



Hugo Tavares da Silva Larsen

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Análise do comportamento de um navio
utilizando a teoria das faixas**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: João Burguete Cardoso, Prof. Doutor, FCT/UNL
Co-orientador: Francisco Figueiredo e Silva Cunha Salvado,
Prof. Auxiliar, FCT/UNL

Copyright

Análise do Comportamento de um Navio Utilizando a Teoria das Faixas

Copyright © 2012 Hugo Tavares da Silva Larsen

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar à minha família e aos meus amigos por me terem apoiado ao longo do meu percurso académico.

Não tenho como agradecer o suficiente ao Professor João Cardoso por ter partilhado o seu conhecimento, experiência e sobretudo a sua paciência no desenvolvimento desta tese.

Agradeço também ao Professor Francisco Salvado pois sem ele, esta tese nunca teria sido possível de realizar.

Resumo

A teoria das faixas (Strip Theory) é uma teoria muito usada no estudo do comportamento de navios (Rawson, 2001). Segundo esta teoria o navio é considerado um corpo rígido, dividido em várias faixas ou 'Strips'. O movimento do seu centro de massa é obtido resolvendo as equações de equilíbrio dinâmico, considerando todas as forças, incluindo as hidrodinâmicas actuando sobre cada uma dessas faixas de forma independente e obtendo a sua resultante (Salvesen and Faltinsen,1970).

O objectivo desta dissertação é o desenvolvimento de um programa utilizando a plataforma MATLAB que aplique a teoria das faixas de modo a determinar os operadores de amplitude de resposta (RAO's) para os movimentos de Heave e Pitch quando sujeito à acção de ondas regulares. A validação dos resultados obtidos no programa desenvolvido é efectuada por comparação com resultados experimentais obtidos para um modelo de barçaça sujeita às mesmas solicitações exteriores.

Abstract

The Strip Theory is a theory widely used in studying the behavior of ships (Rawson, 2001). According to this theory the ship is considered a rigid body, divided into multiple strips. The movement of its center of mass is obtained by solving the equations of dynamic equilibrium, considering all forces, including hydrodynamic, acting on each of these strips, independently and integrating them through the ship's length to get the resulting movement of the center of mass (Salvesen and Faltinsen, 1970).

The objective of this study is the development of a program using the platform MATLAB applying the Strip Theory to determine the operator response amplitude (RAO's) for the movement of heave and pitch when subjected to the action of regular waves. The validation of the results obtained in the developed program is performed by comparison with experimental results for a model of a barge subject to the same external stresses.

Índices de Matérias

Copyright	I
Agradecimentos	III
Resumo	V
Abstract	VII
Capítulo 1 - Introdução	1
Capítulo 2 - Fundamentos Teóricos	5
2.1. Descrição Matemática das Ondas.....	5
2.2. Teoria das Faixas.....	16
2.3. Formas de Lewis	27
Capítulo 3 - Caso de Estudo.....	33
Capítulo 4 - Resultados.....	39
Capítulo 5 - Conclusão.....	43

Índice de Figuras

Capítulo 1

Figura 1. 1 – Exemplo de uma faixa do navio. [A.R.J.M. Lloyd].	1
Figura 1. 2 – Sistema de eixos do navio e designação dos 6 graus de liberdade.....	3

Capítulo 2

Figura 2. 1 – Representação de uma onda. O eixo x tem o sentido correspondente à propagação da onda. O eixo z é vertical e aponta para cima.....	8
Figura 2. 2 – Transformação de uma secção de um navio no círculo unitário.	27
Figura 2. 3 – Formas de Lewis para vários valores de H e de σ	30
Figura 2. 4 - Forma de Lewis (Faixa 1).	31
Figura 2. 5 – Forma de Lewis (Faixa 2).	31
Figura 2. 6 – Forma de Lewis (Faixa 3).	32

Capítulo 3

Figura 3. 1 – Esquema das dimensões da barcaça.....	33
Figura 3. 2 – Modelo experimental.....	34
Figura 3. 3 – Esquema de colocação dos sensores de movimento.	35
Figura 3. 4 – Matriz contendo a informação introduzida.	36
Figura 3. 5 – Gráfico de resultados para o RAO de Heave em função da frequência.	37
Figura 3. 6 – Gráfico de resultados para o RAO de Pitch em função da frequência.....	38

Capítulo 4

Figura 4. 1- Gráfico de comparação de resultados teóricos e experimentais para o R.A.O. de Heave em função da frequência.	40
Figura 4. 2- Gráfico de comparação de resultados teóricos e experimentais para o R.A.O. de Pitch em função da frequência.....	40

Índice de Tabelas

Capítulo 2

Tabela 2. 1 – Características geométricas das diferentes formas de Lewis calculadas.	31
---	----

Capítulo 3

Tabela 3. 1 – Coeficientes de amortecimento adicionado e massa adicionada em função da frequência.	35
Tabela 3. 2 – Exemplo de ficheiro de input (*.stp).	36

Capítulo 4

Tabela 4. 1 - Valores teóricos e experimentais para os R.A.O.'s de Heave e de Pitch e seus erros relativos	39
--	----

Simbologia e Notações

Latim

\vec{U}	Velocidade linear
A	Área
a	Amplitude da onda
a_0, a_1, a_3	Coefficientes de Lewis
B	Boca do navio
c	Celeridade
k	Relação de dispersão
L	Comprimento
D	Altura da secção do navio
H	Rácio Largura/Calado da forma de Lewis
k_g	Altura do centro de massa acima da quilha
k_{Jogo}	Raio de giração para o movimento de jogo
k_{Pitch}	Raio de giração para o movimento de Pitch
M	Matriz de inércia do navio
F^w	Força devida à onda
M^*	Matriz de massa adicionada
B^*	Matriz de amortecimento adicionado
K^*	Matriz de rigidez hidrostática
f_z	Força vertical por unidade de comprimento
f_z^w	Força vertical por unidade de comprimento devido à onda
f_z^r	Força vertical por unidade de comprimento devido ao movimento do navio
T	Calado do navio (altura submersa)
z	Profundidade
g	Aceleração gravítica
P_a	Pressão atmosférica
P	Pressão
T	Período de tempo para completar um ciclo
t	Coordenada temporal

x_{b2}	Coordenada horizontal da forma de Lewis
x_{b3}	Coordenada vertical da forma de Lewis
x, y, z	Eixos que definem o sistema de coordenadas Cartesiano eixo-z aponta para baixo, eixo-x aponta para a frente

Grego

α	Inclinação da onda
λ	Comprimento de onda
ξ	Deslocamento vertical das partículas de fluido
ϕ	Potencial de velocidade
Θ	Rotação em torno do eixo-y
ω	Frequência
η	Elevação vertical de qualquer ponto da superfície da água
μ_z	Coefficiente de massa adicionada
λ_z	Coefficiente de amortecimento adicionado
ε	Erro relativo
ζ	Deslocamento horizontal das partículas de fluido
δ	Deslocamento de fase
ζ	Plano do círculo unitário para cálculo da forma de Lewis
σ	Coefficiente de secção de área da forma de Lewis

Capítulo 1

Introdução

A Teoria das faixas ou Strip Theory considera que um navio pode ser representado por um número finito de fatias ou faixas cada uma das quais de secção transversal uniforme e ligadas rigidamente umas às outras (Rawson, 2001).

O comportamento hidrodinâmico de cada faixa é obtido assumindo que a faixa é um segmento de um cilindro de comprimento finito.

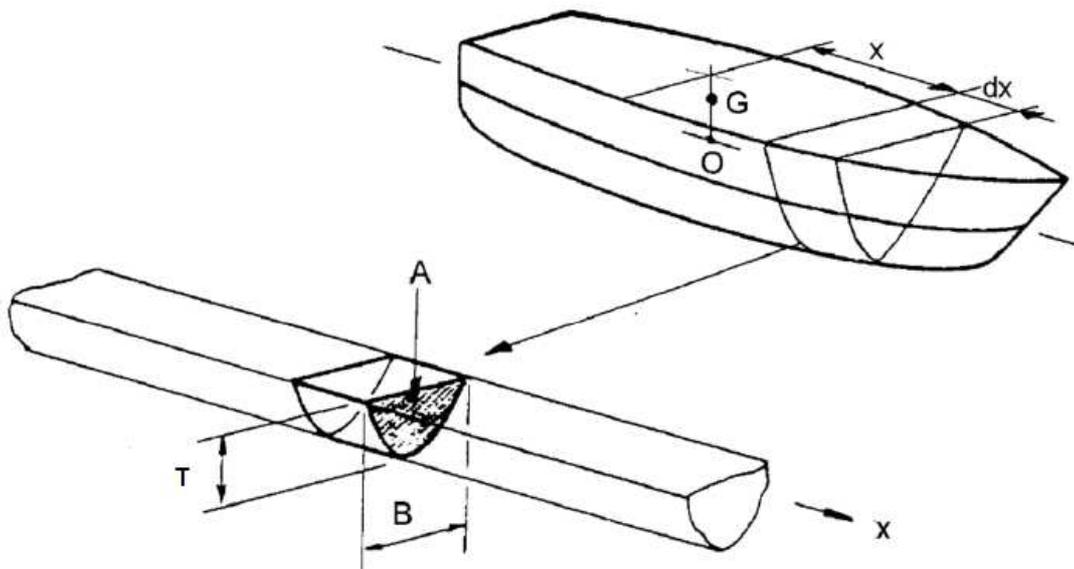


Figura 1. 1 – Exemplo de uma faixa do navio. [A.R.J.M. Lloyd].

O estudo do comportamento de cada faixa é feito apenas no plano perpendicular ao eixo do navio, isto é, no plano yz, considerando o eixo x alinhado com o eixo do navio, como indicado na Figura 1.1.

Assume-se, por isso, que todas as ondas produzidas pela oscilação do navio, que originam carregamentos hidrodinâmicos, e todas as ondas originadas por difracção, que estão na origem das cargas induzidas pelas ondas se movem paralelamente ao plano yz. Isso implica que a forma da popa e da proa não produz qualquer onda segundo o eixo x.

Finalmente é comum, pelo menos para velocidade do navio nula, que a interação entre as várias faixas pode ser desprezada.

Considerando todas estas hipóteses, verifica-se que a teoria só é válida para navios que se possam considerar formas finas com comprimento elevado e secção transversal de reduzidas dimensões.

Contudo, os resultados experimentais demonstram que a teoria das faixas pode ser aplicada com sucesso e produz resultados aceitáveis do ponto de vista prático para navios com uma relação comprimento/boca igual ou superior a 3:

$$\frac{L}{B} \geq 3 \quad (1.1)$$

O programa desenvolvido nesta tese baseia-se na aplicação da teoria das faixas a um navio. A teoria das faixas é uma teoria linear que considera os movimentos e as cargas aplicadas no navio como sendo proporcionais à amplitude das ondas. Estes movimentos podem ser expressos através de RAO's (operadores de amplitude de resposta). (Rawson, 2001).

Os movimentos e as cargas induzidas são calculadas independentemente para diferentes secções (faixas) do casco do navio. Sendo essas respostas consideradas lineares, a sobreposição das respostas de cada secção fornecerá os movimentos e cargas totais aplicadas no navio.

Consideram-se as ondas como sendo sinusóides simples, funções lineares, de modo a serem compatíveis com a sua aplicação na teoria das faixas que é por si uma teoria linear.

Ondas → Solicitações Lineares → Equação do movimento → Movimento

Numa primeira fase serão mencionadas as equações básicas que descrevem os movimentos e as forças associadas a uma onda, seguidas da derivação da teoria das faixas para aplicação num navio. Será também mencionado o método de mapeamento conforme de Lewis. Este método é utilizado quando se deseja aplicar a teoria das faixas a navios com formas de

casco reais, gerando fórmulas matemáticas que descrevem a linha que define a secção do casco de forma muito aproximada.

As equações principais que descrevem os movimentos e forças aplicadas na barçaça, obtidas na derivação da teoria das faixas, serão utilizadas para o desenvolvimento do programa MatLab alvo desta tese. Este programa terá como função o cálculo dos RAO's de Heave e de Pitch.

No domínio do projecto de navios e de estruturas flutuantes, os operadores de amplitude de resposta ou R.A.O.'s, proporcionam uma forma de estimar o comportamento provável de um navio em operação no mar. Estes R.A.O.'s são geralmente obtidos realizando análises, em tanques de teste, a modelos de navios que se encontram em fase de projecto. Outra maneira de obter estes R.A.O.'s é utilizar programas que apliquem métodos computacionais de dinâmica de fluidos (CFD). Os R.A.O.'s são geralmente calculados para os 6 graus de liberdade do navio e para vários ângulos de incidência da onda.

Os R.A.O.'s são funções de transferência utilizadas para determinar o efeito que um estado de mar terá nos movimentos de um navio em flutuação, assim como o efeito que a adição de carga a um navio terá na sua estabilidade de modo a proceder à sua optimização. Determinar os R.A.O.'s na fase de projecto, permite que os projectistas tenham conhecimento das modificações necessárias a realizar ao projecto de modo a melhorar a sua segurança ou a performance.

O programa desenvolvido será por fim validado através da comparação com os resultados experimentais obtidos no relatório *Motions of a Barge in Regular waves*, elaborado por Salvado (1988).

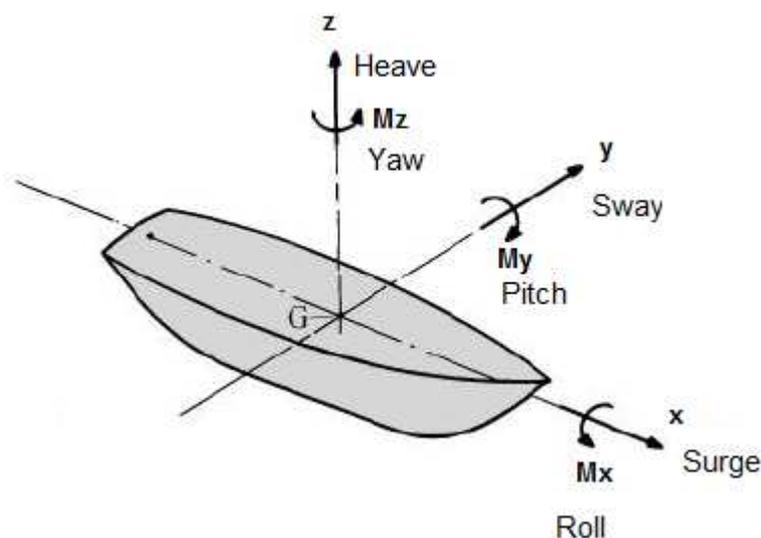


Figura 1. 2 – Sistema de eixos do navio e designação dos 6 graus de liberdade.

Neste trabalho é usado um referencial com origem no centro de gravidade do navio com os eixos na posição indicada na Figura 1.2. As designações dos movimentos correspondentes aos 6 graus de liberdade do navio são também indicados na Figura 1.2.

Apenas se consideram o Heave e a Pitch neste trabalho por serem habitualmente os mais importantes.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

2.1. Descrição Matemática das Ondas

O principal foco nesta primeira análise será a descrição das ondas de superfície, as ondas visíveis na superfície livre do mar. O estudo do fenómeno proporcionará o conhecimento necessário para se definirem as forças induzidas pelas ondas no navio e também para se definirem os movimentos oscilatórios do navio quando excitado devido à presença de ondas.

De modo a que a complexidade desta análise seja razoável, é necessário recorrer a determinadas simplificações:

- O fluido é considerado invíscido e incompressível.
- O escoamento é irrotacional.
- Os efeitos da tensão de superfície são desprezáveis.
- Os movimentos das ondas são considerados lineares.
- A altura da onda é muito inferior à profundidade da água e ao comprimento de onda.
- As ondas são consideradas bidimensionais.

Deste modo, iremos lidar com ondas determinísticas regulares que irão proporcionar a aquisição de resultados bastante úteis.

Como consequência de se assumir um fluxo irrotacional e invíscido, a velocidade do fluido \vec{U} pode ser descrita pelo gradiente ∇ de um potencial de velocidade regular ϕ .

$$\vec{U} = \nabla\phi \quad (2.1.1)$$

$$\nabla \times \vec{U} = 0 \quad (\text{irrotacionalidade})$$

A partir da equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{U} = 0 \quad (2.1.2)$$

Como a massa específica $\rho = cte$, então:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla\phi) = 0 \quad (2.1.3)$$

$$\nabla^2\phi = 0$$

O potencial de velocidade satisfaz a equação de Laplace.

O movimento das partículas de fluido pode ser descritas utilizando as equações de Euler:

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -g \nabla z - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.1.4)$$

No plano oxz a equação anterior fica:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.1.5)$$

Supondo a condição de irrotacionalidade:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.1.6)$$

A equação (2.1.5) pode agora ser escrita da seguinte forma:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.1.7)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

Tendo em conta que:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) \quad (2.1.8)$$

$$w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} w^2 \right)$$

Substituindo em (2.1.7) obtemos:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} w^2 \right) \quad (2.1.9)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} w^2 \right)$$

$$\therefore -\frac{1}{\rho} \nabla \vec{P} - g \vec{k} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{U} \cdot \vec{U} \right) \quad (2.1.10)$$

$$\therefore \frac{\partial(\nabla\phi)}{\partial t} + \nabla \frac{1}{2} |\nabla\phi|^2 + \frac{1}{\rho} \nabla P + g \nabla z = 0$$

Integrando sobre δx e δz , obtem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \frac{P}{\rho} + gz = 0 \quad (2.1.11)$$

Tendo em consideração que se está a assumir linearidade de movimentos, o termo não linear $|\nabla \phi|^2$ não será considerado:

$$P = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + gz \right) \quad (2.1.12)$$

Obteve-se uma equação que apresenta a pressão exercida pelo fluido.

Para encontrar a pressão na equação (2.1.12) é necessário definir a equação do potencial de velocidade, esta equação será obtida expressando as condições de fronteira apropriadas que descrevem a superfície livre. A natureza física da superfície livre torna necessária a existência de duas condições fronteira, uma dinâmica e uma cinemática:

- As velocidades normais do fluido e da superfície de fronteira têm que ser iguais.
- A pressão na superfície livre tem que ser atmosférica.
É também assumido que a água é muito profunda.

O Sistema de coordenadas que descreve as ondas é o seguinte:

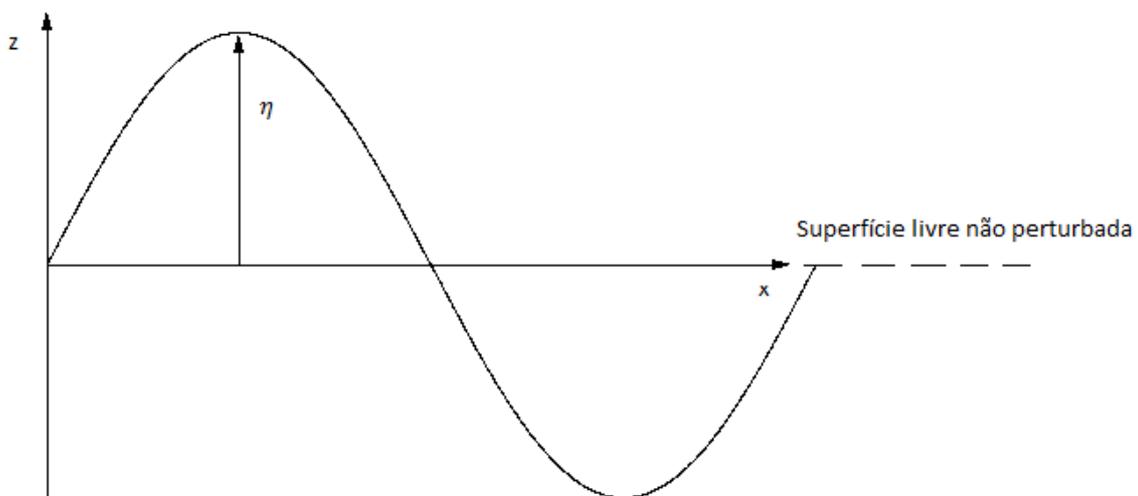


Figura 2.1 – Representação de uma onda. O eixo x tem o sentido correspondente à propagação da onda. O eixo z é vertical e aponta para cima.

A elevação vertical de qualquer ponto da superfície livre é dado por:

$$z = \eta(x, t) \quad (2.1.13)$$

A condição de fronteira cinemática pode ser derivada exigindo que a derivada material de $z - \eta$ desapareça na superfície livre:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}(z - \eta) &= \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ &= w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Os termos $\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x}$ e $\frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z}$ foram desprezados devido ao facto de quando a elevação da onda η for pequena, as variações $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ e $\frac{\partial \eta}{\partial z}$ serem quantidades pequenas quando comparadas com $\frac{\partial \eta}{\partial t}$. Similarmente se a velocidade do fluido for pequena, então na condição de fronteira cinemática linearizada os dois termos de segunda ordem são desprezados e a condição fronteira é descrita por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.1.15)$$

A condição de fronteira dinâmica é obtida considerando a pressão atmosférica como sendo nula na equação (2.1.12):

$$-\frac{1}{\rho}(P - P_a) = \frac{\partial \phi}{\partial t} + gz = 0 \quad (2.1.16)$$

Substituindo o termo z pela elevação da superfície livre, a equação fica:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -g\eta \sim \eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.1.17)$$

As condições fronteira deveriam ser aplicadas à superfície livre exacta $z = \eta$, mas, para evitar não-linearidades elas são aplicadas na superfície livre média $z = 0$ sendo que as amplitudes de onda assumem-se de pequena dimensão neste aproximação linearizada.

Procura-se agora uma solução para um fluxo que satisfaça a equação de Laplace e as condições fronteira. Utilizando o método de separação de variáveis para resolver a seguinte equação diferencial torna-se possível chegar a uma solução:

$$\nabla^2 \phi(x, z, t) = 0 \quad (2.1.18)$$

Assume-se que ϕ é o produto das funções $X(x)$, $Z(z)$ e $T(t)$.

Então:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= X''ZT + Z''XT = 0 \\ \frac{X''}{X} &= -\frac{Z''}{Z} = \lambda \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

Como X é independente de Z e Z é independente de X , a equação (2.1.19) só é possível se ambos os lados da equação forem iguais a uma constante para qualquer x e z .

Como se procuram soluções periódicas na direcção de x , torna-se λ negativo:

$$\lambda = -k^2, k > 0 \quad (2.1.20)$$

Deste modo, a combinação das soluções das duas equações diferenciais de segundo grau ($X'' + k^2X = 0$ e $Z'' - k^2Z = 0$) com a solução periódica para a função $T(t)$ leva a:

$$\phi(x, z, t) = (A \cos kx + B \sin kx)(C e^{kz} + D e^{-kz}) \cos \omega t \quad (2.1.21)$$

Aplicando as condições de fronteira:

- i. Soluções físicas realistas requerem que $\phi = 0$ quando $z \rightarrow -\infty$, logo $D = 0$.
- ii. Condição fronteira cinemática:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = (A \cos kx + B \sin kx) k e^{kz} \sin \omega t \quad (2.1.22)$$

(Nota: a constante c foi absorvida pelas outras constantes).

Então, $\phi(x, 0, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t}$, em que $z = 0$ designa a superfície livre,

$$\begin{aligned} \eta|_{z=0} &= \int \frac{\partial \eta}{\partial t} dt = \frac{k}{\omega} (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t \\ \therefore \eta(x, t) &= \frac{k}{\omega} (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

iii. Aplicando agora a condição de fronteira dinâmica:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\omega (A \cos kx + B \sin kx) e^{kz} \sin \omega t \quad (2.1.24)$$

Na superfície livre ($z=0$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t}(x, 0, t) &= -g \eta \\ \therefore -\omega (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t & \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{gk}{\omega} (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t \\ \therefore \omega^2 &= gk \\ \therefore k &= \frac{\omega^2}{g} \quad (\text{Relação de dispersão}) \end{aligned} \quad (2.1.26)$$

Necessitamos também que $\phi(x, 0, t)$ satisfaça as condições de periodicidade. Como se trata de uma onda estacionária sem propagação as condições de fronteira laterais são:

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &= \phi(x + \lambda, t) \\ \phi(x, t) &= \phi(x, t + T) \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

(λ – comprimento de onda, T – período)

Então:

$$\begin{aligned}
 A \cos kx + B \sin kx &= A \cos k(x + \lambda) + B \sin k(x + \lambda) \\
 &= A (\cos kx \cos k\lambda - \sin kx \sin k\lambda) + \\
 &\quad B (\sin kx \cos k\lambda + \cos kx \sin k\lambda)
 \end{aligned}
 \tag{2.1.28}$$

Esta equação é satisfeita para $\cos k\lambda = 1$ e $\sin k\lambda = 0$

$$\begin{aligned}
 \therefore k\lambda &= 2\pi \\
 \therefore k &= \frac{2\pi}{\lambda}
 \end{aligned}
 \tag{2.1.29}$$

O parâmetro k é o número de onda (número de ondas por unidade de distancia ao longo do eixo x).

A elevação da superfície livre pode ser representada por uma amplitude a em variação sinusoidal com o tempo:

$$\eta(x, t) = a \cos(kx - \epsilon) \sin \omega t
 \tag{2.1.30}$$

(ϵ é um parâmetro de fase dependente das constantes A e B)

Utilizando as condições fronteira cinemática e dinâmica a solução para ϕ tem que ser:

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag}{\omega} \cos(kx - \epsilon) e^{kz} \cos \omega t
 \tag{2.1.31}$$

Observe-se que as condições de fronteira se verificam:

$$\text{i. } \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{(x,0,t)} = \frac{ag}{\omega} \cdot \frac{\omega^2}{g} \cdot \cos(kx - \epsilon) \cos \omega t = a \omega \cos(kx - \epsilon) \cos \omega t$$

Que é igual a $\frac{\partial \eta}{\partial t}$

$$\text{ii. } \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{(x,0,t)} = -a g \cos(kx - \epsilon) \sin \omega t$$

Que é igual a $-g \eta$ (ambas as condições são satisfeitas)

Os resultados obtidos em (2.1.31) representam, como mencionado anteriormente, uma onda estacionária sem propagação. Para esta tese é necessário representar uma onda em movimento, isto é concretizado sobrepondo duas soluções independentes fora de fase. Como ϕ é uma solução linear da equação de Laplace, a soma de duas soluções lineares de ϕ será também uma solução linear e o resultado dessa soma representará uma onda em movimento:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{ag}{\omega} e^{kz} (\cos kx \cos \omega t - \sin kx \sin \omega t) \\ &= \frac{ag}{\omega} e^{kz} \cos(kx + \omega t) \end{aligned} \tag{2.1.32}$$

Como se observou anteriormente, este resultado corresponde a um perfil de elevação da superfície livre:

$$\eta(x, t) = a \sin(kx + \omega t) \tag{2.1.33}$$

Esta onda agora aparenta mover-se com o tempo. Considere-se uma crista na onda nos instantes t_1 e t_2 , isto será dado por:

$$\begin{aligned} \text{Sin}(kx + \omega t) &= 1 \\ \therefore kx + \omega t &= (2n - 1) \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Em $t = t_1$ e $t = t_2$,

$$\begin{aligned} kx_1 + \omega t_1 &= kx_2 + \omega t_2 \\ -k(x_2 - x_1) &= \omega(t_2 - t_1) \end{aligned}$$

$$\Delta x = -\frac{\omega}{k} \Delta t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{\omega}{k}$$

Para pequenos δx e δt esta relação torna-se a velocidade da crista da onda. Então, as ondas movem-se no sentido negativo do eixo x com velocidade (celeridade) $\frac{\omega}{k}$.

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} = \sqrt{\frac{g \lambda}{2 \pi}} \quad (\text{celeridade}) \quad (2.1.34)$$

Da equação (2.1.32) podemos obter as velocidades vertical e horizontal das partículas de fluido numa onda progressiva em águas profundas:

$$\dot{\xi} = u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -a \omega e^{kz} \sin(kx + \omega t) \quad (2.1.35)$$

$$\dot{\zeta} = w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = a \omega e^{kz} \cos(kx + \omega t)$$

(Nota: utilizamos o resultado $gk = \omega^2$)

Os deslocamentos são obtidos integrando (2.1.35):

$$\xi = u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a e^{kz} \cos(kx + \omega t) \quad (2.1.36)$$

$$\zeta = w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = a e^{kz} \sin(kx + \omega t)$$

Uma vez que já sabemos a velocidade das partículas do fluido, podemos agora aplicar a equação de Bernoulli ao fluxo e calcular a distribuição de pressões na onda:

$$p_t = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + gz \right) = \rho g a e^{kz} \sin(kx + \omega t) - \rho g z \quad (2.1.37)$$

Esta é a pressão total deduzida da equação de Bernoulli linearizada. A pressão dinâmica decresce exponencialmente de $z = 0 \Rightarrow p_t = \rho g a$ até $z = -\infty \Rightarrow p_t = 0$. Em águas profundas só existe o termo hidrostático da pressão $p = -\rho g z$. Na superfície livre, $z = \eta(x, t)$

e como tal a pressão total é nula. Entre $z = 0$ e $z = \eta$ pode-se assumir que a pressão varia linearmente da seguinte forma:

$$p = \rho g (\eta - z)$$

A partir da expressão (2.1.38) a pressão dinâmica varia em fase com a elevação da água decresce exponencialmente com a profundidade, isto significa que a força resultante da pressão dinâmica vai actuar para baixo sob a crista da onda e para cima sob a depressão da onda (devido á sua natureza harmónica), está 180° fora de fase com a elevação da água.

A força associada com o gradiente de pressão numa onda incidente não perturbada é designada por força de Froude-Krilov. O cálculo desta força num cilindro rectangular orientado perpendicularmente à crista da onda será útil no desenvolvimento deste programa.

Considerando uma secção com calado c e largura $2b$, perpendicular ao eixo x (direcção de propagação do comboio de ondas), as forças horizontais cancelam-se entre si e sobram apenas as forças verticais. A força vertical por unidade de comprimento numa secção genérica x é, para um cilindro em flutuação:

$$f_z = 2 b \rho g a e^{-kc} \sin(kx + \omega t) \quad (2.1.38)$$

(Nota: O termo $-\rho g z$ foi ignorado pois é constante e está em equilíbrio com o peso do navio).

$$f_z = 2 b \rho g e^{-kc} \eta(x, t) \quad (2.1.39)$$

Expandindo e^{-kc} em forma de série:

$$f_z = 2 b \rho g (1 + kc)\eta = 2 b \rho g \eta + 2 b \rho g k c \eta$$

Mas se:

$$2 b c = A$$

$$k g = \omega^2$$

$$-\omega^2 \eta = \ddot{\eta}$$

Então:

$$f_z = 2 b \rho g \eta - \rho A \ddot{\eta} \quad (2.1.40)$$

O primeiro termo considera a força de impulsão quasi-estática devido á elevação η da superfície da água em relação ao valor médio. O segundo termo, que é bastante mais pequeno, é consequência da força relacionada com a aceleração das partículas de água na onda. Este termo inercial têm sinal contrário à força de impulsão.

2.2. Teoria das Faixas

Os movimentos Heave e Pitch em resposta às excitações das ondas podem ser calculados teoricamente utilizando um modelo matemático apropriado.

A partir da expressão da força associada com o gradiente de pressão numa onda incidente não perturbada (força de Froude-Krilov):

$$p_{FK} = \rho g a e^{kz} \sin(kx + \omega t) \quad (2.2.1)$$

Obtém-se a força vertical por unidade de comprimento num paralelepípedo em flutuação perpendicular à crista das ondas:

$$f_z = 2 b \rho g e^{-kc} \eta \quad (2.2.2)$$

Em que c é o calado e $2b$ é a largura do paralelepípedo.

Considere-se:

$$\begin{aligned} B &= 2b \\ T &= c \\ \therefore f_z &= B \rho g e^{-kT} \eta = B \rho g \zeta \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Adicionando a este resultado os termos correspondentes à massa adicionada e ao amortecimento, a expressão resultante é a seguinte:

$$f_z^w = B \rho g \zeta + \rho A (\mu_z \ddot{\zeta} + \lambda_z \dot{\zeta}) \quad (2.2.4)$$

O primeiro termo da equação (2.2.4) representa a força resultante do movimento das partículas de fluido á profundidade da parte inferior do casco, é um termo que representa a pressão hidrostática. O segundo termo da equação (2.2.4) é proporcional à aceleração das

partículas de fluido, representa a força devida à aceleração do fluido, e é designado por massa adicionada. O terceiro termo da equação (2.2.4) considera o amortecimento associado à dissipação de energia como consequência da perturbação criada por um comboio de ondas em propagação com velocidade ζ , devido à presença do navio. A massa adicionada e o amortecimento devem-se á separação da onda causada pelo navio.

Considerando agora que cada secção transversal do navio irá realizar movimentos sinusoidais verticais com deslocamento s , velocidade \dot{s} e aceleração \ddot{s} , as forças hidrodinâmicas eminentes para cada secção definem-se por:

$$f_z^R = -B \rho g s - \rho A \lambda_z \dot{s} - \rho A \mu_z \ddot{s} \quad (2.2.5)$$

O primeiro termo da equação (2.2.5) corresponde à força de impulsão que se opõe ao movimento da secção. O segundo termo corresponde ao amortecimento adicionado devido à radiação de ondas como consequência da oscilação do corpo na superfície livre. O terceiro termo deve-se à aceleração do corpo através do fluido designado de massa adicionada.

Combinando as equações (2.2.4) e (2.2.5):

$$f_z = \left[B \rho g + \rho \frac{d}{dt} A \left(A \lambda_z + A \mu_z \frac{d}{dt} \right) \right] (\zeta - s) \quad (2.2.6)$$

A equação (2.2.5) determina a força total por unidade de comprimento aplicada no navio quando não possuir velocidade de avanço e quando se encontrar num comboio de ondas sinusoidal.

O deslocamento vertical s de uma secção genérica do navio pode ser decomposto numa componente de translação vertical (z) e rotação em torno do eixo y (Θ)

$$s = z - x(\Theta) \quad (2.2.7)$$

(x é a coordenada longitudinal da secção)

Para o estudo efectuado nesta tese o navio não tem velocidade de avanço, como tal não é necessário considerar a derivada material $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d}{dx} \frac{\partial}{\partial x}$

Então, derivando (2.2.6) em ordem ao tempo:

$$B \rho g \zeta - B \rho g z + B \rho g x \Theta - \rho A \lambda_z \dot{z} + \rho A \lambda_z x \dot{\Theta} \quad (2.2.8)$$

$$+\rho A \lambda_z \dot{\zeta} + \rho A \mu_z \ddot{\zeta} - \rho A \mu_z \ddot{z} + \rho A \mu_z x \ddot{\Theta}$$

Considerando:

$$\bar{m} = \rho A \mu_z$$

$$\bar{N} = \rho A \lambda_z$$

É possível escrever a equação (2.2.8) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} B \rho g \zeta + \bar{N} \dot{\zeta} + \bar{m} \ddot{\zeta} - B \rho g z - \bar{N} \dot{z} - \bar{m} \ddot{z} \\ + B \rho g x \Theta + \bar{N} x \dot{\Theta} + \bar{m} x \ddot{\Theta} \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Então, a força vertical por unidade de comprimento é dada por:

$$f_z = f_z^w - a_{zz} \ddot{z} - b_{zz} \dot{z} - c_{zz} z - a_{z\theta} \ddot{\Theta} - b_{z\theta} \dot{\Theta} - c_{z\theta} \Theta \quad (2.2.10)$$

da equação (2.2.4) pode-se observar na equação (2.2.4) que a força total tem uma componente da força induzida pela onda f_z^w e uma componente devida aos movimentos do próprio navio f_z^R .

Os coeficientes de f_z^R são os seguintes:

$$\begin{aligned} a_{zz} &= \bar{m} \\ b_{zz} &= \bar{N} \\ c_{zz} &= B \rho g \\ a_{z\theta} &= -\bar{m} x \\ b_{z\theta} &= -\bar{N} x \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

$$c_{z\theta} = -B \rho g x$$

As equações do movimento que descrevem a resposta de um navio quando sujeito a um comboio de ondas incidente, conforme a segunda lei de Newton, tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= F \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow M\ddot{x} &= F^w - M^* - B^* \ddot{x} - K^* x \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Onde:

- i. M é a matriz de inércia do navio, se assumirmos que os deslocamentos são medidos no centro de massa e que as direcções dos deslocamentos são medidas segundo o eixo principal de inércia, M adquire a seguinte forma:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

- ii. F^w é a força devida á onda.
- iii. M^* é a matriz da massa adicionada, M_{ij} .

Se o navio tem um plano de simetria vertical segundo ozx (típico para navios monocasco) os seguintes termos acoplados são zero:

$$M_{12}, M_{14}, M_{16}, M_{23}, M_{25}, M_{34}, M_{36}, M_{45}, M_{56}.$$

Estas matrizes são simétricas para corpos sem velocidade de avanço e por isso os termos simétricos aos referidos acima são também zero.

Se o navio também possuir um plano de simetria transversal oyz , os seguintes termos acoplados, assim como os seus simétricos, também são zero:

$$M_{13}, M_{26}, M_{35}, M_{46}$$

Os restantes termos M_{24} , M_{15} , assim como os seus simétricos, também serão zero se o navio possuir um plano de simetria em oxy .

Estes pressupostos são válidos se o navio não tem velocidade de avanço, se isto não se verificasse alguns dos termos anteriores não seriam zero.

iv. B^* é a matriz de amortecimento adicionado e a sua estrutura é idêntica á da matriz de massa adicionada.

v. K^* é a matriz de rigidez hidrostática.

Para a nossa barcaça simétrica ela resume-se a:

$$K^* = \rho g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & VGM_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & VGM_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A_0 é a área do plano da água

GM_x é a altura metacêntrica transversal

GM_y é a altura metacêntrica longitudinal

V é o volume deslocado

Recordando a equação do movimento linearizada (2.2.12) esta pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} M_{33} & 0 \\ 0 & M_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int f_z^w dx & 0 \\ 0 & \int f_z^w x dx \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \int a_{zz} dx & \int a_{z\theta} dx \\ \int a_{zz} x dx & \int a_{z\theta} x dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \int b_{zz} dx & \int b_{z\theta} dx \\ \int b_{zz} x dx & \int b_{z\theta} x dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \int c_{zz} dx & \int c_{z\theta} dx \\ \int c_{zz} x dx & \int c_{z\theta} x dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

Como o navio é considerada perpendicular á direcção do comboio de ondas, os únicos movimentos considerados são o de Heave e de Pitch.

Para o navio com três planos de simetria e sem velocidade de avanço, a equação (2.2.13) reduz-se a:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{33} & 0 \\ 0 & M_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= \\ &= \begin{bmatrix} F_3^w \\ F_5^w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_{33}^* & 0 \\ 0 & M_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{33}^* & 0 \\ 0 & B_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} K_{33}^* & 0 \\ 0 & K_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

Como se observa, as equações do movimento são desacopladas tornando-as mais fáceis de resolver de forma independente uma da outra:

$$\begin{aligned} (M_{33} + M_{33}^*) \ddot{z} + B_{33}^* \dot{z} + K_{33}^* z &= F_3^w \\ (M_{55} + M_{55}^*) \ddot{\theta} + B_{55}^* \dot{\theta} + K_{55}^* \theta &= F_5^w \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Se for considerado que o vector F_i^w é harmónico, é possível rescrever ambas as equações em termos de frequência:

$$\begin{aligned} (-\omega^2(M_{33} + M_{33}^*) + \omega B_{33}^* + K_{33}^*)z &= F_3^w \\ (-\omega^2(M_{55} + M_{55}^*) + \omega B_{55}^* + K_{55}^*)\theta &= F_5^w \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

Onde se assume que a resposta em regime estacionário também será uma função harmónica no tempo.

Os vectores de resposta z e θ podem agora ser obtidos utilizando métodos padrão de resolução de equações diferenciais de segundo grau com coeficientes constantes. Necessita-se agora de definir esses coeficientes:

$$\begin{aligned} M_{33} &= m \text{ (massa)} \\ M_{33}^* &= \bar{m} L \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

$$B_{33}^* = \bar{N} L$$

$$K_{33}^* = B \rho g L$$

$$M_{55} = I_{yy}$$

$$M_{33}^* = -\bar{m} \frac{L^3}{12}$$

$$B_{33}^* = -\bar{N} \frac{L^3}{12}$$

$$K_{33}^* = -B \rho g \frac{L^3}{12}$$

Resta calcular F_3^w e F_5^w .

$$\begin{aligned} F_3^w &= \int (B \rho g \zeta + \bar{m} \ddot{\zeta} + \bar{N} \dot{\zeta}) dx \\ F_5^w &= \int (B \rho g \zeta + \bar{m} \ddot{\zeta} + \bar{N} \dot{\zeta}) x dx \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

Sabe-se também que $\zeta = a e^{kz} \sin(kx + \omega t)$, para uma onda progressiva em águas profundas. Substituindo z por T (Calado da secção):

$$\begin{aligned} \zeta &= a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) \\ \dot{\zeta} &= \omega a e^{-kT} \cos(kx + \omega t) \\ \ddot{\zeta} &= -\omega^2 a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

Integrando (2.2.18):

$$\begin{aligned}
 F_3^w &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} [B \rho g a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) - \bar{m} \omega^2 a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) \\
 &\quad + \bar{N} \omega a e^{-kT} \cos(kx + \omega t)] dx \\
 &= [2 \rho g a B e^{-kT} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \sin \omega t - 2 \bar{m} \omega^2 a e^{-kT} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \sin \omega t + \\
 &\quad 2 \bar{N} \omega a e^{-kT} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \cos(\omega t)]
 \end{aligned} \tag{2.2.20}$$

Relembrando que $\frac{kL}{2} = \theta$

Então:

$$\begin{aligned}
 \therefore F_3^w &= [\rho g a B L e^{-kT} \sin \omega t \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] - \bar{m} \omega^2 L a e^{-kT} \sin \omega t \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] + \\
 &\quad \bar{N} \omega a L e^{-kT} \cos(\omega t) \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right]]
 \end{aligned} \tag{2.2.21}$$

Integrando agora a equação para F_5^w :

$$\begin{aligned}
 F_5^w &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x B \rho g a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) - x \bar{m} \omega^2 a e^{-kT} \sin(kx + \omega t) \\
 &\quad + \bar{N} x \omega a e^{-kT} \cos(kx + \omega t)] dx
 \end{aligned} \tag{2.2.22}$$

É necessário recorrer ao método de integração por partes:

$$\int x \sin ax \, dx = -x[\cos ax] - \int -\cos ax \, dx = \frac{-x \cos ax}{a} + \frac{\sin ax}{a^2}$$

E aplicar as seguintes relações trigonométricas:

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\begin{aligned} \therefore F_5^w = & [(\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2) \cos(\omega t) \\ & - \bar{N} \omega L^2 \sin(\omega t)] a e^{-kT} \left(\frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2\theta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

Resumindo:

$$F_3^w = [(\rho g B L - \bar{m} \omega^2 L) \sin(\omega t) + \bar{N} \omega L \cos(\omega t)] a e^{-kT} \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] \quad (2.2.24)$$

$$\begin{aligned} F_5^w = & [(\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2) \cos(\omega t) \\ & - \bar{N} \omega L^2 \sin(\omega t)] a e^{-kT} \left(\frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2\theta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

Relembrando as equações (2.2.16), temos:

$$(-\omega^2(M_{33} + M_{33}^*) + \omega B_{33}^* + K_{33}^*)z = F_3^w \quad (2.2.26)$$

$$(-\omega^2(M_{55} + M_{55}^*) + \omega B_{55}^* + K_{55}^*)\theta = F_5^w \quad (2.2.27)$$

A partir da teoria das vibrações harmônicas forçadas as soluções vão ser do tipo:

$$|z| = \frac{|F_3^w|}{\sqrt{[K_{33}^* - \omega^2(M_{33} + M_{33}^*)]^2 + (\omega B_{33}^*)^2}} \quad (2.2.28)$$

$$|\Theta| = \frac{|F_5^w|}{\sqrt{[K_{55}^* - \omega^2(M_{55} + M_{55}^*)]^2 + (\omega B_{55}^*)^2}} \quad (2.2.29)$$

As respostas do navio devem ser determinadas no seu centro de massa, ou seja $x=0$.

A partir das equações (2.2.24) e (2.2.25) observa-se que ambas F_3^w e F_5^w utilizam funções harmônicas da forma:

$$B(a_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(\omega t))$$

onde B , a_1 e a_2 são constantes arbitrárias. Absorvendo B em a_1 e a_2 pode-se escrever:

$$a_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(\omega t) = a \cos(\omega t + \delta) = a \cos \omega t \cos \delta - a \sin \omega t \sin \delta$$

$$\therefore a_1 \sin(\omega t) = -a \sin \omega t \sin \delta$$

$$\therefore a_2 \cos(\omega t) = a \cos \omega t \cos \delta$$

$$\therefore a_1 = -a \sin \delta$$

$$\therefore a_2 = a \cos \delta$$

$$\text{Então } a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \text{ e } \delta = \tan^{-1} \left(-\frac{a_1}{a_2} \right)$$

Em vez de $\cos(\omega t + \delta)$ pode-se utilizar $\sin(\omega t + \delta)$ e chegaríamos às mesmas conclusões com a diferença de que $\delta = \tan^{-1} \left(-\frac{a_2}{a_1} \right)$.

F_3^w e F_5^w podem ser agora escritas da seguinte forma:

$$F_3^w = \sqrt{(\rho g B L - \bar{m} \omega^2 L)^2 + (\bar{N} \omega L)^2} \sin(\omega t + \delta) a e^{-kT} \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] \quad (2.2.30)$$

$$F_5^w = \sqrt{(\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2)^2 + (\bar{N} \omega L^2)^2} \cos(\omega t + \delta) a e^{-kT} \left(\frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2\theta^2} \right) \quad (2.2.31)$$

Onde,

$$\delta = \tan^{-1} \left(-\frac{\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2}{\bar{N} \omega L^2} \right) \quad (2.2.32)$$

Como os movimentos Heave e de Pitch são desacoplados podemos tratar de cada equação independentemente. Como o ângulo de fase é arbitrário considera-se que a elevação η tem um deslocamento de fase de $-\delta$. Deste modo F_3^w pode ser adimensionalizada com respeito à elevação da onda η , resumindo-se, para $x=0$, a:

$$|F_3^w| = \sqrt{(\rho g B L - \bar{m} \omega^2 L)^2 + (\bar{N} \omega L)^2} \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] e^{-kT} \quad (2.2.33)$$

A expressão de F_5^w pode ser adimensionalizada com respeito à amplitude da onda $\frac{\theta L}{a}$.

$$|F_5^w| = \sqrt{(\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2)^2 + (\bar{N} \omega L^2)^2} \left[\frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2\theta} \right] L e^{-kT} \quad (2.2.34)$$

Deste modo os RAO's de Heave e de Pitch, são dados, respectivamente, por:

$$|X_3| = \frac{\sqrt{(\rho g B L - \bar{m} \omega^2 L)^2 + (\bar{N} \omega L)^2} \left[\frac{\sin \theta}{\theta} \right] e^{-kT}}{\sqrt{[K_{33}^* - \omega^2(M_{33} + M_{33}^*)]^2 + (\omega B_{33}^*)^2}} \quad (2.2.35)$$

$$\begin{aligned} |X_5| &= \\ &= \frac{\sqrt{(\rho g B L^2 - \bar{m} \omega^2 L^2)^2 + (\bar{N} \omega L^2)^2} \left[\frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{2\theta} \right] L e^{-kT}}{\sqrt{[K_{55}^* - \omega^2(M_{55} + M_{55}^*)]^2 + (\omega B_{55}^*)^2}} \end{aligned} \quad (2.2.36)$$

2.3. Formas de Lewis

Para a aplicação da teoria das faixas é necessário descrever a superfície do casco para cada uma das várias secções transversais 2D. Este processo será realizado utilizando o método de mapeamento conforme que proporciona uma descrição analítica de cada secção transversal.

Chama-se a atenção para o facto de se usar um referencial diferente nesta secção do texto. O eixo do navio é aqui representado pelo eixo z.

O método de transformação conforme permite-nos mapear um círculo no plano z:

$$z = x + iy = r e^{-i\theta} \text{ (metros)} \quad (2.3.1)$$

Numa forma arbitrária no plano ζ :

$$\zeta = x_{B2} + i x_{B3} \text{ (metros)} \quad (2.3.2)$$

Como apresentado na Figura 3, utilizando a fórmula:

$$\zeta = a_0 \left(z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_3}{z^3} + \frac{a_5}{z^5} + \frac{a_7}{z^7} + \dots \right) \text{ (metros)} \quad (2.3.3)$$

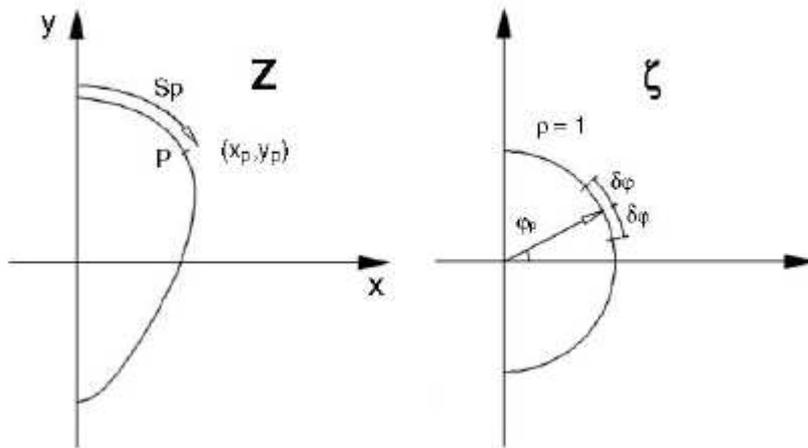


Figura 2.2 – Transformação de uma secção de um navio no círculo unitário.

A equação (2.3.3) irá mapear quaisquer pontos de um círculo no plano z em pontos correspondentes a uma forma simétrica, em relação ao eixo x_{B3} , no plano ζ caso os valores

apropriados de $a_0, a_1, a_3, a_5, \dots$ sejam escolhidos. Na prática é normal considerar o raio do cilindro como sendo:

$$a = r = 1.0$$

E também considerar apenas três coeficientes a_n na equação (2.3.3):

$$\zeta = a_0 \left(z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_3}{z^3} \right) \quad (2.3.4)$$

A equação (2.3.4) permite-nos gerar uma variedade de formas semelhantes às secções transversais de um navio a partir do círculo unitário. Estas formas de Lewis não serão geralmente réplicas exactas de uma secção transversal de um navio, mas serão suficientemente aproximadas para garantir que os coeficientes hidrodinâmicos estimados proporcionem bons resultados durante o cálculo dos movimentos do navio. As formas resultantes são designadas por formas de Lewis, visto que foi F.M. Lewis quem primeiro propôs a sua utilização em 1929.

Substituindo as equações (2.3.1) e (2.3.2) na equação (2.3.4) e separando as partes reais e imaginárias, obtém-se um par de equações paramétricas em Θ que descrevem o contorno da forma de Lewis no plano ζ :

$$x_{B2} = a_0[(1 + a_1) \sin \theta - a_3 \sin 3\theta] \quad (2.3.5a)$$

$$x_{B3} = a_0[(1 - a_1) \cos \theta + a_3 \cos 3\theta] \quad (2.3.5b)$$

$\theta = 0$ corresponde ao ponto mais baixo do círculo unitário e à quilha da forma de Lewis. Substituindo $\theta = 0$ nas equações (2.3.5) obtém-se:

$$x_{B2} = 0 \quad (2.3.6a)$$

$$x_{B3} = D = a_0[1 - a_1 + a_3] \quad (2.3.6b)$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ corresponde à intersecção do círculo unitário e da forma de Lewis com o plano de flutuação. Substituindo este valor nas equações (2.3.5) obtém-se:

$$x_{B2} = \frac{B}{2} = a_0[1 + a_1 + a_3] \quad (2.3.7a)$$

$$x_{B3} = 0 \quad (2.3.7b)$$

Em que B é a largura da forma de Lewis à altura do plano da água em metros. O rácio largura/calado da forma de Lewis é o seguinte:

$$H = \frac{B}{D} = \frac{2(1 + a_1 + a_3)}{1 - a_1 + a_3} \quad (2.3.8)$$

A área da secção transversal da forma de Lewis é calculada através da seguinte equação:

$$A = \int_0^{B/2} x_{B3} dx_{B2} \quad (2.3.9)$$

Substituindo as equações (2.3.5) obtém-se:

$$A = \frac{\pi a_0^2}{2} (1 - a_1^2 - 3a_3^2) \quad (2.3.10)$$

O coeficiente de área da secção determina-se através da expressão:

$$\sigma = \frac{A}{BD} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1 - a_1^2 - 3a_3^2}{1 - a_1 + 2a_3 + a_3^2} \right) \quad (2.3.11)$$

É possível obter equações para calcular os coeficientes a_1 e a_3 se rearranjarmos as equações (2.3.8) e (2.3.11):

$$a_1 = (1 + a_3) \left(\frac{H - 2}{H + 2} \right) \quad (2.3.12a)$$

$$a_3 = \frac{3 - C + \sqrt{(9 - 2C)}}{C} \quad (2.3.12b)$$

Onde,

$$C = 3 + \frac{4\sigma}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma}{\pi} \right) \left(\frac{H - 2}{H + 2} \right)^2 \quad (2.3.12b)$$

a_0 é apenas um factor de escala que controla a dimensão da forma de Lewis.

As formas de Lewis podem então ser definidas consoante o rácio Largura/Calado H e o coeficiente de área da secção σ . A Figura 4 demonstra uma série de formas de Lewis para vários valores de H e de σ .

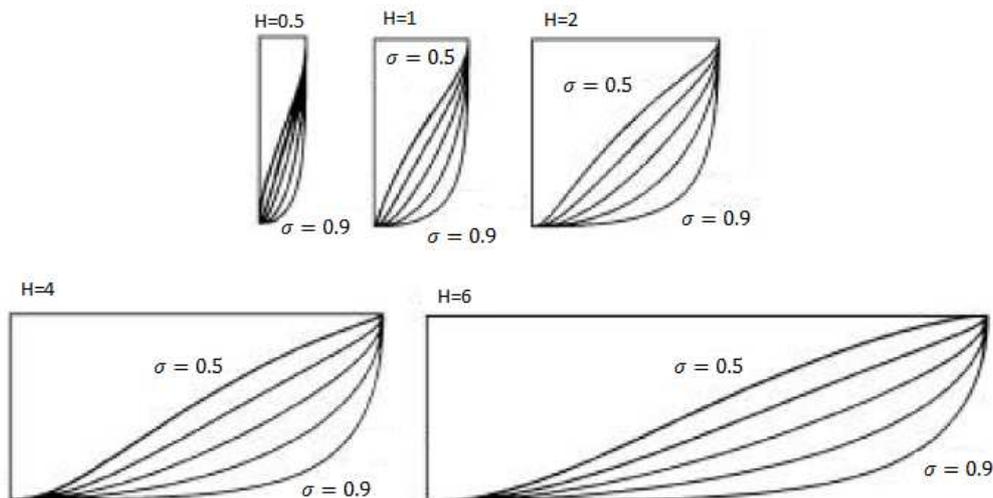


Figura 2. 3 – Formas de Lewis para vários valores de H e de σ .

A equação (2.3.12b) torna-se inválida para $C > \frac{9}{2}$.

Para evitar que isto aconteça é necessário fazer com que:

$$\sigma < \frac{\pi}{64H} (H^2 + 20H + 4) \quad (2.3.13)$$

Foi criado um programa para aplicação do mapeamento conforme de Lewis. Conhecendo as características das várias secções, em particular a área, a largura e o calado, conseguimos desenvolver uma função linear que nos fornece as várias coordenadas da secção em função de θ . O domínio de θ encontra-se entre $\theta = 0$ (ponto com a cota z mais baixa da secção) e $\theta = \pi/2$ (ponto à altura da linha de água). Esta secção é representada num gráfico após o cálculo. Apresentam-se em seguida alguns exemplos de secções geradas com diferentes valores de área de secção, largura e calado. Os resultados obtidos são apresentados nas figuras (2.4) a (2.6).

Faixa	Área m ²	Largura m	Calado m
1	1	1	1

2	3.5	4	1
3	1.9	3	0.7

Tabela 2.1 – Características geométricas das diferentes formas de Lewis calculadas.

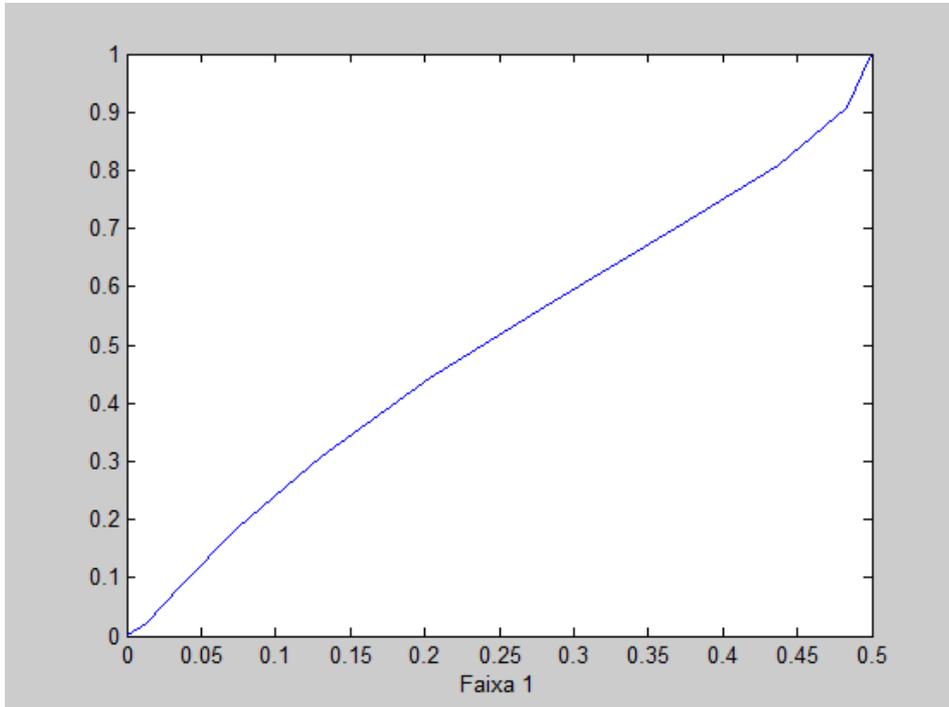


Figura 2.4 - Forma de Lewis (Faixa 1).

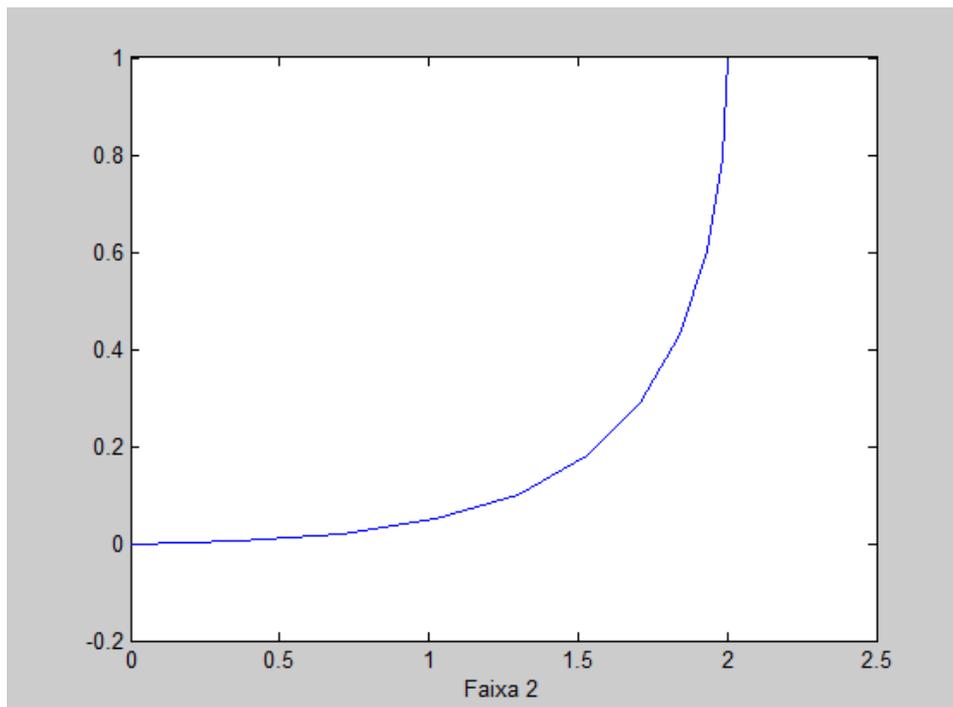


Figura 2.5 – Forma de Lewis (Faixa 2).

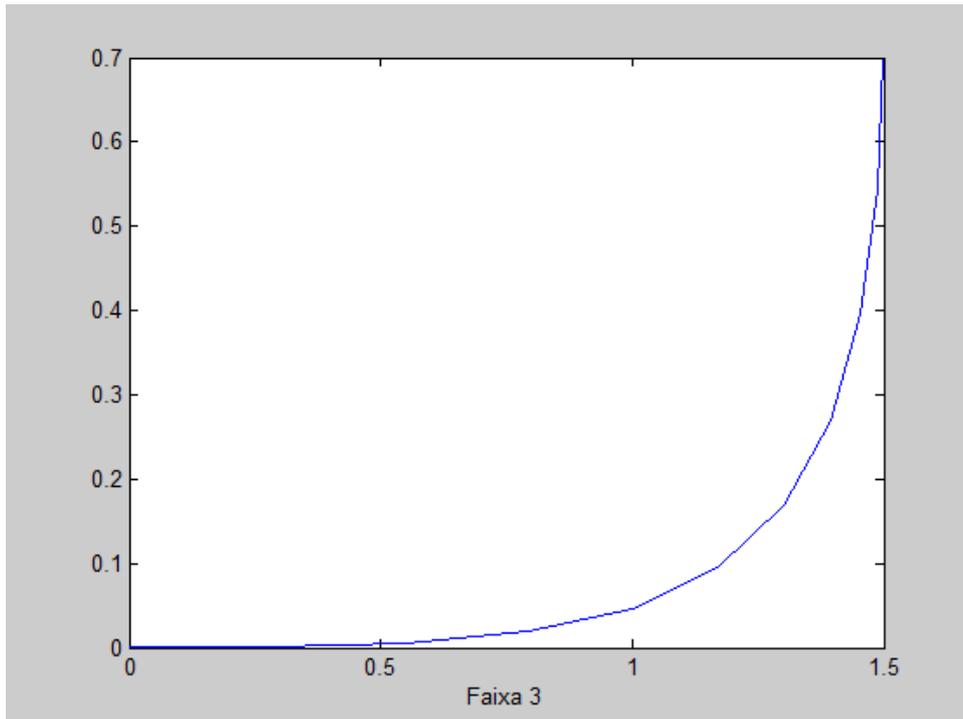


Figura 2. 6 – Forma de Lewis (Faixa 3).

A definição da forma do casco, para cada uma das faixas, pelo mapeamento conforme de Lewis é útil, pois permite o cálculo da força hidrodinâmica em cada ponto da superfície do casco.

Contudo, para o caso estudado no Capítulo 3, a forma do casco assemelha-se a um paralelepípedo rectângulo. Como todos os pontos do fundo do casco estão à mesma profundidade, a força de impulsão é constante e não foi necessário usar o mapeamento de Lewis.

Capítulo 3

Caso de Estudo

A validação dos resultados obtidos no programa desenvolvido em MATLAB será feita por comparação com os dados obtidos experimentalmente apresentados no relatório *Motions of a barge in regular waves* por Salvado (1988).

No relatório mencionado o modelo de estudo utilizado foi uma barcaça representada nas figuras (3.2) e (3.3) com as seguintes características:

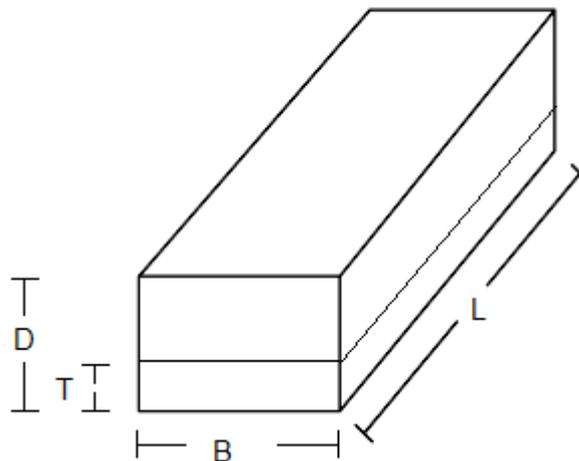


Figura 3.1 – Esquema das dimensões da barcaça.

$$L(\text{comprimento}) = 0.798 \text{ m}$$

$$B(\text{boca}) = 0.268 \text{ m}$$

$$D(\text{altura}) = 0.102 \text{ m}$$

$$T(\text{calado}) = 0.036 \text{ m}$$

$$k_g(\text{centro de gravidade vertical acima da quilha}) = 0.032 \text{ m}$$

$$m(\text{massa}) = 7.104 \text{ kg}$$

$$k_{roll}(\text{raio de giração de jogo}) = 0.0793 \text{ m}$$

$$k_{pitch}(\text{raio de giração de arfagem}) = 0.2283 \text{ m}$$

Este modelo foi colocado num tanque onde foram simuladas ondas e os seus movimentos foram captados por quatro sensores de movimento. A ligação feita entre os sensores de movimento e o modelo foi feita por quatro amarras, cada uma presa a um dos cantos do modelo e por sua vez em contacto com um sensor de movimento. O esquema que representa a experiência é o seguinte:

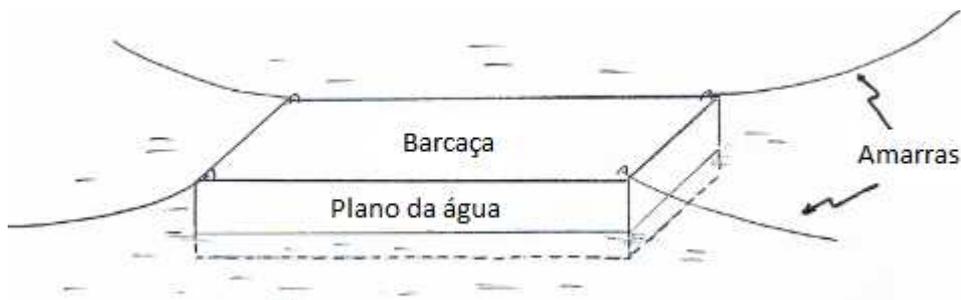


Figura 3. 2 – Modelo experimental.

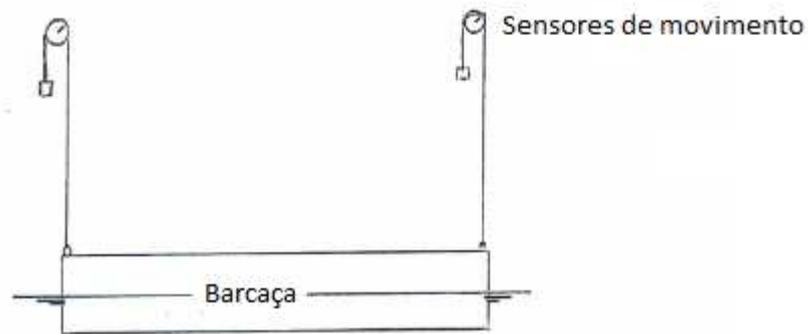


Figura 3.3 – Esquema de colocação dos sensores de movimento.

A tabela seguinte apresenta os valores dos coeficientes de massa adicionada (\bar{m}) e de amortecimento adicionado (\bar{N}) específicos para este modelo de uma barça. Estes valores são necessários para efectuar o cálculo dos RAO's de Heave e de Pitch.

ω rad/s	\bar{N} $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$	\bar{m} $kg\ m^{-1}$
3	130.5	37.5
4	145	35.2
5	160	32
6	164	28.5
7	161.5	26
8	150	24.8
9	136	24.5
10	120.5	24.5
11	105	25
12	88	26
13	68	28

Tabela 3.1 – Coeficientes de amortecimento adicionado e massa adicionada em função da frequência.

O programa desenvolvido em MATLAB analisa, especificamente, os movimentos de uma barça sujeita a um comboio de ondas regulares. As equações deduzidas no segundo capítulo desta tese são aplicadas a este modelo e os resultados são comparados com os resultados obtidos experimentalmente. Foram também utilizadas algumas funções que se encontravam predefinidas no programa MATLAB para efectuar o tratamento de dados e de ficheiros. Será agora discutido o funcionamento do programa desenvolvido, através da sua aplicação na resolução do exemplo.

Numa primeira fase, o modelo em estudo foi dividido em 10 secções. Estas secções foram distanciadas igualmente entre si e para cada secção foram definidas a sua área, largura, calado, x inicial e x final. A Tabela 3.2 mostra o conteúdo do ficheiro criado:

10				
0.027336	0.268	0.102	-0.3975	-0.318
0.027336	0.268	0.102	-0.318	-0.2385
0.027336	0.268	0.102	-0.2385	-0.159
0.027336	0.268	0.102	-0.159	-0.0795
0.027336	0.268	0.102	-0.0795	0.0
0.027336	0.268	0.102	0.0	0.0795
0.027336	0.268	0.102	0.0795	0.159
0.027336	0.268	0.102	0.159	0.2385
0.027336	0.268	0.102	0.2385	0.318
0.027336	0.268	0.102	0.318	0.3975

Tabela 3. 2 – Exemplo de ficheiro de input (*.stp).

Estes valores encontram-se em unidades SI. A extensão seleccionada para definir estes ficheiros de texto de modo a serem identificados pelo MATLAB foi (*.stp).

Em seguida o ficheiro de input é aberto e processado no MATLAB gerando uma matriz com cinco colunas correspondentes à área, largura, calado, x inicial e x final, respectivamente, e número de linha n igual ao número de secções transversais:

$$strips = \begin{bmatrix} \text{Área}_1 & \text{Largura}_1 & \text{Calado}_1 & x_{inicial_1} & x_{final_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Área}_n & \text{Largura}_n & \text{Calado}_n & x_{inicial_n} & x_{final_n} \end{bmatrix}$$

Figura 3. 4 – Matriz contendo a informação introduzida.

São também definidas a aceleração gravítica e a densidade da água.

Antes de se efectuar o cálculo dos RAO's de Heave e Pitch em função da frequência, é necessário definir os coeficientes de massa adicionada e de amortecimento adicionado para cada frequência. Recorrendo á Tabela 3.1 é gerada uma matriz $tabela = [3 \times 13]$ com 3 colunas, em que cada linha corresponde a uma frequência ω e contém o coeficiente de massa adicionada \bar{m} e o coeficiente de amortecimento adicionado \bar{N} correspondentes. As diferentes linhas da matriz

correspondem aos valores de \bar{m} e \bar{N} para diferentes frequências ω . Os valores de \bar{m} e de \bar{N} necessários para o cálculo dos RAO's de Heave e de Pitch serão interpolados a partir da *tabela* = [3 × 13] para todas as frequências necessárias.

Tendo em conta que os movimentos do navio são medidos no seu centro de massa, é necessário determinar os valores dos vários coeficientes de massa adicionada, rigidez e amortecimento adicionado para os movimentos de Heave e de Pitch no centro de massa do navio. Conhecendo os coeficientes mencionados acima para cada secção e a distância de cada secção ao centro de massa do navio, é possível aplicar o teorema dos eixos paralelos e calcular os valores dos coeficientes no centro de massa do navio.

Em seguida aplicam-se as equações (2.2.35) e (2.2.36) que calculam os RAO's de Heave e de Pitch no centro de massa do navio. Neste programa o RAO de Heave é designado por *x3* e o RAO de Pitch por *x5*, estes dois RAO's são representados num gráfico após o seu cálculo. Os valores obtidos para ambos os RAO's são também listados na interface principal do programa MatLab. Os gráficos gerados para os RAO's para o exemplo estudado estão representados nas figuras (3.5) e (3.6).

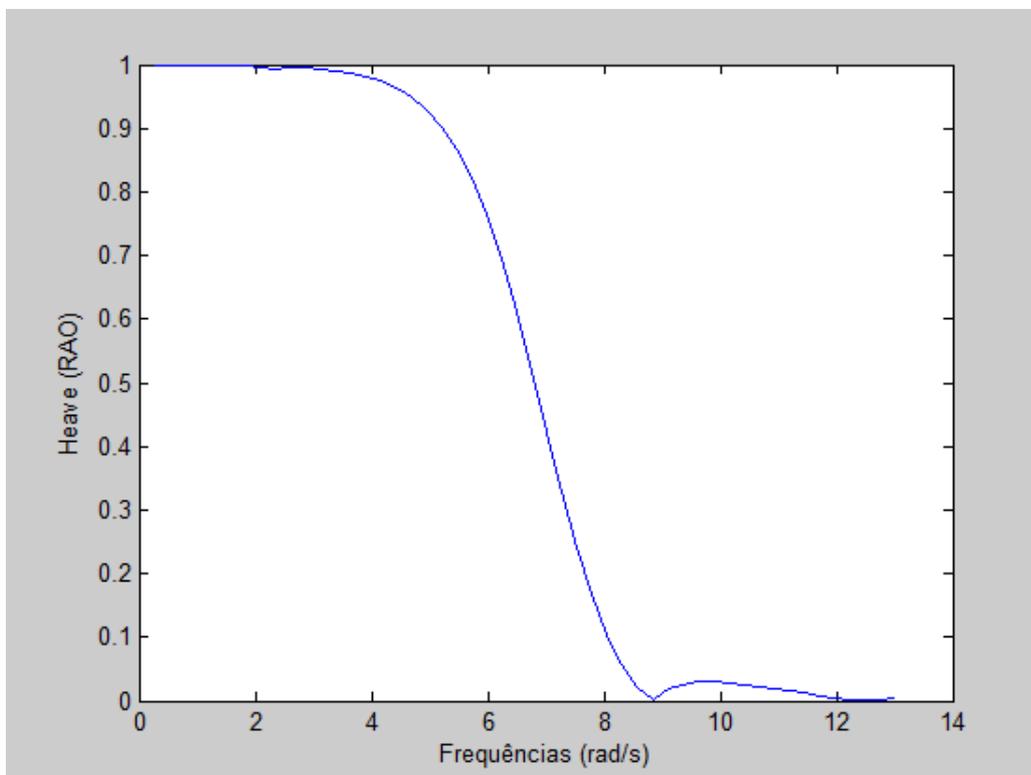


Figura 3.5 – Gráfico de resultados para o RAO de Heave em função da frequência.

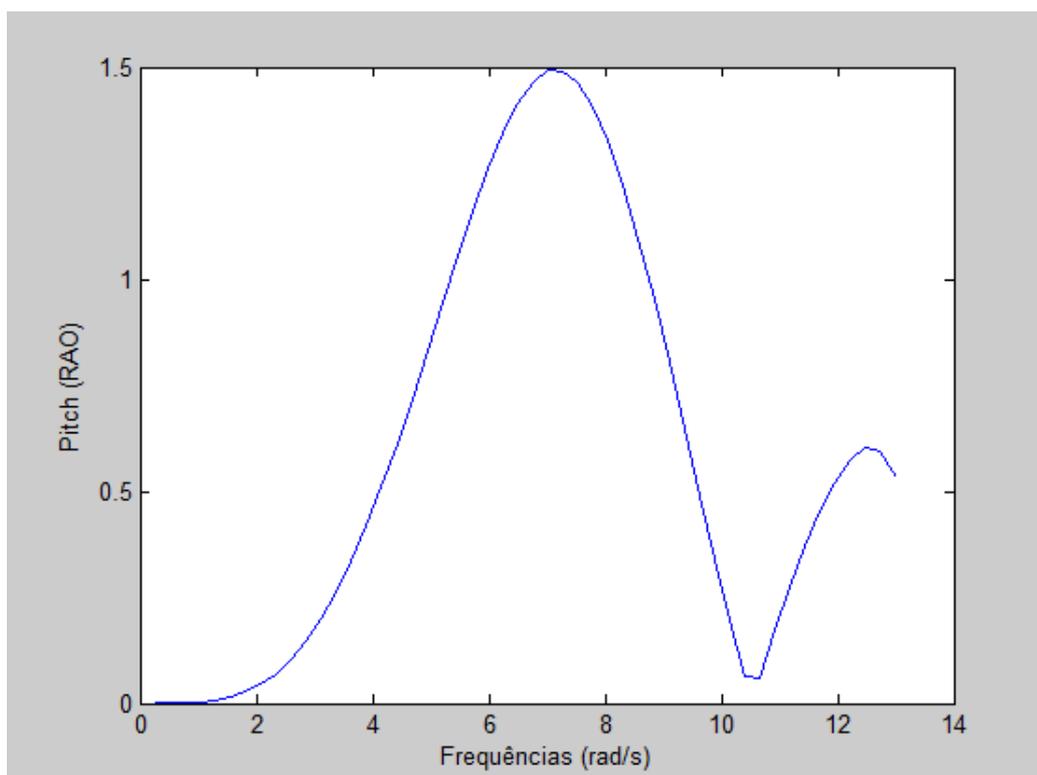


Figura 3. 6 – Gráfico de resultados para o RAO de Pitch em função da frequência.

Capítulo 4

Resultados

Apresenta-se em seguida uma tabela com os resultados experimentais retirados do relatório *Motions of a barge in regular waves* elaborado por Salvado (1988), os resultados teóricos obtidos através do programa em MATLAB que aplica a teoria das faixas e o erro relativo entre ambos. A tabela apresenta o valor dos RAO's de Heave e Pitch em função da frequência:

ω Rad/s	R.A.O. de Heave Teórico	R.A.O. de Heave Experimental	R.A.O. de Pitch Teórico	R.A.O. de Pitch Experimental	ε Heave %	ε Pitch %
4	0.977	-	0.583	0.640	-	9.78
5	0.916	0.617	0.887	0.700	48.62	26.71
6	0.757	0.693	1.265	0.940	9.24	34.57
7	0.430	0.461	1.490	1.340	7.21	11.19
8	0.123	0.259	1.336	1.120	110.57	19.29
9	0.019	0.065	0.859	0.460	242.11	86.74
10	0.029	0.056	0.275	0.160	93.1	71.88
11	0.017	0.044	0.261	0.050	158.82	422
12	0.005	0.032	0.524	0.050	540	948
13	0.005	0.029	0.534	0.050	480	968

Tabela 4. 1 - Valores teóricos e experimentais para os R.A.O.'s de Heave e de Pitch e seus erros relativos

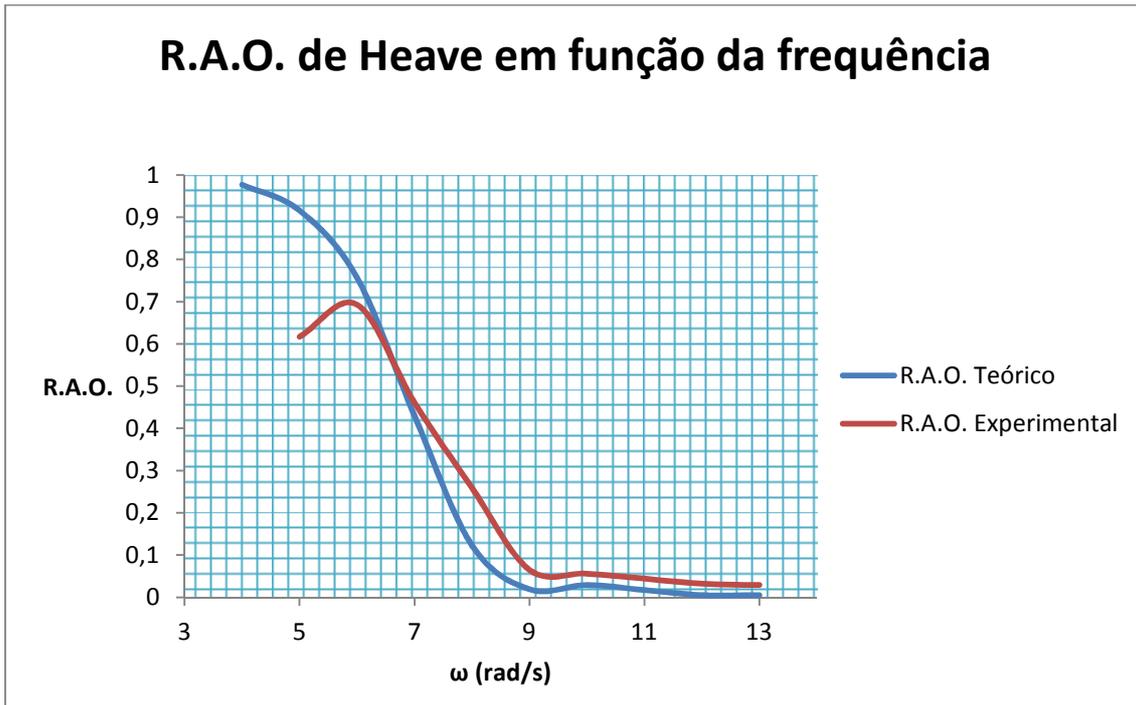


Figura 4. 1- Gráfico de comparação de resultados teóricos e experimentais para o R.A.O. de Heave em função da frequência.

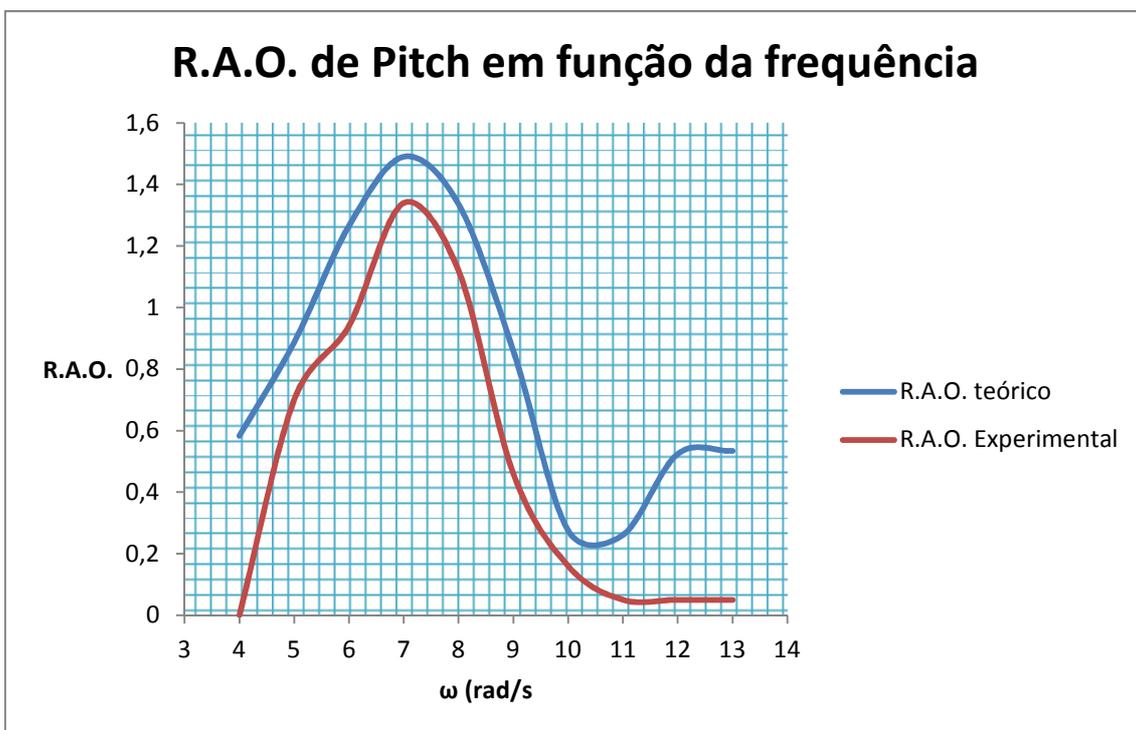


Figura 4. 2- Gráfico de comparação de resultados teóricos e experimentais para o R.A.O. de Pitch em função da frequência

Observa-se que as curvas experimentais têm aproximadamente o mesmo formato que as curvas teóricas tornando possível considerar que este modelo teórico apresenta resultados bastante razoáveis. Alguns valores experimentais afastam-se bastante dos valores teóricos previstos, isto pode ser resultado de imprecisões nas medidas experimentais. É indicado no relatório *Motions of a barge in regular waves* elaborado por Salvado (1988), que algumas vezes após a passagem de uma onda, os sensores de movimento se encontravam fora da posição zero e necessitavam de ser reajustados. As diferenças de resultados na zona das frequências mais baixas deve-se ao facto de nestes casos em que as ondas eram mais longas, era necessário esperar mais tempo até que a barcaça atingisse um estado estacionário. A probabilidade de a barcaça ser sujeita a uma onda reflectida no final do tanque de testes era muito maior podendo afectar os resultados.

Outra fonte de erros resulta de se ter assumido, durante a derivação do modelo de aplicação da teoria das faixas, que as ondas eram lineares. Este pressuposto só é aplicável a corpos muito fundos para os quais a amplitude da onda é considerada pequena em comparação com o calado do navio. No caso da barcaça, em que o calado se aproxima à amplitude da onda, a elevação da onda é não linear.

Ambos os valores teóricos e experimentais, para o caso do R.A.O. de Heave, tendem para 1 quando $\omega \rightarrow 0$. Fisicamente isto significa que para ondas muito longas, o navio vai simplesmente acompanhar as subidas e as descidas da superfície livre. Para ondas de elevada frequência, a influência das ondas no movimento do navio irá ser mínima, isto explica os valores bastante reduzidos para o R.A.O. a frequências elevadas. As amplitudes do movimento de Heave serão mais pequenas para ondas mais curtas do que para ondas longas.

Embora as equações do movimento (2.2.14) tenham a mesma forma que um sistema de oscilação mecânica (sistema mola – massa – amortecedor) não se comportam exactamente da mesma maneira. Alguns dos termos dependem da frequência e quando o corpo é forçado a oscilar, são geradas ondas na superfície livre que se propagam afastando-se do navio. Estas ondas irão afectar a pressão do fluido e conseqüentemente a força aplicada no corpo. O sistema mola – massa – amortecedor com coeficientes constantes teria uma função de resposta caracterizada por um decaimento exponencial com um numero infinito de oscilações (utilizando como coeficientes os valores de $M_{ii} + M_{ii}^*$, B_{ii}^* e K_{ii}^*). Isto significa que a solução da equação derivada com coeficientes constantes não representa o comportamento físico de um corpo flutuante em oscilação num fluido (para os movimentos de Heave).

Observa-se também que o efeito do amortecimento é mais acentuado no movimento de Heave do que no movimento de Pitch.

Capítulo 5

Conclusão

Os resultados teóricos aproximam-se de forma satisfatória dos resultados experimentais.

É possível concluir que a aproximação através da teoria linear, além de simplificar os cálculos, representa um modelo útil para o cálculo dos movimentos de uma estrutura flutuante.

O processo experimental utilizado no relatório *Motions of a barge in regular waves* elaborado por Salvado (1988), utilizava amarras ligadas a sensores de movimento de modo a registar o movimento do modelo. Essas amarras possivelmente restringiram o movimento do modelo causando as discrepâncias nos RAO's de Heave e de Pitch.

Durante esta análise foi utilizado como modelo uma barça o que impôs limitações ao programa. Uma das considerações feitas foi que a pressão é constante ao longo da área de aplicação. Este facto não se verifica para navios com diferentes formas de casco uma vez que a barça se assemelha a um paralelepípedo e é possível considerar que as forças verticais são aplicadas à mesma conta z abaixo do nível da água. Para o caso de navios que apresentem um casco aproximadamente semicircular, já não é possível considerar a pressão aplicada no casco como constante e é necessário efectuar o seu cálculo. A forma mais comum de representar o casco de um navio através de uma fórmula matemática é utilizar o método de mapeamento conforme de Lewis. Conhecendo a fórmula matemática que define os pontos das várias secções do casco é possível obter as forças aplicadas em cada ponto da linha do casco através da equação (2.2).

Integrando a equação anterior ao longo da superfície do casco obteríamos a força total aplicada numa secção arbitrária do casco por unidade de comprimento.

Uma complicação que surge quando se tenciona calcular as forças e os RAO's para diferentes secções do casco, as quais apresentem formas diferentes, é a necessidade de conhecer os coeficientes de massa adicionada e de amortecimento adicionado para cada secção. Estes coeficientes requerem a utilização de equações com elevado grau de complexidade uma vez que variam com a forma do casco e variam também com a frequência das ondas às quais é sujeito.

O desenvolvimento de um programa que faça a análise de navios nestas condições poderá ser feito no âmbito de futuros trabalhos.

Bibliografia

Anghel, Ciobanu, (2006), *Conformal Mapping in Naval Architecture*, Internal Report, Romania

Ciobanu, Catja, (2007), *On Extended Lewis Conformal Mapping in Hydrodynamics*, Internal report, Romania

Clark, I.C., (2005), *Ship Dynamics for Mariners*, The Nautical Institute, London

Journée, J.M.J., (1992), *Quick Strip Theory Calculations in Ship Design*, Delft University of Technology, Delft

Journée, J.M.J., Adegeest, (2003), *Theoretical Manual of Strip Theory Program "SEAWAY for Windows*, TUD Report, Delft

Journée, J.M.J., Pinkster, Jakob, (2002), *Introduction in Ship Hydromechanics*, Draft edition, Delft University of Technology

Lloyd, A.R.J.M., (1941), *Seakeeping*, Prentice Hall Europe, Harlow/GB

Matsumoto, Yathie, Élia, (2002), *MATLAB 6.5-Fundamentos de Programação*, Érica, São Paulo

McTaggart, Kevin, (1997), *SHIPMO7: An Updated Strip Theory Program for Predicting Ship Motions and Sea Loads in Waves*, National Defense Research and Development Branch, Canada

Rawson, K.J., Tupper, E.C., (2001), *Basic ship theory vol.1 e 2*, Butterworth-Heinemann, Oxford

Salvado, Francisco C., (1988), *Motions of a barge in regular waves*, internal report, London

Salvesen, Tuck, Faltinsen, (1970), *Ship motions and loads*, SNAME Transactions, Internal report

Thompson, Hautala, K.Kelly, (2005), *Surface Gravity Wave Generation*, Internal Report

Anexo 1

```

%
% Programa para calcular a resposta de um navio utilizando a
% Strip Theory
%
% Tese de mestrado de Hugo Larsen
% Fevereiro de 2012
%
%%
%
disp('Programa STRIP');
%
% Abertura do ficheiro de dados
%
tipo={'*.stp'};
titulo='STRIP: Seleccione o ficheiro de dados';
[nome,caminho]=uigetfile(tipo,titulo);
ficheiro=[caminho,nome];
if nome == 0 % Verifica se foi selecionado um ficheiro
    warndlg('Ficheiro não encontrado','STRIP');
else
    %
    % Leitura dos dados
    %
    fid= fopen(ficheiro,'r');
    nstrip= fscanf(fid,'%d',1);
    strips= fscanf(fid,'%f',[5 nstrip]);
    fprintf('numero de faixas= %3d\n',nstrip);
    for i=1:nstrip
        fprintf('Faixa: %3d , Area= %f , Largura= %f , Calado= %f ,
Xinicial= %f , Xfinal= %f\n',...
i,strips(1,i),strips(2,i),strips(3,i),strips(4,i),strips(5,i));
    end
    %
    rho = 1000 ; % Kg / m3
    g= 9.81 ; % m / s2
    rhog= rho * g;

    %
    % Calculo da resposta em função da frequência
    %
    FREQ_INICIAL= 0 ;
    FREQ_FINAL= 13.0 ;
    N= 50;
    delta= ( FREQ_FINAL - FREQ_INICIAL ) / N ;
    %
    j= 1;
    xx= zeros(N+1,1);
    x3= zeros(N+1,1);
    x5= zeros(N+1,1);
    %

```

```

for freq= FREQ_INICIAL:delta:FREQ_FINAL
%
% Calculo dos seguintes termos como um somatório para
% as várias faixas:
%
% BxLi, mbarraxLi, nbarraxLi
% M33 , M33star, K33star, B33star
%
% BxL3, mbarraxL3 , nbarraxL3
% M55, M55star, K55star, B55star
%
BxL= 0;
mbarraxL= 0;
nbarraxL= 0;
M33= 0;
M33star= 0;
K33star= 0;
B33star= 0;
%
BxL3= 0;
mbarraxL3= 0;
nbarraxL3= 0;
M55= 0;
M55star= 0;
K55star= 0;
B55star= 0;
%
% Calculo dos coeficientes de massa adicionada
% e de amortecimento adicionado
%
[ miu, lambda ] = added_mass_coefficients( freq );
%
for istrip= 1:nstrip
%
A= strips(1,i) ;
B= strips(2,i) ;
D= strips(3,i) ;
xi= strips(4,i) ;
xf= strips(5,i) ;
massa= rho * A * ( xf - xi );
%
mbarra= rho * A * miu ;
nbarra= rho * A * lambda ;
%
BxL= BxL + B * ( xf - xi ) ;
mbarraxL= mbarraxL + mbarra * ( xf - xi ) ;
nbarraxL= nbarraxL + nbarra * ( xf - xi ) ;
%
M33= M33 + massa ;
M33star= M33star + mbarra * ( xf - xi ) ;
K33star= K33star + B * rhog * ( xf - xi ) ;
B33star= B33star + nbarra * ( xf - xi ) ;
%
BxL3= BxL3 + B * ( xf^3 - xi^3 ) * 4 ;
mbarraxL3= mbarraxL3 + mbarra * ( xf^3 - xi^3 ) * 4 ;
nbarraxL3= nbarraxL3 + nbarra * ( xf^3 - xi^3 ) * 4 ;
%
M55= M55 + massa * ( ((xf-xi)^2 + D^2)/12 + ((xf+xi)/2)^2
) ;

K55star= K55star - B * rhog * ( xf^3 - xi^3 ) / 3 ;

```

```

        B55star= B55star - nbarra * ( xf^3 - xi^3 ) / 3 ;
        M55star= M55star - mbarra * ( xf^3 - xi^3 ) / 3 ;
        %
    end
    %
    % Calculo do 'Response Amplitude Operator' (RAO)
    %
    L= 2*0.3975;
    k= freq^2 / g;
    teta= freq^2 * L / ( 2 * g);
    xx(j)= freq;
    %
    x3(j)= abs( ( sqrt( ( rhog * BxL - mbarraxL * freq^2 )^2 + (
nbarraxL * freq )^2 ) * sin(teta)/teta ) *exp(-k*D)/...
        sqrt( ( K33star - ( M33 + M33star ) * freq^2 )^2 + (
B33star * freq )^2 ) ) ;
    %
    x5(j)= abs( ( sqrt( ( rhog * BxL3 - mbarraxL3 * freq^2 )^2 + (
nbarraxL3 * freq )^2 ) *L * ( sin(teta) - teta * cos(teta) )/( 2 *
teta ) ) * exp(-k*D) /...
        sqrt( ( K55star - ( M55 + M55star ) * freq^2 )^2 + (
B55star * freq )^2 ) ) ;
    %
    % Faz a listagem dos valores dos RAO's de Heave, Pitch e da
    % frequência
    %
    fprintf('Frequencia= %.3f , Teta= %.3f, Heave= %.3f , Pitch=
%.3f\n',freq,teta,x3(j),x5(j));
    j= j + 1;
end
%
% Desenha os gráficos
figure;
plot( xx, x3);
xlabel('Frequências (rad/s)');
ylabel('Heave (RAO)');
figure;
plot( xx, x5 ) ;
xlabel('Frequências (rad/s)');
ylabel('Pitch (RAO)');

end

% end-of-file

```


Anexo 2

```
function [ miu, lambda ] = added_mass_coefficients( freq )
%
% Esta função calcula os coeficientes necessários para
% obter a massa adicionada e o amortecimento adicionado
% a partir da frequência expressa em radianos.
%
% mbarra = rho x area x miu
% nbarra = rho x area x lambda
%
% Estes valores são obtidos a partir da tabela 2, pag. 51 do
% relatório Motions of a barge in regular waves
%
tabela= [ 2.513 , 38.14 , 124.80 ;...
          3.000 , 37.50 , 130.50 ;...
          3.770 , 36.02 , 141.80 ;...
          4.000 , 35.20 , 145.00 ;...
          5.000 , 32.00 , 160.00 ;...
          6.000 , 28.50 , 164.00 ;...
          7.000 , 26.00 , 162.50 ;...
          8.000 , 24.80 , 150.00 ;...
          9.000 , 24.50 , 136.00 ;...
          10.00 , 24.50 , 120.50 ;...
          11.00 , 25.00 , 105.00 ;...
          12.00 , 26.00 , 88.00 ;...
          13.00 , 28.00 , 68.00 ];
%
%
```

miu= 0;
lambda= 0;

```
%
i= 1;
if freq >= 2.513 && freq <= 13.0
    while freq > tabela(i,1)
        i= i+1 ;
    end
%
j= i-1;
mbarra= ( tabela(i,2) - tabela(j,2) ) * ( freq - tabela(j,1) ) / ( tabela(i,1) - tabela(j,1) ) +
tabela(j,2) ;
nbarra= ( tabela(i,3) - tabela(j,3) ) * ( freq - tabela(j,1) ) / ( tabela(i,1) - tabela(j,1) ) +
tabela(j,3) ;
%
%fprintf('mbarra= %f , nbarra= %f\n',mbarra,nbarra);
miu= mbarra / 27.336 ;
lambda= nbarra / 27.336 ;
%
end
%
% end-of-file
```

Anexo 3

```

%
% Faz gráficos para várias formas de Lewis
%
disp('Programa Graficos Lewis');
%
% Abertura do ficheiro de dados
%
tipo={'*.stp'};
titulo='STRIP: Seleccione o ficheiro de dados';
[nome,caminho]=uigetfile(tipo,titulo);
ficheiro=[caminho,nome];
if nome == 0 % Verifica se foi selecionado um ficheiro
    warndlg('Ficheiro não encontrado','STRIP');
else
    %
    % Leitura dos dados
    %
    fid= fopen(ficheiro,'r');
    nstrip= fscanf(fid,'%d',1);
    strips= fscanf(fid,'%f',[5 nstrip]);
    fprintf('numero de faixas= %3d\n',nstrip);
    for i=1:nstrip
        fprintf('Faixa: %3d , Area= %f , Largura= %f , Calado= %f , x inicial= %f , x final= %f
\n',... i,strips(1,i),strips(2,i),strips(3,i),strips(4,i),strips(5,i));
        %
        xb2= zeros(10,1);
        xb3= zeros(10,1);
        j= 1;
        for teta= 0:pi/20:pi/2
            [ xb2(j), xb3(j) ] = lewis( strips(1,i), strips(2,i), strips(3,i), teta );

```

```
    j=j + 1;
end
figure
plot(xb2,strips(3,i)-xb3);
label= sprintf('Faixa %d',i);
xlabel(label);

end
end
```