



**Ana Cláudia Narciso Ferreira**

Licenciado

# **Identificação modal e actualização de modelos de elementos finitos**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Corneliu Cismaşiu

Júri:

Presidente: Professor Doutor João C. G. Rocha de Almeida

Arguente: Professor Doutor José Nuno Varandas

Vogal: Professor Doutor Corneliu Cismaşiu



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Dezembro 2013**



“Copyright” Ana Cláudia Narciso Ferreira, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Gostaria de começar por agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Corneliu Cismaşiu, por todas as horas no gabinete em que me ofereceu o seu tempo, amizade e paciência. Obrigada ao Professor Filipe Pimentel e ao Professor José Varandas pela amizade e ajuda. Agradeço também aos professores por todos os trabalhos de campo, que proporcionaram uma relação de amizade. Obrigada também à Ana e ao Hugo pela companhia diária a descobrir erros nos programas.

A todos os meus amigos e colegas, tanto como os que passaram como os que ficaram para a vida. Agradeço à Filipa, ao Rui, ao Tiago, ao Serafim, à Leonor e ao Herlander pela amizade, companhia e alegria ao longo destes anos, pelas noites e fins de semana na faculdade.

Obrigada ao Miguel, ao Zé e à Marta por me aturarem quando mais precisei deles, ao longo da aprendizagem para a tese e fora dela. Obrigada também à minha sócia e irmã de coração Ana pelos momentos de conversa e de apoio, pelos passeios e gargalhadas.

E por fim, mas nunca por último, agradeço com todo o meu coração à minha família. À minha mãe Anita e ao meu pai José por todas as chatices que lhes dei ao longo destes anos e por todo o apoio e ajuda. Ao meu irmão Nuno, à Liliana, ao meu primo Paulo e à Anabela por todo o apoio, conversas e conhecimentos que me passaram. À minha afilhada por todos os momentos de lazer e divertimento, especialmente quando mais precisava.

As pessoas a agradecer são muitas mais e lamento não as conseguir incluir a todas. Mas elas sabem quem são e por isso um grande obrigado por tudo.

Nota: O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do projecto SUPERB “Prevenção do descalçamento devido à acção sísmica. Elementos de reforço para pontes.”, numa parceria entre a FCT-UNL, o IST-UTL, o LNEC e as EP com a referência PTDC/ECM/117618/2010.



# Resumo

Em Engenharia Civil cada vez se recorre mais à realização de modelos computacionais. Com a crescente evolução das estruturas, cada vez mais complexas, os programas de elementos finitos têm também evoluído em termos de rapidez e facilidade de uso. Os modelos de elementos finitos são muito úteis pois permitem observar a resposta estrutural a vários tipos de carregamento e avaliar várias soluções estruturais, de forma a tomar uma decisão fundamentada. Permitem também a simulação de soluções de reforço e reabilitação.

No entanto, nem sempre estes modelos se encontram correctos, quando comparados com os resultados experimentais realizados na estrutura. A baixa correlação entre as respostas significa que o modelo tem demasiados erros para que possa ser usado de maneira segura. Para resolver este problema, é possível realizar a sua actualização através dos resultados da análise modal obtidos da estrutura. Para isto, utilizam-se algoritmos matemáticos que têm como objectivo minimizar uma dada função objectivo, encontrando os valores optimizados dos parâmetros seleccionados. Através da minimização do erro, obtém-se assim um modelo de elementos finitos mais fidedigno e representativo da estrutura existente, a partir do qual é possível avaliar a respectiva resposta estrutural.

Ao longo deste trabalho, estes métodos serão aplicados num caso de estudo de um passadiço pré-fabricado simplesmente apoiado no Algarve. A actualização do seu modelo é realizada através das medições obtidas num ensaio de vibração ambiental e a técnica de identificação modal EFDD.

Com base no presente trabalho, foi escrito, em conjunto com o Professor Corneliu Cismaşiu e o Professor Filipe Santos, um artigo científico denominado “Experimental dynamic characterization and finite element updating of a footbridge structure”.

## **Palavras chave:**

Identificação modal; Vibração ambiental; Actualização de modelos de elementos finitos; Passagem pedonal.



# Abstract

In Civil Engineering we're relying more and more on computational models. With the increasing development of structures, growing larger and more complicated, the finite element programs have become faster and more reliable. The finite element models are very useful since one can obtain the structural response to various load types and evaluate various structural solutions, in order to make an informed decision. They also allow the simulation of reinforcement solutions and rehabilitation.

However, these models are not always correct when compared with the experimental results obtained in the structure. The poor correlation between the responses means that the model has too many errors and can not be used safely. To solve this problem, one can perform an upgrade based on the results obtained from modal analysis of the structure. For this purpose, mathematical algorithms are used, aiming to minimize a given objective function and to find the optimal values of selected parameters. By minimizing the error, one thus obtains a finite element model reliable and representative of the existing structures, which can be used to assess their structural response.

Throughout this paper, these methods are applied in a case study of a prefabricated, simply supported girder footbridge in Algarve. The updated model is performed using measurements obtained in output-only testing and modal identification technique EFDD.

Based on this study, an article was written together with Professor Corneliu Cismaşiu and Professor Filipe Santos, called "Experimental dynamic characterization and finite element updating of a footbridge structure".

## Keywords:

Identification methods; Output-only; Finite Elements model updating; Footbridge.



# Índice de Matérias

<b>Copyright</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>iii</b>
<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Índice de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de abreviaturas, siglas e símbolos</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações gerais . . . . .	1
1.2 Objectivos do trabalho . . . . .	4
1.3 Organização da dissertação . . . . .	5
<b>2 Actualização do modelo de elementos finitos</b>	<b>7</b>
2.1 Aplicações da actualização de modelos . . . . .	9
2.2 Aplicações em Portugal . . . . .	11
2.3 Considerações finais . . . . .	13
<b>3 Identificação modal</b>	<b>15</b>
3.1 Generalidades . . . . .	15
3.2 Técnicas experimentais . . . . .	16
3.2.1 Ensaios de vibração forçada . . . . .	16
3.2.2 Ensaios de vibração livre . . . . .	17
3.2.3 Ensaios de vibração ambiental . . . . .	18
3.3 Técnicas de análise . . . . .	19
3.3.1 Análise no domínio da frequência . . . . .	19
3.3.2 Análise no domínio do tempo . . . . .	21
3.4 Considerações finais . . . . .	22
<b>4 Automatização da actualização de modelos de EF</b>	<b>23</b>
4.1 Generalidades . . . . .	23
4.2 Algoritmo de optimização . . . . .	24

4.3	Programa de Elementos Finitos . . . . .	28
4.4	Rotinas de ligação . . . . .	28
4.5	Considerações finais . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Caso de estudo - PP3141</b>	<b>31</b>
5.1	Caracterização do local . . . . .	31
5.2	Descrição da estrutura . . . . .	32
5.2.1	Materiais . . . . .	32
5.2.2	Elementos estruturais . . . . .	33
5.3	Modelo preliminar em EF . . . . .	40
5.3.1	Descrição do modelo . . . . .	40
5.3.2	Verificação do modelo . . . . .	49
5.3.3	Análise modal . . . . .	50
5.4	Campanha experimental . . . . .	50
5.4.1	Equipamento utilizado . . . . .	50
5.4.2	Descrição das medições . . . . .	52
5.4.3	Análise modal - ARTeMIS . . . . .	54
5.5	Actualização do modelo de EF . . . . .	60
5.5.1	Comparação inicial . . . . .	60
5.5.2	Aperfeiçoamento do modelo . . . . .	61
5.5.3	Actualização automática . . . . .	64
5.5.4	Resultados finais . . . . .	75
5.6	Considerações finais . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Conclusão e trabalhos futuros</b>	<b>81</b>
6.1	Resumo . . . . .	81
6.2	Conclusões . . . . .	84
6.3	Trabalhos futuros . . . . .	84
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>87</b>
<b>A</b>	<b>Programa automático</b>	<b>93</b>
A.1	Passos a realizar para a utilização do programa . . . . .	93
A.2	Rotinas . . . . .	95
<b>B</b>	<b>Configurações definidas para os ensaios experimentais</b>	<b>107</b>
<b>C</b>	<b>Actualização das inércias das secções</b>	<b>111</b>
<b>D</b>	<b>Tabelas de cálculo dos testes de sensibilidade</b>	<b>113</b>
D.1	Variação para otimizar o modo transversal . . . . .	113
D.2	Variação para otimizar o modo longitudinal . . . . .	115
D.3	Variação para otimizar o modo vertical . . . . .	116
<b>E</b>	<b>Comparação final dos modos com sobreposição</b>	<b>117</b>
<b>F</b>	<b>“Experimental dynamic characterization and finite element updating of a footbridge structure”</b>	<b>119</b>

# Índice de Figuras

2.1	Estádio Elland Road e respectivo modelo de EF [54]	9
2.2	Ponte pedonal atirantada [60]	10
2.3	Ponte pedonal [14]	11
2.4	Ponte ferroviária de São Lourenço [51]	12
3.1	Excitador hidráulico numa ponte rodoviária em Plymouth [21]	17
3.2	Ensaio de vibração livre [20]	18
4.1	Algoritmo de optimização NLPQL	26
5.1	Vistas superior e lateral do passadiço P3141	31
5.2	Localização das infra-estruturas principais	32
5.3	Alçados do passadiço	33
5.4	Representação da sapata tipo	34
5.5	Dimensões dos pilares principais	35
5.6	Dimensões dos pilares de acesso intermédios	36
5.7	Dimensões dos pilares de acesso extremos	36
5.8	Corte transversal na ligação tabuleiro/pilar	37
5.9	Secções existentes a meio vão e sobre o pilar	37
5.10	Corte transversal na ligação tabuleiro/pilar	38
5.11	Planta e alçado da rampa de ligação ao tabuleiro	38
5.12	Pormenor da ligação rampa/viga cachorro no pilar principal	39
5.13	Viga cachorro apoiada nos pilares de acesso centrais	39
5.14	Pormenor da ligação rampa/rampa e rampas/viga cachorro	40
5.15	Viga cachorro apoiada nos pilares de acesso extremos	40
5.16	Cota da base do pilar no modelo	41
5.17	Modelo do pilar principal	42
5.18	Pormenor da ligação entre a laje e a viga	43
5.19	Recolocação das vigas (antes e depois)	43
5.20	Secções extremas da viga cachorro de apoio às rampas	44
5.21	Representação das secções da viga a serem usadas no cálculo	44
5.22	Gráfico da variação das inércias com as respectivas funções da linha de tendência	45
5.23	Representação dos graus de liberdade da lâmina de neoprene [64]	46
5.24	Representação dos planos de análise com os respectivos graus de liberdade [64]	47
5.25	Modelação no SAP2000	49

5.26 Modos principais do tabuleiro (SAP2000) . . . . .	50
5.27 Conteúdo do sistema MR2002-CE . . . . .	51
5.28 Conteúdo do sistema MR2002-CE . . . . .	52
5.29 Exemplo de localização dos pontos para correcta detecção dos modos de uma viga bi-apoiada . . . . .	53
5.30 Localização dos pontos a medir . . . . .	53
5.31 Pormenor da colocação dos sensores . . . . .	54
5.32 Gráfico de velocidade segundo z (mm/s) . . . . .	55
5.33 Espectros dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral . . . . .	56
5.34 Diagrama de estabilização . . . . .	56
5.35 Matriz MAC entre as técnicas EFDD e SSI-UPC . . . . .	57
5.36 Ponto 9 com deformação não compatível com o tabuleiro . . . . .	57
5.37 Modos obtidos pela técnica EFDD com <i>Peak Picking</i> automático . . . . .	58
5.38 Variação da parte real e complexa dos modos . . . . .	59
5.39 Matriz MAC entre o modelo inicial e os resultados experimentais . . . . .	61
5.40 Divisão da rampa em <i>frames</i> . . . . .	62
5.41 Matriz MAC entre o modelo modificado e os resultados experimentais . . . . .	63
5.42 Ligação rampa/solo . . . . .	64
5.43 Ligação pilar/solo - rigidez a ter em consideração . . . . .	65
5.44 Variação da rigidez em torno do eixo x (modo transversal do tabuleiro) . . . . .	66
5.45 Variação da rigidez em torno do eixo y (modo longitudinal do tabuleiro) . . . . .	67
5.46 Variação do módulo de elasticidade das vigas principais e/ou da respectiva inércia (modo vertical) . . . . .	68
5.47 Matriz MAC entre o modelo modificado manualmente e os resultados experimentais . . . . .	69
5.48 Variação da função objectivo ao longo das iterações . . . . .	71
5.49 Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações . . . . .	71
5.50 Variação da função objectivo ao longo das iterações . . . . .	73
5.51 Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações . . . . .	73
5.52 Variação da função objectivo ao longo das iterações . . . . .	74
5.53 Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações . . . . .	75
5.54 MAC de comparação do modelo actualizado com os resultados experimentais . . . . .	75
5.55 1º modo - Modo longitudinal do tabuleiro . . . . .	76
5.56 2º modo - Modo transversal do tabuleiro . . . . .	77
5.57 3º modo - Modo vertical do tabuleiro . . . . .	77
5.58 4º modo - Modo de torção do tabuleiro . . . . .	77
5.59 5º modo - Modo de torção do tabuleiro . . . . .	78
5.60 6º modo - Modo vertical do tabuleiro . . . . .	78
B.1 Planta do passadiço com todos os pontos instrumentados . . . . .	107
B.2 Configuração 1 das medições . . . . .	108
B.3 Configuração 2 das medições . . . . .	108
B.4 Configuração 3 das medições . . . . .	108
B.5 Configuração 4 das medições . . . . .	108
B.6 Configuração 5 das medições . . . . .	109

B.7	Configuração 6 das medições . . . . .	109
B.8	Configuração 7 das medições . . . . .	109
C.1	Viga principal denominada por VI . . . . .	111
E.1	Comparação no ARTeMIS dos modos obtidos pela medição e pelo modelo de elementos finitos . . . . .	117



# Índice de Tabelas

5.1	Classes de betão definidos por elemento . . . . .	33
5.2	Dimensões aplicadas na sapata tipo . . . . .	34
5.3	Classes de betão definidas no SAP . . . . .	41
5.4	Variação das dimensões da viga cachorro . . . . .	45
5.5	Validação do modelo . . . . .	49
5.6	Localização dos pontos em cada ensaio . . . . .	53
5.7	Características modais obtidas no tabuleiro . . . . .	56
5.8	Valores de rotação dos modos complexos . . . . .	59
5.9	Comparação das frequências obtidas . . . . .	60
5.10	Valores modificados das inércias dos elementos . . . . .	63
5.11	Comparação das frequências após a modificação . . . . .	63
5.12	Comparação das frequências obtidas no modelo numérico e experimentalmente após os estudos de sensibilidade . . . . .	69
5.13	Valores iniciais e respectivos limites de variação . . . . .	70
5.14	Valores iniciais e respectivos limites de variação . . . . .	71
5.15	Valores iniciais e respectivos limites de variação . . . . .	72
5.16	Comparação entre o 3º e o 4º modo . . . . .	72
5.17	Valores iniciais e respectivos limites de variação . . . . .	72
5.18	Valores iniciais e respectivos limites de variação . . . . .	74
5.19	Valores iniciais e finais do teste 3 . . . . .	74
5.20	Comparação das frequências obtidas no modelo numérico e experimentalmente . . . . .	76
C.1	Inércia e área relativas a cada diâmetro . . . . .	112
D.1	Teste de rigidez das molas em torno do eixo x (modo transversal) .	114
D.2	Teste de rigidez das molas em torno do eixo y (modo longitudinal) .	115
D.3	Teste de deformada vertical do tabuleiro . . . . .	116



# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

EC0 Eurocódigo 0

EF Elementos Finitos

EN Estrada Nacional

GDL Graus de liberdade

N Número de pesos usados (número de variáveis a serem actualizadas)

## Siglas

BFGS Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno

BFD Basic Frequency Decomposition

CFDD Curve-fit Frequency Domain Decomposition

DFT Discrete Fourier transform

EFDD Enhanced Frequency Domain Decomposition

EP Estradas de Portugal, S.A.

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

FDD Frequency Domain Decomposition

FFT Fast Fourier Transform

IFFT Inverse Fast Fourier Transform

MAC Modal Assurance Criterion

NLPQL Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian

RD Random Decrement

SQP Sequential Quadratic Programming

SSI Stochastic Subspace Decomposition

SSI-CVA SSI-Canonical Variate Analysis

SSI-PC SSI-Principal Component

SSI-UPC SSI-Unweighted Principal Components

SVD Singular Value Decomposition

UNL Universidade Nova de Lisboa

## Símbolos

$\delta$  Decremento logarítmico

$\Phi$  Vectores próprios do sistema (componentes modais)

$\phi_C$  Vector da parte complexa do vector de deformada complexo

$\phi_R$  Vector da parte real do vector de deformada complexo

$\gamma$  Peso volúmico

$\lambda$  Valores próprios de um sistema (tempo contínuo)

$\mu$  Valores próprios de um sistema (tempo discreto)

$\theta$  Ângulo de rotação do vector complexo de forma a maximizar a parte real

$\rho$  Peso volúmico do betão

$\omega$  Frequência não amortecida obtida pelo modelo computacional

$\bar{\omega}$  Frequência não amortecida obtida através da medição *in situ*

$\bar{\omega}_a$  Frequência amortecida obtida através da medição *in situ*

$\xi$  Coeficiente de amortecimento

A Área da secção de um elemento

b Espessura

B Largura

$b_x, b_y$  Largura do pilar em x e y respectivamente

d Distância entre o Centro de Massa de uma secção e o centro da uma figura geométrica (para cálculo da inércia da secção)

$E_{PE}$  Módulo de elasticidade do pré-esforço

$E_s$  Módulo de elasticidade do aço

- $E_b$  Módulo de compressibilidade do Neoprene
- $E_{cm}$  Módulo de elasticidade do betão
- $E_{vigas}$  Módulo de elasticidade aplicado nas vigas
- F Função objectivo obtida pelo algoritmo
- $f_{uk}$  Valor característico da tensão de rotura do cordão de pré-esforço
- G Módulo de distorção
- h Espessura
- H Altura
- H1 Profundidade do negativo da sapata
- $h_{el}$  Altura
- I Inércia da secção de um elemento
- $I_{22}$  Inércia total da secção em torno do eixo 22
- $I_{33}$  Inércia total da secção em torno do eixo 33
- $I_{22}^{aço}$  Inércia do aço em torno do eixo 22
- $I_{33}^{aço}$  Inércia do aço em torno do eixo 33
- $I_{22}^{betão}$  Inércia do betão em torno do eixo 22
- $I_{33}^{betão}$  Inércia do betão em torno do eixo 33
- $I_{22}^{PE}$  Inércia do pré-esforço em torno do eixo 22
- $I_{33}^{PE}$  Inércia do pré-esforço em torno do eixo 33
- $I_2^{mod}$  Modificador de inércia em torno do eixo 22
- $I_3^{mod}$  Modificador de inércia em torno do eixo 33
- $I_{CM}$  Inércia em relação ao Centro de Massa
- $K_\theta$  Rigidez de rotação
- $K_{C/R}$  Matriz de rigidez do elemento de ligação Cachorro/Rampa
- $K_f$  Matriz de rigidez dos ferrolhos
- $K_h$  Rigidez horizontal
- $K_n$  Matriz de rigidez do Neoprene
- $K_v$  Rigidez vertical
- $K_{V/P}$  Matriz de rigidez do elemento de ligação Viga/Pilar

$K_{rx}$  Rigidez de rotação em torno do eixo x

$K_{ry}$  Rigidez de rotação em torno do eixo y

Lx, Ly Largura da sapata em x e y respectivamente

R1,R2,R3 Valores de rigidez das molas em rotação em torno dos três eixos geométricos

$R_c$  Resistência à compressão

$R_f$  Resistência à flexão

S Factor de forma

t Espessura de cada camada de Neoprene

U1,U2,U3 Valores de rigidez das molas em extensão em torno dos três eixos geométricos

X(i) Peso da variável  $i$  a ser otimizada pelo algoritmo

XL *Lower Limit* (Limite inferior)

XU *Upper Limit* (Limite superior)

# Capítulo 1

## Introdução

*Errors are not in the art but in the artificers.*  
(Isaac Newton)

### 1.1 Considerações gerais

Quando as estruturas são projectadas, todos os cálculos são efectuados para garantir um dado tempo de vida útil, que depende da função que esta vai ter. Por exemplo, segundo o EC0 [50], edifícios e outras estruturas correntes têm um tempo de vida útil de projecto de 50 anos, enquanto que para pontes, hospitais e edifício monumentais, esse tempo aumenta para 100 anos. Este valor define o tempo mínimo em que a estrutura deverá manter o seu desempenho em serviço. O EC0 refere também que a estrutura deverá ser projectada tendo em conta o ambiente envolvente, a utilização prevista e futura, as propriedades dos materiais a utilizar, as propriedades do solo, a disposição construtiva e a manutenção prevista ao longo da sua vida útil. Quanto maior o rigor na definição destes parâmetros, maior durabilidade terá a estrutura.

Tendo em conta a vida útil de projecto, são realizados previamente estudos estatísticos que fornecem dados acerca do crescimento da população e o uso previsto da estrutura. No entanto, nem sempre estes resultados esperados acontecem, levando a que a estrutura seja por vezes mais solicitada do que para o qual foi projectada. Verifica-se regularmente que há muita falta de especificação dos trabalhos de manutenção em fase de projecto. Normalmente esta falta de planeamento leva a encargos superiores na manutenção do que na fase de construção. Estes problemas podem ser todos resolvidos com um projecto bem definido, maximizando o tempo de uso da estrutura.

Depois de finalizado o projecto e construída a estrutura, esta encontra-se diariamente exposta a acções ambientais que podem criar problemas estruturais, reduzindo o seu nível de resposta. Também a constante evolução do uso pode levar a um aumento de cargas não previstas em projecto, assim como a

deterioração natural dos materiais, através do envelhecimento e do desgaste, levam a problemas por vezes difíceis de identificar visualmente.

A manutenção preventiva das estruturas, de forma a identificar problemas ainda num estado inicial, é o primeiro passo para aumentar a sua durabilidade. No entanto, quando as deformações, as fissuras ou o punçoamento, por exemplo, já se encontram em níveis extremos, a única solução é a reabilitação do elemento, reforçando o local de forma a retomar ou melhorar a sua resposta inicial.

Para a realização de trabalhos de reabilitação, é necessário conhecer as características da estrutura, tanto a nível geométrico, como a nível dos materiais usados. Estes elementos encontram-se definidos nos projectos de arquitectura e de engenharia. No entanto, a eventual falta de rigor durante a construção e a própria degradação dos materiais, pode levar a que os dados de projecto não se encontrem actualizados relativamente à realidade na estrutura.

Com os avanços tecnológicos e informáticos, é cada vez mais fácil desenvolver e utilizar modelos de elementos finitos. Os modelos são úteis tanto para observar a resposta de uma estrutura ainda em fase de projecto, como para testar elementos individuais, como pilares, vigas ou estruturas de reforço. Facilitam assim a escolha do melhor sistema estrutural, elevando o número de possibilidades. De igual forma, podem ser calculados e aplicados vários sistemas de reforço, permitindo analisar quais os que melhoram a resposta global.

Como referido, nem sempre as definições de projecto utilizadas para a realização do modelo se encontram actualizadas relativamente ao existente na estrutura. Os valores precisam de ser verificados, de forma a perceber o estado de cada elemento. Para isso são realizadas inicialmente inspecções visuais e de medição da geometria, detectando problemas de uma forma generalizada. No entanto, os problemas estruturais nem sempre são visíveis devido, por exemplo, ao revestimento existente.

Uma forma de caracterizar o estado da estrutura é através de ensaios de identificação modal. Estes ensaios permitem observar, por exemplo, qual o nível da rigidez da estrutura e se está de acordo com o projectado e realizado nos modelos. Permitem também uma monitorização constante dos elementos de forma a detectar problemas, através dos resultados obtidos continuamente, sem ser necessário interromper o seu uso.

Existem três tipos de ensaios experimentais de identificação modal: os ensaios de vibração forçada, os de vibração ambiental e os de resposta em regime livre. Estes métodos permitem identificar, a partir da resposta, um conjunto de características dinâmicas inerentes à estrutura, nomeadamente as suas frequências naturais, os coeficientes de amortecimento e as respectivas configurações modais. Como será referido na secção 3.2, a escolha entre os diversos tipos de ensaios recai sobre a tipologia da estrutura, o seu uso e possibilidade de ser interrompido, a gama de frequências esperadas da estrutura e a disponibilidade dos equipamentos

necessários. Normalmente, em estruturas de grande dimensão em Engenharia Civil, são utilizados os ensaios de medição da resposta a acções ambientais. Os equipamentos utilizados são acelerómetros, velocímetros e receptores GPS de forma a obter acelerações, velocidades ou deslocamentos, eventualmente sincronizados.

Finalizadas as medições, é necessário realizar análises de identificação modal aos resultados obtidos, de forma a retirar as características dinâmicas procuradas. Existem dois tipos de identificação, a determinística e a estocástica, que dependem essencialmente do tipo de análise experimental realizada, com ou sem controlo da vibração imposta. No presente caso, será tratada a análise estocástica devido à natureza da técnica experimental utilizada para o caso de estudo. Quer seja determinística ou estocástica, a análise é realizada através de ajustes de modelos matemáticos e de relações excitação/resposta. No caso da vibração ambiental, como são desconhecidas as características da vibração, admite-se que seguem um processo estocástico Gaussiano do tipo ruído branco (densidade espectral constante).

As técnicas de análise estocástica dividem-se em dois grandes grupos: análise no domínio da frequência e análise no domínio do tempo, as quais serão aprofundadas na secção 3.3.

Qualquer que seja a técnica usada para a identificação modal, torna-se necessário obter a correcta localização dos pontos onde colocar os equipamentos de medição. Esta definição pode ser realizada através da observação do modelo inicial da estrutura, mesmo antes de se encontrar actualizado. Daqui é também retirada a gama de frequências principais esperadas e procuradas, de forma a calibrar os equipamentos e aplicar filtros para melhorar os resultados da medição.

Através dos resultados obtidos após as técnicas de análise, a comparação visual das deformadas da estrutura ajuda rapidamente a uma fácil identificação da semelhança ou falta desta. De uma forma mais rigorosa, utilizam-se métodos especialmente desenvolvidos, como por exemplo o cálculo do coeficiente MAC (Modal Assurance Criterion), que define o nível de correlação entre os modos, entre 0 e 1. Quanto mais alto o coeficiente, maior a semelhança entre os modos comparados. Se o modelo se ajustar bem à estrutura, pode ser usado como base de análise, já que reproduz as características existentes nesta. Caso isto não aconteça e os coeficientes de correlação sejam muito baixos, é necessário realizar a actualização do modelo, de forma a ajustar as definições deste e aproximar o máximo possível à estrutura.

Antes de iniciar uma actualização automática através de algoritmos matemáticos, é normalmente realizado um ajustamento manual. Através do programa de elementos finitos, escolhem-se e variam-se os principais parâmetros que apresentam valores incertos dos elementos como, por exemplo, módulos de elasticidade ou valores de rigidez. Esta escolha depende muito da experiência do utilizador, já que a sua variação deverá conter um sentido físico. Esta variação

manual não é obrigatória, mas permite obter alguma sensibilidade no que diz respeito à importância de certos parâmetros para o comportamento global da estrutura. Por exemplo, a rigidez das vigas influencia principalmente os modos verticais, enquanto os pilares têm maior peso nos modos transversais. Esta actualização manual, ou estudo de sensibilidade, fornece também os limites extremos que os parâmetros podem tomar durante a fase automática.

Após os testes de sensibilidade, é realizada a actualização automática. Para isto, são utilizados algoritmos matemáticos que se baseiam em métodos de minimização de funções, como é o caso do método dos mínimos quadrados. Estes métodos têm como dados de entrada a escolha dos parâmetros e os respectivos limites, assim como a função objectivo a ser minimizada. Esta função pode ser definida, por exemplo, por uma equação de erro, que inclui as características que se pretendem analisar. Para o caso da identificação modal, será uma função que relaciona os erros das frequências e dos vectores das deformadas entre cada modo, como será referido no capítulo 4. Tratando-se da resolução de equações matemáticas, estes algoritmos podem encontrar como solução um mínimo local, sendo que, quantas mais variáveis forem colocadas, maior será a possibilidade de erro devido às várias combinações possíveis.

Finalizada a actualização automática, realiza-se um cálculo final dos coeficientes de correlação e dos erros em frequência de forma a verificar se houve melhoria. Se os resultados forem bons, isto significa que o modelo se encontra bem ajustado à estrutura, podendo ser utilizado para verificar a resposta a determinados carregamentos e/ou alterações estruturais.

## 1.2 Objectivos do trabalho

O principal objectivo do trabalho é aplicar as técnicas anteriores na actualização de um modelo de um passadiço. Parte do trabalho é relativo à campanha experimental, com a decisão das posições e configurações de transdutores de velocidade para a correcta detecção dos modos naturais da estrutura. Para isto, é realizado inicialmente um modelo de elementos finitos no programa SAP2000, que, além de ajudar na definição dos pontos principais, define a gama de frequências espectáveis da medição. Pretende-se assim obter a resposta a uma vibração ambiental e usar as técnicas EFDD e SSI-UPC para a obtenção das características dinâmicas da estrutura. Será realizada uma introdução a estas técnicas e à sua base teórica.

Numa primeira fase, pretende-se realizar uma introdução à técnica de validação e actualização de elementos finitos, a partir da caracterização dinâmica de estruturas. Será assim feita uma comparação directa entre os resultados obtidos da caracterização experimental e obtidos no modelo numérico. Realizadas as medições, são usadas técnicas de identificação modal para obter as principais características da estrutura, como as frequências, os amortecimentos e os vectores modais.

Posteriormente pretende-se fazer a actualização do modelo manualmente, através da realização de testes de sensibilidade. Estes testes permitem diminuir os limites de variação das características a actualizar. De seguida, é feita uma actualização automática através de um algoritmo, minimizando a função objectivo tendo em conta as variáveis escolhidas.

Os ensaios, modelos e resultados obtidos poderão servir de base para uma futura reabilitação do caso de estudo, assim como a implementação das técnicas noutras estruturas. Espera-se que, após as conclusões deste documento, o leitor compreenda a importância da realização de modelos de EF (elementos finitos) e mais ainda da sua actualização para uma identificação correcta da resposta da estrutura.

### **1.3 Organização da dissertação**

O presente trabalho é composto por seis capítulos, sendo este o primeiro, onde foi feita a abordagem geral ao tema de actualização de modelos de elementos finitos e da medição das características dinâmicas.

A actualização de modelos de EF é tratada mais ao pormenor no capítulo dois, com a ajuda de casos práticos onde esta foi aplicada.

Como a actualização depende das medições feitas à estrutura, o terceiro capítulo define as técnicas de identificação modal, experimentais e de análise. No primeiro caso, encontram-se as técnicas de vibração forçada, de vibração ambiental e de vibração livre. No caso das técnicas de análise, estas podem ser separadas em dois tipos, as de análise no domínio da frequência e no domínio do tempo.

No capítulo quatro é detalhado o processo de actualização automática pelo uso de um algoritmo de optimização. É também referido o programa de elementos finitos a usar, o SAP2000, e as rotinas de ligação criadas para automatizar o processo entre o algoritmo de optimização e o programa de análise.

A descrição da aplicação de todos os passos referidos é feito no capítulo cinco "Caso de estudo - PP3141". O passadiço começa por ser descrito em relação à sua localização e elementos estruturais, sendo de seguida apresentado o modelo em SAP e a sua análise modal. É também referida a campanha experimental realizada, com todas as definições necessárias para uma correcta medição, concluindo a secção com a análise das respectivas características dinâmicas. Finalmente é feita a actualização do modelo, primeiro manualmente e depois de forma automática, através do algoritmo de optimização.

No último capítulo, encontra-se um pequeno resumo e as conclusões retiradas ao longo deste estudo, referindo também trabalhos futuros a serem realizados.



## Capítulo 2

# Actualização do modelo de elementos finitos

A existência de programas de elementos finitos, cada vez mais fáceis de usar e com maior rapidez de cálculo, tem vindo a facilitar o projecto e construção de estruturas. Como nem sempre os modelos são válidos quando comparados com a resposta existente na realidade, torna-se necessário modificar estes modelos de forma a corresponderem de uma forma mais aproximada à realidade. Esta actualização passa pela modificação de certos parâmetros do modelo, sendo assim necessário validar os valores definidos. O termo de actualização de modelo de elementos finitos, também conhecido como *model updating*, é a sua correcção através do processamento dos registos da resposta dinâmica das estruturas através de campanhas experimentais [41].

Os modelos de EF têm como objectivo principal a simulação da resposta do sistema a certos acontecimentos como sismos, ventos e carregamentos não previstos, de forma a otimizar o projecto através da modificação de elementos e valores. Isto permite uma avaliação prévia, sem necessidade de construção de modelos físicos em escala, facilitando a observação das características do projecto. Este processo reduz o tempo despendido na análise do projecto, sendo que é o método mais utilizado hoje em dia para realizar análises das características da estrutura. No entanto, devido principalmente ao facto de os modelos serem sistemas discretos e conterem simplificações, a correlação entre os seus resultados e os obtidos experimentalmente pode ser muito baixa. Estes erros podem ser devidos tanto ao modelo, como à própria medição estrutural.

No caso dos modelos, existem três erros muito comuns que aumentam a falta de exactidão [41]:

- Erros no comportamento dos materiais - ocorrem normalmente quando existem poucas certezas nas equações governativas, nomeadamente quando se trabalha em regime não-linear;
- Erros nos parâmetros definidos - condições de fronteira mal definidas e pressupostos realizados para simplificação do modelo;

- Erros na ordem do modelo - define-se como ordem o número de graus de liberdade do sistema, que depende do nível de discretização.

Durante as medições experimentais podem também existir os seguintes problemas, resultando numa má definição dos parâmetros medidos:

- Sensibilidade do equipamento - o equipamento tem uma gama limite de frequências que pode não captar alguns modos importantes da estrutura medida. Alguns transdutores piezoelétricos podem ser sensíveis à temperatura e a campos magnéticos e acústicos. Problemas no nivelamento do equipamento ou falta de estabilidade podem influenciar as medições;
- Número de equipamentos - quanto maior o número de pontos a medir na estrutura, maior o número de equipamentos e/ou configurações necessárias. Isto pode levar a uma tentativa de simplificação e diminuição do número de pontos a medir, levando a uma falta de definição nos vectores modais;
- Erros na análise de resultados - em casos onde não é conhecido o tipo de vibrações impostas, como é o caso do ruído branco, podem existir erros na definição dos filtros.

Como referido anteriormente, um modelo de EF é um sistema discreto, composto por elementos e ligações que definem a sua massa, rigidez e parâmetros de amortecimento. A ordem do modelo (número de graus de liberdade) costuma ser maior do que o número de modos, sendo identificados modos locais dos elementos. Já o número de pontos de medição na estrutura é reduzido, havendo a necessidade de reduzir a dimensão dos vectores modais no modelo para igualar a dimensão dos vectores medidos.

Como os erros das medições podem ser minimizados facilmente, aumentando os cuidados na escolha dos equipamentos e no processamento de dados, as atenções são viradas para os erros de modelação. A actualização e validação dos modelos serão então baseadas nos resultados dinâmicos, identificados na estrutura quando sujeita a vibrações impostas, ambientais ou livres.

Trabalhos sobre identificação modal e actualização de modelos começaram a ser publicados no início dos anos 70. Alguns exemplos são os trabalhos de Gersch [27], Hart e Yao [29], Ibanez [31, 32] e Pilkey e Cohen [48]. Todos estes trabalhos são ainda actuais, sendo que as técnicas utilizadas são as mesmas que se usam em trabalhos mais recentes, como por exemplo a decomposição em valores singulares (SVD). Estas técnicas de identificação modal são referidas em mais detalhe no capítulo 3.

Em 1974, Collins *et al* [17] começaram a ajustar os modelos através de procedimentos estatísticos, marcando o início das técnicas iterativas, nas quais são usadas técnicas de optimização matemática. Destacam-se também os trabalhos de Friswell [25] e Nalitoela *et al* [42, 43].

Entre 1968 e 1976, Fox e Kappor [24], Collins e Thomson [18] e Nelson [44] propõem técnicas de cálculo da sensibilidade dos valores e vectores próprios a partir de parâmetros estruturais.

Powell propôs, em 1964 [49], um método de optimização não-linear, sem restrições, com o objectivo de minimizar uma função quadrática. Em 1995, Friswell e Mottershead [26] apresentam uma alternativa ao processo de ajuste através da minimização de uma dada função objectivo. Este método relaciona a expressão de dados modais em relação aos parâmetros desconhecidos através da série de Taylor truncada, resolvendo o sistema linear através do método de mínimos quadrados [6].

No âmbito de teses de mestrado e doutoramento, livros e artigos, o método de actualização de modelos de EF já foi aplicado inúmeras vezes. A maioria dos trabalhos realiza a actualização através de métodos manuais, num sistema de tentativa e erro, calculando o erro relativo entre frequências e o coeficiente MAC definido na página 21. De seguida são apresentados alguns trabalhos no âmbito deste tema.

## 2.1 Aplicações da actualização de modelos

No artigo de 2009 de Ghada Saudi *et al* [54], foram realizadas medições na bancada Este do estádio Elland Road no Reino Unido. A bancada é constituída por vigas metálicas espaçadas de 7 metros ao longo de 110 metros onde se apoiam os patamares em betão. A cobertura é composta por uma estrutura treliçada, suportada directamente por vigas principais. Na figura 2.1 pode ser observada a bancada, assim como os principais modos obtidos pelo programa de elementos finitos ANSYS.

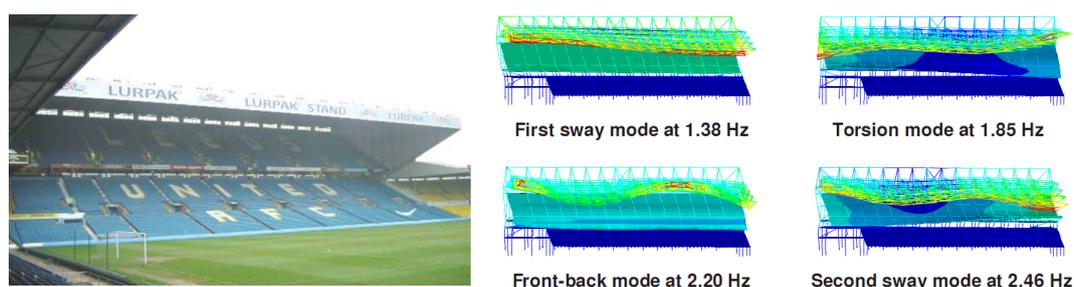


Figura 2.1: Estádio Elland Road e respectivo modelo de EF [54]

As medições foram feitas através de acelerómetros triaxiais, num total de 20 pontos ao longo dos dois níveis da bancada, quando sujeita a uma vibração ambiental. A análise dos dados foi realizada através das técnicas EFDD e SSI-CVA. As frequências obtidas pela medição variaram entre 1.06 e 3.10 Hz nos oito primeiros modos.

Quando os resultados do modelo e das medições foram comparados, observou-se que o modelo tinha uma rigidez menor do que na realidade, possivelmente pela falta de elementos não estruturais na estrutura, na cobertura e no topo do nível inferior da bancada. Foram também adicionados os revestimentos através de elementos de laje. O módulo de elasticidade de algumas paredes foi também importante nos modos de torção, assim como o do aço para todos os modos. Introduzindo estas variações, conseguiu-se obter um erro final entre 0.75 e 1.66% com um coeficiente MAC entre 0.79 e 0.85.

No artigo de Shabbir e Omenzetter [60], foi realizada a actualização de uma ponte atirantada de 60 metros de comprimento, com um pilar em formato de “A” ao centro onde os 12 cabos pré-tensionados são ligados. O tabuleiro é composto por um caixão em aço onde assenta uma laje de betão. O perfil da estrutura pode ser observado na figura 2.2.



Figura 2.2: Ponte pedonal atirantada [60]

Neste caso, devido à existência dos cabos de apoio, foi realizada inicialmente uma análise não-linear no SAP2000, onde os cabos foram representados por elementos de catenária fornecidos pelo programa. De seguida foi realizada uma análise linear para obter as frequências naturais e respectivos modos. Segundo Abdel-Ghaffar e Khalifa [1], uma análise linear que tenha como matriz de rigidez a obtida na análise não-linear no caso de estruturas atirantadas, simplifica o estudo e dá resultados precisos. As frequências obtidas para os primeiros sete modos naturais variam entre 1.60 e 7.14 Hz.

Para a parte experimental, foram usados 15 acelerómetros uniaxiais com uma frequência de amostragem de 200 Hz. A técnica usada foi a de vibração forçada, através de três agitadores sincronizados que produziram uma excitação sinusoidal com uma gama de frequências entre 1 e 15 Hz. Posteriormente foram obtidas as características dinâmicas através da técnica SSI. As frequências variaram entre 1.63 e 7.42 Hz, resultando num erro médio de 3.93%.

Para este trabalho foram utilizados três diferentes algoritmos de optimização,

PSO (*Particle Swarm Optimization*), GAs (*Genetic Algorithms*) e SA (*Simulated Annealing*). Estes métodos encontram-se descritos nos trabalhos de Kennedy [36], Holland [30] e Kirkpatrick [37], respectivamente.

As variáveis escolhidas para serem actualizadas foram a rigidez do pilar e do tabuleiro, assim como a massa deste último. Foram realizados inicialmente alguns testes de sensibilidade com os valores de frequência, de forma a perceber de que forma é que estas variáveis influenciavam os modos de vibração.

Após a definição dos valores limite das variáveis, os algoritmos foram corridos, minimizando uma dada função objectivo. As médias dos erros finais entre o modelo actualizado e as medições foram 0.13, 0.35 e 0.43% para os respectivos algoritmos.

## 2.2 Aplicações em Portugal

De seguida apresentam-se dois exemplos de estruturas em Portugal, nas quais foi realizada a actualização do modelo por intermédio dos resultados das campanhas experimentais.

No artigo publicado por Elsa Caetano e Álvaro Cunha [14], foi realizada a identificação modal e actualização do modelo da ponte pedonal inserida na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. A estrutura pode ser observada na figura 2.3.



Figura 2.3: Ponte pedonal [14]

O passadiço é composto por um tabuleiro pré-esforçado, assente em três pilares de forma contínua, realizando um formato em catenária nos dois vãos. Foi realizado um modelo em 2D da estrutura, com os carregamentos e tensões de projecto. No entanto, a deformada final da estrutura não foi a obtida pelas medições, tendo sido necessário ajustar a tensão nos cabos.

Para obter as características modais da estrutura, esta foi sujeita a uma vibração ambiental, tendo sido medidos 20 pontos ao longo do tabuleiro com quatro sismógrafos. As frequências principais medidas variam entre 0.990 e 8.262 Hz. Comparando estes valores com o modelo realizado inicialmente, resultaram erros entre 10.56 e 17.57%.

Para realizar a actualização do modelo de forma manual, foi considerada a espessura do tabuleiro medida (em vez da espessura de projecto), foi feita uma libertação parcial entre os elementos do tabuleiro e a secção destes foi reduzida para 50% do valor de projecto. Estas modificações resultaram em erros entre as medições e o modelo entre 0.24 e 11.16%, verificando-se um claro aperfeiçoamento do modelo na maioria dos modos.

Um outro caso é o da ponte ferroviária de São Lourenço [51]. Neste caso, o estudo é de maior importância, já que este tipo de estruturas se encontra sujeita a cargas móveis de elevada intensidade, sofrendo efeitos dinâmicos significativos.

A ponte é formada por dois meios tabuleiros com 42 m de extensão, sobre o qual estão dispostas as vias de circulação ferroviária. Os tabuleiros encontram-se assentes em encontros através de aparelhos do tipo *pot bearing*, e suspensos lateralmente por um conjunto metálico formado por dois arcos e pendurais. A vista geral da ponte pode ser observada na figura 2.4.



Figura 2.4: Ponte ferroviária de São Lourenço [51]

A ponte foi modelada em 3D com todos os elementos e materiais definidos em projecto. Apenas o valor do módulo de elasticidade do betão foi corrigido inicialmente de modo a ter em conta a sua idade à data da realização da campanha experimental. As massas dos elementos não estruturais como a via, as guardas laterais e as tampas foram calculadas à parte e adicionadas à malha estrutural como massas localizadas.

Para os ensaios de vibração ambiental foram utilizados dois sismógrafos triaxiais, medindo no total 22 pontos ao longo dos eixos das vigas principais do tabuleiro. As frequências obtidas nos três primeiros modos globais variam entre 4.49 e 9.96 Hz. Comparando estes valores com os numéricos, verificaram-se erros entre 0 e

22%.

Para realizar a actualização do modelo, os autores começaram por investigar a influência do módulo de elasticidade do betão e da massa do tabuleiro. No entanto, a variação destes elementos não alterou de forma significativa os resultados. Assim, analisou-se o efeito derivado da existência de balastro entre o tabuleiro e os carris, que possibilita a transmissão de tensões de corte entre os dois elementos. Adicionando o modelo da via através de elementos do tipo *frame* com 5 metros de largura e ligando depois esses elementos ao tabuleiro através de molas, reduziram-se os erros em relação aos valores experimentais para 1 a 8%.

## 2.3 Considerações finais

A modelação em programas de elementos finitos é de grande utilidade, pois permite simular a resposta da estrutura sem a necessidade de esta existir fisicamente. Isto reduz futuros problemas derivados de erros de projecto e ajuda a encontrar novas soluções para uma dada estrutura, reduzindo, por exemplo, o seu peso ou volume de materiais. Por outro lado, ajuda também a aplicar sistemas de reforço estrutural quando o modelo é representativo da estrutura existente.

No entanto, devido a possíveis erros de modelação referidos no início deste capítulo, nem sempre a resposta do modelo é directamente comparável à resposta estrutural. Para isso torna-se necessário realizar a sua actualização, de forma a garantir que a resposta que se observa analiticamente é a que ocorre na realidade.

Para realizar esta actualização, realizam-se várias medições na estrutura de forma a obter as suas características dinâmicas, isto é, as suas frequências, coeficientes de amortecimento e vectores modais. Estes valores permitem uma comparação directa com os resultados do modelo, sendo este adaptado para se aproximar das medições.

Tal como foram referidos os principais problemas na modelação, também as medições podem conter erros. Os principais problemas encontram-se associados à escolha, localização e colocação dos equipamentos de medição, sendo facilmente ultrapassados com alguma prática e experiência.

Os programas de elementos finitos definem a estrutura através da sua massa, rigidez e amortecimento. Assim, perante a necessidade de actualizar o modelo, são estes os factores a variar para aproximar resultados. Como se verificou nos exemplos apresentados ao longo deste capítulo, as modificações realizadas para minimizar os erros foram, de uma maneira geral, efectuadas nos valores de módulo de elasticidade do material (rigidez), na adição de molas (rigidez) e na modificação dos elementos (massa e rigidez). A actualização dos modelos diminuiu os erros em média de 15% para 5%, melhorando significativamente a correlação entre os modelos.

Para realizar a comparação entre o modelo e as medições, para além de avaliar o erro relativo entre as frequências, deve ser realizada uma validação também em relação aos vectores modais. Esta validação pode ser feita visualmente ou através da matriz MAC, definida no capítulo 3.

## Capítulo 3

# Identificação modal

### 3.1 Generalidades

Com o crescimento da dimensão das estruturas de Engenharia Civil verificado nos últimos tempos, houve a necessidade de criar melhores modelos numéricos para o dimensionamento e a análise dos projectos. Assim, aliado ao progresso tecnológico e informático, foram criadas ferramentas de análise que permitem, de uma forma simples, uma boa aproximação à realidade da simulação do comportamento de uma estrutura. Estas ferramentas são de grande utilidade quando se fala de desenho e dimensionamento de projectos.

No entanto, os modelos numéricos nem sempre são fidedignos em relação à resposta estrutural existente. Com a constante degradação das estruturas e a difícil identificação visual dos problemas, tornou-se necessário realizar a calibração e validação dos modelos. Isto levou a que os engenheiros estruturais começassem a desenvolver técnicas de identificação modal de forma a obter as características inerentes à estrutura [19].

Antes de serem usadas em Engenharia Civil, estas técnicas de detecção das características de um determinado elemento, eram já aplicadas em várias áreas da engenharia, como a mecânica ou a eléctrica [40, 46], tendo sido por isso facilmente adaptada à identificação das propriedades de estruturas. A técnica utilizada nestes casos é a de vibração forçada (*Input-Output*), onde são aplicadas forças externas no elemento de forma a obter a sua resposta. No entanto, a excitação controlada de uma estrutura de grandes dimensões não é fácil de realizar, sendo por isso, nestes casos, aplicada uma outra técnica onde são usadas as excitações ambientais como o vento ou o tráfego, denominada de vibração ambiental (*Output-Only*). Para além destas, existe também a análise em vibração livre onde a vibração é provocada pela libertação súbita de uma carga estática, não sendo aplicada qualquer força, e a mista, uma combinação entre as várias técnicas.

Após os ensaios de medição, são aplicadas técnicas de identificação

determinística<sup>1</sup> ou estocástica<sup>2</sup>, dependendo do tipo de técnica experimental utilizada. No entanto, como no referido trabalho será utilizada a técnica de vibração ambiental, na qual não se conhece a excitação, a identificação será estocástica. Esta divide-se em dois grandes tipos, a análise no domínio da frequência e no domínio do tempo. No primeiro caso, é feita a análise das funções de densidade espectral da resposta do sistema pela determinação das transformadas discretas de Fourier (DFT). Este método foi inicialmente utilizado por Welch em 1967 [67]. Alguns trabalhos de interesse no tema são os de Bendat e Piersol [8, 9], Caetano [13], Carvalhal *et al* [16] e Rodrigues [52]. Ao longo do presente capítulo são apresentadas as principais técnicas, a BFD, a FDD e a EFDD, sendo que as duas últimas são derivadas da primeira. A técnica EFDD será a utilizada na identificação modal do caso de estudo deste trabalho, encontrando-se implementada no programa ARTeMIS.

A análise no domínio do tempo ajusta modelos de funções aos resultados das medições, a partir do qual a análise é realizada. Esta análise não será aprofundada pois não será a base deste trabalho. No entanto, será feita uma comparação entre o método EFDD e o SSI-UPC, encontrando-se também este último implementado no programa de análise modal. Para uma maior compreensão dos métodos de análise no tempo, recomenda-se a leitura dos trabalhos de Asmussen [7], Brincker *et al* [11], Carvalhal *et al* [16], Peeters [47] e Rodrigues [52].

## 3.2 Técnicas experimentais

### 3.2.1 Ensaios de vibração forçada

Como referido anteriormente, os ensaios de vibração forçada baseiam-se na aplicação de uma força controlada, com dimensão definida ou identificável, a partir da qual são obtidas as chamadas Funções de Resposta em Frequência (FRF). Estas funções relacionam directamente a carga aplicada e a respectiva resposta estrutural ao longo de vários pontos da estrutura, permitindo obter as suas características dinâmicas através de métodos de análise.

Para pequenas e médias estruturas, a aplicação da força pode ser feita através de um martelo, um excitador (pontes), um agitador electrodinâmico ou um vibrador de massa excêntrica. Por outro lado, para estruturas de grande porte, a excitação controlada necessita de equipamento especializado e de grandes dimensões, como por exemplo os vibradores de massa excêntrica ou um agitador electro-hidráulico [19] como o da figura 3.1.

A medição da resposta dinâmica é feita através de transdutores de acelerações

---

<sup>1</sup>Análise determinística é o cálculo através de dados aleatórios em que o fenómeno de entrada é conhecido e determinado.

<sup>2</sup>Na análise estocástica, os dados aleatórios são obtidos por acções desconhecidas ou indefinidas.



Figura 3.1: Excitador hidráulico numa ponte rodoviária em Plymouth [21]

ou velocidades, devido às suas reduzidas dimensões e facilidade de transporte, ao seu baixo custo e alta sensibilidade. Estes sensores são acompanhados por amplificadores e filtros, de forma a obter melhores resultados em baixas frequências, assim como programas para a recolha e armazenamento dos resultados, convertendo o sinal analógico para digital. Estes dados passam depois por uma análise e processamento de forma a minimizar os erros.

### 3.2.2 Ensaios de vibração livre

Ao contrário dos ensaios de vibração forçada que excitam a estrutura através de forças impostas, os de vibração livre recorrem a impulsos obtidos pela libertação súbita de uma massa suspensa, ou por corte de uma barra traccionada [15]. O objectivo é induzir uma resposta mensurável na estrutura de modo a caracterizar o seu comportamento dinâmico.

Na grande generalidade das estruturas de Engenharia Civil, a identificação modal através de ensaios de vibração ambiente permite ter um maior rigor na identificação das frequências naturais. Por outro lado, quando o objectivo é obter os coeficientes de amortecimento modais, é preferível a vibração livre.

Este método foi, por exemplo, aplicado à ponte Vasco da Gama, em Lisboa [20]. Neste caso procurava-se conhecer o amortecimento associado ao primeiro modo de torção, com frequência igual a 0.47 Hz. Para isso mediu-se a resposta dinâmica pela suspensão de uma barca com uma massa de 60 toneladas em tirantes Dywidag, os quais foram depois cortados de forma súbita, como pode ser observado na figura 3.2. Esta acção provocou uma oscilação com uma amplitude máxima de 25 mm no ponto de suspensão da carga, que perdurou por cerca de 8 minutos. A partir dos resultados obtidos, obteve-se um amortecimento muito baixo, igual a 0.24%.



Figura 3.2: Ensaio de vibração livre [20]

### 3.2.3 Ensaios de vibração ambiental

Tendo em conta que a grande maioria das estruturas em Engenharia Civil são de grandes dimensões, a excitação controlada e com energia suficiente para obter os modos dinâmicos mais importantes é difícil de aplicar. Aliando este facto à grande gama de baixas frequências a detectar, conclui-se que os excitadores específicos para cada estrutura raramente se encontram disponíveis nos laboratórios de análise dinâmica [19].

Como na técnica de vibração forçada, a resposta à vibração ambiental é também medida através de sensores como acelerómetros ou velocímetros. Com o avanço tecnológico na área dos conversores analógicos para digitais, aumentou a precisão para os baixos níveis de resposta obtidos na estrutura quando sujeita a excitações ambientais. Isto permitiu que as medições fossem feitas de uma forma mais simples, sem necessidade de mecanismos de grande dimensão para impor a excitação e sem interromper o uso da estrutura. A técnica permite também o controlo estrutural contínuo da estrutura, permitindo uma monitorização em tempo real, e detectar problemas antecipadamente. Recentemente, a maior parte das pontes de grandes dimensões têm algum tipo de monitorização estrutural, por exemplo a ponte de Rion-Antirion [38] na Grécia, devido às grandes forças ambientais a que encontram expostas e à sua importância.

O método baseia-se nas medições da estrutura quando esta é exposta a uma vibração ambiental, querendo isto dizer que se encontra sujeita a vários tipos de excitações e uma larga gama de frequências. Devido à dificuldade de caracterização da vibração, o método assume que a excitação é realizada por um

ruído branco Gaussiano.

Para realizar as medições dos ensaios de vibração ambiental, são utilizados um ou mais equipamentos, colocados ao longo da estrutura, de forma a obter resultados em várias posições. Dependendo do número disponível de sensores, pode ser necessário considerar várias configurações de forma a medir todos os pontos necessários para caracterizar o melhor possível os principais modos de vibração. Durante a medição, os resultados são transmitidos para um elemento de armazenamento que contém um conversor A/D (converte dados analógicos para digitais), sendo depois analisados num programa de processamento para serem obtidas as características dinâmicas da estrutura em causa.

Este método será usado neste trabalho.

### 3.3 Técnicas de análise

Para realizar o pós-processamento dos resultados obtidos pelos ensaios de vibração ambiental, existem vários métodos de identificação modal. Estes podem ser divididos em dois grupos principais: análise no domínio da frequência (não-paramétricos) e no domínio do tempo (paramétricos).

#### 3.3.1 Análise no domínio da frequência

A técnica de análise no domínio da frequência analisa e relaciona as séries de resposta medidas em diferentes pontos do sistema. Tem por base a sua transformação para o domínio da frequência através de um algoritmo FFT (Fast Fourier Transform), sendo assim um método não paramétrico [52].

Para uma aplicação correcta destes métodos é preciso ter em conta vários pressupostos:

- a excitação pode ser definida como sendo um ruído branco;
- o amortecimento da estrutura é baixo;
- os modos de vibração com frequências próximas são ortogonais.

Para avaliar as funções de densidade espectral das respostas dos sistemas estruturais medidas, é necessário determinar as transformadas discretas de Fourier (DFT) dos sinais de resposta. Uma forma eficiente de definir a DFT é através do algoritmo da FFT. Antes deste cálculo devem ser aplicadas janelas de processamento do sinal aos sinais de resposta, de forma a reduzir os efeitos de escorregamento<sup>3</sup> (*leakage*). No caso de sinais de tipo aleatório, como é o caso

<sup>3</sup>Os efeitos de escorregamento são devidos à limitação finita do tempo de medição da resposta. As funções FFT produzem um sinal periódico a partir do sinal observado, realizando a sua repetição. A amplitude diferente entre o início e fim do sinal, levam a uma sobreposição incorrecta e aumento dos efeitos de escorregamento.

da resposta registada em ensaios de vibração ambiental, aplica-se normalmente a janela de *Hanning* [12].

### **BFD**

O método básico no domínio da frequência (BFD) é denominado também por método de selecção de picos, pois as frequências naturais de vibração do sistema são observadas como picos nas funções de densidade espectral da resposta do sistema.

As frequências onde ocorrem os picos devem corresponder a modos naturais de vibração. No entanto, é necessário confirmá-lo, tendo em conta as funções de coerência entre os registos de resposta obtidos nos diferentes pontos instrumentados, e também as configurações modais correspondentes a essas frequências [52]. Chama-se a atenção que, caso as acções ambientais fossem exactamente um ruído branco perfeito, como foi assumido anteriormente, os picos de ressonância corresponderiam de certeza a modos naturais do sistema.

O método permite também estimar os coeficientes de amortecimento através de técnicas apropriadas. De reparar que, para níveis de vibração de pequena amplitude, verifica-se que os coeficientes de amortecimento são dependentes desta e podem também variar em função da temperatura [66].

### **FDD**

O método de decomposição no domínio da frequência (FDD) tem como base as mesmas técnicas que o método BFD pois também utiliza as estimativas das funções de densidade espectral de resposta [52]. De seguida aplica algoritmos de decomposição em valores próprios ou valores singulares (SVD).

Na aplicação do algoritmo de decomposição, as funções de densidade espectral são decompostas em sistemas de um grau de liberdade, onde cada um corresponde a um modo de vibração.

O método pode ser reduzido a quatro passos principais de análise:

1. avaliação das funções de densidade espectral da resposta;
2. decomposição da matriz das funções de densidade espectral em valores singulares;
3. análise dos espectros SVD para escolha dos picos de ressonância (e correspondentes modos de vibração);
4. avaliação dos modos segundo cada grau de liberdade através dos vectores singulares.

### EFDD

O método aperfeiçoado de decomposição no domínio da frequência tem como uma primeira fase todos os passos usados no método FDD. De seguida é realizada a identificação, nos espectros SVD, das funções de densidade espectral de sistemas de um grau de liberdade correspondentes aos modos de vibração identificados anteriormente.

Para as identificar, tem-se em conta a relação entre o vector singular num pico de ressonância e os vectores singulares nas frequências mais próximas ao pico, sendo esta relação quantificada pelo coeficiente MAC [4], cuja equação se apresenta em (3.1).

$$MAC = \frac{(\Phi_i^T \bar{\Phi}_i)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)(\bar{\Phi}_i^T \bar{\Phi}_i)} \quad (3.1)$$

onde  $\Phi_i$  e  $\bar{\Phi}_i$  são vectores modais a serem comparados.

A equação MAC torna-se muito útil quando é necessário saber qual a correlação entre dois modos em questão das deformadas, isto é, pelos vectores singulares. Quando o valor obtido é 1, existe uma correlação perfeita entre os modos comparados. Se, pelo contrário, o valor for igual a 0, os modos são ortogonais.

Este método será usado na obtenção das características dinâmicas do presente trabalho. Encontra-se implementado no programa ARTeMIS, que será utilizado para fazer a identificação modal da estrutura.

### 3.3.2 Análise no domínio do tempo

A técnica de análise no domínio no tempo é um método paramétrico, que consiste no ajuste de modelos a dois tipos de dados de base [52]:

- ajuste às próprias séries temporais de resposta;
- ajuste às estimativas das funções de correlação da resposta dos sistemas estruturais.

Existem vários tipos de modelos que se consideram adequados para representar o comportamento dinâmico de um sistema, sendo que os parâmetros de cada um são avaliados através de técnicas de ajuste para se adaptarem o melhor possível aos resultados das medições. Finalizado o ajuste, a identificação modal é realizada através da avaliação das características dinâmicas do modelo.

Como o presente trabalho irá trabalhar com o método EFDD como técnica de análise, as técnicas no domínio do tempo não serão aprofundadas. No entanto, para realizar uma verificação dos resultados desta técnica, será usada a SSI (*Stochastic Subspace Decomposition*) [3, 5, 47, 52] na variante UPC (*Unweighted Principal Components*). O método encontra-se implementado no programa ARTeMIS.

### 3.4 Considerações finais

No presente capítulo foram abordadas as técnicas experimentais e as principais técnicas de análise para processamento dos dados obtidos.

As técnicas experimentais podem ser divididas em ensaios de vibração forçada, de vibração livre e de vibração ambiental, sendo esta última a mais utilizada para análise dinâmica de estruturas de Engenharia Civil. Esta técnica permite a medição sem necessidade de instrumentação de grandes dimensões ou de interrupção do funcionamento da estrutura, pois recorre às excitações impostas pelo ambiente como o vento ou o tráfego. Devido a estas características, existe a possibilidade de implementar mecanismos de medição contínua de forma a monitorizar a estrutura em tempo real, ajudando a detectar possíveis problemas estruturais.

Foram também referidas técnicas de análise, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo.

Em relação aos métodos no domínio da frequência existem o BFD, FDD e EFDD, dos quais só o último será utilizado na análise do caso de estudo do presente trabalho. O método FDD baseia-se nas mesmas informações do BFD, isto é, as estimativas das funções de densidade espectral da resposta calculadas a partir do algoritmo FFT. No entanto, é também realizada a decomposição em valores singulares da resposta dos sistemas nas contribuições de sistemas independentes de um grau de liberdade, correspondendo cada um a um modo de vibração natural.

O método a ser usado no trabalho, o EFDD, é um aperfeiçoamento do método FDD. Neste caso, para além da escolha dos picos dos espectros de SVD, define-se a zona que corresponde a um dado modo de vibração através da aplicação da matriz de correlação MAC. São também calculados os coeficientes de amortecimento e frequências através da aplicação do algoritmo IFFT, assim como os modos definidos pelos vectores singulares.

Nos métodos no domínio do tempo, foram referidos vários exemplos de técnicas de análise, que se dividem em dois grupos. Será utilizada a técnica SSI, na vertente UPC, para cálculo das características dinâmicas e comparação destas com os resultados obtidos pelo método EFDD. A comparação entre as duas técnicas é feita através do coeficiente MAC na qual se observa o nível de correlação entre os vectores modais.

## Capítulo 4

# Automatização da actualização de modelos de EF

### 4.1 Generalidades

Com a evolução dos programas de análise estrutural e dos respectivos modelos de elementos finitos, a aproximação às características reais das estruturas também tem melhorado. No entanto, devido às simplificações e certas definições no modelo, nem sempre a aproximação é suficiente para definir o comportamento real. Isto aliado à natural degradação e deformação da estrutura e possíveis erros existentes na construção, torna possível a existência de discrepâncias entre os valores simulados e os existentes.

A actualização de um modelo é pois a modificação de certos valores inseridos, como por exemplo módulos de elasticidade ou valores geométricos, de forma a diminuir o erro existente entre a simulação e o comportamento real da estrutura. Estas alterações podem ser feitas à mão, por intermédio de iterações, variando os principais elementos associados a um certo modo, para que as frequências se aproximem das medidas. No entanto, devido ao grande volume de variáveis com as quais se pode trabalhar, torna-se necessário que o utilizador tenha alguma sensibilidade na escolha dos parâmetros a actualizar.

Para simplificar este trabalho, existem algoritmos de optimização que fazem a comparação entre os resultados experimentais e os do modelo, variando automaticamente os valores escolhidos a actualizar e minimizando assim uma dada função objectivo. No entanto, para escolher os parâmetros a actualizar e verificar de que forma estes influenciam certos modos de vibração, são normalmente realizados testes manuais. Estes testes ajudam o utilizador a ganhar sensibilidade em relação aos parâmetros e ajudam a reduzir os limites de variação, acabando também por funcionar como uma actualização manual. Note-se que, quanto maior o número de variáveis, maior se torna o tempo necessário para o algoritmo resolver o problema e mais erros podem aparecer devido ao elevado número de combinações e mínimos locais existentes. Por outro lado, quanto menor o número de variáveis, menos rigorosa se torna a optimização.

Os algoritmos baseiam-se em equações matemáticas, programadas de forma a resolver um problema de optimização. No seu caso mais simples, este problema consiste em encontrar o máximo ou mínimo de uma dada função, através de um ciclo onde são impostas certas restrições e limites. Esta função denomina-se de função objectivo e depende do tipo de problema a ser resolvido. No entanto, ao utilizar estes algoritmos, podem ser encontrados mínimos ou máximos locais como solução optimizada. Assim, é preciso ter cuidado nas condições iniciais impostas, pois as soluções locais dependem da região em torno do valor inicial.

Existem vários tipos de algoritmos que dependem principalmente do tipo de valores a optimizar. Por exemplo, a programação linear é aplicada a casos em que a função objectivo é linear e as condições de fronteira são definidas por igualdades e desigualdades lineares [39]. A programação de inteiros é usada quando algumas ou todas as variáveis são forçadas a serem sempre inteiras [59]. A programação estocástica é aplicada em casos em que as restrições ou parâmetros dependem de variáveis aleatórias [10]. Para o presente caso será usada a programação quadrática, que permite que a função objectivo seja escrita em termos quadráticos, sendo as restrições especificadas por igualdades lineares.

O problema a estudar é o de optimização de modelos de elementos finitos, utilizando os resultados da identificação modal. Neste caso, a função objectivo encontra-se definida em função dos valores modais identificados na estrutura e calculados no modelo. No presente trabalho, esta função foi definida de acordo com a equação (4.1).

$$J = \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \frac{\omega_i - \bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_i} \right)^2 - \log \left[ \frac{(\Phi_i^T \bar{\Phi}_i)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)(\bar{\Phi}_i^T \bar{\Phi}_i)} \right] \right\} \quad (4.1)$$

onde  $\omega_i$ ,  $\bar{\omega}_i$ ,  $\Phi_i$  e  $\bar{\Phi}_i$  são respectivamente as frequências e os vectores modais da estrutura a serem comparados. Observa-se que, quando os valores simulados se encontram próximos dos reais (tanto em frequência como em vectores modais), a função objectivo (4.1) tende para zero.

## 4.2 Algoritmo de optimização

O algoritmo de optimização escolhido é o NLPQL [57] elaborado por K. Schittkowski, da Universidade de Bayreuth, Alemanha. A versão usada para o presente trabalho é a 2.3, elaborada em Abril de 1987 e escrita em linguagem Fortran 77.

Este algoritmo permite a resolução de problemas quadráticos, do tipo (4.2).

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & F(X) \\
\text{Sujeito a} & G(K, X) = 0, \quad K = 1, \dots, ME \\
& G(K, X) \geq 0, \quad K = ME + 1, \dots, M \\
& XU \geq X \geq XL
\end{array} \quad (4.2)$$

onde  $F$  é a função objectivo,  $G$  o valor da restrição activa,  $X$  o valor da variável a cada iteração que pode variar entre  $XU$  (*Upper bound*) e  $XL$  (*Lower bound*),  $ME$  o número de igualdades e  $M$  o número total de restrições. O método de optimização gera uma sequência de problemas a serem resolvidos sucessivamente, sendo este algoritmo também chamado de programação sequencial quadrática (SQP) [57].

A aplicação do algoritmo é determinada por dois pressupostos iniciais enumerados de seguida.

- As funções do problema podem ser diferenciadas de forma contínua dentro dos limites impostos à variável  $X$ ;
- O problema deve ter variáveis suficientes para a optimização ser bem sucedida. Quanto maior o número de parâmetros, maior será o número de iterações, o tempo necessário e os erros obtidos, devido ao maior número de combinações possíveis que optimizam o modelo.

As bases teóricas, alguns testes, resultados e verificação de eficácia em relação a outros códigos de programação, podem ser consultados em vários trabalhos realizados por K. Schittkowski [55, 57, 58]. O uso detalhado do algoritmo encontra-se descrito no guia do usuário [56].

O algoritmo tem um código base ajustável ao problema do utilizador, que deve definir a dimensão do problema, o número de variáveis assim como os seus valores iniciais e respectivos limites, a função objectivo e as suas derivadas parciais em relação a cada variável de optimização.

No presente trabalho, não existe uma expressão analítica para a função objectivo e as suas derivadas parciais. Os valores da função objectivo são calculados com base nos resultados do programa de EF. Para o cálculo das suas derivadas parciais é aplicado o método de diferenças finitas, realizando gradientes de variação nos parâmetros.

Ao longo do algoritmo, as variáveis são afectadas por pesos denominados de  $X(i)$ , sendo  $i$  o número da variável a ser afectada. Estes pesos variam em torno da unidade e dentro dos limites impostos pelo utilizador.

A rotina principal é a NLPQL0, a qual recorre a duas rotinas secundárias denominadas de NLFUNC e NLGRAD, cada uma composta por várias sub-rotinas.

Para correr todos os passos anteriores, são então utilizadas várias rotinas que permitem resolver a função objectivo, realizar a variação dos valores e correr e retirar valores do modelo a cada iteração. Na figura 4.1 pode ser observado o optimizador NLPQL desconstruído nos seus principais elementos.

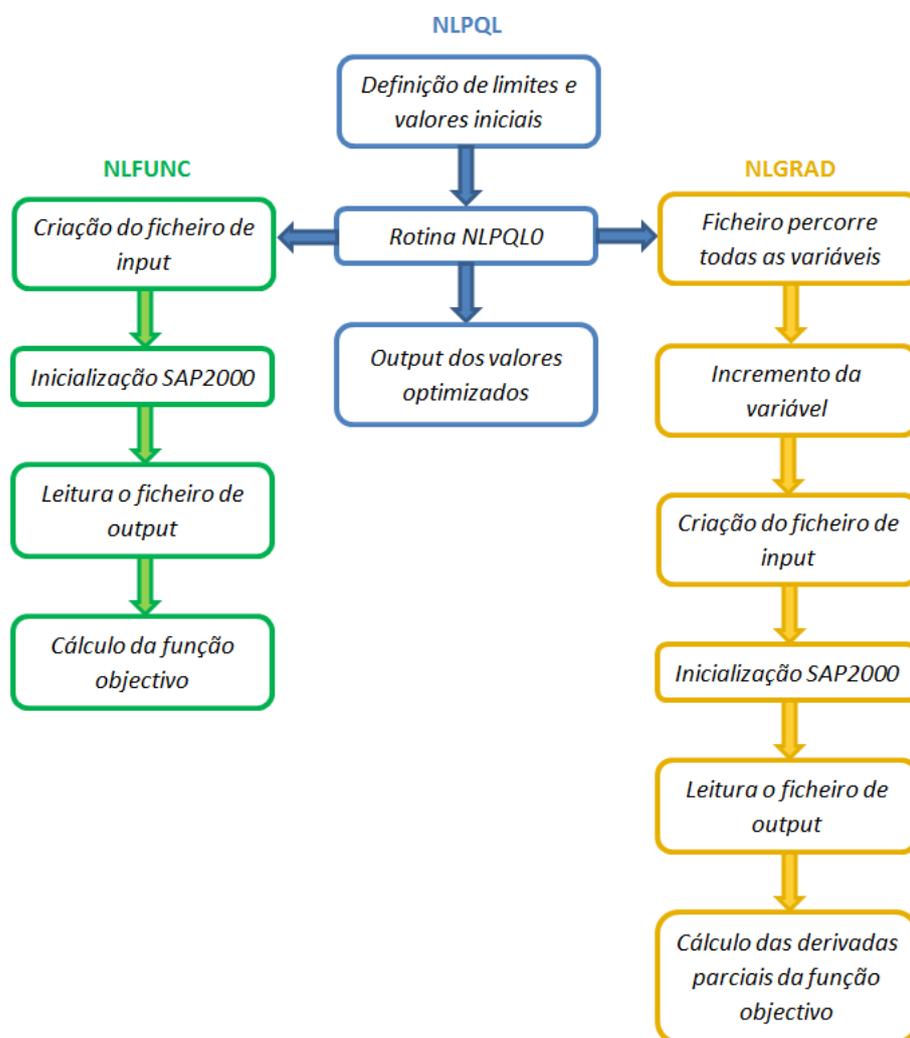


Figura 4.1: Algoritmo de optimização NLPQL

A rotina NLFUNC cria o ficheiro de texto com as características da estrutura e corre este ficheiro no programa SAP2000. O ficheiro tem também as definições necessárias para o programa salvar automaticamente os resultados da análise modal. Corrido o modelo, a rotina lê os resultados guardados do modelo e os valores medidos experimentalmente. De seguida calcula a função objectivo ( $J$ ).

A rotina NLGRAD calcula as derivadas parciais da função objectivo por diferenças finitas. Através de um ciclo que percorre todas as variáveis, a rotina realiza o incremento  $\delta$  a um parâmetro de cada vez<sup>1</sup> e de seguida cria o ficheiro de texto da

<sup>1</sup>O incremento de cada variável  $X(i)$  é dado por  $\delta = 1 \times 10^{-4} \times X(i)$

estrutura. Tal e qual como a rotina anterior, o novo ficheiro é corrido no SAP2000, de onde resultam os valores referentes à variável modificada. É então calculada a função objectivo  $J0$ , sendo calculadas as derivadas parciais por intermédio do método de diferenças finitas, através da equação (4.3).

$$DF = \frac{J - J0}{\delta} \quad (4.3)$$

Durante uma iteração, a rotina realiza todos estes passos para os vários parâmetros. As derivadas parciais calculadas em cada ciclo são aplicadas na rotina NLPQL0 que obtém os valores para a próxima iteração.

O algoritmo irá realizar a seguinte ordem em cada iteração:

- Iniciar a rotina NLFUNC:
  1. criar o ficheiro de texto que inclui todas as características da estrutura, com os parâmetros afectados pelo peso  $X(i)$ ;
  2. abrir e correr o ficheiro no programa SAP2000;
  3. ler o ficheiro de resultados que inclui as frequências e vectores modais;
  4. calcular a função objectivo  $J0$ ;
- Iniciar a rotina NLGRAD:
  5. iniciar a rotina com a primeira variável  $j$ ;
  6. realizar o incremento  $\delta$ , afectando o peso da variável  $j$ ;
  7. criar o ficheiro de texto que inclui todas as características da estrutura, com os parâmetros afectados pelos pesos  $X(i)$ , estando o peso  $X(i=j)$  modificado;
  8. abrir e correr o ficheiro no programa SAP2000;
  9. ler o ficheiro de resultados que inclui as frequências e vectores modais;
  10. calcular a função objectivo  $J$ ;
  11. calcular as derivadas parciais da função objectivo através de diferenças finitas entre os valores  $J$  e  $J0$ ;
  12. repetir todos os passos da rotina para a variável  $j+1$ ;
- Correr os resultados obtidos nas rotinas anteriores na rotina NLPQL0 onde são resolvidos problemas
  13. a rotina define a direcção e tamanho do passo a tomar para cada variável de forma a minimizar o erro;
  14. novos valores dos pesos  $X(i)$  são obtidos;
  15. recomeça-se todo o processo com os novos valores  $X(i)$ .

O processo termina quando o erro entre as funções  $J0$  em duas iterações consecutivas é igual ou menor que um dado valor definido no algoritmo pelo utilizador.

### **4.3 Programa de Elementos Finitos**

A actualização do modelo recorre a um programa de elementos finitos para obter as características dinâmicas da estrutura em análise. Existem vários programas de modelação, como por exemplo o SAP2000, o OpenSEES, o PERFORM-3D ou o ROBOT Structural Analysis, sendo que para o presente trabalho foi usado o SAP2000, versão 15.1.0.

A modelação num programa de elementos finitos é de grande importância para a análise inicial da estrutura, pois permite observar o seu comportamento em resposta a qualquer solicitação exterior (ex: sismos, cargas dinâmicas) ou interior (ex: pré-esforço) num modelo simplificado. No decorrer do trabalho este modelo será também usado para o correcto planeamento das campanhas experimentais, assim como para o uso no algoritmo de optimização.

O modelo é realizado com base nas características geométricas do projecto, bem como nos respectivos materiais definidos. Todos os elementos são escolhidos de forma a aproximar o comportamento à realidade. Para o uso do SAP2000 no decorrer da actualização do modelo, são usados alguns comandos específicos do programa para guardar o modelo em formato texto e para guardar automaticamente os resultados escolhidos após ser realizada a análise modal.

A primeira tarefa permite salvar em texto todas as características geométricas, materiais e restantes opções feitas no modelo, como por exemplo a aplicação de cargas exteriores ou o número de modos a serem calculados. Este ficheiro é útil pois serve para criar o modelo automaticamente no SAP2000, sendo possível modificar qualquer valor definido e correr o modelo com os novos valores. Este factor é importante para o algoritmo de optimização, já que este recorre a um ciclo que processa os resultados obtidos no SAP2000, ajusta os valores escolhidos, corre o novo modelo no programa e processa novamente os resultados. Como dito anteriormente, este ciclo é repetido até ser minimizada uma dada função objectivo.

A segunda tarefa tem como objectivo guardar automaticamente todos os resultados necessários ao uso do algoritmo, isto é, guardar as frequências e os respectivos modos (deslocamentos nos pontos escolhidos e nos três eixos). Os pontos escolhidos a serem guardados são aqueles onde são feitas as medições locais na estrutura, sendo estes os valores de comparação. Como se procura compatibilizar os resultados dinâmicos entre o modelo e as medições, será apenas considerada a resposta modal do SAP2000.

### **4.4 Rotinas de ligação**

Em vista a fazer a transição de dados entre o algoritmo de optimização e o programa de elementos finitos, torna-se necessário criar algumas rotinas de ligação, como visto na figura 4.1. Tanto na rotina NLFUNC (pág. 97) como na NLGRAD (pág. 98, é preciso gerar o ficheiro de texto com as características

do modelo, de seguida correr o programa SAP2000 com o ficheiro criado, ler o ficheiro dos resultados modais e finalmente calcular as funções objectivo. As rotinas, apresentadas no anexo A, encontram-se de seguida descritas. Cada título inclui a página do anexo onde se encontra o código da rotina.

- Optimizer (pág. 95)

Esta é a rotina principal, que inicia a rotina de optimização NLPQL. O utilizador define aqui quantas variáveis vão ser optimizadas e quais os limites superior e inferior entre os quais o peso pode variar. Após o algoritmo de optimização concluir o processo, esta rotina escreve os resultados finais tal como o número de iterações, os valores finais dos pesos a afectar posteriormente pelas variáveis e o valor final da função objectivo.

- ComputeObjectiveFunction (pág. 100)

É nesta rotina que são calculados os valores da função objectivo ao longo das iterações. Utilizam-se os valores de frequência e vectores modais obtidos pelo SAP2000 e pelo ARTeMIS para calcular a função objectivo definida na equação (4.1).

- GenInputSAP (pág. 100)

A rotina tem como base um executável realizado em C++ que permite criar o ficheiro de texto com os parâmetros calculados pelo algoritmo de optimização. Antes de correr o executável, os valores iniciais das variáveis  $i$  (definidas nesta rotina) são afectadas pelos respectivos pesos  $X(i)$ . O resultado é o ficheiro de texto com os valores optimizados para uma dada iteração.

- runSAP (pág. 101)

Esta simples rotina chama um comando de abertura do programa SAP2000, com a abertura automática do ficheiro de texto do modelo. São usadas duas opções no comando de forma a automatizar a chamada. A opção “\R” faz com que o programa inicie a análise dinâmica após a estrutura ser importada. Como o ficheiro de texto inclui a definição de guardar os resultados automaticamente, no fim da análise são salvos todos os resultados modais em tabelas. A opção “\C” encerra o programa quando é finalizado todo o processo de análise e os resultados foram salvos.

- readoutput (pág. 102)

Esta rotina é a que controla todo o processo de leitura dos resultados do SAP2000. Como os modos encontrados tanto podem ser locais como globais, os modos procurados podem não se encontrar em ordem. No entanto, quando o programa guarda os resultados da análise, são guardados todos os modos encontrados. É necessário assim colocar na rotina quais os modos a serem lidos, por exemplo, modos 1, 3, 4 e 11. Só as frequências e os vectores de deslocamentos relativos a estes modos serão lidos. Os vectores modais são guardados numa matriz rectangular  $p(i,j)$  e as frequências num vector  $w(i)$ , onde  $i$  é o número de modos detectados (no exemplo anterior são quatro) e  $j$  é o número de graus de liberdade.

- *complextoreal* (pág. 103)

Como será visto na secção 5.4.3, os vectores modais obtidos pelo ARTeMIS encontram-se em formato complexo e precisam de ser convertidos através de algumas equações. A rotina aplica estas equações e cria um novo ficheiro de texto com os modos reais a serem comparados posteriormente com os valores obtidos pelo programa de elementos finitos.

- *measured* (pág. 105)

A rotina tem como objectivo a leitura dos valores guardados no ficheiro de texto criado pela rotina *complextoreal*. As frequências são guardadas num vector denominado de  $wid(i)$  e os deslocamentos numa matriz rectangular  $pid(i,j)$ , onde  $i$  é o número de modos detectados e  $j$  o número de graus de liberdade.

## 4.5 Considerações finais

No presente capítulo foram descritos todos os elementos necessários à realização da actualização automática de modelos de elementos finitos. O algoritmo utilizado é o NLPQL elaborado por K. Shittkowski que utiliza o método quadrático sequencial para resolver problemas de optimização não linear.

Este algoritmo recorre a várias rotinas para calcular os valores da função objectivo e das suas derivadas, realizando uma optimização iterativa. As variáveis são iniciadas com um dado valor estimado, encontrando-se entre limites superior e inferior.

O modelo de elementos finitos será elaborado no SAP2000. Para interligar o algoritmo de optimização ao programa de elementos finitos e realizar a actualização automática, foram definidas rotinas de ligação. Estas realizam os ficheiros de entrada e lêem os resultados, para que o algoritmo principal NLPQL0 calcule os valores para a nova iteração.

O programa de actualização automático será aplicado após um estudo prévio das características dinâmicas realizado de forma manual. A comparação prévia entre os resultados da estrutura e do modelo permite ganhar sensibilidade para a escolha dos valores a actualizar no algoritmo. Este será utilizado após os testes, de forma a fazer uma actualização mais sensível a nível numérico e, por isso, mais rigorosa.

## Capítulo 5

# Caso de estudo - PP3141

### 5.1 Caracterização do local

O passadiço em estudo, a Passagem Superior de Peões 3141, encontra-se situado na Estrada Nacional 125-10 (EN 125-10), ao quilómetro 000+420 (coordenadas: 37° 2' 14" N, 7° 57' 19" W). Faz parte de um conjunto de passadiços construídos ao longo da estrada nacional de Faro, sendo que todos têm geometrias semelhantes. O número de vãos varia entre cada um, assim como o comprimento total do tabuleiro. Na figura 5.1 pode ser observado o passadiço em estudo, em planta e em perfil.



(a) Vista superior



(b) Vista lateral

Figura 5.1: Vistas superior e lateral do passadiço P3141

O estudo do passadiço insere-se no projecto SUPERB “Prevenção do descalçamento devido à acção sísmica. Elementos de reforço para pontes.”, numa parceria entre a FCT-UNL, o IST-UTL, o LNEC e as EP com a referência PTDC/ECM/117618/2010. O interesse deste trabalho reside na importância de verificar o estado de estruturas, de forma a observar o seu comportamento em caso de sismo. Qualquer um dos passadiços neste projecto pode ser condicionante no correcto funcionamento das vias onde se inserem. Como se pode observar pela figura 5.2, as artérias onde se encontram implantadas as estruturas são vitais para acesso às principais infra-estruturas de Faro, como por exemplo o aeroporto, a universidade ou o hospital.

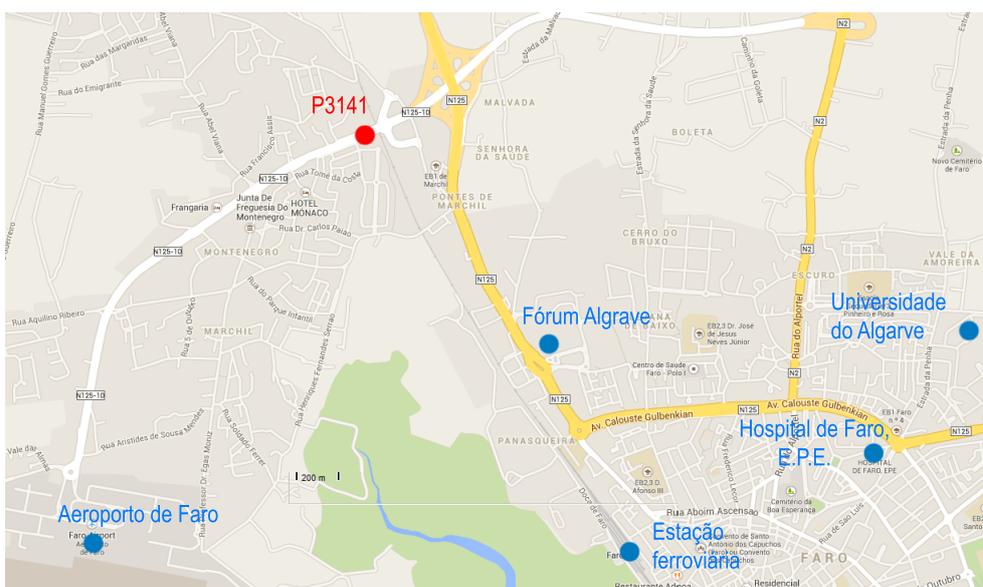


Figura 5.2: Localização das infra-estruturas principais

## 5.2 Descrição da estrutura

A estrutura é composta por dois pilares principais pré-fabricados, nos quais se encontram apoiadas duas vigas em “I”, vencendo um vão de 29 metros. Nas vigas encontra-se assente uma laje realizada através de pré-lajes e betonada acima destas de forma a tornar a secção monolítica. Para acesso ao tabuleiro, existem rampas laterais pré-fabricadas, apoiadas em vigas cachorro e consequentemente em pilares, sendo todos estes elementos pré-fabricados. A fundação é um elemento tipo sapata, betonada *in situ*, onde são inseridos os pilares pré-fabricados. A estrutura não é simétrica em planta ao nível das rampas, como pode ser observado na figura 5.3.

### 5.2.1 Materiais

Para as armaduras ordinárias foi utilizado o aço A500NR com  $E_s=200$  GPa, enquanto que para o pré-esforço foram escolhidos cabos com  $f_{uk}=1860$  MPa e  $E_{PE}=190$  GPa. O betão utilizado nos vários elementos estruturais encontra-se indicado na tabela 5.1.

Nas zonas de apoio viga/pilar principal e rampa/vigas cachorro, são usados aparelhos de apoio em neoprene cintado e perfurado ( $E_b=2000$  MPa e  $G=1.35$  MPa), assim como varões  $\varnothing 20$  mm pré-chumbados à viga cachorro e aos pilares. Os varões têm como objectivo dar à estrutura um comportamento monolítico a nível destas ligações, sendo a sua solidarização aos elementos de apoio feita através de um grout ( $R_f=6.2$  MPa e  $R_c=54.4$  MPa [22]).

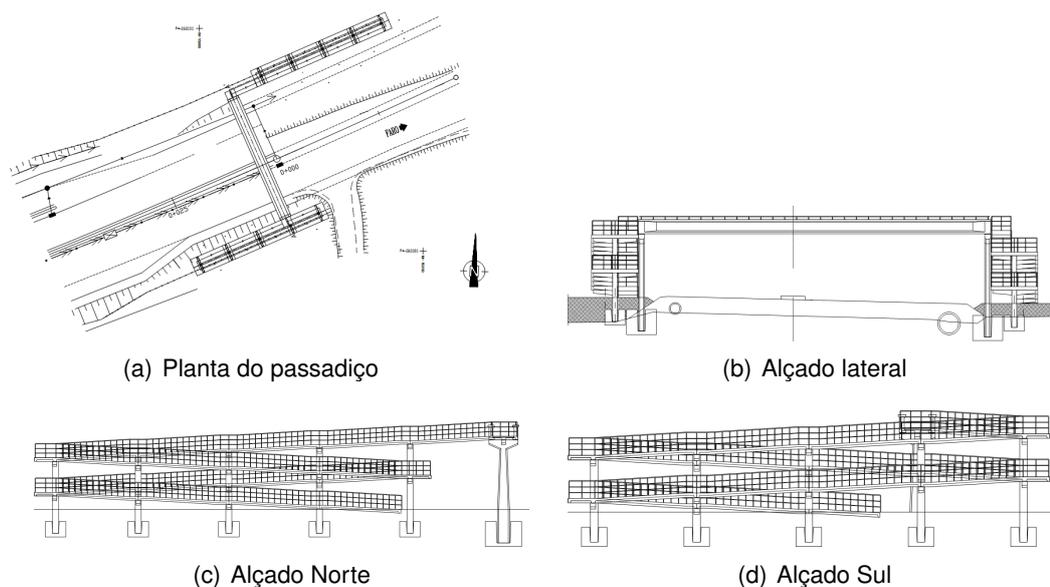


Figura 5.3: Alçados do passadiço

Tabela 5.1: Classes de betão definidos por elemento

Elemento	Betão	$E_{cm}$ [GPa]
Fundações	C20/25	30
Pilares	C25/30	31
Vigas cachorro	C25/30	31
Rampas	C25/30	31
Tabuleiro	C25/30	31
Vigas (pré-esforçadas)	C35/45	34

Devido à localização da estrutura junto à costa, o recobrimento para pilares e vigas é de 2.50 cm enquanto que para as fundações é de 5.00 cm.

### 5.2.2 Elementos estruturais

#### Sapatas

As fundações são um dos elementos betonados *in situ*. As sapatas são superficiais, estando a sua face superior a uma cota mínima de 13.80 metros. A estrutura tem seis tipos de sapatas, definidas em relação à geometria e à profundidade. As diferenças existentes devem-se a vários factores, como as dimensões dos pilares (que definem a sua dimensão) e a localização dos pilares (devido à topografia do terreno, as sapatas do lado Sul são colocadas a uma cota de 14.30 metros enquanto as do lado Norte encontram-se a uma cota de 13.80 m).

Durante a betonagem da sapata é colocado um negativo para posterior fixação dos pilares, sendo as suas medidas definidas pelo tamanho do pilar a ser colocado. Para realizar a selagem à sapata, o pilar tem na sua face lateral várias reentrâncias

que adicionam atrito entre os elementos, melhorando a solidarização do conjunto. O pilar é inserido na sapata e depois encastrado através do enchimento do negativo. Todos os elementos podem ser observados na figura 5.4.

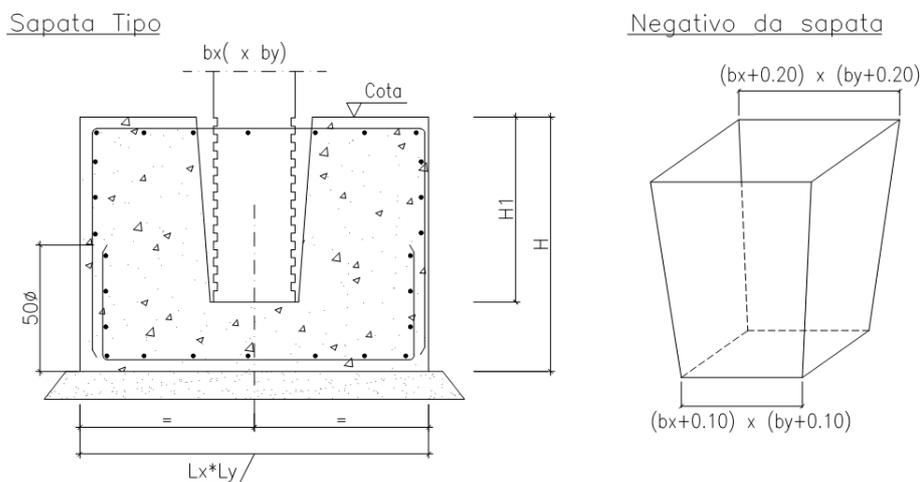


Figura 5.4: Representação da sapata tipo

Na tabela 5.2 podem ser observadas as dimensões de cada sapata, sendo que S1 pertence ao pilar Norte principal, S2 ao pilar Sul, S3 e S4 aos pilares de acesso Norte e S5 e S6 aos pilares de acesso Sul.  $b_x$  e  $b_y$  são referentes às dimensões dos pilares,  $L_x$  e  $L_y$  às dimensões laterais da sapata,  $H$  à sua altura,  $H1$  à profundidade do negativo e a cota medida até à face superior da sapata.

Tabela 5.2: Dimensões aplicadas na sapata tipo

Sapata	$L_x$ [m]	$L_y$ [m]	$H$ [m]	$H1$ [m]	Pilar ( $b_x \times b_y$ ) [m]	Cota [m]
S1	2.80	2.80	2.10	1.80	0.5 x 1.00	13.80
S2	2.80	2.80	2.10	1.80	0.5 x 1.00	14.30
S3	2.20	1.80	1.30	1.00	0.4 x 0.5	13.80
S4	2.00	1.60	1.30	1.00	0.4 x 0.5	13.80
S5	2.20	1.80	1.30	1.00	0.4 x 0.5	14.30
S6	2.00	1.60	1.30	1.00	0.4 x 0.5	14.30

Segundo os relatórios da EP, não existe qualquer estudo geológico no local, não havendo por isso dados relativos ao estado do solo.

## Pilares

O passadiço tem doze pilares no total, podendo ser divididos em três tipologias diferentes dependendo da sua localização. Dois deles, os pilares de apoio ao tabuleiro (denominados também neste trabalho por pilares principais), pertencem ao primeiro tipo de geometria, sendo semelhantes na sua secção mas com diferentes alturas a nível da secção inferior. Os pilares têm 4 varões de  $\varnothing 20$  mm chumbados (ferrolhos) no topo do capitel para posterior fixação das vigas

do tabuleiro. Os ferrolhos têm como objectivo transmitir aos pilares as forças horizontais impostas ao tabuleiro. Têm também no centro superior do capitel um negativo para encastramento da viga cachorro pré-fabricada que serve de apoio às rampas. No interior do negativo existem dois ferrolhos de  $\varnothing 32$  mm para fixação da viga cachorro. Na figura 5.5 pode ser observado o alçado frontal e lateral e a secção tipo do pilar principal.

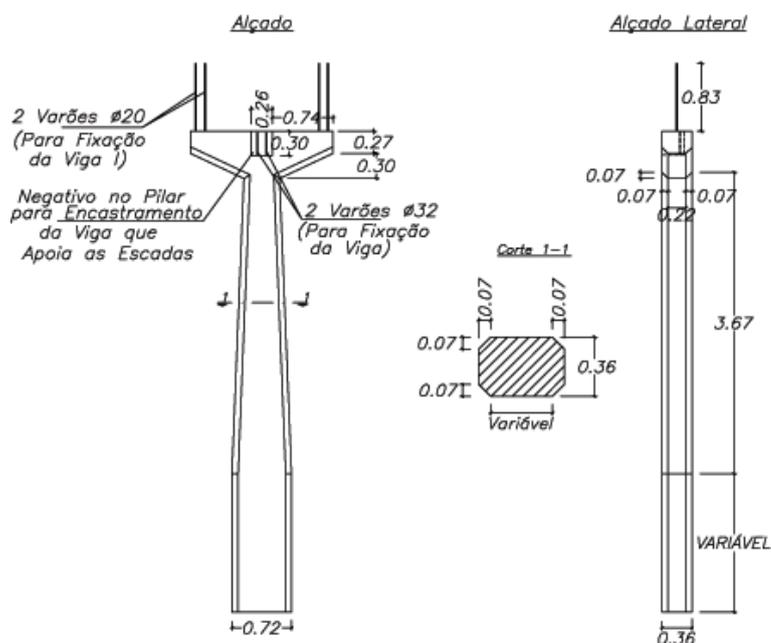


Figura 5.5: Dimensões dos pilares principais

Os dois outros tipos de pilares referem-se aos pilares de acesso (ou de apoio às rampas). Ambos os tipos têm vigas cachorro pré-fabricadas dispostas lateralmente, de forma a sobrepor as rampas e diminuir a ocupação da estrutura em planta.

No primeiro caso, os pilares de acesso intermédios têm caixas metálicas para a colocação da viga cachorro, sendo esta fixada por quatro parafusos  $\varnothing 25$  mm. O número de apoios para as vigas cachorro e a sua localização diferem de pilar para pilar devido ao nível de intersecção com a rampa. A disposição das ligações do pilar de acesso tipo podem ser observadas na figura 5.6.

A última tipologia refere-se aos pilares extremos das rampas, isto é, os que realizam a transição entre as direcções de crescimento da rampa. Como as vigas cachorro, neste caso, se encontram à mesma cota, o perfil metálico é contínuo, atravessando o pilar. A fixação final das vigas é feita através de quatro cordões de  $\varnothing 0.6$ " de pós-tensão, com ancoragens activas e passivas. Os respectivos alçados e secção podem ser observados na figura 5.7.

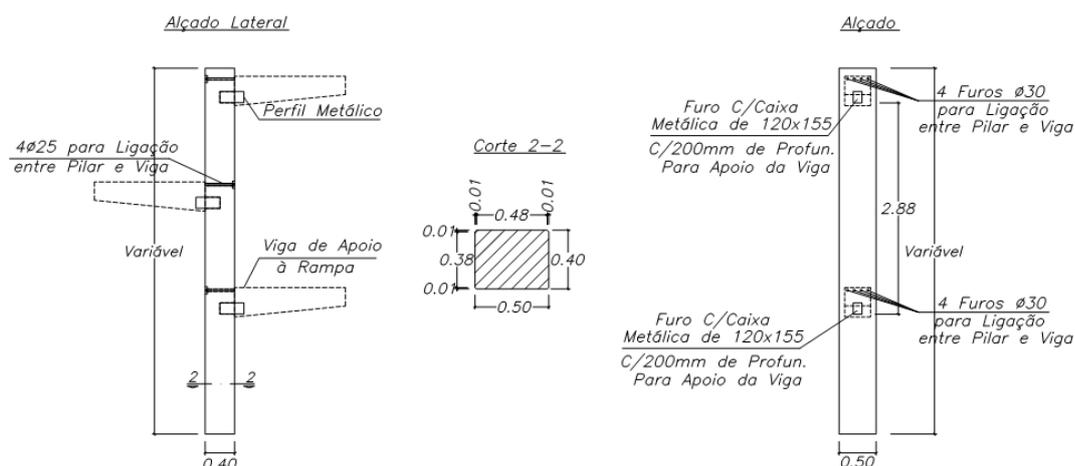


Figura 5.6: Dimensões dos pilares de acesso intermédios

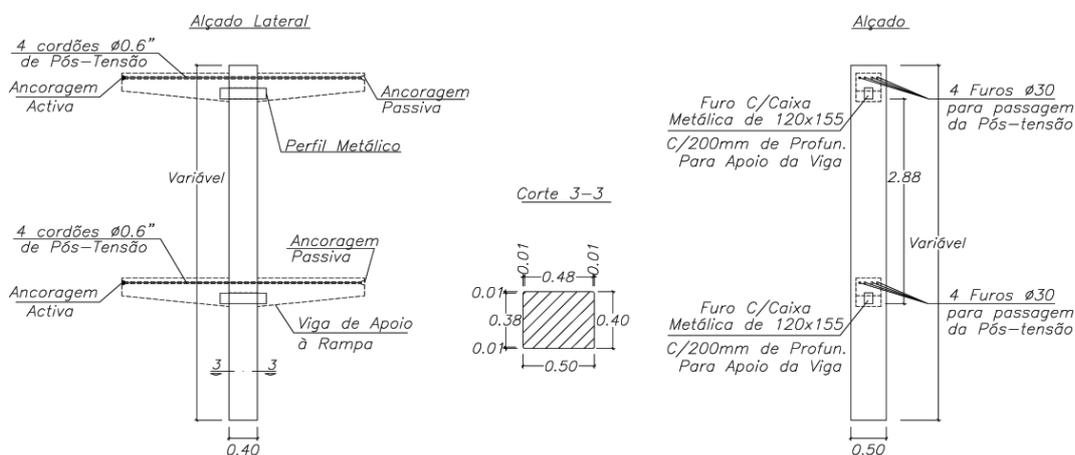


Figura 5.7: Dimensões dos pilares de acesso extremos

## Tabuleiro

O tabuleiro é assente sobre os pilares principais, compondo assim um pórtico com um único vão. A secção do tabuleiro pode ser dividida em dois elementos: as vigas principais e a laje.

As vigas do tabuleiro têm um comprimento de 29 m, sendo pré-fabricadas, com pré-esforço e de secção em “I” variável. Têm uma altura constante de 1.20 m, e nos extremos é assente nos pilares em cima de uma lâmina de neoprene quadrado, cintado e perfurado com uma dimensão lateral igual à menor largura do pilar (300 mm) e uma espessura de 30 mm. Encontra-se também inserida em ferrolhos previamente chumbados no capitel do pilar, sendo a sua selagem feita com grout. A ligação entre a viga e o pilar encontra-se representada na figura 5.8.

Como se pode observar na figura 5.9, a secção sobre o pilar é uma secção

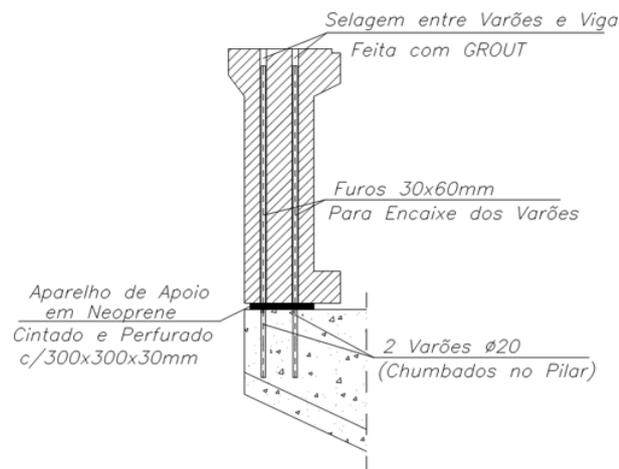


Figura 5.8: Corte transversal na ligação tabuleiro/pilar

com maior largura de alma, que contém os furos necessários para o encaixe dos varões. Ao longo de 1.5 m, a secção varia de uma espessura de alma de 0.325 para 0.20 m.

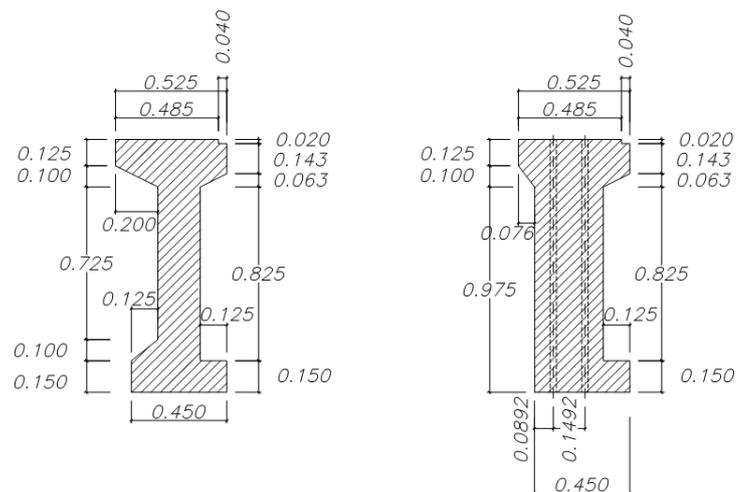


Figura 5.9: Secções existentes a meio vão e sobre o pilar

A laje foi construída em duas fases, sendo a primeira a colocação de uma pré-laje em painéis apoiados nas vigas e a segunda uma betonagem complementar de maneira a solidarizar o conjunto.

A pré-laje é composta por um total de 15 painéis assentes no banzo inferior das vigas em “I”, contendo cada painel uma armadura externa para adicionar aderência à betonagem superior. Catorze das lajes têm dimensões em planta de  $2.00 \times 1.73 \text{ m}^2$  e uma final tem  $1.39 \times 1.73 \text{ m}^2$ , todas com uma espessura de 0.06 m.

A betonagem suplementar é feita sobre a pré-laje, com 0.06 m de espessura, selando o conjunto com as vigas através de armaduras  $\varnothing 6$  mm espaçadas de 0.20 m embutidas na viga. O conjunto pode ser observado na figura 5.10.

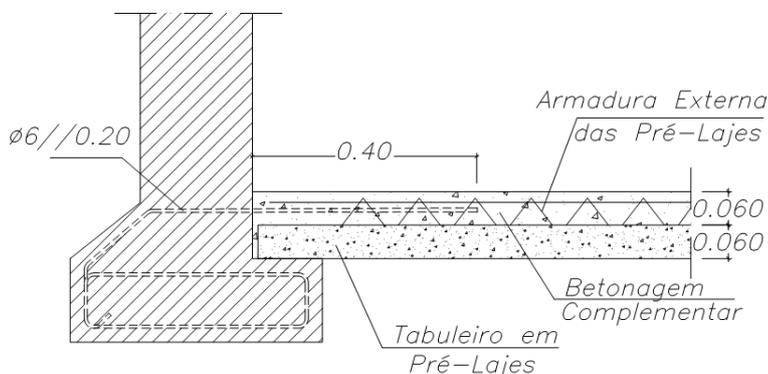


Figura 5.10: Corte transversal na ligação tabuleiro/pilar

### Vigas cachorro e rampas

Como referido anteriormente, o acesso ao tabuleiro é feito através de rampas apoiadas em pilares centrais e vigas cachorro. Todos os elementos são pré-fabricados.

As rampas são constituídas por painéis de laje nervurados, cujos extremos incluem os patamares de acesso, como se pode observar na figura 5.11. A inclinação é de cerca de 6%, sendo que cada patamar tem entre 1.5 e 1.85 m de comprimento. Na ligação ao tabuleiro e na ligação entre rampas nos patamares de viragem, foram colocados três varões para solidarizar as ligações.

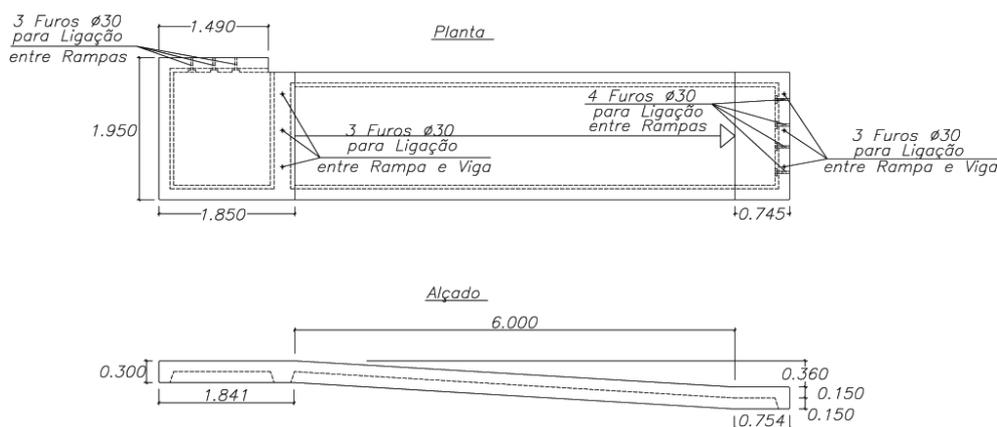


Figura 5.11: Planta e alçado da rampa de ligação ao tabuleiro

As rampas encontram-se assentes em vigas cachorro, onde são fixadas através de

ferrolhos previamente chumbados nas vigas e com enchimento em grout. Existem três tipos diferentes de viga, dependendo do pilar onde se encontram apoiadas.

O primeiro tipo destina-se a apoiar a rampa junto ao tabuleiro, sendo colocada no pilar antes deste. Os ferrolhos que ajudam à solidarização do conjunto são de  $\varnothing 40$  mm, selados posteriormente com grout. Do total de comprimento da viga, 0.37 m são apoiados no pilar. Na figura 5.12 pode ser observado o pormenor da ligação.

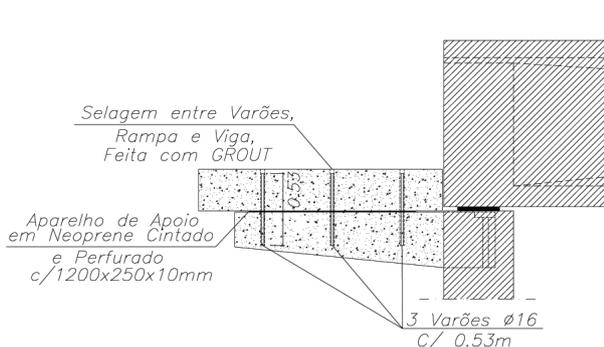


Figura 5.12: Pormenor da ligação rampa/viga cachorro no pilar principal

Nos pilares de acesso intermédios, existem negativos nas vigas para ser feito o apoio no perfil metálico, sendo a ligação final feita através de quatro varões roscados de  $\varnothing 25$  mm. O alçado e planta da viga podem ser observados na figura 5.13. A ligação entre rampas é feita através de quatro parafusos PFS-M20. O conjunto assenta depois nas vigas onde se encontram seis varões chumbados e um aparelho de apoio em neoprene cintado e perfurado com dimensões  $1200 \times 300 \times 10$  mm. O pormenor da ligação pode ser observado na figura 5.14.

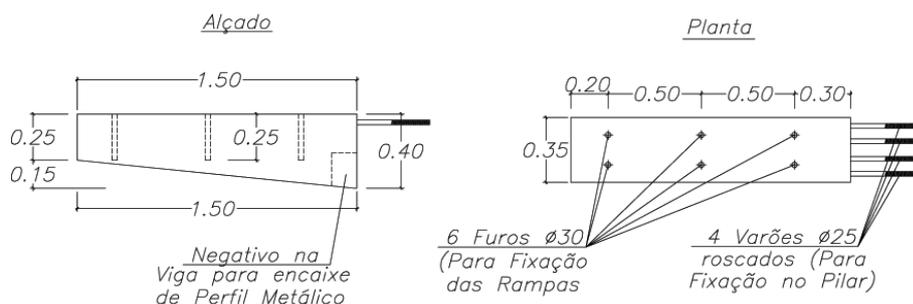


Figura 5.13: Viga cachorro apoiada nos pilares de acesso centrais

O último tipo de viga é aplicada nos pilares de acesso extremos, pois estando as vigas ao mesmo nível, o processo de fixação é diferente. Neste caso as vigas são atravessadas por furos de  $\varnothing 30$  mm por onde são passados posteriormente cabos de pós-tensão. Nos extremos das vigas são colocadas ancoragens passivas e activas, como foi referido na página 35. Na figura 5.15 podem ser observados o alçado e planta da viga bem como as suas dimensões.

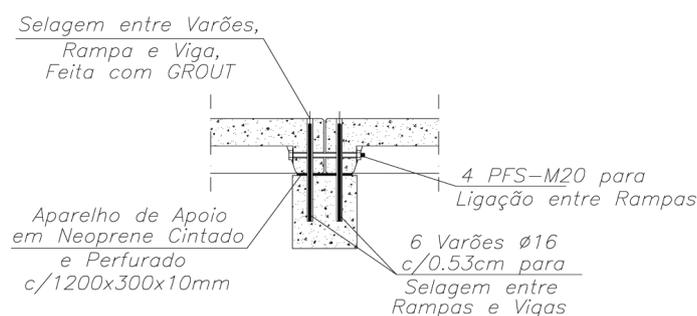


Figura 5.14: Pormenor da ligação rampa/rampa e rampas/viga cachorro

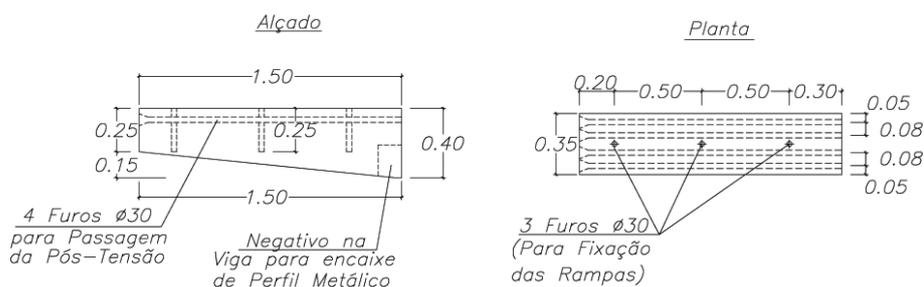


Figura 5.15: Viga cachorro apoiada nos pilares de acesso extremos

## 5.3 Modelo preliminar em Elementos Finitos

Para o planeamento dos ensaios dinâmicos a serem realizados no passado, realizou-se um modelo de elementos finitos com recurso ao programa SAP2000. Este modelo será posteriormente actualizado com apoio nos resultados dos ensaios dinâmicos. As características determinadas no modelo numérico são de grande utilidade para a correcta medição e clara interpretação dos resultados dos ensaios a realizar. Assim, para a realização do modelo foram utilizados os elementos descritos no projecto.

### 5.3.1 Descrição do modelo

#### Materiais

Os materiais usados foram os definidos na subsecção 5.2.1, sendo as classes de betão definidas no programa com os valores apresentados na tabela 5.3. O coeficiente de Poisson usado é de 0.2 e o peso volúmico  $\gamma$  igual a  $25 \text{ kN/m}^3$ . Em relação às armaduras, foi definido o material com aço A500NR, com  $E_s=200 \text{ GPa}$  e  $\gamma=77 \text{ kN/m}^3$ . Para o seu desenho, o SAP2000 já tem definido os diâmetros necessários.

Os materiais foram definidos individualmente para cada elemento da estrutura, para que a posterior actualização possa ser feita para cada elemento separadamente. Todos foram definidos em regime elástico. Por esta razão o

pré-esforço definido em projecto não é imposto nas vigas, pois a estrutura não necessita desta acção estabilizante.

Tabela 5.3: Classes de betão definidas no SAP

Elemento	$E_{cm}$ [GPa]
C20/25	30
C25/30	31
C35/45	34

### Sapatas

De acordo com a informação fornecida, não foi efectuado qualquer estudo geológico ou geotécnico para caracterização do solo, por se tratar de uma estrutura leve quando comparada com outras. Como não são conhecidas as condições de apoio, optou-se pela colocação de encastramento no modelo ao nível da face superior da sapata (figura 5.16).

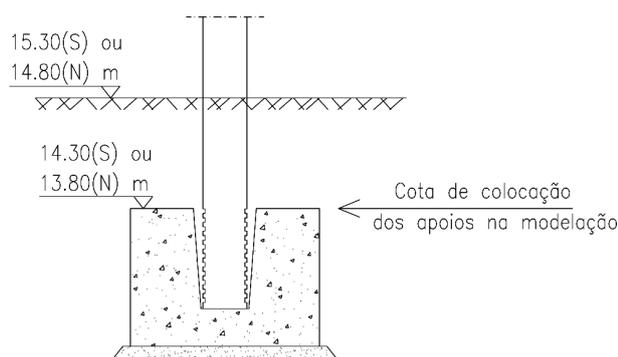


Figura 5.16: Cota da base do pilar no modelo

### Pilares

Os pilares foram realizados através de elementos do tipo *frame*, sendo a secção a aplicar desenhada na opção *Section Designer*. As *frames* foram divididas em elementos de aproximadamente 0.70 a 0.80 m para uma modelação mais eficiente.

Os pilares com variação de secção foram representados por elementos *frame* não-prismáticos, existindo um exemplo descrito na modelação das viga cachorro na página 43. Na figura 5.17 pode ser observada a modelação final do pilar principal.

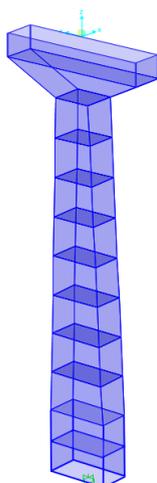


Figura 5.17: Modelo do pilar principal

### Tabuleiro

As vigas principais são modeladas através de elementos do tipo *frame*, com a secção desenhada na opção de *Section Designer*. Ambas as secções vistas anteriormente (figura 5.9) foram desenhadas e aplicadas nas *frames*, sendo a secção mais rígida colocada ao longo de 1.5 m. Inicialmente foi representada a variação entre os dois tipos de secção, mas a sua definição não adicionou detalhe aos resultados dinâmicos.

A laje do tabuleiro foi definida como elemento *shell* devido à necessidade de representação de vários pontos externos ao eixo principal (comportamento de placa em vez de viga). Com uma espessura total de 0.12 m e um comprimento de 29 m, trata-se de uma laje fina ( $0.12 \ll 29/10$ ), sendo que a deformação por corte é desprezável e por isso definida também como *shell - thin*.

Para realizar a ligação laje/vigas foram colocados *Joint Links* que simulam molas, definindo a rigidez segundo as direcções necessárias. Neste caso, sendo a ligação monolítica, a rigidez dos *links* é infinita em todas as direcções, tratando-se então de um *link rígido*.

O apoio do tabuleiro no pilar é feito pelas vigas. Começou-se pela aplicação de *links rígidos* que representam a largura do capitel do pilar, tendo em conta que este se encontra representado por uma *frame*. Nos extremos foram colocados *links* com 10 cm de altura representativos da lâmina de neoprene sobre o pilar, a partir do qual foi depois construída a viga. Os valores de rigidez a colocar nos *links* encontram-se definidos na última secção da descrição do modelo, na página 45. As ligações entre os elementos podem ser observadas na figura 5.18. No entanto, como o programa SAP2000 faz a colocação de todos os elementos no seu centróide, e a laje e o capitel se encontram à cota de projecto, tornou-se necessária a utilização da ferramenta de deslocação do ponto a centrar *Insertion*

*Point.* Fazendo algumas medições no Autocad, moveu-se o ponto vertical e lateralmente de maneira a apoiar as vigas nos pilares. De notar que a observação da correcta colocação do tabuleiro é feita através da opção de *extrude* da estrutura. Na figura 5.19 pode ser observado o antes e depois da recolocação da viga.

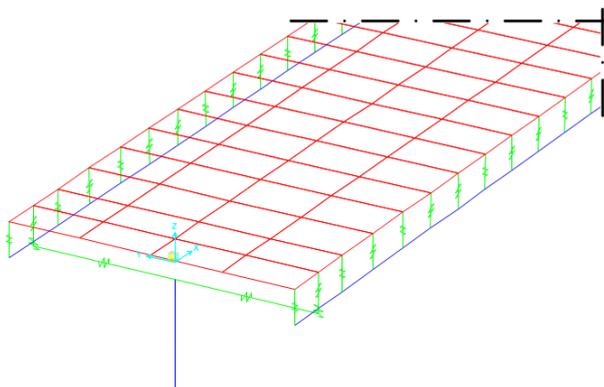


Figura 5.18: Pormenor da ligação entre a laje e a viga

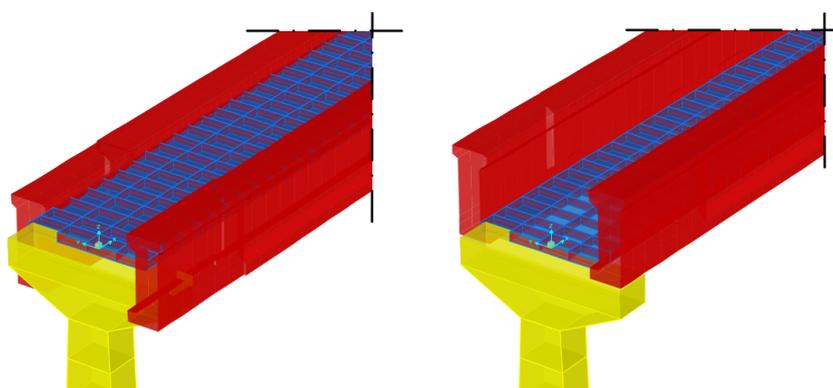


Figura 5.19: Recolocação das vigas (antes e depois)

### Vigas cachorro e rampas

No caso das rampas, ao contrário do definido na laje do tabuleiro, foram utilizados elementos *frame* pois o comportamento neste caso pode ser simplificado pelo seu eixo. Todas as ligações entre a rampa e as vigas foram realizadas através de *links* entre a *frame* da rampa e a da viga cachorro. Chama-se a atenção que foi realizado um novo *link*, semelhante ao anterior, pois as rotações e translações dependem do neoprene e este tem dimensões diferentes.

Como referido na secção dos pilares, alguns dos elementos, como as vigas cachorro e os pilares principais, são variáveis ao longo do seu comprimento, sendo

necessário definir secções iniciais e finais em cada um dos elementos. Usando como exemplo a viga cachorro de apoio às rampas nos pilares centrais, usou-se na construção da secção o editor *Section designer* para a definição das dimensões, armaduras e material, realizando duas secções diferentes (extremos da viga) para a definição do elemento, como se observa na figura 5.20.

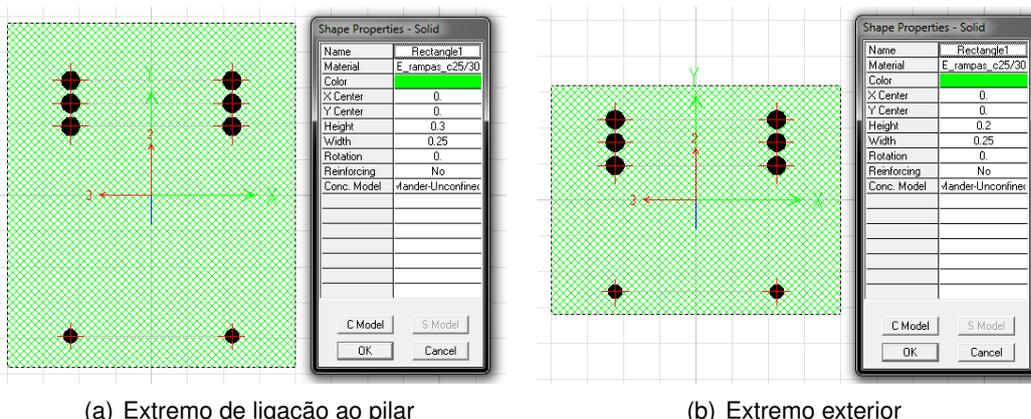


Figura 5.20: Secções extremas da viga cachorro de apoio às rampas

A definição da variação da secção da *frame* é definido com a criação de uma secção não prismática, onde se definem as secções de início e fim e as variações do valor da inércia ao longo do elemento. Este último refere-se à variação realizada no valor de rigidez de flexão  $EI$  (produto do módulo de elasticidade com a inércia) ao longo do avanço da secção, podendo ser linear, parabólica ou cúbica. Para saber o tipo de variação a colocar, realizou-se um estudo em várias secções da viga com os respectivos valores de inércia e considerando um módulo de elasticidade constante. A representação da viga, com as secções a calcular, pode ser observada na figura 5.21, os valores de cálculo observados na tabela 5.4 e os gráficos da variação na figura 5.22.

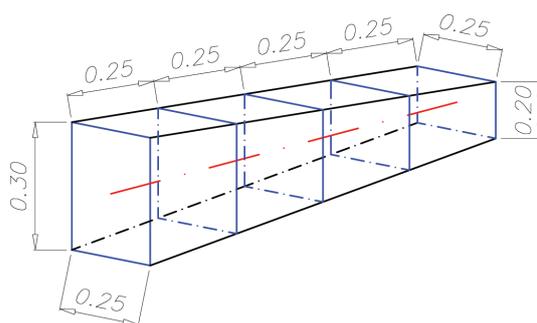


Figura 5.21: Representação das secções da viga a serem usadas no cálculo

Foram assim utilizadas variações polinomial de 2º grau e linear, respectivamente para a inércia  $I_{33}$  e  $I_{22}$ . Seria de esperar que, no caso da inércia em torno do eixo 3, resultasse uma variação de terceiro grau, devido à equação de cálculo  $(bh^3)/12$ . No entanto, colocando este grau de polinómio na equação

Tabela 5.4: Variação das dimensões da viga cachorro

	1	2	3	4	5
B [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
H [m]	0.3	0.275	0.25	0.225	0.2
I33 [m]	0.000563	0.000433	0.000326	0.000237	0.000167
B [m]	0.3	0.275	0.25	0.225	0.2
H [m]	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
I22 [m]	0.000391	0.000358	0.000326	0.000293	0.00026

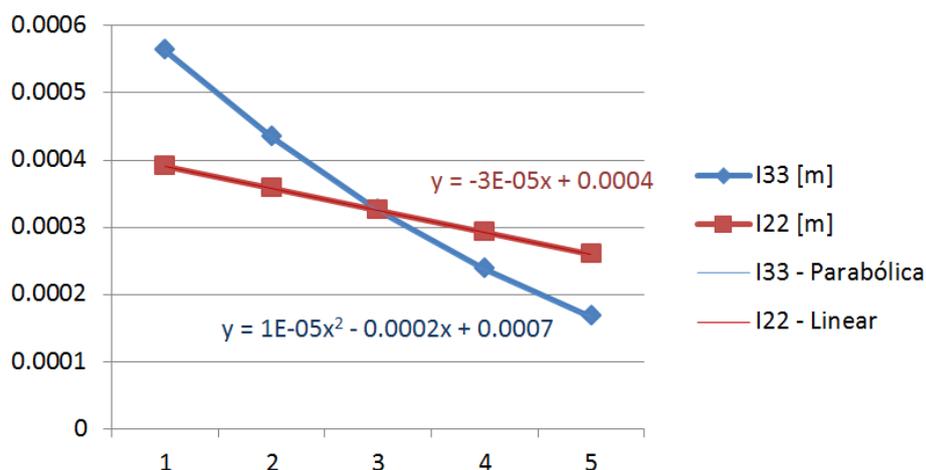


Figura 5.22: Gráfico da variação das inércias com as respectivas funções da linha de tendência

de aproximação dos pontos do gráfico, a parcela de maior grau resultou em  $1 \times 10^{-8}x^2$ , podendo ser desprezada.

Procedeu-se de maneira semelhante para os pilares principais, sendo que cada um é constituído por quatro zonas de variação a serem definidas (duas constantes e duas não prismáticas).

### Ligações

Como visto nos elementos do projecto, as ligações viga/pilar e viga cachorro/rampa são realizadas através da aplicação de lâminas de neoprene furado e de ferrolhos metálicos. Todas estas ligações são simplificadas ao colocar no SAP, representando-as de uma forma monolítica através de um *link*. Um *link* é um elemento representado por dois nós conectados através de seis molas (equivalente a seis graus de liberdade), três de extensão e as restantes de rotação, em torno dos três eixos geométricos.

Os valores a colocar na definição dos *links* são obtidos através das matrizes de rigidez do elemento a ser representado. Assim, para a definição da rigidez deste

elemento, é preciso ter em conta as parcelas individuais da matriz de rigidez do neoprene e dos ferrolhos, realizando no final uma matriz global que contenha as características dos dois elementos combinados. Para realizar a sobreposição de efeitos, torna-se necessário que a ordem dos elementos dentro das matrizes seja igual.

- Matriz de rigidez do neoprene

Considerando a lâmina de neoprene com dimensões variáveis apresentada na figura 5.23, os vectores de rigidez de extensão e rotação na direcção longitudinal (L), transversal (T) e vertical (V), correspondentes aos três graus de liberdade, são os representados.

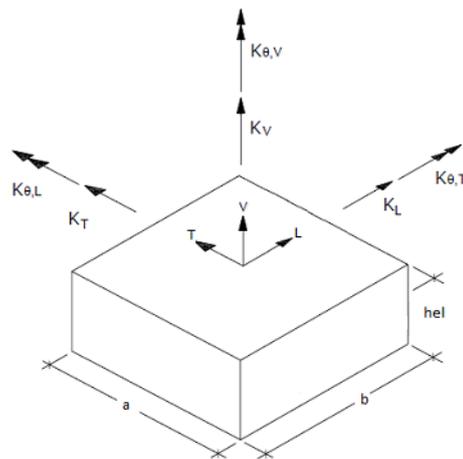


Figura 5.23: Representação dos graus de liberdade da lâmina de neoprene [64]

Segundo Guerreiro [28], os valores da rigidez vertical, horizontal e de rotação podem ser obtidos através das equações (5.1), (5.2) e (5.3).

$$K_v = \frac{K_v(\gamma) \times K_v(V)}{K_v(\gamma) + K_v(V)} \quad (5.1)$$

$$K_h = \frac{G \times A}{h_{el}} \quad (5.2)$$

$$K_\theta = \frac{G \times a^5 \times b}{n \times t^3 \times \beta_3} \quad (5.3)$$

em que  $K_v(\gamma)$  e  $K_v(V)$  correspondem às deformações resultantes da distorção e da variação de volume da lâmina, calculadas respectivamente pelas equações (5.4) e (5.5).

$$K_v(\gamma) = \beta_2 \times \frac{G \times S^2 \times A}{h_{el}} \quad (5.4)$$

$$K_v(V) = \frac{E_b \times A}{h_{el}} \quad (5.5)$$

sendo  $G$  o módulo de distorção,  $A$  a área em planta do bloco,  $h_{el}$  a altura total,  $S$  o factor de forma da secção, obtido pela relação entre a área carregada e a área livre do bloco,  $a$  e  $b$  as dimensões em planta do bloco,  $n$  o número de camadas de lâminas de neoprene,  $t$  a espessura de cada camada,  $\beta_3$  uma constante definida em função da relação  $b/a$  [28],  $\beta_2$  um valor que depende da forma da secção, sendo considerado igual a 5.0 [28] e  $E_b$  o módulo de compressibilidade do neoprene ( $E_b = 2000$  MPa).

Agrupando numa matriz todos os valores de rigidez para as três dimensões, resulta na matriz diagonal (5.6).

$$K_n = \begin{bmatrix} K_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_V & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_T & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{\theta_L} & 0 & 0 \\ SIM & & & & K_{\theta_V} & 0 \\ & & & & & K_{\theta_T} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

- Matriz de rigidez dos ferrolhos

Os ferrolhos encontram-se inseridos em dois elementos diferentes, nomeadamente entre as vigas e o pilar e entre a viga cachorro e a rampa. A rigidez será obtida através do método dos deslocamentos, admitindo um deslocamento relativo entre os elementos estruturais onde se insere o ferrolho. Assim, são definidos os três planos de análise representados na figura 5.24, considerando como sistema base um elemento bi-encastrado com a viga com rigidez infinita [64].

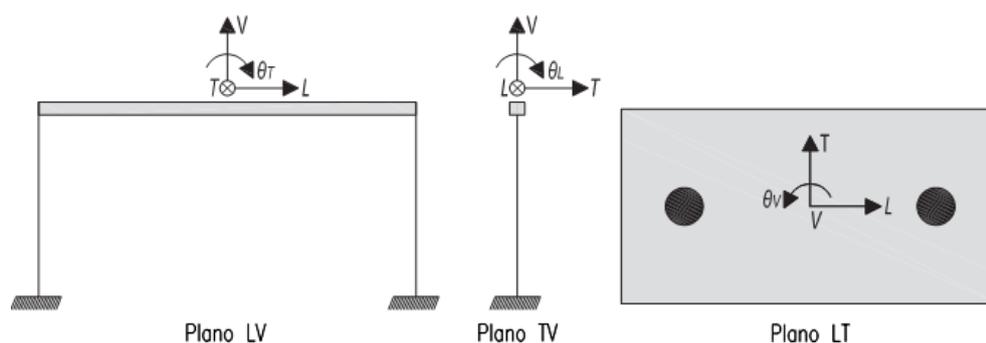


Figura 5.24: Representação dos planos de análise com os respectivos graus de liberdade [64]

A matriz final de rigidez é apresentada na equação (5.7), onde cada elemento

$K_{ij}$  é a resultante da aplicação do método dos deslocamentos, quando na direcção  $i$  é imposto um deslocamento nodal unitário na direcção  $j$ . Cada secção da matriz é obtida por aplicação do método em cada um dos três planos definidos anteriormente.

$$K_f = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LV} & K_{L\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_{VV} & K_{V\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{\theta\theta_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{TT} & K_{TV} & K_{T\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_{VV} & K_{V\theta_T} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 & 0 \\ & & SIM & & & & K_{LL} & K_{LT} & K_{L\theta_V} \\ & & & & & & & K_{TT} & K_{T\theta_V} \\ & & & & & & & & K_{\theta\theta_V} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

- Sobreposição das matrizes e valores finais

Somando as matrizes obtidas anteriormente, obtém-se a matriz simétrica (5.8).

$$\begin{bmatrix} K_L + K_{LL} & K_{LV} & K_{LT} & 0 & K_{L\theta_V} & K_{L\theta_T} \\ & K_V + K_{VV} & K_{TV} & K_{V\theta_L} & 0 & K_{V\theta_T} \\ & & K_T + K_{TT} & K_{T\theta_L} & K_{T\theta_V} & 0 \\ & & & K_{\theta_L} + K_{\theta\theta_L} & 0 & 0 \\ & SIM & & & K_{\theta_V} + K_{\theta\theta_V} & 0 \\ & & & & & K_{\theta_T} + K_{\theta\theta_T} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Pelos desenhos de projecto, sabe-se que a ligação viga/pilar (V/P) tem uma lâmina de neoprene com  $300 \times 300 \times 30$  mm e dois varões de  $\varnothing 20$  mm, cada com um comprimento de 30 mm. Já a ligação viga cachorro/rampa (C/R) contém uma lâmina de neoprene com  $1200 \times 250 \times 10$  mm e seis varões de  $\varnothing 16$  mm com um comprimento de 10 mm.

Considerando um aço com módulo de elasticidade de 200 GPa e um módulo de distorção do neoprene de 1.35 MPa, as matrizes de rigidez completas são as apresentadas nas equações (5.9) e (5.10) [64].

$$K_{V/P} = \begin{bmatrix} 1.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.021 \\ & 4.3 & 0 & 0.31 & 0 & 0 \\ & & 1.4 & -0.021 & 0 & 0 \\ & & & 0.024 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 0.031 & 0 \\ & & & & & 0.047 \end{bmatrix} \times 10^6 \text{ kNm/rad} \quad (5.9)$$

$$K_{C/R} = \begin{bmatrix} 4.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.023 \\ & 2.7 & 0 & 0.06 & 0 & 0 \\ & & 4.6 & -0.023 & 0 & 0 \\ & & & 0.0046 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 0.10 & 0 \\ & & & & & 0.07 \end{bmatrix} \times 10^7 \text{ kNm/rad} \quad (5.10)$$

### Modelo final

O modelo preliminar completo pode ser observado na imagem 5.25.

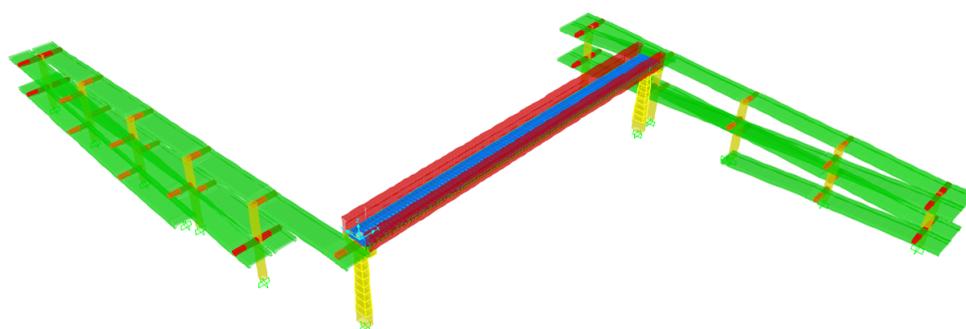


Figura 5.25: Modelação no SAP2000

### 5.3.2 Verificação do modelo

Uma das formas de verificar se todos os elementos estruturais foram introduzidos no modelo numérico, é realizar o cálculo do peso total da estrutura. Assim, foi calculado o peso de todos os elementos do projecto usando um peso volúmico para betão armado de  $\gamma$  igual a  $25 \text{ kN/m}^3$ . O valor total obtido foi comparado com o total da soma de todas as reacções verticais na base dos pilares, sendo que a estrutura se considera correcta quando o valor de erro é menor que 5%. Na tabela 5.5 encontram-se os valores do somatório das forças verticais obtidas pelo SAP na base dos pilares e o peso calculado com recurso ao projecto, assim como o erro relativo.

Tabela 5.5: Validação do modelo

	Modelo em SAP [kN]	Cálculo pelo projecto [kN]	Erro [%]
Peso total dos elementos	3196.769	3267.479	2.16

### 5.3.3 Análise modal

Iniciando a análise modal do modelo, foram obtidas as frequências relativas a todos os elementos estruturais, sendo que na figura 5.26 se encontram apenas representados os modos principais do tabuleiro. Como a medição será feita só no tabuleiro, estes são os modos utilizados para a posterior comparação e actualização do modelo.

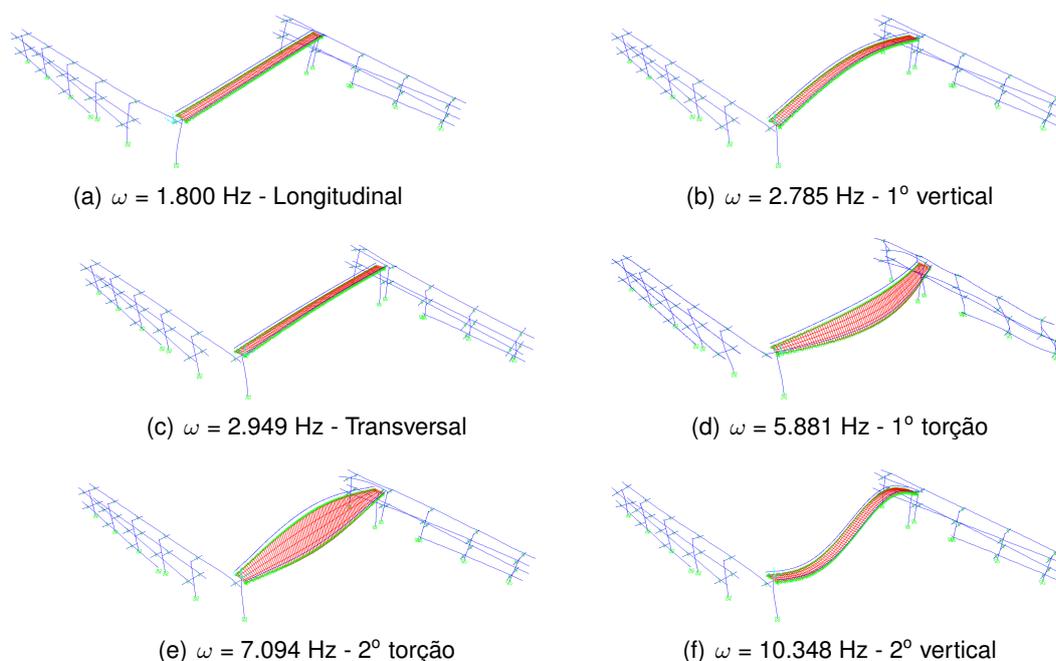


Figura 5.26: Modos principais do tabuleiro (SAP2000)

## 5.4 Campanha experimental

No âmbito do projecto, foram realizadas duas visitas à estrutura. A primeira teve como objectivo a observação e verificação das dimensões geométricas. Na segunda, realizada no dia 24 de Julho de 2012, foram feitas as medições das velocidades em resposta a uma vibração ambiental provocada pelo vento e pelo tráfego pedonal e rodoviário. De acordo com o modelo numérico preliminar, as frequências principais do tabuleiro esperadas para esta estrutura variam entre 1.800 e 10.348 Hz.

### 5.4.1 Equipamento utilizado

Os ensaios são realizados com recurso a instrumentos de monitorização de vibração (transdutores de velocidade), da marca SYSCOM. Foram utilizados três equipamentos, modelo MR2002 triaxial, cada um composto por vários elementos. Os elementos individuais do equipamento são descritos em seguida [62], podendo ser observados na figura 5.27.



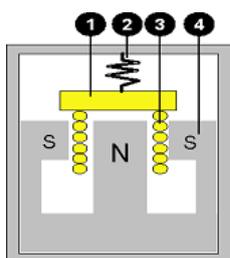


Figura 5.28: Conteúdo do sistema MR2002-CE

a sensibilidade. Devido à natureza flexível da estrutura, será aplicado um filtro passa-baixo, referido no manual [62] pelo filtro número 1, com uma frequência máxima de 50 Hz. Por outro lado, o valor mínimo que o equipamento tem capacidade de medir, 1 Hz, não é provável de ser atingido pois, para este tipo de estruturas, as frequências fundamentais encontram-se geralmente numa gama de 1.7 a 3.5 Hz [63, 68]. Neste caso específico, o modelo em SAP2000 sugere uma frequência fundamental de cerca de 1.8 Hz.

#### 5.4.2 Descrição das medições

Observando as principais deformadas do tabuleiro no modelo de elementos finitos, foram identificados os pontos de maior amplitude para cada modo de vibração. Estes pontos são importantes para uma correcta definição do comportamento da estrutura quando medida experimentalmente. Como se procura detectar os modos principais do tabuleiro, isto é, os modos transversal, longitudinal, vertical e de torção, foram definidas várias posições para medição. Como foram usados somente três conjuntos MR2002-CE, tornou-se necessário fazer vários ensaios para medir os pontos escolhidos, sendo um dos sensores, o de referência, mantido sempre na mesma posição.

No caso de um pórtico simples simétrico, como é o caso do tabuleiro sem os acessos, os pontos a definir para obter os modos transversal, longitudinal e vertical seriam os representados na primeira viga da figura 5.29. Como se pode observar, os pontos definidos seriam suficientes para definir o primeiro modo, mas o segundo não seria detectável, já que o ponto central teria deslocamento nulo, não dando qualquer informação em relação ao resto da viga. Poderia também ser escolhido um ponto adicional a 1/4 de vão, como se pode observar na segunda viga da figura 5.29, e igualar o valor da posição 3/4 por simetria. No entanto tal não seria correcto pois a segunda deformada modal não é simétrica.

Aplicando agora a informação ao caso em estudo, nota-se pela geometria que a existência das rampas faz com que a estrutura não seja simétrica. Pela observação do modelo, os pontos a medir foram definidos no topo dos pilares, ao centro e a 1/4 e 3/4 de vão, sendo suficientes para obter os modos longitudinal, transversal e vertical do tabuleiro. No entanto, a utilização de um eixo único no tabuleiro não é suficiente para definir os modos de torção existentes. Assim, para

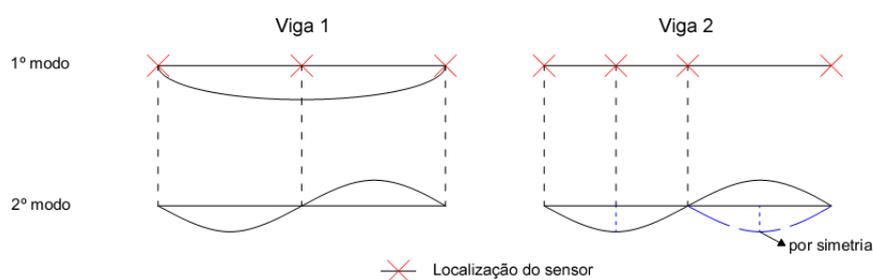


Figura 5.29: Exemplo de localização dos pontos para correcta detecção dos modos de uma viga bi-apoiada

além da medição no eixo, foram escolhidos dois eixos adicionais junto às vigas, de forma a registar também este modo. Estes três eixos permitem também observar a eventual deformação da secção do tabuleiro. Na figura 5.30 podem-se observar as posições de medição no tabuleiro.

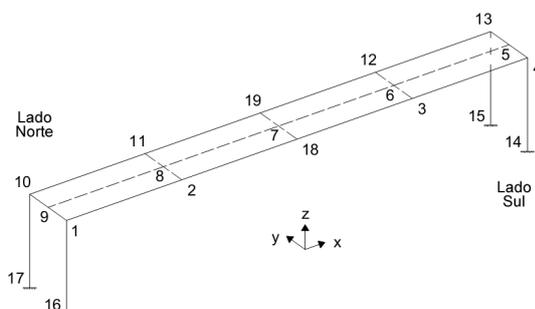


Figura 5.30: Localização dos pontos a medir

Estando disponíveis apenas três equipamentos de medição MR2002, tornou-se necessário definir várias configurações ao longo do tabuleiro, cada uma constituída por três pontos de instrumentação. Para que as diferentes configurações sejam relacionáveis entre si, foi decidido realizar a fixação de um geofone, neste caso o geofone 2 no ponto de referência 7. No total, foram efectuados 7 ensaios, podendo ser observadas as configurações na tabela 5.6 e geometricamente no anexo B.

Tabela 5.6: Localização dos pontos em cada ensaio

Ensaio	Sensor #1	Sensor #2	Sensor #3
1	12	7	2
2	3	7	11
3	6	7	8
4	19	7	18
5	4	7	10
6	13	7	1
7	5	7	9

Na figura 5.31 podem ser observadas duas colocações dos instrumentos no passadiço.

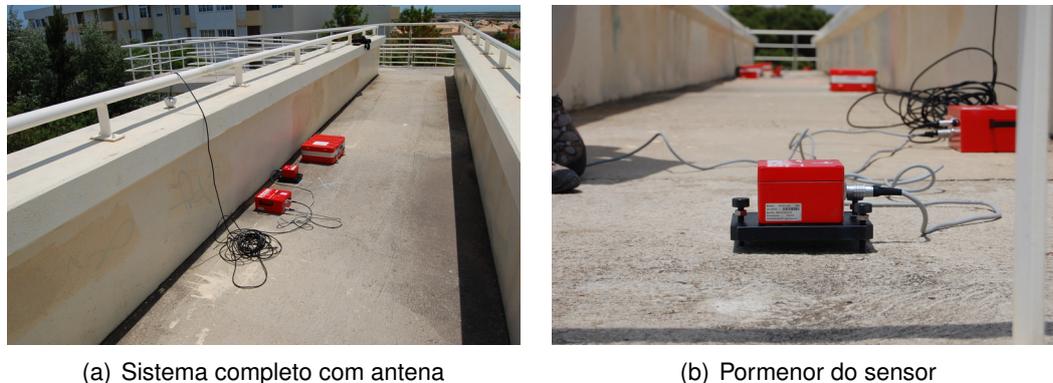


Figura 5.31: Pormenor da colocação dos sensores

Em relação ao tempo de amostragem, foi definido um tempo de gravação de 15 minutos para cada ensaio, com aproximadamente 15 minutos entre cada configuração para recolocar os equipamentos. Como referido anteriormente, será utilizado um filtro passa-baixo, sendo que o valor máximo de frequência é de 50 Hz. Segundo o Teorema de Nyquist<sup>1</sup>, a frequência de amostragem deverá ser o dobro deste valor, resultando numa frequência de 100 Hz. Este valor permite detectar valores até 40 Hz pois o sistema diminui em 80% a frequência Nyquist de forma a minimizar os erros. Resumindo, a frequência máxima observável é obtida através da equação (5.11).

$$f_{max} = 0.8 \times f_{Nyquist} = 0.8 \times \frac{f_{amostragem}}{2} \quad (5.11)$$

Na figura 5.32 pode ser observado um exemplo das velocidades obtidas no ensaio 1, segundo o eixo z, no ponto de referência (geofone 2 na posição 7).

### 5.4.3 Análise modal - ARTeMIS

Realizadas as medições, inicia-se a análise dos resultados no programa de análise modal ARTeMIS [61], constituído pelo ARTeMIS Testor e ARTeMIS Extractor.

Começa-se pela definição simplificada da estrutura na secção de *Geometry Generator* no programa ARTeMIS Testor, definindo os pontos de medição, com base na figura 5.30. A ligação entre os dados obtidos e os pontos da estrutura é realizada na secção *Data Organizer*, definindo qual o canal relativo a cada eixo

<sup>1</sup>A frequência de Nyquist é definida como sendo a frequência máxima a detectar, sendo que o teorema refere que a frequência de amostragem deve ser o dobro, para que o sinal analógico seja reconstituído em formato digital com o mínimo de perda de informação. Este valor é uma propriedade de um sistema discreto e permite minimizar os erros derivados deste tipo de sistema.

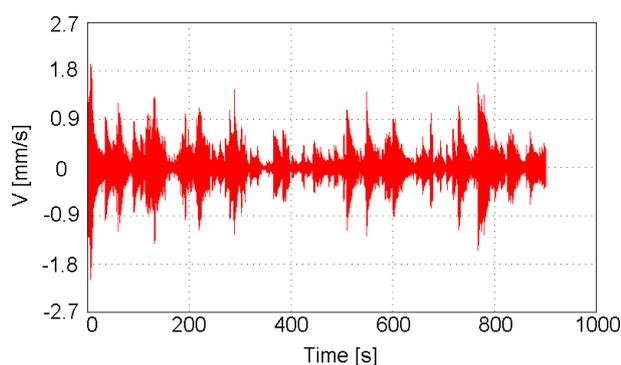


Figura 5.32: Gráfico de velocidade segundo z (mm/s)

em cada ponto. Estes canais podem ser observados individualmente em *Data Validation*, onde se encontram representados os gráficos de velocidades medidos na estrutura em x, y e z (modo longitudinal, transversal e vertical respectivamente). Estes dados podem ser depois exportados para serem analisados num programa externo, neste caso o ARTeMIS Extractor.

Este programa permite a estimação de parâmetros modais, tais como as frequências próprias das estruturas e os respectivos modos de vibração. O programa inclui três técnicas de análise modal no domínio da frequência, a FDD, a EFDD e a CFDD e três no domínio do tempo, a SSI-UPC, a SSI-PC e a SSI-CVA. Todas estas técnicas são baseadas na escolha manual ou automática de picos no domínio da frequência onde, após a sua escolha, é possível visualizar as deformadas relativas aos modos. Para o presente trabalho foi utilizada a técnica EFDD, sendo comparada com a SSI-UPC.

Importando os ficheiros para o ARTeMIS Extractor e usando a técnica EFDD, o programa tem a opção de se escolher automaticamente os picos do espectro dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral, como pode ser observado na figura 5.33.

Para uma verificação dos resultados, é comum fazer uma comparação entre os resultados obtidos por uma técnica no domínio da frequência com uma no domínio do tempo. Assim, na figura 5.34 pode ser observado o diagrama de estabilização pela técnica SSI-UPC. Na tabela 5.7 encontram-se os valores de frequência e coeficientes de amortecimento obtidos por ambas as técnicas. Na figura 5.35 pode ser observada a matriz MAC de comparação dos resultados.

Observa-se pela MAC que os resultados são muito próximos, mostrando uma boa correlação entre as duas técnicas.

Observando as deformadas relativas a cada modo escolhido automaticamente, verificou-se a existência de uma deformação não compatível no ponto 9 no modo longitudinal. Suspeita-se que este problema pode estar relacionado com uma

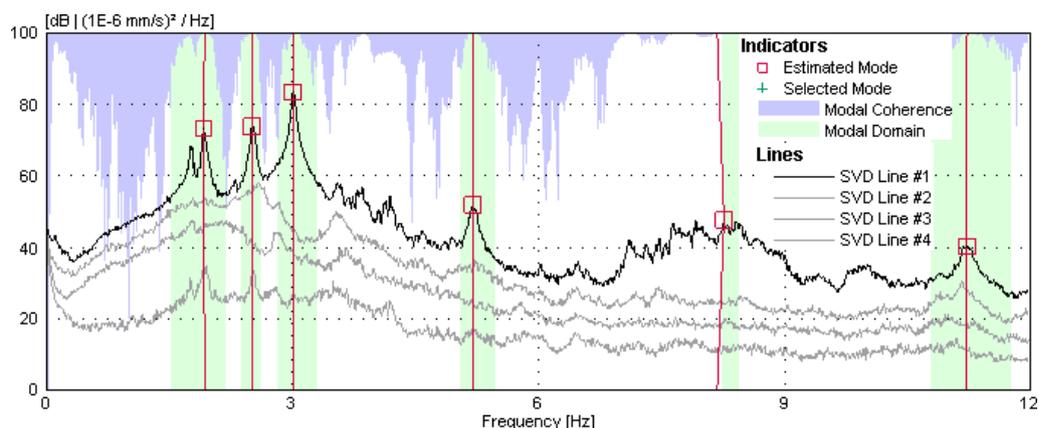


Figura 5.33: Espectros dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral

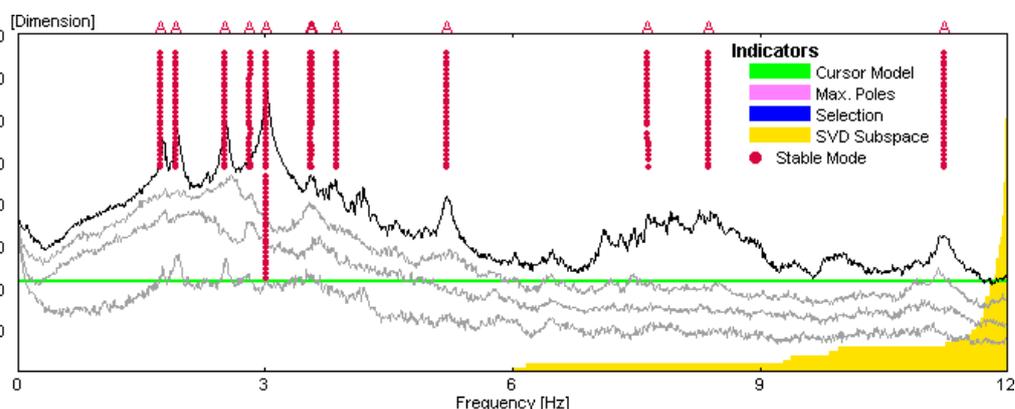


Figura 5.34: Diagrama de estabilização

Tabela 5.7: Características modais obtidas no tabuleiro

Modo	EFDD		SSI-UPC	
	$\bar{\omega}$ [Hz]	$\xi$ [%]	$\bar{\omega}$ [Hz]	$\xi$ [%]
Longitudinal	$1.933 \pm 0.01203$	$1.081 \pm 0.4876$	$1.929 \pm 0.0001499$	$1.23 \pm 0.005737$
Transversal	$2.522 \pm 0.009776$	$0.8557 \pm 0.2104$	$2.515 \pm 0.0001991$	$0.807 \pm 0.007531$
Vertical	$3.016 \pm 0.005731$	$0.5967 \pm 0.09085$	$3.013 \pm 0.002899$	$1.59 \pm 1.184$
Torção	$5.203 \pm 0.01544$	$0.5827 \pm 0.233$	$5.197 \pm 0.000379$	$0.8744 \pm 0.007456$
Torção	$8.176 \pm 0.3338$	$1.197 \pm 0.7386$	$8.371 \pm 0.0005932$	$2.486 \pm 0.005148$
Vertical	$11.22 \pm 0.01434$	$0.4099 \pm 0.2904$	$11.22 \pm 0.00008526$	$0.7272 \pm 0.000981$

dessincronização do geofone na respectiva configuração. Como se pode observar na figura 5.36, na extremidade do tabuleiro (assente no pilar) o ponto 9 não segue a deformação dos pontos adjacentes, como seria de esperar, pois representa a deformação sobre o capitel.

Para corrigir este efeito, foram adicionadas dependências entre nós, de maneira a aproximar os valores a uma deformação possível. Na aba inferior *Slave nodes*

		SSI-UPC					
$\omega$ [Hz]		1.929	2.515	3.013	5.197	8.371	11.220
EFDD	1.933	0.96780	0.00080	0.00220	0.03620	0.00940	0.00130
	2.522	0.00760	0.99700	0.00240	0.04450	0.28620	0.00010
	3.016	0.00100	0.00020	0.99940	0.00610	0.01670	0.00540
	5.203	0.02880	0.03530	0.01110	0.96900	0.02490	0.00380
	8.176	0.01750	0.24630	0.00620	0.04870	0.82110	0.00360
	11.221	0.00010	0.00290	0.00450	0.02110	0.00250	0.96290

Figura 5.35: Matriz MAC entre as técnicas EFDD e SSI-UPC

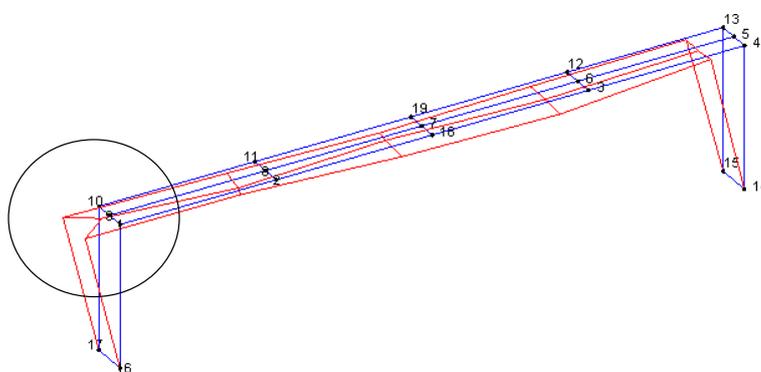


Figura 5.36: Ponto 9 com deformação não compatível com o tabuleiro

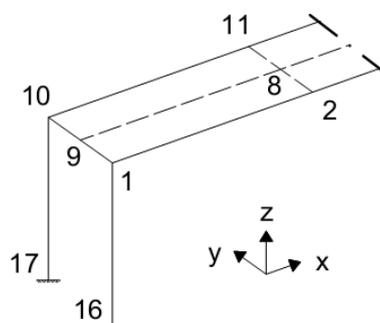
na secção *Notes*, adicionam-se por escrito as relações entre cada nó. Sendo que o tabuleiro não pode sofrer deformações individuais em cada ponto definido, foi decidido realizar no ponto do eixo, uma média aritmética dos pontos adjacentes. Por isso, no ponto 9, foi definido que tanto em x (eixo 1), y (eixo 2) e z (eixo 3) seria feita uma média entre os pontos 1 e 10.

Relações definidas na secção *Slave nodes*:

$$\text{Node}(9,1) = (\text{Node}(10,1) + \text{Node}(1,1)) / 2$$

$$\text{Node}(9,2) = (\text{Node}(10,2) + \text{Node}(1,2)) / 2$$

$$\text{Node}(9,3) = (\text{Node}(10,3) + \text{Node}(1,3)) / 2$$



As deformadas obtidas são as mostradas na figura 5.37 sendo representadas a vermelho, em contraste com a estrutura não deformada a azul.

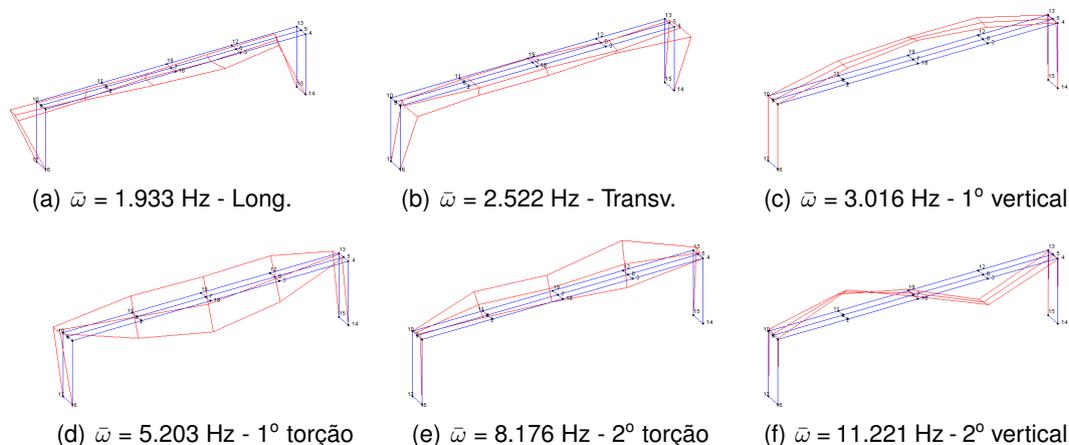


Figura 5.37: Modos obtidos pela técnica EFDD com *Peak Picking* automático

Como pode ser observado, comparando a figura 5.26 dos modos obtidos no SAP com a figura anterior 5.37, o segundo e terceiro modo encontram-se em ordem trocada. Esta troca será resolvida através da actualização do modelo.

Em relação aos vectores das deformadas obtidos, verifica-se que cada deslocamento é composto por uma parte real e outra imaginária, sendo o vector complexo. As deformadas complexas dos modos são resultado de amortecimento não proporcional na estrutura, significando uma transferência de energia entre os seus modos [2]. Assim, é necessário converter estes valores complexos em reais, para que os resultados possam ser comparados com os do programa de elementos finitos, permitindo a correcta actualização do modelo.

Existem, na literatura, vários algoritmos que permitem fazer esta conversão. Uma técnica é a de construir matrizes de massa e de rigidez a partir dos resultados medidos, usadas depois para o cálculo dos modos reais [23, 33]. Uma outra é a definição de uma matriz de transformação global, de forma a transformar as deformadas reais em complexas [45, 69].

No entanto, para o presente trabalho, será usada a técnica baseada no conceito proposto por Imregun e Ewins [35], que define a transformação das deformadas de cada modo, ao invés de usar uma matriz de transformação global em todos os modos. É assim sugerido que o melhor vector real que deve ser utilizado é o que apresenta a melhor correlação com o vector complexo medido quando rodado.

É demonstrado em [2] que o vector real com maior correlação com o modo complexo é a componente real deste quando rodado de maneira a maximizá-la. O valor do ângulo desta rotação é obtido através da equação (5.12), sendo  $\phi_R$  e  $\phi_I$  a parte real e imaginária de um dado modo.

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \times \phi_R^T \times \phi_I}{\phi_R^T \times \phi_R - \phi_I^T \times \phi_I} \quad (5.12)$$

Obtido o valor da rotação do vector de forma a maximiza-lo, calcula-se o valor real através da equação (5.13).

$$\phi_{Real} = \phi_R \times \cos(\theta) + \phi_I \times \sin(\theta) \quad (5.13)$$

A equação é aplicada individualmente a todos os graus de liberdade do modo. Chama-se a atenção para o facto de esta rotação não ser o valor que otimiza todos os valores individualmente, mas sim a deformada completa. Estes valores resultantes podem ser finalmente comparados com os obtidos no modelo, sendo essa comparação feita entre vectores reais.

Na figura 5.38 podem ser observados dois exemplos da variação da parte real e complexa dos modos longitudinal e vertical. No primeiro caso os picos encontram-se nos graus de liberdade em x e no segundo em z.

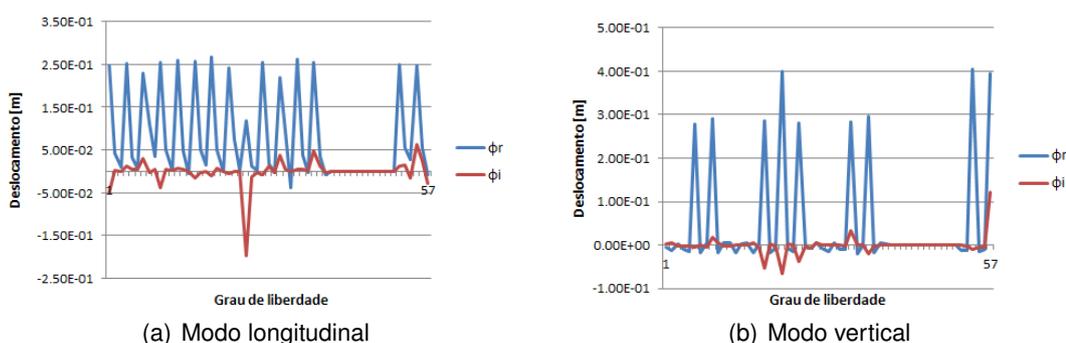


Figura 5.38: Variação da parte real e complexa dos modos

Aplicando a equação (5.12) aos seis modos obtidos pelo ARTeMIS no passadiço, observa-se que os valores de  $\theta$  são muito reduzidos, resultando num co-seno próximo de 1 e um seno de 0. Estes valores aplicados à equação (5.13) traduzem num modo real igual à componente real do modo complexo. Na tabela 5.8 encontram-se os valores resultantes das equações anteriores.

Tabela 5.8: Valores de rotação dos modos complexos

# modo	$\theta$ [rad]	$\cos(\theta)$	$\sin(\theta)$
1	9.19E-08	1	9.19286E-08
2	1.22E-07	1	1.21998E-07
3	-2.91E-08	1	-2.91026E-08
4	1.04E-07	1	1.04178E-07
5	1.06E-07	1	1.06005E-07
6	5.30E-08	1	5.29695E-08

Daqui verifica-se que, para uma estrutura pouco amortecida e com frequências

baixas, como é o caso do passadiço em estudo, os efeitos devido ao amortecimento são desprezáveis, podendo os modos reais ser directamente extraídos do modo complexo, igualando a zero a parte complexa.

Deve ser chamado a atenção que este procedimento não resulta nas deformadas reais que seriam obtidas caso fosse anulado o amortecimento na estrutura. Não parece ser possível obter estes modos sem a identificação do amortecimento do sistema e removendo os seus efeitos dos resultados da medição [2].

## 5.5 Actualização do modelo de Elementos Finitos

Pela comparação entre os resultados experimentais e numéricos, é perceptível a necessidade de fazer ajustes no modelo de forma a aproximar as frequências e as respectivas deformadas. Esta actualização passa por duas fases, uma vertente manual, que serve para fazer ajustes de maior ordem e detectar quais as variáveis que mais influenciam as frequências, e uma automática, que minimiza uma dada função objectivo, realizando uma optimização mais detalhada das variáveis.

### 5.5.1 Comparação inicial

Antes de iniciar a actualização do modelo, torna-se necessário fazer uma comparação entre as frequências dos modos experimentais e numéricos. Para esta comparação podem ser utilizadas várias técnicas, sendo que no presente trabalho será realizada de duas formas, através do erro relativo simples com a comparação das frequências, e através do uso da função MAC, que tem em conta os vectores modais.

Na tabela 5.9, apresenta-se o erro relativo entre as frequências identificadas no ARTeMIS e as simuladas numericamente no SAP2000.

Tabela 5.9: Comparação das frequências obtidas

# modo	$\bar{\omega}$ [Hz]	Modo	$\omega$ [Hz]	Erro [%]
1	1.933	Longitudinal	1.800	6.88
2	2.522	Transversal	2.949	16.92
3	3.016	Vertical	2.785	7.66
4	5.203	Torção	5.881	13.02
5	8.176	Torção	7.094	13.24
6	11.221	Vertical	10.348	7.78

Como se pode observar, os erros em relação às frequências são elevados, atingindo no máximo um erro de 16% para o modo transversal. De notar que este modo se encontra fora de ordem, isto é, tem uma frequência no modelo maior que a da viga, quando comparado com a ordem das medições experimentais.

Para a comparação dos modos, são utilizados os vectores reais calculados a partir dos valores complexos do ARTeMIS e os vectores obtidos pelo SAP2000. A matriz MAC obtida encontra-se apresentada na figura 5.39.

		SAP 2000					
$\omega$ [Hz]		1.800	2.785	2.949	5.881	7.094	10.348
EFDD	1.933	0.92203	0.00570	0.00046	0.04993	0.00062	0.00018
	2.522	0.04987	0.05276	0.71972	0.60789	0.00172	0.00001
	3.016	0.00116	0.91240	0.02693	0.00070	0.00004	0.00017
	5.203	0.01784	0.00001	0.06765	0.43078	0.51952	0.00003
	8.176	0.00373	0.04825	0.32773	0.18317	0.54849	0.00333
	11.221	0.00013	0.00015	0.00002	0.00003	0.01287	0.94366

Figura 5.39: Matriz MAC entre o modelo inicial e os resultados experimentais

Os valores observados na matriz MAC corroboram o observado na tabela 5.9, sendo que os valores a verde são os mais próximos da unidade. Nota-se também a diferente ordem dos modos.

### 5.5.2 Aperfeiçoamento do modelo

No algoritmo a ser utilizado para a actualização, é necessário definir valores limite das variáveis e quais os modos a obter do modelo. Para obter alguma sensibilidade nos limites a usar, torna-se necessário fazer alguns testes de sensibilidade, realizando uma actualização manual. A limitação das variáveis reduz o número de iterações, assim como o tempo de convergência. Por outro lado, a ordem trocada dos modos no SAP2000 em relação ao ARTeMIS resulta em erros durante a optimização, pois o algoritmo fixa a ordem inicial ao longo das iterações. Estes testes ajudam a repor a ordem dos modos, para que o programa corra sem erros. O objectivo do programa automático não seria atingido se existisse variação de modos, fazendo com que dois modos completamente diferentes fossem comparados erradamente, resultando num valor da função objectivo maior do que o esperado.

No entanto, antes de iniciar os testes, foram detectados alguns passos na criação no modelo que podiam ser melhorados para aproximar a estrutura à realidade.

Como foi visto, as medições dos deslocamentos foram feitos unicamente no tabuleiro do passadiço, obtendo os modos relativos a este. Assim, o modelo inicial tem demasiada definição nas rampas, existindo uma subdivisão de aproximadamente 10 *frames* por rampa, aumentando os modos obtidos no SAP2000 (maior número de graus de liberdade). Estes modos, não sendo importantes para a consideração dos deslocamentos no tabuleiro, podem ser ocultados diminuindo os nós existentes na rampa. Para isso foram unidos todos os *frames* de cada rampa, sendo que cada elemento pré-fabricado ficou constituído somente por 3 elementos, como pode ser visto na figura 5.40. Diminuíram-se

assim os modos detectados no SAP2000, sendo que a rigidez adicionada pela redução dos nós de liberdade não é significativa em termos dos modos principais do tabuleiro, como foi verificado nas novas frequências.

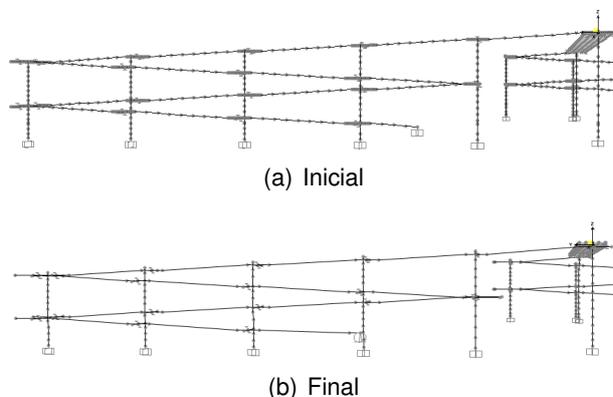


Figura 5.40: Divisão da rampa em *frames*

Um dos erros que se observou foi que o próprio programa SAP2000 não tem em consideração a inércia adicionada pela existência das armaduras longitudinais e do pré-esforço para uma análise elástica [53]. A inércia calculada no programa é relativa unicamente à secção em betão. É preciso assim realizar uma homogeneização da secção, calculando a variação de inércia que os varões e os cabos adicionam. Este valor é colocado na secção de *Set Modifiers* da secção de cada *frame*, nas zonas de modificação de inércia *Moment of Inertia about...* em torno do eixo 2 ( $I_2^{mod}$ ) e 3 ( $I_3^{mod}$ ). Durante o cálculo das características modais, o valor de inércia obtido, que só tem em conta a secção de betão, é multiplicado pelo modificador. No anexo C é exemplificada a homogeneização no caso da secção a meio vão da viga.

Procedeu-se de igual maneira para todos os outros elementos em betão armado, resultando nos valores apresentados na tabela 5.10. A definição dos elementos é o seguinte:

**P1A-SD, P1B-SD e P1C-SD** Secções da base, intermédia (base do capitel) e topo do capitel do pilar principal respectivamente

**P2-SD** Pilar de acesso intermédio

**P3-SD** Pilar de acesso extremo

**RAM/PAT-SD** Rampa de acesso

**VC-Int-SD e VC-Ext-SD** Secção apoiada da viga cachorro dos acessos no pilar e secção exterior respectivamente

**VC-P e VC-R** Secção apoiada da viga cachorro de apoio no pilar principal e secção exterior respectivamente

**VI-SD e VI-ext-SD** Secção a meio vão e extrema da viga do tabuleiro

Tabela 5.10: Valores modificados das inércias dos elementos

Elemento	$I_3^{mod}[m^4]$	$I_2^{mod}[m^4]$
P1A-SD	1.17608	1.18608
P1B-SD	1.21935	1.16344
P1C-SD	1.11378	1.12547
P2-SD	1.18921	1.19352
P3-SD	1.19787	1.21102
RAM/PAT-SD	1.14379	1.0861
VC-Int-SD	1.11503	1.10599
VC-Ext-SD	1.16953	1.15899
VC-P	1.09900	1.1323
VC-R	1.09240	1.209
VI-SD	1.11914	1.10092
VI-ext-SD	1.14120	1.07915

Aplicando estes valores no SAP2000, verifica-se que as frequências aumentaram significativamente, pois a inércia aumentou entre 8 a 22%. Este passo adiciona rigidez à estrutura, diminuindo o erro calculado anteriormente entre o modelo numérico e os valores experimentais, como se pode observar na tabela 5.11. A matriz MAC pode ser observada na figura 5.41.

Tabela 5.11: Comparação das frequências após a modificação

# modo	$\bar{\omega}$ [Hz]	Modo	$\omega$ [Hz]	Erro [%]
1	1.933	Longitudinal	1.922	0.53
2	2.522	Transversal	2.958	17.26
3	3.016	Vertical	2.905	3.67
4	5.203	Torção	5.783	11.14
5	8.176	Torção	7.185	12.13
6	11.221	Vertical	10.803	3.72

		SAP 2000					
$\omega$ [Hz]		1.922	2.905	2.958	5.783	7.185	10.803
EFDD	1.933	0.91978	0.00001	0.01841	0.05521	0.00016	0.00031
	2.522	0.05205	0.00014	0.84487	0.64973	0.00004	0.00001
	3.016	0.00111	0.99238	0.00000	0.00079	0.00003	0.00016
	5.203	0.01756	0.00354	0.05805	0.34793	0.56398	0.00001
	8.176	0.00330	0.00821	0.33289	0.25082	0.50810	0.00238
	11.221	0.00012	0.00013	0.00004	0.00000	0.01247	0.94422

Figura 5.41: Matriz MAC entre o modelo modificado e os resultados experimentais

### 5.5.3 Actualização automática

Após ser melhorado o modelo, as frequências obtidas já se aproximam mais das experimentais. No entanto, o modo transversal e vertical da viga ainda se encontram trocados, tendo o primeiro um maior valor de frequência. Este pormenor criaria erros na aplicação do programa automático já que, com a variação das grandezas a serem optimizadas, os modos podem trocar de ordem. A probabilidade de acontecer este erro é aumentada devido ao facto de ambas as frequências serem muito próximas, bastando uma pequena variação num parâmetro para retirar os modos da ordem definida.

Tendo em conta este problema, a solução passa pela realização de estudos de sensibilidade que, para além de dar alguma sensibilidade ao utilizador para a escolha das variáveis, aproxima o modelo aos valores experimentais. Assim, o programa de actualização será utilizado para verificar e detalhar o valor optimizado da variável, sendo que após os estudos de sensibilidade os modos encontram-se estabilizados, reduzindo possíveis erros na utilização do programa.

#### Estudos de sensibilidade

Uma das primeiras opções a verificar é a do encastramento dos pilares. Como foi referido, a falta de um estudo geológico não permite tomar uma decisão fundamentada relativamente ao tipo de apoio a colocar no modelo. A ligação pilar/solo é representada teoricamente por uma rigidez no intervalo entre 0 e  $\infty$ , com 0 a implicar uma rigidez nula e infinito um encastramento perfeito, sendo estes valores extremos pouco prováveis de serem atingidos. Assim, este parâmetro será um dos a optimizar o programa automático. No entanto, como dito no início deste capítulo, não se pode deixar os valores variarem livremente, sendo por isso necessário fazer alguns testes de sensibilidade para diminuir os limites de optimização e estabilizar os modos do tabuleiro.

Da mesma forma, a ligação das rampas ao solo não será um encastramento como definido no modelo, mas um apoio mais flexível. Isto deve-se ao facto de o início da rampa não ter uma fundação, estando sob o solo a um nível superficial, como pode ser observado na figura 5.42. Foi assim definido um novo apoio na ligação rampa/solo, através de um apoio móvel na direcção de crescimento da rampa e com as rotações livres.

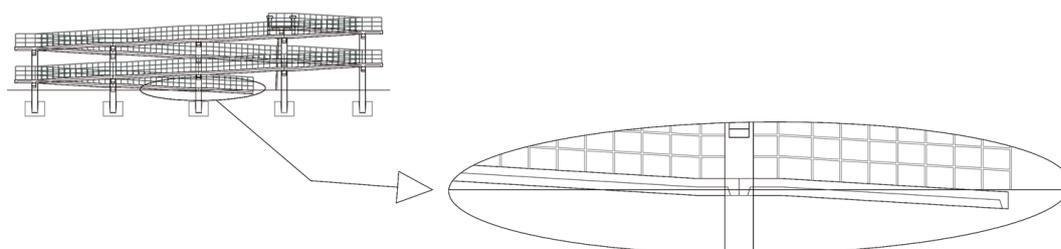


Figura 5.42: Ligação rampa/solo

A rigidez a aplicar directamente na modelação da ligação pilar/solo é difícil de obter, já que o seu valor resulta de uma combinação entre vários elementos, como pode ser observado na figura 5.43.

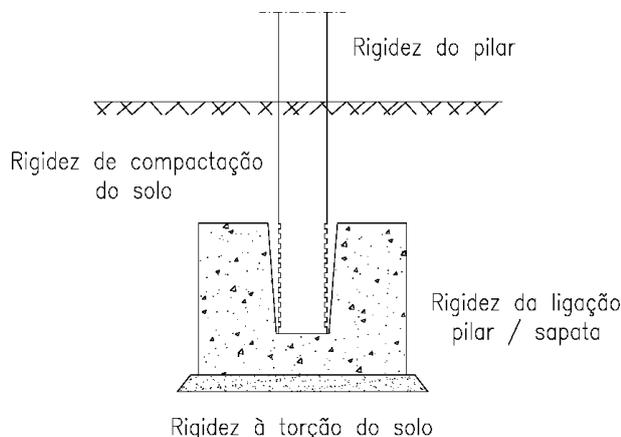


Figura 5.43: Ligação pilar/solo - rigidez a ter em consideração

Assim, foram realizados alguns testes em que foram colocados apoios simples nos pilares, aplicando de seguida molas de rotação em torno dos eixos  $x$  e  $y$ , na qual os valores de rigidez da mola representam a rigidez da ligação pilar/solo. Começou-se pela colocação das molas nos pilares principais (PP) e de acesso (PA), variando primeiro a rigidez em torno de  $x$ , controlando a direcção transversal do tabuleiro, e depois em torno de  $y$ , controlando a direcção longitudinal do tabuleiro. Para estes testes só se tiveram em conta os três primeiros modos e o 2º vertical do passadiço pois estes têm uma maior semelhança com os valores medidos, tanto em frequência como em modo.

Chama-se a atenção para o facto de os valores das variáveis, quando actualizados manualmente no final de um teste, permanecem constantes no modelo de EF ao longo dos restantes. Isto leva a que a convergência do erro seja sempre contínua e decrescente ao longo de todos os testes.

Para o primeiro teste, optou-se pela variação da rigidez em torno de  $x$  na base dos pilares, que influencia principalmente o modo transversal. Começou-se por obter os valores de frequência dos modos do tabuleiro assim como a sua posição na ordem dos modos, com a estrutura totalmente encastrada (teste T1). De seguida, foi colocado o apoio simples na ligação rampa/solo (T2). Por fim retiraram-se os mesmos dados mas com a estrutura rotulada nos pilares (T3). Estas duas últimas modificações definem os limites de variação da rigidez, como pode ser observado no gráfico 5.44. O teste T2 encontra-se com uma frequência de 2.91 Hz e o T3 com 1.39 Hz no modo transversal. O valor medido, 2.522 Hz encontra-se entre estes dois resultados. Os restantes testes para optimização do modo transversal são realizados pela modificação do valor  $K_{rx}$  (rigidez em torno de  $x$ ) da base dos pilares de acesso e principais. Os resultados podem ser observados na tabela D.1 no apêndice D.

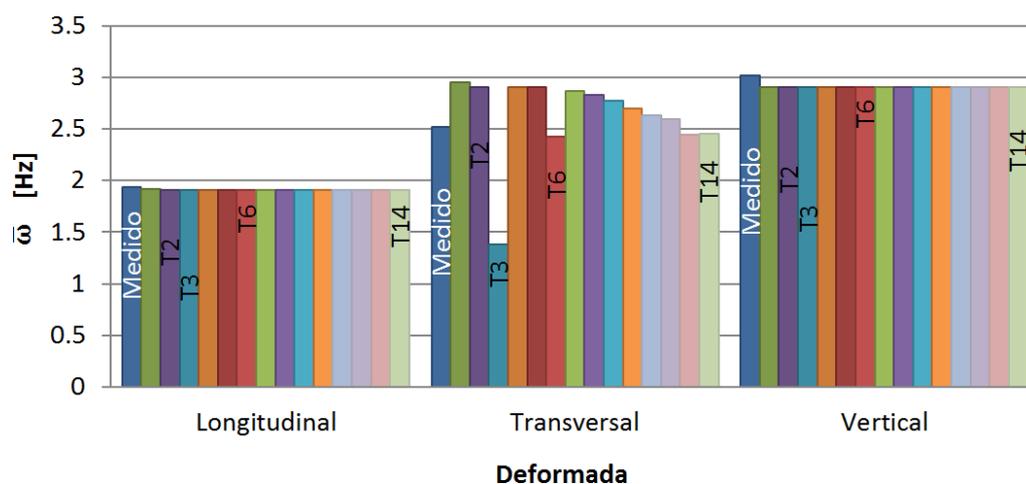


Figura 5.44: Variação da rigidez em torno do eixo x (modo transversal do tabuleiro)

Legenda do gráfico de variação do modo transversal na figura 5.44:

- T1 - Ligação rampa/solo e pilar/solo com apoio rígido
- T2 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em y (e2) e pilar/solo com apoio rígido
- T3 - 2º teste com os pilares de acesso (PA) com apoio rígido em torno de y e rotulados em torno de x (e1)
- T4 - 3º teste com molas em torno de x na base dos PA com  $K_{rx\_PA}=1E+11$  kNm/rad
- T5 - 4º teste com os pilares principais (PP) com  $K_{rx\_PP}=1E+9$  kNm/rad e PA com  $K_{rx\_PA}=1E+8$  kNm/rad
- T6 - 5º teste com  $K_{rx\_PP}=1E+8$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+7$  kNm/rad
- T7 -  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+5$  kNm/rad
- T8 -  $K_{rx\_PP}=1E+7$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+6$  kNm/rad
- T9 -  $K_{rx\_PP}=5.5E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=5.5E+5$  kNm/rad
- T10 -  $K_{rx\_PP}=3.25E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=3.25E+5$  kNm/rad
- T11 -  $K_{rx\_PP}=2E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=2E+5$  kNm/rad
- T12 -  $K_{rx\_PP}=1.5E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.5E+5$  kNm/rad
- T13 -  $K_{rx\_PP}=1.25E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad
- T14 -  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad

Durante a variação da rigidez da mola, o modo transversal observado no SAP2000 não se encontrava bem definido a partir do teste T13. Isto é, a deformada transversal foi observada tanto no modo na posição 3 como na 4. Isto pode ser devido à não simetria da estrutura, fazendo com que o SAP obtenha dois modos transversais. Visualmente, o modo mais correcto é o 3, no entanto, é difícil fazer a escolha já que vai influenciar a direcção da variação dos testes que se seguem. Assim, para verificar qual o modo a usar na actualização, foi calculada a matriz MAC, comparando cada um destes modos com o modo transversal medido no tabuleiro. O coeficiente MAC para o modo 3 foi de 0.8400, enquanto que para o modo 4 foi de 0.7561. Tendo em conta que o erro de frequência de qualquer um dos modos em relação aos medidos são semelhantes, será escolhido o modo 3 devido à sua maior correlação na deformada com o valor real medido.

Obtido o valor de  $K_{rx}$  e mantendo este valor fixo, procedeu-se de maneira semelhante para a obtenção do valor de  $K_{ry}$  (rigidez em torno de  $y$ ) que controla o modo longitudinal do tabuleiro. Em relação a este modo, a frequência medida é superior à obtida no modelo numérico. Como o pilar se encontra encastrado na direcção  $y$  ( $K_{ry}$  infinito), será variado o modificador de inércia em 22 ( $I_2^{mod}$ ) da secção inferior dos pilares principais. Esta secção com um metro de altura encontra-se inserida no solo, tendo por isso uma rigidez superior à definida estruturalmente no SAP2000, pois o solo oferece alguma resistência à flexão do pilar. Na figura 5.45 pode ser observada a variação das frequências para o modo influenciado pela variação (modo longitudinal), assim como o transversal e 1º vertical. Os valores encontram-se na tabela D.2 no apêndice D.

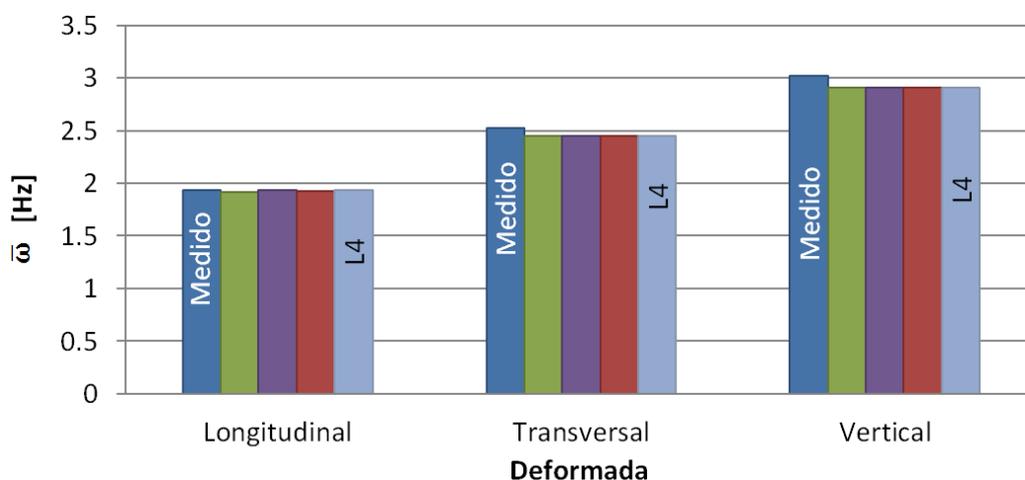


Figura 5.45: Variação da rigidez em torno do eixo  $y$  (modo longitudinal do tabuleiro)

Legenda do gráfico de variação do modo longitudinal na figura 5.45:

- L1 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em  $y$ , pilares com molas  $K_{rx\_PP}=1.1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad;  $I_2^{mod}(P1A-SD)$  inicial=1.18608 (-)

- L2 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.25$  (-)
- L3 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.23$  (-)
- L4 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.24$  (-)

Foi também realizada uma variação manual para tentar aproximar o valor das frequências do primeiro e segundo modo vertical do tabuleiro. Sendo que a frequência de um elemento depende da sua massa ou da sua rigidez, o estudo foi feito pela variação do valor do módulo de elasticidade das vigas e do valor dos modificadores da inércia na direcção 33 (direcção que condiciona o modo vertical). As variações podem ser observadas no gráfico 5.46 e na tabela D.3 no apêndice D.

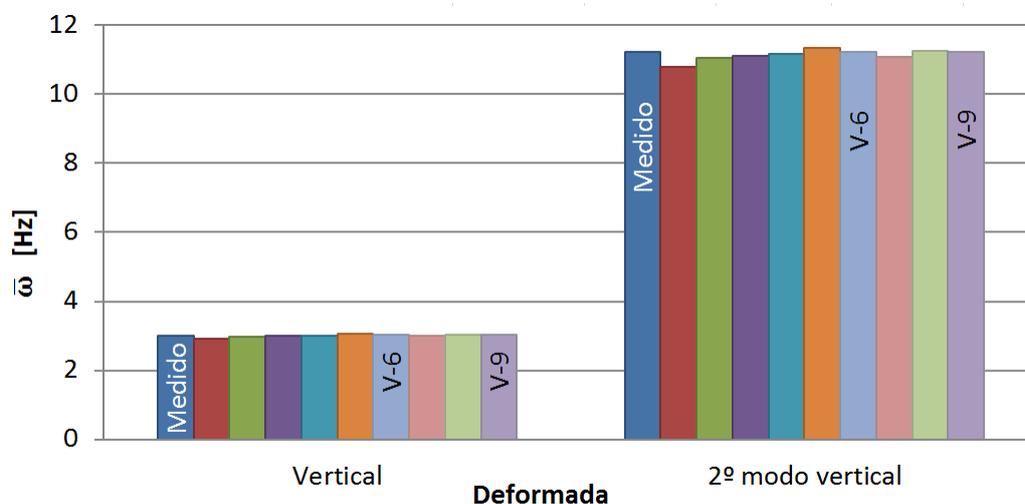


Figura 5.46: Variação do módulo de elasticidade das vigas principais e/ou da respectiva inércia (modo vertical)

#### Legenda do gráfico de variação do modo vertical na figura 5.46

- V1 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em y, pilares com molas  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad e  $K_{ry\_PP}=2E+7$  kNm/rad e  $K_{ry\_PA}=1E+7$  kNm/rad,  $E_{vigas}=34$  GPa e  $(I_3^{mod})=1.11914$  (-)
- V2 - V1 com  $E_{vigas}=36$  GPa
- V3 -  $E_{vigas}=36.5$  GPa
- V4 -  $E_{vigas}=37$  GPa
- V5 - V1 com  $E_{vigas}=36$  GPa e  $I_3^{mod}=1.20$  (-)
- V6 -  $E_{vigas}=35$  GPa e  $I_3^{mod}=1.20$  (-)
- V7 - V1 com  $I_3^{mod}=1.20$  (-)

- V8 -  $I_3^{mod}=1.25$  (-)
- V9 -  $I_3^{mod}=1.24$  (-)

Como se pode observar, o módulo de elasticidade da viga tem grande importância para os modos. No entanto, a utilização deste valor com a inércia é feita sempre em conjunto, através do valor de rigidez de flexão  $EI$ . Assim, ao ser aplicado um modificador ao valor da inércia, este afecta o conjunto. O coeficiente a variar será então o modificador de inércia, sendo o seu valor optimizado o obtido no teste V9.

A comparação entre os modos numéricos após a optimização manual do modelo de elementos finitos e os modos identificados, pode ser observada na tabela 5.12 e na matriz MAC observada na figura 5.47.

Tabela 5.12: Comparação das frequências obtidas no modelo numérico e experimentalmente após os estudos de sensibilidade

# modo	$\bar{\omega}$ [Hz]	Modo	$\omega$ [Hz]	Erro [%]
1	1.933	Longitudinal	1.919	0.73
2	2.522	Transversal	2.452	2.77
3	3.016	Vertical	3.020	0.13
4	5.203	Torção	5.242	0.74
5	8.176	Torção	7.175	12.25
6	11.221	Vertical	11.225	0.03

		SAP 2000						
		$\omega$ [Hz]	1.919	2.452	3.020	5.242	7.175	11.225
EFDD	1.933	0.91572	0.01700	0.00100	0.06914	0.00005	0.00051	
	2.522	0.05578	0.83997	0.00067	0.73234	0.00093	0.00001	
	3.016	0.00128	0.00052	0.99704	0.00102	0.00001	0.00016	
	5.203	0.01717	0.02434	0.00511	0.24298	0.60518	0.00001	
	8.176	0.00271	0.27652	0.00366	0.31197	0.45456	0.00275	
	11.221	0.00009	0.00005	0.00012	0.00004	0.01245	0.94538	

Figura 5.47: Matriz MAC entre o modelo modificado manualmente e os resultados experimentais

### Aplicação do programa

A partir do algoritmo NLPQL referido no capítulo 4, foram realizados três testes com as variáveis usadas nos testes de sensibilidade. O primeiro teste terá como variáveis o modificador de inércia  $I_3^{mod}$  e o neoprene colocado na ligação viga/pilar, optimizando os modos verticais. No segundo teste, os resultados do primeiro serão mantidos como constantes, enquanto é variada a rigidez nos pilares em

torno de  $x$ , otimizando o modo transversal. No último teste, são variados todos os coeficientes anteriores.

- **Teste 1 -  $I_3^{mod}(VI)$  e neoprene ligação viga/pilar**

Como os modos verticais dependem maioritariamente dos valores definidos no tabuleiro, o primeiro processo automático tem como variável o modificador de inércia na direcção 3 da secção a meio vão da viga ( $I_3^{mod}(VI)$ ) e os valores de rigidez do neoprene na ligação viga/pilar. A inércia otimizada será unicamente a do meio vão pois, a partir do modelo, verificou-se que a variação da inércia na secção do extremo da viga não altera significativamente os modos de vibração do tabuleiro.

O programa utiliza valores  $X(i)$  que funcionam como pesos quando multiplicados pela variável escolhida  $i$ . Para o caso,  $X(1)$  será o peso a multiplicar pelo  $I_3^{mod}$  e  $X(2)$ ,  $X(3)$  e  $X(4)$  afectam respectivamente os valores de rigidez do neoprene U1 (vertical), U2 e U3 (horizontais) e R2 (rotação na direcção longitudinal do tabuleiro). Tendo em conta os valores iniciais de projecto e de cálculo e os resultados do teste de sensibilidade, os valores iniciais e limites superior (XU) e inferior (XL) do intervalo onde se dá a variação dos respectivos pesos são os apresentados na tabela 5.13.

Tabela 5.13: Valores iniciais e respectivos limites de variação

	Viga	Neoprene ligação viga/pilar		
	$I_3^{mod}(VI)$ [-]	U1 [kN/m]	U2 e U3 [kN/m]	R2 [kNm/rad]
Inicial	1.24	4300000	1400000	24000
$X(i)$	$X(1)$	$X(2)$	$X(3)$	$X(4)$
XL	0.85	0.85	0.85	0.85
XU	1.05	1.15	1.15	1.15

É preciso também definir o número de modos detectados a usar que neste caso são dois (1º e 2º modo vertical) e o respectivo número de nós a serem utilizados (neste caso 19).

Após ser corrido, o programa automático realizou 6 iterações, minimizando a função objectivo observável na figura 5.48. No gráfico na figura 5.49 encontra-se a variação dos pesos das variáveis, convergindo para um dado valor.

Os pesos, multiplicados pelas respectivas variáveis, resultam nos valores actualizados apresentados na tabela 5.14.

- **Teste 2 - Molas nos pilares em torno de  $x$  (modo transversal)**

As variáveis a colocar são os valores de rigidez em torno de  $x$  nas molas dos pilares de acesso (PA) e principais (PP), sendo  $X(1)$  o coeficiente a multiplicar pela rigidez de rotação  $K_{rx\_PP}$  e  $X(2)$  por  $K_{rx\_PA}$ . Segundo os testes de

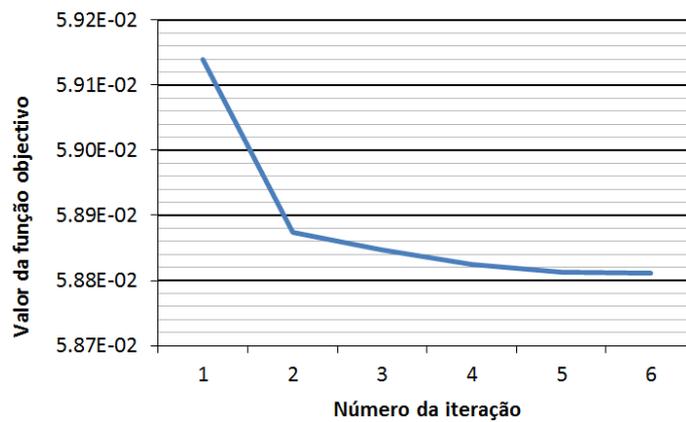


Figura 5.48: Variação da função objectivo ao longo das iterações

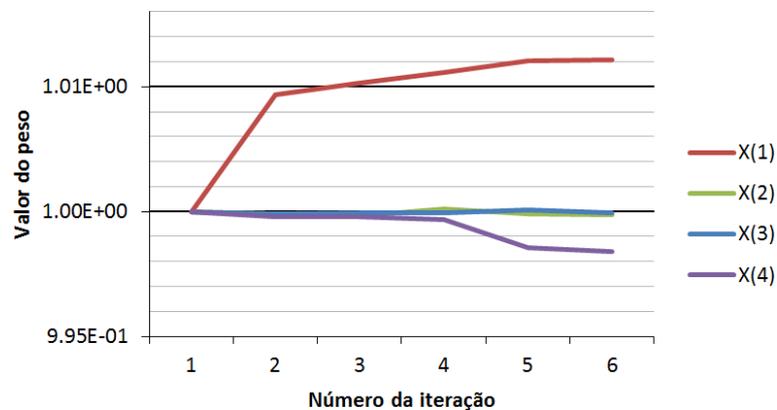


Figura 5.49: Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações

Tabela 5.14: Valores iniciais e respectivos limites de variação

	Viga	Neoprene ligação viga/pilar		
	$I_3^{mod}(VI)$ [-]	U1 [kN/m]	U2 e U3 [kN/m]	R2 [kNm/rad]
Inicial	1.24	4300000	1400000	24000
Final	1.2475	4299480.4310	1399948.9560	23961.8554

sensibilidade, os valores iniciais são os referidos na tabela 5.15, assim como os respectivos pesos e limites. Os limites foram obtidos pela observação dos testes, de forma a não haver modificação no número dos modos.

Os modos agora utilizados são os dois primeiros, isto é, o longitudinal e o transversal do tabuleiro, pois são os modos que são condicionados pelas molas. No caso do longitudinal, como o modo se encontra bem estabilizado pelo valor mudado na base do pilar ( $I_2^{mod}(P1A-SD)$ ), este parâmetro não será otimizado no algoritmo. No entanto, as molas em x afectam este modo devido ao facto de a estrutura ser um sistema acoplado. O modo transversal a ser utilizado será, como

Tabela 5.15: Valores iniciais e respectivos limites de variação

	Rigidez pilares em torno de x	
	$Krx_{PP}$ [kNm/rad]	$Krx_{PA}$ [kNm/rad]
Inicial	1100000	125000
X(i)	X(1)	X(2)
XL	0.80	0.80
XU	1.20	1.20

visto nos testes de sensibilidade, o modo 3. Foram também utilizados os valores obtidos no teste 1 em relação à viga e ao neoprene na ligação viga/pilar, mantendo estes valores constantes e otimizados.

No entanto, tendo em conta o problema da existência dos dois modos transversais no SAP2000, foi também feito o teste usando o modo 4, de forma a verificar qual o modo que se melhor adapta ao obtido na medição. No quadro 5.16 podem ser observadas as frequências antes e depois da actualização automática dos dois modos, assim como o erro respectivo em relação aos valores medidos. Por fim apresenta-se a evolução do coeficiente MAC, onde se verifica uma maior semelhança no modo 3 além de uma menor variação do erro com a actualização. É escolhido assim o modo 3 para a continuação da optimização.

Tabela 5.16: Comparação entre o 3º e o 4º modo

# modo	$\omega_i$ [Hz]	$\omega_f$ [Hz]	$\bar{\omega}$ [Hz]	Erro inicial [%]	Erro final [%]	MAC inicial	MAC final
3º	2.45	2.42	2.52	2.77	3.97	0.8316	0.8498
4º	2.59	2.73		2.77	8.33	0.7498	0.8251

Assim, o programa automático realizou 13 iterações quando usado o 3º modo para a actualização, minimizando a função objectivo observável na figura 5.50. No gráfico na figura 5.51 encontra-se a variação dos pesos das variáveis X(1) e X(2), convergindo para um dado valor.

Os valores finais das variáveis optimizadas são os apresentados na tabela 5.17.

Tabela 5.17: Valores iniciais e respectivos limites de variação

	Rigidez pilar/solo em torno de x	
	$Krx_{PP}$ [kNm/rad]	$Krx_{PA}$ [kNm/rad]
Inicial	1100000	125000
Final	637976.207	148957.0125

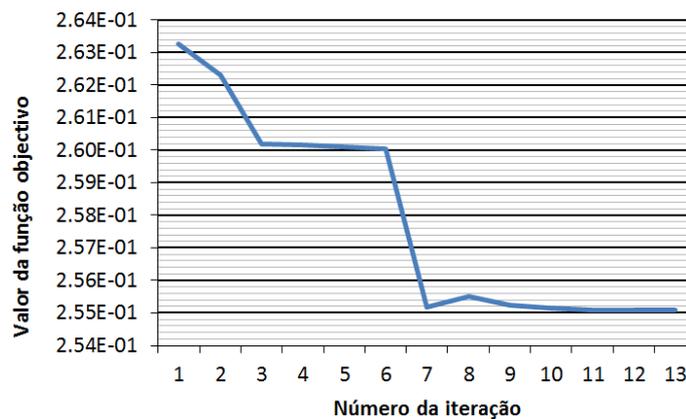


Figura 5.50: Variação da função objectivo ao longo das iterações

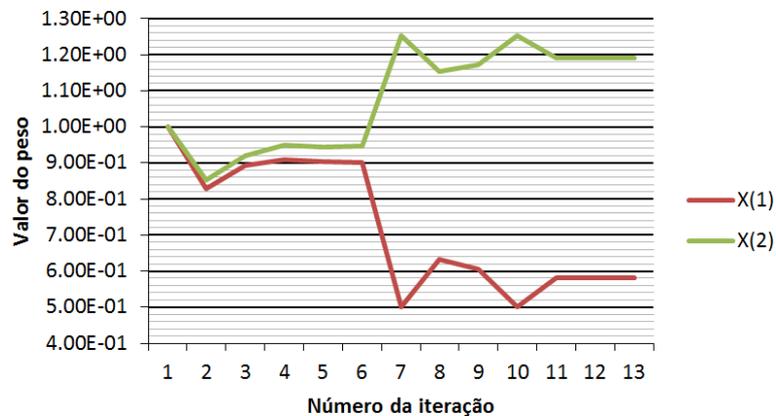


Figura 5.51: Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações

### • Teste 3 - Todas as variáveis anteriores

Nos testes foram utilizados os valores actualizados anteriormente de forma a realizar uma convergência contínua e decrescente do erro durante a optimização. No entanto estes valores podem não ser os mais optimizados devido à interacção entre as variáveis escolhidas. Isto é, a evolução dos multiplicadores  $X(i)$  depende do conjunto de variáveis e da influência que têm entre si. Este teste tem assim como principal objectivo o ajuste pormenorizado das variáveis actualizadas anteriormente.

Os valores iniciais neste caso vão ser os valores já optimizados, para que os modos se encontrem estabilizados. Todos os valores vão poder ter uma variação de  $\pm 10\%$ . Assim, na tabela 5.18 podem ser encontrados os valores iniciais e limites dos pesos para cada variável de cada elemento. Chama-se a atenção que, quanto maior for o número de variáveis a optimizar no programa, maior a possibilidade de haver erros, provocados, por exemplo, pela alteração da ordem dos modos.

Tabela 5.18: Valores iniciais e respectivos limites de variação

	Viga	Rigidez pilar/solo em torno de x	
	$I_3^{mod}(VI)$ [-]	$Krx\_PP$ [kNm/rad]	$Krx\_PA$ [kNm/rad]
Inicial	1.2475	637976.2070	148957.0125
X(i)	X(1)	X(2)	X(3)
XL	1.10	1.10	1.10
XU	0.90	0.90	0.90
Neoprene ligação viga/pilar			
	U1 [kN/m]	U2 e U3 [kN/m]	R2 [kNm/rad]
Inicial	4299480.4310	1399948.9560	23961.8554
X(i)	X(4)	X(5)	X(6)
XL	1.10	1.10	1.10
XU	0.90	0.90	0.90

As variações da função objectivo e das variáveis podem ser observadas nas figuras 5.52 e 5.53 respectivamente. Os resultados finais do algoritmo encontram-se na tabela 5.19.

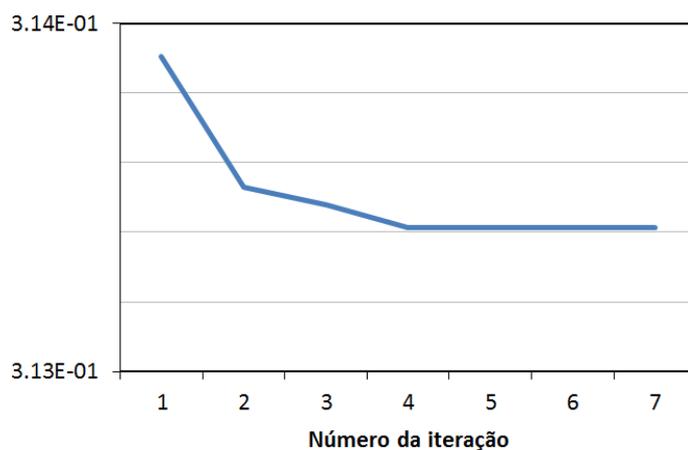


Figura 5.52: Variação da função objectivo ao longo das iterações

Tabela 5.19: Valores iniciais e finais do teste 3

	Viga	Rigidez pilares em torno de x	
	$I_3^{mod}(VI)$ [-]	$Krx\_PP$ [kN/rad]	$Krx\_PA$ [kNm/rad]
Inicial	1.2475	637976.2070	148957.0125
Final	1.2526	632340.4081	151345.4339
Neoprene ligação viga/pilar			
	U1 [kN/m]	U2 e U3 [kN/m]	R2 [kNm/rad]
Inicial	4299480.4310	1399948.9560	23961.8554
Final	4297215.0778	1390139.6957	23591.5649

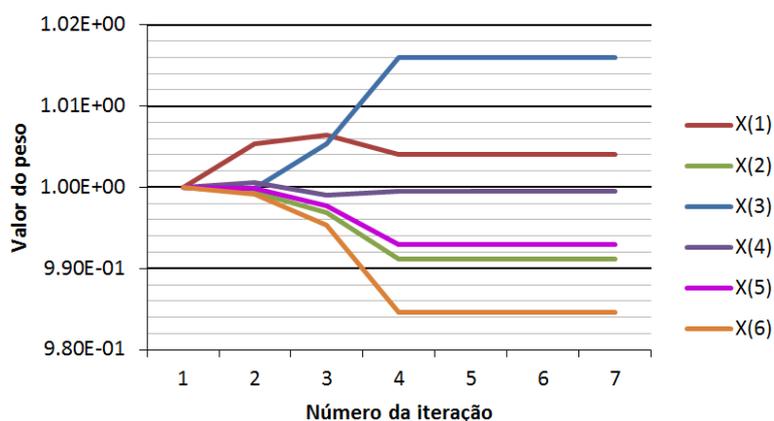


Figura 5.53: Variação dos pesos das variáveis ao longo das iterações

### 5.5.4 Resultados finais

Realizando a matriz MAC para observar a correlação entre o modelo numérico actualizado e os valores experimentais (5.54), verifica-se uma melhoria do modelo em termos da semelhança entre os modos. Comparando esta matriz com a inicial, representada na figura 5.39, pode ser observado que os valores se alteraram significativamente no caso do modo transversal, sendo obtida a correcta ordem dos modos. Foram também observados menores erros nas frequências na tabela 5.20.

		SAP 2000						
		$\omega$ [Hz]	1.915	2.419	3.029	5.286	7.154	11.266
EFDD	1.933	0.91327	0.00394	0.00075	0.06940	0.00004	0.00054	
	2.522	0.05801	0.85015	0.00050	0.72729	0.00155	0.00001	
	3.016	0.00130	0.00030	0.99712	0.00103	0.00001	0.00016	
	5.203	0.01692	0.02600	0.00487	0.24923	0.61393	0.00004	
	8.176	0.00242	0.29787	0.00380	0.31137	0.44153	0.00300	
	11.221	0.00008	0.00003	0.00011	0.00004	0.01245	0.94575	

Figura 5.54: MAC de comparação do modelo actualizado com os resultados experimentais

No entanto, mesmo com uma melhoria dos erros em frequência e dos coeficientes MAC, os valores obtidos nas variáveis precisam de ser valores fisicamente justificáveis.

No caso do aumento do modificador de inércia da viga, este valor afecta a rigidez de flexão do elemento. O aumento pode ser em parte devido a um módulo de elasticidade superior ao de projecto, tendo em conta que se trata de uma viga pré-fabricada e pré-esforçada. O corrimão em aço instalado no lado superior da viga pode também influenciar este valor já que não foi representado no modelo.

Tabela 5.20: Comparação das frequências obtidas no modelo numérico e experimentalmente

#	Modo	Medido $\bar{\omega}$ [Hz]	Modelo inicial		Modelo actualizado	
			$\omega$ [Hz]	Erro [%]	$\omega$ [Hz]	Erro [%]
1	Longitudinal	1.933	1.800	6.88	1.915	0.93
2	Transversal	2.522	2.949	16.92	2.419	4.09
3	Vertical	3.016	2.785	7.66	3.029	0.44
4	Torção	5.203	5.881	13.02	5.286	1.58
5	Torção	8.176	7.094	13.24	7.154	12.50
6	Vertical	11.221	10.348	7.78	11.266	0.40

No caso do neoprene na ligação viga/pilar, todos os coeficientes diminuíram, mesmo que numa percentagem muito reduzida. Verifica-se assim que o algoritmo optimizou os valores calculados para a rigidez do elemento, não significando qualquer relação física, como a perda de rigidez ao longo do tempo.

Nas molas de ligação pilar/sapata, que interferem com o modo transversal do tabuleiro, o algoritmo definiu que a importância dos pilares de acesso na análise era maior do que o considerado nos testes de sensibilidade (nos testes, os pilares de acesso foram ajustados sempre com valores 10x menor que os principais). A rigidez dos pilares de acesso aumentou, enquanto a dos principais diminuiu.

Os resultados dos modos e frequências podem ser observados nas figuras 5.55 a 5.60. Encontram-se representados os principais modos do tabuleiro tanto experimentais como do modelo numérico para comparação. Pode também ser observado no anexo E a sobreposição no programa ARTeMIS dos modos numéricos obtidos pelo SAP2000 (modelo) e pela técnica EFDD do ARTeMIS (medido).

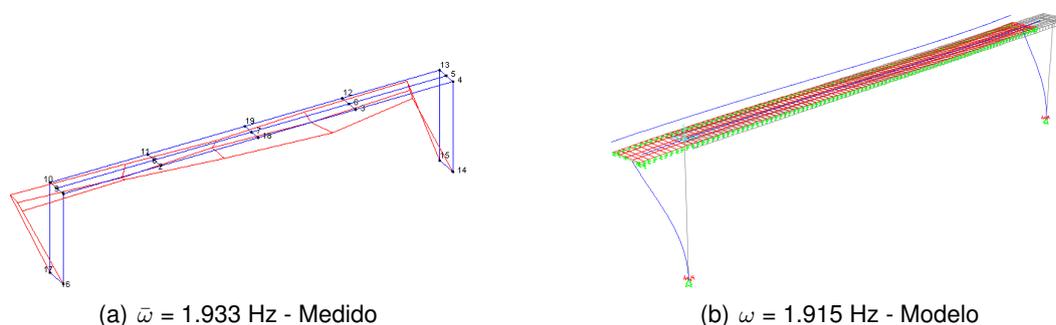


Figura 5.55: 1º modo - Modo longitudinal do tabuleiro

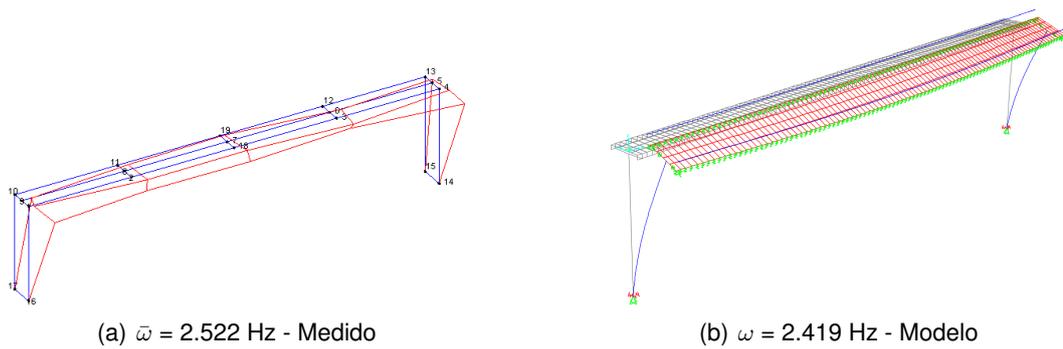


Figura 5.56: 2º modo - Modo transversal do tabuleiro

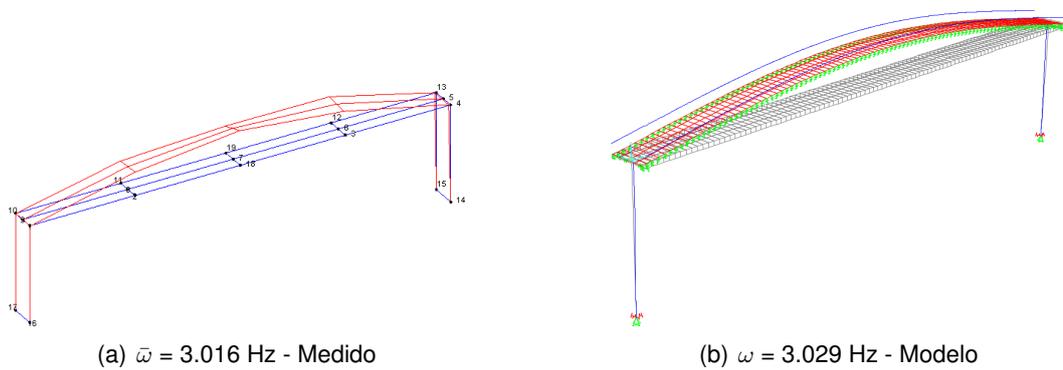


Figura 5.57: 3º modo - Modo vertical do tabuleiro

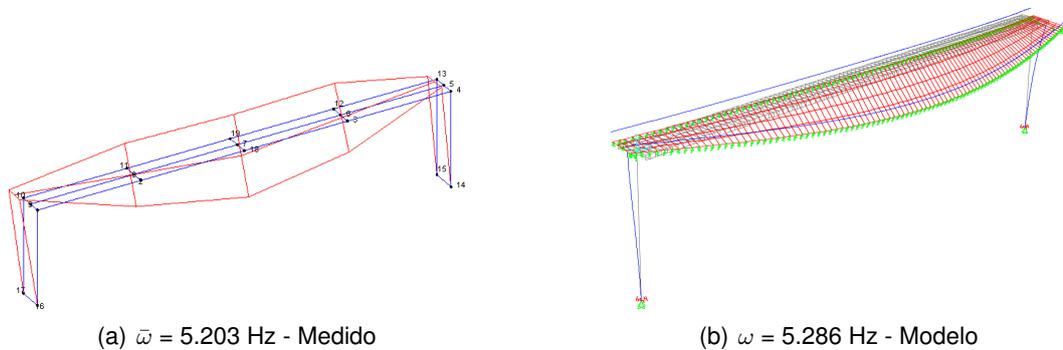


Figura 5.58: 4º modo - Modo de torção do tabuleiro

## 5.6 Considerações finais

Ao longo deste capítulo foi feita a descrição da estrutura, seguida da definição do modelo numérico no programa SAP2000 através dos desenhos do projecto. Com base no modelo foi realizada uma análise modal, a partir da qual foi possível perceber qual o comportamento da estrutura.

Para realizar a campanha experimental, teve-se em conta a gama de frequências obtidas no modelo, tendo sido também escolhidas pelas deformadas as posições

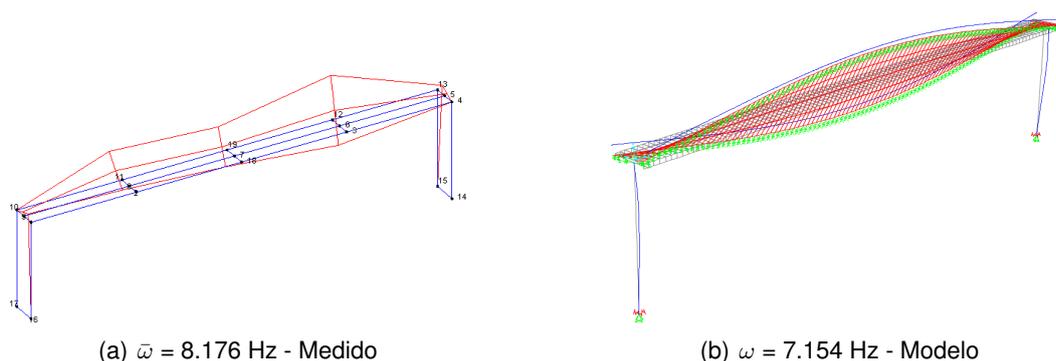


Figura 5.59: 5º modo - Modo de torção do tabuleiro

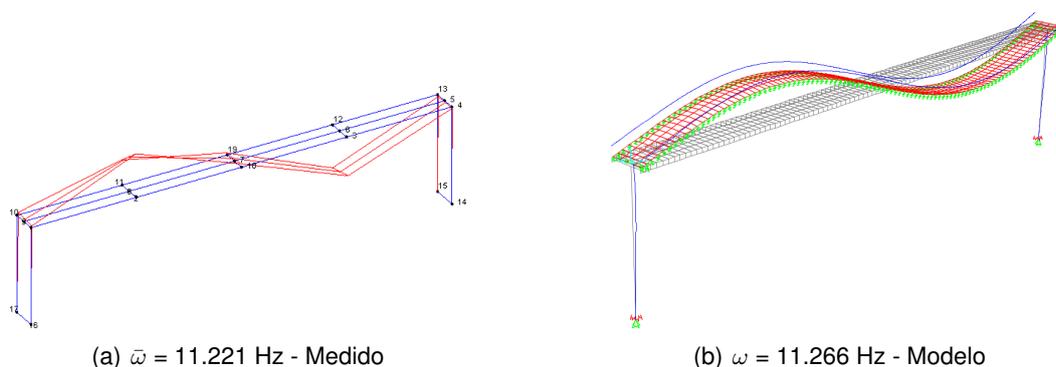


Figura 5.60: 6º modo - Modo vertical do tabuleiro

a colocar os sensores. Durante a campanha foram verificadas as dimensões geométricas e foram medidas as acelerações da estrutura. Estas medições foram realizadas através de transdutores de velocidade, estando a estrutura sujeita a uma vibração ambiental. Os resultados foram analisados pelo programa ARTeMIS, onde foi usada a técnica EFDD para obter as características dinâmicas reais.

Através da comparação dos resultados numéricos do modelo e das medições na estrutura, foi possível verificar através da matriz MAC qual a correlação entre os valores, sendo que se verificaram valores próximos de 1 para a maioria dos modos. No entanto, os erros em frequência foram altos, levando à necessidade de realizar a actualização do modelo, tanto manual como pelo uso de um algoritmo de optimização. Verificou-se que a actualização do modelo de forma manual foi necessária para corrigir a ordem dos modos existentes no modelo, reordenando e estabilizando as deformadas para o uso do programa automático. Um dos principais problemas a encontrar e corrigir foi a não consideração das armaduras pelo programa de elementos finitos, resultando numa estrutura muito mais flexível.

Como visto na tabela 5.20, os erros diminuíram nos principais modos do tabuleiro em relação às frequências. A matriz MAC também melhorou, significando uma melhor correlação entre os vectores modais. Na subsecção 5.5.4 foi também

verificados se os resultados do algoritmo fazem lógica fisicamente.

O modelo final tem assim características dinâmicas semelhantes à estrutura, podendo ser utilizado, por exemplo, na modelação de futuras intervenções na estrutura.



## Capítulo 6

# Conclusão e trabalhos futuros

### 6.1 Resumo

A realização de modelos de estruturas em Engenharia Civil é um método muito útil de análise inicial de um projecto. Na fase de desenvolvimento da estrutura, da escolha dos materiais e das soluções construtivas, o modelo permite experimentar hipóteses, avaliando qual o comportamento expectável da estrutura devido a várias soluções estruturais, permitindo assim uma escolha consciente da melhor solução a aplicar.

Por outro lado, a modelação rigorosa por vezes torna-se difícil devido à natureza discreta dos programas de elementos finitos. O nível de discretização é directamente relacionável com o nível de exactidão da resposta da estrutura a um dado carregamento. Quanto maior a pormenorização, maior o número de nós de liberdade e maior número de cálculos. No entanto, o aumento do número de pontos não significa que os resultados sejam sempre melhorados, já que os erros tendem a diminuir e a estabilizar a partir de um certo número de GDL. Ao mesmo tempo, podem derivar problemas de simplificação devido essencialmente às condições de fronteira impostas nos elementos e à redução dos GDL para tornar a análise mais rápida.

Os modelos podem ser também muito úteis ao longo da vida útil de uma estrutura. Devido ao natural envelhecimento dos materiais e problemas derivados do projecto, pode ser necessário realizar recuperações e reforços para aumentar a sua resistência. Através de modelos, é possível implementar estas soluções e definir os processos de reforço necessários pela observação da resposta da estrutura reforçada. No entanto, para obter resultados fidedignos, o modelo de elementos finitos deve estar calibrado de forma a ter a mesma resposta que a estrutura existente. Qualquer fissura ou deformação excessiva, falta de varões devido à corrosão ou falta de material no recobrimento por exemplo, modificam os níveis de resposta. A possível modificação do uso da estrutura, por exemplo passando uma sala de estudo para uma biblioteca, leva a um grande aumento de carga e possíveis problemas, podendo ser necessário reforçar a estrutura. Como todas estas possíveis modificações levam a uma alteração da resposta

da estrutura, e dado que o modelo se baseia no projecto inicial desta, torna-se necessário realizar a sua actualização e validação para que possa ser usado.

A actualização é feita através da comparação dos resultados obtidos em simulações numéricas com os medidos nos ensaios experimentais. Para isso são usados equipamentos que permitem medir acelerações, velocidades ou deslocamentos. Pela análise dos resultados através de determinadas técnicas, é possível obter as características modais existentes. Estes dados são depois comparados com os do modelo, pelo uso do erro entre as frequências e pelo cálculo do coeficiente MAC que define o valor de correlação entre os vectores modais.

Para o caso em estudo, o passadiço pedonal P3141, foi realizado um modelo preliminar com todos os elementos definidos em projecto. A ligação pilar/fundação foi simplificada por intermédio de um encastramento perfeito e os elementos de neoprene foram definidos como molas de extensão e de rotação. As frequências deste modelo variavam entre 1.800 e 10.348 Hz nos seis primeiros modos do tabuleiro.

De seguida foi realizada uma primeira campanha experimental, na qual foram verificadas as dimensões dos elementos. Posteriormente foi realizada uma nova campanha, já com base no modelo, na qual foram medidos 15 pontos ao longo do tabuleiro com velocímetros triaxiais. A medição foi realizada com a técnica de análise com vibração ambiental, onde foram registados os movimentos do passadiço. O processamento do sinal foi realizado no programa ARTeMIS, tendo sido usadas duas técnicas de análise, a EFDD e a SSI, de forma a comprovar resultados. Verificou-se uma boa correlação entre as duas, sendo usados os valores e vectores modais da EFDD para a actualização do modelo. As frequências não amortecidas nesta técnica variaram entre 1.933 e 11.221 Hz e os respectivos valores de amortecimento entre 0.410 e 1.197%. Devido à existência de amortecimento, os vectores modais são formados por valores complexos, sendo necessário fazer a transformação para a sua componente real (anulando a parte imaginária dos valores através da rotação do vector complexo). Só assim estes valores podem ser comparados com os retirados do modelo.

Verificou-se numa comparação inicial que os erros de frequência variaram entre 6.88 e 16.92% e o coeficiente MAC entre 0.43 e 0.94, mostrando os coeficientes uma boa correlação entre deformadas em 4 dos 6 modos detectados. Verificou-se que dois dos modos do modelo se encontravam trocados, nomeadamente o modo transversal e vertical.

Numa primeira abordagem à actualização, foi diminuída a discretização das rampas pois o seu elevado número de GDL, resultou num igual número de modos locais, não importantes para a comparação com as medições. Foram também calculados os modificadores de inércia que são multiplicados pelo valor de rigidez de flexão EI, já que o SAP2000 não tem em conta a inércia dos varões dos elementos *frame* em análises de comportamento linear.

De seguida foi iniciada a actualização automática. Devido à existência dos modos trocados e de instabilidade nos restantes modos, foram realizados alguns testes de sensibilidade de forma a reduzir o intervalo de variação das incógnitas do programa. Nestes testes teve-se apenas em conta os modos mais estáveis do tabuleiro, o longitudinal, o transversal e os dois verticais. Para o segundo modo, foram adicionadas molas na base dos pilares de forma a dar alguma flexibilidade à estrutura. Para o primeiro modo, aumentou-se a rigidez na base dos pilares principais na direcção da deformação. Já para os modos verticais, devido à falta de rigidez, foi aumentado o coeficiente de modificação do valor de rigidez de flexão.

As mudanças anteriores levaram à estabilização dos modos na ordem correcta, diminuindo significativamente o erro para valores entre 0.03 e 2.77% (um modo de torção, o 5º modo, foi o único cujo erro permaneceu alto, com 12.25%).

O algoritmo de actualização foi finalmente aplicado através de três testes. O primeiro permitiu a variação do modificador de inércia da viga e os valores do neoprene na ligação viga/pilar, através da comparação das frequências e vectores modais dos modos verticais. O neoprene foi adicionado pois considera-se que possa existir alguma deterioração no elemento. As variáveis no segundo teste foram as molas colocadas na base dos pilares, afectando principalmente o modo transversal. Neste caso, foi usado também o modo longitudinal pois, devido ao sistema ser acoplado, as molas numa direcção influenciam a outra. No teste 3, foram definidas como variáveis todas as anteriores com o modo 1, 2, 3 e 6, de forma a realizar um acerto final, já que os valores podem depender entre si. Neste caso, foi definido uma variação máxima de  $\pm 10\%$  para todos os parâmetros.

Finalizado o algoritmo, verificou-se que os modos do tabuleiro (excepto os modos de torção) melhoraram significativamente tanto em frequência (erros entre 0.40 e 4.09%) como em deformada (0.85 a 0.997). Devido ao peso entre os dois elementos na função objectivo, os coeficientes MAC foram melhorados, piorando um pouco o erro em frequência relativamente aos resultados no fim da actualização manual. Os modos com maior correlação permaneceram os escolhidos inicialmente, o longitudinal, o transversal e os dois modos verticais. Em relação aos modos de torção, observa-se que melhoraram em termos de frequência, mas pioraram em relação aos vectores modais na matriz MAC.

Os valores finais foram verificados de forma a fazer sentido fisicamente, sendo que todos podem ser devidamente explicados. Concluiu-se que o módulo de elasticidade das vigas poderá ser maior do que o definido em projecto, assim como a não definição do corrimão na viga poderá ter influenciado também a rigidez vertical. O neoprene permaneceu praticamente inalterável, validando os resultados obtidos matematicamente. A inserção das molas na ligação pilar/sapata resultaram num modelo mais próximo do real.

## 6.2 Conclusões

De forma generalizada, sabe-se que modelos de elementos finitos, realizados com base em projectos e dados existentes, nem sempre representam a resposta real das estruturas. Os modelos iniciais costumam apresentar grandes erros quando comparados com resultados experimentais. Isto foi verificado também neste trabalho, com erros iniciais em frequência na ordem de 10.92%.

A realização de testes manuais é de grande utilidade, pois permite ao utilizador ganhar sensibilidade aos factores que o programa automático não consegue contabilizar. Assim, a experiência do usuário é muito importante, especialmente devido ao grande volume de parâmetros que podem ser actualizados numa estrutura.

O algoritmo requer também uma grande estabilização dos modos, para que os cálculos da função objectivo tenham significado matemático, isto é, que os factores possam ser comparados. Por outro lado, verificou-se que o algoritmo é importante para um ajuste final das variáveis, a uma escala muito menor do que o utilizador consegue definir, devido à sua maior sensibilidade numérica.

Através da actualização automática com algoritmos de resolução matemática, verificou-se neste trabalho uma grande melhoria do modelo de elementos finitos do passadiço. Os erros em frequência no final da actualização foram da ordem dos 3.32%.

Conclui-se então que o estudo do passadiço foi bem sucedido, tendo sido atingidos todos os seus objectivos. Com base no presente trabalho, foi também realizado um artigo em conjunto com o Professor Corneliu Cismaşiu e o Professor Filipe Santos, denominado: "Experimental dynamic characterization and finite element updating of a footbridge structure". O artigo encontra-se no anexo F.

## 6.3 Trabalhos futuros

Como o estudo do passadiço se encontra inserido no projecto SUPERB, espera-se que o procedimento usado neste trabalho seja repetido para os restantes passadiços do estudo. O algoritmo poderá ser adaptado para actualizar modelos realizados noutros programas de modelação em elementos finitos como, por exemplo, o OpenSEES ou o ROBOT Structural Analysis. A utilização de outros programas poderá levar a uma resposta diferente do algoritmo, reduzindo por exemplo o número de iterações necessárias ou o tempo destas.

No caso do algoritmo, pode também ser utilizada uma adaptação da função objectivo usada neste trabalho, modificando os pesos de cada secção (frequências e logaritmo do coeficiente MAC). Isto permite obrigar o programa automático a dar mais ênfase ao erro entre frequências ou ao erro de correlação entre deformadas.

Recumenda-se que, com o modelo actualizado durante este trabalho, seja realizado um estudo relativo ao comportamento sísmico da estrutura. Este estudo permitirá avaliar o seu estado e se existe a necessidade de intervir na estrutura.



# Referências bibliográficas

- [1] Abdel-Ghaffar, A. e A. Khalifa: *Importance of cable vibration in dynamics of cable-stayed bridges*. Journal of engineering mechanics, 117(11):2571–2589, 1991.
- [2] Ahmadian, H., G. Gladwell e F. Ismail: *Extracting real modes from complex measured modes*. Em *Proceedings of Spie the International Society for Optical Engineering*, páginas 507–510, 1995.
- [3] Akaike, H.: *Stochastic theory of minimal realization*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 19(6):667–674, 1974.
- [4] Allemang, R.: *The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse*. Sound and Vibration, páginas 14–21, August 2003.
- [5] Aoki, M.: *State space modeling of time series*, 1990.
- [6] Araujo, A.: *Ajuste de modelos numericos de elementos finitos usando metodos de otimização*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, 2007.
- [7] Asmussen, J.: *Modal analysis based on the random decrement technique: application to civil engineering structures*. Tese de Doutorado, University of Aalborg, Denmark, 1997.
- [8] Bendat, J. e A. Piersol: *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. New York, Wiley-Interscience, 1980. 315 p., 1, 1980.
- [9] Bendat, J. e A. Piersol: *Random data analysis and measurement procedures*. Measurement Science and Technology, 11(12):1825, 2000.
- [10] Birge, J. e F. Louveaux: *Introduction to stochastic programming*. Springer, 1997.
- [11] Brincker, R., S. Krenk, P. Kirkegaard e A. Rytter: *Identification of dynamical properties from correlation function estimates*, 1992.
- [12] Brown, D., D. Ewins e R. Allemang: *Modal Analysis: Theory and Applications*. Em *Proceedings Of The IMAC XVII Pre-Conference Course*, 1999.
- [13] Caetano, E.: *Identificação experimental de parâmetros dinâmicos em sistemas estruturais*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2012.

- [14] Caetano, E. e A. Cunha: *Modal identification and finite element updating of a stress-ribbon footbridge*. Em *Proceedings of IMAC–22*, Michigan, USA, January 2004.
- [15] Caetano, E., A. Cunha e F. Magalhães: *Novas perspectivas na análise do comportamento dinâmico de estruturas*. Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões ISSN, 1646:7078, 2010.
- [16] Carvalho, F., C. Costa e F. Azevedo: *Elementos de Sistemas e de Análise e Processamento de Sinais*, 1989.
- [17] Collins, J., G. Hart, T. Haselman e B. Kennedy: *Statistical identification of structures*. AIAA journal, 12(2):185–190, 1974.
- [18] Collins, J. e W. Thomson: *The eigenvalue problem for structural systems with statistical properties*. AIAA Journal, 7(4):642–648, 1969.
- [19] Cunha, A. e E. Caetano: *From input-output to output-only modal identification of civil engineering structures*. Em *Proceedings of IOMAC–1*, Copenhagen, Denmark, April 2005.
- [20] Cunha, A., E. Caetano e R. Delgado: *Dynamic tests on large cable-stayed bridge*. Journal of Bridge Engineering, 6(1):54–62, 2001.
- [21] Engineering, School of: *Vibration Testing*, June 2000. <http://www.tech.plym.ac.uk/civ/staff/cwvibrat.html>, Accessed: 2013-11-04.
- [22] Faria, D.: *Reforço de lajes de betão armado usando pós-tensão com ancoragens por aderência*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2011.
- [23] Fillod, R., G. Lallement e Q. Zhang: *Passage des solutions propres de la structure conservative associée*. Em *Congres Dynamics des Structures*, páginas 18–23, 1984.
- [24] Fox, R. e M. Kapoor: *Rates of change of eigenvalues and eigenvectors*. AIAA journal, 6(12):2426–2429, 1968.
- [25] Friswell, M.: *The adjustment of structural parameters using a minimum variance estimator*. Mechanical Systems and Signal Processing, 3(2):143–155, 1989.
- [26] Friswell, M. e J. Mottershead: *Finite element model updating in structural dynamics*, volume 38. Springer, 1995.
- [27] Gersch, W.: *Parameter identification: Stochastic process techniques*. The Shock and Vibration Digest, 7(11):71–86, 1975.
- [28] Guerreiro, L.: *Comportamento de blocos de elastómero (borrachas)*. Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, Abril 2003.
- [29] Hart, G. e J. Yao: *System identification in structural dynamics*. Journal of the Engineering Mechanics Division, 103(6):1089–1104, 1977.

- [30] Holland, J.: *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. U Michigan Press, 1975.
- [31] Ibanez, P.: *Methods for the identification of dynamic parameters of mathematical structural models from experimental data*. Nuclear Engineering and Design, 27(2):209–219, 1974.
- [32] Ibanez, P.: *Review of analytical and experimental techniques for improving structural dynamic models*. Welding Research Council Bulletin, 249, 1979.
- [33] Ibrahim, S.: *Computation of normal modes from identified complex modes*. AIAA Journal, 21(3):446–451, 1983.
- [34] Ibsen, L. e M. Liingaard: *Experimental modal analysis*. DCE Technical Report 10, Aalborg University, 2006.
- [35] Imregun, M. e D. Ewins: *Realisation of complex mode shapes*. Em *Proceedings of the 11th Annual International Modal Analysis Conference*, páginas 1303–1309, 1993.
- [36] Kennedy, J.: *Particle swarm optimization*. Em *Encyclopedia of Machine Learning*, páginas 760–766. Springer, 2010.
- [37] Kirkpatrick, S.: *Optimization by simulated annealing: Quantitative studies*. Journal of statistical physics, 34(5-6):975–986, 1984.
- [38] Le Diouron, T., Advitam Inc. e G. Hovhanessian: *The Health Monitoring System of Rion-Antirion Bridge*. Em *Proceedings of IMAC–23*, Orlando, Florida, January/February 2005.
- [39] Megiddo, N.: *Pathways to the optimal set in linear programming*. Springer, 1989.
- [40] Midha, A., A. Hall, I. Her e Bubel G.: *Mechanical Advantage of Single–Input and Multiple–Output Ports Mechanical Device*. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 106(4):462–469, December 1984.
- [41] Mottershead, J.: *Model updating in structural dynamics: a survey*. Sound and vibration, 167:347–375, June 1993.
- [42] Nalitlela, N., J. Penny e M. Friswell: *Updating structural parameters of a finite element model by adding mass or stiffness to the system*. Em *Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference*, páginas 836–842, 1990.
- [43] Nalitlela, N., J. Penny e M. Friswell: *A mass or stiffness addition technique for structural parameter updating*. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 7(3):157–168, 1992.
- [44] Nelson, R.: *Simplified calculation of eigenvector derivatives*. AIAA journal, 14(9):1201–1205, 1976.

- [45] Niedbal, N.: *Analytical determination of real normal modes from measured complex responses*. Em *Proceedings of the 25th SDM conference, Palm Springs, CA*, páginas 292–295, 1984.
- [46] Nielsen, J. e B. Roth: *Solving the Input/Output Problem for Planar Mechanisms*. *Journal of Mechanical Design*, 121(2):206–211, June 1999.
- [47] Peeters, B.: *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*. Tese de Mestrado, Department of Civil Engineering, K. U. Leuven, Belgium, 2000.
- [48] Pilkey, W. e R. Cohen: *System identification of vibrating structures: mathematical models from test data. Presented at 1972 winter annual meeting of the American Society of Mechanical Engineers*. American Society of Mechanical Engineers, 1972.
- [49] Powell, M.: *A method for minimizing a sum of squares of non-linear functions without calculating derivatives*. *The Computer Journal*, 7(4):303–307, 1965.
- [50] Qualidade, Instituto Português da: *Eurocódigo 0 – Bases para o projecto de estruturas*, 2009.
- [51] Ribeiro, D., R. Calçada e R. Delgado: *Calibração experimental de um modelo numérico da ponte ferroviária de São Lourenço*. Em *6º Congresso de Construção Metálica e Mista*, 2007.
- [52] Rodrigues, J.: *Identificação Modal Estocástica*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2004.
- [53] SAP2000: *Effect of longitudinal steel on concrete stiffness*, August 2012. <https://wiki.csiamerica.com/display/kb/Effect+of+longitudinal+steel+on+concrete+stiffness>, Accessed: 2013-09-20.
- [54] Saudi, Ghada, Paul Reynolds, Mohammed Zaki e Hossam Hodhod: *Finite-element model tuning of global modes of a grandstand structure using ambient vibration testing*. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 23(6):467–479, 2009.
- [55] Schittkowski, K.: *On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented lagrangian line search function 2*. *Optimization*, 14(2):197–216, 1983.
- [56] Schittkowski, K.: *User's guide for the nonlinear programming code nlpql*. Handbook to optimization program package NLPQL, University of Stuttgart-Institute for Informatics, Germany, 3:3–2, 1985.
- [57] Schittkowski, K.: *NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems*. *Annals of operations research*, 5(2):485–500, 1986.
- [58] Schittkowski, K.: *More test examples for nonlinear programming codes*. Springer-Verlag New York, Inc., 1987.

- [59] Schrijver, A.: *Theory of linear and integer programming*. Wiley.com, 1998.
- [60] Shabbir, F. e P. Omenzetter: *Comparison of different global optimization algorithms for model updating with an application to a full-scale bridge structure*. Em *Proceedings of the Ninth Pacific Conference on Earthquake Engineering: Building and Earthquake-Resilient Society*, Auckland, New Zealand, April 2011.
- [61] SVS - Structural Vibration Solutions, Denmark: *ARTEMIS software*. [www.svibs.com](http://www.svibs.com).
- [62] SYSCOM Instruments SA, Switzerland: *MR2002-CE User Manual*.
- [63] Tilly, G., D. Cullington e R. Eyre: *Dynamic behaviour of footbridges*. IABSE Surveys, 1984.
- [64] Valentim, N.: *Análise do comportamento dinâmico em pontes pedonais*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Dezembro 2012.
- [65] Veloza, L.: *Análise dinâmica de estruturas, utilizando o software SAP2000*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, 2009.
- [66] Ventura, C. e R. Brincker: *Modal identification of output only systems - Course notes*. Short Course.
- [67] Welch, P.: *The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms*. *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, 15(2):70–73, 1967.
- [68] Wheeler, J.: *Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridges*. *Journal of the structural division*, 108(9):2045–2065, 1982.
- [69] Zhang, Q. e G. Lallement: *Comparison of normal eigenmodes calculation methods based on identified complex eigenmodes*. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 24(1):69–73, 1987.



# Apêndice A

## Programa automático

### A.1 Passos a realizar para a utilização do programa

#### Programas auxiliares a serem instalados

- SAP 2000 v15
- Microsoft Office Excel
- MinGW (compilador de fortran)
- Microsoft Visual C++ 2010 Express

#### Passos na optimização

1. Abrir a pasta “O meu computador”
2. Colocar a pasta opt no c:\
3. Colocar o ficheiro de SAP (\$2k ou sdb) em c:\opt\SAP e mudar o nome para “input\_file”
4. Activar no ficheiro SAP a opção para salvar os resultados em "Analysis options"
  - ir a “define”-“named sets” - “tables”
  - carregar em “expose all tables”
  - seleccionar “analysis results” - “joint output” - “displacements” - “table: joint displacements”
  - seleccionar “analysis results” - “structure output” - “modal information” - “table: modal periods and frequencies”
  - carregar em “save named set”, escrever MODAL e carregar em “Add new DBT set”
  - ir a “Analyse” - “Set Analysis options”, carregar em “Automatically save” e mudar o “file name” para input\_file.xls
  - seleccionar “MODAL” em “Database Tables Named Set”

5. Correr a análise da estrutura e verificar se é salvo um xls na mesma pasta
6. Modificar o ficheiro gens2k.c para se adaptar à estrutura com o uso do ficheiro input\_file.\$2k existente na pasta c:\opt\SAP (modificar só a parte do printf)
7. Ficheiro readoutput.f
  - mudar o número de pontos analisados na estrutura e o número de modos detectados
8. Ficheiro optimizer.f
  - mudar o número de variáveis usadas (número de parâmetros a serem otimizados)
  - modificar e adicionar o valor superior e inferior dos limites
9. Ficheiro nlgrad.f
  - mudar o número de modos identificados e o número de graus de liberdade medidos
  - na subrotina ComputeObjectiveFunction(N,w,p,J), mudar o número de modos identificados e de graus de liberdade medidos
10. Ficheiro nlfunc.f, measured.f e complextoreal.f
  - mudar o número de modos identificados e o número de graus de liberdade medidos
11. Ficheiro GenInputSAP.f
  - adicionar caracteres  $TXT_i$  onde são guardados os parâmetros afectados pelo respectivo peso ( $i$  é a variável)
  - repetir a linha 14 e 15 as vezes necessárias com a mudança do nome do carácter e do  $X(i)$
  - adicionar ao fim da linha 19 da mesma forma como se encontram escritos em "gen="
12. Ficheiro measurement.txt na pasta "data"
  - colocação das frequências e deslocamentos nos nós obtidos por ordem, com os valores separados por ";"
13. Compilar o makefile.f com o comando em CMD gfortran -o makefile.exe makefile.f, correr o ficheiro makefile.exe e depois correr o ficheiro OPT.exe
14. X(a) deve ser inserido no formato científico 0.5d00

## A.2 Rotinas

### Optimizer

PROGRAM MAIN

PARAMETER (NMAX = 100)

PARAMETER (MMAX = 1600)

PARAMETER (ME = 0)

PARAMETER (LWA = NMAX\*NMAX + MMAX\*NMAX + 11\*MMAX + 25\*NMAX  
+ 60)

PARAMETER (LKWA = 100)

INTEGER N,M,IPRINT,IFAIL,KWA(LKWA),MAXIT,MAXFUN

DOUBLE PRECISION X(NMAX),F,XL(NMAX),XU(NMAX),WA(LWA),EPS,SCBOU

LOGICAL ACTIVE(2\*MMAX+15)

INTEGER iterNo, iterMax, IDV(100), IG(1600)

COMMON /CMACHE/EPS

COMMON /NPQL/iterNo,iterMax

C \*\*\*\*\*

C Print starting time

integer d\_t\_s(8),d\_t\_e(8)

character\*10 b(3)

call date\_and\_time(b(1), b(2), b(3), d\_t\_s)

C \*\*\*\*\*

C Executable statements

EPS=1.D-16

SCBOU=1.D+03

MAXFUN=500

MAXIT=200

IFAIL = 0

IPRINT=3

C \*\*\*\*\*

C DEFINITIONS OF VARIABLES

C DOF - degrees of freedom

C DOF\_ID - number of modes detected

C NODES\_ID - number of nodes using (in a 3D structure, DOF=3\*NODES\_ID)

C N - number of weights used (number os values to be optimized)

C LIMITS AND INITIAL VALUES

C X(1) = weight of EI1 (Exact value 1)

C X(2) = weight of EI2 (Exact value 1)

C \*\*\*\*\*

```
N = 4
M = 0
```

```
write (*,*) 'Weights of I3mod(VC), U1, U2 and R2 of link_beam_column?'
write (*,*) 'X(1) = '
read (*,*) X(1)
write (*,*) 'X(2) = '
read (*,*) X(2)
write (*,*) 'X(3) = '
read (*,*) X(3)
write (*,*) 'X(4) = '
read (*,*) X(4)
```

```
XL(1) = 0.85D0
XU(1) = 1.05D0
XL(2) = 0.85D0
XU(2) = 1.15D0
XL(3) = 0.85D0
XU(3) = 1.15D0
XL(4) = 0.70D0
XU(4) = 1.15D0
```

C Create the Real vectors of displacements based on the complex vectors

```
call complextoreal
```

C \*\*\*\*\*+

C START OPTIMIZATION

```
CALL NLPQL0(M,ME,N,X,F,XL,XU,IPRINT,IFAIL,WA,LWA,KWA,LKWA,
1          MAXIT,MAXFUN,SCBOU)
```

```
write(*,*)
write(*,*)'NPQL FINAL RESULTS'
write(*,*)'*****'
write(*,*)'IFAIL,ITER ', IFAIL,iterNo
write(*,*)'Design variables:'
do i = 1, N
  write(*,*)(' ',X(i), ' = ',E15.9) I,X(I)
enddo
write(*,*)'Objective function:'
write(*,*)(' ',F = ',E15.9) F
if (IFAIL .eq. 0) then
  write(*,*)'— Normal termination of the SQP optimizer —'
else
```

```

        write(*,*)'— Abnormal termination of the SQP optimizer —'
    endif
    write(*,*)'*****'
    write(*,*)'***** More details in fort.21 file *****'
    write(*,*)'*****'

```

C \*\*\*\*\*

C Print end time

```

    call date_and_time(b(1), b(2), b(3), d_t_e)
    print *, 'Starting time:'
    print *, d_t_s(5), ':', d_t_s(6), ':', d_t_s(7)
    print *, 'Ending time:'
    print *, d_t_e(5), ':', d_t_e(6), ':', d_t_e(7)

```

```

    STOP
    END

```

## NLFUNC

```

    SUBROUTINE NLFUNC(M,ME,MMAX,N,F,G,X,ACTIVE)

```

```

    parameter(mmax1=1600)
    LOGICAL ACTIVE(2*MMAX+15)
    DOUBLE PRECISION X(N),f

```

```

    character*200 move, copy, conv
    integer DOF,DOF_ID,NODES_ID
    parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2)
    double precision wid(DOF_ID),pid(DOF_ID,NODES_ID*3)
    DOUBLE PRECISION w(DOF_ID),p(DOF_ID,NODES_ID*3)
    common/w/w,p

```

```

    DOUBLE PRECISION J,J0,tmp,tmp1,tmp2
    COMMON/J0/J0

```

C \*\*\*\*\*

C The "identified" eigenvalues and eigenvectors are on the measured file

C \*\*\*\*\*

C \*\*\*\*\*

C Run the SAP program with the input file

```

    call GenInputSAP(X,NMAX)
    copy = 'copy "c:\OPT\input\input_file.$2k" //
    &          "c:\OPT\SAP"'
    call system (copy)

```

```
call runSAP
```

```
C *****
```

```
C Read SAP results
```

```
  move = 'move "c:\OPT\SAP\input_file.xls" //
&      "c:\OPT\output"'
  call system (move)
  conv = 'c:\OPT\output\converter.js'
  call system (conv)
  call readoutput
```

```
C *****
```

```
C Compute objective function
```

```
  call ComputeObjectiveFunction(N,w,p,J)
  J0 = J
  F = J
```

```
  GOTO 300
```

```
400  WRITE(*,*) "Can't create the output file."
```

```
  STOP
```

```
300  CONTINUE
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

## NLGRAD

```
SUBROUTINE NLGRAD(M,ME,MMAX,N,F,G,DF,DG,X,ACTIVE,WA)
```

```
  integer NODES_ID,DOF_ID,DOF
  parameter(mmax1=1600)
  parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2)
  character*200 move, copy, conv
```

```
  LOGICAL ACTIVE(2*MMAX+15)
  INTEGER N,M
  DOUBLE PRECISION X(N),F,WA(MMAX),DG(MMAX,N),DF(N)
  DOUBLE PRECISION G(MMAX),DELTA
```

```
  INTEGER iterNo, iterMax
  COMMON /NPQL/iterNo,iterMax
```

```
  double precision wid(DOF_ID),pid(DOF_ID,NODES_ID*3)
  DOUBLE PRECISION w(DOF_ID),p(DOF_ID,NODES_ID*3)
  common/w/w,p
```

```
DOUBLE PRECISION J,J0,tmp,tmp1,tmp2
COMMON/J0/J0
```

```
do 50 i=1,n
  DELTA=1.d-04*X(I)
  X(I)=X(I)+DELTA
```

```
C *****
```

```
C Run the SAP program with the input file
  call GenInputSAP(X,NMAX)
  copy = 'copy "c:\OPT\input\input_file.$2k" //
&          "c:\OPT\SAP"'
  call system (copy)
  call runSAP
```

```
C *****
```

```
C Read SAP results
  move = 'move "c:\OPT\SAP\input_file.xls" //
&          "c:\OPT\output"'
  call system (move)
  conv = 'c:\OPT\output\converter.js'
  call system (conv)
  call readoutput
```

```
C *****
```

```
C Compute objective function
  call ComputeObjectiveFunction(N,w,p,J)
  DF(I)=(J-J0)/DELTA
  X(I)=X(I)-DELTA
50  continue
```

```
*--- Increment the iteration -----
```

```
*
```

```
  iterNo = iterNo + 1
```

```
*-----
```

```
  GOTO 300
400  WRITE(*,*) "Can't open the output file."
  STOP
300  CONTINUE
```

```
RETURN
END
```

**ComputeObjectiveFunction**

```

SUBROUTINE ComputeObjectiveFunction(N,w,p,J)

INTEGER N,ii,ik
integer DOF,DOF_ID,NODES_ID
parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2)
double precision wid(DOF_ID),pid(DOF_ID,NODES_ID*3)
DOUBLE PRECISION w(DOF_ID),p(DOF_ID,NODES_ID*3)
DOUBLE PRECISION mac,freq
DOUBLE PRECISION J,tmp,tmp1,tmp2
common /wid/wid,pid

C *****
C DOF - degrees of freedom of the dynamic system
C DOF_ID - identified vibration modes
C *****

C Identified values
  call measured(NODES_ID,DOF_ID)

C *****
  DOF = NODES_ID*3
  J = 0.d0
  do ii=1,DOF_ID
    freq = ((w(ii)-wid(ii))/wid(ii))**2
    tmp = 0.d0
    tmp1 = 0.d0
    tmp2 = 0.d0
    do ik=1,DOF
      tmp = tmp + p(ii,ik)*pid(ii,ik)
      tmp1 = tmp1 + p(ii,ik)**2
      tmp2 = tmp2 + pid(ii,ik)**2
    enddo
    mac = tmp**2/tmp1/tmp2
    J = J + freq-log(mac)
  write(*,*) mac
  enddo

  RETURN
  END

```

**GenInputSAP**

```

subroutine GenInputSAP(X,NMAX)

C X(a) being a the number of values to be optimized

```

```

DOUBLE PRECISION X(NMAX)
character*20 TXT1,TXT2,TXT3,TXT4
character*300 gen
integer k

```

```

C Values being optimized
C X(1)=l3mod_VI=1.24
C X(2)=U1_link_pilar_viga=4300000
C X(3)=U2_link_pilar_viga e U3=1400000
C X(4)=R2_link_pilar_viga=24000

```

```

C CONVERT VALUES TO STRINGS
write(TXT1(1:20),'(D20.13)') X(1)*1.24
TXT1(17:17)='E'
write(TXT2(1:20),'(D20.13)') X(2)*4300000
TXT2(17:17)='E'
write(TXT3(1:20),'(D20.13)') X(3)*1400000
TXT3(17:17)='E'
write(TXT4(1:20),'(D20.13)') X(4)*24000
TXT4(17:17)='E'

```

```

gen = "c:\opt\gens2k.exe"//TXT1//' '//TXT2//' '//TXT3//' '//TXT4
call system(gen)

```

```

return
end

```

### runSAP

```

subroutine runSAP

character*200 command

```

C This program calls SAP and runs the Input file, saving the results

```

command = "c:\Program Files (x86) //
&          '\Computers and Structures' //
&          '\SAP2000 15\Sap2000.exe" //
&          ' c:\OPT\SAP\input_file.$2k' //
&          '/R /C'

```

```

call system(command)

```

```

return
end

```

**readoutput**

```
subroutine readoutput
```

```
integer DOF,DOF_ID,NODES_ID,MAX_ID
parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2,MAX_ID=25)
character*100 displacements, freq
integer i, k, l, m
character*20 a, b, c, d, e
double precision w(DOF_ID), p(DOF_ID,NODES_ID*3)
integer g(DOF_ID)
common/w/w,p
```

C List of modes to read and optimize

```
g(1) = 6
g(2) = 18
```

C Read the displacements of the .cvs file

```
displacements = 'output\input_file-Joint Displacements.csv'
```

```
open(1,file=displacements,status='OLD')
```

```
DOF = NODES_ID*3
```

```
read(1,*)
read(1,*)
read(1,*)
l = -2
do 10 i = 1, NODES_ID
  l = l+3
  m = 1
  do 10 k = 1, MAX_ID
    if (k .EQ. g(1)) then
      read(1,*) a, b, c, d, e, p(m,l), p(m,l+1), p(m,l+2)
      m = m+1
    elseif (k .EQ. g(2)) then
      read(1,*) a, b, c, d, e, p(m,l), p(m,l+1), p(m,l+2)
      m = m+1
    else
      read(1,*)
    endif
```

```
10 continue
```

```
close (1)
```

C Read the frequencies of the .cvs file

```

freq = 'output\input_file-Modal Periods And Frequencies.csv'

open(2,file=freq,status='OLD')

    read(2,*)
    read(2,*)
    read(2,*)
    m = 1
    do 20 k = 1, MAX_ID
        if (k .EQ. g(1)) then
            read(2,*) a, b, c, d, w(m)
            m = m+1
        elseif (k .EQ. g(2)) then
            read(2,*) a, b, c, d, w(m)
            m = m+1
        else
            read(2,*)
        endif
20    continue

close (2)

return
end

```

### **complextoreal**

```

subroutine complextoreal

```

C This subroutine calculates the value of theta from the rotation  
C of the displacements vector to go from complex to real

```

integer DOF,DOF_ID,NODES_ID
parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2)
double precision pidr(DOF_ID,NODES_ID*3),pidi(DOF_ID,NODES_ID*3)
double precision a(DOF_ID,1), b(DOF_ID,1), c(DOF_ID,1)
double precision theta_2(DOF_ID,1), theta(DOF_ID,1)
integer i,k,l,j

open(1,file='data\backslashmeasurement.csv',status='UNKNOWN')

DOF = NODES_ID*3

do 20 l=1, DOF_ID

```

```

    read(1,*)
    k = 1
    do 10 i = 1, NODES_ID
        read(1,*) pidr(l,k), pidi(l,k), pidr(l,k+1), pidi(l,k+1), pidr(l,k+2), pidi(l,k+2)
        k = k+3

10     continue
20     continue

    close(1)

C a = phi_r * phi_r

    do j=1, DOF_ID
        a(j,1) = 0
        do i=1, DOF
            a(j,1) = a(j,1) + pidr(j,i)**2
        enddo
    enddo

C b = phi_i * phi_i

    do j=1, DOF_ID
        b(j,1) = 0
        do i=1, DOF
            b(j,1) = b(j,1) + pidi(j,i)**2
        enddo
    enddo

C a = 2 * phi_r * phi_i

    do j=1, DOF_ID
        c(j,1) = 0
        do i=1, DOF
            c(j,1) = c(j,1) + 2*pidr(j,i)*pidi(j,i)
        enddo
    enddo

C value of 2*theta and theta

    do j=1, DOF_ID
        theta_2(j,1) = datan(c(j,1)/(a(j,1)-b(j,1)))
        theta(j,1) = theta_2(j,1)/2
    enddo

C Write the new file with the rotated values

```

```

open(2,file='databackslashcomplex.csv',status='UNKNOWN')

do j=1, DOF_ID
  write(2,*) 'Mode', j
  l = 1
  do i=1, NODES_ID
    write(2,*) pidr(j,l)*cos(theta(j,1))+pidi(j,l)*sin(theta(j,1)),
    & pidr(j,l+1)*cos(theta(j,1))+pidi(j,l+1)*sin(theta(j,1)),
    & pidr(j,l+2)*cos(theta(j,1))+pidi(j,l+2)*sin(theta(j,1))
    l = l + 3
  enddo
enddo

close(2)

return
end

```

**measured**

```
subroutine measured
```

C This subroutine makes the matrix with the values obtained from measurement C of the structure

```

integer DOF,DOF_ID,NODES_ID
parameter (NODES_ID=19,DOF_ID=2)
double precision wid(DOF_ID),pid(DOF_ID,NODES_ID*3)
integer i,k,l
common /wid/wid,pid

open(1,file='databackslashmeasurement.csv',status='OLD')

DOF = NODES_ID*3

do 20 l=1, DOF_ID
  read(1,*) wid(l)
  do 10 i = 1,NODES_ID
    read(1,*)
  10 continue
  20 continue

close(1)

open(2,file='databackslashcomplex.csv',status='OLD')

```

```
do l=1, DOF_ID
  read(2,*)
  k = 1
  do i = 1, NODES_ID
    read(2,*) pid(l,k), pid(l,k+1), pid(l,k+2)
    k = k + 3
  enddo
enddo

close(2)

return
end
```

## Apêndice B

# Configurações definidas para os ensaios experimentais

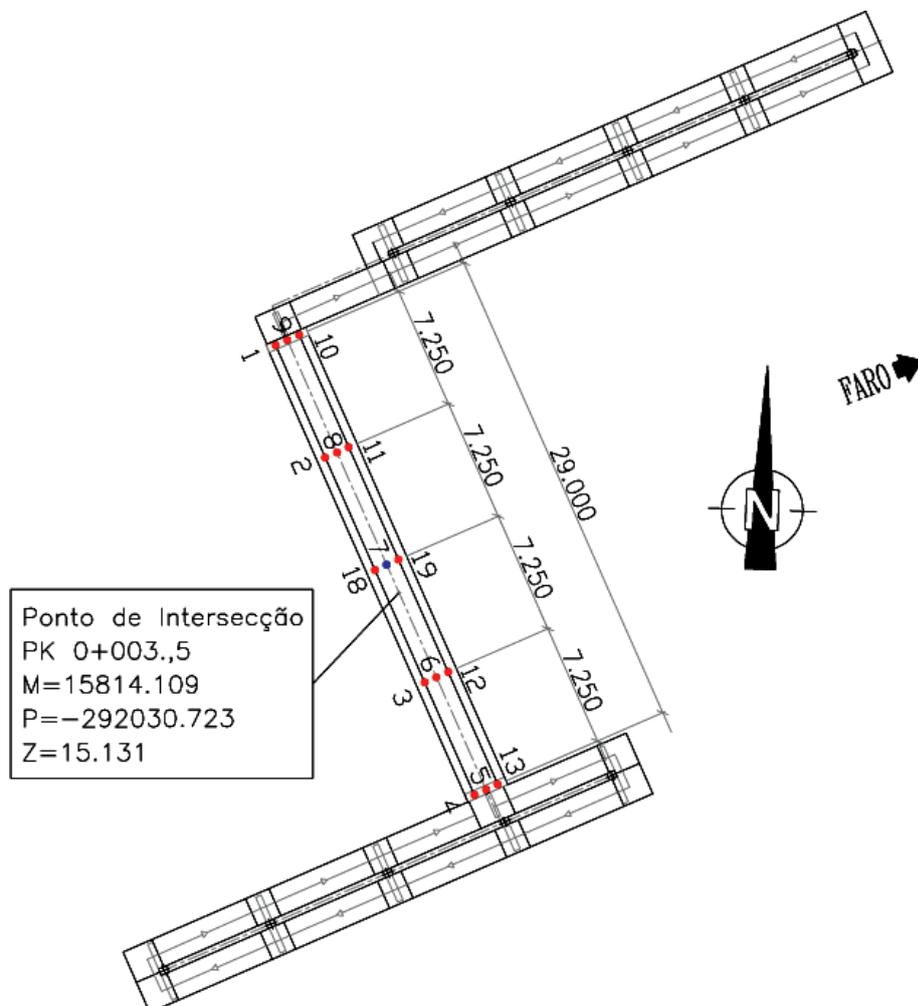


Figura B.1: Planta do passadiço com todos os pontos instrumentados

108 APÊNDICE B. CONFIGURAÇÕES DEFINIDAS PARA OS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

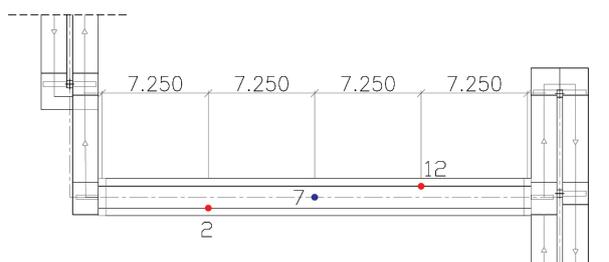


Figura B.2: Configuração 1 das medições

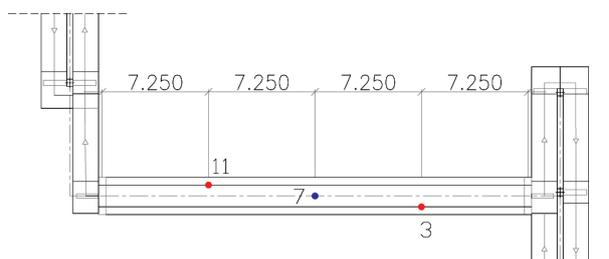


Figura B.3: Configuração 2 das medições

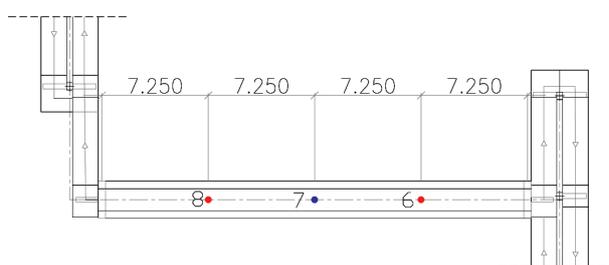


Figura B.4: Configuração 3 das medições

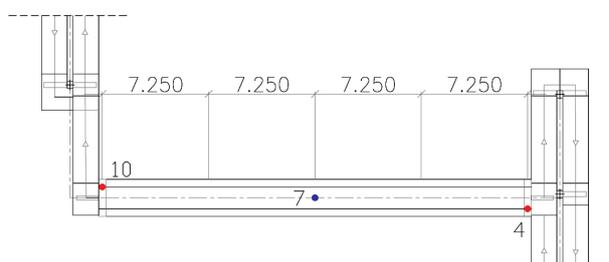


Figura B.5: Configuração 4 das medições

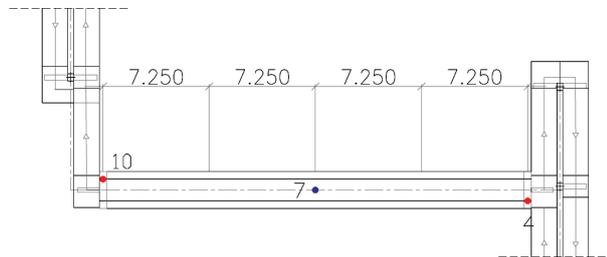


Figura B.6: Configuração 5 das medições

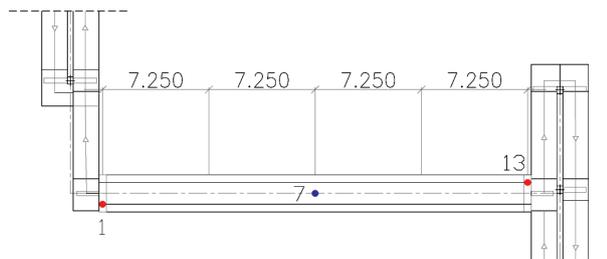


Figura B.7: Configuração 6 das medições

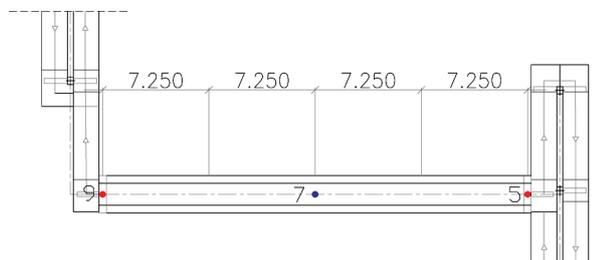


Figura B.8: Configuração 7 das medições



## Apêndice C

# Actualização das inércias das secções

Os seguintes cálculos foram feitos relativamente à secção de meio vão da viga do tabuleiro, pois a sua secção é composta por armaduras e cabos de pré-esforço, sendo representativos do procedimento de cálculo usado para os restantes elementos.

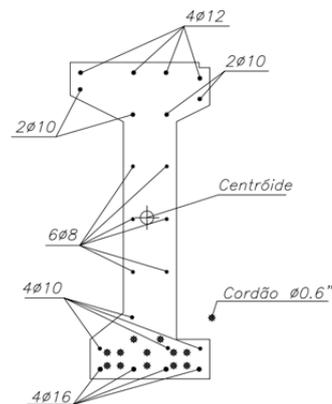


Figura C.1: Viga principal denominada por VI

Começou-se por obter as inércias da secção existente só em betão. Os valores calculados coincidem com os valores obtidos no SAP2000:

$$I_{33}^b = 5.53 \times 10^{-2} m^4 \quad \text{e} \quad I_{22}^b = 3.919 \times 10^{-3} m^4$$

Calculou-se de seguida a inércia e a área de cada varão usado na viga, que podem ser encontrados na tabela C.1.

Com ajuda do projecto existente em Autocad, foram retiradas as distâncias dos varões a cada eixo. Usa-se o teorema de Steiner (equação C.1) para o cálculo das inércias em relação ao mesmo ponto de referência.

Tabela C.1: Inércia e área relativas a cada diâmetro

Diâmetro do varão [mm]	Área [m <sup>2</sup> ]	Inércia [m <sup>4</sup> ]
∅ 8	$5 \times 10^{-5}$	$2.01062 \times 10^{-10}$
∅ 10	$7.9 \times 10^{-5}$	$4.90874 \times 10^{-10}$
∅ 12	$1.13 \times 10^{-4}$	$1.01788 \times 10^{-9}$
∅ 16	$2.01 \times 10^{-4}$	$3.21699 \times 10^{-9}$
Cordão ∅ 0.6" (15.2 mm)	$1.81 \times 10^{-4}$	$2.62026 \times 10^{-9}$

$$I_{CM} = I + A \times d^2 \quad (C.1)$$

As inércias resultantes para a armadura ordinária e para o pré-esforço são:

$$I_{33}^{aço} = 5.39 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad \text{e} \quad I_{22}^{aço} = 4.04 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{33}^{PE} = 5.98 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad \text{e} \quad I_{22}^{PE} = 2.4 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Fazendo uma média ponderada através dos módulos de elasticidade, tem-se:

$$I_{33} = \frac{E_{cm} \times I_{33}^b + E_s \times I_{33}^{aço} + E_p \times I_{33}^{PE}}{E_{cm}} =$$

$$= \frac{34 \times 5.53 \times 10^{-2} + 200 \times 5.39 \times 10^{-4} + 195 \times 5.98 \times 10^{-4}}{34} = 6.19 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_{22} = \frac{E_{cm} \times I_{22}^b + E_s \times I_{22}^{aço} + E_p \times I_{22}^{PE}}{E_{cm}} =$$

$$= \frac{34 \times 3.919 \times 10^{-3} + 200 \times 4.3835 \times 10^{-5} + 195 \times 2.4 \times 10^{-5}}{34} = 4.315 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

E calculando então a relação a colocar em *Set modifiers* para acertar o valor da inércia:

$$I_3^{mod} = \frac{6.19 \times 10^{-2}}{5.53 \times 10^{-2}} = 1.11935$$

$$I_2^{mod} = \frac{4.315 \times 10^{-3}}{3.919 \times 10^{-3}} = 1.10092$$

Procedeu-se de maneira semelhante para todos os outros elementos em betão armado.

## Apêndice D

# Tabelas de cálculo dos testes de sensibilidade

### D.1 Variação para otimizar o modo transversal

- T1 - Ligação rampa/solo e pilar/solo com apoio rígido
- T2 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em y (e2) e pilar/solo com apoio rígido
- T3 - 2º teste com os pilares de acesso (PA) com apoio rígido em torno de y e rotulados em torno de x (e1)
- T4 - 3º teste com molas em torno de x na base dos PA com  $K_{rx\_PA}=1E+11$  kNm/rad
- T5 - 4º teste com os pilares principais (PP) com  $K_{rx\_PP}=1E+9$  kNm/rad e PA com  $K_{rx\_PA}=1E+8$  kNm/rad
- T6 - 5º teste com  $K_{rx\_PP}=1E+8$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+7$  kNm/rad
- T7 -  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+5$  kNm/rad
- T8 -  $K_{rx\_PP}=1E+7$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1E+6$  kNm/rad
- T9 -  $K_{rx\_PP}=5.5E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=5.5E+5$  kNm/rad
- T10 -  $K_{rx\_PP}=3.25E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=3.25E+5$  kNm/rad
- T11 -  $K_{rx\_PP}=2E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=2E+5$  kNm/rad
- T12 -  $K_{rx\_PP}=1.5E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.5E+5$  kNm/rad
- T13 -  $K_{rx\_PP}=1.25E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad
- T14 -  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad

Tabela D.1: Teste de rigidez das molas em torno do eixo x (modo transversal)

Medido	Movimento do tabuleiro								
	Longitudinal			Transversal			Vertical(viga)		
	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]
	1.933	—	—	2.522	—	—	3.016	—	—
T1	1.9224	1	0.55	2.95753	5	17.27	2.90519	4	3.67
T2	1.91296	1	1.04	2.90803	5	15.31	2.90474	4	3.69
T3	1.91201	3	1.09	1.38517	1	45.08	2.90467	6	3.69
T4	1.91296	1	1.04	2.90803	5	15.31	2.90474	4	3.69
T5	1.91296	1	1.04	2.90771	5	15.29	2.90473	4	3.69
T6	1.91218	1	1.08	2.42686	3	3.77	2.90475	5	3.69
T7	1.91285	1	1.04	2.87069	4	13.83	2.90478	5	3.69
T8	1.91277	1	1.05	2.83499	4	12.41	2.90478	5	3.69
T9	1.91266	1	1.05	2.77771	4	10.14	2.90477	5	3.69
T10	1.9125	1	1.06	2.69592	4	6.90	2.90476	5	3.69
T11	1.91239	1	1.07	2.63639	4	4.54	2.90476	5	3.69
T12	1.9123	1	1.07	2.59866	4	3.04	2.90475	5	3.69
T13	1.91221	1	1.08	2.44542	3	3.04	2.90475	5	3.69
T14	1.91225	1	1.07	2.45199	3	2.78	2.90475	5	3.69

## D.2 Variação para otimizar o modo longitudinal

- L1 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em y, pilares com molas  $K_{rx\_PP}=1.1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad;  $I_2^{mod}(P1A-SD)$  inicial=1.18608 (-)
- L2 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.25$  (-)
- L3 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.23$  (-)
- L4 - L1 com  $I_2^{mod}(P1A-SD)=1.24$  (-)

Tabela D.2: Teste de rigidez das molas em torno do eixo y (modo longitudinal)

Medido	Movimento do tabuleiro								
	Longitudinal			Transversal			Vertical(viga)		
	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]
L1	1.91225	1	1.07	2.45199	3	2.78	2.90475	5	3.69
L2	1.93627	1	0.17	2.45296	3	2.74	2.90541	5	3.67
L3	1.9285	1	0.23	2.45265	3	2.75	2.90521	5	3.67
L4	1.93257	1	0.02	2.4528	3	2.74	2.90531	5	3.67

### D.3 Variação para otimizar o modo vertical

- V1 - Ligação rampa/solo com apoio simples livre em y, pilares com molas  $K_{rx\_PP}=1E+6$  kNm/rad e  $K_{rx\_PA}=1.25E+5$  kNm/rad e  $K_{ry\_PP}=2E+7$  kNm/rad e  $K_{ry\_PA}=1E+7$  kNm/rad,  $E_{vigas}=34$  GPa e  $(I_3^{mod})=1.11914$  (-)
- V2 - V1 com  $E_{vigas}=36$  GPa
- V3 -  $E_{vigas}=36.5$  GPa
- V4 -  $E_{vigas}=37$  GPa
- V5 - V1 com  $E_{vigas}=36$  GPa e  $I_3^{mod}=1.20$  (-)
- V6 -  $E_{vigas}=35$  GPa e  $I_3^{mod}=1.20$  (-)
- V7 - V1 com  $I_3^{mod}=1.20$  (-)
- V8 -  $I_3^{mod}=1.25$  (-)
- V9 -  $I_3^{mod}=1.24$  (-)

Tabela D.3: Teste de deformada vertical do tabuleiro

	Movimento do tabuleiro					
	1º modo vertical			2º modo vertical		
	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]	$\omega$ (Hz)	# modo	Erro [%]
Medido	3.016	—	—	11.221	—	—
V1	2.90531	5	3.67	10.80286	18	3.73
V2	2.96659	5	1.64	11.05718	18	1.46
V3	2.99304	6	0.76	11.11969	18	0.91
V4	3.00636	6	0.32	11.18176	18	0.35
V5	3.05096	6	1.16	11.35159	19	1.16
V6	3.01798	6	0.07	11.23112	18	0.09
V7	2.98889	6	0.90	11.08739	18	1.19
V8	3.02868	6	0.42	11.25896	18	0.34
V9	3.01988	6	0.13	11.22499	18	0.03

## Apêndice E

# Comparação final dos modos com sobreposição

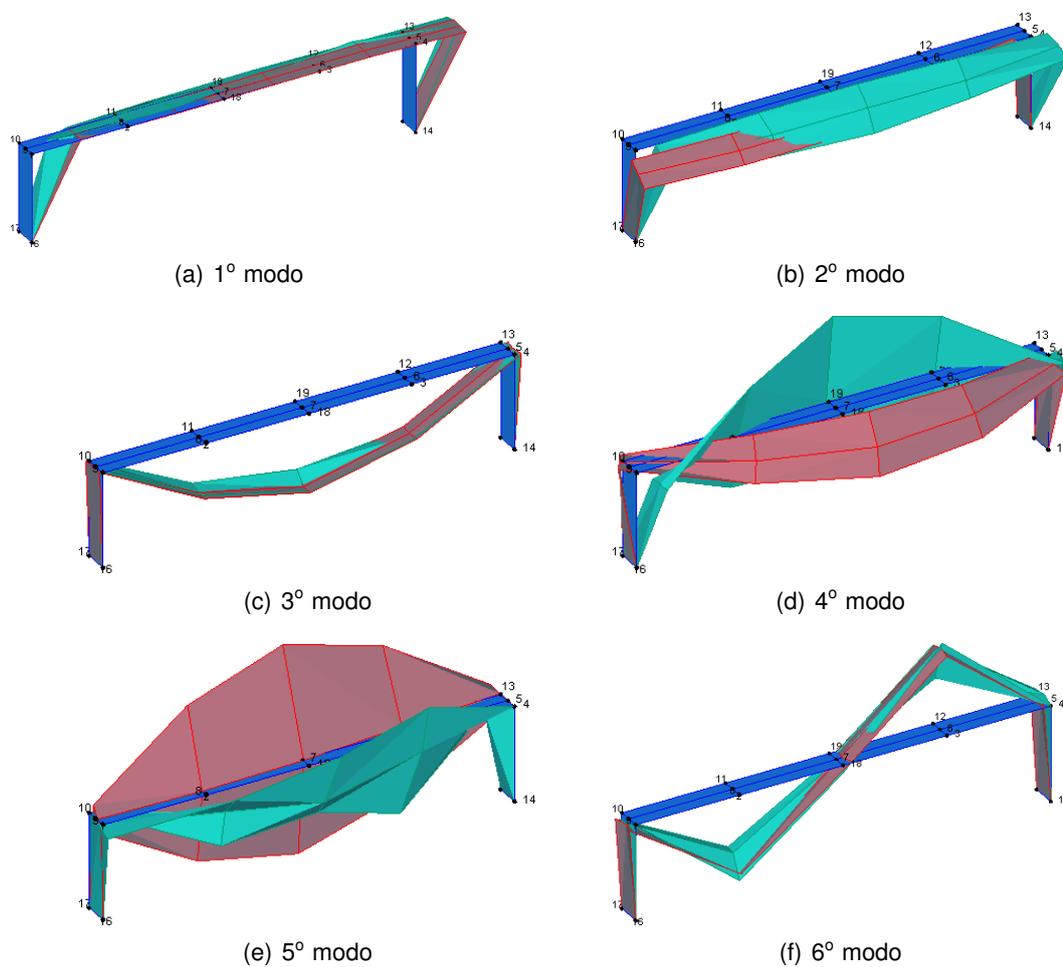


Figura E.1: Comparação no ARTeMIS dos modos obtidos pela medição e pelo modelo de elementos finitos



## **Apêndice F**

**“Experimental dynamic  
characterization and finite  
element updating of a footbridge  
structure”**



# Experimental dynamic characterization and finite element updating of a footbridge structure

C. Cismaşiu\*, A.C. Narciso, F.P. Amarante dos Santos

*Centro de Investigação em Estruturas e Construção - UNIC, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Quinta da Torre, 2829-516 Caparica, Portugal*

---

## Abstract

Nowadays, modern analysis of Civil Engineering structures implies the use of increasingly sophisticated computer models, designed not only to predict the response of actual structures to different loadings, but also to simulate the effects of eventual modifications in their structural configuration. Nevertheless, it is often discovered that, when the numerical simulations are compared with experimental data, the degree of correlation is weak and do not allow the use of the FE models with confidence in further analyses. In such cases, FE updating techniques are available to correct the FE models, based on dynamic response records of the real structures. These updating processes usually consist in four phases: a preliminary FE modeling, an experimental modal identification, a manual sensitivity analysis and, finally, an automatic updating of the FE model.

The present paper presents a successful, complete, updating process for the FE model of a footbridge structure.

*Keywords:* experimental modal analysis, output-only measurements, FE updating, footbridge structure

---

## 1. Introduction

It is well known that lifelines interruption as a result of natural disasters can have major economic and social impacts, leading to much higher losses than the value of damage to the infrastructure itself. Therefore, although

---

\*Corresponding author

*Email address:* `cornel@fct.unl.pt` (C. Cismaşiu)

the footbridges are not usually considered as critical lifeline structures, their collapse during a disaster such as an earthquake can be critical, as it might cause severe lifelines interruption.

Despite the new design strategies, like the ones contemplated in Eurocode 8 [1], the Portuguese National Road Network includes many footbridges with high seismic vulnerability, susceptible to span unseating, due either to the lack of adequate seismic detailing, like the shorter seats usually associated with ancient constructions, either to potential stronger shaking than the one considered in the original design. In order to guarantee successful structural interventions, the numerical models to be used in the design stages of their retrofitting solutions must be validated using experimental measurements on the existing structures.

In 2012, within the PTDC/ECM/117618/2010 research project, an experimental campaign has been launched, collecting relevant dynamic records of several footbridges located in the Southern part of Portugal, a region with significant seismic activity. Subsequent application of experimental modal identification techniques has enabled the accurate identification of their structural properties and provide reliable data to support calibration, updating and validation of the corresponding numerical models. In the present paper, this process, as well as the calibration of the finite element model using both manual sensitivity tests and an automatic updating procedure is exemplified for one representative footbridge.

## **2. Experimental campaign**

The basic principles in experimental modal analysis and its evolution from input-output to output-only identification techniques have been presented by many authors, as for example, Ljung [2], Cunha and Caetano [3, 4], Ibsen and Liingaard [5] or Haritos [6]. Nowadays, the output-only modal testing and identification is becoming a widespread tool for solving a broad range of engineering problems. Its main advantages and limitations are extensively discussed by Brinkcker and his co-workers in [7–9]. A literature review reveals many applications of output-only modal identification techniques to Civil Engineering structures in general [3, 4, 10–21] and footbridges in particular [22–27].

Based on the expertise reported in the consulted literature, on July 24, 2012, an experimental campaign has been designed and carried out on a typical pedestrian crossing, PP3141, across the EN 125-10 Portuguese motorway.



Figure 1: PP3141 footbridge on EN 125-10, km 0+420.

The structure, illustrated in Figure 1, is a simply supported footbridge with a span of 28.96 m and a vertical clearance of about 5.4 m, composed of two I-shaped prestressed girders with 1.20 m height, connected by an inferior deck slab. The deck slab, which is built up of a 0.06 m precast slab and a cast-in-place concrete topping with 0.06 m, is supported by the bottom flanges of the main girders, as illustrated in Figure 2(a). The connection of the main girders to the piles, see Figure 2(b), is materialized by a set of two steel dowels, with a diameter of 20 mm each, and an elastomeric bearing. The girders have vertical ducts in order to accommodate the dowels, which are filled with a non-shrink grout. The main piles, as shown in Fig-

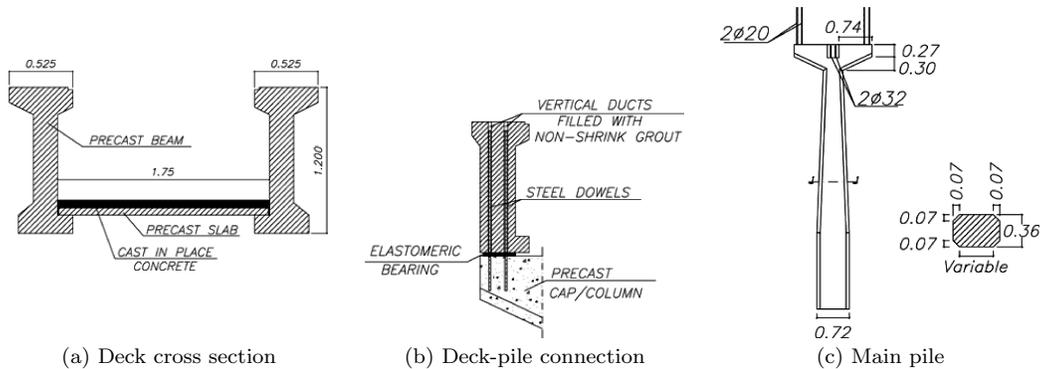


Figure 2: PP3141 - excerpts from the structural drawings.

ure 2(c), are precast reinforced concrete elements, with a variable rectangular cross-section, ranging from  $0.60 \times 0.50 \text{ m}^2$  to  $1.00 \times 0.50 \text{ m}^2$ , with superficial precast foundations. The access to the bridges is materialized by a set of lat-

eral precast reinforced concrete ramps and/or stairs, which are mainly built up of ribbed slabs supported by prestressed corbels, rigidly connected to the columns.

During the ambient vibration tests (AVT), the velocity response was acquired using three MR2002-CE vibration monitoring systems from SYSCOM, each consisting of one MS2003+ triaxial velocity sensor and one vibration recorder. The MR2002-CE is equipped with a digital signal processor to filter the signals coming from the sensor. Using its default filter algorithm, the signal is cut-off at 80% of Nyquist frequency, meaning that a data acquisition sampling-rate of 100 samples per second, value that was used in these tests, allows the identification of frequencies as high as 40 Hz. To ensure synchronized data acquisition, the MR2002 clock is automatically updated using a GPS receiver.

Preliminary SAP2000 finite element models, built based on the structural drawings, were used to provide estimates for the expected modal characteristics of the structure. These results were used to decide the data acquisition sampling-rate, the reference channel locations and the configurations of the roving sensors. As only 3 triaxial vibration monitoring systems were available, one was kept in the same location, the mid-span of the footbridge, to guarantee 3 reference channels. The remaining roving sensors were used in 7 setups and 15 grid points, as illustrated in Figure 3.

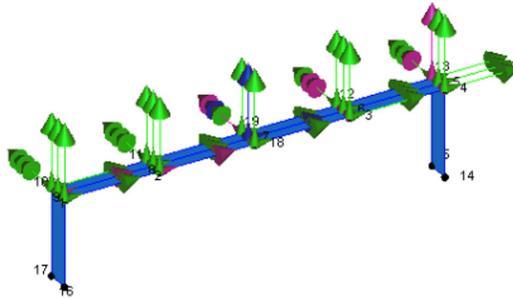


Figure 3: All 7 test setups and the corresponding measured channels.

For each setup, ambient vibration data were acquired for 15 minutes. The ambient temperature recorded during the tests is presented in Table 1.

Subsequent data processing using the Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD) and the Unweighted Principal Component version of the Stochastic Subspace Identification (SSI-UPC) algorithms, both imple-

Table 1: Ambient temperature during the AVT on July 24, 2012.

Setup no.	1	2	3	4	5	6	7
Starting time	12h10	12h30	12h50	13h15	15h15	15h35	15h55
Temperature °C	30.7	32	34	34	34.7	34.7	34.7

mented in the operational modal analysis software ARTeMIS, yields the estimates for the modal properties of the footbridge.

The EFDD [7, 28–30] is a non-parametric method developed in the frequency domain, that estimates the modal parameters directly from signal processing calculations. It is an extension of the Frequency Domain Decomposition (FDD), algorithm that estimates the eigen-modes, in the condition of a white noise input and a lightly damped structure, by performing a singular-value decomposition of the system’s spectral density spectra, to obtain power spectral densities of a set of several single-degrees-of-freedom systems, each corresponding to an individual mode. The EFDD is a technique that allows the estimation not only of the mode shapes and their frequencies but also of the corresponding damping ratios.

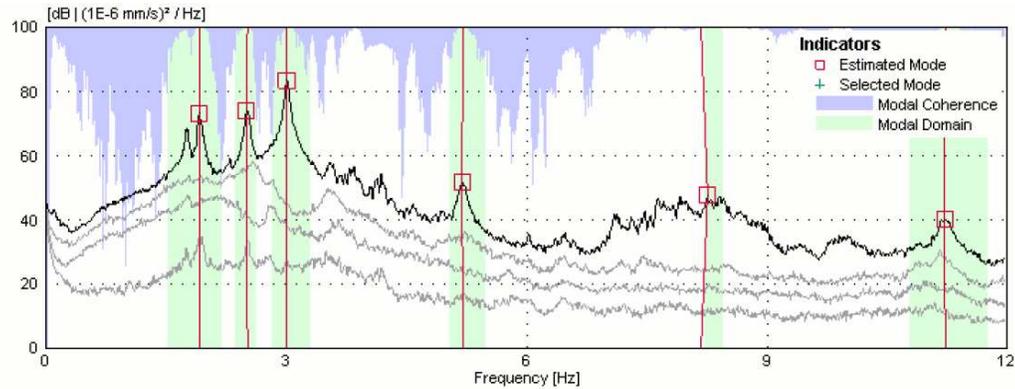
The Stochastic Subspace Identification (SSI) techniques [31–33] is a parametric method developed in the time domain, that uses weighted time series data resulting from the output-only measurements, to identify a stochastic state space model that describes the linear vibrations of the structure. The Unweighted Principal Component (UPC), an algorithm that works best with data having modes with comparable energy level, is the most simple version, as no weighting is performed at all. For each set-up, a set of models with different parameters are identified and a stabilization diagram is established, discriminating between stable, unstable and noise modes.

Table 2: PP3141 - Experimental modal properties

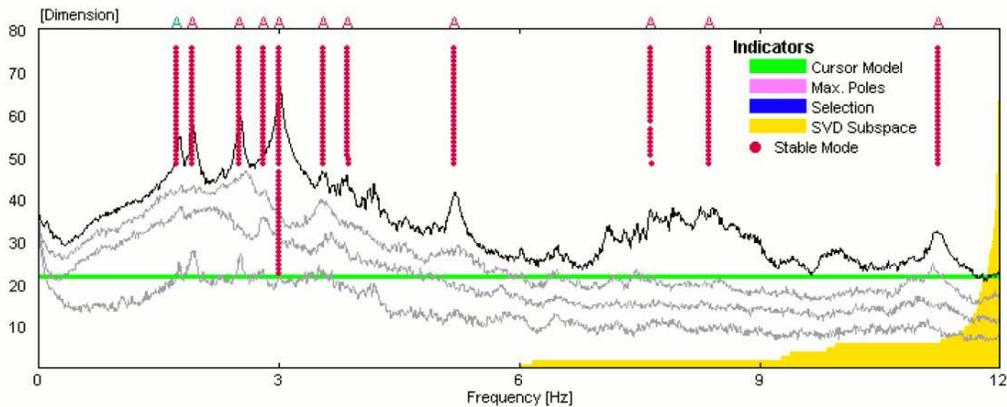
Mode	EFDD		SSI-UPC	
	Frequency (Hz)	Damping (%)	Frequency (Hz)	Damping (%)
Longitudinal	$1.933 \pm 0.01203$	$1.081 \pm 0.4876$	$1.929 \pm 0.0001499$	$1.23 \pm 0.005737$
Lateral	$2.522 \pm 0.009776$	$0.8557 \pm 0.2104$	$2.515 \pm 0.0001991$	$0.807 \pm 0.007531$
1st Vertical	$3.016 \pm 0.005731$	$0.5967 \pm 0.09085$	$3.013 \pm 0.002899$	$1.59 \pm 1.184$
1st Torsion	$5.203 \pm 0.01544$	$0.5827 \pm 0.233$	$5.197 \pm 0.000379$	$0.8744 \pm 0.007456$
2nd Torsion	$8.176 \pm 0.3338$	$1.197 \pm 0.7386$	$8.371 \pm 0.0005932$	$2.486 \pm 0.005148$
2nd Vertical	$11.22 \pm 0.01434$	$0.4099 \pm 0.2904$	$11.22 \pm 0.00008526$	$0.7272 \pm 0.0009811$

The identified modal properties are resumed in Table 2. The singular values of the spectral density matrices obtained using the EFDD algorithm, on

all test setups, are presented in Figure 4(a). The corresponding stabilization diagrams, in the case of the application of the SSI-UPC algorithm, as well as the correlation between EFDD and SSI-UPC, are shown in Figures 4(b) and (c), respectively.



(a) EFDD: Average of the normalized singular values of the spectral density matrices of all test setups



(b) SSI-UPC: Stabilization diagram of estimated state space models of all merged test setups

		SSI-UPC						
		$\omega$ (Hz)	1.929	2.515	3.013	5.197	8.371	11.22
EFDD	1.933	<b>0.9678</b>	0.0008	0.0022	0.0362	0.0094	0.0013	
	2.522	0.0076	<b>0.9970</b>	0.0024	0.0445	0.2862	0.0001	
	3.016	0.0010	0.0002	<b>0.9994</b>	0.0061	0.0167	0.0054	
	5.203	0.0288	0.0353	0.0111	<b>0.9690</b>	0.0249	0.0038	
	8.176	0.0175	0.2463	0.0062	0.0487	<b>0.8211</b>	0.0036	
	11.22	0.0001	0.0029	0.0045	0.0211	0.0025	<b>0.9629</b>	

(c) Modal Assurance Criterion - correlation between EFDD and SSI-UPC

Figure 4: PP3141 - operational modal analysis results.

The entries in the Modal Assurance Criterion (MAC) matrix, presented in Figure 4(c), indicate a good correlation between identified modes using the two algorithms at stake. However, one must note two particular aspects. The first one, is related to the slight drift that can be observed in the entry associated with the first mode, indicating some problems in the convergence of the two algorithms for this particular vibration mode. Analyzing the processed data presented in Figure 4(a) and (b), one can clearly observe two very closed picks near 1.9 Hz, the source of this convergence problem. Their presence is explained by the existence of signals associated with the longitudinal response of the footbridge having a non-stationary amplitude during the recording period. This can be verified in Figure 5, where one of the recorded

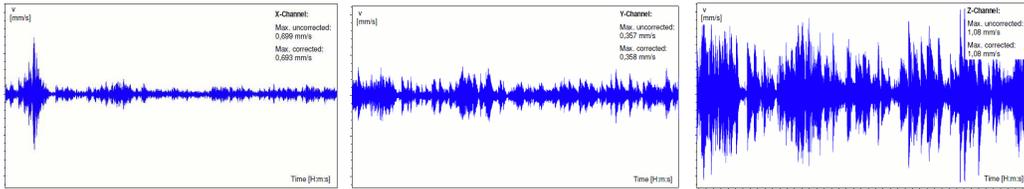


Figure 5: Velocity time history for one MR2002 SYSCOM station.

data sets is presented for three orthogonal directions. One can see that, for the case of Channel X, corresponding to the longitudinal direction, two zones with different mean amplitudes can be identified. The data associated with the larger amplitudes generate a lower frequency while the data associated with the lower amplitudes generate a slightly larger frequency, corresponding to the two picks near 1.9 Hz, identified in Figure 4(a) and (b).

The second aspect worth to be mentioned here is the fact that some of the frequencies identified by the SSI-UPC algorithm, were not detected using the EFDD technique. It was verified by the finite element simulations that the vibration modes associated with these frequencies are mainly related to the access ramps and therefore, the corresponding vibrations transmitted to the main deck are only residual. This explains the difficulty of the EFDD algorithm in detecting these frequencies.

Therefore, in what follows, only the 6 vibration modes of the main deck, that were clearly identified by both algorithms, are considered.

### 3. Finite element updating

Once identified the modal properties of the analyzed footbridge, these results are used to update and validate the finite element model to be used, in a later stage, to check if the structure is satisfying the actual building codes and, in the case it does not, to design retrofitting solutions.

A general description of the finite element modal updating procedure applied to structural dynamic problems can be found in [34–38]. Several practical applications are reported in the literature, related, for example, to bridges [14, 39, 15], grandstands [20] and footbridges [22, 24, 40]. The procedure is usually performed by comparing the numerical with the experimental natural frequencies and mode shapes. When significant discrepancies are found, one seeks to correct inaccurate parameters,  $\boldsymbol{\theta}$ , in the finite element model, in order to improve the agreement between the numerical estimates and the experimental results. From a practical point of view, one has to solve an optimization problem, in which the optimal values of the parameters are obtained by minimizing an objective function,  $J(\boldsymbol{\theta})$ . The objective function considered in the present work,

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \frac{\omega_i - \bar{\omega}_i}{\omega_i} \right)^2 - \log \left[ \frac{(\boldsymbol{\Phi}_i^T \bar{\boldsymbol{\Phi}}_i)^2}{(\boldsymbol{\Phi}_i^T \boldsymbol{\Phi}_i)(\bar{\boldsymbol{\Phi}}_i^T \bar{\boldsymbol{\Phi}}_i)} \right] \right\} \quad (1)$$

is computed based on the identified modal parameters of the  $N$  observed modes. The first term in equation (1) represents the difference between the measured  $\omega_i$ , and the computed  $\bar{\omega}_i$ , frequency of the  $i$ -th mode, while the second term, based on the modal assurance criterion [41], represents the difference between the measured  $\boldsymbol{\Phi}_i$ , and the computed  $\bar{\boldsymbol{\Phi}}_i$ , mode shape components of the  $i$ -th mode. Note that, when the estimated and the identified modes are alike, the objective function tends to zero.

#### 3.1. Real finite element mode shapes and complex identified mode shapes

When implementing equation (1), one must note, however, that while the mode shapes resulting from the FE analysis are usually real, the identified modes are complex, as a result of the non-proportional damping in the system. For lightly damped structures, the damping effects can be neglected and a set of real modes could be extracted and used to compare with the numerical estimations. Several algorithms that can be used to convert the complex mode shapes into real ones are available in the literature, as, for

example in [42–46]. The approach used in the present paper, appointed as the best strategy for extracting real modes from complex ones [46, 47], assumes that the optimum real mode shape corresponding to a complex one, is the one which has maximum correlation with this mode. It is proved [47] that the most correlated real vector with a complex mode shape is the real part of the complex mode, when rotated so that the norm of its real part is maximized. In [47] it is shown that the corresponding rotating angle  $\alpha$ , can be readily computed from equation (2),

$$\tan 2\alpha = \frac{2\Phi_R^T \Phi_I}{\Phi_R^T \Phi_R - \Phi_I^T \Phi_I} \quad (2)$$

where  $\Phi_R$  and  $\Phi_I$  are the real and imaginary part of the complex mode shape, respectively. Using the solution of equation (2), which maximizes the real part of the complex mode shape, one can finally compute the real part of the rotated mode, which is given by  $\Phi_R \cos \alpha + \Phi_I \sin \alpha$ .

Applying this procedure for all identified complex mode shapes, one obtains *real measured* mode shapes, that are used for comparison with those obtained using the finite element model and in the definition of the objective function given in equation (1).

### 3.2. Implementation of the finite element updating procedure

To allow for the automatic performing of the finite element updating procedure, a numerical framework was designed and implemented, combining an optimization routine based on the NLPQL algorithm presented by Schittkowski [48], with SAP2000, the general purpose finite element program. To run the finite element updating, the numerical model must be defined using a set of physically meaningful parameters related to constants associated with a certain degree of uncertainty, as for example material properties like the Young’s modulus, Poisson ratio or mass density/distribution, physical dimensions of the structural elements or boundary conditions and connections between components, which are seldom understood with certainty. A previous sensitivity analysis might help the user to decide, among these parameters, which are the best to be used in the optimization process.

#### 3.2.1. Finite element parametric model

Preliminary SAP2000 tridimensional finite element parametric models were defined, based on the structural drawings of the footbridge. While the

deck was modeled using variable cross-section four-node quadrilateral shell elements with six degrees of freedom per node, all the other structural elements, namely the piles and the access ramps, were modeled using 3D frame elements. The resulting finite element model is presented in Figure 6. The

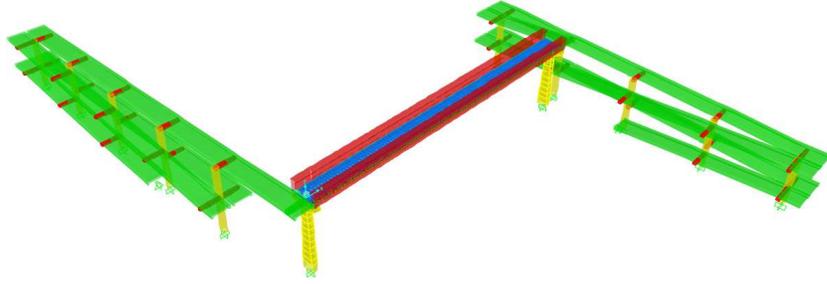


Figure 6: PP3141 - SAP2000 finite element model.

original design indicates that a C35/45 class concrete was used for the prestressed elements of the deck and a C25/30 class concrete was used in all the remaining structural elements. The values of the Young's modulus used in the finite element model were chosen accordingly to the general material prescriptions for these two concrete classes, i.e., 34 and 31 GPa, respectively. The same Poisson ratio of 0.2 and volumetric weight of 25 kN/m<sup>3</sup> were considered for all structural elements. The connections between the deck and the piles, and between the access ramps and the main structure of the footbridge, are simulated using linear link elements. Their stiffness was computed taking into account the neoprene elastomeric laminated bearings and the existing steel dowel connectors. The structure is assumed to be clamped on a rigid foundation.

		Preliminary SAP2000 model						
		$\omega$ (Hz)	1.800	2.785	2.949	5.881	7.094	10.348
EFDD	1.933	<b>0.9220</b>	0.0057	0.0004	0.0499	0.0006	0.0001	
	2.522	0.0498	0.0527	<b>0.7197</b>	0.6078	0.0017	0.0000	
	3.016	0.0011	<b>0.9124</b>	0.0269	0.0007	0.0000	0.0000	
	5.203	0.0178	0.0000	0.0676	<b>0.4307</b>	0.5195	0.0000	
	8.176	0.0037	0.0482	0.3277	0.1831	<b>0.5484</b>	0.0033	
	11.22	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0128	<b>0.9436</b>	

Figure 7: Modal Assurance Criterion - correlation between EFDD and SAP2000.

Although this model was used to provide estimates for the expected modal characteristics of the structure, essential to prepare the experimental cam-

paign, one can readily see from the values presented in Figure 7, that the finite element estimates for the modal properties of the footbridges are not consistent with the identified values. According to the MAC matrix, the second and the third modes of the main deck shift places in the numerical model. The other modes are not very accurate (the values on the main diagonal of the MAC matrix are drifted away from the unity) and there is an important error in the frequency values, with a maximum error of about 17% for the lateral mode.

If this finite element model is to be used predictively in a later stage, for untested loading conditions or modified structural configurations, a previous finite element updating is required.

### 3.3. Sensitivity analysis

The aim of the model updating is to modify the values of some, physically meaningful, parameters in order to obtain a better agreement between the numerical results and the experimental data. These parameters are usually chosen among geometric and material constants, boundary conditions and inter-elements connections, which are not known with certainty. Before starting the finite element updating procedure, and in order to improve its performance, a set of numerical simulations are usually performed, as to understand the sensitivity of the finite element results to changes in these parameters.

The first parameter considered uncertain for the structure at stake, was the bending stiffness of the main girders. As expected, a sensitivity analysis considering the variation of this parameter alone proves that it directly affects the first two vertical vibration modes of the deck. The best values for the corresponding frequencies were obtained when the bending stiffness of the main girders was increased by 24%, as shown in Table 3 (note that in the preliminary FE model, the contribution of the rebars to the global stiffness of the RC elements was not taken into account).

Table 3: Sensitivity to bending stiffness of the main girders.

Mode	Experimental	Preliminary FE model		Updated FE model	
	$\omega$ (Hz)	$\omega$ (Hz)	Error (%)	$\omega$ (Hz)	Error (%)
1st Vertical	3.016	2.785	7.66	3.020	0.13
2nd Vertical	11.22	10.348	7.78	11.225	0.04

As no geotechnical data were available, another uncertainty is related with the boundary conditions to be used in the FE model, to simulate the ground

connections of the piles and the access ramps. The piles were considered connected to a rigid foundation by different springs in different directions, being their stiffnesses the parameters to be optimized. All the access ramps were considered simply supported on the ground. As expected, a sensitivity analysis proves that these boundary conditions massively affects the longitudinal and the lateral vibration modes, while have practically no influence on the vertical modes of the deck. The best values obtained for the corresponding frequencies are reported in Table 4.

Table 4: Sensitivity to ground connections.

Mode	Experimental	Preliminary FE model		Updated FE model	
	$\omega$ (Hz)	$\omega$ (Hz)	Error (%)	$\omega$ (Hz)	Error (%)
Longitudinal	1.933	1.800	6.88	1.919	0.73
Lateral	2.522	2.949	16.93	2.452	2.77

### 3.4. Automatic finite element updating

Completed the sensitivity tests, an automatic finite element updating was performed using the algorithm described in §3.2, using the six identified vibration modes of the main deck. The bending stiffness of the main girder, the spring connections between the piles and the rigid foundations and the stiffness of the neoprene elastomeric laminated bearings (including the steel dowel connectors) between the main girders and the piles were considered simultaneously, as optimization parameters. The best values obtained during the sensitivity tests were considered as initial approximations and a  $\pm 10\%$  variation was allowed for all these parameters. Their convergence, as well as the convergence of the objective function, is presented in Figure 8.

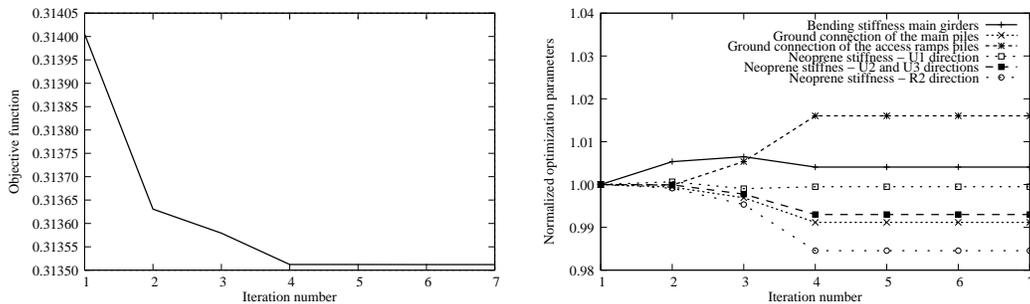


Figure 8: Convergence of the objective function and the optimization parameters.

A comparison between the FE numerical estimates for the main frequencies of the deck and the corresponding experimental values is presented in Table 5. One can readily see that while the estimates produced using the preliminary FE model have an average error of about 11%, the updated FE model produce much better estimates, reducing the average error to about 3%.

Table 5: Comparison between the experimental and the FE frequencies.

Mode	Experimental	Preliminary FE model		Final FE model	
	$\omega$ (Hz)	$\omega$ (Hz)	Error (%)	$\omega$ (Hz)	Error (%)
Longitudinal	1.933	1.800	6.88	1.915	0.93
Lateral	2.522	2.949	16.93	2.419	4.08
1st Vertical	3.016	2.785	7.66	3.029	0.44
1st Torsion	5.203	5.881	13.02	5.286	1.58
2nd Torsion	8.176	7.094	13.24	7.154	12.50
2nd Vertical	11.22	10.348	7.77	11.266	0.40

In what concerns the corresponding vibration modes, the MAC matrix presented in Figure 9, indicates that, except for the two torsional modes, the updated finite element estimates are now consistent with the identified values.

$\omega$ (Hz)	Final SAP2000 model					
	1.915	2.419	3.029	5.286	7.154	11.266
1.933	<b>0.9132</b>	0.0039	0.0007	0.0694	0.000	0.0000
2.522	0.0580	<b>0.8501</b>	0.0005	0.7272	0.0015	0.0000
3.016	0.0013	0.0003	<b>0.9971</b>	0.0010	0.0000	0.0001
5.203	0.0169	0.0260	0.0048	<b>0.2492</b>	0.6139	0.0000
8.176	0.0024	0.2978	0.0038	0.3113	<b>0.4415</b>	0.0030
11.22	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0124	<b>0.9457</b>

Figure 9: MAC - correlation between experimental and the optimized FE model.

The graphical representation of the six, identified (ARTEMIS) and estimated (Updated SAP2000 FE model), vibration modes of the deck is presented in Figure 10.

#### 4. Conclusions

It is well known that the FE predictions, based on models developed using existing design data, are often disbelieved when they are in conflict with

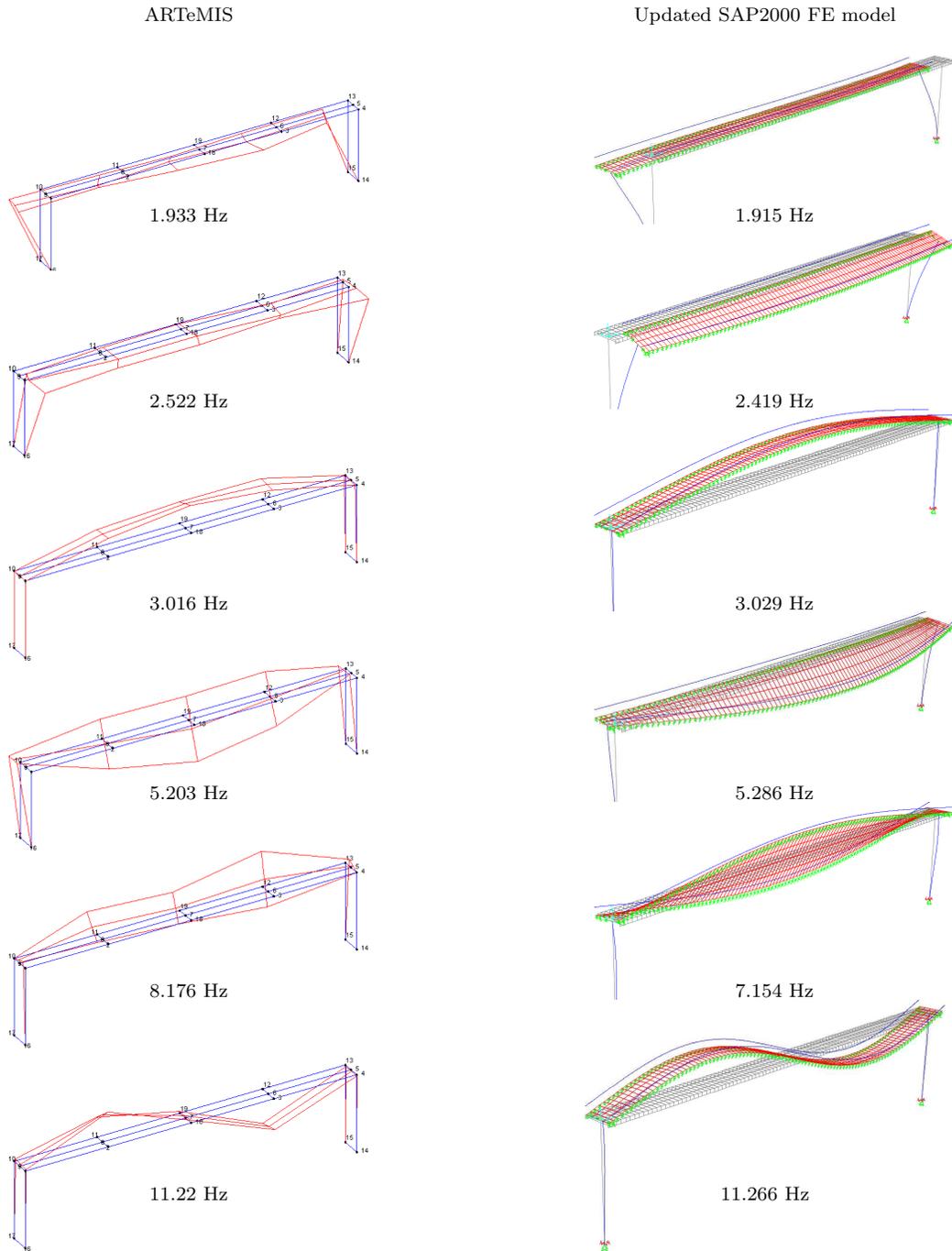


Figure 10: Principal vibration modes of the main deck.

experimental results. In such cases, FE updating techniques are available to correct the FE model based on dynamic response records of the real structure.

The first six vibration modes of the PP3141 footbridge were identified using ambient vibration tests and compared with their estimates from a preliminary SAP2000 FE model. Important errors were revealed, both in the natural frequencies and the corresponding mode shapes.

A manual sensitivity analysis of several meaningful but uncertain parameters, such as the bending stiffness of the main girders of the deck, the boundary conditions used to simulate the ground connections of the piles and the stiffness of the neoprene bearings between the main girders and the piles, allows to reduce the initial errors and to enable an automatic update of the FE model, using the implemented algorithm.

This automatic procedure further improves the FE estimates for the modal properties of the structure, leading to values which present a very good correlation with the experimental measurements. Taking also into account that all parameters changes were within physically acceptable limits, one may conclude that the updating process was successful.

## Acknowledgments

This work is part of the research developed in the Department of Civil Engineering, Faculdade de Ciências e Tecnologia, supported by contract PTDC/ECM/117618/2010 with Fundação para a Ciência e Tecnologia.

Cooperation with Doctor APN Campos Costa from LNEC is gratefully acknowledged.

## References

- [1] CEN - European Committee for Standardization . EN 1998 Eurocode 8: Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures. 1998.
- [2] Ljung L. System Identification: Theory for the User. Upper Saddle River, NJ 07458: Prentice-Hall, Inc.; 2nd ed.; 1999.
- [3] Cunha A, Caetano E. From input-output to output-only modal identification of civil engineering structures. In: Keynote Lecture at the 1st International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC). Copenhagen, Denmark; 2005, p. 22–pages.
- [4] Cunha A, Caetano E. Experimental modal analysis of civil engineering structures. *Sound and Vibration* 2006;40(6):12–20.
- [5] Ibsen LB, Liingaard M. Experimental modal analysis. DCE Technical Report No. 10; Aalborg University, Department of Civil Engineering, Division of Water and Soil; 2006.

- [6] Haritos N. Structural system identification from ambient and forced vibration testing. In: International Conference on Sustainable Built Environment (ICSBE-2010). Kandy; 2010, p. 152–9.
- [7] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Output-only modal analysis by frequency domain decomposition. In: Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA25); vol. 2. 2000, p. 7–pages.
- [8] Brincker R, Ventura CE, Andersen P. Why output only modal analysis is a desirable tool for a wide range of practical applications. In: Proceedings of IMAC-XXI: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2003, p. 8–pages.
- [9] Brincker R, Andersen P. Operational modal analysis tutorial. In: SVIB seminar. 2007, p. 11–pages.
- [10] Peeters B, Maeck J, De Roeck G. Vibration-based damage detection in civil engineering: excitation sources and temperature effects. *Smart Materials and Structures* 2001;10:518–27.
- [11] Brincker R, Andersen P, Cantieni R. Identification and level I damage detection of the Z24 highway bridge. *Experimental Techniques* 2001;25(6):51–7.
- [12] Arêde A, Almeida C, Costa A, Rodrigues J, Costa AC. Dynamic identification and seismic analysis of the "Serra do Pilar" monastery church. In: Proceedings of IMAC-XX: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2002, p. 1237–43.
- [13] Tamura Y, Zhang L, Yoshida A, Cho K, Nakata S, Naito S. Ambient vibration testing and modal identification of an office building. In: Proceedings of IMAC-XX: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2002, p. 141–6.
- [14] El-Borgi S, Smaoui H, Cherif F, Bahlous S, Ghrairi A. Modal identification and finite element model updating of a reinforced concrete bridge. *Emirates Journal for Engineering Research* 2004;9(2):29–34.
- [15] Gentile C. Modal and structural identification of a R.C. arch bridge. *Structural Engineering and Mechanics* 2006;22:53–70.
- [16] Brownjohn JMW, Pavic A, Carden EP, Middleton CJ. Modal testing of Tamar suspension bridge. In: Proceedings of IMAC-XXV: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2007, p. 8–pages.
- [17] Júlio ENBS, Rebelo CAS, Dias-da Costa DASG. Structural assessment of the tower of the University of Coimbra by modal identification. *Engineering Structures* 2008;30(12):3468–77.
- [18] Benedettini F, Gentile C. F.E. Modelling of a cable-stayed bridge based on operational modal analysis. In: IMAC-XXVI: Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics; 2008, p. 10–pages.
- [19] Rebelo C, Simões da Silva L, Rigueiro C, Pircher M. Dynamic behaviour of twin single-span ballasted railway viaducts - field measurements and modal identification. *Engineering Structures* 2008;30(9):2460–9.
- [20] Saudi G, Reynolds P, Zaki M, Hodhod H. Finite-element model tuning of global modes of a grandstand structure using ambient vibration testing. *Journal of Performance of Constructed Facilities* 2009;23(6):467–79.
- [21] Foti D, Diaferio M, Giannoccaro NI, Mongelli M. Ambient vibration testing, dynamic identification and model updating of a historic tower. *NDT & E International* 2012;47(0):88–95.
- [22] Caetano E, Cunha A. Modal identification and finite element updating of a stress-ribbon footbridge. In: IMAC-XXII: Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics; 2004, p. 8–pages.

- [23] Galvin P, Dominguez J. Modal identification of a pedestrian bridge by output-only analysis. In: IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics; 2005, p. 6–pages.
- [24] Živanović S, Pavić A, Reynolds P. Modal testing and fe model tuning of a lively footbridge structure. *Engineering Structures* 2006;28:857–68.
- [25] Živanović S, Pavić A, Reynolds P. Finite element modelling and updating of a lively footbridge: The complete process. *Journal of Sound and Vibration* 2007;301(12):126–45.
- [26] Cruz PJS, Salgado R, Branco JM. Dynamic analysis and structural evaluation of Góis footbridge. *Mecânica Experimental* 2009;17:129–37.
- [27] Lakzaeian FH, Cantieni R. Dynamic investigation of a concrete footbridge using finite element modelling and modal analysis. *Structure and Infrastructure Engineering* 2011;0(0):15–pages.
- [28] Brincker R, Ventura CE, Andersen P. Damping estimation by frequency domain decomposition. In: 19th International Modal Analysis Conference (IMAC). Kissimmee, Florida; 2001, p. 6–pages.
- [29] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart Materials and Structures* 2001;10:441–5.
- [30] Gade S, Møller NB, Herlufsen H, Konstantin-Hansen H. Frequency domain techniques for operational modal analysis. In: Proceedings of IMAC-XXIV: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2006, p. 10–pages.
- [31] Van Overschee P, De Moor BL. Subspace Identification for Linear Systems: Theory - Implementation - Applications. Kluwer Academic Publishers; 1996.
- [32] Andersen P, Brincker R. The stochastic subspace identification techniques. *Structural Vibration Solutions A/S*; na. [www.svibs.com](http://www.svibs.com).
- [33] Brincker R, Andersen P. Understanding stochastic subspace identification. In: Proceedings of IMAC-XXIV: Conference & Exposition on Structural Dynamics. 2006, p. 6–pages.
- [34] Åström KJ, Eykhoff P. System identification - a survey. *Automatica* 1971;7:123–62.
- [35] Mottershead JE, Friswell MI. Model updating in structural dynamics: A survey. *Journal of Sound and Vibration* 1993;167(2):347–75.
- [36] Ewins DJ. *Modal Testing: theory, practice and application*. Research Studies Pre.; 2 ed.; 2000.
- [37] Jaishi B, Ren W. Structural finite element model updating using ambient vibration test results. *Journal of Structural Engineering* 2005;131(4):617–28.
- [38] E. R, Teughels A, De Roeck G. Finite element model updating and structural damage identification using OMAX data. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2010;24(5):1306–23.
- [39] El-Borgi S, Ventura C, Smaoui H, Cherif F, Bahlous S. Output-only modal identification and model updating of a reinforced concrete bridge. In: IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics. Society for Experimental Mechanics; 2005, p. 8–pages.
- [40] Bayraktar A, Altunişik A, Sevim B, Türker T. Modal testing, finite-element model updating, and dynamic analysis of an arch type steel footbridge. *Journal of Performance of Constructed Facilities* 2009;23(2):81–9.

- [41] Allemang R.J. The modal assurance criterion - twenty years of use and abuse. *Sound and Vibration* 2003;:14–21.
- [42] Ibrahim SR. Computation of normal modes from identified complex modes. *AIAA Journal* 1983;21(3):446–51.
- [43] Niedbal N. Analytical determination of real normal modes from measured complex responses. In: *Proceedings of the 25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Palm Springs, CA; 1984, p. 292–5.
- [44] Zhang Q, Lallement G, Fillod R, Piranda J. A complete procedure for the adjustment of a finite element model from the identified complex eigenmodes. *Numerical Techniques for Engineering Analysis and Design* 1987;:171–8.
- [45] Zhang Q, Lallement G. Comparison of normal eigenmodes calculation methods based on identified complex eigenmodes. *Journal of Spacecraft and Rockets* 1987;24(1):69–73.
- [46] Imregun M, Ewins DJ. Realisation of complex mode shapes. In: *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*. Kissimmee, FL; 1993, p. 1303–9.
- [47] Ahmadian H, Gladwell GKL, Ismail F. Extracting real modes from complex measured modes. In: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*. Nashville, TN; 1995, p. 507–10.
- [48] Schittkowski K. NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of Operations Research* 1986;5(2):485–500.