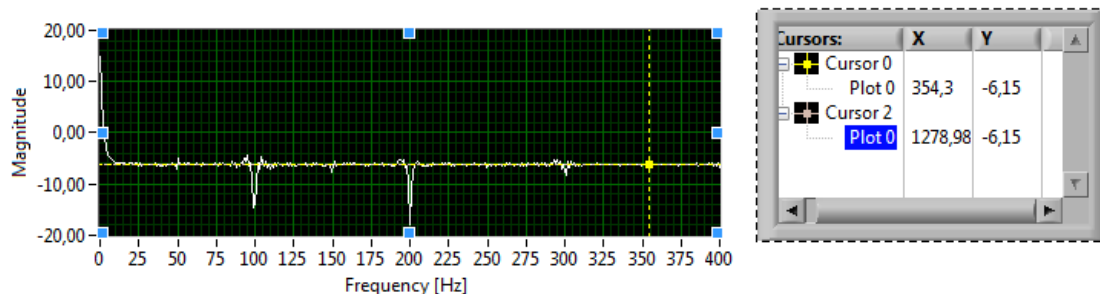


Figura14: FRF, ensaio de calibração

Com os resultados deste ensaio determinou-se que, para obter os valores correctos da FRF do sistema, o par de parâmetros do acelerómetro e do martelo são $0,625 \text{ mV/g}$ e $2,5 \text{ mV/N}$.

4.2. Ensaio de Impacto

Os ensaios de impacto foram realizados na ferramenta de corte para determinar a FRF do sistema. Para a realização destes ensaios, o acelerómetro é montado na aresta de corte da ferramenta e é dado o impacto do lado oposto da ferramenta, com o martelo horizontal, de forma que a força seja aplicada no mesmo eixo da leitura do acelerómetro. Em condições ideais a força do martelo é transmitida instantaneamente para a ferramenta. Tais condições são impossíveis de recriar. No entanto, para obter uma leitura correcta deve-se garantir que o tempo de contacto do martelo com a superfície da ferramenta é o mínimo possível. Para esse efeito, no programa do Labview colocou-se uma janela com a medição registada do martelo (figura 15).

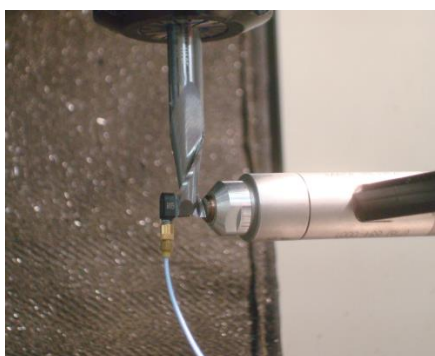


Figura 15: Montagem do acelerómetro na ferramenta

Para garantir a validade dos resultados medidos, cada ensaio consiste de vários impactos e consequente resposta (mínimo 3 ensaios), e o resultado final é uma média das FRFs resultantes. É no entanto necessário que o resultado dos vários impactos seja semelhante (coerente). Para tal é sempre verificada a coerência dos impactos. A coerência é um coeficiente de correlação entre os resultados dos vários ensaios para cada frequência registada. Num ensaio ideal onde todos os impactos são realizados nas mesmas condições (mesmo ponto de aplicação e mesma força) o valor da coerência é unitário para todas as frequências. Isto não se verifica porque existem sempre erros. Estes erros podem ser originados por vários motivos que se dividem em duas categorias. A primeira são os erros de medição, que não podem ser ignorados. Estes erros podem surgir devido a ruído nos sinais de *input* e de *output* (martelo e acelerómetro), ou excitações no sistema que não estejam relacionados com o ensaio (como por exemplo duplo impacto, ou vibrações externas). Podem também surgir erros devido a má realização dos ensaios. Se os impactos forem dados em posições ou ângulos diferentes, vamos obter leituras de FRFs diferentes. Também podem surgir erros nos valores registados originados por uma má escolha das janelas de ponderação nos sinais de entrada ou de saída que podem ocultar resultados os resultados (leakage).

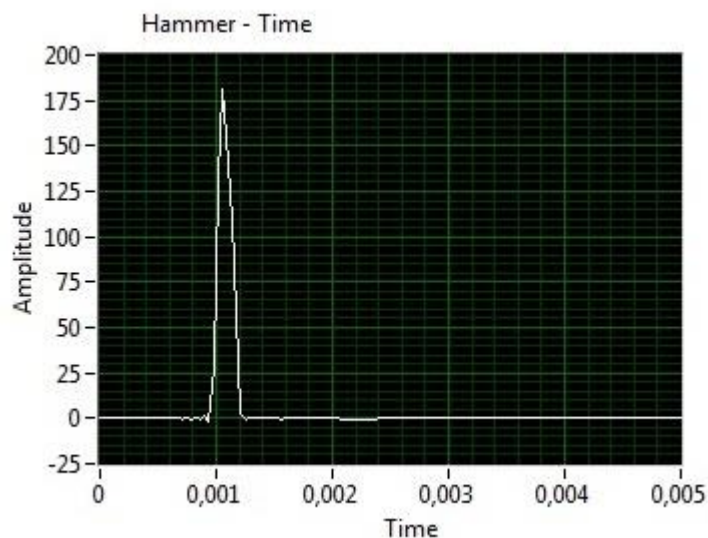


Figura 16: Registo do martelo

Ainda assim os ensaios foram feitos tentando obter as melhores coerências possíveis. Os resultados foram posteriormente analisados tendo em conta que as frequências de anti-ressonâncias, ou de modos de vibração cruzados são as frequências críticas, e que os resultados das FRFs medidas próximo dessas frequências são menos precisos.

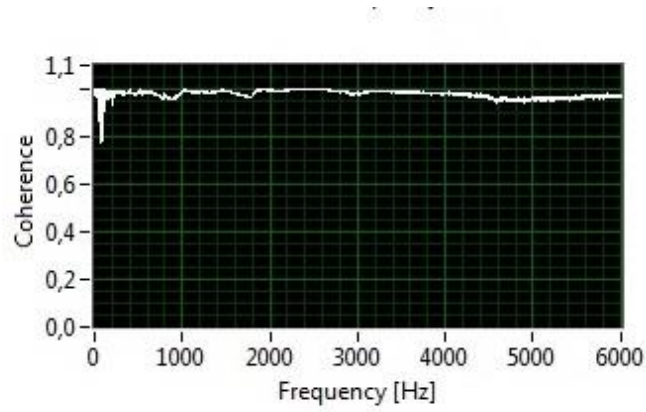


Figura 17: Coerência de resultados medidos experimentalmente

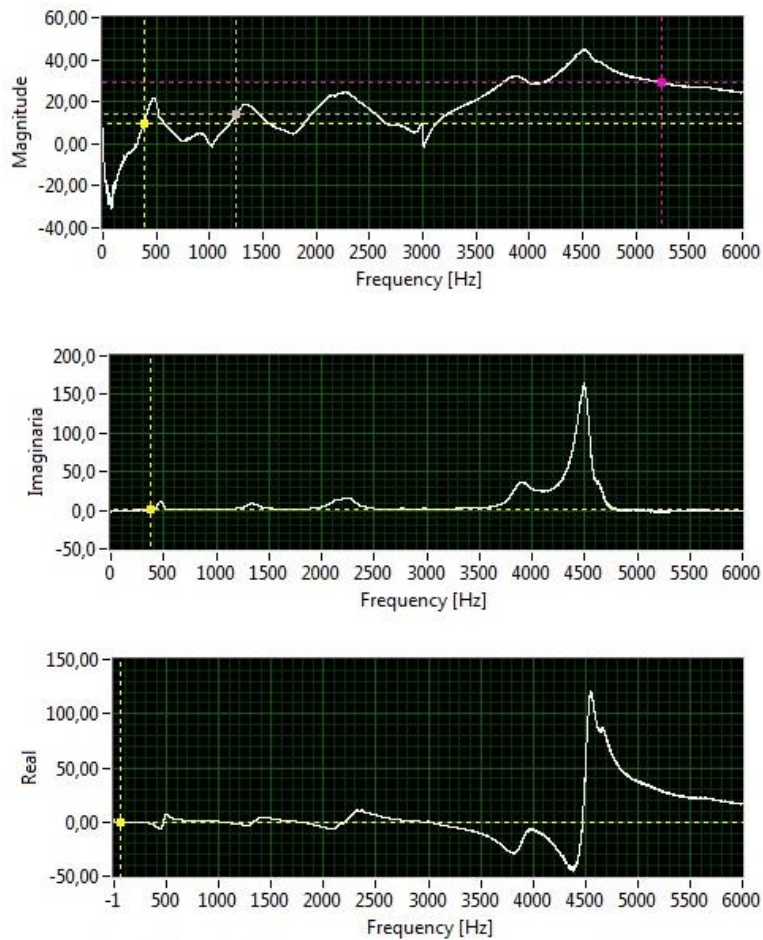


Figura 18: Representação da FRF medida

Após determinadas as FRFs com o ensaio de impacto, e converter os dados de aceleração para receptância, estes apresentavam um elevado ruído. Para eliminar este ruído, os resultados foram filtrados com um filtro Butterworth passa-baixo de 5ª ordem de eliminar o ruído atribuído à frequência da rede eléctrica. A frequência de passe do filtro foi determinada iterativamente, procurando a frequência mais elevada, que originasse uma FRF sem ruído.

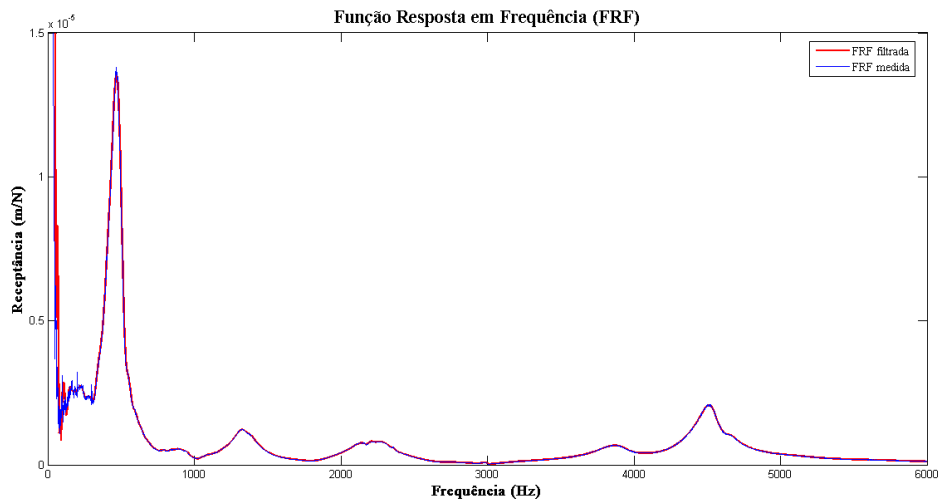


Figura 19: FRF antes e depois de filtrada

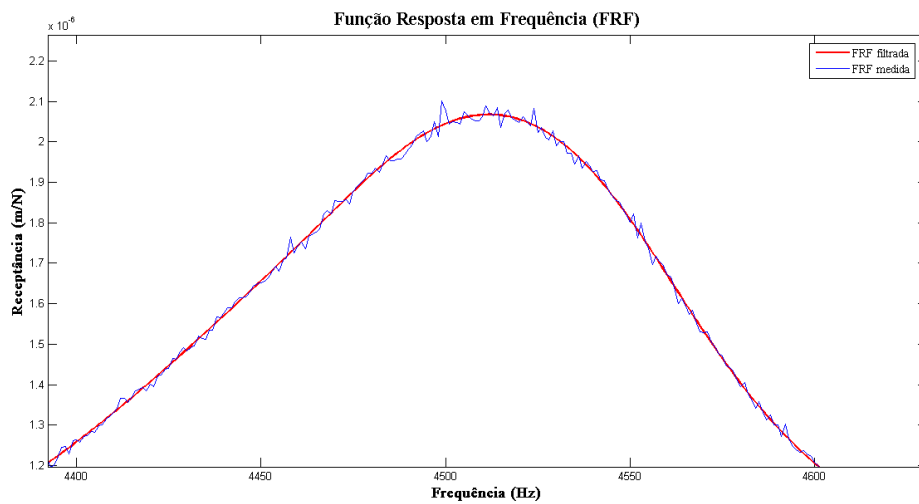


Figura 20: FRF antes e depois de filtrado (detalhe)

4.3. Construção dos diagramas de lóbulos de Estabilidade

Para a construção dos diagramas de lóbulos de estabilidade, o processo foi dividido em 5 passos. Estes passos são a identificação das frequências de vibração dominantes e do amortecimento associado ao modo de vibração correspondente, a determinação da FRF teórica, cálculo dos coeficientes direccionais de corte, cálculo dos valores próprios da equação das forças de corte, e do seu ângulo e por fim o cálculo dos pares de pontos velocidade de rotação da árvore/profundidade limite de estabilidade. Para cada um desses passos recorreu-se a um programa em MatLab de forma a tornar o processo mais rápido e simples de aplicar.

A identificação das frequências dominantes do sistema passa por identificar os picos da FRF. Os seus amortecimentos foram calculados por observação da FRF e aplicação do método dos pontos de meia potência (secção 3.3.3). Com estes valores podemos desenhar as FRFs dos diferentes modos de vibração. Partindo da equação (40) determinamos que a rigidez de cada modo é então o inverso da sua deformação estática (receptância para $\omega=0$).

$$\alpha(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{k - m \omega^2 + i \omega c} \quad (70)$$

Pode-se criar um modelo simplificado da FRF com base nestes valores (equação 50). Verifica-se que os valores determinados da FRF são muito próximos dos medidos junto das ressonâncias (figura 20).

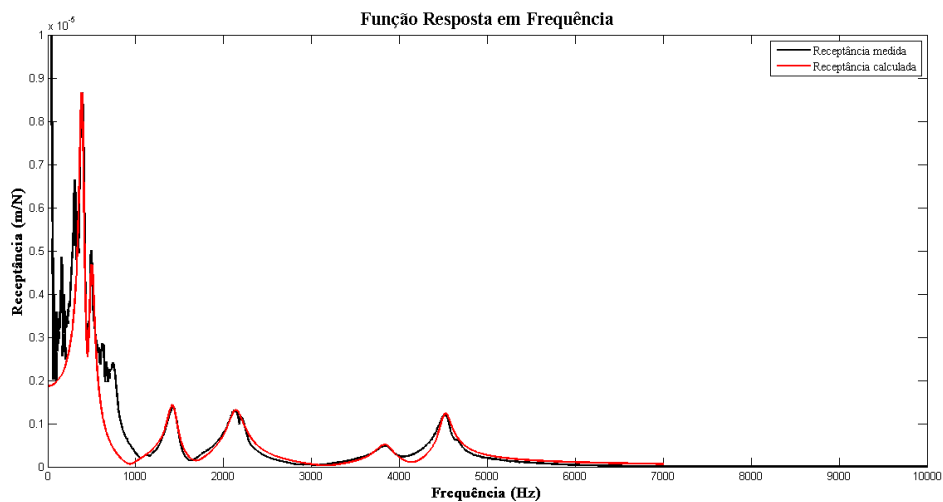


Figura 21: FRF medida e calculada com parâmetros modais

Para o cálculo dos coeficientes direccionais de corte é necessário fixar a imersão radial da ferramenta. Neste cálculo entra também o diâmetro da ferramenta e a constante radial de corte, pelo que é necessário conhecer a ferramenta de corte que vai ser utilizada e o material a maquinar. Com estes dados, com auxílio do Matlab (Anexo A6), foi calculada a matriz dos coeficientes direccionais de corte ($[A_0]$). Com base nas FRFs determinaram-se também os valores próprios da equação das forças de corte e o seu ângulo. Todos estes valores são guardados em vectores, com resultados para uma gama de frequências entra 0 e 10KHz, com uma resolução de 0,25Hz.

Com estes dados, um outro programa em Matlab gera vectores com os dados de velocidade de rotação (equação 64) e profundidade axial limite de estabilidade (equação 60). Embora apenas uma pequena gama de frequências posteriores à ressonância tenha interesse para a criação dos diagramas de lóbulos de estabilidade, de modo a simplificar e automatizar o referido programa (Anexo A7), estes foram calculados para a mesma gama de frequências que tinha sido utilizada nos cálculos anteriores. Estes valores são calculados para todos os modos de vibração e para vários submúltiplos da velocidade de rotação. Após identificada a gama de frequências de interesse podemos por fim criar o diagrama de lóbulos de estabilidade.

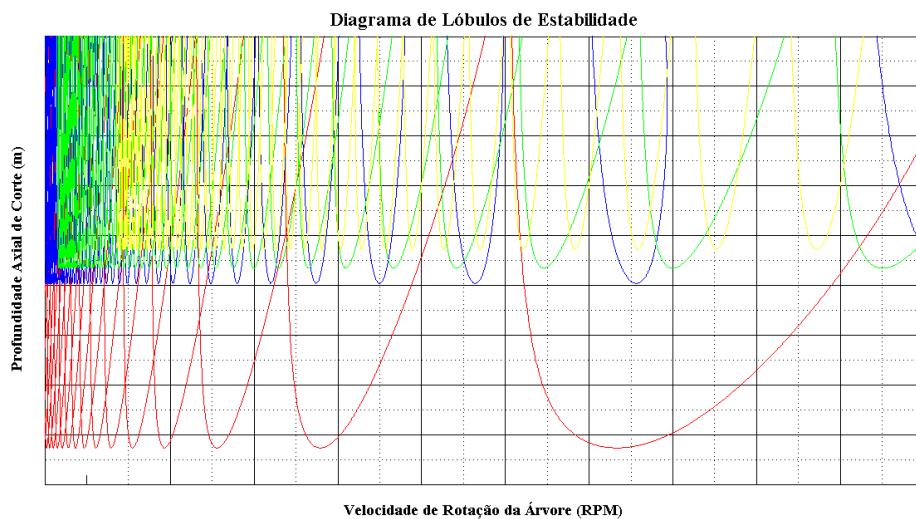


Figura22: Diagrama de lóbulos de estabilidade (completo), onde cada cor representa os lóbulos associados a um modo de vibração.

Por uma questão de estética encontrei as intercepções entre os vários lóbulos para obter o diagrama da figura 22.

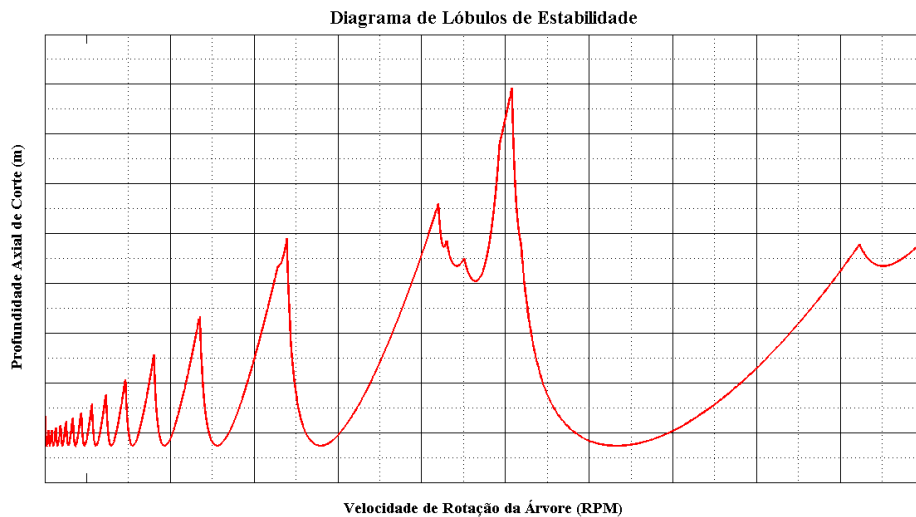


Figura23: Diagrama de lóbulos de Estabilidade

4.4. Detecção de chatter

Para validar o modelo e os diagramas de lóbulos de estabilidade obtidos é necessário detectar a ocorrência de *chatter* e os parâmetros de corte para o qual é gerado. Para tal foram feitos vários passes com parâmetros de corte diferentes e foi registado o sinal sonoro emitido na zona de contacto da ferramenta com o material maquinado.



Figura 24: Centro de maquinagem do laboratório de tecnologia mecânica do DEMI (LEADWELL VMC15)

Estes ensaios foram feitos no centro de maquinagem (CNC) do laboratório de Tecnologia Mecânica do DEMI (Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa). A ferramenta utilizada foi uma fresa da *Sandvick (2P232-0800-NA H10F)* de 8mm de diâmetro, com dois dentes em carboneto de tungsténio (90% WC, 10%Co). Foram feitos ensaios em várias velocidades de rotação, profundidades de corte e imersão. Os ensaios foram feitos em alumínio Al7075-T651. Os coeficientes de corte para este material estão apresentados na tabela seguinte.

Tabela 2: Coeficientes de corte do alumínio Al7075 – T651 [9]

Alumínio Al7075 – T651	
K_t	932,8 N/mm ²
K_r	0,36

O sinal sonoro emitido foi registado utilizando um microfone unidireccional (conforme mencionado em [10]) com uma gama de frequências de funcionamento até 20KHz, e adquirido utilizando um módulo de aquisição de dados da *National Instruments (NI myDAQ)* (figura 24). Ao sinal obtido pelo microfone foi então feita uma análise espectral, de forma a determinar as frequências dominantes, e as suas potências espectrais. No caso de existência de *chatter* são detectadas frequências com elevada potência espectral, próximas das frequências de ressonância, que não seriam múltiplas (harmónicas) da velocidade de rotação da árvore, nem da frequência entre dentes.

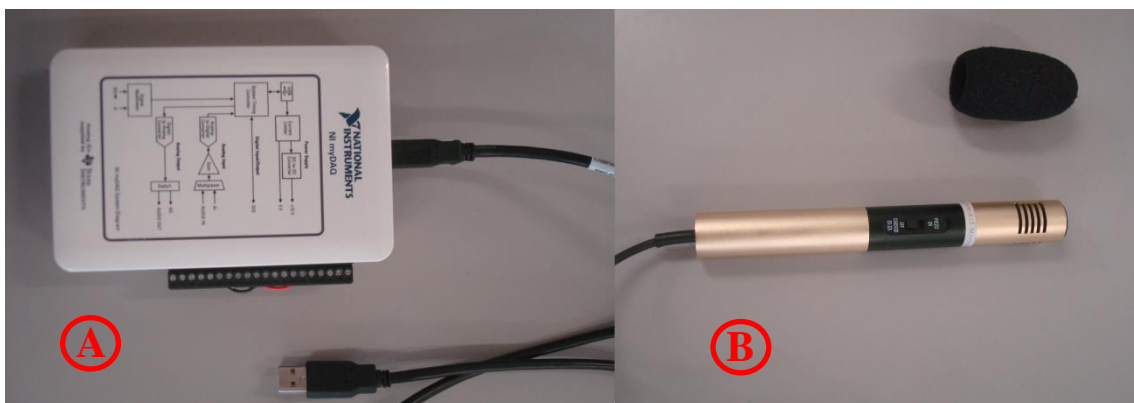


Figura25: Instrumentação utilizada para ensaios de detecção de vibrações regenerativas (A: Módulo de aquisição NI myDAQ; B: Microfone unidireccional)

Para esta análise espectral foi aplicada uma transformada de Fourier discreta ao sinal sonoro. A ordem da transformada de Fourier foi determinada pela dimensão da amostra de forma a obter as melhores resolução e precisão possíveis.

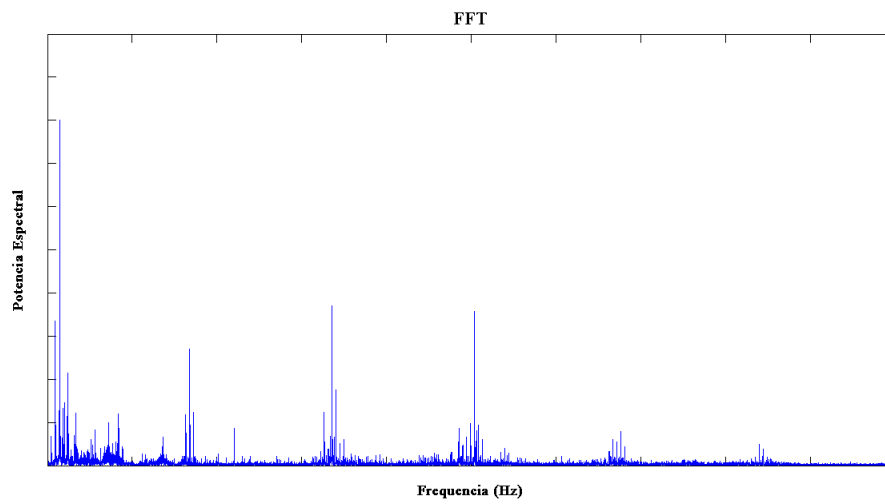


Figura 26: Resultado da análise espectral através da transformada de Fourier (FFT)

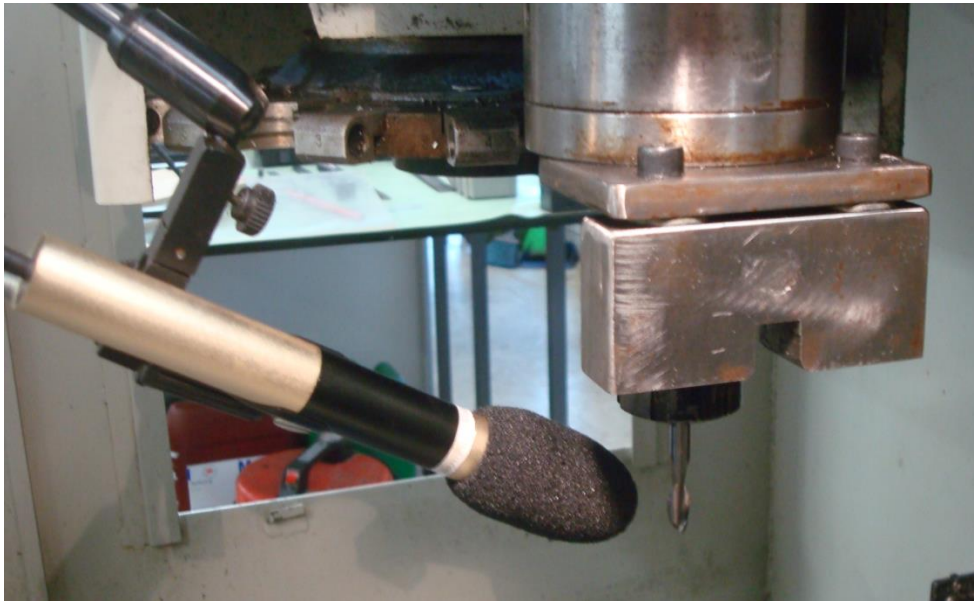


Figura 27: Montagem do microfone para ensaio de detecção de vibrações regenerativas

5. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Com este trabalho conseguimos com sucesso aperfeiçoar o método de medição e determinação das FRFs (acelerância) de um sistema de múltiplos graus de liberdade complexo, como é o caso do centro de maquinagem. Nas figuras abaixo podemos ver as medições obtidas para as direcções XX e YY da acelerância.

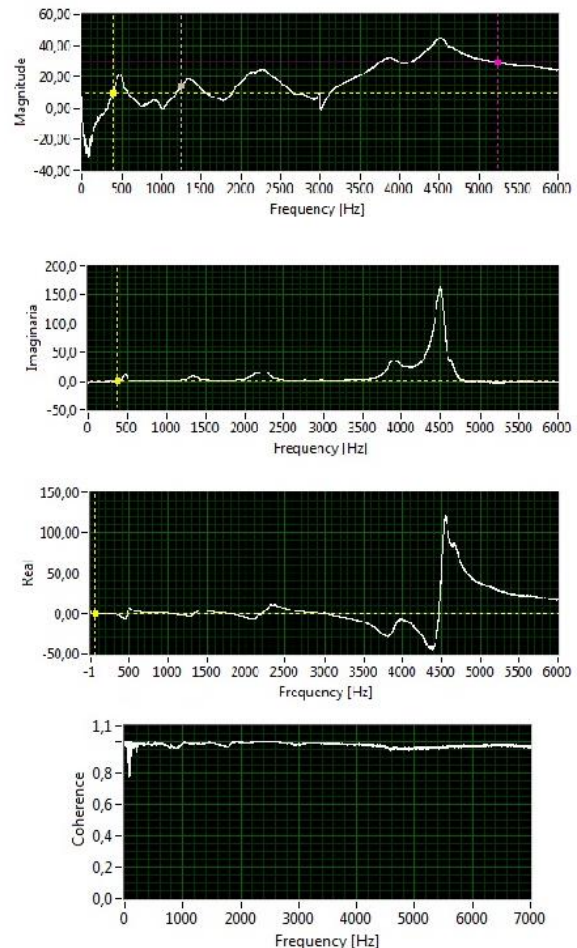
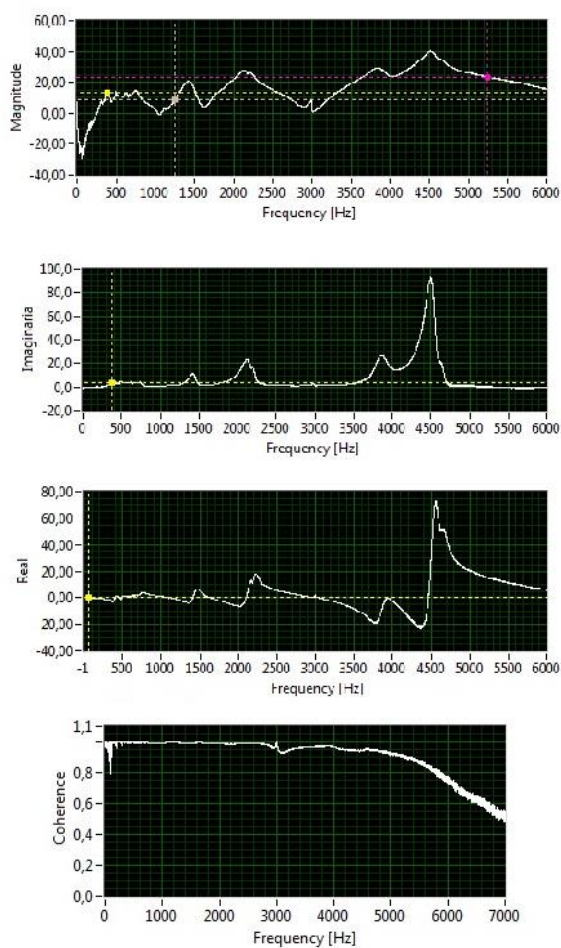


Figura 28: Medições da acelerância na orientação XX

Figura 29: Medições da acelerância na orientação YY

Estes dados relativos a aceleração foram então filtrados para eliminar ruído e convertidos para receptância para ser feita a identificação dos modos de vibração, e dos parâmetros que os definem (frequência própria, amortecimento e rigidez). Nas figuras 29 e 30 podemos ver os gráficos das receptâncias nas orientações XX e YY após aplicado o filtro adequado.

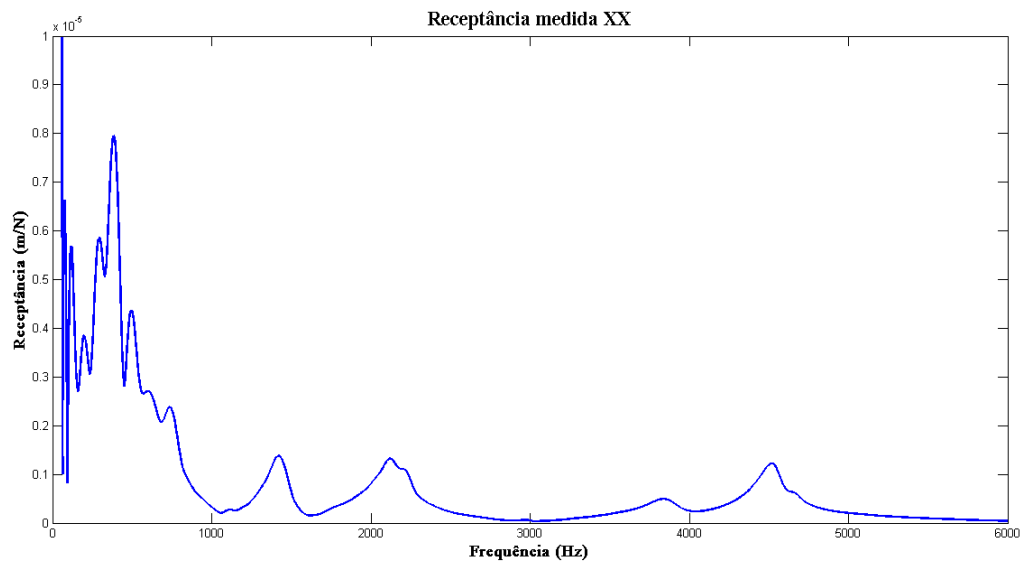


Figura 30: Receptância na orientação XX

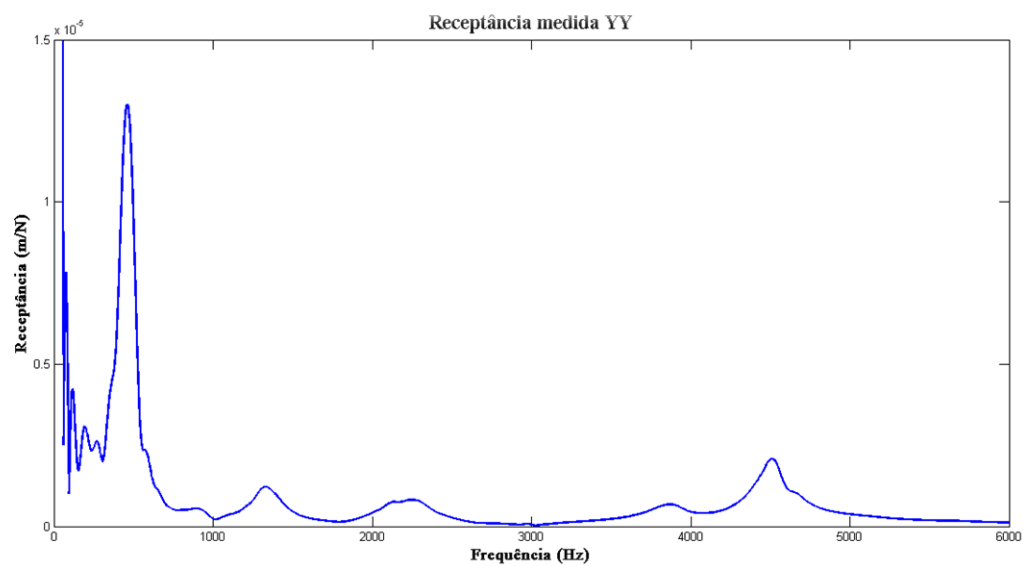


Figura 31: Receptância na orientação YY

Pela observação dos gráficos da receptância foram determinadas as frequências próprias do sistema. Aplicando o método dos pontos de meia potência determinaram-se o amortecimento e a rigidez dos vários modos de vibração. Estes resultados estão apresentados na tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros modais

Modo	X		Y	
	ω_n (Hz)	ζ (%)	ω_n (Hz)	ζ (%)
1	390	0,13496	-	-
2	495	0,12162	461	0,17316
3	1422	0,08313	1328	0,11684
4	2135	0,09796	2248	0,12776
5	3838	0,05576	3870	0,01079
6	4518	0,03397	4511	0,03274

Podemos ver pela diferença nas frequências dominantes dos modos na direcção x e y que o sistema não é isotrópico (não axissimétrico). Com estes valores foi então determinada a FRF do sistema, considerando apenas estes modos dominantes. Estes resultados podem ser observados e comparados com os valores medidos nas figuras abaixo.

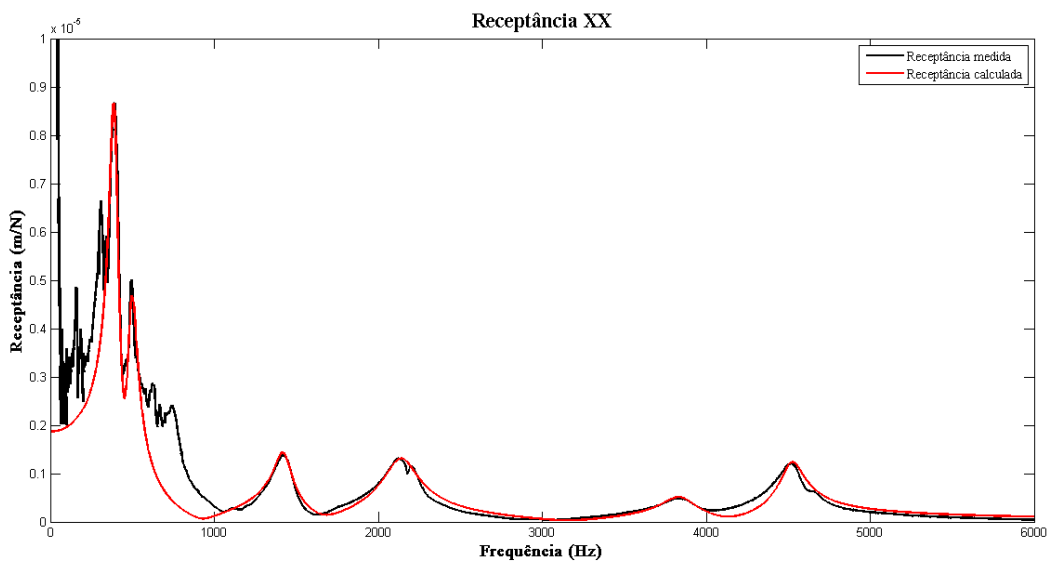


Figura 32: Receptância medida e calculada pelos parâmetros modais determinados (orientação XX)

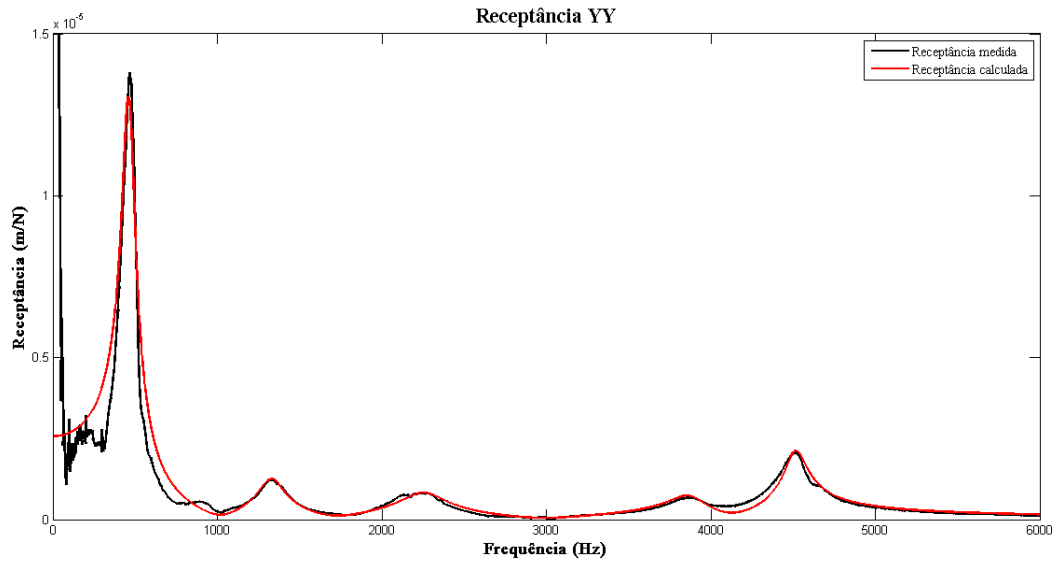


Figura 33: Receptância medida e calculada pelos parâmetros modais determinados (orientação XX)

Foi também conseguida a determinação dos diagramas de Lóbulos de Estabilidade teóricos, e a otimização da metodologia de construção dos mesmos. Abaixo estão apresentados os diagramas de lóbulos de estabilidade para alguns dos parâmetros de corte ensaiados.

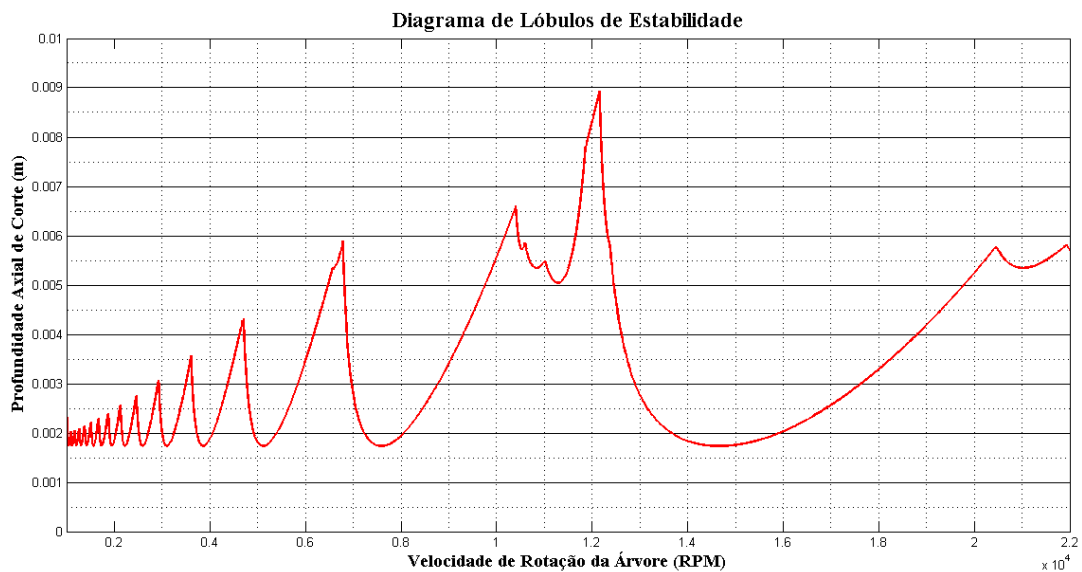


Figura 34: Diagrama de lóbulos de estabilidade. 2mm de imersão

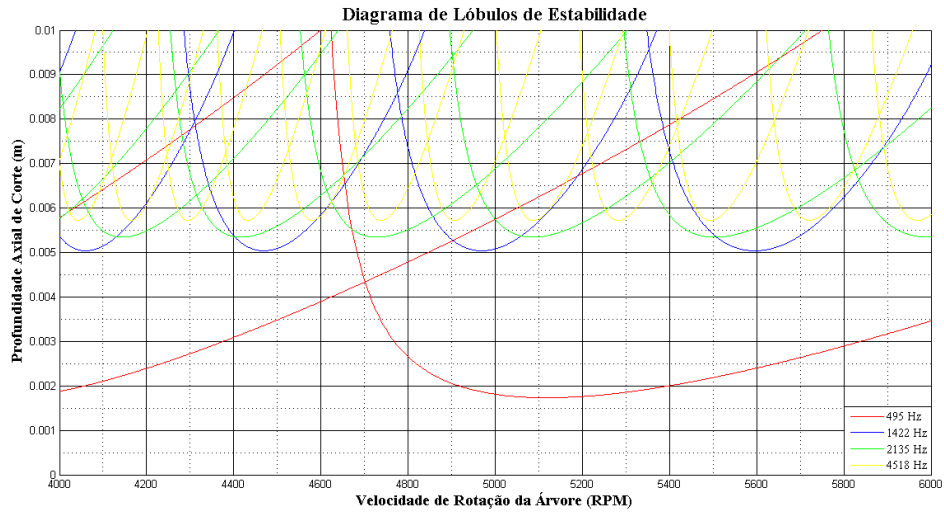


Figura35: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 5000 RPM, 2mm de imersão.

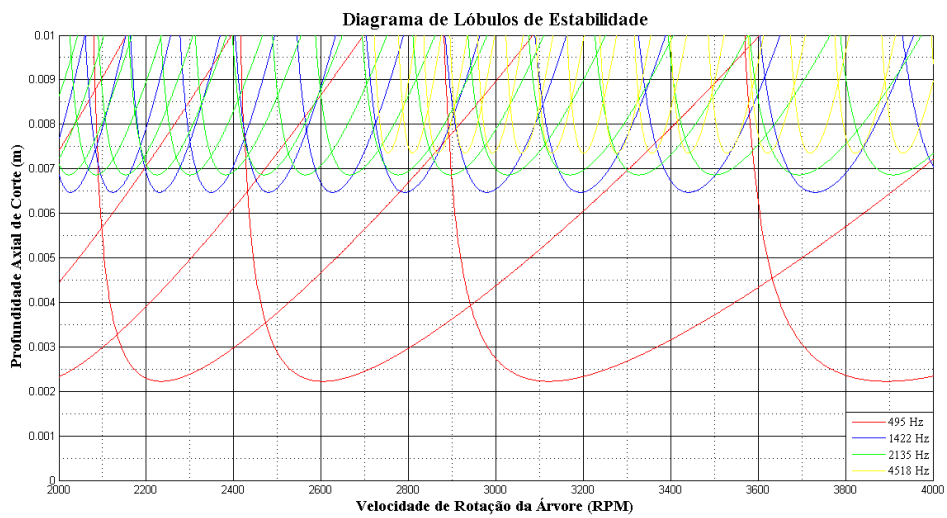


Figura36: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 3000 RPM, 1mm de imersão.

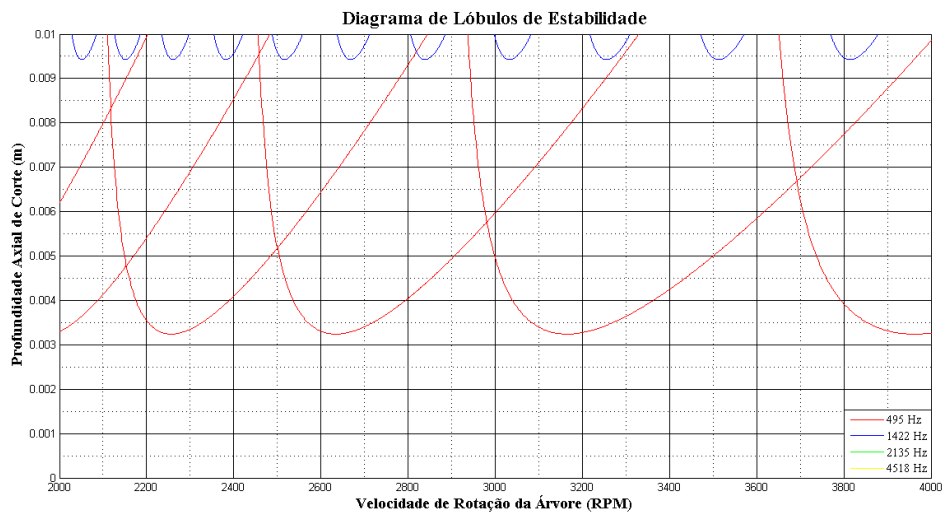


Figura 37: Diagrama de lóbulos de estabilidade. Ensaio 3000 RPM, 0,5mm de imersão.

Podemos ver ainda a variação da forma e posição dos lóbulos de estabilidade para diferentes valores de imersão da ferramenta (figura 37). Como era esperado, estes baixam com o aumento da imersão da ferramenta até metade do diâmetro da mesma, baixando assim o valor da profundidade limite de estabilidade. A partir deste valor, com o aumento da imersão tem pouca influência na região estável do diagrama de lóbulos de estabilidade, verificando-se apenas um ligeiro alargamento dos lóbulos de estabilidade. Verificou-se no entanto que para o caso de imersão total da ferramenta o limite de estabilidade sobe ligeiramente. Este fenómeno pode ser explicado pelo facto que estes valores foram calculados para uma ferramenta com duas arestas de corte, pelo que no caso de imersão total da ferramenta há sempre um dente em funcionamento durante o corte.

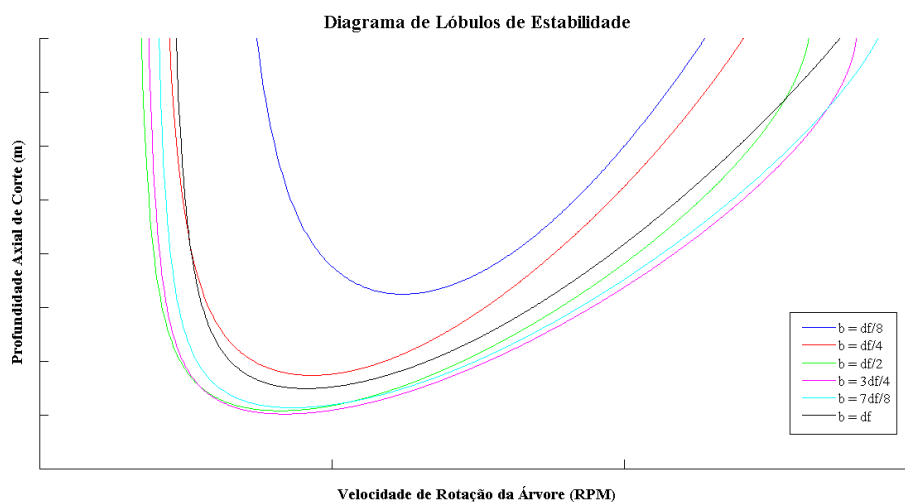


Figura 38: Variação dos Lóbulos de estabilidade com a imersão da ferramenta

Nos ensaios experimentais de detecção de *chatter*, foi visível que a frequência sonora dominante, com algumas exceções, é a frequência entre dentes, seguida pela frequência de rotação da árvore. Os parâmetros de corte experimentados estão apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 4: Profundidades ensaiadas a 5000RPM, e 2mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
5000	125,600	0,5
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
1	2	0,05
1,5	2	0,05
2	2	0,05
2,5	2	0,05
3	2	0,05
4	2	0,05
5	2	0,05
6	2	0,05
7	2	0,05
8	2	0,05

Tabela 5: Profundidades ensaiadas a 3000RPM, e 1mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3000	75,360	0,3
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
0,5	1	0,05
1	1	0,05
2	1	0,05
3	1	0,05
4	1	0,05
5	1	0,05
7	1	0,05

Tabela 6: Profundidades ensaiadas a 3200RPM, e 1mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3200	80,384	0,32
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
0,5	1	0,05
1	1	0,05
1,5	1	0,05
2	1	0,05
4	1	0,05
6	1	0,05
7	1	0,05
8	1	0,05

Tabela 7: Profundidades ensaiadas a 3600RPM, e 1mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3600	90,432	0,36
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
3	1	0,05
4	1	0,05
4,5	1	0,05
5	1	0,05
6	1	0,05
7	1	0,05

Tabela 8: Profundidades ensaiadas a 2800RPM, e 0,5mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
2800	70,336	0,28
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
1	0,5	0,05
2	0,5	0,05
3	0,5	0,05
4	0,5	0,05
5	0,5	0,05
6	0,5	0,05
7	0,5	0,05

Tabela 9: Profundidades ensaiadas a 3000RPM, e 0,5mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3000	75360	0,3
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
2	0,5	0,05
3	0,5	0,05
4	0,5	0,05
5	0,5	0,05
6	0,5	0,05
7	0,5	0,05

Tabela 10: Profundidades ensaiadas a 3200RPM, e 0,5mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (mm/min)
3200	80,384	0,32
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
1	0,5	0,05
2	0,5	0,05
3	0,5	0,05
4	0,5	0,05
5	0,5	0,05
6	0,5	0,05
7	0,5	0,05

Tabela 11: Profundidades ensaiadas a 3400RPM, e 0,5mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3400	85,408	0,34
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
1	0,5	0,05
2	0,5	0,05
3	0,5	0,05
4	0,5	0,05
5	0,5	0,05
6	0,5	0,05
7	0,5	0,05

Tabela12: Profundidades ensaiadas a 3600RPM, e 0,5mm de imersão

Ω (RPM)	V_c (m/min)	V_a (m/min)
3600	90,432	0,36
a_p (mm)	a_e (mm)	a_d (mm)
2	0,5	0,05
3	0,5	0,05
4	0,5	0,05
5	0,5	0,05
6	0,5	0,05
7	0,5	0,05

Estes ensaios foram realizados em duas ocasiões distintas. Na primeira foram ensaiados os parâmetros que incluem as velocidades de rotação entre as 2800 RPM e as 3600 RPM e na segunda foram ensaiados os parâmetros a 5000 RPM.

Os gráficos das transformadas de Fourier estão apresentados em anexo (Anexo A8).

No entanto, ao contrário do que era esperado, não foram detectadas frequências não múltiplas das frequências entre dentes e de rotação da árvore, nem frequências próximas das frequências próprias determinadas com elevada potência espectral indicativas da ocorrência de vibrações regenerativas. Embora tal se tenha verificado em alguns casos, os resultados não apresentaram a coerência necessário para afirmar a validade deste modelo. Ainda assim, são visíveis possíveis frequências de *chatter* em alguns dos ensaios.

Não foi possível concluir todos os ensaios previstos, uma vez que a existência de uma avaria imprevista no centro de maquinagem impossibilitou a realização de mais ensaios, pondo assim termo à detecção de vibrações regenerativas que levariam à validação deste modelo. A avaria em questão, uma folga na árvore principal do centro, no momento que se presume de iniciação do *chatter*, origina impactos da ferramenta com a peça originando a rotura da aresta principal de corte das ferramentas como se mostra nas figuras 38 e 39.

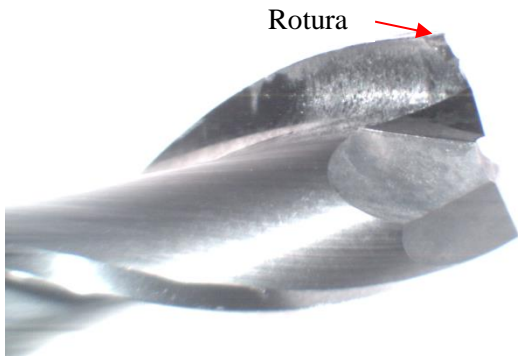


Figura 39: Primeira fresa danificada



Figura 40: Segunda fresa danificada

Em consequência disto, o acabamento superficial nestes ensaios foi também ele deficiente, sendo claramente visível que as ferramentas não efectuaram o corte como seria de esperar. É visível na figura 40 (acabamento superficial dos ensaios que levaram à rotura da primeira ferramenta) o resultado da aresta de corte não afiada, e do material que aparenta ter sido “arrancado” e não cortado. Vemos também na zona cortada pela extremidade da aresta de corte, marcas de impactos, gerados pela instabilidade e pelo movimento excêntrico da ferramenta. Na figura 41 vemos o acabamento superficial dos ensaios que levaram à danificação da segunda ferramenta. Os mesmos efeitos que se verificam na figura 39 podem ser vistos mais claramente nesta figura, com especial ênfase nas marcas geradas pelo movimento excêntrico da ferramenta..



Figura 41: Acabamento superficial, ensaios 3600 RPM, 1 mm de imersão

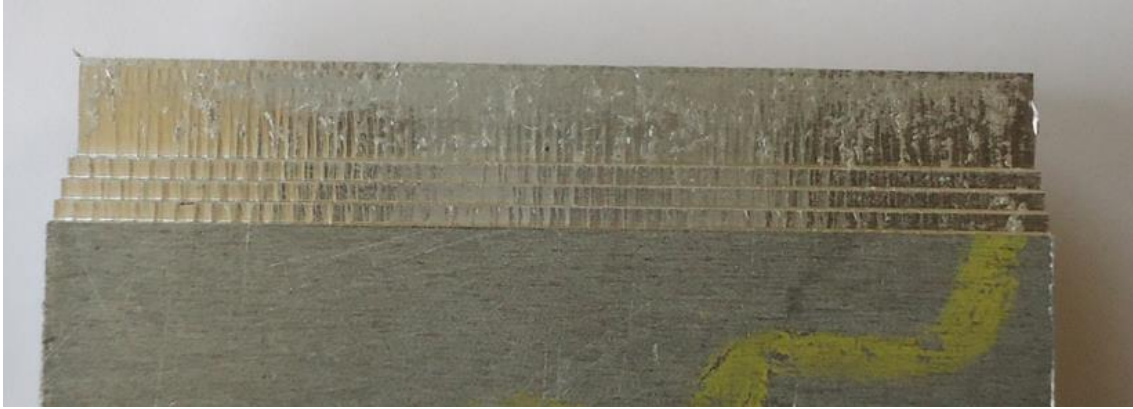


Figura 42: Acabamento superficial, ensaios 5000 RPM, 2mm de imersão

Apesar da validação final do modelo não ter sido possível na sua plenitude, tem-se uma convicção muito forte, suportada por estudos análogos encontrados na literatura que este modelo é aplicável, sobretudo em operações de fresagem cilíndrica tangencial como a que foi utilizada.

6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Com este trabalho foi aperfeiçoada a metodologia de determinação do comportamento dinâmico de um complexo sistema de múltiplos graus de liberdade. Esta metodologia inclui a determinação da resposta deste sistema a uma excitação (FRFs) à determinação dos seus modos de vibração.

Foi também desenvolvida uma metodologia para a determinação dos limites de estabilidade deste sistema em funcionamento, e da construção dos diagramas de lóbulos de estabilidade.

No entanto a validade desta metodologia não foi comprovada, uma vez que os ensaios de detecção de vibrações regenerativas não foram bem-sucedidos, e foram forçadamente terminados antes de ensaiados todos os parâmetros de corte desejados, isto porque durante os ensaios foram danificadas duas fresas (figuras 37 e 38). Os mecanismos que levaram à danificação das ferramentas não são inteiramente compreendidos. No entanto, presumimos que estes danos tenham sido originados por vibração gerada pela folga posteriormente detectada na árvore do centro de maquinagem utilizado que originaram instabilidade e um movimento excêntrico da ferramenta. Estes ensaios também levaram a um acabamento superficial de muito má qualidade. Vê-se claramente nas figuras 39 e 40 que o corte não estava a ser bem-sucedido. Seria então importante para a continuação deste trabalho compreender os mecanismos que levaram à rotura da ferramenta e, se foi a rotura da ferramenta que originou uma má superfície maquinada, ou se estes mecanismo deram origem também à má superfície gerada. Para este tipo de estudo, é necessário um equipamento com rigidez e em condições de funcionamento garantido, caso contrário a detecção de *chatter* torna-se difícil e torna impossível afirmar que a degradação das ferramentas se deve a esse fenómeno.

Desenvolvimentos futuros

De modo a verificar a validade da metodologia apresentada neste trabalho, seria necessário ensaiar parâmetros de corte próximos dos limites de estabilidade determinados e detectar a ocorrência de vibrações regenerativas. Para tal será necessário realizar estes ensaios em um outro centro de maquinagem (sem folgas) onde as condições de corte possam ser controladas com mais precisão. Para tal o ideal seria ensaiar parâmetros com velocidades de rotação e de corte superiores às ensaiadas neste trabalho, que foram limitadas pelo centro de maquinagem utilizado. Apenas com a experimentação a altas velocidades de rotação (perto das 20000 RPM) poderíamos garantir a validade deste modelo, e da metodologia utilizada.

Também os processos de determinação das funções de transferência do sistema e dos seus modos de vibração, embora tenham sido bastante bem sucedidos, podem ainda aperfeiçoados. Para tal será necessário utilizar um sistema de aquisição de dados e *software* próprio para a determinação de FRFs e dos modos de vibração. Estes *softwares* utilizam métodos mais precisos para a determinação dos modos de vibração, frequências próprias e amortecimento como por exemplo pela utilização dos diagramas de Nyquist (*circle-fit*). Este método aproveita as propriedades do diagrama de Nyquist para estimar os parâmetros modais uma vez que em duas situações, este apresenta um círculo perfeito (no caso da mobilidade de um sistema com amortecimento do tipo viscoso, e na receptância de um sistema com amortecimento do tipo histerético). Para tal, o diagrama de Nyquist é aproximado por um círculo, e através da sua posição, distorção e diâmetro são estimados os modos de vibração e o seu amortecimento. Este método, embora mais preciso é impossível de aplicar com os recursos (computacionais e temporais) disponíveis uma vez que esta aproximação do diagrama de Nyquist a um círculo é um processo demorado e extremamente complexo do ponto de vista matemático.

7. REFERÊNCIAS

- [1] G. Quintana, J. Ciurana, Chatter in machining processes: “A review, International Journal of Machine Tools & Manufacture” 51 (2011) 363-376
- [2] M. Correia, J.J. Pamies-Teixeira, P. Custódio, A. Selada, 2nd International Conference on Advanced Research in Virtual and Rapid Prototyping, VRAP2005
- [3] F. Koenisberg, J. Tlustý, “Machine Tool Structures – Vol. I: Stability Against Chatter”, Pergamon Press (1967)
- [4] Y. Altintas, E. Budak, “Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling”, J. Annals CIRP Vol.44 (1995), 357-362
- [5] Y. Altintas, “Manufacturing Automation, Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design”, Cambridge University Press (2000)
- [6] E. Solis, C.R. Peres, J.E. Jiménez, J.R. Alique, J.C. Monje, “A new analytical-experimental method for the identification of stability lobes in high-speed milling”, International Journal of Machine Tools and Manufacture 44 (2004) 1591-1597
- [7] W.X. Tang, Q.H. Song, S.Q. Yu, S.S. Sun, B.B. Li, B. Du, X. Ai, “Prediction of Chatter Stability in high-speed finishing end milling considering multi-mode dynamics”, Journal of Materials Processing Technology 209 (2009) 2585-2591
- [8] N.C. Tsai, D.C. Chen, R.M. Lee, “Chatter Prevention for milling process by acoustic signal feedback”, International Journal of Advanced Manufacturing Technology 47 (2009) 1013-1021
- [9] Bruno Miguel Goulart Palma, “Modelação de Forças em Fresagem Helicoidal”, Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNL, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica (2013)
- [10] W.L. Weingaertner, R.B. Schroeter, M.L. Polli, J.O. Gomes, “Evaluation of high-speed end-milling dynamic stability through audio signal measurements”, Journal of Materials Processing Technology 179 (2006) 133-138
- [11] M.C. Yoon, Y.G. Kim, “Chatter stability boundary analysis using RBNN”, Journal of Materials Processing Technology 184 (2007) 251-256
- [12] S. Seguy, T. Insperger, L. Arnaud, “On the Stability of High-Speed Milling with Spindle Speed Variation
- [13] Maia, Silva, He, Lieven, Lin, Skingle, To, Urgueira, “Theoretical and Experimental Modal Analysis”, Research Studies Press (1998)
- [14] J. J. Pamies Teixeira, “Fundamentos Físicos do Corte dos Metais”, Edinova (2001)

- [15] G. Boothroyd, W. A. Knight, "Fundamentals of Machining and Machine Tools third edition", CRC press Taylor and Francis Group (2006)
- [16] Singiresu S. Rao, "Mechanical Vibrations" 3rd ed, Purdue University, Addison-Wesley Publishing Company (1995)

8. ANEXOS

A1 Programa em MatLab de leitura de ficheiro de dados

```
clear all
clc
e=10001; %dimensão do vector da FRF
e2=25600; %dimensão do vector do input
e3=12800; %dimensão do vector da coerência
ensaios=3; %número de ensaios realizados
samplerate=25600; %frequência de amostragem
blocksize=25600; %tamanho da amostra
filename='nome_do_ficheiro.lvm'; %nome do ficheiro a ler

taq=blocksize/samplerate; %tempo de aquisição
res=1/taq; %resolução da amostragem

[dataa,datab,datac,datad,atae,dataf,datag]=textread(filename,'%n %n %n %n %n %n %n %n','delimiter','');
% leitura do ficheiro. Dados guardados em vectores por coluna
[datatotal]=[dataa,datab,datac,datad,atae,dataf,datag]; %agrupa os vectores do ficheiro lido numa única
matriz

for i=1:ensaios %agrupa os resultados em matrizes
    eval(['data' num2str(i) '=datatotal(1+(i-1)*e2:(i-1)*e2+e,1:4);']) % matriz da FRF (inertância)

    eval(['data' num2str(i) '(:,1)=data' num2str(i) '(:,1)*res;'])

    eval(['hammer' num2str(i) '(1:e2,2)=datatotal(1+(i-1)*e2:i*e2,5);']) % matriz da leitura do martelo
(input)

    eval(['hammer' num2str(i) '(1:e2,1)=datatotal(1+(i-1)*e2:i*e2,1)/samplerate;'])

    eval(['hammerfreq' num2str(i) '(1:e3,2)=datatotal(1+(i-1)*e2:(i-1)*e2+e3,6);']) % matriz da potência
espectral do martelo (input)

    eval(['hammerfreq' num2str(i) '(1:e3,1)=datatotal(1+(i-1)*e2:(i-1)*e2+e3,1)*res;'])

    eval(['coerencia' num2str(i) '(1:e3,2)=datatotal(1+(i-1)*e2:(i-1)*e2+e3,7);'])

    eval(['coerencia' num2str(i) '(1:e3,1)=datatotal(1+(i-1)*e2:(i-1)*e2+e3,1)*res;']) % matriz da coerência

    eval(['recep' num2str(i) '(:,1)=data' num2str(i) '(:,1);']) %inicialização da coluna da frequência na matriz
da FRF (receptância)
    for j=3:4

        eval(['freq' num2str(i) '=2*pi*data' num2str(i) '(:,1);']) %cálculo da receptância (parte real e
imaginária)
        eval(['freq' num2str(i) '=-('freq' num2str(i) '.*freq' num2str(i) ');'])
        eval(['recep' num2str(i) '(2:e,' num2str(j) ')='data' num2str(i) '(2:e,' num2str(j) ')./('freq' num2str(i)
'(2:e,1));'])
        %recep1(2:e,3)=data1(2:e,3)./(freq1(2:e,1)); %para i=1 e j=3
    end
end
```

```

    %cálculo do módulo da receptância
    eval(['recep' num2str(i) '(:,2)=20*log10(sqrt((recep' num2str(i) '(:,3).*recep' num2str(i) '(:,3))+recep'
num2str(i) '(:,4).*recep' num2str(i) '(:,4))))');']
end

```

```

w=data1(:,1); %vector com as frequências de excitação

```

A2 Função em Matlab do filtro butterworth

```

function [Y] = filtro(y,srates)
clc;
wn=srates/2; %frequência de Nyquist
cutoff=500/wn; %frequência de corte do filtro (adimensionada a frequência de nyquist)

[b,a] = butter(10,cutoff,'low'); %determinação dos parâmetros de filtro

Y= filtfilt(b,a,y); %filtro

```

A3 Programa em Matlab de aplicação do filtro

```

x=zeros(e,ensaios); %inicialização das matrizes para os resultados filtrados
amp=x;
real=amp;
img=real;

for i=1:ensaios

    func=sprintf('%s%g','data',i);
    func=eval(func);
    Y=filtro(func,samplerate); %filtro aplicado à FRF da inertância
    x(:,i)=func(:,1);
    amp(:,i)=Y(:,2);
    real(:,i)=Y(:,3);
    img(:,i)=Y(:,4);

    eval(['acel' num2str(i) '(:,1)=data' num2str(i) '(:,1);']) %matriz da inertância filtrada
    eval(['acel' num2str(i) '(:,2:4)=Y(:,2:4);'])

end

freq=2*pi*w;
freq=-freq.*freq;

recept=zeros(e,4);
recept(:,1)=data3(:,1);
recept(:,3)=9.81*acel3(:,3)/freq;
recept(:,4)=9.81*acel3(:,4)/freq;
recept(:,2)=sqrt(recept(:,3).*recept(:,3)+recept(:,4).*recept(:,4));

```

A4 Programa em MatLab de criação da FRF

```

clc
clear all

e=8000*4; %dimensão do vector de frequências a calcular (resolução 0,25Hz)
freq=zeros(e,1); %inicialização do vectro frequências

for contador=1:e %determinaçã do vector de frequências
    freq(contador)=contador/4;
end

w=freq*2*pi; % vector de frequências (rad/s)

wquad=w.*w; % vector dos quadrados da frequência
wquarta=wquad.*wquad; % vector da quarta potência das frequências
modos=6; % número de modos de vibração determinados
reala=cell(modos,2); % inicialização das matrizes das partes reais
imga=cell(modos,2); % inicialização das matrizes das partes imaginárias
a=cell(modos,2); % inicialização das matrizes das receptâncias (módulo)
kk=zeros(modos,2); % inicialização da matriz das rigidezes
E=kk; % inicialização da matriz dos amortecimentos do tipo viscoso
wr=E; % inicialização da matriz das frequências de ressonância
Gx=zeros(e,1); % inicialização da matriz da receptância, direcção XX (parte real)
Hx=Gx; % inicialização da matriz da receptância, direcção XX (parte imaginária)
Gy=Hx; % inicialização da matriz da receptância, direcção YY (parte real)
Hy=Gy; % inicialização da matriz da receptância, direcção YY (parte imaginária)
recepX=Gy; % inicialização da matriz da receptância, direcção XX (módulo)
recepY=recepX; % inicialização da matriz da receptância, direcção YY (módulo)

%          1º modo XX
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

A11=0.71454; %constante modal, primeiro modo, direcção XX
wr(1,1)=390; %frequência de ressonância, primeiro modo, direcção XX
E(1,1)=0.13496; %factor de amortecimento do tipo viscoso, primeiro modo, direcção XX
wr(1,1)=wr(1,1)*2*pi; %frequência de ressonância (rad/s), primeiro modo, direcção XX

reala{1,1}=(A11*((wr(1,1)^2)-wquad))./((1+E(1,1)^2)*(wr(1,1)^4)+wquarta-2*(wr(1,1)^2)*wquad);
% cálculo da parte real, primeiro modo, direcção XX
reala{1,1}=9.81*reala{1,1}; %correção de unidades
imga{1,1}=-((A11*E(1,1)*wr(1,1)^2)./((1+E(1,1)^2)*(wr(1,1)^4)+wquarta-2*(wr(1,1)^2)*wquad));
% cálculo da parte imaginária, primeiro modo, direcção XX
imga{1,1}=9.81*imga{1,1}; %correção de unidades
a{1,1}=sqrt(reala{1,1}.*reala{1,1}+imga{1,1}.*imga{1,1}); %cálculo do módulo, primeiro modo,
direcção XX

kk(1,1)=1/reala{1,1}(1); %cálculo da rigidez, primeiro modo, direcção XX

%          2º modo XX

A21=0.55019;
wr(2,1)=495;
E(2,1)=0.12162;
nr21=E(2,1)*2;
wr(2,1)=wr(2,1)*2*pi;

```

```

reala{2,1}=(A21*((wr(2,1)^2)-wquad))./((1+E(2,1)^2)*(wr(2,1)^4)+wquarta-2*(wr(2,1)^2)*wquad);
reala{2,1}=9.81*reala{2,1};
imga{2,1}=(A21*E(2,1)*wr(2,1)^2)./((1+E(2,1)^2)*(wr(2,1)^4)+wquarta-2*(wr(2,1)^2)*wquad);
imga{2,1}=9.81*imga{2,1};
a{2,1}=sqrt(reala{2,1}.*reala{2,1}+imga{2,1}.*imga{2,1});

```

```
kk(2,1)=1/reala{2,1}(1);
```

```
% 3° modo XX
```

```

A31=0.93127;
wr(3,1)=1422;
E(3,1)=0.08313;
nr31=E(3,1)*2;
wr(3,1)=wr(3,1)*2*pi;

```

```

reala{3,1}=(A31*((wr(3,1)^2)-wquad))./((1+E(3,1)^2)*(wr(3,1)^4)+wquarta-2*(wr(3,1)^2)*wquad);
reala{3,1}=9.81*reala{3,1};
imga{3,1}=(A31*E(3,1)*wr(3,1)^2)./((1+E(3,1)^2)*(wr(3,1)^4)+wquarta-2*(wr(3,1)^2)*wquad);
imga{3,1}=9.81*imga{3,1};
a{3,1}=sqrt(reala{3,1}.*reala{3,1}+imga{3,1}.*imga{3,1});

```

```
kk(3,1)=1/reala{3,1}(1);
```

```
% 4° modo XX
```

```

A41=2.33222;
wr(4,1)=2135;
E(4,1)=0.09796;
nr41=E(4,1)*2;
wr(4,1)=wr(4,1)*2*pi;

```

```

reala{4,1}=(A41*((wr(4,1)^2)-wquad))./((1+E(4,1)^2)*(wr(4,1)^4)+wquarta-2*(wr(4,1)^2)*wquad);
reala{4,1}=9.81*reala{4,1};
imga{4,1}=(A41*E(4,1)*wr(4,1)^2)./((1+E(4,1)^2)*(wr(4,1)^4)+wquarta-2*(wr(4,1)^2)*wquad);
imga{4,1}=9.81*imga{4,1};
a{4,1}=sqrt(reala{4,1}.*reala{4,1}+imga{4,1}.*imga{4,1});

```

```
kk(4,1)=1/reala{4,1}(1);
```

```
% 5° modo XX
```

```

A51=1.61708;
wr(5,1)=3838;
E(5,1)=0.05576;
nr51=E(5,1)*2;
wr(5,1)=wr(5,1)*2*pi;

```

```

reala{5,1}=(A51*((wr(5,1)^2)-wquad))./((1+E(5,1)^2)*(wr(5,1)^4)+wquarta-2*(wr(5,1)^2)*wquad);
reala{5,1}=9.81*reala{5,1};
imga{5,1}=(A51*E(5,1)*wr(5,1)^2)./((1+E(5,1)^2)*(wr(5,1)^4)+wquarta-2*(wr(5,1)^2)*wquad);
imga{5,1}=9.81*imga{5,1};
a{5,1}=sqrt(reala{5,1}.*reala{5,1}+imga{5,1}.*imga{5,1});

```

```
kk(5,1)=1/reala{5,1}(1);
```



```

%                6° modo XX

A61=3.38158;
wr(6,1)=4518;
E(6,1)=0.03397;
nr61=E(6,1)*2;
wr(6,1)=wr(6,1)*2*pi;

reala{6,1}=(A61*((wr(6,1)^2)-wquad))./((1+E(6,1)^2)*(wr(6,1)^4)+wquarta-2*(wr(6,1)^2)*wquad);
reala{6,1}=9.81*reala{6,1};
imga{6,1}=(A61*E(6,1)*wr(6,1)^2)./((1+E(6,1)^2)*(wr(6,1)^4)+wquarta-2*(wr(6,1)^2)*wquad);
imga{6,1}=9.81*imga{6,1};
a{6,1}=sqrt(reala{6,1}.*reala{6,1}+imga{6,1}.*imga{6,1});

kk(6,1)=1/reala{6,1}(1);

%                1° modo YY

A12=1.92569;
wr(1,2)=461;
E(1,2)=0.17316;
nr12=E(1,2)*2;
wr(1,2)=wr(1,2)*2*pi;

reala{1,2}=(A12*((wr(1,2)^2)-wquad))./((1+E(1,2)^2)*(wr(1,2)^4)+wquarta-2*(wr(1,2)^2)*wquad);
reala{1,2}=9.81*reala{1,2};
imga{1,2}=(A12*E(1,2)*wr(1,2)^2)./((1+E(1,2)^2)*(wr(1,2)^4)+wquarta-2*(wr(1,2)^2)*wquad);
imga{1,2}=9.81*imga{1,2};
a{1,2}=sqrt(reala{1,2}.*reala{1,2}+imga{1,2}.*imga{1,2});

kk(1,2)=1/reala{1,2}(1);

%                2° modo YY

A22=1.01129;
wr(2,2)=1328;
E(2,2)=0.11684;
nr22=E(2,2)*2;
wr(2,2)=wr(2,2)*2*pi;

reala{2,2}=(A22*((wr(2,2)^2)-wquad))./((1+E(2,2)^2)*(wr(2,2)^4)+wquarta-2*(wr(2,2)^2)*wquad);
reala{2,2}=9.81*reala{2,2};
imga{2,2}=(A22*E(2,2)*wr(2,2)^2)./((1+E(2,2)^2)*(wr(2,2)^4)+wquarta-2*(wr(2,2)^2)*wquad);
imga{2,2}=9.81*imga{2,2};
a{2,2}=sqrt(reala{2,2}.*reala{2,2}+imga{2,2}.*imga{2,2});

kk(2,2)=1/reala{2,2}(1);

%                3° modo YY

A32=2.11653;
wr(3,2)=2248;
E(3,2)=0.12776;
nr32=E(3,2)*2;
wr(3,2)=wr(3,2)*2*pi;

reala{3,2}=(A32*((wr(3,2)^2)-wquad))./((1+E(3,2)^2)*(wr(3,2)^4)+wquarta-2*(wr(3,2)^2)*wquad);
reala{3,2}=9.81*reala{3,2};

```

```

imga{3,2}=- (A32*E(3,2)*wr(3,2)^2)/((1+E(3,2)^2)*(wr(3,2)^4+wquarta-2*(wr(3,2)^2)*wquad);
imga{3,2}=9.81*imga{3,2};
a{3,2}=sqrt(reala{3,2}.*reala{3,2}+imga{3,2}.*imga{3,2});

```

```

kk(3,2)=1/reala{3,2}(1);

```

```

%           4º modo YY

```

```

A42=0.44221;
wr(4,2)=3870;
E(4,2)=0.01079;
nr42=E(4,2)*2;
wr(4,2)=wr(4,2)*2*pi;

```

```

reala{4,2}=(A42*((wr(4,2)^2)-wquad))/((1+E(4,2)^2)*(wr(4,2)^4+wquarta-2*(wr(4,2)^2)*wquad);
reala{4,2}=9.81*reala{4,2};
imga{4,2}=- (A42*E(4,2)*wr(4,2)^2)/((1+E(4,2)^2)*(wr(4,2)^4+wquarta-2*(wr(4,2)^2)*wquad);
imga{4,2}=9.81*imga{4,2};
a{4,2}=sqrt(reala{4,2}.*reala{4,2}+imga{4,2}.*imga{4,2});

```

```

kk(4,2)=1/reala{4,2}(1);

```

```

%           5º modo YY

```

```

A52=5.58606;
wr(5,2)=4511;
E(5,2)=0.03274;
nr52=E(5,2)*2;
wr(5,2)=wr(5,2)*2*pi;

```

```

reala{5,2}=(A52*((wr(5,2)^2)-wquad))/((1+E(5,2)^2)*(wr(5,2)^4+wquarta-2*(wr(5,2)^2)*wquad);
reala{5,2}=9.81*reala{5,2};
imga{5,2}=- (A52*E(5,2)*wr(5,2)^2)/((1+E(5,2)^2)*(wr(5,2)^4+wquarta-2*(wr(5,2)^2)*wquad);
imga{5,2}=9.81*imga{5,2};
a{5,2}=sqrt(reala{5,2}.*reala{5,2}+imga{5,2}.*imga{5,2});

```

```

kk(5,2)=1/reala{5,2}(1);

```

```

for count=1:modos

```

```

    %cálculo das partes reais e imaginária da receptância, todos os modos considerados

```

```

    Gx=Gx+reala{count,1};

```

```

    Hx=Hx+imga{count,1};

```

```

    Gy=Gy+reala{count,2};

```

```

    Hy=Hy+imga{count,2};

```

```

end

```

```

    %cálculo do módulo da receptância, todos os modos considerados

```

```

    recepx=sqrt(Gx.*Gx+Hx.*Hx);

```

```

    recepy=sqrt(Gy.*Gy+Hy.*Hy);

```

A5 Programa em MatLab para determinação dos coeficientes direccionais das forças de corte, valores próprios da equação das forças de corte e seu ângulo

```

kt=9328e6; % Energia específica de corte (Pa)???
fieg=0; %angulo de entrada da ferramenta em graus
ar=2; %imersão radial da ferramenta em milímetros
diaf=8; %diametro da ferramenta em milímetros
fis=acos(1-(2*ar/diaf)); %ângulo de saída da ferramenta em graus
fie=fieg*pi/180; %conversão do ângulo de entrada de graus para radianos
fisg=fis/(pi/180); %sonversão do ângulo de saída de graus para radianos
kr=0.36; %constante de corte radial

axx=0.5*((cos(2*fis)-2*kr*fis+kr*sin(2*fis))-(cos(2*fie)-2*kr*fie+kr*sin(2*fie))); %cálculo da matriz
dos coeficientes direccionais
axy=0.5*(-sin(2*fis)-2*fis+kr*cos(2*fis))-(-sin(2*fie)-2*fie+kr*cos(2*fie));
ayx=0.5*(-sin(2*fis)+2*fis+kr*cos(2*fis))-(-sin(2*fie)+2*fie+kr*cos(2*fie));
ayy=0.5*(-cos(2*fis)-2*kr*fis-kr*sin(2*fis))-(-cos(2*fie)-2*kr*fie-kr*sin(2*fie));

Gxx=zeros(e,1); %Inicialização das funções de transferência directas
Gyy=zeros(e,1);

for count=1:modos
    Gxx=Gxx+(reala{count,1}+1i*imga{count,1}); %construção das funções de transferência directas do
sistema
    Gyy=Gyy+(reala{count,2}+1i*imga{count,2});
end

a0=Gxx.*Gyy*(axx*ayy-axy*ayx); %Reolução dos valores próprios da equação das forças de corte como
equação de segundo grau
a1=axx*Gxx+ayy*Gyy;

DELTA=cell(2,1); %inicialização dos valores próprios da equação das forças de corte
DELTA{1}=zeros(e,1);
DELTA{2}=DELTA{1};

for l=1:e
    DELTA{1}(l)=-(1/(2*a0(l)))*(a1(l)+sqrt(a1(l)^2-4*a0(l))); %cálculo dos valores próprios da equação
das forças de corte
    DELTA{2}(l)=-(1/(2*a0(l)))*(a1(l)-sqrt(a1(l)^2-4*a0(l)));
end
Kapa=cell(2,1); %inicialização da tangente do valor próprio da equação das forças de corte
Kapa{1}=imag(DELTA{1})./real(DELTA{1});
Kapa{2}=imag(DELTA{2})./real(DELTA{2});
fi=cell(2,1); %inicialização do ângulo do valor próprio
fi{1}=zeros(e,1);
fi{2}=fi{1};

for pos=1:2
    sum=0;
    for counter=1:e %cálculo do ângulo do valor próprio das forças de corte
        fi{pos}(counter)=atan(Kapa{pos}(counter))+sum*pi;
        if fi{pos}(counter)<=0 %correção do valor do no caso de ângulo negativo
            fi{pos}(counter)=fi{pos}(counter)+pi; %periodo da tangente = pi
        end
    end
end
end

```

A6 Programa em MatLab para determinação da profundidade limite de estabilidade

```
N=2; % número de arestas de corte da ferramenta
kapas=100; % número de harmónicas calculadas

n=cell(2,kapas); % Inicialização dos vectores velocidade de rotação da árvore
alim=cell(2,2); % Inicialização dos vectores profundidade limite de estabilidade

for pos=1:2
    for k=2:kapas+1      % for k=1:kapas
        n{pos,k-1}=(60/N)*(w./(-2*fi{pos}+pi*(1+2*k)));    % n{pos,k}
    end
    for modecount=1:modos
        if pos==1 % Cálculo das profundidades limite de estabilidade para avanço na direcção XX
            alim{modecount,pos}=2*pi./(N*axx*kt*real{modecount,pos});
        elseif pos==2 % Cálculo das profundidades limite de estabilidade para avanço na direcção YY
            alim{modecount,pos}=2*pi./(N*ayy*kt*real{modecount,pos});
        end
    end
end
end
```

A7 Transformadas de Fourier (FFTs) dos ensaios de detecção de vibrações regenerativas

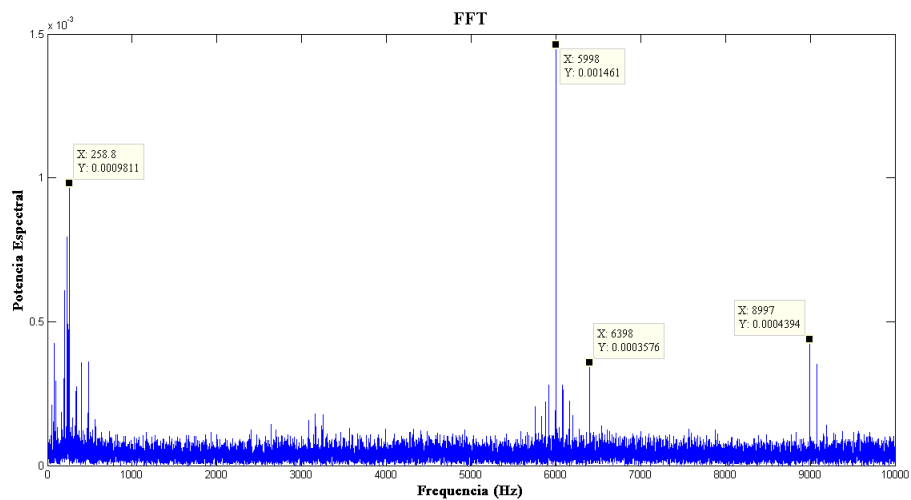


Figura 43: Análise espectral, ensaio de controlo 5000 RPM

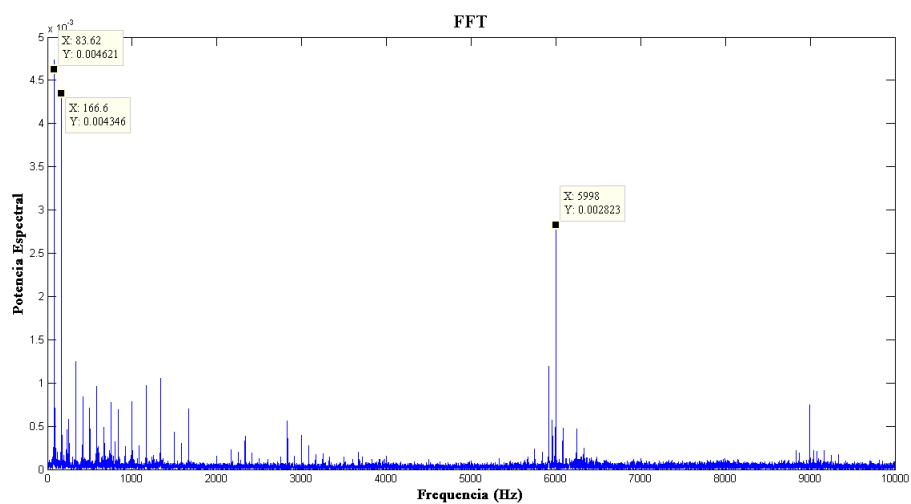


Figura 44: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 1mm de profundidade

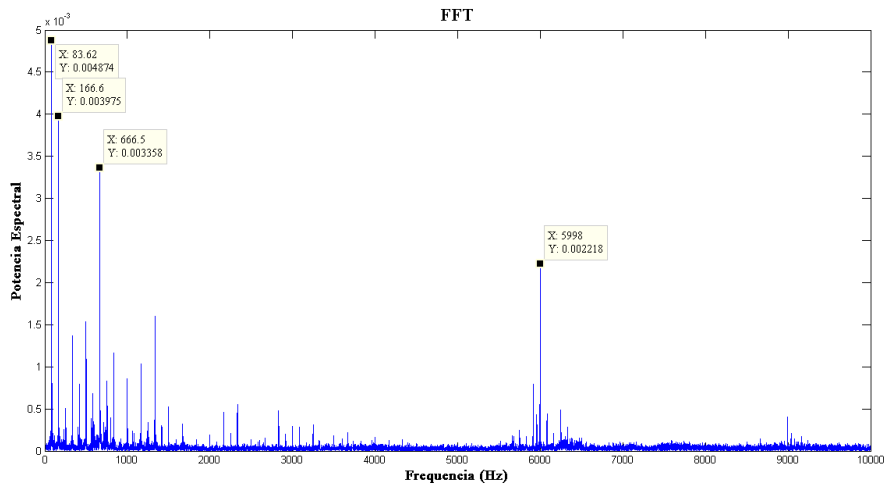


Figura 45: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 1,5mm de profundidade

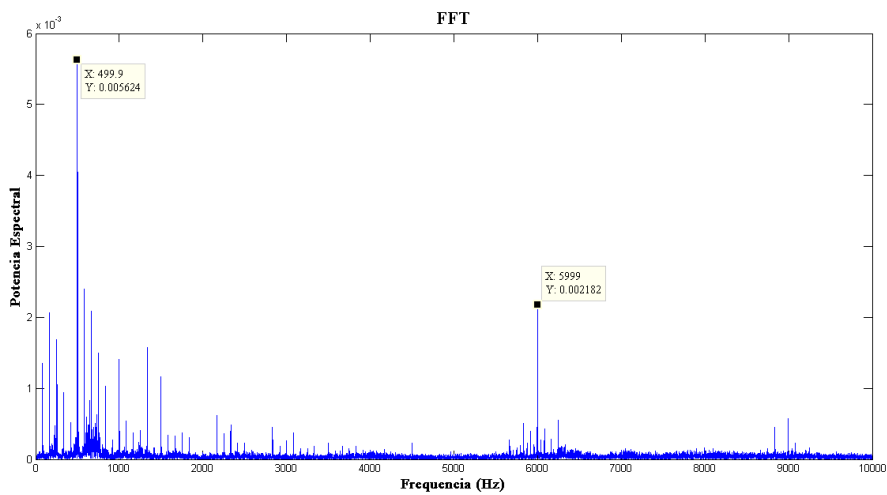


Figura 46: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 2mm de profundidade

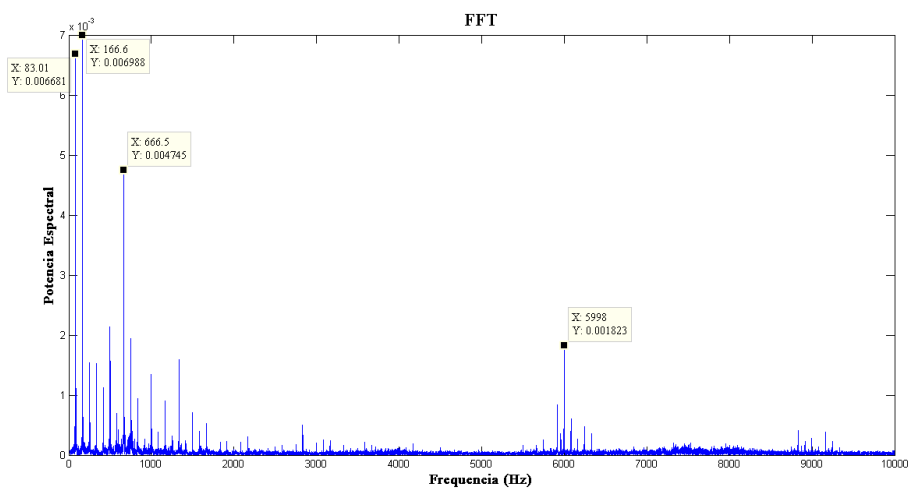


Figura 47: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 2,5mm de profundidade

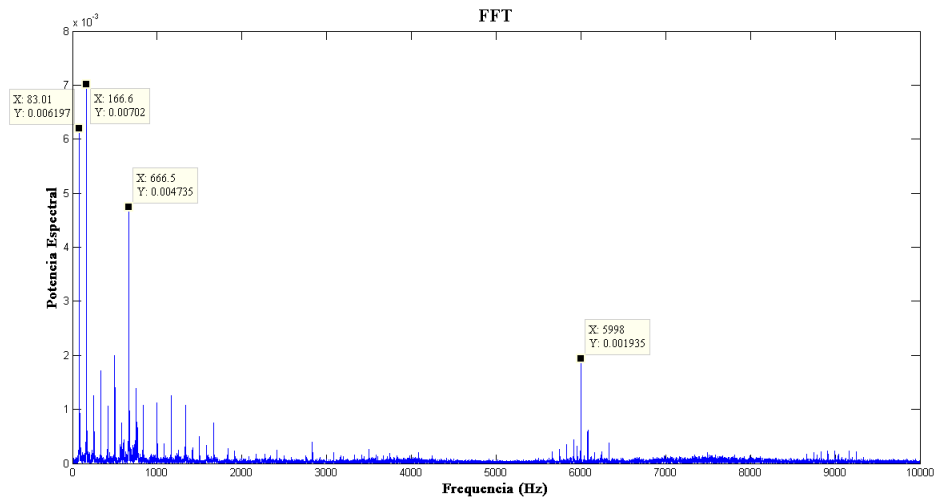


Figura 48: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 3mm de profundidade

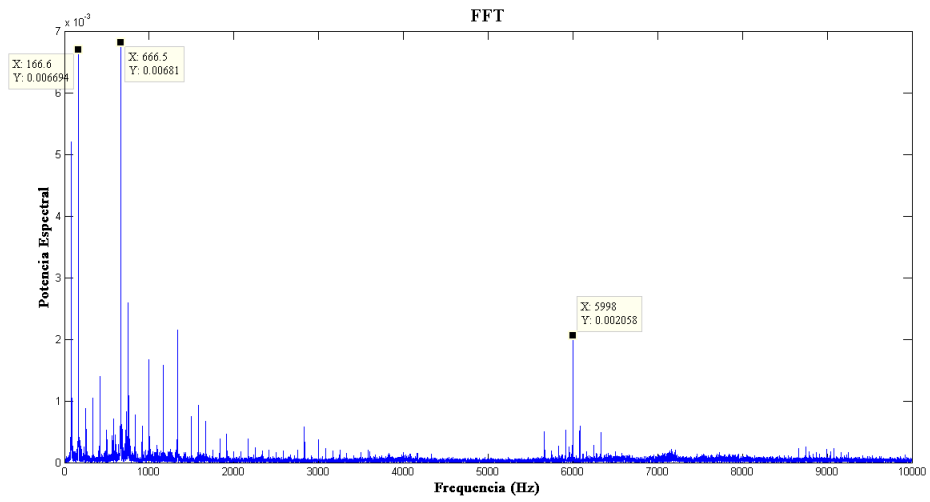


Figura 49: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 4mm de profundidade

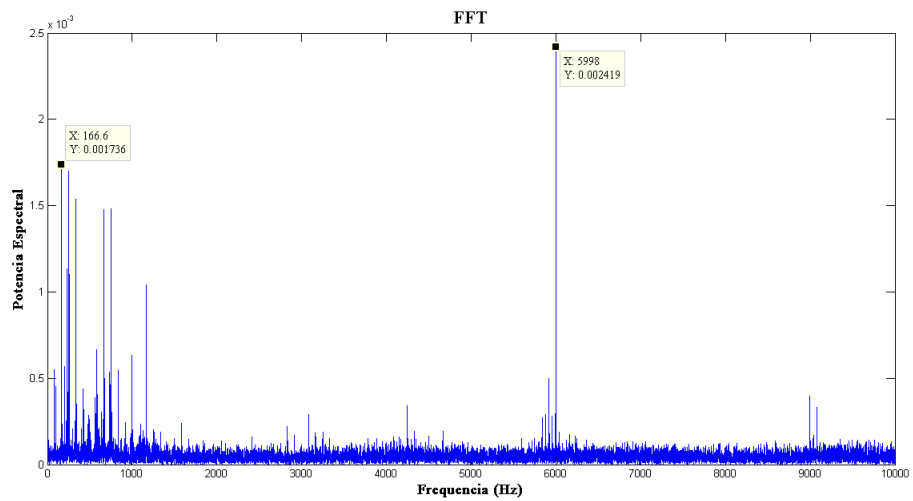


Figura 50: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 5mm de profundidade

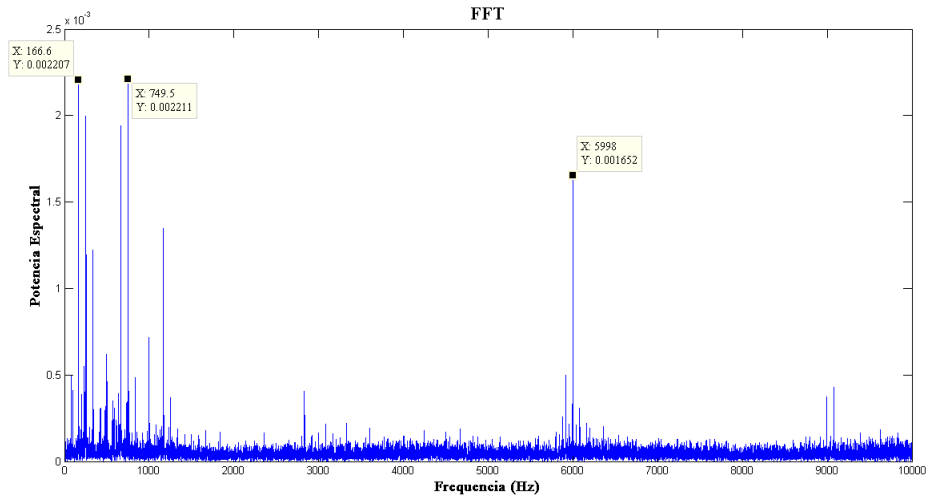


Figura 51: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 6mm de profundidade

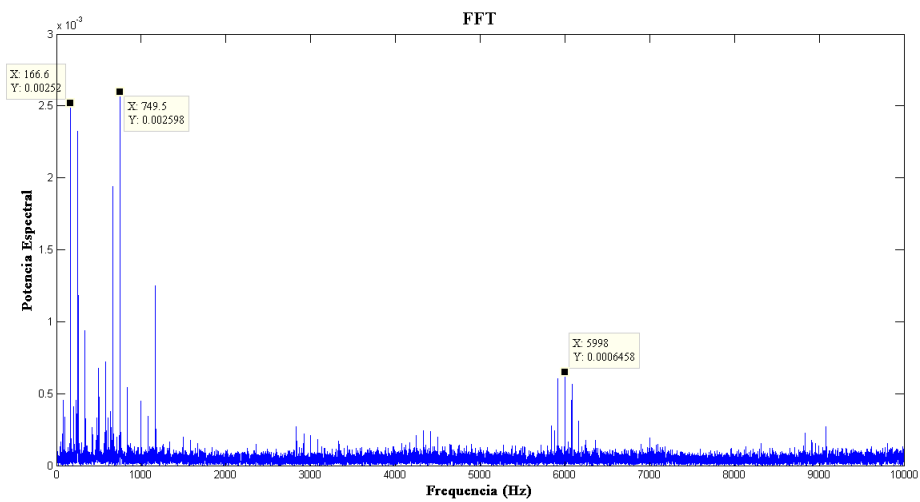


Figura 52: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 7mm de profundidade

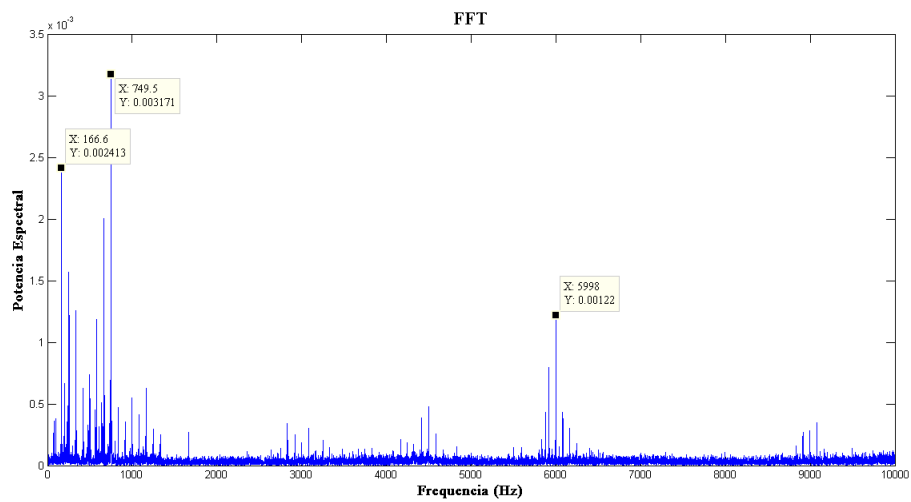


Figura 53: Análise espectral, ensaio 5000RPM, 2mm de imersão, 8mm de profundidade

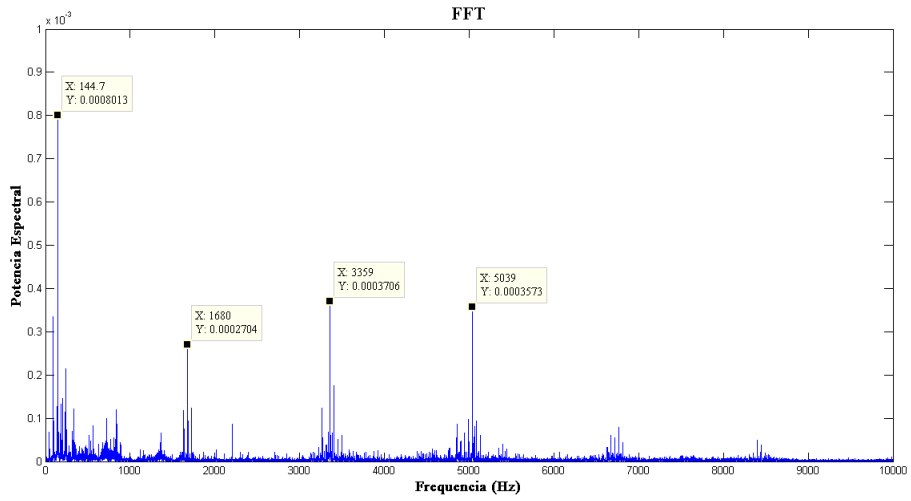


Figura 54: Análise espectral, ensaio de controlo 2800 RPM

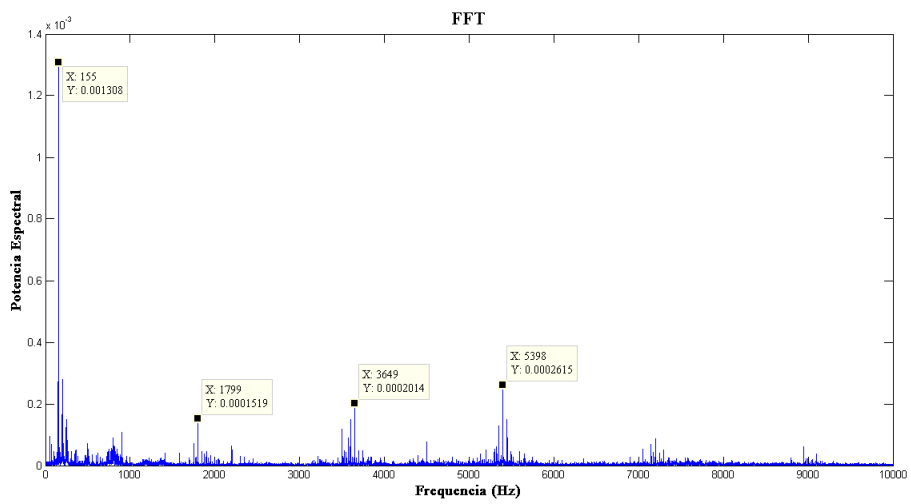


Figura 55: Análise espectral, ensaio de controlo 3000 RPM

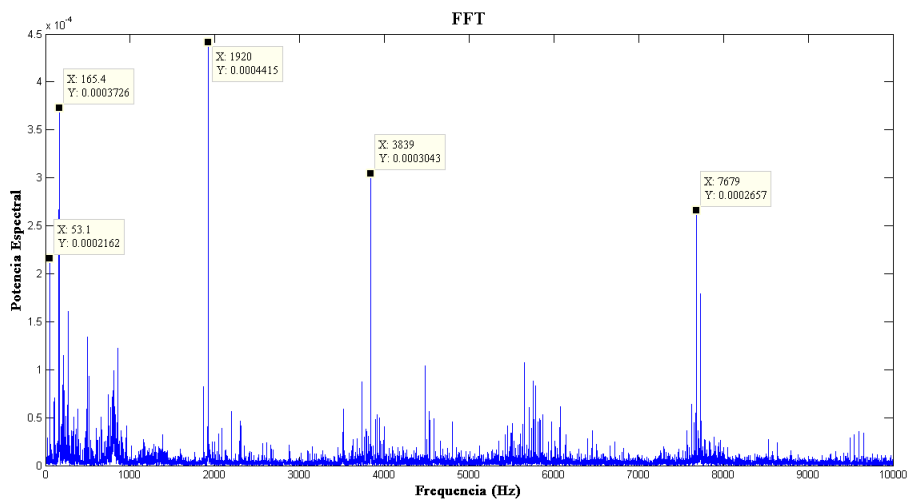


Figura 56 Análise espectral, ensaio de controlo 3200 RPM

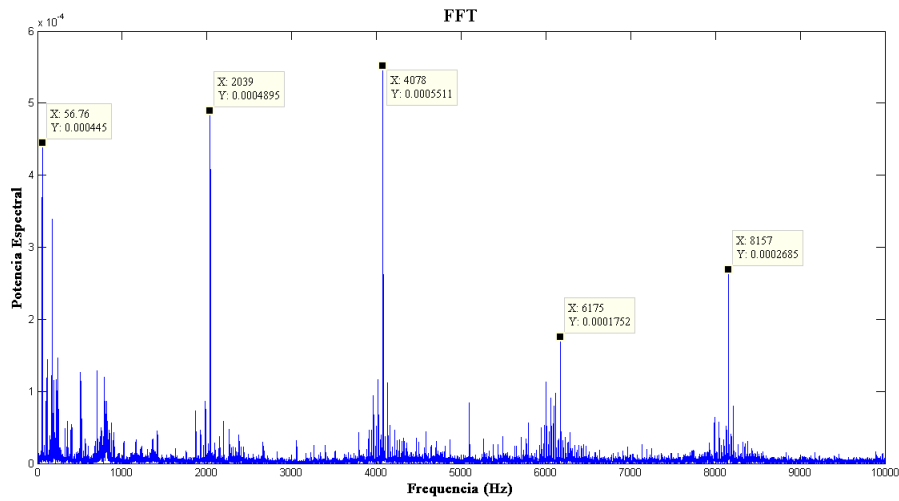


Figura 57: Análise espectral, ensaio de controlo 3400 RPM

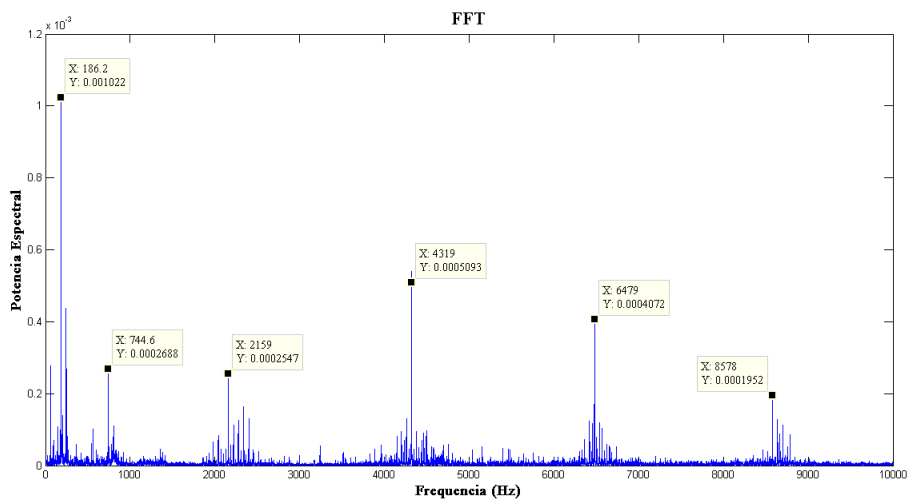


Figura 58: Análise espectral, ensaio de controlo 3600 RPM

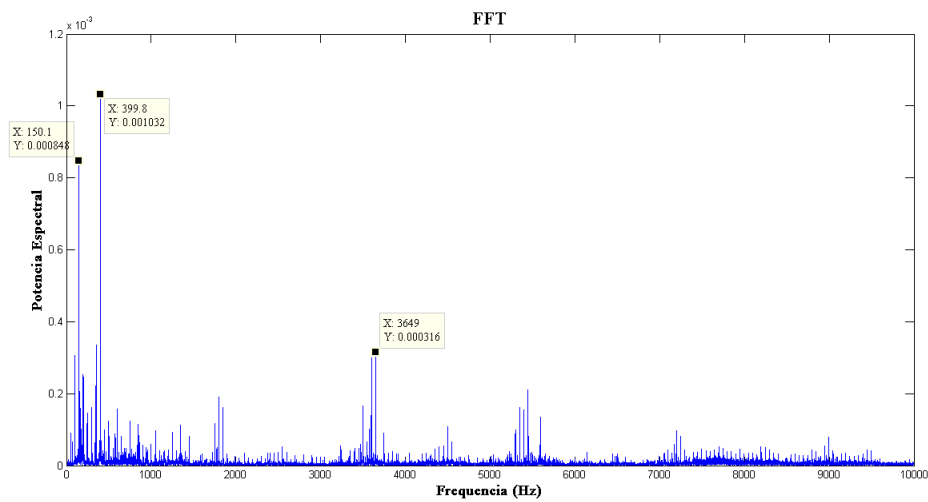


Figura 59: Análise espectral, ensaio 3000 RPM, 1mm de imersão, 0,5mm de profundidade

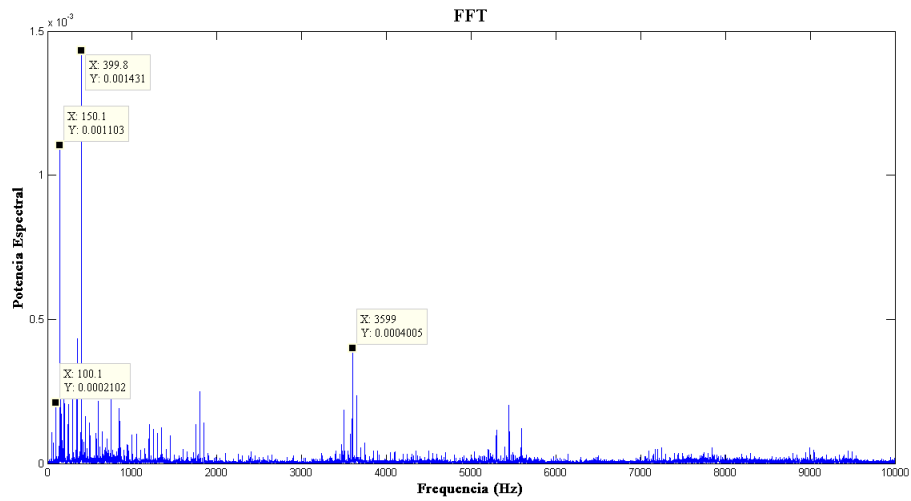


Figura 60: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 1mm de profundidade

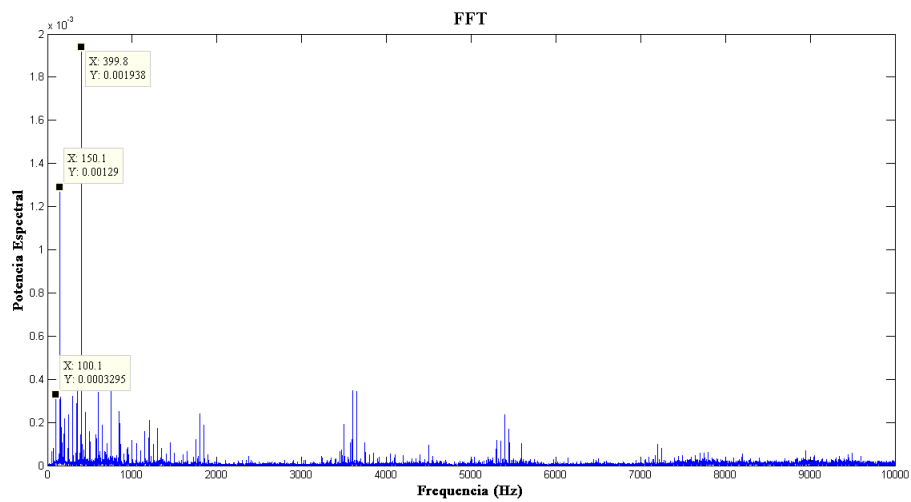


Figura 61: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 2mm de profundidade

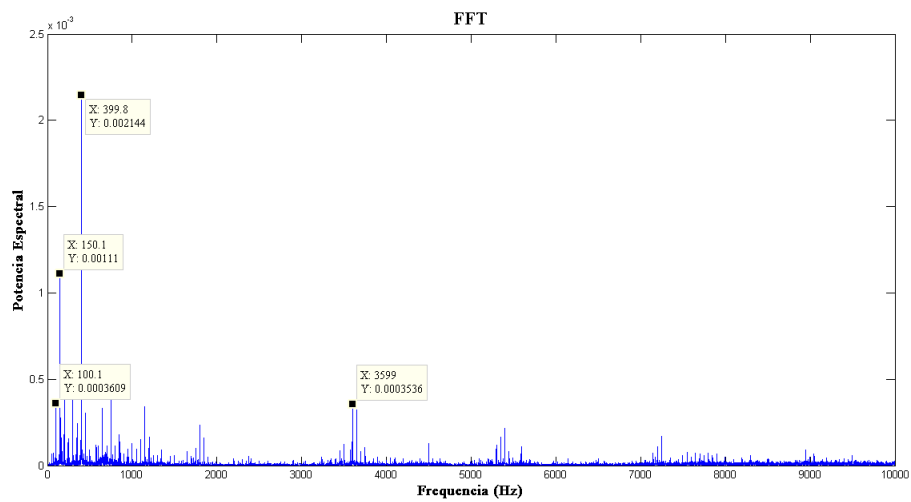


Figura 62: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 3mm de profundidade

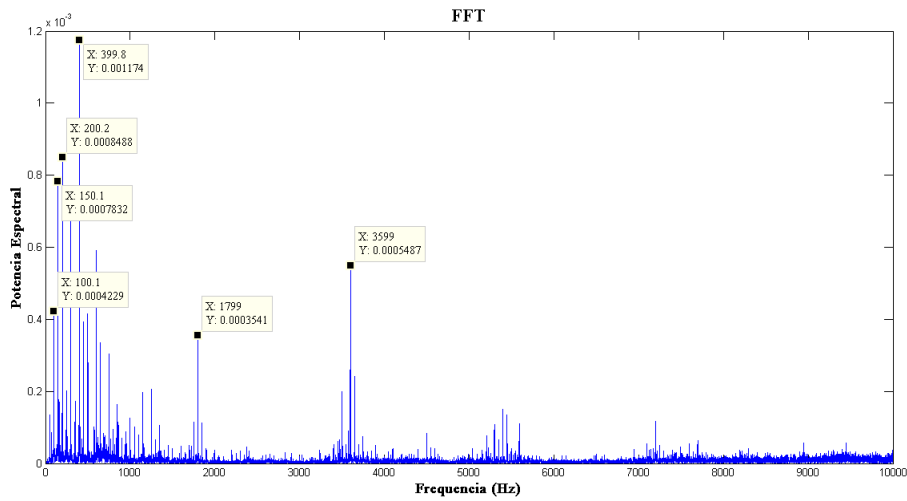


Figura 63: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 4mm de profundidade

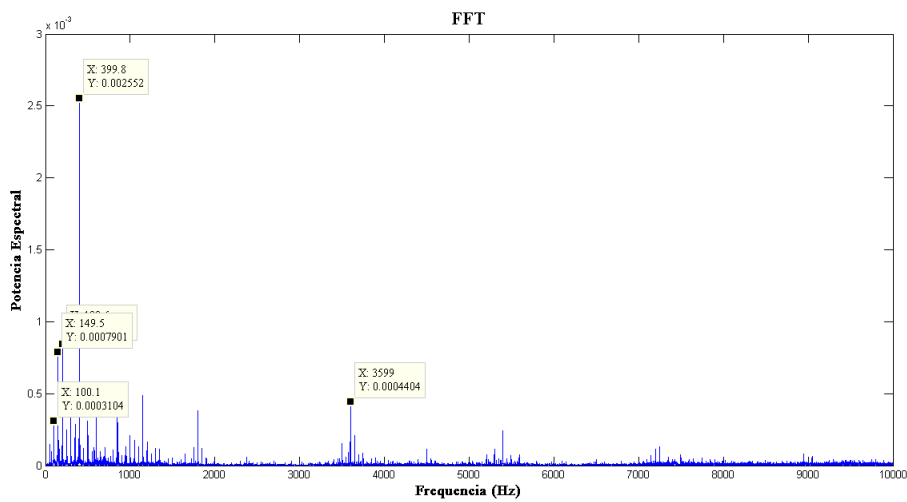


Figura 64: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 5mm de profundidade

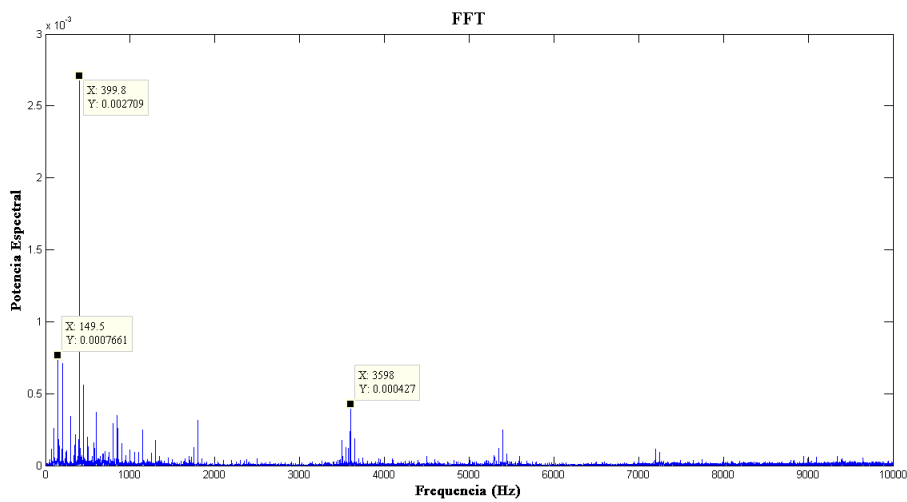


Figura 65: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 1mm de imersão, 7mm de profundidade

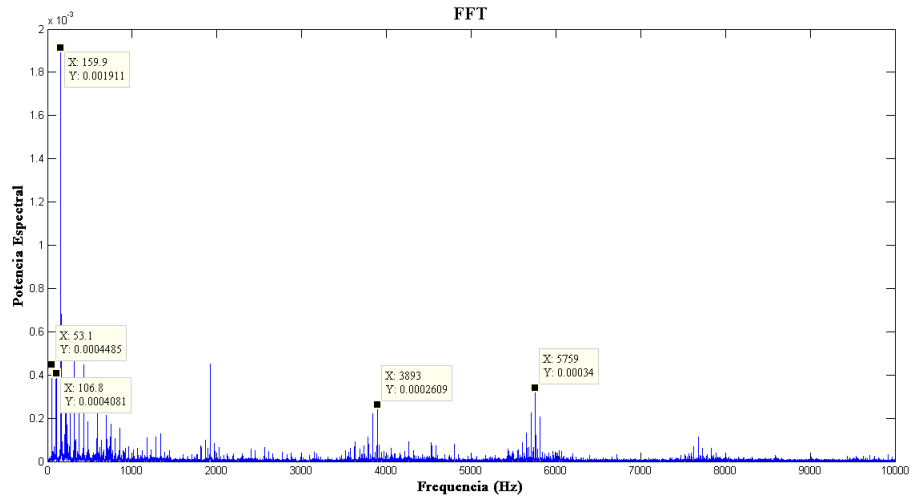


Figura 66: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 0,5mm de profundidade

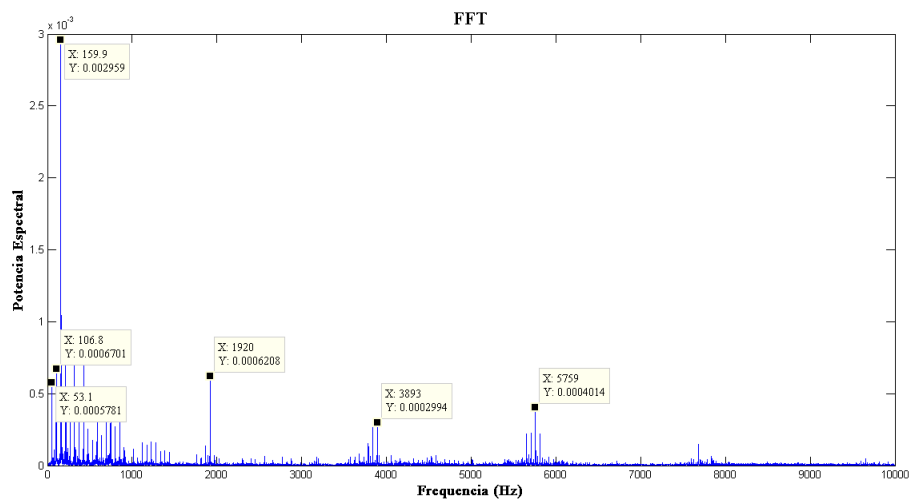


Figura 67: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 1mm de profundidade

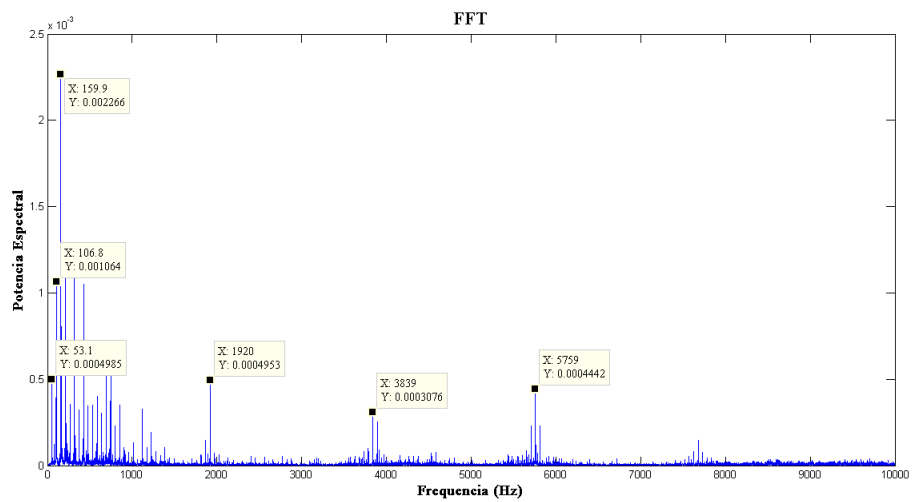


Figura 68: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 1,5mm de profundidade

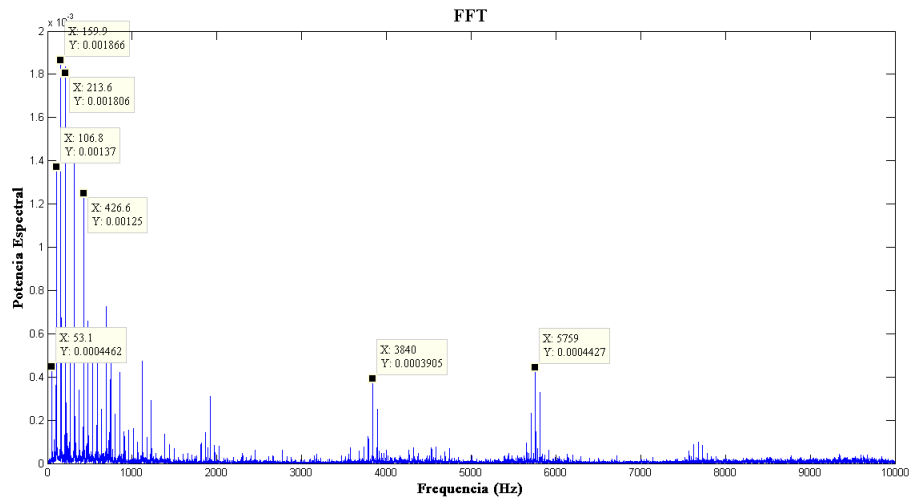


Figura 69: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 2mm de profundidade

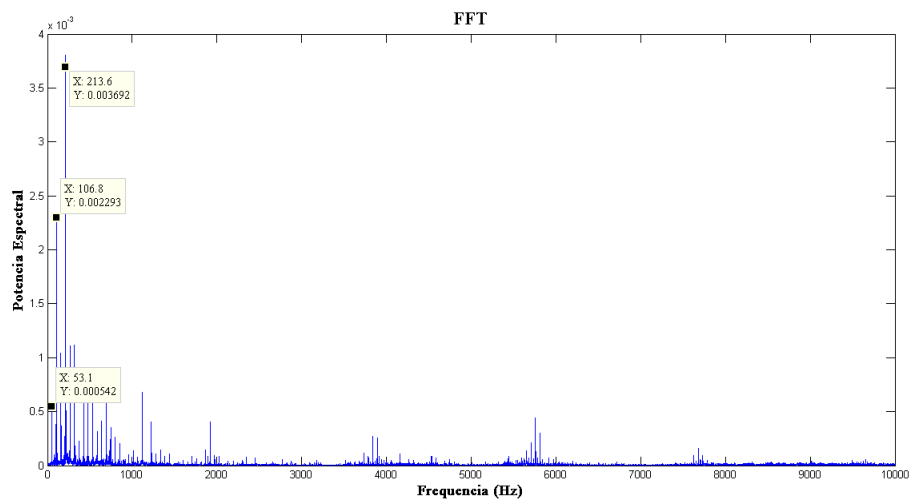


Figura 70: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 4mm de profundidade

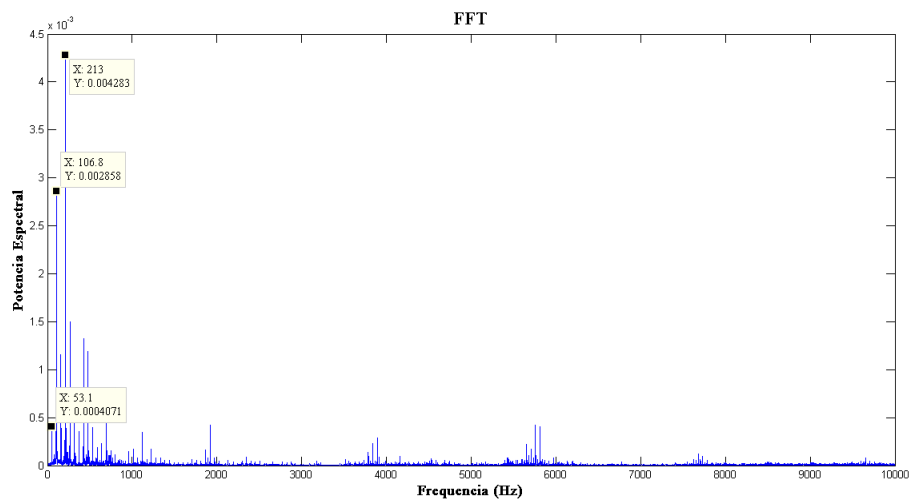


Figura 71: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 6mm de profundidade

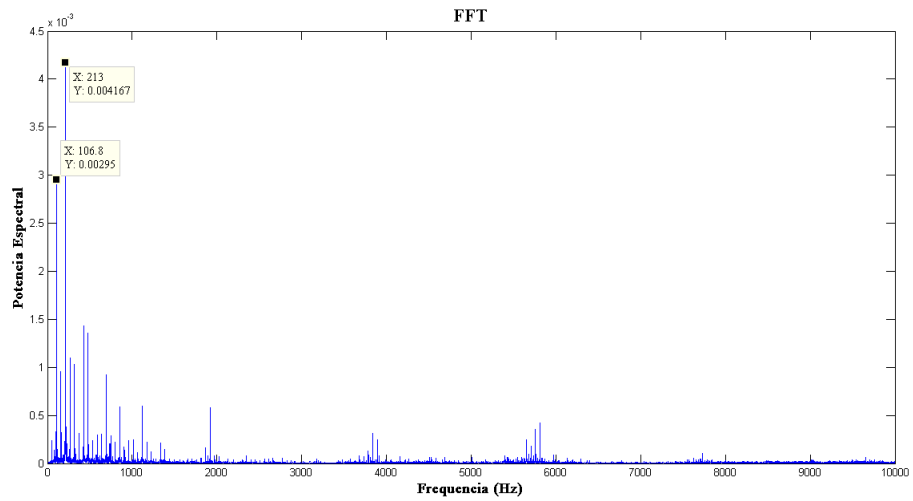


Figura 72: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 7mm de profundidade

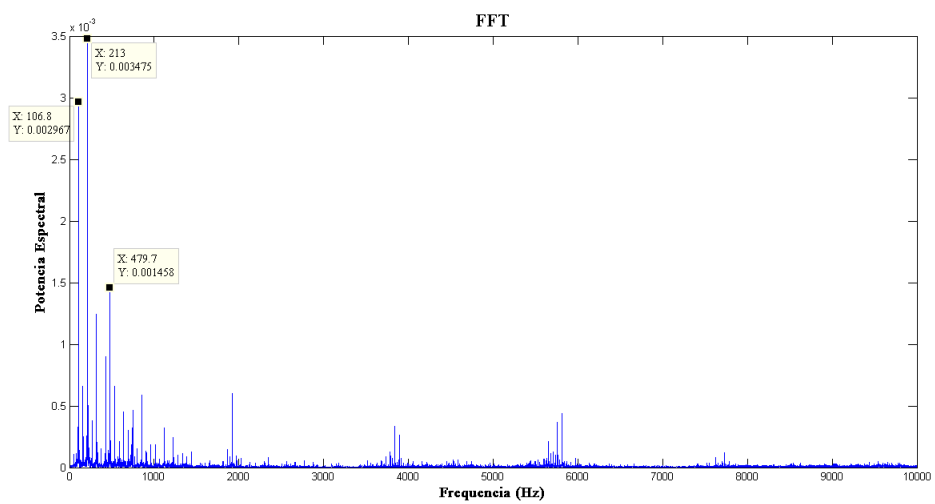


Figura 73: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 1mm de imersão, 8mm de profundidade

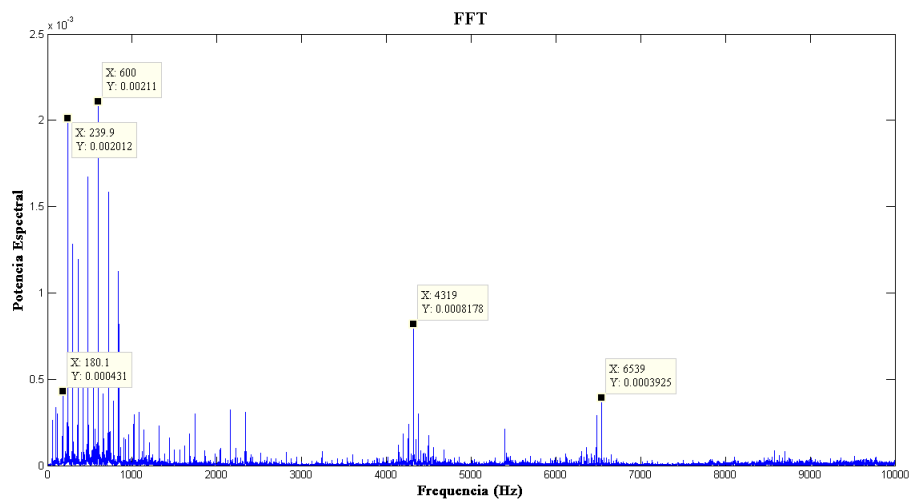


Figura 74: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 3mm de profundidade

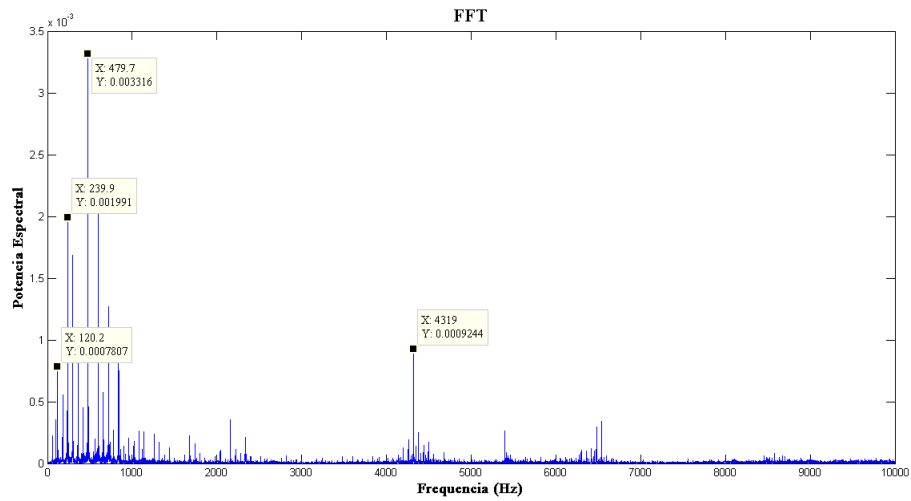


Figura 75: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 4mm de profundidade

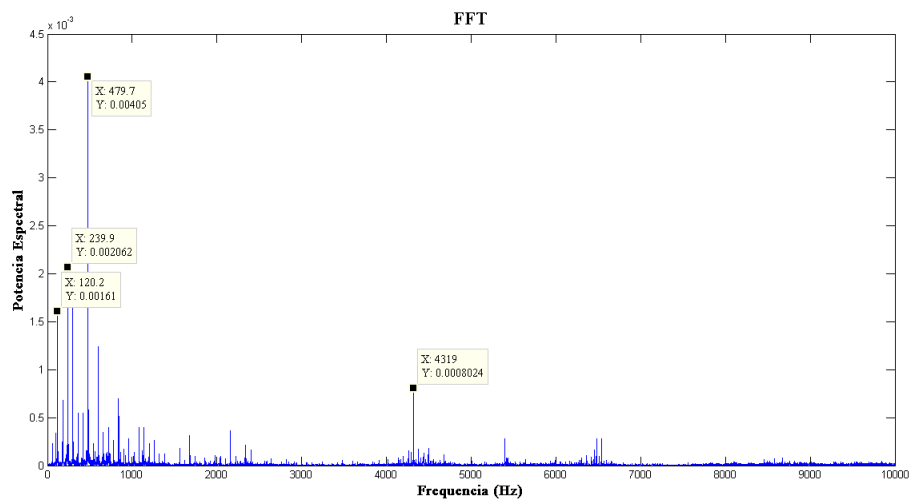


Figura 76: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 4,5mm de profundidade

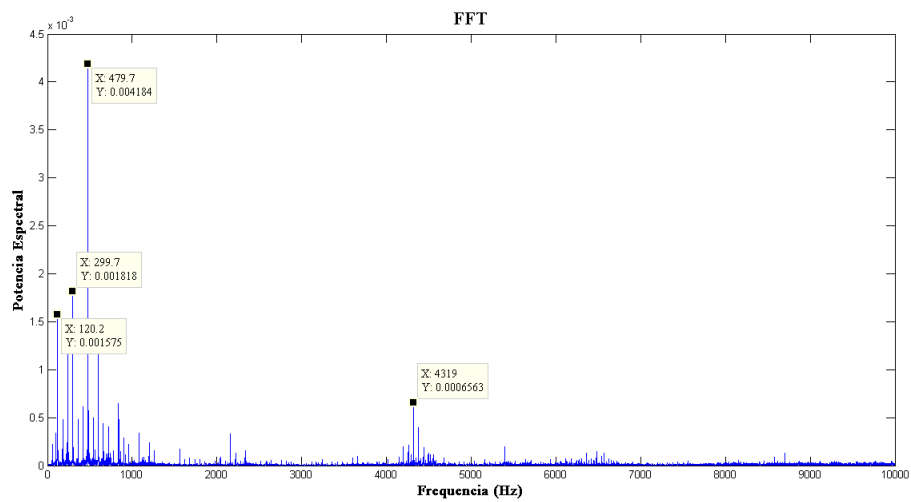


Figura 77: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 5mm de profundidade

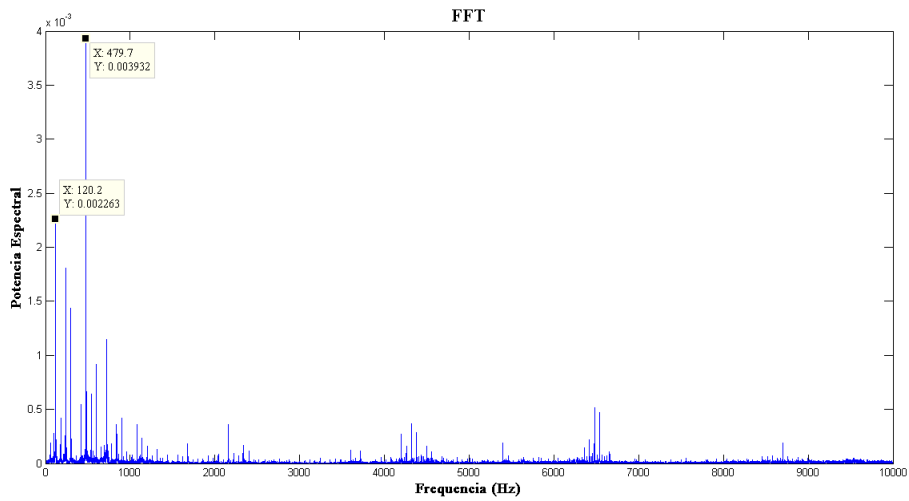


Figura 78: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 6mm de profundidade

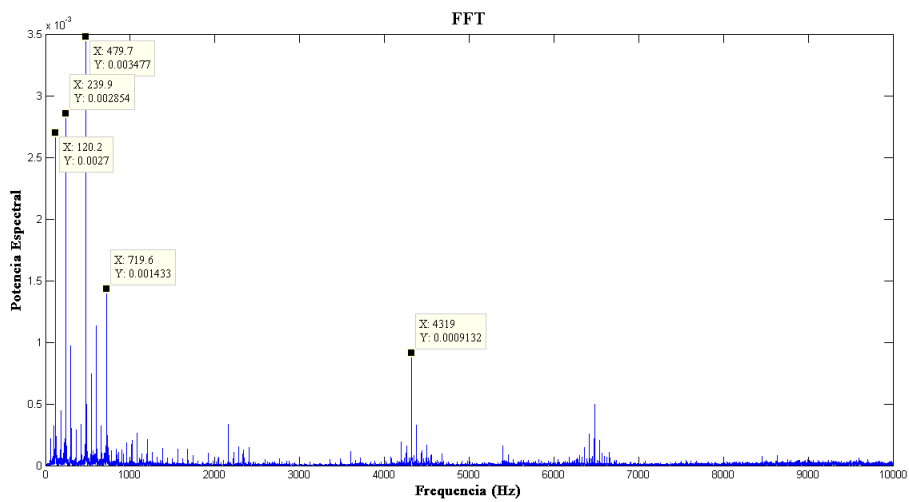


Figura 79: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 1mm de imersão, 7mm de profundidade

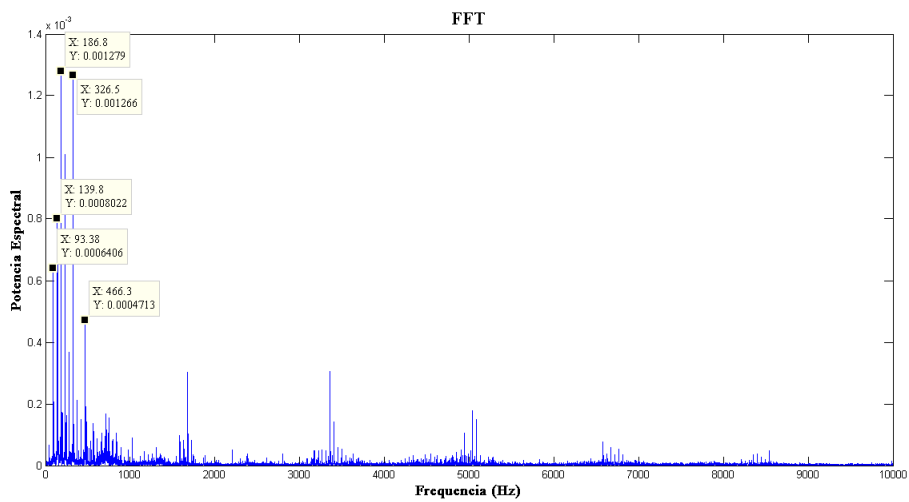


Figura 80: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 1mm de profundidade

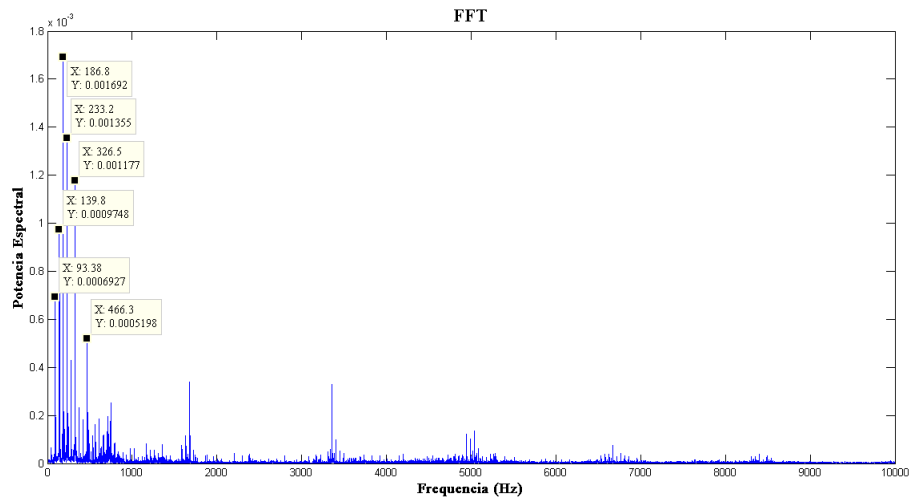


Figura 81: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade

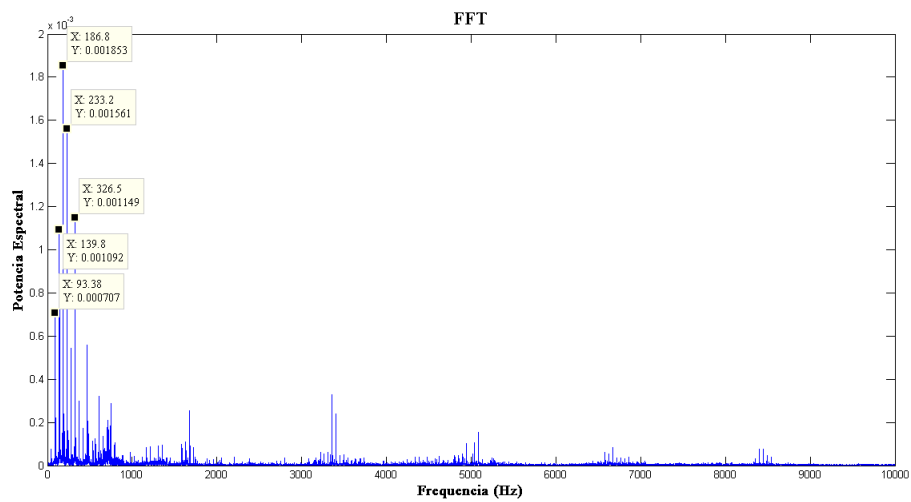


Figura 82: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade

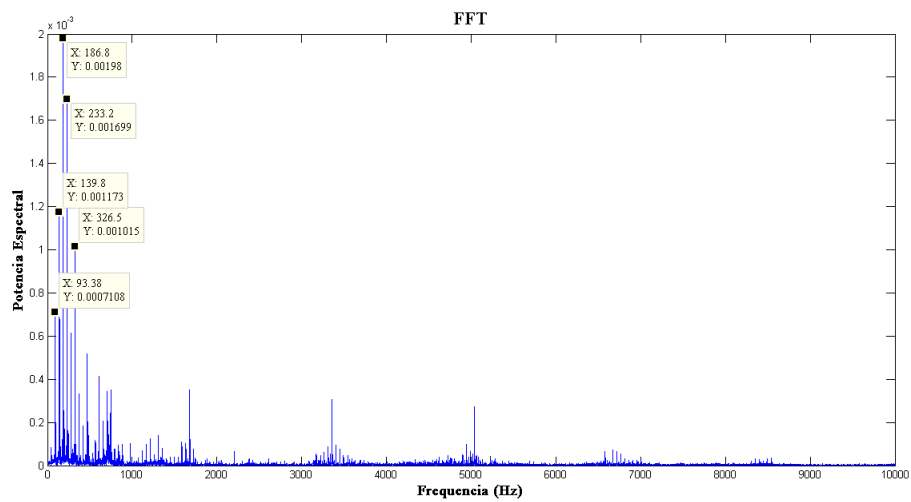


Figura 83: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade

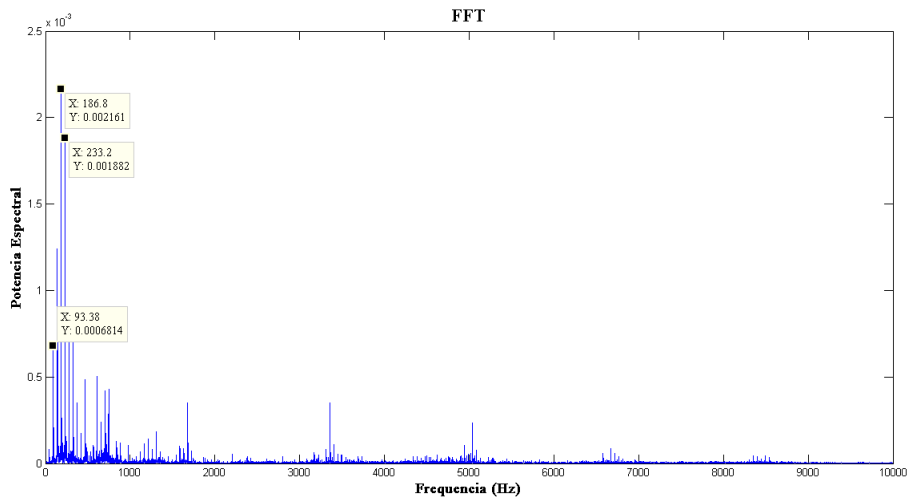


Figura 84: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade

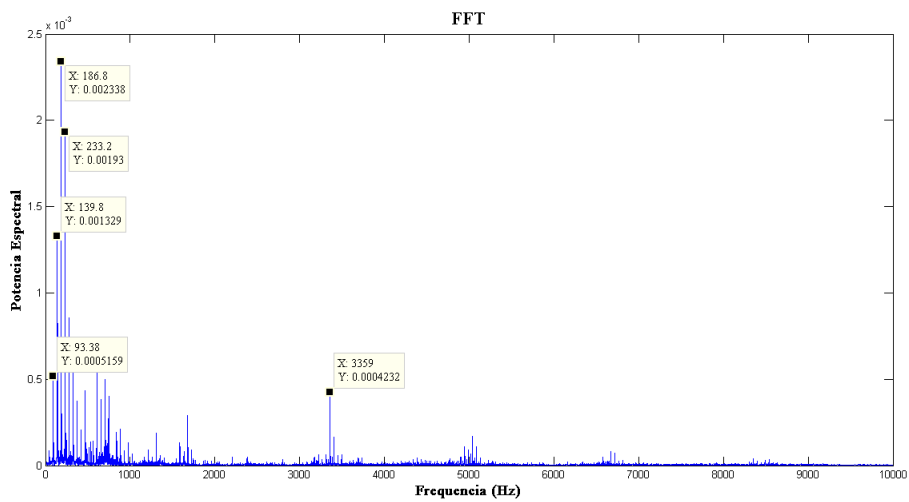


Figura 85: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade

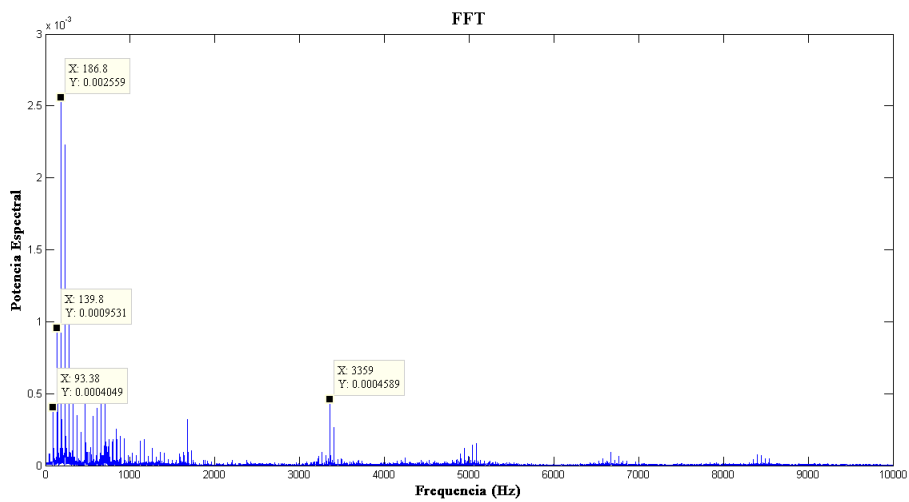


Figura 86: Análise espectral, ensaio 2800RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade

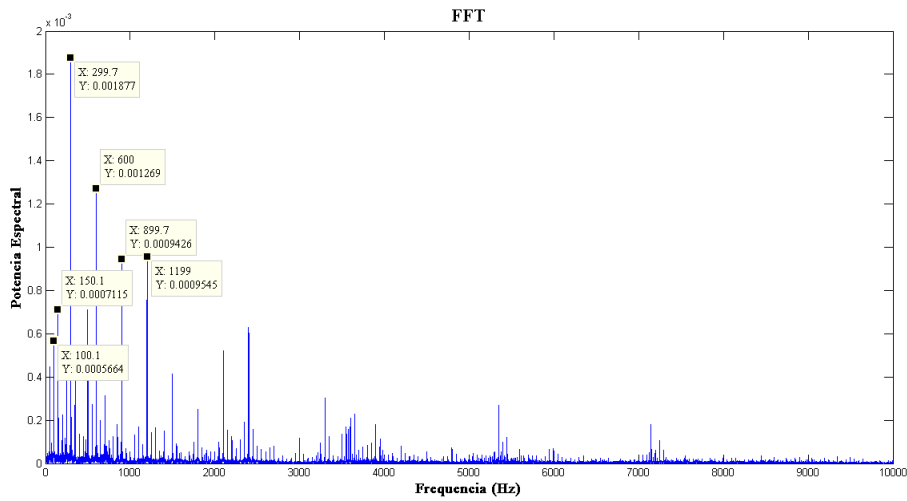


Figura 87: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade

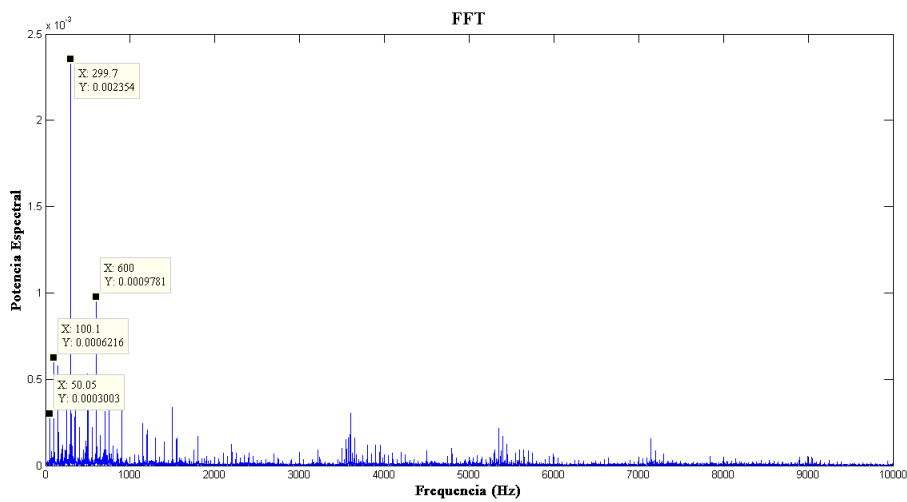


Figura 88: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade

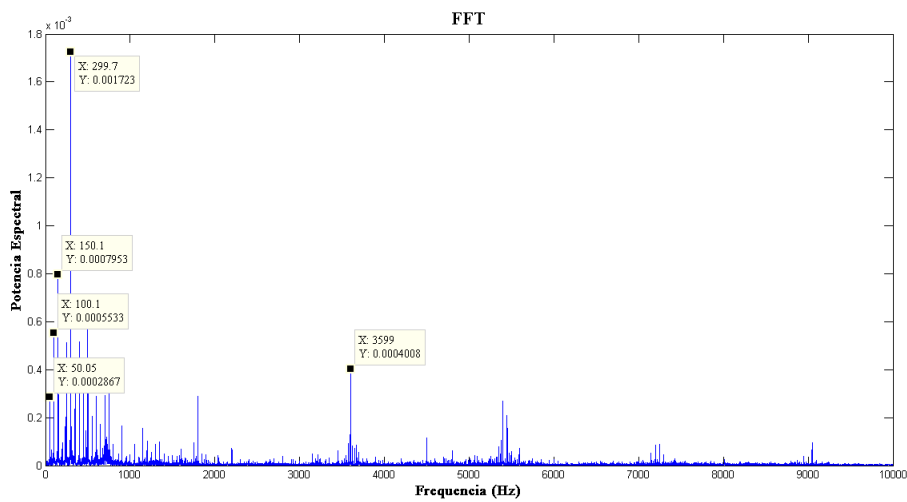


Figura 89: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade

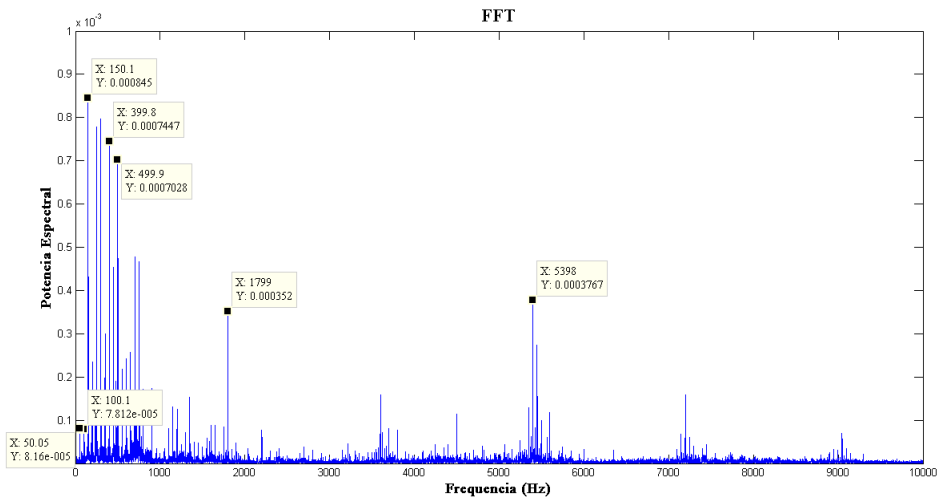


Figura 90: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade

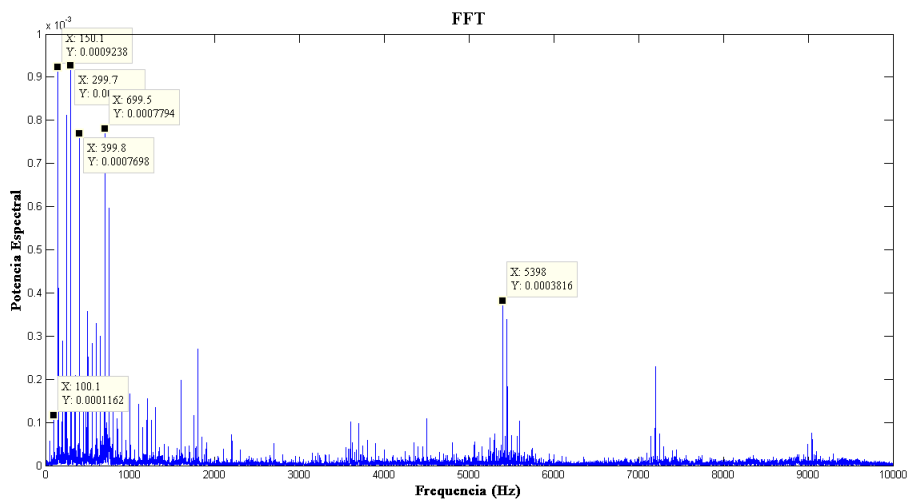


Figura 91: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade

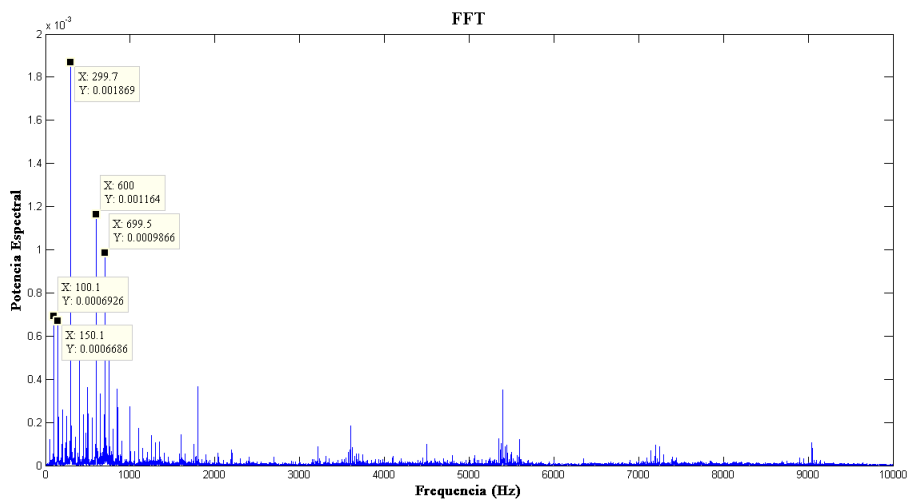


Figura 92: Análise espectral, ensaio 3000RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade

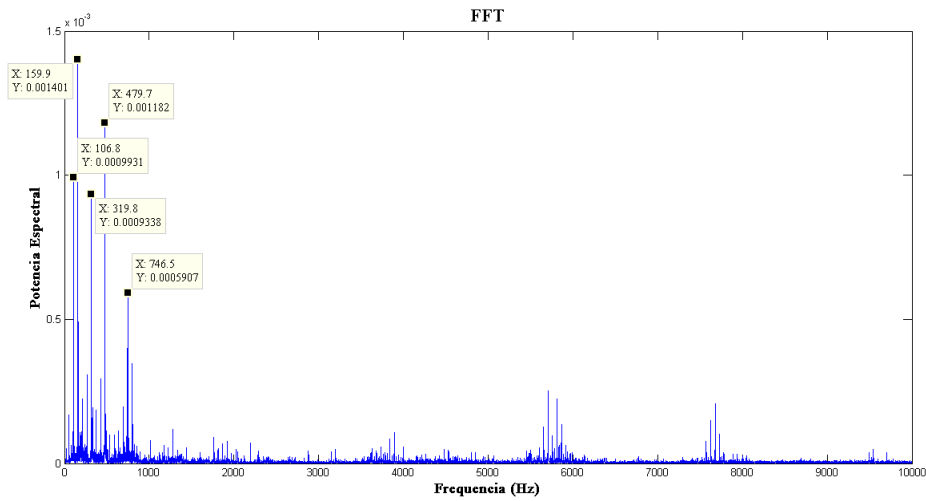


Figura 93: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 1mm de profundidade

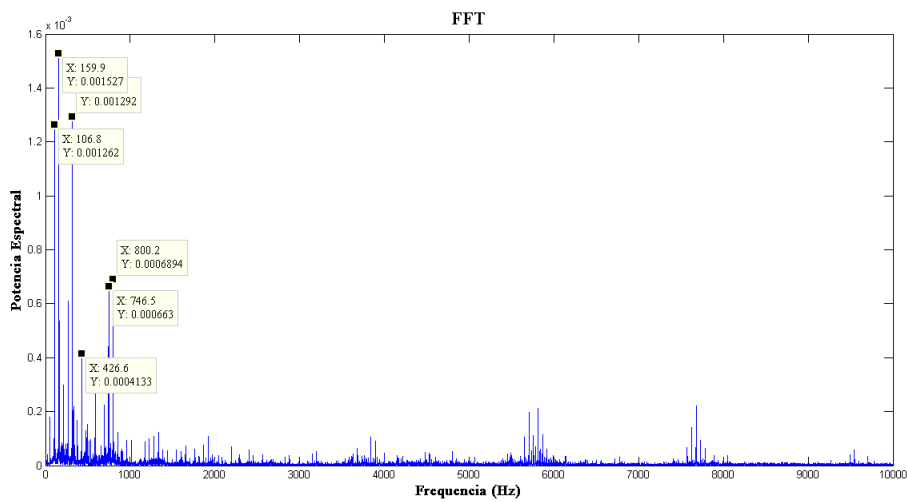


Figura 94: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade

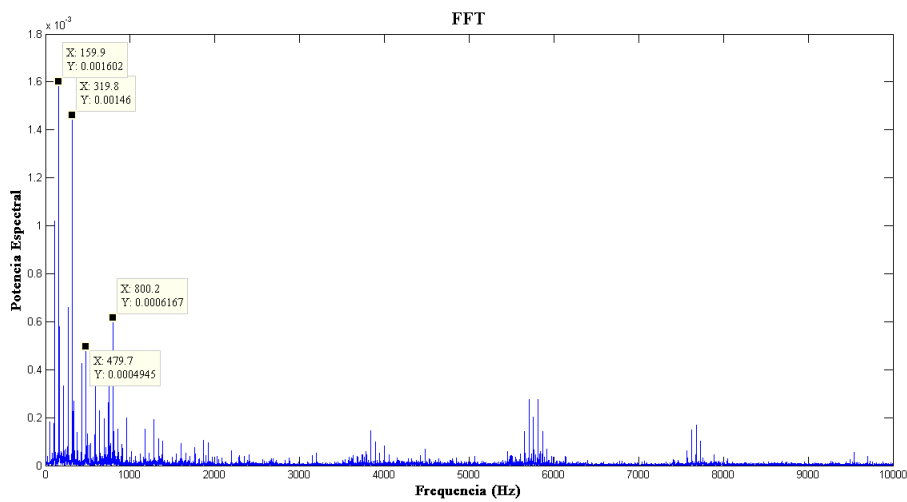


Figura 95: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade

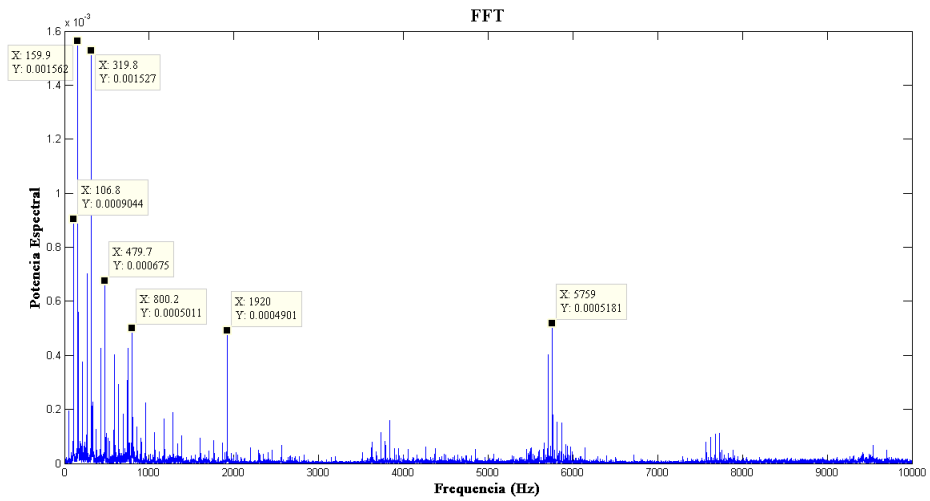


Figura 96: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade

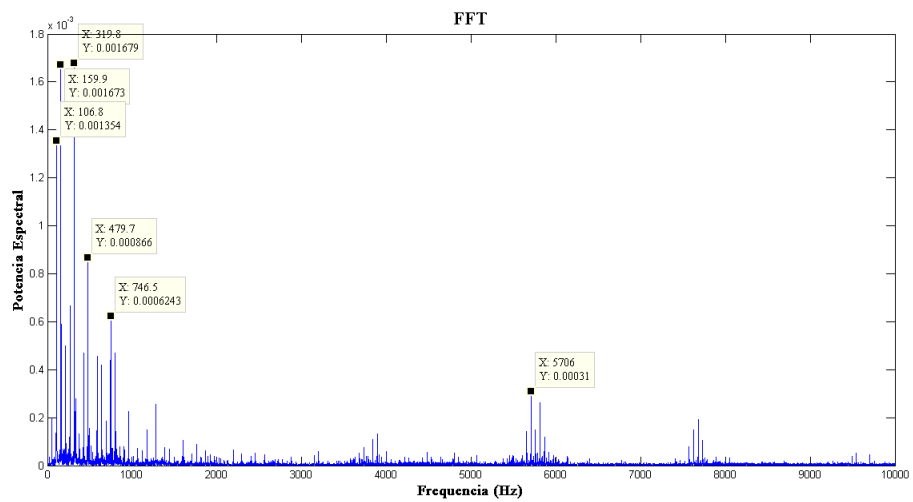


Figura 97: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade

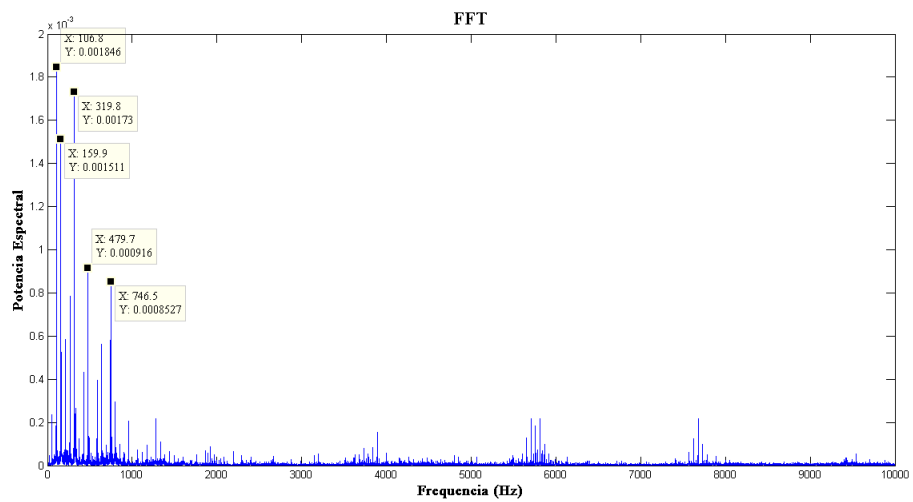


Figura 98: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade

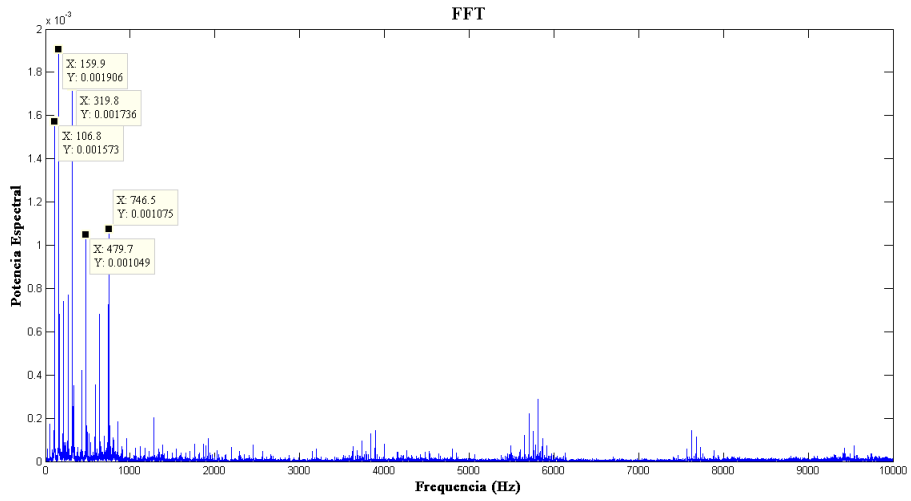


Figura 99: Análise espectral, ensaio 3200RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade

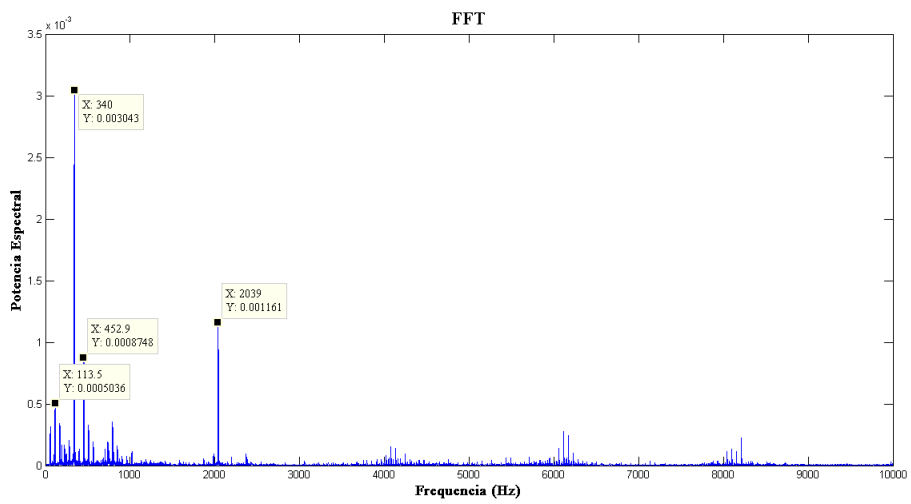


Figura 100: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 1mm de profundidade

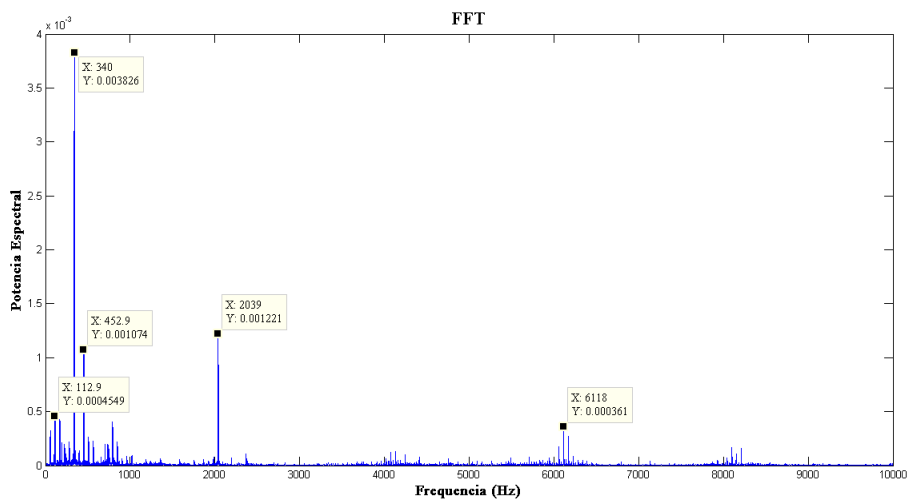


Figura 101: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade

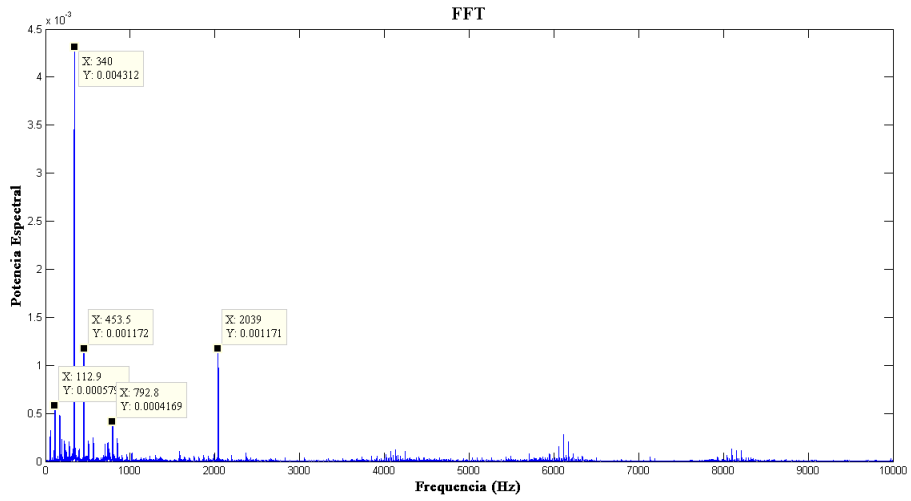


Figura 102: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade

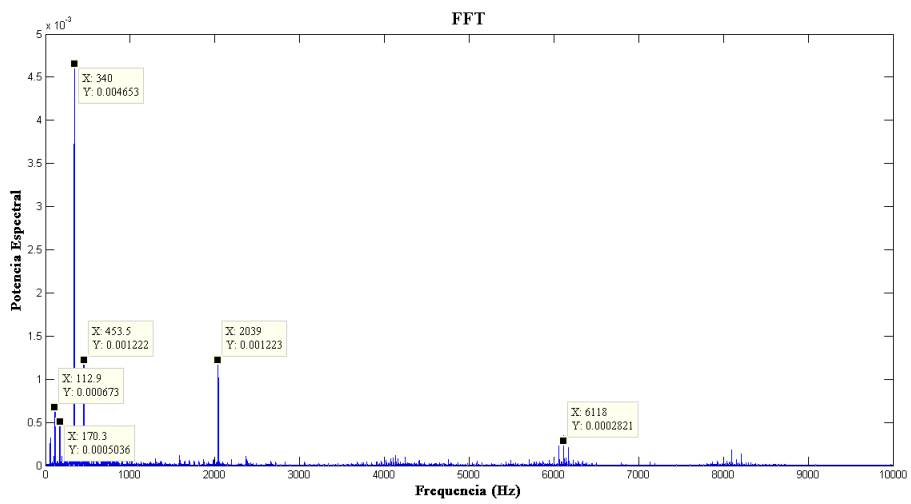


Figura 103: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade

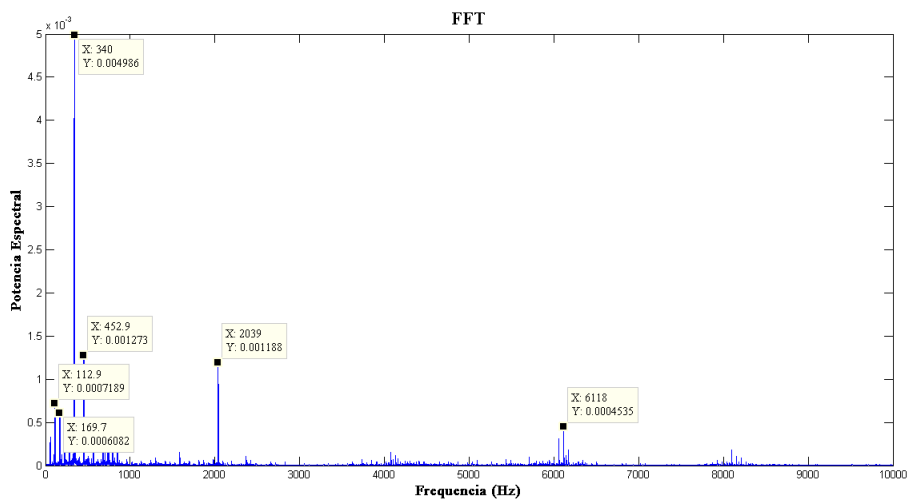


Figura 104: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade

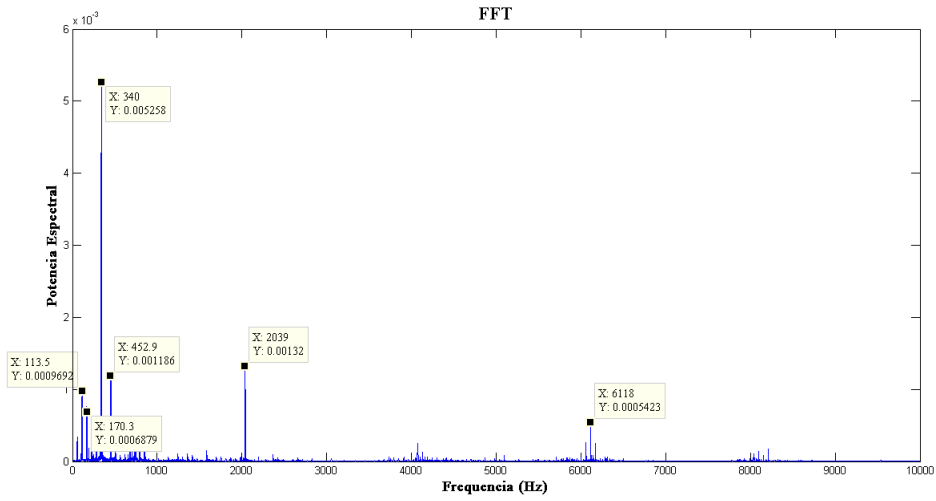


Figura 105: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade

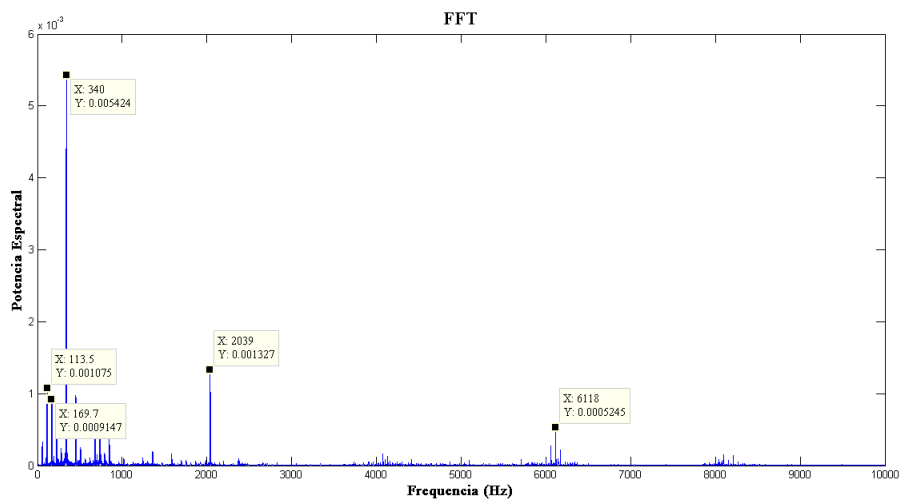


Figura 106: Análise espectral, ensaio 3400RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade

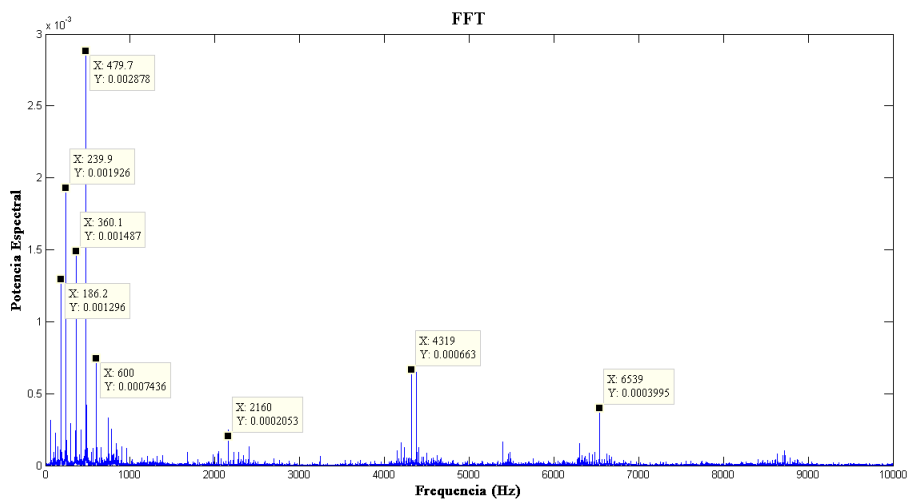


Figura 107: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 2mm de profundidade

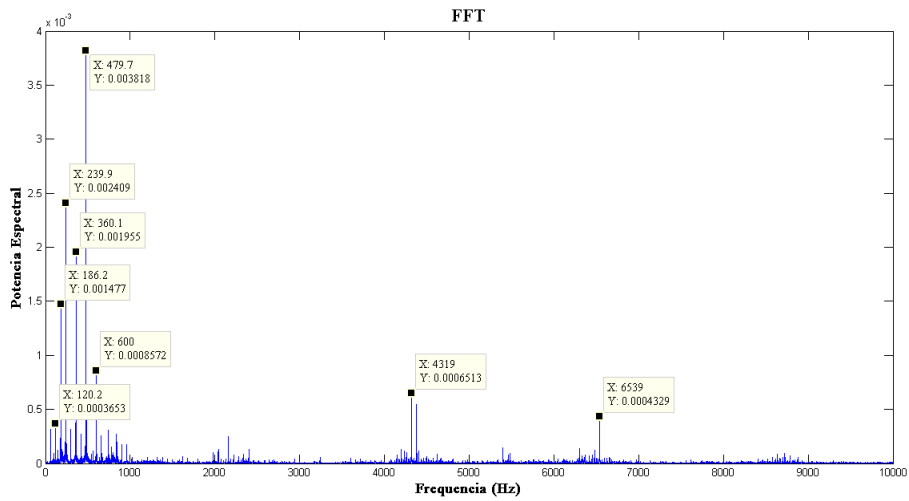


Figura 108: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 3mm de profundidade

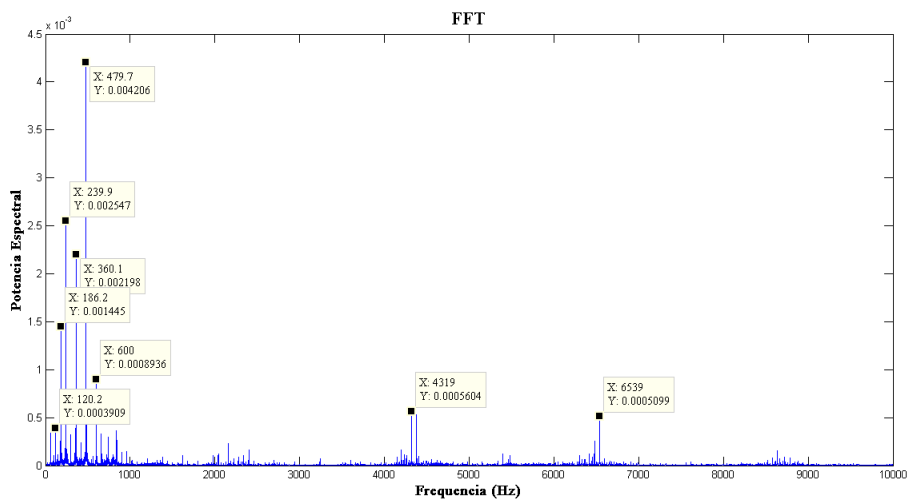


Figura 109: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 4mm de profundidade

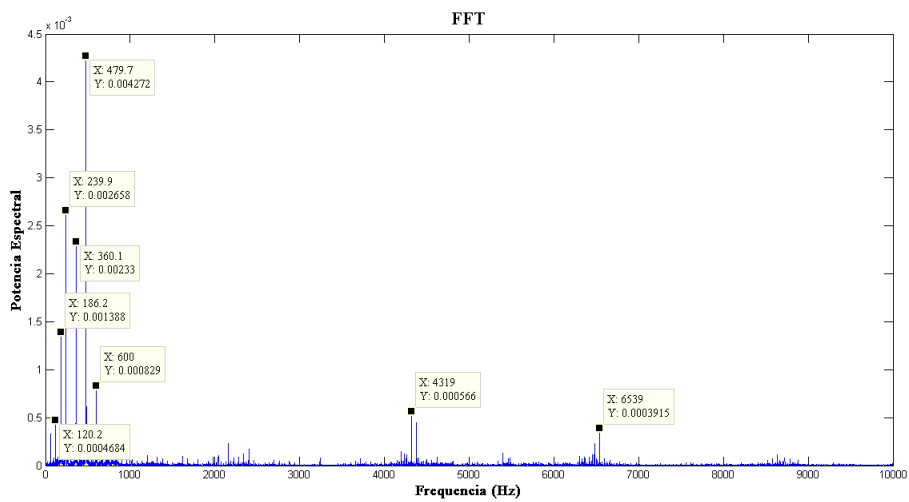


Figura 110: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 5mm de profundidade

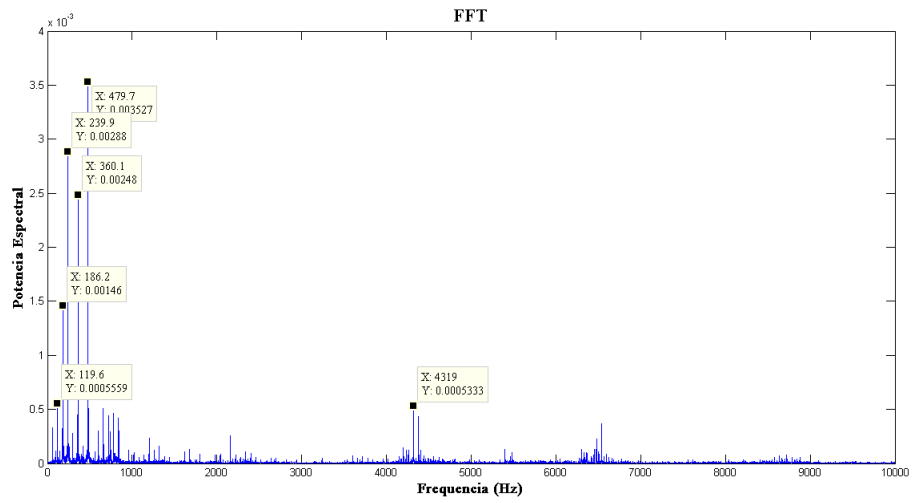


Figura 111: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 6mm de profundidade

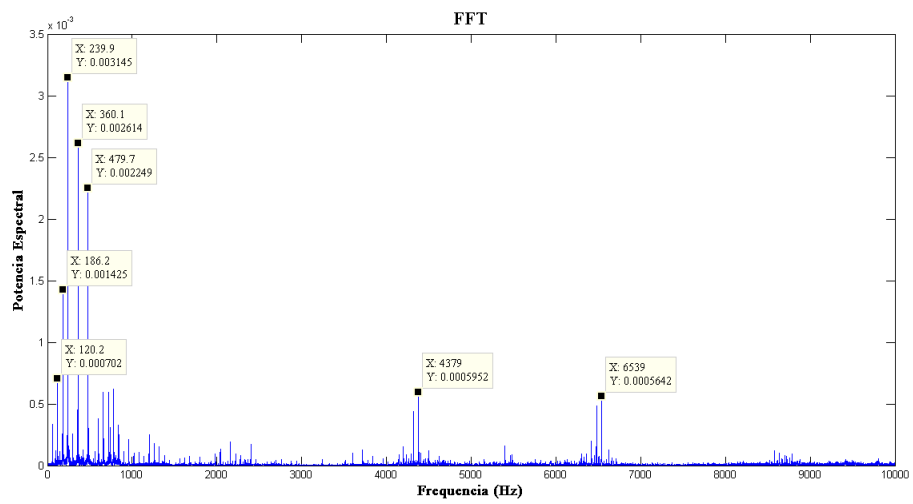


Figura 112: Análise espectral, ensaio 3600RPM, 0,5mm de imersão, 7mm de profundidade